

Леонт'єва Вікторія Володимирівна кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри фундаментальної та прикладної математики, Запорізький національний університет, доцент кафедри вищої математики і фізики, Таврійський державний агротехнологічний університет імені Дмитра Моторного, Запоріжжя, <https://orcid.org/0000-0002-9863-9712>

Кондрат'єва Наталія Олександрівна кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри фундаментальної та прикладної математики, Запорізький національний університет, Запоріжжя, <https://orcid.org/0000-0002-6994-2536>

КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІКИ РИНКОВОЇ РІВНОВАГИ: ВЕРИФІКОВАНИЙ ОБЧИСЛЮВАЛЬНИЙ АЛГОРИТМ, ПЛАНУВАННЯ ЕКСПЕРИМЕНТУ ТА АНАЛІЗ ПАРАМЕТРИЧНОЇ ЧУТЛИВОСТІ

Анотація. Стаття присвячена розробці та апробації комплексної методології комп'ютерного моделювання динаміки ринкової рівноваги, що інтегрує в єдиний верифікований дослідницький цикл аналіз обчислювального алгоритму, математичне планування симуляційного експерименту та аналіз параметричної чутливості системи. Об'єктом моделювання обрано базову модель вальрасіанського цінового коригування при лінійних функціях попиту і пропозиції, реалізовану в середовищі Insight Maker із застосуванням методу Рунге-Кутта 4-го порядку. Визначальною методологічною особливістю підходу є використання точного аналітичного розв'язку базової моделі одночасно як засобу верифікації симулятора і як засобу перевірки коректності ідентифікованих коефіцієнтів регресійної моделі відгуку. Аналіз обчислювального алгоритму проведено через зведення задачі до стандартного тестового рівняння, що дозволило аналітично встановити умови чисельної стійкості методу Рунге-Кутта та визначити межі факторного простору, в яких гарантується коректність симуляції. Планування симуляційного експерименту здійснено на основі повного факторного плану 2^3 з трьома центральними точками, що охоплює 11 симуляцій та забезпечує ортогональність оцінок усіх коефіцієнтів регресійної моделі, включаючи попарні взаємодії між факторами. Верифікацію комп'ютерної моделі реалізовано на двох рівнях: зіставленням

ISSN 2786-6025 Online

симульованих траєкторій з аналітичним еталоном та порівнянням коефіцієнтів регресійних моделей, ідентифікованих на основі симульованих і аналітичних значень цільової функції. Результати верифікації підтвердили, що похибка симулятора обмежена кроком дискретизації, а не рівнем методичної похибки алгоритму. Параметричний аналіз на основі ідентифікованої регресійної моделі виявив нетривіальну ієрархію ефектів: коефіцієнт цінового коригування, відсутній у статичному апараті аналізу рівноваги, є домінуючим чинником динаміки конвергенції, внесок якого перевищує сумарний вплив цінових еластичностей попиту та пропозиції. Виявлені ефекти взаємодії свідчать про те, що ефективний ціновий механізм нівелює вплив структурних параметрів ринку на часовий горизонт встановлення рівноваги, тоді як при повільному ціновому коригуванні роль еластичностей суттєво зростає.

Ключові слова: динаміка ринкової рівноваги, вальрасіанське цінове коригування, комп'ютерне моделювання, верифікація симулятора, повний факторний план, регресійна модель відгуку, параметрична чутливість, аналіз алгоритму, Insight Maker.

