

DOI <https://doi.org/10.32782/2220-8674-2026-16-1-9>

УДК 514.18

О. Є. Мацулевич¹, канд. техн. наук

ORCID: 0000-0001-5553-709X

Ю. В. Лазарчук-Воробйова², ст. викладач

ORCID: 0000-0002-7866-3299

¹ Таврійський державний агротехнологічний університет імені Дмитра Моторного² Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

e-mail: oleksandr.matsulevych.tsatu.edu.ua

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ НЕПЕРЕРВНОЇ ІНТЕРПОЛЯЦІЇ СПІРАЛЕПОДІБНОЇ ДПК ЗА ДОПОМОГОЮ СПЕЦІАЛЬНОЇ ФУНКЦІЇ

Анотація. Метою дослідження є аналіз можливостей використання неперервного геометричного моделювання на базі спеціальної функції. Визначенні дотичних у вузлових точках вихідної ДПК при використанні локальних методів згущення. Глобальному призначенні дотичних для алгоритмів згущення замкнених та спіралеподібних ліній.

Використання традиційної неперервної інтерполяції часто не дозволяє точно спрогнозувати форму кривої на межах заданого масиву точок, що призводить до необхідності перерахунку параметрів. Для уникнення надлишкових обчислень та акумуляції похибок пропонується впровадження локального методу моделювання з наступним трансформуванням координат у глобальну систему.

Запропонована у роботі методика дає можливість застосовувати локальні методи безперервної інтерполяції для ущільнення ДПК. Це реалізується через використання спеціальної інтерполюючої функції. Такий підхід гарантує відсутність небажаної осциляції, забезпечує неперервність перших похідних у місцях з'єднання сегментів моделюючої кривої, а також дозволяє здійснювати глобальне формування дотичних у вузлових точках.

Ключові слова: спіралеподібна дискретно представлена крива, супроводжуюча ламана лінія, дотична.

Постановка проблеми. У сучасному геометричному моделюванні виділяють два основні підходи: неперервний та дискретний. Неперервне моделювання є особливо ефективним при розв'язанні завдань, пов'язаних із побудовою траєкторій у системах ЧПК або пошуком екстремальних значень. У такому разі в пам'яті обчислювальної системи зберігаються лише базові опорні точки, а додаткові координати масиву розраховуються динамічно в міру потреби.

Проте наявні методи мають суттєві недоліки: вони не гарантують відсутності паразитної осциляції (хвилеподібних викривлень), а поведінка кривої на кінцевих сегментах точкового ряду часто є непередбачуваною. Це змушує дослідників постійно коригувати коефіцієнти та виконувати повторні розрахунки. Для мінімізації обчислювальної складності та зниження похибок раціонально використовувати локальні методи моделювання, що передбачають подальший перехід до загальної (глобальної) системи координат.

Аналіз останніх досліджень. Попередні наукові праці [1] присвячені вивченню спеціальних функцій як інструменту інтерполяції для формування та керування геометрією замкнених і спіралеподібних дискретних профільних кривих (ДПК). Такі дослідження орієнтовані на системи ЧПК, де доцільно застосовувати локальні наближення для кожної ланки супровідної ламаної лінії (СЛЛ). При такому підході створюється локальна система координат, де вісь абсцис збігається з відповідною ланкою, а початок координат встановлюється у її вихідній точці. Попри перспективність, практичне застосування таких функцій у згаданому напрямі ще не набуло достатнього розвитку.

Формулювання цілей статті. Метою дослідження є аналіз можливостей використання неперервного геометричного моделювання на базі спеціальної функції. Визначенні дотичних у вузлових точках вихідної ДПК при використанні локальних методів згущення. Глобальному призначенні дотичних для алгоритмів згущення замкнених та спіралеподібних ліній.

Основна частина. Використання традиційної неперервної інтерполяції часто не дозволяє точно спрогнозувати форму кривої на межах заданого масиву точок, що призводить до необхідності перерахунку параметрів. Для уникнення надлишкових обчислень та акумуляції похибок пропонується впровадження локального методу моделювання з наступним трансформуванням координат у глобальну систему.

