

DOI <https://doi.org/10.32782/1994-4691-2025-1-75-7>

УДК 62-531.8 : 629.7.048.3

## УМОВИ ДИНАМІЧНОЇ СТІЙКОСТІ ТА ЯКІСТЬ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ МЕРЕЖЕВИХ ПНЕВМАТИЧНИХ РЕГУЛЯТОРІВ ЛІТАЛЬНИХ АПАРТІВ

### DYNAMIC STABILITY CONDITIONS AND QUALITY OF TRANSITION PROCESS OF AN AIRCRAFT NETWORK PNEUMATIC VALVES

О. І. Хлистун<sup>1\*</sup>, канд. техн. наук, доцент

ORCID: 0009-0001-9063-6066

В. М. Бадах<sup>1</sup>, канд. техн. наук, доцент

ORCID: 0009-0009-2361-1123

Р. О. Єременко<sup>1</sup>, старший викладач

ORCID: 0000-0001-6497-7994

<sup>1</sup> Державний університет «Київський авіаційний інститут»\*e-mail: [oleksandr.khlystun@npp.kai.edu.ua](mailto:oleksandr.khlystun@npp.kai.edu.ua)

**Анотація.** У статті представлено дослідження умов динамічної стійкості та якості перехідних процесів мережеских пневматичних клапанів (МПК) літальних апаратів, їх зв'язок зі структурною схемою і особливостями конструкції. Набув розвитку метод моделювання перехідних процесів у сучасних авіаційних МПК, заснований на рівняннях термодинаміки тіла змінної маси та методах теорії лінійних динамічних систем. На основі органоструктури та конструктивної схеми визначено основні збурювальні впливи на робочий процес у МПК. Розроблено математичну модель динаміки перехідних процесів, яка враховує структурну схему та особливості конструкції МПК, визначено структуру і параметри передавальної функції, розроблено алгоритми та обчислювальні програми на мові MATLAB, які дозволили виявити значення конструктивних параметрів за яких процес регулювання є стійким. Встановлено залежність показників якості та запасів стійкості перехідного процесу МПК від коефіцієнта підсилення коригувального пристрою.

**Ключові слова:** пневматична система, літальний апарат, клапан тиску, математична модель, передавальна функція, структурна схема, запас стійкості.

### Постановка проблеми.

Мережескі пневматичні клапани регулювання тиску в пневматичних системах (ПС) літальних апаратів (ЛА) встановлюються безпосередньо в місцях відбору стисненого повітря від компресорів рушійних двигунів в системах підготовки повітря. Вони здійснюють включення та вимикання відбору повітря, підтримують завданий тиск повітря перед його транспортуванням через мережу трубопроводів до споживачів, забезпечують роботу низки життєво важливих і найбільш енергоємних бортових систем [2; 9; 10] (рис. 1). В МПК використовується в якості робочого середовища те ж повітря, параметри якого регулюються. Мережескі пневматичні клапани у найбільшій мірі задовільняють таким вимогам, як надійність, швидкодія, велика пропускна здатність, пожежна безпека, працездатність у важких умовах зовнішнього середовища (при високих рівнях температури, вібрації, ударних навантажень), мала вага і габаритні розміри, великий ресурс, при достатньо високих динамічних і статичних показниках якості регулювання.

Споживачі стисненого повітря на виході мережеских пневматичних клапанів мають низку особливостей: великі витрати потрібного для їх роботи повітря, за можливості змінення величини цих витрат у декілька разів; залежність значення регульованого параметра від висоти польоту; змінення в широких межах характеристик самого споживача; робота двох і більше МПК на спільного споживача. Параметри повітря,

відбираного від компресорів рушійних газотурбінних двигунів, характеризуються значною нестабільністю: за змінених режиму роботи двигунів і висоти польоту, тиск відбираного повітря може змінюватися у декілька разів; в широких межах також змінюється температура цього повітря.

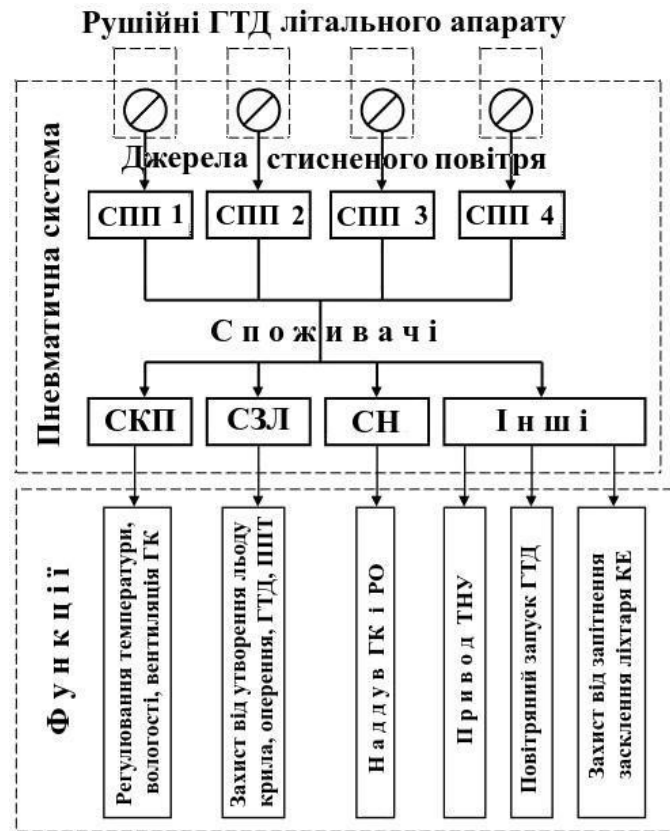


Рис. 1. Джерела та споживачі пневматичної системи ЛА:

ГТД – газотурбінний двигун; СПП – система підготовки повітря; СКП – система кондиціонування повітря; СЗЛ – система захисту від льоду; СН – система наддуву; ГК – герметична кабіна; ППТ – приймач повітряного тиску; РО – радіобладнання; ТНУ – турбонасосна установка; КЕ – кабіна екіпажу

В роботі [4] показано, що внесок витрати стисненого повітря, відбираного від рушійних двигунів ЛА, складає 85% у загальну витрату палива на перевезення і функціонування системи наддуву ГК.

Пневматична система ЛА відноситься до систем, що безпосередньо впливають на безпеку польотів, до неї висуваються підвищені вимоги до функціональних і конструктивних характеристик та надійності. Від якості регулювання параметрів повітря використовуваного для живлення таких систем як СКП, СЗЛ, СН безпосередньо залежать схемні та конструктивні рішення, надійність і ефективність цих систем.

