

УДК 514.182.7

Олександр Мацулевич, кандидат технічних наук, доцент,
доцент кафедри інженерної механіки
та комп'ютерного проектування,
Таврійський державний агротехнологічний університет
імені Дмитра Моторного, м. Запоріжжя, Україна

МАТЕМАТИЧНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ПІДСИСТЕМ МАШИННОЇ ГРАФІКИ ТА ГЕОМЕТРИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

Анотація. Для візуалізації моделей у сучасних робочих станціях, де використовуються растрові дисплеї, необхідно виконувати пастеризацію, тобто перетворення моделі у растрову форму. Зворотний процес переходу до векторної форми, що характеризується меншими витратами пам'яті, називається векторизацією. Зокрема, векторизація застосовується для обробки даних, отриманих шляхом сканування зображень у пристроях автоматичного введення.

Ключові слова: математичне забезпечення, проектування САПР, ієрархічні рівні проектування, параметричний синтез, формалізація задач синтезу, інваріанти, сканування зображень, екстремум цільової функції.

Abstract. To visualize models on modern workstations equipped with raster displays, it is necessary to perform rasterization, i.e., the conversion of a model into raster form. The reverse process of converting back to vector form, which requires less memory, is called vectorization. In particular, vectorization is used to process data obtained by scanning images in automatic input devices.

Keywords: mathematical support, CAD design, hierarchical design levels, parametric synthesis, formalization of synthesis problems, invariants, image scanning, objective function extremum.

Математичне забезпечення (МЗ) поєднує математичні моделі проєктованих об'єктів, методи та алгоритми виконання проєктних процедур, які застосовуються в автоматизованому проєктуванні [1-3].

Елементи МЗ є дуже різноманітними, серед них існують інваріантні елементи, що широко використовуються в різних САПР. До таких елементів належать принципи побудови функціональних моделей, методи чисельного

розв'язання алгебраїчних і диференціальних рівнянь, постановка екстремальних задач та методи пошуку екстремуму.

Специфіка предметних областей проявляється насамперед у математичних моделях (ММ) проєктованих об'єктів, а також у методах розв'язання задач структурного синтезу. Форми представлення МЗ також є різноманітними, проте його практичне застосування стає можливим лише після реалізації ПЗ. Процес проєктування в САПР може бути представлений у вигляді схеми (рис. 1.)

Основна частина. Аналіз динамічних процесів здійснюється шляхом розв'язання звичайних диференціальних рівнянь (з відомими початковими умовами) виду [1, 2]:

$$F(dU/dt, V, t) = 0 \quad (1)$$

де $V=(U, W)$ – вектор фазових змінних; U – вектор, що характеризує запаси енергії в елементах об'єкта; t – час.

Рішення ОДУ дозволяє отримати залежність вектора фазових змінних $V=(U, W)$ від t в табличній формі.

Більшість вихідних параметрів Y проєктованих об'єктів є функціоналами залежностей $V(t)$, наприклад визначеними інтегралами, екстремальними значеннями та іншими характеристиками. Розв'язання системи (1) і обчислення вихідних параметрів-функціоналів становлять основу процедури аналізу перехідних процесів.

Аналіз статичних станів об'єктів також може бути виконано шляхом інтегрування рівнянь типу (1), але, оскільки в статиці $dU/dt=0$, такий аналіз може бути зведений до вирішення систем алгебраїчних рівнянь

$$F(V) = 0. \quad (2)$$

При проєктуванні САУ важливе значення має задача аналізу стійкості. Аналіз чутливості полягає у визначенні впливу внутрішніх і зовнішніх параметрів x_i на вихідні параметри y_j . Кількісна оцінка цього впливу подається у вигляді таблиці чутливості A з елементами $a_{ij}=dy_j/dx_i$.

Статистичний аналіз проводиться з метою отримання відомостей про розподіл параметрів u_j при заданих статистичних характеристиках параметрів x_i . Результати статистичного аналізу можуть бути представлені у вигляді гістограм розподілу u_j , а також оцінок числових характеристик розподілів: мат. очікування, дисперсії тощо.

