

УДК 514.18

ФОРМУВАННЯ ДІЛЯНКИ ДИСКРЕТНО ПРЕДСТАВЛЕНОЇ КРИВОЇ ІЗ МОНОТОННОЮ ЗМІНОЮ КРИВИНИ

Холодняк Ю.В., аспірант*

Таврійський державний агротехнологічний університет.

Тел. (0619) 42-68-62

Анотація – у роботі розглядається задача формування ділянки кривої по умові закономірної зміни кривини та заданим диференціально-геометричним характеристикам у вузлах, що обмежують ділянку.

Ключові слова – дискретно представлена крива (ДПК), дотична, базисний трикутник, радіус кривини, другий порядок гладкості, монотонна зміна кривини.

Постановка проблеми. Задача конструювання виробів, призначення яких взаємодія із середовищем, передбачає моделювання складних поверхонь із підвищеними динамічними якостями. Покращення динамічних якостей можна досягти за рахунок забезпечення плавності зміни диференційно-геометричних характеристик (положень дотичних і значень кривини) уздовж кривих, які є елементами каркаса поверхні.

Якщо крива представлена довільною кількістю вузлів, то при моделювати обводу із монотонною зміною кривини доцільно формувати ділянки кривої локально. Отримані ділянки стикуються із заданим порядком гладкості. Задача формування ділянки монотонної ДПК по заданим диференціально-геометричним характеристикам є важливим етапом при моделюванні обводу із монотонною зміною кривини.

Аналіз останніх досліджень. При моделюванні обводу з контролем зміни диференціально-геометричних характеристик необхідно контролювати положення дотичних та значення кривини у вузлах кривої. Критерій, за допомогою якого можна оцінювати значення радіусів кривини у вузлах ДПК запропоновано у роботі [4]. Кривина оцінюється кривиною кривої Без'є, для якої точки, що її задають, співпадають із вершинами базисного трикутника. Базисний

* Науковий керівник: к.т.н., доцент Є.А. Гавриленко

© Холодняк Ю.В.

трикутник обмежений дотичними до ДПК, що проходять через послідовні точки та хордою, яка з'єднує ці точки (рис. 1).

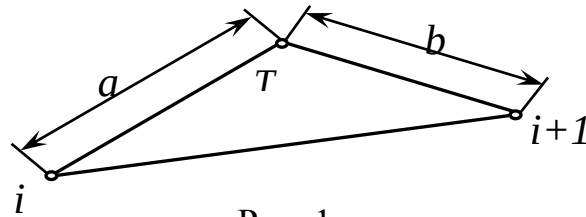


Рис. 1.

Значення радіусів кривини в точках i та $i+1$ можна оцінити за формулами:

$$R_i = \frac{a^3}{S}, \quad R_{i+1} = \frac{b^3}{S},$$

де $a = |i; T|$ та $b = |T; i+1|$ – довжини сторін базисного трикутника $i, T, i+1$;

S – площа базисного трикутника $i, T, i+1$.

У роботах [2, 3] розроблено спосіб призначення положення дотичних до кривої. В результаті отримується ланцюг базисних трикутників, який забезпечує можливість моделювання обводу із монотонною зміною кривини.

Область можливого розташування монотонної кривої, яка визначається базисним трикутником, визначена у статті [1]. Границі розташування обводу визначаються параметрами базисного трикутника та значеннями радіусів кривини ДПК, заданими у вихідних точках.

Формулювання цілей статті. Метою статті є розробка геометричної схеми формування ділянки кривої, яка обмежена послідовними вузлами ДПК. Умовами моделювання кривої є монотонна зміна кривини, задані положення дотичних та значення радіусів кривини у вузлах, що обмежують ділянку.

Основна частина. Ділянка монотонної ДПК формується методом згущень. Нехай задано положення вузлів i та $i+1$ (рис. 2). Дотичні, які проходять через ці вузли позначимо t_i та t_{i+1} відповідно. У граничних вузлах задані радіуси кривини R_i та R_{i+1} відповідно. Значення R_i та R_{i+1} необхідно забезпечити в процесі моделювання ділянки кривої.

Ділянка монотонної кривої між вузлами i та $i+1$ формується всередині базисного трикутника $i, T, i+1$. Позначимо радіуси кривини, які відповідають вказаному базисному трикутнику, у вихідних точках [4] як $\bar{R}_i$ та $\bar{R}_{i+1}$ відповідно. При визначенні

положень дотичних t_i та t_{i+1} у вихідних вузлах забезпечується значення $\bar{R}_i$ менше за заданий радіус кривини ДПК R_i , а значення $\bar{R}_{i+1}$ – менше за заданий радіус кривини R_{i+1} , тобто $\bar{R}_i < R_i$ та $\bar{R}_{i+1} > R_{i+1}$.