На початкових етапах проектування МПК, до їх фізичної реалізації й випробувань, для аналізу динамічних характеристик та якості регулювання створюваного виробу, невід’ємною складовою процесу вибору схемних та конструктивних рішень є моделювання та дослідження із застосуванням комп’ютерно-інтегрованих технологій.

### Аналіз останніх досліджень.

Опубліковані в останнє десятиріччя дослідження мережевих пневматичних клапанів, встановлюваних в СПП ЛА, присвячені покращенню динамічної стійкості та якості перехідних процесів мережевих пневматичних регуляторів ЛА, та вдосконаленню моделювання із застосуванням сучасних методів симуляції та аналізу з використанням КІТ.

Низка робіт присвячена як власне моделюванню та дослідженню динаміки МПК [12, 13, 15], так і ревізії та вдосконаленню використовуваних моделей для потоку газу у пневматичних клапанах [9], а також прогнозуванню стану МПК під час експлуатації [3].

У посилальних роботах в об'єкті дослідження, представленому спрощеною схемою МПК, не враховано низку принципів складових, зокрема стабілізацію тиску робочого середовища в приводі з використанням редуктора тиску. Як наслідок, їх практичне застосування в процесі розроблення виробів МПК може бути обмеженим, також не прояснюється наскільки застосовувані методи є ефективними у дослідженні дійсних конструктивних рішень.

Потреба в подальших дослідженнях у цій галузі виникає через те, що, незважаючи на наявність зусиль щодо моделювання та досліджень МПК, у відкритій літературі бракує послідовних розробок, які встановлюють умови динамічної стійкості та якості перехідних процесів мережевих пневматичних регуляторів ЛА та їх зв'язок зі структурною схемою і особливостями конструкції та забезпечують моделювання та дослідження виробів авіаційних МПК на початкових етапах їх розробки.

### Методологія дослідження.

Ціль дослідження полягає у встановленні умов динамічної стійкості та якості перехідних процесів МПК ЛА, їх зв'язок зі структурною схемою і особливостями конструкції.

*Завдання дослідження:*

- розробити математичну модель динаміки перехідних процесів, яка враховує структурну схему та особливості конструкції МПК;
- визначити структуру та параметри передавальної функції;
- згідно математичної моделі та структурної схеми розробити алгоритми та обчислювальні програми на мові MATLAB;
- за результатами симуляції в середовищі MATLAB визначити значення конструктивних параметрів за яких процес регулювання є стійким;
- встановити залежність показників якості та запасів стійкості МПК від коефіцієнта підсилення коригувального пристрою.

*Умови роботи МПК.*

Типовий закон регулювання тиску повітря на виході МПК ( $p_p$ ) визначається потребами споживачів пневматичної системи і представляє лінійну залежність від атмосферного тиску ( $p_a$ ):

$$p_p = a \cdot p_a + b, \quad (1)$$

де  $a$ ,  $b$  – постійні коефіцієнти, які визначаються вимогами забезпечення працездатності та економічності пневматичної системи ЛА.

Величина регульованого тиску може змінюватися у декілька разів, хоча швидкість його змінення значно менша за швидкість спрацьовування клапана, тому для аналізу динамічних умов процесу регулювання її поточне значення можна вважати постійним.

Регульовальною дією клапана є переміщення штока пневмоприводу. До збурювальних впливів відносяться: змінення параметрів атмосфери; змінення потоків маси і енергії на вході та на виході клапана (тиску, температури, витрати повітря); механічні впливи (інерційні, ударні і вібраційні навантаження).

Регульований об'єкт значно менш інерційний ніж ЛА, тому для аналізу динамічних умов процесу регулювання поточні параметри атмосфери можна вважати постійними.

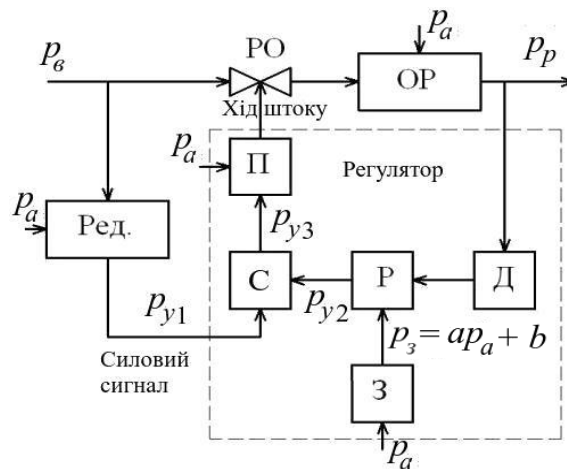
Механічні впливи і вплив змінення температури на вході в клапан на динамічні характеристики процесу регулювання в подальшому враховувати не будемо.

Через малу інерційність джерела живлючого повітря, компресорів рушійних двигунів, та майже безінерційне включення клапана в роботу, до збурювальних впливів

на клапан можна віднести змінення тиску і витрати повітря на вході регулятора під час включення регулятора в роботу та за змінні режиму роботи двигунів.

**Органоструктура МПК.**

Мережевий пневматичний клапан розглядуваного типу є регулятором тиску непрямої дії (рис. 2).



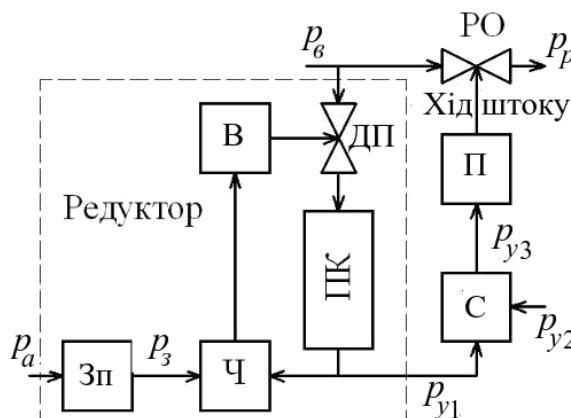
**Рис. 2. Органоструктура МПК:**

**РО** – регулювальний орган; **П** – пневматичний привод; **С** – підсилювач; **Р** – регулювальний пристрій; **З** – задатчик; **Д** – датчик; **ОР** – об’єкт регулювання; **Ред.** – редуктор;  $p_v$  – тиск відбираного від двигуна повітря;  $p_a$  – тиск атмосферного повітря;  $p_p$  – тиск повітря в об’єкті регулювання;  $p_{y1}$  – тиск сигналу управління;  $p_z$  – завдаваний тиск

МПК власне включає два регулятори:

- 1) основний регулятор непрямої дії, який підтримує поточне задане значення регульованого тиску в об’єкті регулювання;
- 2) редуктор тиску прямої дії, який забезпечує стабільний силовий тиск для пневматичного приводу.

