

УДК 514

DOI: 10.31388/2078-0877-19-2-294-300

ГЕОМЕТРИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СКЛАДНИХ ТРИВИМІРНИХ ПОВЕРХОНЬ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ МАТРИЧНОГО РІВНЯННЯ ЕЛІПТИЧНОГО ПОВОРОТУ

Мацулевич О. Є., к. т. н.,

Щербина В. М., к. т. н.,

Коломієць С. М., к. т. н.

Таврійський державний агротехнологічний університет імені Дмитра Моторного

Тел.(0619) 42-68-62

Анотація – в роботі розглядається питання геометричного проектування поверхонь гондол літальних апаратів. Поверхні сучасних гондол являють собою еліптичні поверхні обертання, які мають плоскі поперечні перетини вздовж батоксу у вигляді дуг кіл заданих радіусів. Аналіз математичного забезпечення існуючих методів розрахунку поверхонь еліпсоїдів є достатньо громіздкими і мають ускладнення при визначенні на поверхні гондолої положення розрахункових точок та розрахунку диференціальних характеристик в них.

Пропонований матричний спосіб завдання обводу дозволяє представити обвід у параметричній формі, що залежить від кута повороту, опису поверхні гондолої, а також дозволяє керувати формою кривої, яка задана в параметричній формі, і легко робити розрахунок і реалізацію розв'язку з використанням стандартних комп'ютерних програм.

Ключові слова – матриця, однорідні координати точки, батокс, центровий ключ, кут повороту, еліптичний обвід.

Постанова проблеми. Поверхні сучасних гондол літальних апаратів являють собою плоскі перетини вздовж батоксу, що складається з дуг кіл.

Аналіз математичного забезпечення розрахунку таких поверхонь вказує на громіздкість й ускладнення при визначенні на поверхні гондолої положення розрахункової точки, а також визначення диференціальних характеристик у ній.

Аналіз останніх досліджень. При побудові плоских обводів з дуг кіл, застосовувалися аналітичні методи, які були громіздкими і малоефективними при визначенні розрахункової точки на обводі.

Матричний спосіб завдання обводу дозволяє представити обвід у параметричній формі, що залежить від кута повороту. Це дозволяє

використовувати стандартні програми сучасних комп'ютерів.

Формування цілей статті. Запропонований у роботі [1] матричний спосіб конструювання еліптичних обводів дозволяє побудувати плоскі обводи з дуг кіл, використовуючи параметричну форму завдання кривої.

Основна частина. Розглянемо два варіанти завдання поверхні гондоли:

а) поверхня гондоли розглядається як однопараметрична множина плоских обводів, заданих просторовим центровим ключем. За початкову твірну поверхню гондоли приймаємо лінію верхнього батокса, точки якої описують відповідно до центрового ключа плоскі обводи, розташовані в площинах паралельних площини X_2X_3 .

Рівняння поверхні має вигляд:

$$x = [D] X, \quad (1)$$

де $[D]$ – матриця, що залежить від параметра φ ;

$$X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ 1 \end{bmatrix} \left\{ \begin{array}{l} \text{координати поточної точки } L \text{ лінії верхнього} \\ \text{батокса, що залежать від параметра } x_1^{сеч}. \end{array} \right.$$

Отже, координати будь-якої точки поверхні гондоли залежать від двох параметрів φ і $x_1^{сеч}$ відповідають визначені точки на поверхні. Координати перемінної точки просторової лінії на поверхні гондоли можна задати у вигляді функції від одного параметра, наприклад φ , при обраному значенні другого параметра. При зміні параметра φ точка A , координати якого задаються рівнянням (1), опише плоский обвід, що належить площини $x_1^{сеч} = const$. Тому що координати точок поверхні визначаються двома параметрами $x_1^{сеч}$ і φ , то, диференціюючи по параметрах рівняння (1), можна отримати диференціальні характеристики в будь-якій точці поверхні.

