

УДК 514.18

**МЕТОДИКА РОЗРАХУНКУ ФУНКЦІОНАЛЬНИХ ПОВЕРХОНЬ
НАСАДОК ДЛЯ ФОНТАНІВ ІЗ ЗАДАНИМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ**

**METHODOLOGY FOR CALCULATING THE FUNCTIONAL SURFACES
OF NOZZLES FOR FOUNTAINS WITH SPECIFIED CHARACTERISTICS**

Є. А. Гавриленко, *д-р. техн. наук*, **Г. В. Антонова**, **А. П. Чаплінський**
Таврійський державний агротехнологічний університет імені Дмитра Моторного

Д. В. Спирінцев, *канд. техн. наук*,
Мелітопольський державний педагогічний університет імені Богдана Хмельницького

Анотація. Проведено аналітичний огляд конструктивних особливостей фонтанних насадок. Встановлено, що технічні огріхи при їх виготовленні перешкоджають формуванню чіткої геометрії водного малюнка, спричиняють надмірне розбризкування, збільшують енерговитрати насосного обладнання та провокують виникнення зайвого шуму. Такі дефекти призводять до невідповідності виробу проектним характеристикам та ускладнюють його подальшу експлуатацію.

Для подолання вказаних проблем розроблено математичний підхід до обчислення параметрів профілю насадки. В основі методу лежить побудова робочої поверхні шляхом інтерполяції дискретно представлених кривих (ДПК) із застосуванням серединних перпендикулярів. Паралельно з теоретичною методикою створено програмний комплекс для автоматизованого проектування деталей у середовищі CAD-системи AutoCAD.

Ключові слова: експлуатаційний діапазон, акустичне навантаження, розбризкування, дискретно представлена крива (ДПК), супроводжуюча ламана лінія (СЛЛ), інтерполяційна модель, серединні перпендикуляри, кути суміщення, осциляція, ідентичність згущення.

Вступ

Ключове завдання будь-якого фонтанного комплексу — забезпечення динаміки водного середовища. Для створення естетичних водяних композицій першочерговим фактором є наявність необхідного об'єму ресурсу в природному або штучному резервуарі. Параметри чаші безпосередньо корелюють із обраним типом фонтану та бажаними візуальними ефектами: від лагідної течії та каскадних водоспадів до вертикальних струменів або складних просторових структур, що формуються системою насадок. При проектуванні магістральних трубопроводів та підборі потужності насосів критично важливо враховувати показники тиску та витрати води кожної окремої насадки.

Аналіз останніх досліджень

Процес проектування насадок базується на спеціалізованих гідравлічних обчисленнях [1, 2]. Проте реальні експлуатаційні показники суттєво залежать від точності геометричної форми, вибору матеріалів та дотримання технології виготовлення. Технологічно недосконалі насадки не здатні забезпечити проектну конфігурацію струменя, вимагають надлишкової потужності від насоса та порушують загальну концепцію фонтану через шум і розбризкування.

Найбільш доцільним матеріалом для гідравлічних вузлів визначено спеціальні мідні сплави. Вони демонструють високу корозійну стійкість (що запобігає появі каверн при довготривалому контакті з водою), добре піддаються механічній обробці та фінішному шліфуванню, а також мають оптимальну ринкову вартість.

Визначившись із типом насадки відповідно до бажаного візуального ефекту, необхідно детально проаналізувати її ключові параметри:

– *робочий діапазон* – кожен виріб розрахований на конкретну висоту та конфігурацію струменя. Ці показники прямо залежать від вхідного тиску, об'єму подачі води, а також від геометричного профілю робочої поверхні;

– *залежність від рівня води* – насадки, чий малюнок не залежить від коливань рівня, можна розміщувати на будь-якій висоті від поверхні. Проте помилки при монтажі таких вузлів призводять до спотворення водної композиції;

– *рівень шуму* – некоректна геометрія внутрішніх каналів насадки створює акустичний дискомфорт, перетворюючи звук води на подразник;

– *вітростійкість (радіус бризок)* – певні типи водних малюнків є надзвичайно вразливими навіть до слабких повітряних потоків.

Беручи до уваги виявлені недоліки фонтанних насадок, що спричиняють деформацію водного стовпа та надмірне бризкоутворення, постає задача розробки методології геометричного моделювання внутрішніх поверхонь таких пристроїв.