Така схема регулятора має низку особливостей. Тому, що сигнал силового пневматичного тиску формується редуктором тиску (рис. 3), який має спільне з об’єктом регулювання джерело живлючого повітря, динамічні характеристики редуктора впливають на якість процесу регулювання МПК у цілому. Регульованим параметром редуктора є тиск повітря ( $p_{y1}$ ) в вихідній пневматичній камері редуктора.



**Рис. 3. Органоструктура редуктора:**

**ДП** – дросельний пристрій; **В** – виконавчий механізм; **ПК** – пневматична камера; **Ч** – чутливий елемент; **Зп** – задатчик

Збурювальні впливи – змінення тиску і витрати повітря на вході редуктора та змінення витрати повітря на виході під час включення в роботу, а також за змінюванні режимів роботи двигуна.

Аналіз об'єкта регулювання, показує, що при значеннях перепадів тисків на регульовальній заслінці (РО на рис. 2) близьких до критичних ( $p_e / p_p = 1,89$ ) можливе виникнення автоколивань у стаціонарних умовах, що зумовлено утворенням та зникненням на поверхні заслінки місцевих надзвукових течій.

З органоструктурних схем МПК і редуктора тиску видно, що силовий тиск формується редуктором, який має спільне з об'єктом регулювання джерело повітря, тому перехідні процеси в редукторі і в основному регуляторі відбуваються одночасно при включенні МПК в роботу і за зміни режиму роботи рушійних двигунів. Таким чином, під час перехідного процесу в редукторі виникають коливання тиску на його виході, обумовлені коливаннями основного регулятора, який також знаходиться в стані перехідного процесу. Автоколивання регулятора тиску можуть викликатися пульсаціями тиску в пневматичній камері редуктора, які провокуються коливаннями керувального тиску, що формується основним регулятором тиску.

В МПК, конструктивну схему якого представлено на рис. 4, можна виділити узагальнений елемент який має пневматичну і механічну ланки, що характеризуються змінними стану: пневматична – тиском, механічна – лінійним переміщенням (рис. 5).

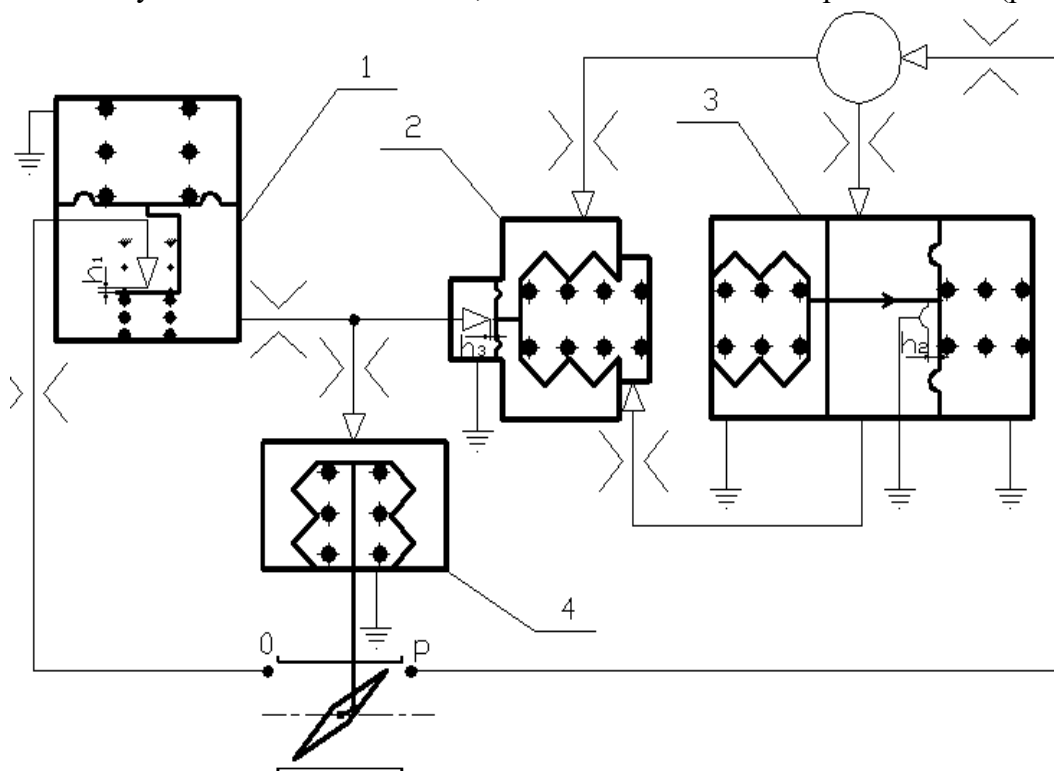


Рис. 4. Конструктивна схема мережевого регулятора тиску:

1 – редуктор; 2 – підсилювальний пристрій; 3 – пристрій завдання; 4 – виконавчий механізм

#### Математична модель робочого процесу МПК

Пневматична ланка. Теоретичні основи нестационарних процесів витoku газу з герметичної ємності, що живиться від джерела стисненого газу, з погляду термодинаміки тіла змінної маси представлено в роботі [5]. У роботі [1] на математичних моделях досліджено нестационарні процеси змінення тиску в герметичних відсіках ЛА. Отримані результати у достатньому для інженерних застосувань ступеню відповідають експериментальним даним.

Рівняння щодо змінення параметрів у ПК отримаємо із закону збереження маси в ємності (рис. 6), враховуючи результати, отримані в роботі [1].

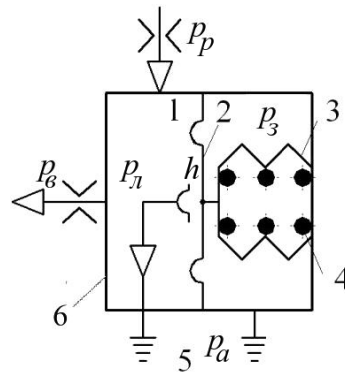


Рис. 5. Узагальнений елемент МПК: 1 – пневматична ємність; 2 – мембрана (чутливий елемент); 3 – сильфон; 4 – пружина; 5 – атмосфера; 6 – герметична оболонка;  $p_n$  – тиск повітря в ланці;  $p_p$  – тиск повітря в об'єкті регулювання;  $p_n$  – тиск повітря у виконавчому механізмі;  $p_a$  – тиск атмосферного повітря;  $p_3$  – тиск повітря в задавальному пристрої;  $h$  – лінійне переміщення механічної ланки

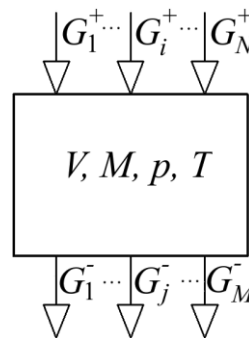


Рис. 6. Розрахункова схема пневматичної ємності

З огляду на рівняння стану ідеального газу, для маси повітря,  $M$ , в замкненому об'ємі можна записати наступні співвідношення:

$$M = \rho \cdot V \text{ або } M = \frac{\rho}{R \cdot T} \cdot V \quad (2)$$

де  $\rho$  – густина;  $p$  – тиск;  $T$  – температура, абсолютна;  $R$  – газова стала, для повітря,  $R = 287$  Дж/(кг·К).