Результати проведених досліджень підтверджують, що під час роботи зі спіралеподібними ДПК для систем ЧПК найбільш ефективним є локальне наближення на кожному сегменті СЛЛ. У цій схемі вісь координат спрямовується вздовж ланки, а точка відліку фіксується у вузлі (рис. 1). На нашу думку, саме використання спеціальної функції в такій локальній системі дозволяє найкращим чином вирішити проблему осциляції спіралеподібного контуру та забезпечити ідеальну гладкість з'єднання окремих сегментів у вузлах кривої.

$$\bar{y} = (a\bar{x} + b) \cdot \sin \frac{\bar{x}(l_i - \bar{x})}{l_i^2}. \quad (1)$$

Коефіцієнти a та b у наведених вираженнях призначені для забезпечення неперервності та гладкості при стикуванні окремих сегментів. Тут l_i позначає довжину $(i - 1; i)$ ланки супровідної ламаної лінії (СЛЛ). Очевидно, що при значеннях координати $\bar{x} = 0$ і $\bar{x} = l_i$ $\bar{y} = 0$, функція набуває нульових значень, що підтверджує проходження кривої безпосередньо через початкову та кінцеву точки відрізка.

Щоб обчислити значення a та b , прийнемо за основу умову, що у вузлових точках дискретної профільної кривої (ДПК) уже задано певні вектори дотичних.

Кути, які формуються дотичними до обводу (рис. 1) у вузлових точках $i - 1$ і i відносно локальної осі $0\bar{x}$, є

$$\bar{\beta}_{i-1} = \beta_{i-1} - \alpha_i; \quad \bar{\beta}_i = \beta_i - \alpha_i. \quad (2)$$

У цих виразах параметри α_i і β_i – позначають кути нахилу відповідних ланок супроводжуючої ламаної лінії (СЛЛ) та дотичних до осі $0x$ у загальній (глобальній) системі координат.

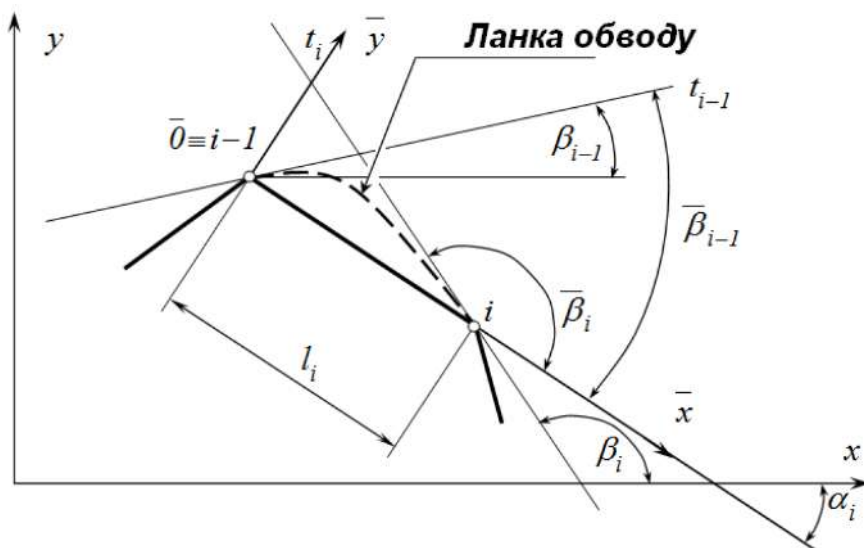


Рис. 1



Значення першої похідної \bar{y}'_{i-1} й \bar{y}'_i у локальній системі координат дорівнюють

$$\bar{y}'_{i-1} = \text{tg } \bar{\beta}_{i-1}; \quad \bar{y}'_i = \text{tg } \bar{\beta}_i. \quad (3)$$

Диференціюємо (1) по \bar{x}

$$\bar{y}' = a \cdot \sin \frac{\bar{x}(l_i - \bar{x})}{l_i^2} + (a\bar{x} + b) \frac{l_i - 2\bar{x}}{l_i^2} \cdot \cos \frac{\bar{x}(l_i - \bar{x})}{l_i^2} \quad (4)$$

при $\bar{x} = 0$:

$$\bar{y}'_{i-1} = \frac{b}{l_i} = \text{tg } \bar{\beta}_{i-1}; \quad b = l_i \text{tg } \bar{\beta}_{i-1}, \quad (5)$$

