

УДК 517.9

Олексій Капустян, доктор фізико-математичних наук,
професор, завідувач кафедри інтегральних та диференціальних рівнянь,
Тетяна Жук, здобувачка третього (освітньо-наукового)
рівня вищої освіти кафедри інтегральних
та диференціальних рівнянь,
Юрій Перестюк, кандидат фізико-математичних наук,
науковий співробітник
кафедри інтегральних та диференціальних рівнянь,
Київський національний університет
імені Тараса Шевченка, м. Київ, Україна

АСИМПТОТИЧНА ПОВЕДІНКА ІМПУЛЬСНО-ЗБУРЕНОГО ПАРАБОЛІЧНОГО ВКЛЮЧЕННЯ З НЕСКІНЧЕННОЮ КІЛЬКІСТЮ ІМПУЛЬСНИХ КОМПОНЕНТ ФАЗОВОГО ВЕКТОРУ

Анотація. У роботі вивчаються умови стійкості рівномірних атракторів імпульсних параболічних включень.

Ключові слова: параболічне включення, імпульсне збурення, стійкість

Abstract. The paper studies the stability conditions of uniform attractors of impulsive parabolic inclusions.

Keywords: parabolic inclusion, impulsive perturbation, stability

В загальній теорії диференціальних рівнянь з імпульсною дією [1] важливе місце посідають імпульсні динамічні системи (імпульсні ДС), тобто автономні системи диференціальних рівнянь, траєкторії яких зазнають імпульсного збурення при досягненні фіксованих гіперповерхонь в фазовому просторі X . Для нескінченновимірних систем ($\dim X = \infty$) за умови дисипативності особливий інтерес становить вивчення траєкторій в околі компактних рівномірно притягуючих множин - рівномірних атракторів [2]. Вивченню умов стійкості таких множин і присвячена дана робота. А саме, в обмеженій області $\Omega \subset \mathbb{R}^d, d \geq 1$ відносно невідомої функції $u = u(t, x), t > 0, x \in \Omega$ розглядається задача

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} - Au \in \varepsilon F(u) \\ u|_{\partial\Omega} = 0 \\ u|_{t=0} = u_0, \end{cases} \quad (1)$$

де A – рівномірно еліптичний коерцитивний диференціальний оператор, $\varepsilon > 0$ – малий параметр, F – напівнеперервне зверху обмежене багатозначне відображення. Відомо, що в фазовому просторі $X = L^2(\Omega)$ для $\forall u_0 \in X$ задача (1) має принаймні один слабкий розв’язок $u \in C([0, +\infty); X)$.

Імпульсна задача полягає в знаходженні неперервної справа функції $t \mapsto u(t)$, яка має стрибки величини $\varphi(u)$ в моменти досягнення нею множини

$$M = \{u \in X \mid \|u\| = R\},$$

тобто

$$\Delta u|_{u \in M} \in \varphi(u) - u \quad (2)$$

Зазначимо, що згідно (2) імпульсних збурень зазнають всі компоненти нескінченновимірного фазового вектору.

При певних умовах на A , F , φ , R можна показати, що для достатньо малих ε задача (1), (2) породжує багатозначну імпульсну ДС [3] G , що має рівномірний аттрактор Θ , тобто Θ є мінімальною компактною множиною, що задовольняє властивість:

$$\forall r > 0 \quad \sup_{\|u_0\| \leq r} \text{dist}(G(t, u_0), \Theta) \rightarrow 0, \quad t \rightarrow \infty.$$

При цьому, як показано в [2,3], Θ може не бути стійкою в класичному сенсі. Виходячи з підходу, запропонованого в [2], в даній роботі доведено стійкість Θ в сенсі наступної властивості

$$D^+(\Theta \setminus M) \subset \overline{\Theta \setminus M},$$

де $\bar{A}$ – це замикання A ,

$$D^+(A) = \bigcup_{x \in A} \{y \mid y = \lim_{x_n \rightarrow x, t_n \geq 0} \xi_n, \xi_n \in G(t_n, x_n)\}$$

Ключову роль при доведенні цього результату відіграє аналіз функції, що кожному початковому даному ставить у відповідність момент першого попадання траєкторії параболічного включення (1) на множину M . При цьому слід відзначити, що запропонований в роботі підхід є конструктивним в тому сенсі, що дозволяє аналізувати згадану функцію за допомогою властивостей неімпульсної задачі.

*Робота виконана за підтримки Національного фонду досліджень України,
проект 2023.03/0074 «Нескінченновимірні еволюційні рівняння із багатозначною
та стохастичною динамікою»*

Список використаних джерел

1. Samoilenko A. M., and Perestyuk N. A. Impulsive differential equations. World Scientific, Singapore, 1995.
2. Kapustyan O., Perestyuk M., Romanchuk I. Stability of the global attractors of impulsive infinite-dimensional systems. *Ukr. Math. J.* 2018. V. 70(1). P. 29-30.
3. Dashkovskiy S., Kapustyan O., and Perestyuk Y. Stability of uniform attractors of impulsive multi-valued semiflows. *Nonlinear Analysis: Hybrid Systems*. 2021. V. 40. P. 101025.