Після диференціювання рівняння (2) за часом,  $\tau$ , і перетворень, отримаємо наступне рівняння:

$$\frac{\Delta p}{\Delta \tau} = \frac{R \cdot T}{V} \frac{\Delta M}{\Delta \tau} \quad (3)$$

Змінення маси повітря в ємності визначається наступним чином:

$$\frac{\Delta M}{\Delta \tau} = \sum_i G_i^+ - \sum_j G_j^- \quad (4)$$

де  $\sum_i G_i^+$  – сума витрат повітря, що надходить у ємність;  $\sum_j G_j^-$  – сума витрат повітря, що виходить з ємності.

Для визначення витрат повітря через пневматичні ємності ланок, наприклад, повітря надходить із ланки  $i-1$  у ланку  $i$  (рис. 7), будемо використовувати наступні співвідношення:

– для докритичного режиму течії ( $p_{i-1} / p_i < 1,89$ ):

$$(G^+)_d = a_d \cdot F_i \cdot \sqrt{p_i \cdot (p_{i-1} - p_i)} \quad (5)$$

– для критичного режиму течії ( $p_{i-1} / p_i \geq 1,89$ ):

$$(G^+)_k = a_k \cdot F_i \cdot p_{i-1}, \quad (6)$$

де  $a_0$ ,  $a_k$  – постійні коефіцієнти, значення яких залежать від співвідношень тисків у пневматичних ємностях ланок;  $F_i$  – площа перерізу з'єднувального отвору.

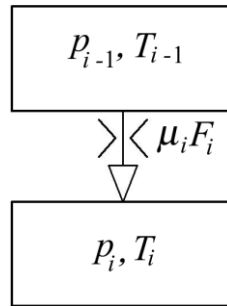


Рис. 7. До визначення витрати повітря, що надходить у пневматичну ємність

Постійні коефіцієнти у співвідношеннях (5), (6) визначаються виразами:

$$a_0 = 0,95 \cdot \mu_i \cdot \sqrt{\frac{3}{k \cdot R \cdot T}} = 0,0821 \mu_i \cdot \frac{1}{\sqrt{T}}; \quad (7)$$

$$a_k = 0,0404 \mu_i \cdot \frac{1}{\sqrt{T}}. \quad (8)$$

де  $\mu_i$  – коефіцієнт витрати, який визначається втратами тиску повітря при проходженні отвору;  $k$  – показник адіабати, для повітря,  $k = 1,4$ .

Відповідно до співвідношень (3) – (6), рівняння змінення тиску повітря в пневматичній камері регулятора (рис. 5) можна записати у вигляді:

$$\frac{\Delta p_l}{\Delta \tau} = \frac{R \cdot T}{V} \cdot (G_p - G_e - G_a). \quad (9)$$

де  $p_l$  – тиск повітря в ланці;  $G_p$  – витрата повітря, яке надходить до ланки (з об'єкту регулювання);  $G_e$ ,  $G_a$  – витрати повітря, яке виходить з ланки, відповідно, в виконавчий механізм і в атмосферу.

Тому, що  $p_p / p_l$  і  $p_l / p_e < 1,89$ , відповідно до (5) витрати повітря  $G_p$  і  $G_e$  визначаються наступними співвідношеннями:

$$G_p = a_p \cdot F_p \cdot \sqrt{p_l \cdot (p_p - p_l)}, \quad (10)$$

$$G_e = a_e \cdot F_e \cdot \sqrt{p_e \cdot (p_l - p_e)}, \quad (11)$$

де  $a_p$ ,  $a_e$  – визначаються згідно співвідношення (7).

Тому, що  $p_l / p_a \geq 1,89$ , витрата  $G_a$  визначається співвідношенням (6):

$$G_a = a_a \cdot F_a \cdot p_l, \quad (12)$$

де  $a_a$  – визначається згідно співвідношення (8);  $F_a$  – площа отвору, що з'єднує ємність з атмосферою,  $F_a = \pi \cdot d \cdot h$ ;  $d$  – діаметр отвору;  $h$  – лінійне переміщення механічної ланки.

З урахуванням виразів (10) – (12), рівняння (9) запишемо у вигляді:

$$\frac{dp_l}{d\tau} = \frac{R \cdot T}{V} \cdot \left( a_p \cdot F_p \cdot \sqrt{p_l \cdot (p_p - p_l)} - a_e \cdot F_e \cdot \sqrt{p_e \cdot (p_l - p_e)} - a_a \cdot \pi \cdot d \cdot h \cdot p_l \right). \quad (13)$$

В рівнянні (13) невідомими є тиск у ланці  $p_l$ , а також регульований тиск  $p_p$ , тиск управління  $p_v$  і лінійне переміщення  $h$ . Величини  $V$ ,  $a_p$ ,  $a_v$ ,  $a_a$ ,  $F_p$ ,  $F_v$ ,  $d$  – є конструктивними характеристиками ланки.

Механічна ланка. Для визначення змінної стану регулятора – лінійного переміщення – розглядається прямолінійний рух матеріальної точки еквівалентної маси, який, згідно 2-го закону Ньютона, описує рівняння:

$$m \frac{d^2 h}{d\tau^2} = \sum_i P_i, \quad (14)$$

де  $m$  – сумарна еквівалентна маса елементів механічної ланки, що беруть участь у русі;  $\sum_i P_i$  – сума сил, що діють вздовж напрямку руху.

Рівняння руху мембрани регулятора (механічна ланка з лінійним переміщенням) представимо у такому вигляді:

$$m \frac{d^2 h}{d\tau^2} = P_{p(l)} + P_{p(a)c} + P_m - P_{np} - P_c - P_{p(a)m} - P_{mp}, \quad (15)$$

де  $m$  – визначається як сума мас рухомої частини мембрани та приєднаних мас пружини та сильфона;  $P_{p(l)}$  – сила дії тиску в пневматичній камері на ефективну площу мембрани;  $P_{p(a)c}$  – сила дії атмосферного тиску ефективну площу сильфона;  $P_m$  – сила дії мембрани;  $P_{np}$  – сила дії пружини;  $P_c$  – сила дії сильфона;  $P_{p(a)m}$  – сила дії атмосферного тиску на ефективну площу мембрани;  $P_{mp}$  – сила опору руху.

