

DOI <https://doi.org/10.32782/2078-0877-2026-26-2-17>

УДК 620.92:631.862:519.876

О. Г. Скляр¹, канд. техн. наук

ORCID: 0000-0002-0456-2479

Р. В. Скляр¹, канд. техн. наук

ORCID: 0000-0002-1547-5100

Б. В. Болтянський¹, канд. техн. наук

ORCID: 0000-0003-2072-4025

В. Д. Акулов¹, аспірантО. С. Пушка², канд. техн. наук

ORCID: 0000-0002-6481-8536

¹Таврійський державний агротехнологічний університет імені Дмитра Моторного²Уманський національний університет

e-mail: radmila.skliar@tsatu.edu.ua

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ НАКОПИЧЕННЯ МЕТАНОУТВОРЮЮЧИХ МІКРООРГАНІЗМІВ В АНАЕРОБНОМУ БІОФІЛЬТРИ

Анотація. У статті розроблено математичну модель процесу накопичення метаноутворюючих мікроорганізмів в анаеробному біофільтрі біогазової установки. Обґрунтовано кінетичні залежності, що описують вплив концентрації органічної речовини, дози завантаження метантенка та конструктивних параметрів носіїв на швидкість утворення біогазу. Модель побудована з використанням рівнянь Моно та враховує процес закріплення активної біомаси на поверхні носія. Запропонований підхід дозволяє інтенсифікувати анаеробне зброджування гнойових стоків і підвищити енергетичну ефективність біогазових установок.

Ключові слова: анаеробне зброджування, метаноутворюючі мікроорганізми, біофільтр, математична модель, біогаз, гнойові стоки, інтенсифікація процесу.

Постановка проблеми. Зростання обсягів органічних відходів тваринництва та птахівництва потребує впровадження ефективних технологій їх анаеробної переробки з одночасним підвищенням енергетичної продуктивності біогазових установок [1, 2]. Однією з ключових проблем метанового зброджування є винос активної метаногенної мікрофлори з реактора при збільшенні дози завантаження субстрату, що призводить до зниження швидкості газоутворення та нестабільності технологічного процесу. Традиційні метантенки без систем утримання біомаси мають обмежені можливості інтенсифікації процесу через залежність від гідравлічного часу утримання та концентрації органічної речовини [3, 4]. Використання анаеробних біофільтрів дозволяє створити умови для накопичення метаноутворюючих мікроорганізмів на поверхні носіїв, однак відсутність адекватних математичних моделей, що враховують динаміку росту та закріплення біомаси, ускладнює оптимізацію конструктивних і технологічних параметрів [5–7]. Таким чином, виникає необхідність розроблення математичного інструментарію для прогнозування швидкості утворення біогазу залежно від параметрів біофільтра та режимів роботи метантенка.

Аналіз останніх досліджень. Сучасні дослідження в галузі анаеробного зброджування спрямовані на підвищення ефективності біогазових установок шляхом оптимізації температурних режимів, систем перемішування, дозування субстрату та утримання активної біомаси в реакторі [8–10]. Значна увага приділяється використанню кінетичних моделей, заснованих на залежностях типу Моно, що описують швидкість росту мікроорганізмів залежно від концентрації субстрату [11, 12]. У наукових публікаціях розглядаються питання підвищення метановиділення через збільшення площі поверхні носіїв у біофільтрах, застосування структурованих або гранульованих матеріалів, а також впровадження реакторів із фіксованою або псевдозрідже-

ною біомасою [13, 14]. Разом із тим, більшість моделей орієнтована на традиційні реактори без урахування специфіки накопичення біомаси на носіях складної геометрії. Недостатньо дослідженим залишається питання кількісного зв'язку між конструктивними параметрами біофільтра, товщиною шару закріплених мікроорганізмів та зміною швидкості утворення біогазу [15]. Це зумовлює актуальність розроблення комплексної динамічної моделі процесу накопичення метаногенів у біофільтрі біогазової установки.

Формулювання мети статті. Метою статті є розроблення та теоретичне обґрунтування математичної моделі процесу накопичення метаноутворюючих мікроорганізмів в анаеробному біофільтрі біогазової установки, що дозволяє встановити функціональний зв'язок між конструктивними параметрами носіїв, режимами завантаження метантенка та швидкістю утворення біогазу для інтенсифікації процесу анаеробного зброджування органічних відходів.