Основний матеріал дослідження

Аналіз традиційних конструкцій насадок, що формують основні вертикальні струмені, показав, що їхній внутрішній перетин має вигляд, представлений на рисунку 1.



Рисунок 1 – Внутрішній перетин традиційних конструкцій фонтанних насадок

Ця конфігурація базується на використанні двох кінцевих поверхонь, що спрямовані назустріч одна одній і мають радіусне спряження в місці стику. Дослідження геометрії таких поверхонь дозволило встановити, що саме наявність прямолінійних твірних (кінцевих ділянок) часто перешкоджає формуванню стабільного водного малюнка та провокує турбулентність і бризки.

Впровадження криволінійних твірних при проектуванні внутрішнього контуру дозволяє отримати прогнозовану та «чисту» форму основного водного стовпа. На рисунку 2 зображено схему перетину насадки нової конструкції. Виготовлення за такою схемою забезпечує оптимальну траєкторію руху рідини та суттєво знижує гідравлічний опір.



Рисунок 2 – Внутрішній перетин запропонованої конструкції фонтанних насадок

Для пристроїв такого типу найбільш ефективним технічним підходом є формування криволінійного профілю через ущільнення дискретної множини точок із застосуванням методу серединних перпендикулярів [3, 4].

На рисунку 3 наведено принципову схему генерації внутрішнього профілю форсунки. Він складається з трьох криволінійних сегментів: дві опуклі ділянки з'єднуються увігнутою, при цьому точки переходу між ними чітко зафіксовані. Усі сегменти описуються дискретним набором опорних вузлів — дискретно представленою кривою (ДПК). Для спрощення візуалізації на схемі відображено мінімальну кількість точок ДПК. Точки спряження, показані на попередніх рисунках, у цій моделі виступають як точки переходу.

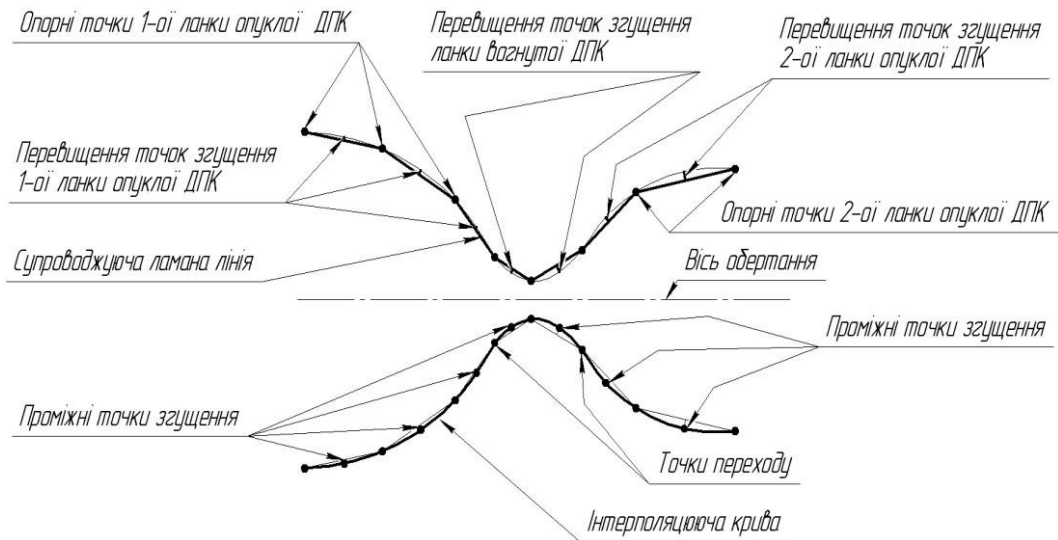


Рисунок 3 – Принципова схема побудови внутрішнього профілю форсунки

Супроводжуюча ламана лінія (СЛЛ) надає можливість контролювати геометричні параметри контуру внутрішньої порожнини форсунки до моменту виконання встановленої умови, при якій $\varepsilon \geq 0$ – тобто до досягнення гранично малого, заздалегідь визначеного значення (рис. 3).

На рисунку 4 продемонстровано математичну модель для обчислення просторових координат додаткових точок згущення дискретно представленої кривої (ДПК) на основі методу серединних перпендикулярів.