Сили, що обумовлені дією тиску повітря, представимо таким чином:

$$P_{p(l)} = p_l \cdot F_m, \quad (16)$$

$$P_{p(a)c} = p_a \cdot F_c, \quad (17)$$

$$P_{p(a)m} = p_a \cdot F_m, \quad (18)$$

де  $F_m$ ,  $F_c$  – ефективні площі мембрани і сильфона, відповідно.

Сили, обумовлені дією пружних елементів:

$$P_m = P_{m0} \cdot Z_m \cdot h, \quad (19)$$

$$P_{np} = P_{np0} \cdot Z_{np} \cdot h, \quad (20)$$

$$P_c = P_{c0} \cdot Z_c \cdot h, \quad (21)$$

де  $Z_m$ ,  $Z_{np}$ ,  $Z_c$  – жорсткості мембрани, пружини та сильфона, відповідно;  $P_{m0}$ ,  $P_{np0}$ ,  $P_{c0}$  – інсталяційні зусилля відповідних пружних елементів.

Силу опору руху визначатимемо відповідно до закону в'язкого тертя:

$$P_{mp} = D \frac{dh}{d\tau}, \quad (22)$$

де  $D$  – коефіцієнт в'язкого тертя.

Для постійних величин введемо наступні позначення:

$$P_0 = P_{p(a)c} + P_{m0} - P_{np0} - P_{c0} - P_{p(a)m}, \quad (23)$$

$$Z = Z_m + Z_{np} + Z_c. \quad (24)$$

З урахуванням виразів (16) – (22), позначень (23) і (24) та в результаті елементарних перетворень, рівняння (15) приймає наступний вигляд:

$$m \frac{d^2 h}{d\tau^2} = -D \frac{dh}{d\tau} + Z \cdot h + F_m \cdot p_l + P_0, \quad (25)$$

де  $Z$ ,  $F_m$ ,  $P_0$  – конструктивні характеристики ланки.

Для отримання часткового рішення задачі визначення невідомих, в рівняннях (13), (25) мають бути задані умови однозначності: коефіцієнти, що представляють конструктивні характеристики ланок, і початкові значення невідомих, які визначаються як статичні значення для розрахункових умов дослідження регулятора в початковий момент часу,  $\tau = 0$ .

За допомогою прямого перетворення Лапласа, зв'язок між змінними стану ланок представлена у вигляді передавальних функцій [7, 15].

Пневматична ланка:

$$W_n = K_n \frac{1}{\tau \cdot \varepsilon + 1}, \quad (26)$$

де  $K_n$  – коефіцієнт підсилення пневматичної ланки;  $\tau$  – постійна часу.

Механічна ланка:

$$W_m = K_m \frac{\omega^2}{s^2 + 2\zeta \cdot \omega \cdot s + \omega^2}, \quad (27)$$

де  $K_m$  – коефіцієнт підсилення механічної ланки;  $\zeta$  – безрозмірний коефіцієнт згасання;  $\omega$  – власна частота коливань. Постійні параметри передавальних функцій,  $K_n$ ,  $K_m$ ,  $\omega$ ,  $\tau$  є умовами однозначності, які можна визначити по конструктивних даних ланок. Безрозмірний коефіцієнт згасання  $\zeta$  по конструктивних даних знайти не можливо, тому його визначають експериментально, по вимірюванням вільного руху механічної ланки. Лінійну модель механічної ланки отримано за припущенні про в'язкий характер сили опору тертя. У дійсності, при русі механічної ланки має місце «сухе тертя».

### Результати дослідження.

На базі математичного описання узагальненого елемента МПК, для пневматичного редуктора тиску (ПРТ) представимо математичну модель, структурну схему та передавальну функцію, і визначимо його динамічні характеристики [6].

В ПРТ (рис. 8) чутливий елемент (ЧЕ) керує підсилювальним елементом типу "сопло-заслінка", змінюючи прохідний переріз живлючого сопла, таким чином, що тиск на виході пневматичної камери (ПК) підтримується відповідно до завдання. Заданий рівень тиску на виході редуктора формується жорсткістю чутливого елемента та силою тиску всередині нього.

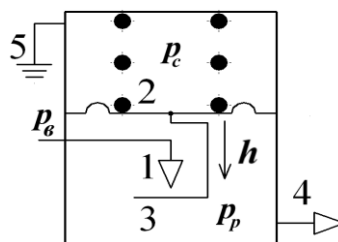


Рис. 8. Конструктивна схема редуктора тиску: 1 – сопло живлення; 2 – мембрана (ЧЕ); 3 – пневматична камера; 4 – вихідний отвір; 5 – атмосфера

*Динамічні характеристики пневматичного редуктора тиску.*

У системі ПРТ виділимо пневматичну ланку – ПК, змінною стану якої є вихідний тиск редуктора, і механічну ланку – ЧЕ із приєднаними масами, змінної стану якого є лінійне переміщення.

Рівняння ланки для пневматичної камери:

$$\frac{\Delta p_p}{\Delta t} = \frac{R \cdot T}{V} \cdot (G_6 - G_p), \quad (28)$$

де  $p_p$  – регульований тиск;  $t$  – поточний час;  $G_e, G_p$  – витрата живлючого повітря та витрата повітря на виході ПК.

У соплі живлення надзвуковий режим течії повітря ( $p_e / p_p \geq 1,89$ ), тому витрата живлючого повітря визначимо за виразом:

$$G_e = 0,0404 \mu_e \cdot F_e \cdot \frac{1}{\sqrt{T}} \cdot p_e, \quad (29)$$

тут коефіцієнт витрати  $\mu_e$  може бути визначений за коефіцієнтом гідравлічного опору магістралі живлення;  $F_e$  – площа перерізу сопла живлення, для круглого отвору,  $F_e = 2\pi \cdot r_e \cdot h$ ,  $r_e$  – радіус сопла живлення,  $h$  – лінійне переміщення (змінна стану).

Витрата повітря на виході ПК:

$$G_p = 0,0404 \mu_p \cdot F_p \cdot \frac{1}{\sqrt{T}} \cdot p_p, \quad (30)$$

тут коефіцієнт витрати  $\mu_p$  може бути визначений за коефіцієнтом гідравлічного опору на виході ПК;  $F_p$  – площа отвору на виході ПК, для круглого отвору,  $F_p = 2\pi \cdot r_p^2$ .