Leontieva Viktoriia Volodimirivna Candidate of Sciences in Physics and Mathematics, Associate professor, Associate professor of the Department of Fundamental and Applied Mathematics, Zaporizhzhia National University, Associate professor of the Department of Higher Mathematics and Physics, Dmytro Motornyi Tavria State Agrotechnological University, Zaporizhzhia, <https://orcid.org/0000-0002-9863-9712>

Kondratieva Nataliia Oleksandrivna Candidate of Sciences in Physics and Mathematics, Associate professor, Associate professor of the Department of Fundamental and Applied Mathematics, Zaporizhzhia National University, Zaporizhzhia, <https://orcid.org/0000-0002-6994-2536>

COMPUTER MODELING OF MARKET EQUILIBRIUM DYNAMICS: VERIFIED COMPUTATIONAL ALGORITHM, EXPERIMENT PLANNING, AND PARAMETRIC SENSITIVITY ANALYSIS

Abstract. The article is devoted to the development and validation of a comprehensive methodology for computer simulation of market equilibrium dynamics, which integrates algorithm analysis, mathematical planning of simulation experiments, and parametric sensitivity analysis into a single verified research cycle. The object of modeling is the basic Walrasian price adjustment model with linear demand and supply functions, implemented in the Insight Maker environment using the fourth-order Runge-Kutta method. The defining methodological feature of the

approach is the usage of the exact analytical solution of the basic model simultaneously as a means of simulator verification and as a means of validating the identified coefficients of the response regression model. The analysis of the computational algorithm is conducted by reducing the problem to a standard test equation, which enables the analytical derivation of numerical stability conditions for the Runge-Kutta method and the determination of factor space boundaries within which the correctness of simulation is guaranteed. The simulation experiment is planned using a full factorial plan 2^3 with three central points, covering 11 simulations and ensuring orthogonality of all regression model coefficient estimates, including pairwise factor interactions. Verification of the computer model is carried out at two levels: by comparing simulated trajectories with the analytical reference, and by comparing regression model coefficients identified from simulated and analytical values of the target function. Verification results confirm that the simulator error is bounded by the discretisation step rather than by the methodological error level of the algorithm. Parametric analysis based on the identified regression model reveals a non-trivial hierarchy of effects: the price adjustment coefficient, absent from the static apparatus of equilibrium analysis, is the dominant factor of convergence dynamics, with its contribution exceeding the combined influence of the price elasticities of demand and supply.

The identified interaction effects indicate that an efficient price mechanism attenuates the influence of structural market parameters on the time horizon of equilibrium adjustment, whereas under slow price correction the role of elasticities increases substantially.

Keywords: market equilibrium dynamics, Walrasian price adjustment, computing modeling, simulator verification, full factorial design, response surface model, parametric sensitivity, algorithm analysis, Insight Maker.

Постановка проблеми. Питання про те, як швидко і за яких умов ринкова система досягає рівноважного стану, є одним із центральних у математичній економіці, і водночас одним із найменш операціоналізованих. Статичний апарат аналізу рівноваги, попри свою розвиненість, дає відповідь лише на питання про існування і положення рівноважної точки, залишаючи за межами розгляду динаміку конвергенції – той часовий процес, у ході якого ринкові ціни, реагуючи на поточний дисбаланс попиту і пропозиції, поступово наближаються до рівноважного рівня. Між тим саме характеристики цього процесу – часовий горизонт конвергенції, чутливість до параметрів ринку, умови, за яких він взагалі відбувається, – визначають практичну значущість рівноважного аналізу: рівновага, до якої система прямує надто повільно або в яку вона не конвергує за реальних параметрів, залишається теоретичним конструктом без прикладного змісту.

Дослідження динаміки конвергенції природно передбачає використання комп'ютерного моделювання [1-7] – і тут виникає методологічна колізія, що і визначає проблемне поле даної роботи. Комп'ютерна симуляція як засіб дослідження є методологічно повноцінною лише тоді, коли вона супроводжується трьома процедурами, кожна з яких є необхідною і жодна з яких не замінює іншу: аналізом обчислювального алгоритму, що встановлює межі довіри до числових результатів; плануванням симуляційного експерименту, що забезпечує системне покриття параметричного простору і виявлення ефектів взаємодії; верифікацією моделі відносно незалежного еталону, що надає висновкам доказовий, а не лише ілюстративний статус [6]. У прикладних дослідженнях з моделювання ринкової динаміки жодна з цих процедур систематично не реалізується: алгоритм приймається як належне, параметри варіюються ситуативно, а верифікація підміняється якісним зіставленням траєкторій.