Основна частина. Основним напрямком підвищення інтенсивності утворення біогазу при переробці гнойових стоків є штучне збільшення метаноутворюючих мікроорганізмів у метантенці, при якій винос метаноутворюючих мікроорганізмів і неперебродилої сировини зменшуються. При анаеробній переробці гнойових стоків збереження метаногенної мікрофлори в метантенці має першорядне значення, оскільки компенсувати втрати її з камери зброджування можна тільки шляхом збільшення тривалості переробки, тому що в перероблюваному гної є достатня концентрація органічних речовин. Однак, цей варіант, тобто збільшення тривалості переробки гною, призводить до збільшення енергетичних витрат і собівартості виробленого продукту [16].

Необхідною умовою вдосконалення процесу переробки гнойових стоків є утримання метаноутворюючих мікроорганізмів у робочій камері метантенка. Це головний технологічний принцип роботи всіх анаеробних фільтрів, реалізація якого можлива на основі здатності метанових мікроорганізмів створювати закріплені макроструктури.

Накопичення метаноутворюючих мікроорганізмів в анаеробному біофільтрі [16] відбувається в умовах мінливих зовнішніх впливів, зумовлених численними і різноманітними факторами: температура, вологість, доза і періодичність завантаження метантенка, фізико-механічні властивості гнойового стоку, вміст органічних речовин в сировині тощо.

Вхідні параметри процесу переробки гнойових стоків поділяються на зовнішні та внутрішні. Зовнішні параметри описують умови функціонування метантенку [17], а внутрішні параметри характеризують елементи біофільтра (форма, кількість робочих органів, конструкція частин тощо), властивості перероблюваної сировини та стан метаноутворюючих мікроорганізмів у системі (зміна температури та вологості сировини, швидкості накопичення, діяльності та концентрації анаеробних мікроорганізмів, кінетика анаеробної переробки тощо).

Розглядаючи функціонування метантенка [18] як реакцію на вхідні впливи і позначивши через $\bar{Y} = (Y_1, Y_2, \dots, Y_n)$ – вектор вихідних параметрів, а через $\bar{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ і $\bar{F} = (F_1, F_2, \dots, F_n)$ відповідно вектори зовнішніх і внутрішніх параметрів, представимо модель функціонування біогазової установки у вигляді (рис. 1).

Загальна математична модель процесу утворення біогазу може бути представлена за принципом вхід-вихід у такому вигляді:

$$\bar{Y} = A(\bar{F}); \bar{X} \quad (1)$$

Побудова математичної моделі метантенка полягає у визначенні виду оператора $A = A(\bar{F})$, що визначає алгоритм перетворення зовнішніх впливів $\bar{X}$ у вихідні параметри $\bar{Y}$. Структура оператора A залежить не тільки від конструктивної схеми метантенка з біофільтром, але й від значення внутрішніх параметрів.

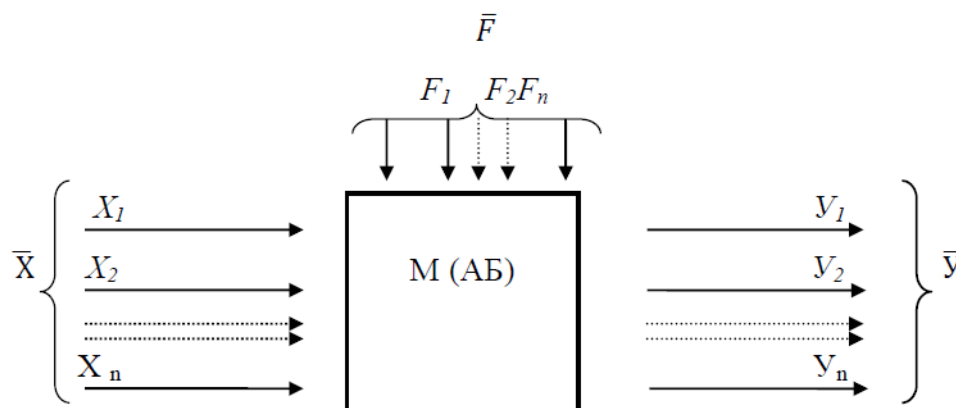


Рис. 1. Модель функціонування метантенку з біофільтром

Динамічну модель функціонування метантенку з біофільтром представимо в такому вигляді М(АБ) (рис. 2) [19].