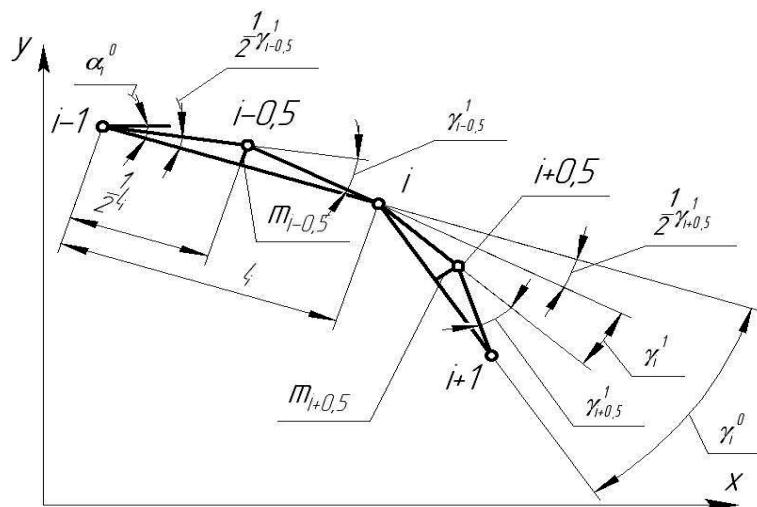


Рисунок 4 – Розрахункова модель для обчислення координат вузлів ущільнення ДПК методом серединних перпендикулярів

Припустимо, що кожний сегмент супроводжуючої ламаної лінії (СЛЛ) орієнтований від попереднього вузла ДПК до наступного. Кутом нахилу α_i i -ої ланки СЛЛ відносно осі Ox вважається кут, сформований між додатним напрямком даної ланки та віссю Ox . У випадку, коли вісь Ox суміщається з вектором ланки шляхом найкоротшого повороту проти ходу годинникової стрілки, значення кута приймається як додатне.

Для розв'язання задачі пропонується підхід, що базується на дискретній інтерполяції неоднозначних дискретно представлених кривих (ДПК) з використанням кутів суміжності (рис. 5).

```
var
  // Змінна AutoCAD
  AutoCAD: OleVariant;
// Масив змінних декартових координат точок
  x, y: array of real;
  l, d, u, m, n: array of real;
  i, j, len, c, bg: integer;
// Масив змінних декартових координат точок згущення
  tmp, tX, tY: real;
  tmpX, tmpY: array of real;
```

Рисунок 5 – Фрагмент програмного коду (лістинг) з ініціалізацією робочих змінних

Згідно з прийнятою схемою ущільнення (рис. 5), додаткові точки формуються на серединних перпендикулярах до відповідних відрізків СЛЛ вихідної кривої. Графічний аналіз рис. 5 дозволяє встановити певні геометричні залежності між параметрами ланок та кутами.

Бачимо, що

$$\frac{1}{2}\gamma_i - 0,5, \text{ а } \frac{1}{2}\gamma_i + 0,5.$$

Фундаментальна тотожність процесу згущення, що базується на кутах суміжності [5–7], записується як:

$$\gamma_{i-0,5}^1 + 2\gamma_i^1 + \gamma_{i+0,5}^1 = 2\gamma_i^0, \quad i = \overline{1; n-1}. \quad (1)$$

Дана система (1) складається з $(n-1)$ рівнянь та містить $(2n-1)$ невідомих параметрів. Таким чином, для знаходження однозначного розв'язку потрібно визначити додаткові n умов. Слід підкреслити, що система (1) не є різницевою схемою другого порядку, оскільки в ній не передбачені проміжні вирази, які б пов'язували кути суміжності ланок ущільненої ДПК у двох суміжних вузлах та в точках γ_i^1 згущення, розташованій $\gamma_{i+0,5}^1$ між ними.

Оскільки відомості щодо формування таких виразів відсутні, виникає потреба у пошуку альтернативних методів розв'язання системи (1). Зокрема, це може бути реалізовано шляхом встановлення додаткових обмежень на кореляцію між кутами γ^1 . У практичному проектуванні доцільно зберігати один вільний параметр, що дозволить гнучко керувати геометричною формою ДПК під час її ущільнення.

