

УДК 004.942

МЕТОД ДИСКРЕТНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ПРОСТОРОВИХ ОБВОДІВ У КОМП'ЮТЕРНИХ СИСТЕМАХ

Гавриленко Є.А., д.т.н.

e-mail: yevhen.havrylenko@tsatu.edu.ua

Холодняк Ю.В., к.т.н.

e-mail: yuliya.kholodnyak@tsatu.edu.ua

Таврійський державний агротехнологічний університет імені Дмитра Моторного

Актуальність та постановка проблеми. Модель поверхні складної форми, як правило, формується на основі каркаса, елементами якого є плоскі та просторові криві лінії. Завдання забезпечення заданих функціональних властивостей таких поверхонь вимагає розробки методів формування лінійних елементів моделі за заданими диференціально-геометричними характеристиками. Для просторових ліній цими характеристиками є розташування в кожній точці елементів основного тригранника, значення кривини, скруту, радіусу стичної сфери, динаміка зміни положень та значень зазначених характеристик вздовж кривої. Можливості відомих методів геометричного моделювання щодо забезпечення необхідної закономірності зміни характеристик вздовж обводу часто недостатні. Задача може вирішуватися з урахуванням принципів варіативного дискретного геометричного моделювання (ВДГМ). Основною властивістю методів ВДГМ є вибір розв'язку всередині деякого діапазону можливих, за умовами задачі, значень. Дискретне подання вихідних даних та результату моделювання означає, що геометричний образ та його характеристики не визначені однозначно на всіх етапах моделювання. ВДГМ обводів за наперед визначеними умовами вимагає використання спеціальних критеріїв, що дозволяють оцінювати характеристики дискретно представлених геометричних образів, що визначає актуальність цього дослідження.

З методів безперервного геометричного моделювання широке застосування отримало формування складних геометричних образів на основі В-сплайнів [5]. В-сплайн визначається точками, що його задають, кожній з яких відповідає функція сполучення. Дискретний характер вихідних даних забезпечує гнучкість керування формою кривої. Порядок гладкості обводу забезпечується ступенем функцій сполучення. При збільшенні порядку гладкості знижується можливість локальної корекції кривої. Одночасно зростає можливість виникнення осциляцій. Ці особливості обмежують можливості забезпечення заданих характеристик обводів, що формуються на основі сплайнів. Дискретне геометричне моделювання передбачає завдання поверхні вихідним точковим масивом, а лінійних елементів моделі – точковим рядом. З відомих напрямів дискретного геометричного моделювання найбільш широкі можливості коригування одержуваного рішення дає ВДГМ, що передбачає формування обводу у вигляді скільки завгодно великої кількості точок [4]. Це вихідні та проміжні точки, які призначаються у процесі моделювання. Формування зазначеної послідовності точок називатимемо згущенням. Новопризначені проміжні точки називатимемо точками згущення.

При цьому вважаємо, що вихідні точки задані без похибки та у процесі моделювання не змінюють свого положення.

Більшість існуючих на даний момент методів ВДГМ вирішують завдання формування плоских дискретно представлених кривих (ДПК). Методи, що забезпечують відсутність осциляції та перший порядок гладкості обводу

розроблені у [1]. Як параметр формування використовується положення дотичних до обводу прямих ліній, що призначаються у вузлах ДПК. Методи формування обводу другого порядку гладкості розроблено у [2, 6]. Формотворчими параметрами обводу є значення кривини, що призначаються в вузлових точках та умова монотонної зміни кривини вздовж ДПК.

Формування просторової кривої з заданим поєднанням характеристик, що інтерполює точковий ряд, є важливим інструментом моделювання поверхонь. Просторовими є осьові лінії поверхонь каналів, лінії стикування відсіків складових поверхонь, траєкторії обтікання поверхні середовищем.

Методи ВДГМ просторових ДПК із заданими геометричними характеристиками на даний час не розроблені.