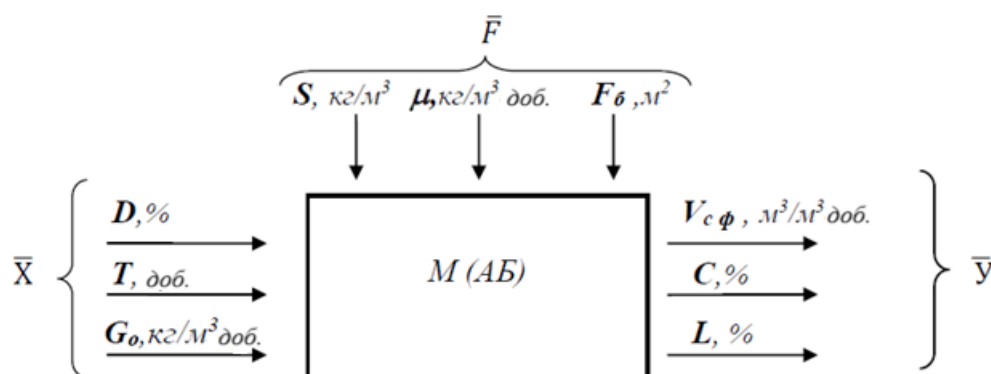


Рис. 2. Динамічна модель функціонування метантенку (М) з біофільтром (АБ)

Вхідні параметри: доза, D , відс., періодичність завантаження T , доб., метантенка і вміст органічної сухої речовини в гнойовому стоці G_ϕ , $\text{кг}/\text{м}^3\text{доб.}$; вихідні параметри: швидкість утворення біогазу $V_{c\phi}$, $\text{м}^3/\text{м}^3\text{доб.}$, метановміст у біогазі C , відс., і ступінь розкладання органічної речовини L , відс.; внутрішні параметри: вихідна концентрація органічних речовин у субстраті S , $\text{кг}/\text{м}^3$, максимальна швидкість росту мікроорганізмів у заданому процесі ферментації μ $\text{кг}/\text{м}^3\text{доб.}$, загальна площа поверхні носія біофільтра F_ϕ , м^2 .

Теоретичною основою для побудови математичної моделі процесу накопичення метаноутворюючих мікроорганізмів у біологічних фільтрах стала кінетична модель Конто, яка може бути застосована до ширшого класу органічних відходів. Вона описує швидкість утворення біогазу V_c , $\text{м}^3/\text{м}^3\text{доб.}$, залежно від технологічних параметрів процесу анаеробної переробки гною [15, 17, 20]:

$$V_c = \frac{V_\phi S}{\tau_y} \left(1 - \frac{K_s}{\mu \tau_y - 1 + k_s} \right) \quad (2)$$

де V_ϕ – граничний вихід біогазу з органічної речовини заданого складу при нескінченному часі переробки τ_y (діб), $\text{м}^3/\text{кг}$;

S – початкова концентрація органічної речовини в гної, $\text{кг}/\text{м}^3$;



μ – максимальна швидкість росту мікроорганізмів у заданому процесі переробки, $\text{кг}/\text{м}^3 \text{доб.}$;
 k_s – кінетичний параметр (константа напівнасичення).

Швидкість утворення біогазу $V_{c\phi}$, $\text{м}^3/\text{м}^3 \text{доб.}$, з накопиченою активною біомасою метаноутворюючих мікроорганізмів в анаеробному біофільтрі визначаємо за виразом:

$$V_{c\phi} = V_c + \Delta V, \quad (3)$$

де V_c – швидкість газоутворення в традиційній біогазовій установці, $\text{м}^3/\text{м}^3 \text{доб.}$;

ΔV – зміна швидкості газоутворення в метантенці з біофільтром, $\text{м}^3/\text{м}^3 \text{доб.}$

Звідси випливає, що ΔV може залежати від таких параметрів:

$$\Delta V = f(X_{\phi m}, F_{\phi}, S, L, dS/d\tau_u, \mu, \tau_u \text{ тощо}), \quad (4)$$

де $X_{\phi m}$ – маса анаеробних бактерій, накопичених на носіях біофільтра, $\text{кг}/\text{м}^3$;

F_{ϕ} – загальна площа поверхні носія лопатей біофільтра, м^2 ;

S – концентрація органічної речовини в перероблюваному гної, $\text{кг}/\text{м}^3$;

L – ступінь розкладання органічної речовини, відс.;

$dS/d\tau_u$ – зміна концентрації органічної речовини в гної за час переробки τ_u ;

μ – швидкість росту мікроорганізмів у біофільтрі, $\text{кг}/\text{м}^3 \text{доб.}$

Тоді, зміну швидкості утворення біогазу в анаеробному біофільтрі визначаємо як:

$$\Delta V = X_{\phi m} K_{\phi} (\mu / S), \quad (5)$$

де K_{ϕ} – коефіцієнт утворення біогазу з одиниці активної біомаси біофільтра, $\text{м}^3/\text{кг}$.