б) якщо за початкову твірну поверхні гондоли прийняти коло K , що належать площини X_2X_3 (рис. 1), то поверхня може бути отримана як результат добутку миттєвих перетворень руху виробляючої окружності K на подоби з миттєвим коефіцієнтом k і центром подоби.

Оскільки між образом і прообразом при перетворенні повинна бути встановлена взаємо-однозначна відповідність, то в даному випадку взаємо-однозначна відповідність між колом K і замкнутим

обводом $\tilde{K}$ з n -ділянок кіл встановлюється в такий спосіб (рис. 1):

1. Вибираємо початок відліку центрального кута кола K ;
2. Визначаємо центральні кути дуг кіл різних ділянок обводу $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \dots, \varphi_n$ від прийнятого початку відліку;
3. Приймаємо, що ділянкам дуг кола K визначених центральними кутами $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$ відповідають ділянки дуг кіл обводу, тобто точці $A \in K$ на ділянці, виділеній кутом φ_1 , відповідає точка $\tilde{A}$ на дузі першої ділянки і визначена кутом φ_1° .

Координати точки $\tilde{A}(x_1, x_2, x_3)$, що відповідає точці $A(X_1, X_2, X_3)$ заданій кутом φ_1° , визначаємо з матричного рівняння (1),

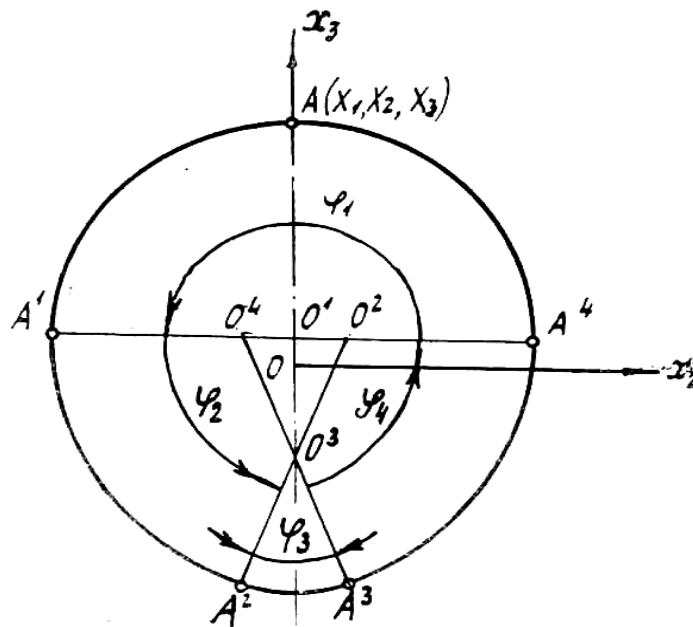


Рис. 1. Відповідність між колом K і замкнутим обводом $\tilde{K}$.

де $[D]$ – матриця, що залежить від миттєвого коефіцієнту подоби k і направляючих косинусів площини обводу.

Коефіцієнт подоби k визначається як відношення радіусів обраної ділянки обводу і початкового кола K .

Радіусграфічний ключ поверхні гондоли задається чотирма лініями центрів і лінією верхнього батокса, що задані аналітично у вигляді функції від одного параметра $x_1 = x_1^{сеч}$.

Рух точки $M(X_1, X_2)$ на площині вздовж кола K із центром у точці $A_0(x_1^0, x_2^0)$ описується матрицею:

$$[D] = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ 0 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} (1-a_{11}) \cdot x_1^0 - a_{12} \cdot x_2^0 \\ -a_{21}x_1^0 + (1-a_{22}) \cdot x_2^0 \\ 1 \end{vmatrix}, \quad (2)$$

де $a_{11} = a_{22} = \cos \varphi$; $a_{12} = -\sin \varphi$; $a_{21} = \sin \varphi$.

Рівняння цього кола в матричній формі для площини $x_1 = x_1^{сеч}$ має вигляд (1).