Основні матеріали дослідження. Дискретна геометрична модель кривої, що формується методами ВДГМ, складається з точкового ряду, дискретних характеристик та алгоритму згущення.

Хорди супроводжувачої ламаної лінії (СЛЛ) розглядатимемо як наближене положення дотичної прямої. Дискретна характеристика, що відповідає стичній площині, є площина, що проходить через три послідовні точки ДПК (рис. 1). Таку площину називатимемо прилеглою (ППі – площина, що проходить через точки $i-1, i, i+1$).

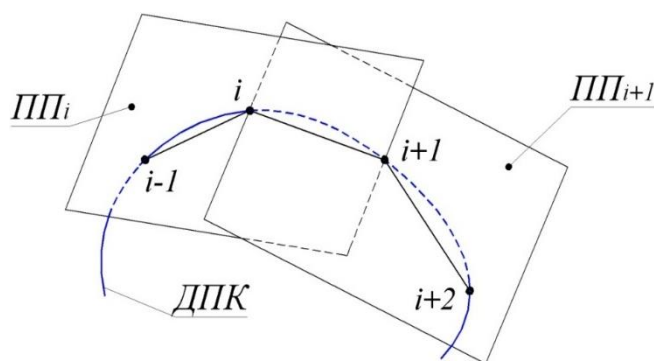


Рис. 1. Розташування прилеглих площин

Радіус кривини в точці ДПК будемо оцінювати радіусом прилеглого кола, що визначається цією точкою та найближчими попередньою та наступною точками ряду. Як дискретний скрут будемо використовувати величину відношення кута між суміжними прилеглими площинами до довжини відповідної хорди СЛЛ.

Алгоритми згущення точкового ряду розробляються виходячи з властивостей кривої, що моделюється у вигляді обводу, які визначені умовами задачі. Основними характеристиками обводів, що формуються нашими методами, є другий порядок гладкості та закономірна зміна значень кривини та скриту.

Під ДПК другого порядку гладкості розумітимемо криву лінію, представлену точковим рядом, алгоритм згущення якого забезпечує виконання наступних умов.

1. У процесі послідовних згущень кут між хордами СЛЛ, обмеженими i -ю точкою ДПК і найближчими попередньою та подальшою точками прагне нуля.

2. Прилегли площини, одна з яких визначається точкою i та двома найближчими попередніми точками ряду, а інша - точкою i та двома найближчими наступними точками ряду, в процесі послідовних згущень прагнуть

зайняти положення i -ї прилеглої площини, що визначається точкою i , найближчою та наступною точками.

3. Величина відношення кута між i -ю та попередньою прилеглими площинами до довжини хорди СЛЛ, розташованої на прямій перетину зазначених площин, прагне значення аналогічного співвідношення, що визначається i -ю та наступною прилеглими площинами.

4. Радіуси трьох кіл, що проходять через точку i та дві найближчі попередні, наступні, попередню та наступну точки ряду прагнуть одного значення.

В результаті послідовних згущень, в межі, отримаємо безперервну однопараметричну безліч точок, для яких виконання умов 1 і 2 забезпечує єдине положення основного тригранника, а виконання умов 3 і 4 - єдине значення скруту та кривини.

Під закономірною зміною значень кривини і скруту розумітимемо, що обвід містить мінімальну за умовами завдання кількість особливих точок: точок сплюснення, спрямлення, точок зміни зростання-зменшення значень кривини і скруту.

Необхідною умовою формування диференціально-геометричних характеристик обводу є закономірна зміна значень дискретних характеристик та існування межі, до якої у процесі послідовних згущень прагнуть їх значення. Такий характер зміни значень характеристик забезпечує алгоритм згущення.

Створювані у межах розроблюваного напрямку методи, поєднують загальні особливості.

1. Вихідний точковий ряд розбивається на ділянки, на основі яких може бути сформовано обвід з монотонним зростанням або зменшенням значень кривини та скруту. Критерієм розбиття є монотонна зміна значень відповідних дискретних характеристик.

