

УДК 517.518

Світлана Гембарська, кандидат фізико-математичних наук,
завідувач кафедри теорії функцій та
методики навчання математики,
Волинський національний університет
імені Лесі Українки, м. Луцьк, Україна

ТРИГОНОМЕТРИЧНІ ПОПЕРЕЧНИКИ КЛАСІВ ПЕРІОДИЧНИХ ФУНКЦІЙ $B_{p,\theta}^\Omega$ У ПРОСТОРІ $B_{1,1}$

Анотація: досліджуються питання про порядкові оцінки тригонометричних поперечників класів $B_{p,\theta}^\Omega$ [1] періодичних функцій однієї та багатьох змінних у просторі $B_{1,1}$, норма в якому є більш сильною ніж L_1 - норма. Надалі Ω – функція типу модуля неперервності порядку l , яка задовольняє умови Барі-Стєчкіна (S^α) та (S_l) , і для певної функції Ω класи $B_{p,\theta}^\Omega$ збігаються з відомими класами Нікольського-Бєсова $B_{p,\theta}^r$.

Ключові слова: тригонометричний поперечник, періодична функція, норма.

Abstract: the questions of ordinal estimates of trigonometric diameters of classes $B_{p,\theta}^\Omega$ [1] of periodic functions of one and many variables in the space $B_{1,1}$, the norm in which is stronger than L_1 - norm, are investigated. In the following, Ω is a function of the type of the module of continuity of order l , which satisfies the Bari-Stechkin conditions (S^α) and (S_l) , and for a certain function Ω , the classes $B_{p,\theta}^\Omega$ coincide with the well-known Nikolsky-Besov classes $B_{p,\theta}^r$.

Keywords: trigonometric diameter, periodic function, norm.

Нехай $F \subset X$ – деякий функціональний клас в нормованому просторі X . Тоді тригонометричний поперечник класу F в просторі X (позначення $d_M^T(F, X)$) визначається згідно з формулою [2]

$$d_M^T(F, X) = \inf_{\theta_M} \sup_{f \in F} \inf_{t(\theta_M)} \|f - t(\theta_M)\|_X,$$

де

$$t(\theta_M) := t(\theta_M; x) = \sum_{j=1}^M c_j e^{i(k^j, x)}, \quad (k^j, x) = k_1^j x_1 + \dots + k_d^j x_d,$$

$\theta_M = \{k^1, \dots, k^M\}$ – всі можливі набори векторів $k^j = (k_1^j, \dots, k_d^j), j = \overline{1, M}$, цілочислової решітки $Z^d, c_j \in C$.

Теорема. Нехай $1 \leq p, \theta \leq \infty, \Omega(t) = \omega(\prod_{j=1}^d t_j)$, де $\omega(\tau)$ задовольняє умову (S^α) з деяким $\alpha > 0$ і умову (S_l) . Тоді для будь-якої послідовності $M = (M_n)_{n=1}^\infty$ натуральних чисел такої, що $M_n \asymp 2^n n^{d-1}$, справедливе співвідношення

$$d_M^T(B_{p,\theta}^\Omega, B_{1,1}) \asymp \omega(2^{-n}) n^{(d-1)(1-\frac{1}{\theta})}.$$

Список використаних джерел

1. Yongsheng S., Heping W. Representation and approximation of multivariate periodic functions with bounded mixed moduli of smoothness. *Tr. Mat. Inst. Steklova*. 1997. V. 219. P. 356–377.
2. Ismagilov R. S. Diameters of sets in linear normed spaces and approximation of functions by trigonometric polynomials. *Uspekhi Mat. Nauk*. 1974. V. 29. P. 169-186.