Спираючись на розрахункову модель обчислення координат точок згущення ДПК методом серединних перпендикулярів (рис. 5), сформульовано базовий алгоритм ітераційного ущільнення, який передбачає виконання таких етапів:

1. Обчислюються показники кутів суміжності $\gamma_{i-0,5}^1, i = 1; n$ для ланок оновленої

(згущеної) ДПК. При цьому обов'язковим критерієм збереження опуклості кривої є виконання системи нерівностей $\gamma_{i-0,5}^1 > 0, i = \overline{1; n}$.

2. Визначаються довжини ланок вихідної СЛЛ

$$l_i = \sqrt{(x_i - x_{i-1})^2 + (y_i - y_{i-1})^2}, \quad i = \overline{1; n}. \quad (2)$$

3. Знаходяться перевищення точок згущення над відповідними хордами

$$m_{i-0,5}^1 = \frac{1}{2} l_i \cdot \operatorname{tg} \frac{\gamma_{i-0,5}^1}{2}, \quad i = \overline{1; n}. \quad (3)$$

4. Визначаються координати точок згущення

$$\begin{aligned} x_{i-0,5} &= \frac{x_i + x_{i-1}}{2} - m_{i-0,5}^1 \cdot \sin \alpha_{i-1}^0, \\ y_{i-0,5} &= \frac{y_i + y_{i-1}}{2} + m_{i-0,5}^1 \cdot \cos \alpha_{i-1}^0, \quad i = \overline{1; n}. \end{aligned} \quad (4)$$

Розглянемо більш детально процедуру обчислення кутів суміжності для ущільненої ДПК, що базується на впровадженні допоміжних залежностей між кутами суміжності у фундаментальну тотожність (1). Серед найбільш елементарних варіантів таких співвідношень можна виділити наступні:

– вибір γ_{\min}^1 мінімального із всіх можливих для того, щоб усі кути суміжності ланок СЛЛ в точках згущення прийняти рівними визначеному γ_{\min}^1 . При цьому

$$y_{\min}^1 = \frac{1}{2} y_{\min}^0, \quad \text{де } y_i^0 > 0; \quad (5)$$

– вибір $\gamma_{\text{сер}}^1$ із умови

$$y_{i-0,5}^1 = \frac{1}{2} \min(y_{i-1}^0, y_i^0), \quad i = \overline{1; n-1}. \quad (6)$$

Таким чином, величина кута суміжності в точках ущільнення встановлюється як половина від найменшого значення кутів суміжності ланок СЛЛ вихідної ДПК у прилеглих до цієї точки вузлах.

Цілком очевидно, що за умови такої побудови обчислень жодне з рівнянь системи (1) не втрачає чинності. Це пояснюється тим, що максимальна межа кута суміжності у вузлі, яка ще не спричиняє явища осциляції, є $\gamma_i^1 = 0$. Тоді $\gamma_{i-0,5}^1$ або $\gamma_{i+0,5}^1$ дорівнює γ_i^0 , що є недопустимим як для виразу (5), так і для виразу (6).

Отже, показники всіх кутів суміжності СЛЛ для ущільненої ДПК будуть мати невід'ємні значення. Це стає гарантією того, що при використанні будь-якого із зазначених методів згущення крива не буде піддаватися осциляції.

Слід зауважити, що відповідно до виразу (6) обчислюються також кути суміжності $\gamma_{1,5}$, $\gamma_{2,5}$, ..., $\gamma_{n-1,5}$ в точках згущення. Для незамкненою. Для незамкнених ДПК параметри та залишаються невизначеними $\gamma_{0,5}^1$ і $\gamma_{n-0,5}^1$. У такому випадку доцільно прийняти умови $\gamma_{0,5}^1 = \gamma_{1,5}^1$ та $\gamma_{n-0,5}^1 = \gamma_{n-1,5}^1$. Тоді, спираючись на тотожність (1):

$$y_{0,5}^1 = \frac{1}{3} (2y_1^0 - y_{1,5}^1), \quad y_{n-0,5}^1 = \frac{1}{3} (2y_{n-1}^0 - y_{n-1,5}^1). \quad (7)$$