Рівняння (28), після підстановки в нього виразів (29), (30), набуває вигляду:

$$\frac{dp_p}{dt} = 72,9 \mu_e \cdot r_e \cdot \frac{\sqrt{T}}{V} \cdot p_e \cdot h - 36,4 \mu_p \cdot r_p \cdot \frac{\sqrt{T}}{V} \cdot p_p, \quad (31)$$

тут коефіцієнти витрати  $\mu_e, \mu_p$ ; радіуси отворів  $r_e, r_p$ , і об'єм  $V$  – конструктивні параметри редуктора, які мають постійні значення. Рівняння ланки отримано за припущення про ізотермічність процесу змінення тиску в ПК,  $T = \text{const}$ . Зазвичай швидкість змінення тиску повітря живлення  $p_e$ , набагато менша швидкості змінення тиску в ПК, тому можна припустити, що  $p_e = \text{const}$  (при регулюванні може мати різні значення в певному діапазоні, що характеризує джерело живлючого повітря).

Рівняння ланки для пневматичної камери (31) в результаті елементарних перетворень та введення позначень набуває вигляду:

$$\tau \frac{dp_p}{dt} = K_p \cdot h, \quad (32)$$

де

$$\tau = 0,0275 \frac{V}{\mu_p \cdot r_p^2 \cdot \sqrt{T}}, \quad K_p = 2 \frac{\mu_e \cdot r_e}{\mu_p \cdot r_p^2} \cdot p_e \quad (33)$$

Рівняння пневматичної ланки у вигляді (32) пов'язує змінні стану ПРТ,  $p_p$  та  $h$ , і є диференціальним рівнянням з постійними коефіцієнтами, лінійним щодо цих змінних. До цього рівняння можна застосувати перетворення Лапласа.

Рівняння ланки для ЧЕ можна записати у наступному вигляді:

$$m \frac{d^2 h}{dt^2} = P_{ЧЕ} + P_a - P_p - P_{mp}, \quad (34)$$

тут  $m$  – маса механічної ланки;  $P_{ЧЕ}$  – сила пружності ЧЕ;  $P_a$  – сила, обумовлена дією тиску всередині ЧЕ;  $P_p$  – сила, обумовлена дією регульованого тиску в ПК;  $P_{mp}$  – сила опору руху ЧК. Ці сили визначаються відповідно до математичної моделі робочого процесу МПК. У рівнянні (34) не враховано дію динамічного напору струменю на виході сопла живлення.

В результаті елементарних перетворень і введення відповідних позначень, рівняння (34) запишемо в стандартному вигляді:

$$\frac{d^2 h}{dt^2} + 2\zeta \cdot \omega_n \frac{dh}{dt} + \omega_n^2 \cdot h = K_c \cdot \omega_n^2 \cdot p_p, \quad (35)$$

тут

$$\zeta = \frac{D}{2\sqrt{Z_{ЧЕ} \cdot m}}, \omega_n = \sqrt{\frac{Z_{ЧЕ}}{m}}, K_c = \frac{F_{ЧЕ}}{Z_{ЧЕ}}, \quad (36)$$

де  $Z_{ЧЕ}$ ,  $F_{ЧЕ}$  – жорсткість і площа чутливого елемента (мембрани), конструктивні параметри.

Рівняння (35) зв'язує прирощення лінійного переміщення ЧЕ  $h$  з прирощенням регульованого тиску  $p_p$  і є диференціальним рівнянням з постійними коефіцієнтами, лінійним відносно змінних стану.

За допомогою прямого перетворення Лапласа взаємозв'язок змінних стану ланок представимо у вигляді передавальних функцій.

Передавальну функцію ПК отримаємо в результаті перетворення Лапласа рівняння (32):

$$W_{ПК} = K_p \frac{1}{\tau \cdot s + 1}, \quad (37)$$

яка є добутком передавальних функцій послідовно з'єднаних ланок – підсилювальної та аперіодичної.

Передавальну функцію ЧЕ отримаємо в результаті перетворення Лапласа рівняння (35):

$$W_{ЧЕ} = K_c \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta \cdot \omega_n \cdot s + \omega_n^2}, \quad (38)$$

яка є добутком передавальних функцій послідовно з'єднаних ланок – підсилювальної та коливальної.

По передавальним функціям (37) і (38) побудуємо структурну схему (рис. 9) и передавальну функцію ПРТ.

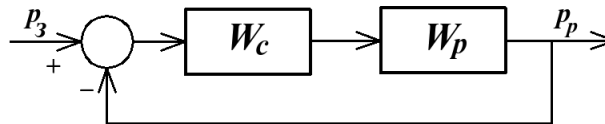


Рис. 9. Структурна схема пневматичного редуктора тиску

Редуктор тиску є системою автоматичного регулювання прямої дії з одиничним негативним зворотним зв'язком. Функції пристрою порівняння (суматор) та коригувального пристрою (підсилювальна ланка) виконує чутливий елемент. До об'єкта регулювання віднесена виконавча частина чутливого елемента та пневматична камера.

Передавальну функцію коригувального пристрою представляє коефіцієнт підсилення ЧЕ:

$$W_c = K_c, \quad (39)$$

Передавальна функція об'єкта регулювання ПРТ визначається передавальними функціями ПК та коливальної ланки ЧЕ:

$$W_p = K_p \frac{1}{\tau \cdot s + 1} \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta \cdot \omega_n \cdot s + \omega_n^2}, \quad (40)$$

Передавальна функція ПРТ з урахуванням зворотного зв'язку в загальному вигляді має вигляд:

$$T(s) = \frac{P_p(s)}{P_3(s)} = \frac{W_c(s) \cdot W_p(s)}{1 + W_c(s) \cdot W_p(s)}, \quad (41)$$

де  $P_p(s)$ ,  $P_z(s)$  – перетворення Лапласа входу (завдання) та виходу (регульованого значення) системи.

Характеристичне рівняння системи з передавальною функцією вигляду (41) записується наступним чином:

$$1 + W_c(s) \cdot W_p(s) = 0. \quad (42)$$

Після підстановки в рівняння (42) виразів (39) і (40), отримаємо розгорнуте представлення характеристичного рівняння системи ПРТ:

$$1 + K_c \cdot K_p \cdot \frac{\omega_n^2}{\tau} \cdot \frac{1}{\left(s + \frac{1}{\tau}\right) \cdot (s^2 + 2\zeta \cdot \omega_n \cdot s + \omega_n^2)} = 0, \quad (43)$$

Отримане характеристичне рівняння може бути використане для аналізу стійкості та дослідження динамічних характеристик системи редуктора тиску при доборі значень конструктивних параметрів, що забезпечують задані значення цих характеристик.

*Умови динамічної стійкості та якість перехідного процесу ПРТ.*

Згідно математичної моделі та структурної схеми ПРТ розроблено алгоритм і обчислювальна програма на мові MATLAB, з використанням інструментарію Control System Toolbox [8], в середовищі MATLAB проведено дослідження умов динамічної стійкості та якості перехідних процесів ПРТ.

За конструктивними даними редуктора тиску, що встановлюється в пневматичній системі ЛА (табл. 1), визначено параметри передавальних функцій пневматичної камери та чутливого елемента.