Швидкість накопичення активної біомаси в метантенку залежить від концентрації органічної сировини і виражається залежністю, запропонованою Ж. Моно [21, 22]:

$$\frac{dS}{d\tau} = \frac{k_m \cdot Sx}{k_s + S}, \quad (6)$$

де k_m – максимальна питома швидкість переробки гною, $\text{кг}/(\text{м}^3 \text{доб.})$;

k_s – константа Моно, що дорівнює концентрації субстрату, при якій питома швидкість росту біомаси в метантенку відповідає:

$$\mu = 1/2\mu_m, \text{ доб.}^{-1}. \quad (7)$$

Масу накопичених анаеробних бактерій на поверхнях носія лопатей анаеробного біофільтра визначаємо за виразом:

$$X_{\phi m} = F_{\phi} \delta \rho_{\phi}, \quad (8)$$

де δ – товщина шару накопичених мікроорганізмів у біофільтрі, $\text{м}/\text{м}^3$;

ρ_{ϕ} – щільність мікроорганізмів, $\text{кг}/\text{м}^3$.

Звідси загальна площа поверхні носія лопатей F_{ϕ} , м^2 , розробленого нами кулястого біофільтра, визначається наступним чином:

$$F_{\phi} = F_l n_l = \pi d_{ш} l_{ш} n_l, \quad (9)$$

де F_l – загальна площа поверхні носія (капроновий шнур) лопатей біофільтра м^2 ;

n_l – кількість лопатей біофільтра, шт.;

$d_{ш}$ – діаметр капронового шнура, м;

$l_{ш}$ – загальна довжина шнура, м.

Після перетворень виразу (2) швидкість утворення біогазу з накопиченими метаноутворюючими мікроорганізмами в анаеробному біофільтрі прийме вигляд:

$$V_{c\phi} = B \frac{S}{\tau_u} \left(1 - \frac{K_s}{\mu \tau_u - 1 + K_s} \right) + [X_{\phi m} K_{\phi} (\mu / S)]. \quad (10)$$



Отже, отримаємо математичну модель процесу накопичення метаноутворюючих мікроорганізмів на носіях кулястого біофільтра, що характеризується швидкістю утворення біогазу V_{cf} , $\text{м}^3/\text{м}^3\text{доба}$, у такому вигляді:

$$V_{cf} = V_c + [X_{om} K_o (\mu / S)]. \quad (11)$$

Розроблена математична модель процесу накопичення метаноутворюючих мікроорганізмів у біофільтрі дозволяє інтенсифікувати процес анаеробної переробки органічних стоків тваринництва в біогазовій установці (БГУ). У зв'язку з цим, продуктивність біогазової установки знаходиться у функціональній залежності від структурних елементів біофільтра (діаметра, кількості лопатей і площі поверхні носіїв), з підвищенням розмірів яких, збільшуються процес накопичення метаногенної мікрофлори і швидкість утворення біогазу. Концентрація метаноутворюючих мікроорганізмів і інтенсивність утворення біогазу різко знижуються при збільшенні дози завантаження гною в метантенк. Це відбувається внаслідок видалення з метантенку колоній метаноутворюючих мікроорганізмів з переробленою дозою вивантаженого гною, що, в свою чергу, призводить до скорочення загального обсягу газотворення [23].

За розробленою математичною моделлю (10) і системним аналізом процесу накопичення метаноутворюючих мікроорганізмів на носіях біофільтра розроблена структурна модель технології анаеробної переробки гнойових стоків у метантенку, яка складається з таких елементів: ЕМЗ – енерго-мікробіологічні засоби, ТЗ – технічні засоби та ЕТЗ – енерго-технічні засоби.