Саме усунення цієї методологічної прогалини є предметом даного дослідження. Динаміка ринкової рівноваги обрана як об'єкт не лише через предметну актуальність, а й через рідкісну методологічну властивість: базова модель цінового коригування належить до класу задач, де точний аналітичний розв'язок існує і є замкненим. Ця обставина перетворює кожен з трьох процедур – аналіз алгоритму, планування і верифікацію – з ізольованого кроку на верифіковану ланку єдиного дослідницького ланцюжка, в якому результати кожного етапу змістовно обумовлюють наступний.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Аналіз наукових праць, що стосуються предметної та методологічної областей дослідження, доцільно вести у трьох площинах: комп'ютерне моделювання економічної динаміки як дослідницька традиція; динаміка ринкової рівноваги як специфічний об'єкт моделювання; методи аналізу та верифікації симуляційних моделей. Саме відсутність комплексного підходу, який охоплював би всі три площини, визначає наукову проблему даного дослідження.

Комп'ютерне моделювання як самостійний метод дослідження економічних систем сформувалось у рамках системної динаміки – методологічної традиції, закладеної Дж. Форрестером [8] і систематизованої Дж. Стерманом [9]. В їхньому підході симуляційний експеримент є не допоміжним інструментом для ілюстрації теоретичних положень, а самостійним джерелом знань про поведінку складних зворотньо зв'язних систем – знань, принципово недоступних засобами аналітичного аналізу. Робота [10] є найбільш повним сучасним синтезом цієї традиції стосовно економічних систем: вона демонструє, як комп'ютерне моделювання дозволяє досліджувати динаміку рівноваги, нерівноважні процеси та ефекти зворотного зв'язку там, де статичні методи рівноважного аналізу принципово неспроможні. Найбільш свіжим свідченням

інтеграції SD-моделювання в ядро економічної науки є робота [11], яка обґрунтовує, що симуляційне відтворення перехідних траєкторій між рівноважними станами – у тому числі динаміки конвергенції ціни – є тим саме, що відрізняє обчислювальний підхід від порівняльної статистики. Принципова, однак, методологічна прогалина цієї традиції залишається незмінною: питання про коректність і верифіковану точність самого обчислювального алгоритму в цих роботах систематично не ставиться.

Динаміка ринкової рівноваги як предметний об'єкт знайшла обґрунтування в класичному апараті математичної економіки. Принцип відповідності П. Самуельсона [12] встановив, що умови стійкості рівноважного стану невіддільні від характеристик динамічного пристосувального процесу – і ця теза утворює концептуальну основу для постановки задачі у форматі звичайних диференціальних рівнянь. Загальна мікроекономічна теорія [13] і прикладний аналіз ринкових механізмів [14] визначають предметне підґрунтя дослідження. Разом з тим жодне з цих джерел не розглядає комп'ютерну симуляцію як верифіковану дослідницьку процедуру з аналізом обчислювального алгоритму – що є цілком закономірним, оскільки їх метою є теоретичний аналіз рівноважних станів, а не дослідження динаміки конвергенції інструментами обчислювального моделювання. Дослідження з математичного моделювання економічної динаміки, представлені в роботах [15], розвивають апарат кількісного аналізу нелінійних економічних систем, однак залишають поза увагою специфічну задачу поєднання системно-динамічного комп'ютерного моделювання з плануванням обчислювального експерименту та строгою верифікацією.