при $\bar{x} = l_i$: $\bar{y}'_i = \frac{al_i + b}{-l_i} = \text{tg } \bar{\beta}_i$. З урахуванням (5) маємо

$$a = -(\text{tg } \bar{\beta}_{i-1} + \text{tg } \bar{\beta}_i). \quad (6)$$

Підставляючи (5) і (6) у (1) маємо рівняння інтерполяційної функції в локальній системі координат

$$\bar{y} = \{(l_i - \bar{x}) \text{tg } \bar{\beta}_{i-1} - \bar{x} \text{tg } \bar{\beta}_i\} \cdot \sin \frac{\bar{x}(l_i - \bar{x})}{l_i^2}. \quad (7)$$

Рівняння (4) описує першу похідну з урахуванням значень коефіцієнтів a і b визначених у виразах (6) та (5) відповідно..

Для запобігання виникненню осциляції кривої необхідно забезпечити таке просторове положення дотичної в i -ому вузлі повинна розташовуватися так, щоб її кут нахилу β_i задовольняв обмеженням $\alpha_{i+1} < \beta < \alpha_i$. Додатково функція (7) потребує дотримання ще одного обмеження, результати досліджень вказують на те, що її графік залишається стабільним і не зазнає осциляцій на розглянутому сегменті за умови $[0; l_i]$, коли $k = \text{tg } \beta_{i-1} / \text{tg } \beta_i$; $k \in [-2; -0.5]$.

Процес визначення дотичних у вузлах дискретної профільної кривої (ДПК) трансформується у задачу побудови гладкого (неосцилюючого) дискретного графіка β_i у межах визначеної допустимої смуги α_i (див. рисунок 3). При цьому обов'язково враховуються обмеження, що наклада-