**Таблиця 1. Конструктивні дані досліджуваного мережевого пневматичного клапана**

№ п/п	Назва параметра	Позначення	Одиниці	Значення
1.	Тиск відбираного повітря*	$p_e$	мПа	1,0
2.	Температура відбираного повітря	$T$	К	493
3.	Радіус живлючого сопла	$r_e$	м	0,0025
4.	Радіус вихідного отвору ПК	$r_p$	м	0,0012
5.	Об'єм пневматичної камери	$V$	м <sup>3</sup>	$1,9 \cdot 10^{-5}$
6.	Маса механічної ланки	$m$	кг	0,0438
7.	Жорсткість чутливого елемента	$Z_{че}$	Н/м	$2,95 \cdot 10^4$
8.	Площа чутливого елемента	$F_{че}$	м <sup>2</sup>	$1,61 \cdot 10^{-4}$
9.	Коефіцієнт підсилення ПК	$K_p$	–	$3,5 \cdot 10^3 p_n$
10.	Постійна часу пневматичної ланки	$\tau$	с	0,02
11.	Безрозмірний коефіцієнт згасання	$\zeta$	–	0.707

\*Розрахункове значення тиску відбираного повітря; дійсне значення  $p_e$  змінюється в залежності від режиму роботи двигуна і висоти польоту від 0,4 до 1,4 мПа.

По характеристичному рівнянню, для коефіцієнта підсилення системи  $K_c$  побудований кореневий годограф (рис. 10). Встановлено область значень  $K_c$ , в якій процес регулювання редуктора тиску є стійким:  $K_c < 7,1 \cdot 10^{-9}$  м/Па.

Для значень  $K_c$  з цієї області:  $K_c = 10^{-9}$ ,  $2 \cdot 10^{-9}$ ,  $5 \cdot 10^{-9}$ , визначено показники якості процесу регулювання при одиничному східчастому впливі [6]: максимум перерегулювання  $\sigma_{\max}$ ; усталена похибка регулювання  $\varepsilon_{\infty}$ ; час регулювання  $t_p$ .

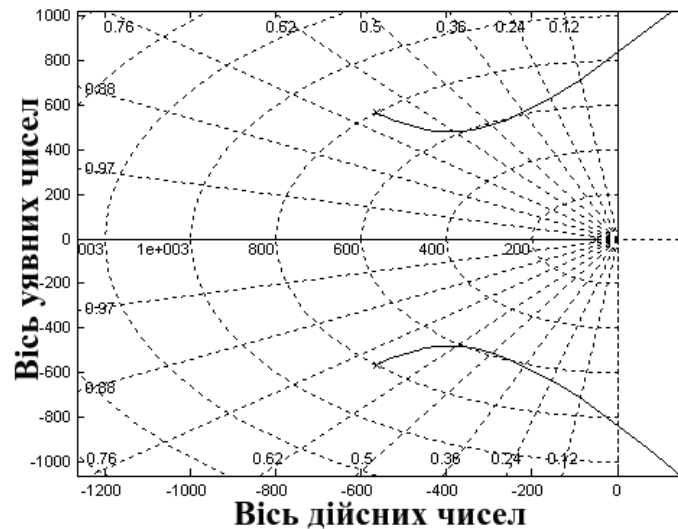


Рис. 10. Кореневий годограф для коефіцієнта підсилення редуктора тиску

Для табличних значень коефіцієнта підсилення системи  $K_c$  побудовано графіки перехідних функцій системи за часом при вхідному одиничному східчастому впливі (рис. 11).

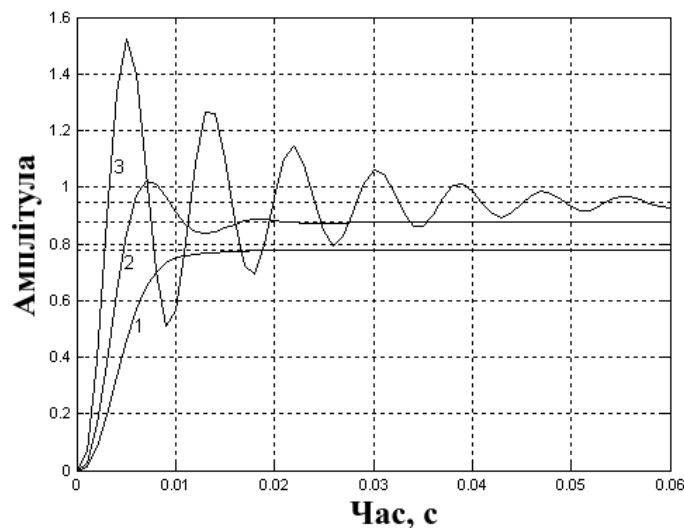


Рис. 11. Реакція редуктора тиску на одиничний східчастий вплив для різних значень коефіцієнта підсилення системи  $K_c$ :  $1 - 10^{-9}$ ,  $1 - 2 \cdot 10^{-9}$ ,  $1 - 5 \cdot 10^{-9}$

Аналіз отриманих результатів (табл. 2, рис. 11) показує, що для різних коефіцієнтів підсилення системи з області значень  $K_c$ , в якій процес регулювання редуктора тиску є стійким, ПРТ має зовсім відмінних характер реакції на одиничний східчастий вплив.

Таблиця 2. Показники якості процесу регулювання ПРТ

№ п/п	$K_c$ , м/Па	$\sigma_{\max}$ , %	$t_p$ , с	$\varepsilon_{\infty}$ , %
1.	$10^{-9}$	0	0,01	22
2.	$2 \times 10^{-9}$	2,5	0,02	12,5
3.	$5 \times 10^{-9}$	52	0,06	5,4

За значення  $K_c$ , близького до межі стійкості ( $K_c = 5 \cdot 10^{-9}$ ), спостерігається сильно коливальна реакція з великим максимум перерегулювання та відносно великим часом

регулювання. При цьому значення усталеної похибки регулювання найменше та задовільне.

При достатньо малому значенні коефіцієнта підсилення ( $K_c = 10^{-9}$ ), спостерігається суто аперіодична реакція, за відсутності коливальності та, відповідно, перерегулювання, з великим, незадовільним значенням усталеної похибки регулювання, хоча, з найменшим часом регулювання.

За проміжного значення ( $K_c = 2 \cdot 10^{-9}$ ), ПРТ демонструє слабку коливальну реакцію з невеликим максимум перерегулювання та малим часом регулювання. При цьому усталена похибка регулювання має достатньо велике значення.