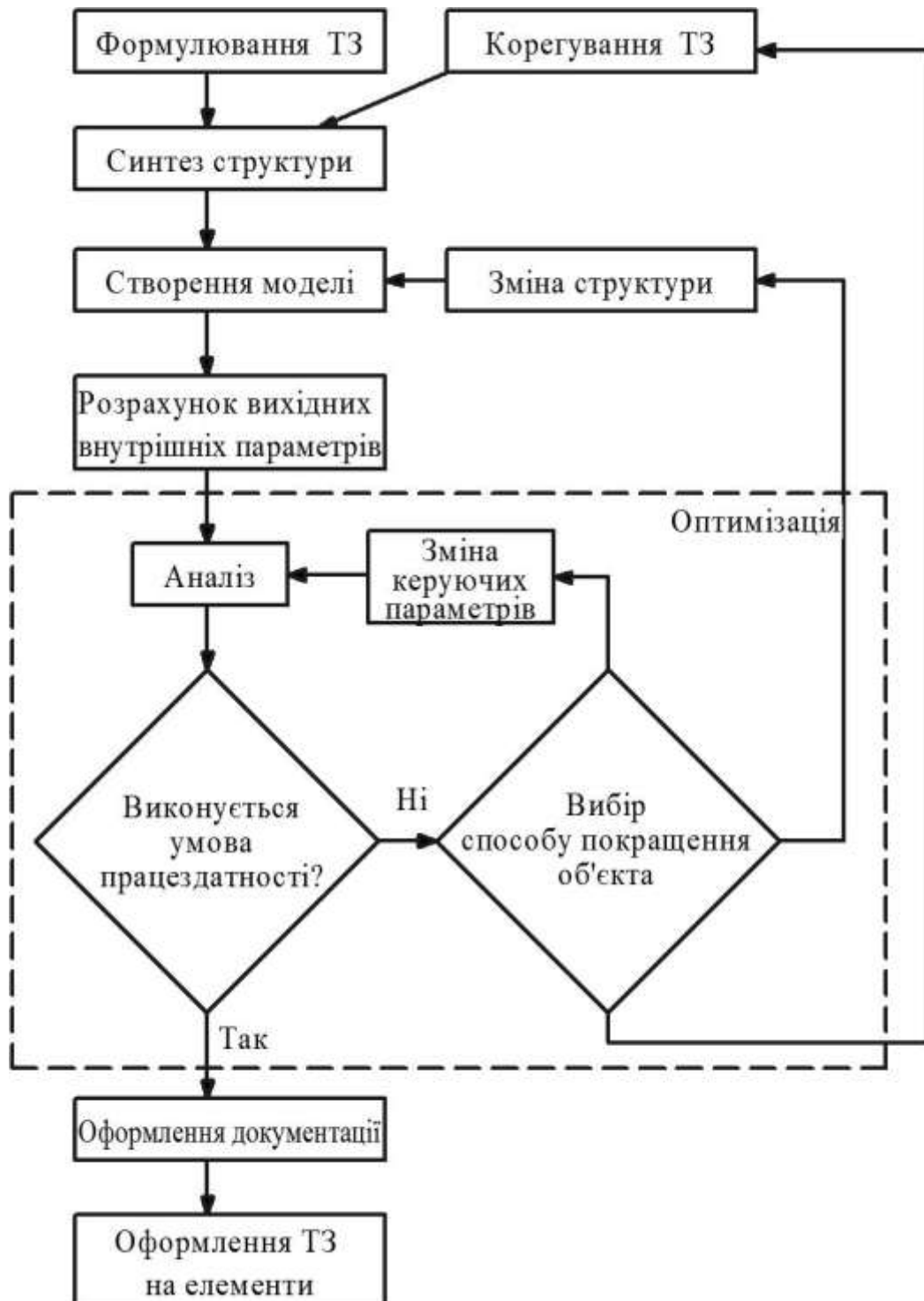


Рис. 1. Схема процесу проектування

До завдань параметричного синтезу відноситься сукупність завдань, пов'язаних з визначенням вимог до параметрів об'єкта, номінальних значень параметрів і їх допусків. Завдання параметричного синтезу можуть бути класифіковані на 3 групи:

- призначення технічних вимог;
- розрахунок параметрів елементів;
- ідентифікація математичних моделей.