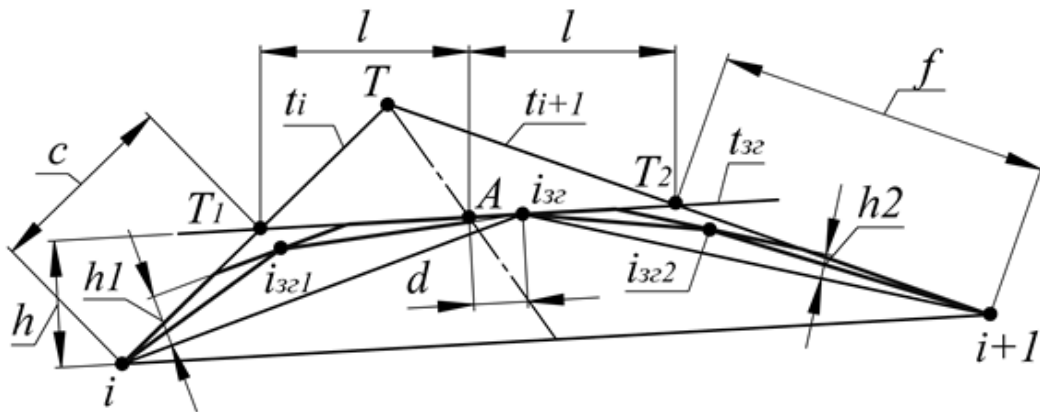


Рис. 2.

Дотична t_{32} , яка відповідає точці згущення, призначається паралельно хорді $[i; i+1]$. Граничні положення дотичної t_{32} визначаються за допомогою способу, який розроблено у роботі [1].

Після призначення дотичної t_{32} всередині отриманого діапазону, положення точки згущення A однозначно визначається за умовою другого порядку гладкості обводу [2]. В результаті отримаємо два нових базисних трикутника згущення i, T_1, A та $A, T_2, i+1$. Значення радіусів кривини, які відповідають базисним трикутникам i, T_1, A та $A, T_2, i+1$ в точках i та $i+1$ позначимо $\bar{R}_i^1$ та $\bar{R}_{i+1}^1$ відповідно.

В точці A радіуси кривини, які відповідають базисним трикутникам згущення, дорівнюють:

$$\vec{R}_A^1 = \overleftarrow{R}_A^1 = \frac{2 \cdot l^2}{h},$$

де $l = |T_1; A| = |A; T_2|$ – довжини сторін базисних трикутників;

h – відстань від точок i та $i+1$ до дотичної t_{32} .

Базисні трикутники i, T_1, A та $A, T_2, i+1$ визначають у вихідних вузлах такі ж самі радіуси кривини, що і вихідний базисний трикутник

$i, T, i+1$. Але отримані в результаті згущення значення $\bar{R}_i^1$ та $\bar{R}_{i+1}^1$ відрізняються від заданих значень R_i та R_{i+1} .

Корегування радіусів кривини можна виконати за допомогою зміни положення точки згущення на дотичній. При переміщенні точки згущення контролюється умова монотонної зміни кривини уздовж кривої [2]:

$$\begin{cases} c < l + d; \\ l - d < f, \end{cases}$$

де $c = |i; T_1|$ та $f = |T_2; i+1|$ – довжини сторін базисних трикутників; d – відстань, на яку переміщується точка згущення.

Після переміщення A у напрямку зростання радіусів кривини уздовж кривої (на рис. 2 у точку i_{32}) значення $\bar{R}_i^1$ збільшується, а значення $\bar{R}_{i+1}^1$ зменшується. При цьому у точці згущення порушується другий порядок гладкості кривої. Отримані радіуси кривини, що відповідають базисним трикутникам i, T_1, i_{32} та $i_{32}, T_2, i+1$, дорівнюють:

$$\vec{R}_{32}^1 = \frac{2 \cdot (l + d)^2}{h}, \quad \overleftarrow{R}_{32}^1 = \frac{2 \cdot (l - d)^2}{h}.$$

Забезпечити задані значення радіусів кривини R_i та R_{i+1} у точках, що обмежують ділянку кривої, можна в результаті другого кроку згущення. Для цього всередині базисних трикутників згущення, отриманих після переміщення точки A в точку i_{32} , i, T_1, i_{32} та $i_{32}, T_2, i+1$ призначаються дотичні другого кроку згущення (t_{32}^1 та t_{32}^2). Дотичні t_{32}^1 та t_{32}^2 проводяться паралельно хордам $|i; i_{32}|$ та $|i_{32}; i+1|$ відповідно. Позначимо відстані від дотичних t_{32}^1 , t_{32}^2 до основ базисних трикутників $|i; i_{32}|$, $|i_{32}; i+1|$ як h_1 та h_2 відповідно.