Для розрахунку координат точок поверхні гондоли був прийнятий перший варіант завдання поверхні. Зроблені розрахунки носових частин внутрішньої і зовнішньої гондол.

Алгоритм знаходження координат точок перетину носової частини зовнішньої мотогондоли: (рис. 1):

- 1) Задаємось значенням параметру $x_1 = const$;
- 2) Відповідно до центрального ключа знаходимо координати центрів $ПРО^1$, $ПРО^2$, $ПРО^3$, $ПРО^4$, дуг кіл і точки A лінії верхнього батокса;
- 3) Визначаємо кути $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$;
- 4) Визначаємо направляючі косинуси площин перетинів (обводів),
- 5) Плоский обвід розглядаємо як траєкторію руху точки A за законом радісографічного ключа (рис. 1).

Спочатку повертаємо точку A на кут 90° навколо $ПРО^1$. Визначаємо координати точки A^1 . Потім повертаємо точку A^1 на кут φ_2 навколо $ПРО^2$, одержуємо точку A^2 . Повертаємо точку A^2 навколо $ПРО^3$ на кут φ_3 , одержуємо точку A^3 . Повертаємо точку A^3 на кут φ_4 навколо точки $ПРО^4$, одержуємо точку A^4 . Нарешті, повертаємо точку A^4 на кут 90° навколо точки $ПРО^1$ та одержуємо початкову точку A .

Алгоритм знаходження координат точок перетинів носової частини внутрішньої мотогондоли (рис. 2):

- п. 1)-4) аналогічні алгоритмові зовнішньої гондоли;
- 5) Визначаємо кут α і δ ;
- 6) Плоский обвід розглядаємо як траєкторію руху точки за законом радісографічного ключа (рис. 2).

Спочатку повертаємо точку A на кут δ навколо $ПРО^1$. Одержуємо координати точки $\bar{A}$. Потім повертаємо точку $\bar{A}$ на кут 90° навколо $ПРО^1$, одержуємо точку $\underline{\bar{A}}$. Повертаємо точку $\underline{\bar{A}}$ на кут α навколо точки $ПРО^1$, одержуємо точку A^1 . Точки A^2 , A^3 , A^4

одержуємо аналогічно описаним вище. Нарешті, повертаємо точку A^4 на кут $(90^\circ - \delta)$ навколо $ПРО^1$, одержуємо первісну точку A . Для одержання координат проміжних точок обводу задаємося кутом φ в інтервалі прийнятої ділянки.

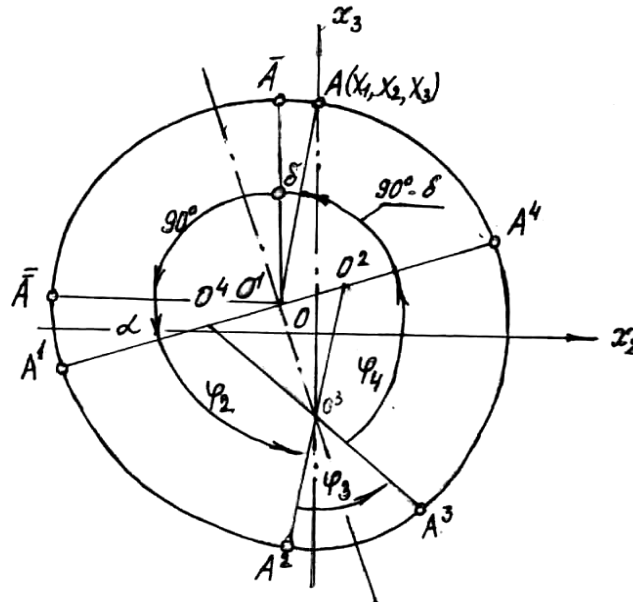


Рис. 2. Координати точок перетинів носової частини внутрішньої мотогондולי.