Група 1 задач параметричного синтезу пов'язана з формуванням технічних вимог до вихідних параметрів об'єкта.

Група 2 задач параметричного синтезу стосується розрахунку параметрів елементів об'єкта при заданій структурі системи.

Група 3 задач параметричного синтезу пов'язана з визначенням параметрів математичних моделей, що використовуються в САПР, а також із встановленням меж їх адекватності.

Завдання математичного програмування формулюється наступним чином:

$$\text{extr } F(X), \quad X \in XD \quad (3)$$

тобто необхідно знайти екстремум цільової функції $F(X)$, яку називають функцією якості, у межах допустимої області XD зміни керуючих параметрів X . Область XD може задаватися сукупністю обмежень типу нерівностей

$$\phi(X) \geq 0 \text{ та типу рівностей } \psi(X) = 0.$$

Завдання структурного синтезу класифікують за такими ознаками [1-3]:

- залежно від стадії проектування, на якій проводиться синтез;
- в залежності від можливостей формалізації;
- за типом синтезованих структур.

Розглянемо ці завдання більш докладно. Залежно від стадії проектування, на якій проводиться синтез, розрізняють процедури:

- вибір основних ознак функціонування майбутнього об'єкта;
- вибір технічного рішення в рамках заданих принципів функціонування;
- оформлення технічної документації.

Залежно від можливостей формалізації задачі синтезу поділяють на кілька рівнів складності.

До 1-го рівня складності належать задачі, у яких необхідно виконати лише параметричний синтез, а структура об'єкта вже визначена специфікою ТЗ або результатами попередніх етапів проектування.

До 2-го рівня складності належать задачі, для яких можливий повний перебір відомих рішень. Це комбінаторні задачі вибору елементів у скінченних множинах невеликої потужності.

До 3-го рівня складності відносять комбінаторні задачі, які за наявних технічних і програмних засобів неможливо розв'язати методом повного перебору за прийнятний проміжок часу.

До 4-го рівня складності належать задачі пошуку варіантів структур у рахункових множинах невідомої або необмеженої потужності. Формалізація таких задач створює значні труднощі.

найбільші труднощі, проте саме вони відкривають можливість отримання нових оригінальних патентоспроможних рішень.

До 5-го рівня належать задачі синтезу, розв'язання яких є особливо складним і проблематичним. Основна проблема полягає у знаходженні принципово нових підходів до побудови цілого класу технічних об'єктів.

До МЗ аналізу належать математичні моделі, чисельні методи та алгоритми виконання проектних процедур.

Компоненти МЗ визначаються базовим математичним апаратом, характерним для кожного ієрархічного рівня проектування.

На мікрорівні типові математичні моделі представлені диференціальними рівняннями в частинних похідних разом із крайовими умовами [1, 2]. Такі моделі

називають розподіленими, і до них належить значна кількість рівнянь математичної фізики. Об'єктами дослідження на цьому рівні є поля фізичних величин, що необхідно під час аналізу міцності будівельних конструкцій або машинобудівних деталей, дослідження процесів у рідких середовищах, моделювання концентрацій і потоків частинок в електронних приладах тощо.

Кількість одночасно досліджуваних різних середовищ у практично використовуваних моделях мікрорівня не може бути великою через складність обчислень. Значно зменшити обчислювальні витрати в багатокомпонентних середовищах можна лише шляхом використання іншого підходу до моделювання, заснованого на введенні певних припущень.

Допущення, пов'язане з дискретизацією простору, дозволяє перейти до моделей макрорівня. Моделі макрорівня, які також називають зосередженими, являють собою системи алгебраїчних і звичайних диференціальних рівнянь, оскільки незалежною змінною тут залишається лише час t . Спрощення опису окремих компонентів дає можливість створювати моделі процесів у пристроях, приладах і механічних вузлах, кількість компонентів у яких може досягати кількох тисяч.