2. Визначається область можливого за умовами задачі розташування ДПК та діапазони можливих значень диференціально-геометричних характеристик. Діапазони характеристик ДПК обмежені значеннями дискретних характеристик точкового ряду в точці, що розглядається.

Наприклад, прямі дотичні до ДПК постійного ходу у вихідних точках (t_i) розташовуються всередині двох суміжних двограних кутів φ_{i-1} та φ_i обмежених послідовними ПП [3] (рис. 2).

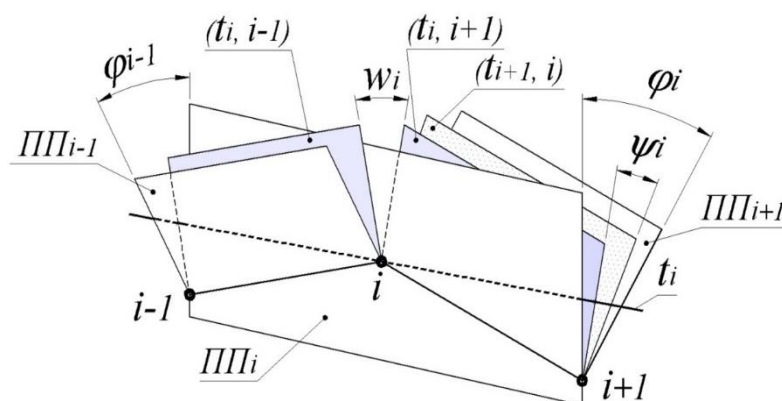


Рис. 2. Визначення положення дотичних прямих та площин

Площини дотичні з ДПК в одній точці (наприклад, площині $(t_i, i-1)$ і $(t_i, i+1)$) обмежують двограний кут ω_i - область можливого розташування стичної площини ДПК в точці i ($СП_i$) (рис. 3).

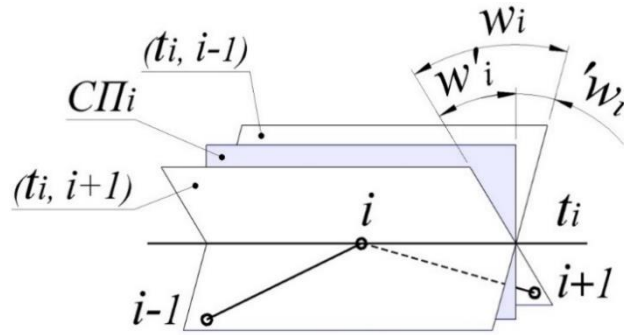


Рис. 3. Діапазон розташування стичної площини

3. Положення точок згущення призначається всередині області їх можливого розташування, яка визначається виходячи з прийнятої динаміки зміни вздовж ДПК її диференціально-геометричних характеристик.

Наприклад, вихідною областю можливого розташування ДПК постійного ходу є тетраедр обмежений дотичними та стичними площинами, визначеними в двох сусідніх точках (рис. 4).

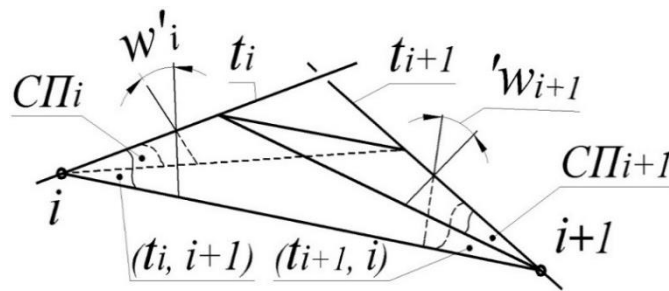


Рис. 4. Тетраедр розташування ДПК

Визначення області розташування ДПК дозволяє оцінити максимально можливе відхилення від кривої кожної ланки СЛЛ. Результатом моделювання вважатимемо СЛЛ, у якій максимальне відхилення не перевищує задану точність формування ДПК.

