УДК 621.317

ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДУ ОРТОГОНАЛЬНИХ ПЕРЕТВОРЕНЬ ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ ЧАСТОТНИХ ХАРАКТЕРИСТИК БІОЛОГІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ

Федюшко Ю. М., к.т.н.,
Федюшко М.П.
Таврійський державний агротехнологічний університет
Тел.+38(0619)42-11-52

Анотація - розглянуто методологічне обґрунтування по визначенню ядер Вольтерра широкого класу нелінійних багатовимірних систем, за допомогою методу ортогональних перетворень, для дослідження нелінійних біологічних систем.

***Ключові слова* - метод ортогональних перетворень, ядра Вольтерра, нелінійні біологічні системи, біологічні об'єкти.**

Постановка проблеми. Вивченню впливу електромагнітних коливань на біологічні структури різного рівня організації присвячено велика кількість наукових робіт [1].

Аналіз ефектів, викликаних електромагнітними коливаннями, є передумовою вивчення природи і характеристик чисельних класичних явищ. Хоча ці явища були розглянуті як теоретично, так і експериментально раніше [2], просторові та тимчасові розподіли електромагнітних хвиль в біологічному об'єкті, які характеризуються нелінійними властивостями, поки що недостатньо проаналізовані і вимагають детально розроблених математичних обчислень.

Аналіз попередніх досліджень. Використовуючи методи, розвинені в нелінійній методології [2, 3], для аналітичного розв'язання рівнянь по визначенню реакції нелінійної стаціонарної системи на детерміновані впливи є достатньо складною задачею, яку можливо вирішити за допомогою методу ортогональних перетворень. Як відомо, дослідження стаціонарних нелінійних систем істотно спрощується при застосуванні перетворень Лапласа і Фур'є, завдяки переходу від інтегральних зв'язків, в часовій області, до алгебраїчних в комплексній області [4].

В даний час все більш широко ведуться роботи, пов'язані із створення і вивчення узагальнених методів ортогональних перетворень, окремими випадками яких є методи Уолша, Хаара, які використовуються при вирішенні задач управління і зв'язку, астрономії, океанології, медицини, біології і ін. [4].

Формування цілей статті. Метою статті є методологічне обґрунтування та визначення ядер Вольтерра широкого класу нелінійних багатовимірних систем, за допомогою методу ортогональних перетворень, для дослідження нелінійних біологічних систем.

Основна частина. Визначимо аналітичним шляхом реакцію поліноміальної системи на вхідний сигнал, що є періодичною функцією, представленою рядом Фур'є:

$$x(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n \exp(j\omega n t). \tag{1}$$

Нехай, зокрема,

$$x(t)=C_1 \exp(j\omega t)+C_{-1}\exp(-j\omega t). \tag{2}$$

Будемо вважати, що всі ядра мають зображення по Фур'є. Вихідний сигнал системи, з врахуванням дії типу (2), отримаємо в вигляді:

$$y(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} d_n(j\omega)\exp(j\omega n t). \tag{3}$$

Для визначення, у формулі (3), коефіцієнтів $d_n(j\omega)$, які залежать від частоти ω, проведемо наступні викладення:

$$\begin{aligned}
&\upsilon_1[\exp(j\omega t)]=\int_{E^1} h_1(\tau)\exp(j\omega t-j\omega\tau)d\upsilon_\tau = \\
&= H_1(j\omega)\exp(j\omega t),\\
&\upsilon_2[\exp(j\omega t)]=\int_{E^2} h_2(\tau_1,\tau_2)\exp(j2\omega t-j\omega\tau_1-j\omega\tau_2)d\upsilon_\tau = \\
&= H_2(j\omega,j\omega)\exp(j2\omega t),\\
&\upsilon_3[\exp(j\omega t)]=\int_{E^3} h_3(\tau_1,\tau_2,\tau_3)\exp(j3\omega t-j\omega\tau_1-j\omega\tau_2-j\omega\tau_3)d\upsilon_\tau = \\
&= H_3(j\omega,j\omega,j\omega)\exp(j3\omega t),\\
&\upsilon_1[\exp(-j\omega t)]=\int_{E^1} h_1(\tau)\exp(-j\omega t+j\omega\tau)d\upsilon_\tau = \\
&= H_1(-j\omega)\exp(-j\omega t),\\
&\upsilon_2[\exp(-j\omega t)]=\int_{E^2} h_2(\tau_1,\tau_2)\exp(-j2\omega t+j\omega\tau_1+j\omega\tau_2)d\upsilon_\tau = \\
&= H_2(-j\omega,-j\omega)\exp(-j2\omega t),\\
&\upsilon_3[\exp(-j\omega t)]=\int_{E^3} h_3(\tau_1,\tau_2,\tau_3)\exp(-j3\omega t+j\omega\tau_1+j\omega\tau_2+j\omega\tau_3)d\upsilon_\tau = \\
&= H_3(-j\omega,-j\omega,-j\omega)\exp(-j3\omega t).
\end{aligned} \tag{4}$$

Обчислимо наступні вирази:

$$\int_{E^2} h_2(\tau_1,\tau_2)\exp(j\omega t-j\omega\tau_1)\exp(j\omega t+j\omega\tau_2)d\upsilon_\tau = H_2(j\omega,-j\omega);$$

$$\int_{E^3} h_3(\tau_1,\tau_2,\tau_3)exp(j\omega t - j\omega\tau_1)exp(j\omega t - j\omega\tau_2)exp(-j\omega t + j\omega\tau_3)d\upsilon_\tau =$$
$$H_3(j\omega, j\omega, -j\omega)exp(j\omega t).$$