Розроблена модель дозволяє простежити процес інтенсифікації анаеробної переробки гнойових стоків у біогазовій установці шляхом накопичення метаноутворюючих мікроорганізмів у кулястому біофільтрі, який є конструктивним елементом метантенка, а також керуючий пристрій (КП) енерго-технологічними (ЕТП) і мікробіологічними процесами (МБП). Критеріями оцінки технологічного процесу інтенсифікації анаеробного зброджування гнойових стоків, які представлені в структурній моделі, є накопичувальні властивості та фізико-структурні характеристики носіїв анаеробного біофільтра. Накопичення метаноутворюючих мікроорганізмів в анаеробному біофільтрі характеризується швидкістю утворення біогазу, в результаті чого отримаємо енергетичні показники роботи біогазової установки при переробці гнойових стоків (рис. 3).

Однією з основних величин, що підлягають визначенню при проектуванні цехів з переробки гнойових стоків в анаеробних умовах, є доза завантаження метантенку, від якої залежить місткість камери зброджування і тривалість переробки стоків.

Експериментальними дослідженнями, проведеними провідними фахівцями [21–24] встановлено, що від дози завантаження вихідного гною в метантенк залежать ефективність процесу зброджування, ступінь розкладання органічних речовин, що містяться в ньому, обсяги одержуваного біологічного газу з реактора, а, отже, величина капітальних і експлуатаційних витрат. Доза завантаження метантенку вибирається з умови надійного захисту навколишнього середовища від забруднення та ефективного виробництва органічних добрив. Охорона навколишнього середовища забезпечується при повному знезараженні гною в процесі зброджування від елементів і хвороботворних мікроорганізмів, а якість органічних добрив визначається ступенем розпаду беззольної органічної речовини [20].

Звідси випливає, що при накопиченні метаногенної мікрофлори на носіях біофільтра контролюючим параметром є швидкість утворення біогазу V_{cf} , $\text{м}^3/\text{м}^3\text{доб.}$, в одиницю часу перероблюваної сировини, яка залежить від дози завантаження метантенка D , відс.

$$D = \frac{\rho_o V_{cf}}{L_{pH} G_o K_o} 100^2, \quad (12)$$

де ρ_o – щільність біогазу, $\text{кг}/\text{м}^3$;