При зміні h_1 та h_2 радіуси кривини в точках i , i_{32} та i_{32} , $i+1$ ($\bar{R}_i^2; \bar{R}_{32}^2, \bar{R}_{32}^2; \bar{R}_{i+1}^2$), які забезпечуються базисними трикутниками другого кроку згущення, змінюються пропорційно, тобто:

$$\begin{cases} \overleftarrow{R}_{32}^2 = k_1 \cdot \overleftarrow{R}_{32}^1; \\ \overleftarrow{R}_i^2 = k_1 \cdot \overleftarrow{R}_i^1; \end{cases} \quad \begin{cases} \vec{R}_{32}^2 = k_2 \cdot \vec{R}_{32}^1; \\ \vec{R}_{i+1}^2 = k_2 \cdot \vec{R}_{i+1}^1, \end{cases}$$

де k_1 та k_2 – коефіцієнти, на які змінюються радіуси кривини, отримані в результаті другого кроку згущення, відносно радіусів кривини першого кроку згущення.

Положення дотичних t_{32}^1 та t_{32}^2 призначається таким чином, щоб виконувалися умови:

$$\left\{ \begin{array}{l} \overleftarrow{R_i} = \overleftarrow{R_i}^2; \\ \overrightarrow{R_{i+1}} = \overrightarrow{R_{i+1}}^2; \\ \overleftarrow{R_{32}}^2 = \overrightarrow{R_{32}}^2. \end{array} \right.$$

В результаті другого кроку згущення сформовано ланцюг базисних трикутників, які забезпечують в точках i та $i+1$ задані значення радіусів кривини R_i та R_{i+1} та стиковку із другим порядком гладкості ділянок ДПК у точці i_{32} . При цьому отриманий ланцюг базисних трикутників забезпечує можливість моделювання кривої з монотонною зміною кривини.

Висновки. У роботі запропоновано схему локального формування ділянки монотонної ДПК по заданим диференціально-геометричним характеристикам у вузлах, що обмежують ділянку. Моделювання кривої по окремим ділянкам спрощує розрахунковий алгоритм та запобігає накопиченню похибки інтерполяції усього точкового ряду. Розроблена схема дозволяє формувати монотонну криву, яка задана довільною кількістю вузлів. У подальших дослідженнях планується розробити спосіб моделювання ділянки ДПК, яка містить точку зміни зростання та убуття кривини та точку зміни опуклості та увігнутості кривої. Це дасть можливість моделювати ДПК другого порядку гладкості із закономірною зміною кривини на основі довільного точкового ряду.

Література

1. Гавриленко Є.А. Визначення діапазонів геометричних характеристик монотонної дискретно представлені кривої./ Є.А. Гавриленко, Ю.В. Холодняк // Прикл. геом. та інж. Графіка./ Праці ТДАТУ. – Мелітополь, 2012. – Вип.4. - Т.54.– С.38-42.

2. Холодняк Ю.В. Визначення обмежень при моделюванні дискретно представленої кривої із монотонною зміною кривини./ Ю.В.Холодняк, В.А.Дідур // Прикл. геом. та інж. графіка./ Праці ТДАТУ. – Мелітополь, 2012. – Вип. 4. – Т. 55.– С.224-227.
3. Холодняк Ю.В. Визначення діапазонів положення дотичних при моделюванні монотонної дискретно представленої кривої./ Ю.В.Холодняк // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – К.: КНУБА, 2012. - Вип. 90. - С.367-371.
4. Холодняк Ю.В. Задача оцінки значень кривини в точках дискретно-представленої кривої./ Ю.В. Холодняк // Прикл. геом. та інж. графіка./ Праці ТДАТУ. – Мелітополь, 2012. – Вип.4. - Т.53.– С.164-167.

ФОРМИРОВАНИЕ УЧАСТКА ДИСКРЕТНО ПРЕДСТАВЛЕННОЙ КРИВОЙ С МОНОТОННЫМ ИЗМЕНЕНИЕМ КРИВИЗНЫ

Ю.В. Холодняк

Аннотация – в работе рассматривается задача формирования участка кривой по условию закономерного изменения кривизны и заданным дифференциально-геометрическим характеристикам в узлах, которые ограничивают участок.

FORMATION OF THE AREA OF THE DISCRETELY REPRESENTED CURVE WITH A MONOTONOUS CHANGE OF CURVATURE

Yu. Kholodnyak

Summary

The problem of formation of the area of the curve on the set of regular changes of curvature along the curve and differential-geometric characteristics in points which limit of the area is considered in this article.