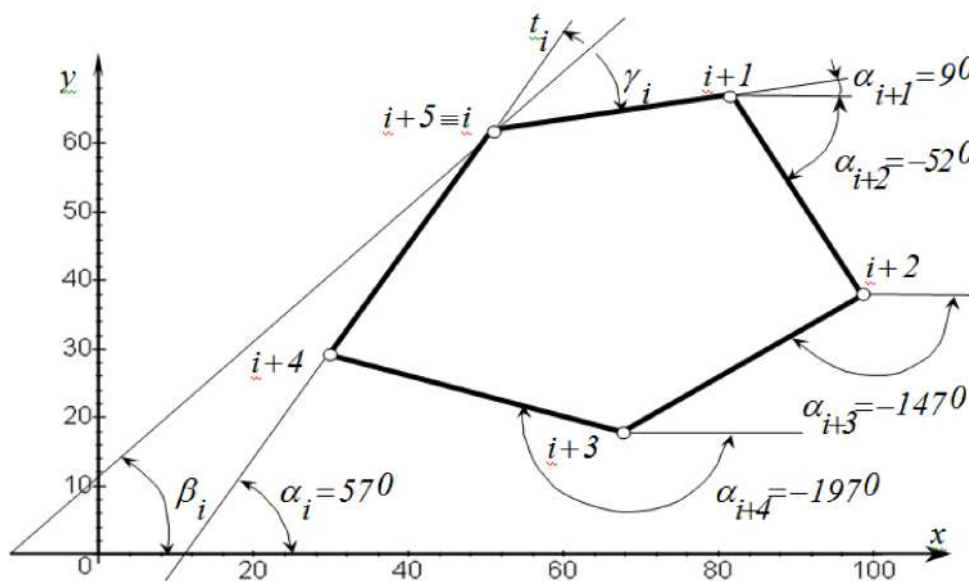


Рис. 2

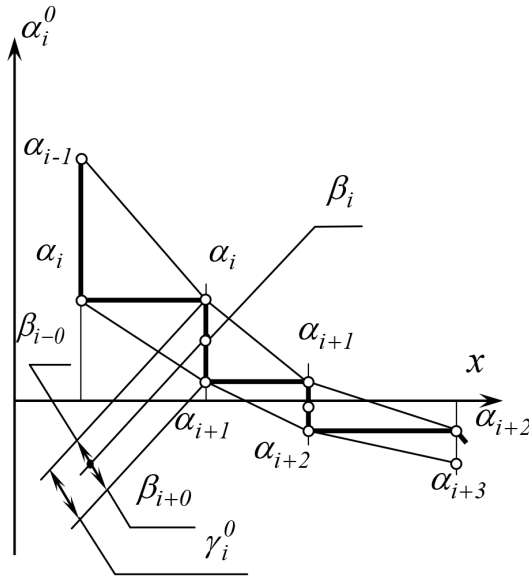


Рис. 3

ються на коефіцієнт k . Уздовж осі $0x$ відкладаємо довжини ланок $l_i = \sqrt{(x_i - x_{i-1})^2 + (y_i - y_{i-1})^2}$. Фактично представлений процес є розгортанням дискретно представленної кривої (ДПК), що суміщається з віссю абсцис. При цьому вздовж осі ординат фіксуються значення кутів α_i які відповідають нахилу i -ї ланки відносно осі $0x$. Сформований на графіку діапазон дозволяє визначити параметри γ_i . Шляхом послідовного з'єднання верхніх та нижніх меж окремих ділянок утворюється смуга кутів суміжності γ_i для конкретної ДПК, що окреслює область для вибору та встановлення кутів β_i дотичних у вузлових точках. Спираючись на розроблений раніше алгоритм [2] формується з урахуванням обмежень на k формується опуклий графік β_i у межах визначеної смуги γ_i (рис. 3).

Дотична t_i у вузловій точці i як показано на рисунку 4 формує з віссю $0X$ кут β_i . Окрім цього, вона утворює специфічні кутові залежності з ланками супроводжуючої ламаної лінії, а саме: кут із попереднім сегментом $(i - 1, i)$ СЛЛ – кут $\bar{\beta}_{i-0}$, з наступною – кут $\bar{\beta}_{i+0}$.

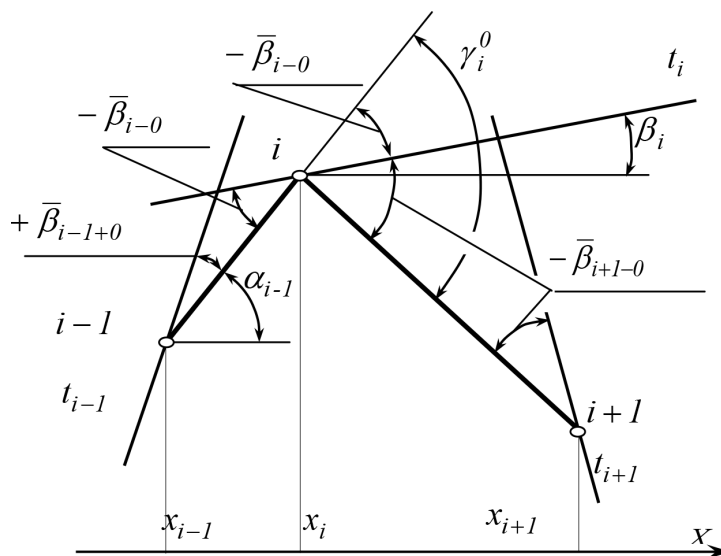


Рис. 4



Очевидно, що

$$\bar{\beta}_{i-0} = \beta_i - \alpha_{i-1}; \quad \bar{\beta}_{i+0} = \beta_i - \alpha_i. \quad (8)$$

Тангенси кутів $\bar{\beta}_{i-1+0}$ і $\bar{\beta}_{i-0}$ зв'язані співвідношенням

$$k_i = \frac{\text{tg } \bar{\beta}_{i-1+0}}{\text{tg } \bar{\beta}_{i-0}}; \quad \text{tg } \bar{\beta}_{i-0} = \frac{1}{k_i} \cdot \text{tg } \bar{\beta}_{i-1+0}. \quad (9)$$

Аналогічно

$$\text{tg } \bar{\beta}_{i+1-0} = \frac{1}{k_{i+1}} \cdot \text{tg } \bar{\beta}_{i+0}, \quad \text{tg } \bar{\beta}_{i+2-0} = \frac{1}{k_{i+2}} \cdot \text{tg } \bar{\beta}_{i+1+0}, \quad (10)$$

З огляду на те, що

$$\bar{\beta}_{i+0} = \gamma_i^0 + \bar{\beta}_{i-0}, \quad i = \overline{1; n-1} \quad (11)$$