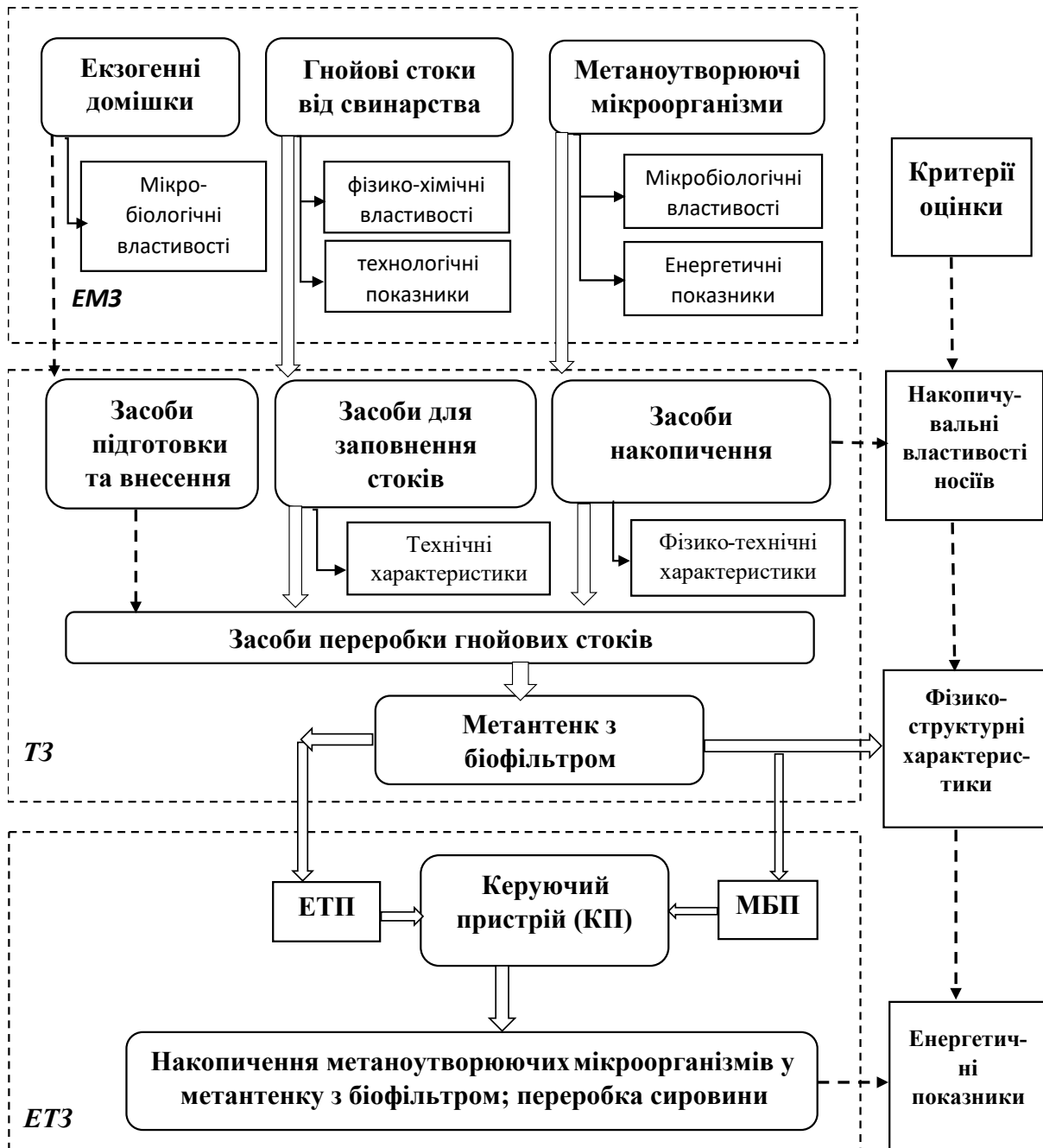


Рис. 3. Структурна модель технології анаеробної переробки гнойових стоків свинарства: ЕМЗ – енерго-мікробіологічні засоби; ТЗ – технічні засоби; ЕТЗ – енерго-технічні засоби; ЕТП – енерго-технологічний процес; МБП – мікробіологічний процес

L – ступінь розкладання органічної речовини, відс.;

G_o – маса органічної речовини в перероблюваному гнойовому стоці, кг/м³доб.;

ρ_H – щільність гнойового стоку, кг/м³;

K_6 – коефіцієнт утворення біогазу з одиниці активної біомаси біофільтра, м³/кг.

Обсяг органічної речовини в зброджуваному гнойовому стоці залежить від його вологості та зольності і визначається за формулою:

$$G_o = G_H (100 - W)(100 - A_c)100^{-2}, \quad (13)$$



де G_n – маса зброджуваного гнойового стоку в метантенку, кг;

W – вологість, відс.;

A_c – зольність гнойового стоку, відс.

Доза завантаження метантенку D , відс., є фактором, на якому базується весь хід процесу метанового зброджування і при цьому, даний фактор зумовлює ступінь біологічної конверсії органічної речовини. Вона вказується за обсягом і беззольною речовиною. Доза завантаження за обсягом виражається у відсотках і показує, яку частину обсягу метантенка становить добовий обсяг завантаження субстрату. Доза завантаження за беззольною речовиною – це маса беззольної речовини субстрату в кілограмах, що подається на 1,0 м³ обсягу метантенка на добу [8, 15].

Доза завантаження метантенка за беззольною речовиною D_B , відс., вихідного гною пов'язана з дозою завантаження за обсягом зброджуваної сировини D_3 , відс. такою залежністю:

$$D_B = D_3 (100 - W)(100 - A_c) / 1000. \quad (14)$$

Ефективність виробництва біогазу багато в чому залежить не тільки від властивостей гною і схем його переробки, але і від технологічного процесу, конструктивних параметрів біогазової установки, а також температури навколишнього середовища.

Головним показником технологічного процесу утворення біогазу є тривалість зброджування гною в метантенці τ , діб, і визначають таким чином:

$$\tau = \frac{V_o \rho_H}{V_{c.f.} G_H}, \quad (15)$$

де V_o – об'єм виділеного біогазу, м³;

$V_{c.f.}$ – швидкість утворення біогазу з зброджуваного гнойового стоку в метантенці з анаеробним біофільтром, м³/м³доб.

Знаючи тривалість зброджування сировини, визначаємо необхідну місткість камери зброджування метантенка V_k , м³, за наступним виразом:

$$V_k = \frac{G_H \tau (1 + \beta)}{\rho_H},$$

де β – коефіцієнт об'ємного розширення гною, д.од.