Висновки. Пропонований матричний спосіб опису поверхні гондולי літального апарату дозволяє керувати формою кривої, заданої в параметричній формі і легко робити розрахунок і реалізацію розв'язку з використанням стандартних програм комп'ютера, а також розв'язувати зворотну задачу визначення центрових ключів плоских обводів за заданими точками.

Література:

1. *Сергеев Л. В.* Матричное уравнение эллиптического поворота // Геометричне та комп'ютерне моделювання. Харків: ХДУХТ, 2005. Вип. 13. С. 44-48.
2. *Котов И. И., Сергеев Л. В.* Матричный способ задания определителя кинематических поверхностей // Графика и прикладная геометрия поверхностей. Москва: МАИ, 1971. Вып. 229. С. 54-59
3. *Верецага В. М.* Формирование производных в узлах плоской дискретно представленной кривой / МИМСХ. Мелитополь, 1994. Деп. в ГНТБ Украины 22.02.94, N 337-Ук 94.
4. *Найдыш А. В., Щербина В. М.* Моделирование дискретно представленных кривых в полярной системе координат // Сучасні проблеми геометричного моделювання. Харків: ХІПБ МВС України, 1998. Ч. 1. С. 106-107.

5. *Верецага В. М., Щербина В. М.* Дискретное моделирование замкнутых кривых / МИМСХ. Мелитополь, 1994. Деп. в ГНТБ Украины 20.04.94, N 803–Ук94.

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СЛОЖНЫХ ТРЕХМЕРНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ С ПРИМЕНЕНИЕМ МАТРИЧНОГО УРАВНЕНИЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО ПОВОРОТА

Мацулевич А. Е., Щербина В. М., Коломиец С. М.

Аннотация – в работе рассматривается вопрос геометрического проектирования поверхностей гондол летательных аппаратов. Поверхности современных гондол представляют собой эллиптические поверхности вращения, которые имеют плоские поперечные сечения вдоль батоксы в виде дуг окружностей заданных радиусов. Существующие методы расчета поверхностей эллипсоидов достаточно громоздки и имеют осложнения при определении на поверхности гондолы положения расчетных точек и расчета дифференциальных характеристик в них.

Авторами в работе исследуется частный случай расчета плоских обводов с дуг окружностей пересечения линии верхнего батоксы гондолы самолета на базе матричного уравнения эллиптического поворота.

Предлагаемый матричный способ описания поверхности гондолы позволяет управлять формой кривой, заданной в параметрической форме, и легко производить расчет и реализацию развязку с использованием стандартных компьютерных программ.

GEOMETRICAL MODELLING OF COMPLEX THREE-DIMENSIONAL SURFACES WITH APPLICATION OF THE MATRIX EQUATION OF ELLIPTIC TURN

A. Matsulevych , V. Shcherbina , S. Kolomijets

Summary

In work the question of geometrical designing of surfaces of gondolas of flying devices is considered. Surfaces of modern gondolas represent elliptic surfaces of rotation which have flat cross-section sections lengthways батоксы as arches of circles of the set radiuses. Existing methods of calculation of surfaces ellipsoids bulky enough also have complications at definition on a surface of a gondola of position of settlement points and calculation of differential characteristics in them.

The authors consider two options for constructing the surface of a nacelle: this nacelle surface as a one-parameter set of flat contours defined by a spatial center key, where the initial forming surface of the gondola accepts a line of upper buttocks, the points of which are described in planes. In the second case, if the initial generatrix of the surface of the nacelle is taken as a circle belonging to the plane, then the surface can be obtained as a result of the product of instantaneous transformations of the motion of the generating circle into a similarity with an instantaneous coefficient and the center of similarity. On the basis of this, a special case of calculating flat contours from arcs of circles crossing the line of the upper buttocks of the aircraft nacelle on the basis of the matrix equation of elliptic rotation is investigated.

The offered matrix way of the description of a surface of a gondola allows to operate the form of the curve set in the parametrical form, and it is easy to settle an invoice and realization an outcome with use of standard computer programs.