Хай всі ядра системи симетричні, а система «непарна» і має п'ятий ступінь, тоді коефіцієнт $d_1(j\omega)$ в (3), після групування відповідних членів в (4) і аналогічних викладень для ядра п'ятого порядку вийде у наступному вигляді:

$$\begin{aligned} d_1(j\omega) &= C_1H_1(j\omega) + 3C_1^2C_{-1}H_3(-j\omega, j\omega, j\omega) + \\ &+ 10C_1^3C_1^2H_5(-j\omega, -j\omega, j\omega, j\omega, j\omega). \end{aligned} \quad (5)$$

Розділивши $d_1(j\omega)$ на C_1, отримаємо еквівалентну амплітудно-фазову частотну характеристику $G_э(j\omega)$ нелінійної поліноміальної системи п'ятого ступеня:

$$\begin{aligned} G_э(j\omega) &= H_1(j\omega) + 3C_1C_{-1}H_3(-j\omega, j\omega, j\omega) + \\ &+ 10(C_1C_{-1})^2H_5(-j\omega, -j\omega, j\omega, j\omega, j\omega). \end{aligned} \quad (6)$$

Із (6) видно, що, на відміну від частотної характеристики лінійної системи, $G_э(j\omega)$ залежить від C_1C_{-1}. Зокрема, для системи третього ступеня отримаємо:

$$G_э(j\omega) = \frac{1}{1+j\omega}\cdot\frac{3a(C_1C_{-1})}{(1+j\omega)^2 + (1-\omega^2)}. \quad (7)$$

Непарна аналітична система $G_э(j\omega)$, описується ступеневим рядом від (C_1C_{-1}).Числові коефіцієнти, при ядрах цього ряду, задаються виразом:

$$\frac{n!}{\left(\frac{n-1}{2}\right)!\left(\frac{n+1}{2}\right)!}.$$

У загальному випадку, коли система має і ядра парного порядку, з врахуванням (4), отримаємо коефіцієнти $d_n(j\omega)$ в (8):

$$\begin{aligned} d_0(j\omega) &= 2C_1C_{-1}H_2(j\omega, -j\omega) + \ldots, \\ d_1(j\omega) &= C_1H_1(j\omega) + 3C_1^2C_{-1}H_3(-j\omega, j\omega, j\omega) + \ldots, \\ d_{-1}(j\omega) &= C_{-1}H_1(-j\omega) + 3C_{-1}^2C_1H_3(-j\omega, -j\omega, j\omega) + \ldots \\ d_2(j\omega) &= C_1^2H_2(j\omega, j\omega) + \ldots, \\ d_{-2}(j\omega) &= C_{-1}^2H_2(-j\omega, -j\omega) + \ldots, \\ d_3(j\omega) &= C_1^3H_3(j\omega, j\omega, j\omega) + \ldots, \\ d_{-3}(j\omega) &= C_{-1}^3H_3(-j\omega, -j\omega, -j\omega) + \ldots. \end{aligned} \quad (8)$$

Числові коефіцієнти при H_i є відповідними коефіцієнтами бінома Ньютона і визначають спектральний склад досліджуваної системи.

Висновки. Можливість визначення ядер Вольтерра широкого класу нелінійних багатовимірних систем, за допомогою «нелінійних вхідних сигналів», істотно розширює область практичного використання методу ортогональних перетворень для дослідження нелінійних біологічних систем.

Отримані зображення ядер H_i є багатовимірними передавальними функціями і повністю характеризують частотні характеристики досліджуваного об'єкту.

Література

1. *Смердов А.А.* Биомедицинская инженерия: прошлое, настоящее, будущее / *А.А. Смердов* // Сборник научных трудов 3-го Международного радиоэлектронного форума “Прикладная радиоэлектроника”. Актуальные проблемы биомединженерии. – Харьков: АНПРЭ, ХНУРЭ, 2008. – Том 4. – С. 12 – 16.

2. *Пухов Е.Г.* Преобразование Тейлора и их применение в электротехнике и электронике / *Е.Г. Пухов*. - К.: Наукова думка, 1978. – 260 с.

3. *Ахмед Н.* Ортогональные преобразования при обработке цифровых сигналов / *Н. Ахмед, К.Р. Рао*. - М.: Связь, 1980. – 248 с.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА ОРТОГОНАЛЬНЫХ ПРЕВРАЩЕНИЙ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК БИОЛОГИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

Ю. М. Федюшко, М.П. Федюшко

Аннотация **- рассмотрено методологическое обоснование по определению ядер Вольтерра широкого класса нелинейных многомерных систем, с помощью метода ортогональных превращений, для исследования нелинейных биологических систем.**

THE USE OF METHOD OF ORTOGONAL'NIKH TRANSFORMATIONS IS FOR RESEARCH OF FREQUENCY DESCRIPTIONS OF BIOLOGICAL OBJECTS

Y. Fediushko, M. Fediushko

Summary

Methodological ground is considered on determination of kernels of Volterra of wide class of the nonlinear multidimensional systems, by the method of orthogonal transformations, for research of the nonlinear biological systems.