Висновки. Розроблено математичну модель процесу накопичення метаноутворюючих мікроорганізмів на носіях анаеробного біофільтра, яка враховує кінетичні параметри росту біомаси, концентрацію органічної речовини та конструктивні характеристики фільтруючих елементів. Встановлено функціональну залежність швидкості утворення біогазу від площі поверхні носія, дози завантаження метантенка та ступеня розкладання органічної речовини. Доведено, що збільшення ефективної площі закріплення біомаси сприяє підвищенню концентрації активних метаногенів та інтенсифікації процесу анаеробного зброджування. Отримані результати можуть бути використані для оптимізації конструкції біофільтрів і режимів роботи біогазових установок при переробці гнойових стоків. Запропонована модель створює наукове підґрунтя для підвищення енергетичної ефективності та стабільності функціонування аграрних біогазових систем.

Список використаних джерел

1. Гелетука Г. Г., Железна Т. А. Біоенергетика в Україні. *Матеріали для дебатов з питань енергозбереження*. Івано-Франківськ : Агенств. з розв. «Приватн. ініціативи», 2011. С. 18–23.
2. Матеріали Біоенергетичної асоціації України. URL: <https://uabio.org/>



3. Ратушняк Г. С., Джеджула В. В. Інтенсифікація біоконверсії коливальним перемішуванням субстрату. Вінниця : УНІВЕРСУМ, 2008. 117 с.
4. Скляр Р.В. Методи інтенсифікації процесів метанового зброджування. *Науковий вісник ТДАТУ*. 2014. Вип. 4, т. 1. С. 3–9. URL: <http://nauka.tsatu.edu.ua/e-journals-tdatu/pdf4t1/3.pdf>
5. Скляр О. Г., Комар А. С. Теоретичні аспекти моделювання машинної технології утилізації органічних відходів. *Праці ТДАТУ: наукове фахове видання*. Запоріжжя : ТДАТУ, 2023. Вип. 23, т. 1. С. 104–114. DOI: 10.31388/2078-0877-2023-23-1-104-115.
6. Комар А. С., Акулов В. Д. Технологічні аспекти оптимізації біогазових установок. *Науковий вісник ТДАТУ*. Запоріжжя, 2025. Вип. 15. Т. 1. С. 129–135. DOI: <https://doi.org/10.32782/2220-8674-2025-25-1-15>
7. Комар А. С. Удосконалення конструкції біогазової установки з рекуперацією теплоти збродженої біомаси. *Праці ТДАТУ: наукове фахове видання*. Запоріжжя : ТДАТУ, 2024. Вип. 24. Т. 3. С. 62–70. DOI: 10.32782/2078-0877-2024-24-3-5.
8. Скляр Р. В. Аналіз методів визначення часу перебування та навантаження на метантенк. *Вісник ХНТУСГ ім. П. Василенка*. 2014. Вип. 148. С. 405–412.
9. Скляр Р. В., Скляр О. Г. Обґрунтування способу перемішування субстрату для експериментальної біогазової установки. *Науковий вісник ТДАТУ*. 2020. Вип. 10, т. 1. URL: http://elar.tsatu.edu.ua/bitstream/123456789/11287/1/06.80_2.pdf
10. Болтянський Б. В. Аспекти вдосконалення технології виробництва біогазу. *Праці ТДАТУ: наукове фахове видання*. Запоріжжя : ТДАТУ, 2024. Вип. 24. Т. 1. С. 89–100. DOI: 10.32782/2078-0877-2024-24-1-6.
11. Karne H., Bendre A., Singh A. Mathematical modelling of a pilot scale biogas plant. *Materials Today: Proceedings*, 2023. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2023.01.303> .
12. Abilmazhinov Y., Shakerkhan K., Meshechkin V., Shayakhmetov Y., Nurgaliyev N., Suychinov A. Mathematical Modelling for Evaluating the Sustainability of Biogas Generation through Anaerobic Digestion of Livestock Waste/ *Sustainability*. 2023. Vol. 15, No. 7, 5707. DOI: <https://doi.org/10.3390/su15075707>.
13. Chorukova E., Simeonov I. Mathematical modeling of the anaerobic digestion in two-stage system with production of hydrogen and methane including three intermediate products. *International Journal of Hydrogen Energy*. Vol. 45. Issue 20. 2020. P. 11550–11558. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijhydene.2019.01.228> .
14. Chorukova E., Kabaivanova L., Hubenov V., Simeonov I., Roeva O. Mathematical Model of a Thermophilic Anaerobic Digestion for Methane Production of Wheat Straw. *Processes* , 2022. 10(4). 742. DOI: <https://doi.org/10.3390/pr10040742>
15. Перспективи використання біофільтрів у біогазових установках/ О. Г. Скляр., Р. В. Скляр., Б. В. Болтянський., С. В. Сиротюк, С. В. Коробка // *Праці ТДАТУ. Технічні науки*. Запоріжжя : Видавничий дім «Гельветика». 2025. Вип. 25, т. 1. С. 45–53. DOI: <https://doi.org/10.32782/2078-0877-2025-25-1-6>
16. Біотехнологія відходів тваринницьких підприємств : монографія / М.О. Захаренко та ін. К., 2015. 380 с.
17. Skliar A., Skliar R. Justification of conditions for research on a laboratory biogas plan. *MOTROL: Motoryzacja I Energetyka Rolnictwa*. Lublin, 2014. Vol.16. No2, b. Pp. 183–188.
18. Zobeashia S.S.LT., Abioye O.P., Ijah U.J.J. Design and optimization of anaerobic digestion systems by advanced microbial community dynamics modelling. *Discov. Chem.* 2, 360 (2025). DOI: <https://doi.org/10.1007/s44371-025-00457-9> .
19. Khattabi N.El, Ahlamine I., Abdellah A. Mathematical modelling of the anaerobic digestion process with acidogenic and methanogenic biomasses. *Authorea*. April 14, 2024. DOI: 10.22541/au.171309199.90952619/v1
20. Акулов В.Д. Шляхи підвищення енергетичної ефективності біогазової установки. *Праці ТДАТУ: наукове фахове видання*. Запоріжжя : ТДАТУ, 2024. Вип. 24. Т. 2. С. 27–36. DOI: <https://doi.org/10.32782/2078-0877-2024-24-2-3>
21. Математичне моделювання біоплівки/ Робоча група IWA з моделювання біоплівки, Герман Еберль/ IWA Publishing, 2006. 179 с.
22. Lyberatos G., Skiadas I.V. Modeling of Anaerobic Digestion – A Review. *Global NEST Journal* 2013, 1(2), pp 63–76.
23. Вербинський В.В., Земляний М. Г. Регіональна енергетична політика України та шляхи її реалізації. Дніпропетровськ, 2003. 64 с.