З огляду на якість перехідного процесу ПРТ, з розглянутих значень коефіцієнта підсилення системи найбільш прийнятним є значення  $K_c = 2 \cdot 10^{-9}$ . Для цього випадку покращення усталеної похибки регулювання можна здійснювати двома шляхами:

- 1) відповідним підбором конструктивних параметрів ПРТ;
- 2) попереднім налаштуванням завдання регульованого тиску на виході ПРТ на дещо більше значення.

## Висновки.

В представленій роботі набув розвитку метод моделювання перехідних процесів у сучасних авіаційних мережевих пневматичних регуляторах, заснований на рівняннях термодинаміки тіла змінної маси та методах теорії лінійних динамічних систем, який встановлює умови динамічної стійкості та якості перехідних процесів, їх зв'язок зі структурною схемою і особливостями конструкції.

Визначено основні збурювальні впливи на робочий процес у мережевих пневматичних клапанів – змінення тиску і витрати повітря на вході регулятора під час включення регулятора в роботу та за зміненим режиму роботи двигунів.

За конструктивними даними редуктора тиску, встановлюваного в пневматичній системі ЛА, визначено параметри передавальних функцій пневматичної камери та чутливого елемента. Згідно з характеристичним рівнянням, для коефіцієнта підсилення системи виявлено область значень, в якій процес регулювання редуктора тиску є стійким. Встановлено, що змінення коефіцієнта підсилення коригувального пристрою суттєво впливає як на показники якості, так і на запаси стійкості регулятора та системи в цілому.

Представлена модель регулятора може бути застосована для оптимізації якості його перехідного процесу шляхом аналізу конструктивної схеми та визначення необхідних значень параметрів структурних елементів регулятора.

В подальших дослідженнях доцільно уточнити математичну модель мережевих пневматичних регуляторів з урахуванням нелінійності опору тертя на основі експериментального визначення його типу та параметрів.

## Список використаних джерел.

1. Хлисту́н О.І. Розробка засобів і методів підвищення ефективності систем кондиціонування повітря транспортних літаків: Автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.07.01. Київський інститут інженерів цивільної авіації, Київ, 1993. 17 с.
2. Aviation Maintenance Technician Handbook – Airframe: FAA-H-8083-31B. U.S. Department of Transportation, Federal Aviation Administration, Flight Standards Service, 2023. 1052 p.
3. Baptista M.L., Prendinger H. Aircraft Engine Bleed Valve Prognostics Using Multiclass Gated Recurrent Unit. *Aerospace*, 2023. 10. 354. 24 p. <https://doi.org/10.3390/aerospace10040354>
4. Bender D. Exergy-Based Analysis of Aircraft ECS and its Integration into Model-Based Design. Doctoral thesis, Technische Universität, Berlin, Bundesrepublik Deutschland, 2019. 140 p.
5. Çengel Y.A., Boles M.A., and Kanoğlu M. Thermodynamics: An engineering approach, 9th edition. McGraw-Hill Education, New York, 2019. 984 p.

6. Franklin G. F., Powell J.D., and Emami-Naeini A. Feedback Control of Dynamic Systems, 8th ed. Pearson Education Limited, New York, 2020. 924 p.
7. Karnopp D.C., Margolis D.L., and Rosenberg R.C. System dynamics: Modeling, simulation, and control of mechatronic systems, 5th ed. John Wiley & Sons, Inc. Hoboken, NJ, 2012. 639 p.
8. Klee H, and Allen R. Simulation of Dynamic Systems with MATLAB and Simulink, 3rd ed. Taylor & Francis, CRC Press, Boca Raton, FL, 2018. 842 p.
9. Koury Costa, G. Modelling Air Flow through Pneumatic Valves: A Brief Review with an Experimental Case Study. *Eng.*, 2023. 4. 2601–2614. <https://doi.org/10.3390/eng4040149>
10. Lombardo, D. Advanced aircraft systems. McGraw-Hill, Inc., TAB Books, New York, NY, 1993. 365 p.
11. Moir I., and Seabridge A. Aircraft Systems: Mechanical, electrical, and avionics subsystems integration, 3rd ed. John Wiley & Sons, Ltd., Chichester, West Sussex, England, 2008. 505 p.
12. Pollok A. Modelling and control of aircraft environmental control systems. Doctoral thesis. Politecnico di Milano, Milan, Italy, 2017. 119 p. <https://elib.dlr.de/119309/1/thesis.pdf>
13. Pollok A., and Casella F. Modelling and simulation of self-regulating pneumatic valves. *Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems*, 2017. 23 (3). 243–261. <http://dx.doi.org/10.1080/13873954.2017.1298623>
14. Watton, J. Fundamentals of Fluid Power Control. Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2009. 493 p.
15. Yang F., Wang M., Liu Y., Guo Z., and Yue L. Modelling and Transmission Characteristics Analysis of APU Pneumatic Servo System. *Aerospace*, 2024, 11 (868). 18. <https://doi.org/10.3390/aerospace11110868>

Стаття надійшла до редакції 08.05.2025

Стаття прийнята 15.05.2025

Статтю опубліковано 20.06.2025



## DYNAMIC STABILITY CONDITIONS AND QUALITY OF TRANSITION PROCESS OF AN AIRCRAFT NETWORK PNEUMATIC VALVES

O. Khlystun<sup>1</sup>, V. Badakh<sup>1</sup>, R. Yeremenko<sup>1</sup>

<sup>1</sup> State University "Kyiv Aviation Institute"

### Summary

The article presents a study of the conditions of dynamic stability and quality of transient processes of network pneumatic valves (NPV) of aircraft, their relationship with the structural scheme and design features. A method of modeling transient processes in modern aviation NPV has been developed, based on the equations of thermodynamics of a body of variable mass and methods of the theory of linear dynamic systems. Based on the organizational structure and structural scheme, the main disruptive influences on the work process in the NPV were identified. A mathematical model of the dynamics of transient processes has been developed, which is presented in the form of a system of pneumatic and mechanical links with lumped parameters, and takes into account the structural scheme and design features of the NPV; the structure and parameters of the transfer function have been determined; algorithms and computational programs in the MATLAB language have been developed, which allowed us to identify the values of the design parameters for which the control process is stable. According to the design data of the pressure reducer installed in the aircraft pneumatic system, the parameters of the transfer functions of the pneumatic chamber and the sensitive element are determined. According to the characteristic equation, for the system gain coefficient (SGC), a root hodograph is constructed and the region of positive values of SGC is established, in which the process of regulating the pressure reducer is stable. It is shown that changing the gain of the correction device significantly affects the quality indicators and stability reserves of the regulator and the system as a whole. The obtained estimates of the quality of the regulation process show that the presented regulator model can be used to optimize the quality of its transient process by selecting the necessary values of the parameters of the structural elements of the regulator.

**Keywords:** pneumatic system, aircraft, pressure valve, mathematical model, transfer function, structural diagram, stability margin.