з (10) з урахуванням (11) маємо

$$\begin{aligned} \text{tg } \bar{\beta}_{1-0} &= \frac{1}{k_1} \cdot \text{tg } \bar{\beta}_{0+0}; \quad \text{tg } \bar{\beta}_{2-0} = \frac{1}{k_2} \cdot \text{tg } \bar{\beta}_{1+0} = \frac{1}{k_2} \text{tg}(\gamma_1^0 + \bar{\beta}_{1-0}); \\ \text{tg } \bar{\beta}_{3-0} &= \frac{1}{k_3} \text{tg}(\gamma_2^0 + \bar{\beta}_{2-0}) \dots \quad \text{т.д.} \end{aligned} \quad (12)$$

Подальша стратегія визначення сукупності кутів $\bar{\beta}_{i-0}$ і $\bar{\beta}_{i+0}$, $i = \overline{1; n}$ складається в такім призначенні кутів β_i який би забезпечував одночасне виконання двох базових умов:

– положення точки β_i в смугі α_i , тобто на відрізки α_{i-1} α_i , а саме

$$\alpha_i < \beta_i < \alpha_{i-1}; \quad (13)$$

– значення кутів $\bar{\beta}_{i-0}$ і $\bar{\beta}_{i+0}$ повинні задовольняти умові (9).

Приведемо співвідношення (12) до кутів β_i на підставі (6). Ураховуючи, що $\gamma_i = \alpha_{i-1} - \alpha_i$, маємо

$$\begin{aligned} \text{tg}(\beta_1 - \alpha_0) &= \frac{1}{k_1} \text{tg}(\beta_0 - \alpha_0); \quad \text{tg}(\beta_2 - \alpha_1) = \frac{1}{k_2} \text{tg}(\beta_1 - \alpha_1); \\ \text{tg}(\beta_3 - \alpha_2) &= \frac{1}{k_3} \text{tg}(\beta_2 - \alpha_2) \dots \quad \text{і т.д.} \end{aligned} \quad (14)$$

Для того щоб об'єднати обмеження (13) та залежності (14) у межах спільної системи, потрібно трансформувати вирази, перейшовши від тангенсів кутів, наведених у (14), безпосередньо до значень самих кутів. Як відомо, для реалізації такого переходу функцію $\text{tg } x$ доцільно представити у вигляді розкладу в ряд Тейлора

$$\text{tg } x = x + \frac{1}{3}x^3 + \frac{2}{15}x^5 + \dots \quad (15)$$

Під час моделювання реальних ДПК величина x виражена в радіанах, зазвичай не перевищує одиниці, а з кожним новим етапом ущільнення вона поступово наближається до нульової позначки. Окрім цього, процес розв'язання об'єднаної системи (13)+(14) спрямований не на пошук одного прецизійного значення, а на виокремлення певного інтервалу, в межах якого обирається шуканий результат, що відповідає встановленим критеріям. З огляду на це, у математичному розкладанні (15) стає цілком припустимим обмежитися лише першим членом ряду, а саме $\text{tg } x \approx x$



Тоді з (14) маємо

$$\beta_1 - \alpha_0 = \frac{1}{k_1}(\beta_0 - \alpha_0); \quad \beta_2 - \alpha_1 = \frac{1}{k_2}(\beta_1 - \alpha_1); \quad \beta_3 - \alpha_2 = \frac{1}{k_3}(\beta_2 - \alpha_2) \dots \quad (16)$$

Перетворимо з урахуванням (13)

$$\alpha_1 < \beta_1 = \frac{\beta_0}{k_1} + \alpha_0 \left(1 - \frac{1}{k_1}\right) < \alpha_0; \quad \alpha_2 < \beta_2 = \frac{\beta_1}{k_2} + \alpha_1 \left(1 - \frac{1}{k_2}\right) < \alpha_1; \quad (17)$$

$$\alpha_3 < \beta_3 = \frac{\beta_2}{k_3} + \alpha_2 \left(1 - \frac{1}{k_3}\right) < \alpha_2 \dots$$