24. Куріс Ю. В. Біоенергетичні установки. Обладнання та технології переробки органічних енергоресурсів : підручник Запоріжжя : ЗДІА, 2012. 348 с.

Дата першого надходження статті до видання: 20.03.2026

Дата прийняття статті до друку після рецензування: 14.04.2026

Дата публікації (оприлюднення) статті: 25.05.2026

Стаття поширюється на умовах ліцензії відкритого доступу (CC BY 4.0)



O. Skliar¹, R. Skliar¹, B. Boltianskyi¹, V. Akulov¹, O. Pushka²

¹Dmytro Motornyi Tavria State Agrotechnological University

²Uman National University

MATHEMATICAL MODELING OF THE PROCESS OF ACCUMULATION OF METHANE-PRODUCING MICROORGANISMS IN AN ANAEROBIC BIOFILTER

Summary

The article presents the development and theoretical substantiation of a mathematical model describing the process of accumulation of methanogenic microorganisms in an anaerobic biofilter integrated into a biogas reactor. The relevance of the study is обусловлена необхідністю підвищення енергетичної ефективності та стабільності роботи біогазових установок, що переробляють manure-based organic waste, where biomass washout and insufficient microbial retention often limit methane productivity. The proposed model is based on kinetic relationships derived from Monod-type equations and extended to incorporate biomass attachment and growth on carrier surfaces within the biofilter structure. The interaction between substrate loading rate, initial organic matter concentration, hydraulic retention time, and structural parameters of the carrier elements is analytically described. Particular attention is paid to the influence of effective surface area and accumulated active biomass thickness on the methane formation rate. A dynamic representation of the anaerobic digestion process is formulated, enabling quantitative evaluation of changes in biogas production intensity under varying operational conditions. The model demonstrates that increasing the specific surface area of the biofilter and optimizing loading dosage significantly enhances microbial concentration within the reactor, reduces biomass washout, and stabilizes methane yield. The obtained results provide a scientific basis for improving the design and operational control of anaerobic digesters equipped with biofilters. Implementation of the developed modeling approach contributes to increased energy efficiency, higher methane productivity, and improved sustainability of agricultural biogas systems operating within a circular bioeconomy framework.

Keywords: anaerobic digestion, methanogenic microorganisms, biofilter, mathematical modeling, methane production, biomass retention, process intensification.