Відповідно до цієї умови

$$y_{i+0,5}^1 = \frac{1}{2} (y_i^1 + y_{i+1}^1). \quad (8)$$

графічне представлення залежності γ^1 від N (порядкового номера точки) набуде вигляду кусково-лінійної функції з характерними зламами у вузлових точках початкової кривої. Шляхом підстановки рівняння (8) у базову тотожність (1) отримуємо наступний вираз:

вузол 1:

$$2y_{0,5}^1 + 5y_1^1 + y_2^1 = 4y_1^0; \quad (9)$$

проміжні вузли:

$$y_{i-1}^1 + 6y_i^1 + y_{i+1}^1 = 4y_i^0, \quad i = \overline{2; n-2}; \quad (10)$$

передостанній вузол n :

$$y_{n-2}^1 + 5y_{n-1}^1 + 2y_{n-0,5}^1 = 4y_{n-1}^0. \quad (11)$$

Задля підвищення ефективності розрахункового процесу доцільно здійснювати пошук значень кутів суміжності безпосередньо в точках ущільнення, а не у вузлових точках.

Виходячи з базової тотожності (1), отримуємо:

$$y_i^1 = \frac{1}{2}(2y_i^0 - y_{i-0,5}^1 - y_{i+0,5}^1), \quad i = \overline{1; n-1}; \quad (12)$$

Підставляючи рівняння для визначення для γ^1 та γ_{i+1}^1 із (12) в (10), отримуємо різницеву схему другого порядку:

$$\begin{aligned} y_{0,5}^1 + 6y_{1,5}^1 + y_{2,5}^1 &= 2(y_1^0 + y_2^0); \\ \dots\dots\dots; \\ y_{n-2,5}^1 + 6y_{n-1,5}^1 + y_{n-0,5}^1 &= 2(y_{n-2}^0 + y_{n-1}^0). \end{aligned} \quad (13)$$

Запишемо (13) в загальному вигляді

$$y_{i-0,5}^1 + 6y_{i+0,5}^1 + y_{i+1,5}^1 = 2(y_i^0 + y_{i+1}^0), \quad i = \overline{1; n-1}; \quad (14)$$

Схема (14) має для $(n + 1)$ точок вихідної ДПК (починаючи із нульової) $(n - 2)$ рівнянь з n невідомими.

Щоб знайти однозначне розв'язання, необхідно попередньо встановити значення будь-яких двох кутів суміжності γ^1 (наприклад $\gamma_{0,5}^1$ та $\gamma_{n-0,5}^1$) із загальної множини, після чого решта параметрів обчислюється за допомогою системи (13).

Оскільки застосована різницєва схема є стійкою, для її реалізації доцільно використати вискоєфективний метод прогонки. Проте при цьому виникають певні труднощі з вибором початкових умов: їхнє призначення має бути таким, щоб не спровокувати осциляцію розв'язку (умова $\gamma_{n+0,5}^1 > 0, i = 1; n - 1$).

Цілком очевидно, що в просторі початкових параметрів існує конкретна область, яка відповідає цим вимогам. У цій моделі такий простір є двовимірною площиною, а область допустимих розв'язків — це багатокутник, що обмежений прямими, які описують систему нерівностей $\gamma_{i+0,5}^1 > 0$.

Якщо прийняти значення $\gamma_{0,5}^1$ та $\gamma_{n-0,5}^1$, за вихідні умови, то розв'язок перебуватиме в системі координат O , $\gamma_{0,5}^1, \gamma_{n-0,5}^1$ обмежений додатними напрямками осей та граничними прямими $\gamma_{i+0,5}^1 > 0$. Виразивши всі $\gamma_{i+0,5}^1$ із системи (13) через змінні $\gamma_{0,5}^1$ та $\gamma_{n-0,5}^1$, можна стверджувати, що початкова ДПК є опуклою, а область допустимих розв'язків існує завжди.

Цілком очевидно, що аналітичне розв'язання системи (13) та обчислення координат вузлів ущільнення без використання обчислювальної техніки є надзвичайно трудомістким процесом.

Для практичного впровадження розробленої методики проєктування робочих

поверхонь фонтанних насадок було створено спеціалізоване програмне забезпечення. Інструментарієм розробки обрано мову програмування C++ та AutoCAD API [8]. Взаємодія між середовищем розробки та графічним пакетом AutoCAD реалізована через технологію COM-об'єктів, що потребувало трансляції відповідної бібліотеки типів AutoCAD у код C++.