З огляду на те, що $k_i < 0$, а саме $-2 < k_i < -\frac{1}{2}$, (див. [1]), остаточно маємо

$$\alpha_0 < \beta_0 < (1 - k_1)\alpha_0 + k_1\alpha_1; \quad \alpha_1 < \beta_1 < (1 - k_2)\alpha_1 + k_2\alpha_2; \quad (18)$$

$$\alpha_2 < \beta_2 < (1 - k_3)\alpha_2 + k_3\alpha_3 \dots \quad \alpha_{n-2} < \beta_{n-2} < (1 - k_{n-1}) \alpha_{n-2} + k_{n-1}\alpha_{n-1} \dots$$

Для того, щоб підключити в систему (17) нерівності, що містять β_{n-1} і β_n , перетворимо ліву частину останньої нерівності з (16)

$$\beta_{n-1} = \beta_n \cdot k_n + \alpha_{n-1}(1 - k_n). \quad (19)$$

З умови $\alpha_{n-1} < \beta_{n-1} < \alpha_{n-2}$ маємо ($k_n < 0$) $\alpha_{n-1} < \beta_n \cdot k_n + \alpha_{n-1}(1 - k_n) < \alpha_{n-2}$, або

$$\frac{\alpha_{n-2}}{k_n} + \alpha_{n-1} \left(1 - \frac{1}{k_n}\right) < \beta_n < \alpha_{n-1}. \quad (20)$$

Аналогічно

$$\frac{\alpha_{n-3}}{k_{n-1}} + \alpha_{n-2} \left(1 - \frac{1}{k_{n-1}}\right) < \beta_{n-1} < \alpha_{n-2} \quad (21)$$

Сукупність нерівностей (18) + (20) + (21) охоплює вичерпний перелік кутів $\beta_i (i = \overline{0; n})$ нахилу дотичних. Для спрощення подальших розрахунків доцільно звести всі наявні обмеження до вигляду з однією невідомою змінною за допомогою виразу (17). Для цього кожен параметр β_0 , для чого виразимо всі $\beta_i, i = \overline{1; n}$, через β_0 , який у цій математичній моделі виконує роль базового керуючого параметра.

$$\alpha_0 < \beta_0 < (1 - k_1) \alpha_0 + k_1\alpha_1; \quad \alpha_1 < \beta_1 = \frac{\beta_0}{k_1} + \alpha_0 \left(1 - \frac{1}{k_1}\right) < (1 - k_2) \alpha_1 + k_2\alpha_2;$$

$$\frac{\alpha_{n-2}}{k_n} + \alpha_{n-1} \left(1 - \frac{1}{k_n}\right) < \beta_{n-1} = \frac{\beta_0}{k_1 k_2 \dots k_n} + \frac{\alpha_0}{k_2 k_3 \dots k_n} \left(1 - \frac{1}{k_1}\right) + \frac{\alpha_1}{k_3 k_4 \dots k_n} \left(1 - \frac{1}{k_2}\right) + \dots + \alpha_{n-1} \left(1 - \frac{1}{k_n}\right) < \alpha_{n-1}, \quad (22)$$

або

$$\alpha_0 < \beta_0 < (1 - k_1) \alpha_0 + k_1\alpha_1; \quad (23)$$

$$\alpha_0(1 - k_1) + k_1\alpha_1 > \beta_0 > \alpha_0(1 - k_1) + k_1\alpha_1(1 - k_2) + k_1k_2\alpha_2; \dots$$

$$\alpha_0(1 - k_1) + k_1\alpha_1(1 - k_2) + \dots + k_1k_2 \dots k_{n-2}\alpha_{n-2} \lesssim \beta_0 \lesssim \alpha_0(1 - k_1) +$$

$$+ k_1\alpha_1(1 - k_2) + k_1k_2\alpha_2(1 - k_3) + \dots + k_1k_2 \dots k_{n-1}\alpha_{n-1}.$$

У фінальних трьох нерівностях характер знака – у порівнянні з аналогічними виразами з (16) – залишається незмінним, якщо індекс n є парним, і змінюється на протилежний, якщо n є непарним.