4. Параметрами формоутворення обводу, що моделюється, є фіксовані характеристики, що призначаються у вихідних точках і точках згущення, і прийнята динаміка їх зміни вздовж ДПК.

Наприклад, монотонна зміна значень кривини та скруту вздовж обводу забезпечується виконанням на кожному кроці згущення умов:

$$R(i-1, i, i+1) < R(t_i, i+1) < R(i, t_{i+1}) < R(i, i+1, i+2);$$

$$B_{i-1}^{\varphi} > B_i^w > B_i^{\varphi},$$

де $R(i-1, i, i+1)$ – радіус прилеглого кола;

$R(i-1, t_i)$, $R(t_i, i+1)$ - радіуси дотичних кіл;

$B_i^{\varphi} = \frac{\varphi_i}{h_i}$, $B_i^w = \frac{\omega_i}{h_{i-1} + h_i}$ - середні величини дискретного скруту на

ділянці ДПК;

$h_i = |i; i+1|$ - довжина хорди СЛЛ.

Виконання зазначених умов на кожному кроці згущення ДПК забезпечує:

- наявність у точках ДПК діапазонів можливих, за умовами задачі, значень її диференціально геометричних характеристик;
- послідовне сходження цих діапазонів до єдиного значення;
- монотонна зміна значень показників вздовж ДПК.

Висновки. У статті визначено основні вимоги до алгоритмів варіативного дискретного геометричного моделювання гладких ДПК. Основою алгоритмів є аналіз вихідного точкового ряду, внаслідок якого визначається область можливого розташування кривої та діапазони можливих значень її геометричних характеристик. Призначені характеристики уточнюють область розташування кривої. Значення характеристик забезпечуються у процесі послідовних згущень точкового ряду. ДПК можуть формуватися на основі будь-якого точкового ряду. При цьому є можливість покрокового контролю та корекції одержуваного розв'язку, накладання нього додаткових умов, гарантується відсутність осциляції.

Розвиток методів ВДГМ спрямовано на підвищення їхньої універсальності та можливостей адаптації під вимоги конкретних прикладних завдань. Така задача може бути вирішена нарощуванням умов, що накладаються на обвід, що конструюється, за рахунок збільшення числа параметрів формоутворення. Основною сферою використання методів є моделювання поверхонь із підвищеними динамічними якостями, що обмежують виробу, функціональне призначення яких – взаємодія із середовищем. Найбільший ефект може бути отримано при вирішенні завдань, що вимагають досягнення компромісу між функціональними якостями поверхні та додатковими вимогами компоновання, естетики, комфортності.

Практичне впровадження методів передбачає розробку на їх основі програмних модулів, сумісних з існуючими САД-пакетами, такими як Solid Works, AutoCAD.

Список використаних джерел:

1. Верещага В.М. Дискретно-параметричний метод геометричного моделювання кривих ліній та поверхонь. : автореф. дис. ... д-ра техн. наук. К., 1996. 32 с.
2. Гавриленко Є.А. Дискретна інтерполяція плоских одновимірних обводів із закономірною зміною кривизни: автореф. дис. ... канд. техн. наук. Мелітополь, 2004. 23 с.
3. Gavrilenko E., Kholodnyak Y. Variative modelling of one-dimensional contours according to the given conditions. Knowledge is power, power is knowledge : the international multidisciplinary congress (Vienna, Austria, 27 July 2015), 2015. P. 267-271.
4. Найдиш В.М. Дискретна інтерполяція. Мелітополь 2008. 250 с.
5. Volkov, Yu. S. Obtaining a banded system of equations in complete spline interpolation problem via B-spline basis. *Central European Journal of Mathematics*. 2012. Vol. 10, Issue 1. P. 352–356.
6. Холодняк Ю.В. Варіативне дискретне геометричне моделювання обводів на основі базисних трикутників по заданому закону зміни кривизни: автореф. дис. ... канд. техн. наук. Мелітополь, 2016. 24 с.