На початковому етапі розробки алгоритму задекларовано ключові змінні, необхідні для обробки геометричних даних (рис. 5).

Робочий процес у програмі починається із завдання координат опорних точок ДПК. Для цього інтерфейс передбачає поля введення координат по осях «X» та «Y», а також функцію «Додати точку». Система є гнучкою: у разі помилкового введення користувач може скористатися командами «Змінити вибрану точку» або «Видалити».

Після завершення формування масиву опорних точок та перевірки їхньої коректності запускається основний цикл обчислень кнопкою «Виконати». Програма розраховує координати точок згущення, забезпечуючи плавність та точність профілю насадки відповідно до технічного завдання (рис. 6).

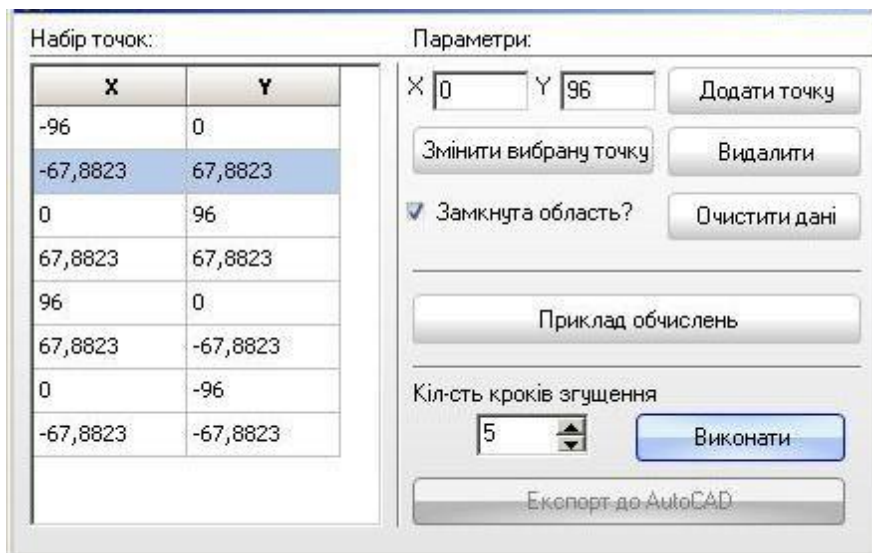


Рисунок 6 – Головне вікно інтерфейсу програми для обчислення вузлів ущільнення

Результатом роботи алгоритму є побудована 3D-модель внутрішньої поверхні насадки, представлена на рисунку 7. Для кращої візуалізації складної внутрішньої геометрії модель продемонстрована з вирізом чверті сектора.

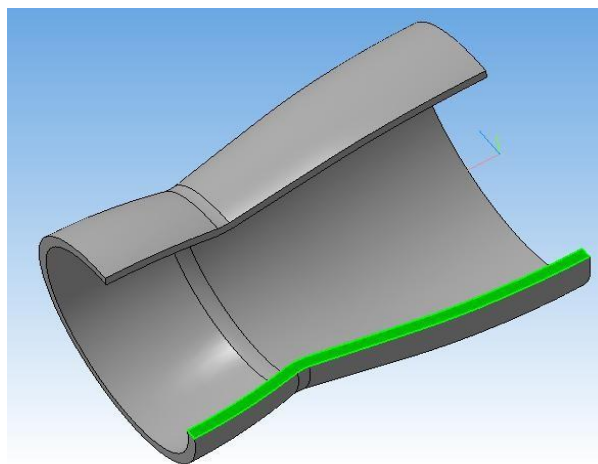


Рисунок 7 – Об'ємна модель робочої поверхні фонтанної насадки, згенерована програмою.

Висновки

У ході дослідження було проаналізовано існуючі конструкції фонтанних насадок та виявлено їхні технічні недоліки. Для їхнього усунення запропоновано авторську методику моделювання робочого профілю, що базується на інтерполяції ДПК методом серединних перпендикулярів. Програмна реалізація цієї методики дозволяє автоматизувати процес проєктування та підвищити якість формування водного струменя.