Система (23) відіграє ключову роль у процесі визначення параметра β_0 . Вона структурована як дві сукупності знакочергових обмежень, оскільки виконується умова $k_i < 0$. Якщо вона має розв'язок, то існує відрізок вибору значення $\beta_0 = \beta'_0$, що забезпечує рішення. Після вибору β'_0 розраховується β_i з (16) при $\beta_0 = \beta'_0$, потім $\bar{\beta}_{i-0}$ і $\bar{\beta}_{i+0}$, $i = \overline{1; n-2}$ що дозволяє розрахувати інтерполяційні функції для кожної окремої ланки згідно з методикою [3] за формулою (18):

$$\bar{y} = \{(l_i - \bar{x}) \operatorname{tg} \bar{\beta}_{i-1} - \bar{x} \operatorname{tg} \beta_i\} \cdot \sin \frac{\bar{x}(l_i - \bar{x})}{l_i^2}. \quad (24)$$

Варто зауважити, що як базовий керуючий параметр замість β_0 можна із системи (22) з урахуванням співвідношень (21) вибрати будь-який інший параметр β_s , $s \in [1; n-1]$, розрахувати залежність інших β_i , $i = \overline{0; n}$, $i \neq s$, від β_s і одержати обмеження (23), з якого вибрати шукане $\beta_s = \beta'_s$, що забезпечує рішення. Практика показує, що такий підхід найбільш ефективний тоді, коли діапазон допустимих значень для обраного β_s є мінімальним.

При розв'язанні системи (23) основна складність полягає в коректному підборі параметрів $k_i \in [-2; -0,5]$. Процес пошуку рішення доцільно розпочинати з умови $k_i = k = -1$, що забезпечує геометричну симетрію кривої відносно центральної точки сегмента $\bar{x} \in [0; l_i]$. Якщо за такого підходу виконуються всі нерівності системи (23) і визначається допустимий інтервал для вибору β_0 , то як моделюючу криву можна використовувати обвідну, сформовану з таких симетричних ділянок. У разі порушення будь-якої з нерівностей слід скоригувати значення $-2 < k_i < -0,5$ насамперед тих коефіцієнтів, що входять до складу некоректних виразів. Шляхом ітераційного підбору цих параметрів можна досягти виконання всіх обмежень і знайти остаточне розв'язання.

Висновки. Запропонована методика дає можливість застосовувати локальні методи безперервної інтерполяції для ущільнення ДПК. Це реалізується через використання спеціальної інтерполуючої функції та призначення дотичних у вузлах у межах сформованої смуги кутів суміжності γ_i . Такий підхід гарантує відсутність небажаної осциляції, забезпечує неперервність перших похідних у місцях з'єднання сегментів моделюючої кривої, а також дозволяє здійснювати глобальне формування дотичних у вузлових точках.

Список використаних джерел

1. Найдиш В. М., Щербина В. М. Неперервна інтерполяція спіралеподібних ДПК спеціальною функцією. *Прикл. геом. і інж. графіка: Праці Таврійська державна агротехнічна академія*. Вип. 4, т. 19 – Мелітополь : ТДАТА 2003, С. 3–6.
2. Найдиш В. М., Щербина В. М. Згущення однозначних дискретно представлених кривих. *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. Вип. 72. К., КНУБА, 2003, С. 22–27.
3. Мацулевич О. С., Найдиш А. В. Моделювання спіралеподібних ДПК у полярній системі координат на основі кутів нахилу ланок СЛЛ. *Прикл. геом. та інж. графіка: Праці ТДАТА*. Вип. 4. Т. 16. Мелітополь : ТДАТА, 2002. С. 31–35.
4. Найдиш В. М., Щербина В. М. Згущення однозначних дискретно представлених кривих. *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. Київ, 2003. Вип. 27. С. 22–27.
5. Найдиш В. М., Щербина В. М. Формування обводів другого порядку гладкості на основі спеціальної функції. *Сучасні проблеми геометричного моделювання: матеріали Міжнар. наук.-практ. конф.* Львів, 2003. С. 83–85.
6. Alrefo I. F., Matsulevych O., Vershkov O., Halko S., Suprun, O., Miroshnyk, O. Designing the working surfaces of rotary planetary mechanisms. *Naukovyi Visnyk Natsionalnoho Hirnychoho Universytetu*, 2023. 4, 82–88. <https://doi.org/10.33271/nvngu/2023-4/082>
7. Havrylenko Y., Cortez J. I., Kholodniak Y., Garcia G. T.. *Modelling of surfaces of engineering products on the basis of array of points* *Tehnički vjesnik* 27, 6(2020), 2034–2043. DOI: <https://doi.org/10.17559/TV-20190720081227>