У випадках, коли кількість компонентів у досліджуваній системі перевищує певний поріг, складність моделі макрорівня знову стає надмірною. Тому, використовуючи відповідні припущення, переходять до функціонально-логічного рівня. На цьому рівні застосовують апарат передаточних функцій для дослідження аналогових (безперервних) процесів, а також апарат математичної логіки та кінцевих автоматів, якщо об'єктом дослідження є дискретний процес, тобто процес із дискретною множиною станів.

Для дослідження ще складніших об'єктів, таких як виробничі підприємства, обчислювальні системи та мережі, соціальні системи й інші подібні структури, використовують апарат теорії масового обслуговування, а також інші підходи, наприклад мережі Петрі. Такі моделі належать до системного рівня моделювання.

Сутність проектування полягає у прийнятті проектних рішень, які забезпечують відповідність майбутнього об'єкта поставленим вимогам. Синтез проектних рішень є основою проектування, адже саме від успішності виконання процедур синтезу значною мірою залежать споживчі властивості майбутньої продукції. Аналіз, у свою чергу, є необхідною складовою проектування, оскільки використовується для верифікації прийнятих проектних рішень. Саме аналіз забезпечує отримання необхідної інформації для цілеспрямованого виконання процедур синтезу в ітераційному процесі проектування. Тому синтез і аналіз є нерозривно пов'язаними між собою.

Синтез поділяють на параметричний і структурний. Проектування починається зі структурного синтезу, під час якого формується принципове рішення. Таким рішенням може бути форма майбутнього літального апарата, фізичний принцип роботи датчика, один із типових варіантів конструкції двигуна або функціональна схема мікропроцесора. Однак ці конструкції та схеми задаються у параметричному вигляді, тобто без конкретних числових значень параметрів елементів. Тому перед початком верифікації проектного рішення необхідно визначити або розрахувати значення цих параметрів, тобто виконати параметричний синтез. Прикладами результатів параметричного синтезу можуть бути геометричні розміри деталей у механічному вузлі або оптичному приладі, параметри електрорадіоелементів в електронній схемі, параметри режимів різання в технологічних операціях тощо.

Якщо за результатами аналізу проектного рішення визнається недостатньо ефективним, розпочинається процес послідовних наближень до прийнятного варіанта проекту. У багатьох випадках для вдосконалення проекту доцільніше змінювати значення параметрів елементів, тобто використовувати параметричний синтез на основі багатоваріантного аналізу. У такому випадку задача параметричного синтезу формулюється як задача визначення таких значень параметрів елементів, які найкраще задовольняють вимоги технічного завдання

при незмінній структурі проєктованого об'єкта. Тоді параметричний синтез називають параметричною оптимізацією або просто оптимізацією [1, 2]. Якщо ж параметричний синтез не дає необхідного результату, повторюють процедури структурного синтезу, тобто на наступних ітераціях змінюють або заново обирають структуру об'єкта.

Підсистеми машинної графіки і геометричного моделювання (МГіГМ) займають центральне місце в машинобудівних САПР [3]. Конструювання виробів у таких системах, як правило, виконується в інтерактивному режимі при роботі з геометричними моделями, тобто математичними об'єктами, які відображають форму деталей, склад складальних вузлів, а також деякі додаткові параметри, наприклад масу, момент інерції чи колір поверхні.

У підсистемах МГіГМ типовий маршрут обробки даних включає отримання проєктного рішення в прикладній програмі, подання цього рішення у вигляді геометричної моделі, підготовку проєктного рішення до візуалізації, безпосередню візуалізацію на апаратурі робочої станції та, за необхідності, коригування рішення в інтерактивному режимі. Дві останні операції реалізуються за допомогою апаратних засобів машинної графіки. Коли йдеться про математичне забезпечення МГіГМ, мають на увазі насамперед моделі, методи та алгоритми геометричного моделювання і підготовки до візуалізації. Часто саме МЗ підготовки до візуалізації називають МЗ машинної графіки.