Література

1. Пажи Д.Г., Галустов В.С. Основи техніки розпилювання рідин. К. Наука, 2018. 220с.
2. Вітман Л.А., Кацнельсон Б.Д., Палеев І.І., Вітман Л.А. Розпилювання рідин форсунками. Київ, Вид-во «Либідь», 2012.
3. Мацулевич О. Є., Дереза О. О., Тетервак І. Р. Використання САД-системи UNIGRAPHICS для технологічної підготовки виробництва корпусних деталей. Удосконалення освітньо-виховного процесу в закладі вищої освіти : збірник науково-методичних праць ТДАТУ. 2023. Вип. 26. С. 166-175.
4. Мацулевич О.Є. Застосування спеціалізованої PLM-системи Technologi CS при розробці автоматизованої системи ведення конструкторсько-технологічних баз даних підприємства сільськогосподарського машинобудування. *Праці ТДАТУ*, 2024. Вип. 24. Т. 1, doi: 10.32782/2078-0877-2024-24-1-13).
5. Гавриленко Є. А., Холодняк Ю. В., Мірошниченко М. Ю. Алгоритм моделювання одновимірних обводів за заданими умовами. *Науковий вісник ТДАТУ*, 2022. Вип. 12. Т. 1. № 22.
6. Холодняк Ю. В., Гавриленко Є. А. Розв'язання позиційних задач при моделюванні монотонних кривих ліній. *Сучасні проблеми моделювання*. МДПІ, 2022. Вип. 24. С. 173–181.
7. Вершков О. О., Бондаренко Л. Ю., Антонова Г. В., Тетервак І. Р. Аналіз дослідної експлуатації програмного модулю розрахунку норм часу обробки деталей сільськогосподарської техніки. Сучасні комп'ютерні та інформаційні системи і технології: матеріали III Всеукр. наук.-практ. інтернет-конф. (Запоріжжя, 12-19 грудня 2022 р.) Запоріжжя: ТДАТУ, 2022. С. 94–100.
8. Мацулевич О. Є., Зінов'єва О. Г. Розв'язання задач аналізу тренд- сезонних часових рядів. *Праці ТДАТУ*, 2019. Вип. 19. Т. 2. С. 264–270.

UDC 514.18

Methodology for Calculating the Functional Surfaces of Nozzles for Fountains with Specified Characteristics

Y. Havrylenko, G. Antonova, A. Chaplinskyi

Dmytro Motornyi Tavria State Agrotechnological University

D. Spiritsev

Bogdan Khmelnytsky Melitopol state pedagogical university

Summary

The primary goal of any fountain installation is to enable the dynamic motion of water. To build visually appealing compositions, it is essential to have an adequate supply of water, which can be sourced from natural or man-made reservoirs, as well as pools. The selection of a water storage solution is closely linked to the specific fountain category and the intended visual outcomes. These outcomes vary from gentle, smooth flows and small creeks to energetic waterfalls, high-altitude vertical jets, or sophisticated spatial arrangements created by multiple specialized nozzles. When engineering the hydraulic network and choosing pump equipment, it is vital to account for the precise pressure and flow rate requirements of each nozzle.

The most suitable material for the production of hydraulic nozzle components is specialized copper-based alloys. Such materials demonstrate high resistance to corrosion, ensuring that no surface cavities develop during long-term exposure to water, while also being cost-effective and easy to machine or polish with precision. Once the nozzle type is selected based on the desired visual effect, focus must be placed on its operational range, how it reacts to water level changes, the amount of noise it produces, and its stability under wind conditions, which affects the splash radius.

An investigation into fountain nozzle architectures revealed that substandard manufacturing prevents the creation of accurate water geometries and leads to excessive splashing and increased energy consumption by the pump. Furthermore, such nozzles often fail to meet their specified technical data, causing acoustic issues and operational difficulties that hinder the full realization of the original fountain design. To resolve these technical gaps, a mathematical approach for determining nozzle profile points has been introduced, utilizing surface construction via Discrete Point Curve interpolation and the method of perpendicular bisectors. Along with this geometric modeling framework, a software tool has been created to facilitate automated design within the AutoCAD environment.

Keywords: *working range, noise level, splash formation, discretely represented curve (DRC), accompanying broken line (ABL), interpolation, median perpendiculars, alignment angles, oscillation, condensation identity.*