8. Havrylenko Y., Kholodniak Y. Formation of geometric model of the impeller of the turbocharger. *Proceedings of the Tavria State Agrotechnological University*, 2014. 14, 48–53.
9. Havrylenko Y., Kholodniak Y., Halko S., Vershkov O., Miroshnyk O., Suprun O., Dereza O., Shshur T., Śrutek M. Representation of a monotone curve by a contour with regular change in curvature. *Entropy*, 2021. 23(7), 923, 1–14. DOI: <https://doi.org/10.3390/e23070923> Праці ТДАТУ Випуск 25. Том 2 110 Proceedings TSATU. 2025. 25.
10. Havrylenko Y., Kholodniak Y., Halko S., Vershkov O., Bondarenko L., Suprun O., Miroshnyk O., Shshur T., Śrutek M., & Gackowska M. (2021). Interpolation with specified error of a point series belonging to a monotone curve. *Entropy*, 23(5), 493, 1–13. DOI: <https://doi.org/10.3390/e23050493>
11. Холодняк Ю. В., Гавриленко Є. А. Розв'язання позиційних задач при моделюванні монотонних кривих ліній. *Сучасні проблеми моделювання*. 2022. Вип. 24. С. 173–181.
12. Холодняк Ю. В., Гавриленко Є. А. Моделирование каркаса динамических поверхностей. Інноваційні технології в агропромисловому комплексі : матеріали II всеукраїн. наук.-практ. Інтернет-конференції. Мелітополь : ТДАТУ, 2021. С. 21–24.
13. Холодняк Ю. В., Гавриленко Є. А. Моделювання кривих ліній із заданою точністю. Інноваційні технології в агропромисловому комплексі : матеріали II всеукраїн. наук.-практ. Інтернет-конференції. Мелітополь : ТДАТУ, 2021. С. 28–31.
14. Мацулевич О. Є., Щербина В. М. Використання пакету прикладних програм NETCRACKER. Фундаментальна підготовка фахівців у природничо-математичній, технічній, агротехнологічній та економічній галузях : матеріали Всеукраїнської наук.-практ. конференції з міжнар. участю, м. Мелітополь, присвяченої 85-річчю кафедри вищої математики і фізики ТДАТУ, 11–13 вересня 2017 р. Мелітополь, 2017. С. 107–108.

Дата першого надходження статті до видання: 19.02.2026
Дата прийняття статті до друку після рецензування: 16.03.2026
Дата публікації (оприлюднення) статті: 18.05.2026
Стаття поширюється на умовах ліцензії відкритого доступу (CC BY 4.0)



O. Matsulevych¹, Yu. Lazarchuk-Vorobiova²

¹ Dmytro Motorny Tavria State Agrotechnological University

² National Technical University of Ukraine “Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute”

A MATHEMATICAL MODEL OF CONTINUOUS INTERPOLATION OF A SPIRAL-SHAPED DPC USING A SPECIAL FUNCTION

Summary

Continuous modeling is particularly effective for solving problems related to trajectory generation in CNC systems or the search for extreme values. In this case, only the basic reference points are stored in the computer's memory, while the additional coordinates of the array are calculated dynamically as needed.

However, existing methods have significant drawbacks: they do not guarantee the absence of parasitic oscillation (wave-like distortions), and the behavior of the curve on the end segments of the point sequence is often unpredictable. This forces researchers to constantly adjust coefficients and perform repeated calculations. To minimize computational complexity and reduce errors, it is rational to use local modeling methods that involve a subsequent transition to a general (global) coordinate system.

The use of traditional continuous interpolation often fails to accurately predict the shape of the curve at the boundaries of a given set of points, which necessitates recalculating the parameters. To avoid excessive computations and the accumulation of errors, we propose the implementation of a local modeling method followed by the transformation of coordinates into a global system.

The methodology proposed in this work makes it possible to apply local continuous interpolation methods for DPC densification. This is achieved through the use of a special interpolation function. This approach guarantees the absence of unwanted oscillation, ensures the continuity of first derivatives at the junctions of the modeling curve segments, and also allows for the global formation of tangents at nodal points.

Keywords: spiral-shaped discretely represented curve, accompanying broken line, tangent.