Розрізняють МЗ двовимірного (2D) і тривимірного (3D) моделювання. Основними сферами застосування 2D-графіки є підготовка креслярської документації в машинобудівних САПР, а також топологічне проєктування друкованих плат і кристалів ВІС у САПР електронної промисловості. У сучасних машинобудівних САПР використовують як 2D-, так і 3D-моделювання для синтезу конструкцій, подання траєкторій робочих органів верстатів при обробці заготовок, генерації сіток кінцевих елементів під час аналізу міцності тощо.

У 3D-моделюванні розрізняють каркасні (дротяні), поверхневі та об'ємні (твердотільні) моделі.

Каркасна модель описує форму деталі у вигляді кінцевої множини ліній, розташованих на поверхні деталі. Для кожної лінії задаються координати кінцевих точок і визначається їх інцидентність ребрам або поверхням. Однак використовувати каркасні моделі на наступних етапах проектування незручно, тому сьогодні вони застосовуються рідко.

Поверхнева модель відображає форму деталі шляхом задання поверхонь, які її обмежують, наприклад у вигляді сукупності даних про грані, ребра та вершини.

Особливе місце займають моделі деталей зі складними поверхнями, так званими скульптурними поверхнями. До таких деталей належать корпуси багатьох транспортних засобів, зокрема суден і автомобілів, а також деталі, що взаємодіють із потоками рідин і газів, наприклад лопатки турбін або крила літаків.

Об'ємні моделі відрізняються тим, що в них у явному вигляді міститься інформація про належність елементів простору до внутрішньої або зовнішньої частини деталі.

На сьогодні застосовують такі підходи до побудови геометричних моделей:

1. Задання граничних елементів — граней, ребер і вершин.
2. Кінематичний метод, відповідно до якого задається двовимірний контур і траєкторія його переміщення; поверхня, утворена під час переміщення контуру, приймається за поверхню деталі.
3. Позиційний підхід, згідно з яким простір поділяється на окремі клітинки (позиції), а деталь задається шляхом визначення комірок, що їй належать; недоліком такого підходу є його громіздкість.
4. Подання складної деталі у вигляді сукупності базових елементів форми (БЕФ) та виконання над ними теоретико-множинних операцій.

До БЕФ належать заздалегідь створені моделі простих геометричних тіл, зокрема паралелепіпеда, циліндра, сфери та призми. Основними теоретико-

множинними операціями є об'єднання, перетин і різниця. Наприклад, модель плити з отвором може бути отримана шляхом віднімання циліндра від паралелепіпеда.

Метод, заснований на використанні БЕФ, часто називають методом конструктивної геометрії [3]. Саме він є основним способом конструювання складальних вузлів у сучасних САПР-К.

У пам'яті ЕОМ розглянуті моделі зазвичай зберігаються у векторній формі, тобто як сукупність координат точок, що визначають елементи моделі. Операції конструювання також виконуються над моделями у векторному вигляді. Найбільш компактною вважається модель, представлена у вигляді сукупності взаємопов'язаних БЕФ, яка найчастіше використовується для зберігання й обробки інформації про вироби в системах конструктивної геометрії.

Список використаних джерел

1. Alrefo I. F., Rawashdeh M. O., Matsulevych O., Vershkov O., Halko S., Suprun O. Designing the functional surfaces of camshaft cams of internal combustion engines. *Naukovyi Visnyk Natsionalnoho Hirnychoho Universytetu*. 2024. Vol. 3. P. 72–78. <https://doi.org/10.33271/nvngu/2024-3/072>
2. Alrefo I. F., Matsulevych O., Vershkov O., Halko S., Suprun O., Miroshnyk O. Designing the working surfaces of rotary planetary mechanisms. *Naukovyi Visnyk Natsionalnoho Hirnychoho Universytetu*., 2023. Vol. 4. P. 82-88. <https://doi.org/10.33271/nvngu/2023-4/082>
3. Мацулевич О.Є. Застосування спеціалізованої PLM-системи Technologi CS при розробці автоматизованої системи ведення конструкторсько-технологічних баз даних підприємства сільськогосподарського машинобудування. *Праці Таврійського державного агротехнологічного університету*. 2024. Вип. 24, т.1 <https://doi.org/10.32782/2078-0877-2024-24-1-13>