Математичний інструментарій, необхідний для усунення зазначеної прогалини, сформований у двох незалежних традиціях. Теорія чисельного розв'язання звичайних диференціальних рівнянь надає точні гарантії порядку точності і стійкості методу Рунге-Кутта 4-го порядку, які можуть бути безпосередньо застосовані до аналізу симуляційного алгоритму і перетворюють верифікацію симулятора на строгий кількісний тест [16, 17]. Методологія планування обчислювальних експериментів і аналізу поверхонь відгуку [18-20] пропонує інструментарій систематичного дослідження параметричної чутливості симуляційних моделей через ортогональні факторні плани і регресійні метамоделі. В роботі [21] узагальнено зазначені методи стосовно задач планування і аналізу симуляційних експериментів, та обґрунтовано, що регресійні метамоделі є природним засобом ідентифікації параметричних ефектів у детермінованих і стохастичних симуляторах; підхід до верифікації метамоделей відносно симулятора систематизовано в роботі [22]. Разом з тим в традиції чисельних методів та методології планування симуляційних експериментів дослідженням, що систематично інтегрують ці підходи в єдиний верифікований методологічний цикл стосовно моделей динаміки ринкової

ISSN 2786-6025 Online

рівноваги, приділено недостатньо уваги. Саме реалізація такого циклу становить основну ідею даного дослідження – у ньому аналітичний розв'язок базової моделі виступає не спрощуючою обставиною, а методологічним ресурсом, що зв'язує аналіз алгоритму, планування, верифікацію симулятора і параметричний аналіз у єдину доказову процедуру.

Метою статті розробка та апробація комплексної методології комп'ютерного моделювання динаміки ринкової рівноваги в середовищі Insight Maker, що інтегрує в єдиний верифікований дослідницький цикл аналіз обчислювального алгоритму, математичне планування симуляційного експерименту і аналіз параметричної чутливості системи на основі ідентифікованої регресійної моделі відгуку. Визначальною особливістю підходу є використання точного аналітичного розв'язку базової моделі одночасно як засобу верифікації симулятора і як засобу перевірки коректності ідентифікованих коефіцієнтів регресії, що надає кожному з компонентів дослідження доказовий, а не лише процедурний статус.

Математична модель і методологічний ресурс аналітичного розв'язку. Вибір об'єкту комп'ютерного моделювання визначається не лише предметною актуальністю, а й методологічними властивостями відповідної математичної моделі. Базова модель цінового коригування – рівняння, що відображає принцип вальрасіанського пристосування при лінійних функціях попиту і пропозиції [8, 9], – є лінійним автономним диференціальним рівнянням першого порядку. Ця обставина визначає принципову рису обраного об'єкту: задача має точний аналітичний розв'язок, що описує монотонну збіжність ціни до рівноважного стану P^* з показником згасання $\beta = k(b + d)$, де k – коефіцієнт цінового коригування, b та d – цінові еластичності попиту та пропозиції відповідно.

Ключова методологічна роль аналітичного розв'язку в даному дослідженні полягає в тому, що він перетворює всі три етапи обчислювального циклу на верифіковані процедури з кількісно контрольованою точністю. По-перше, з нього безпосередньо виводяться умови стійкості чисельного алгоритму і характер загасання похибок початкових даних – без наближень і без посилянь на «достатню малість» кроку. По-друге, він задає аналітичний еталон для цільової функції симуляційного експерименту – часу встановлення рівноваги T_{eq} , точна формула якого є мультиплікативною функцією параметрів k, b, d .

Мультиплікативна структура цієї залежності є не деталлю, а принциповою обставиною: вона вказує на неминучість ефектів взаємодії між параметрами і тим самим обґрунтовує вибір повного факторного плану як єдино коректного інструменту параметричного аналізу. По-третє, аналітичний розв'язок забезпечує другий рівень верифікації – перевірку того, що

ідентифіковані коефіцієнти регресійної моделі відображають реальну параметричну залежність, а не артефакти обчислювального методу.

Аналіз обчислювального алгоритму. Комп'ютерна реалізація моделі здійснена в середовищі Insight Maker [23] із застосуванням методу Рунге-Кутта 4-го порядку (RK4) – стандартного методу інтегрування цієї платформи. Аналіз алгоритму проводиться не як формальна вимога, а як змістовна процедура, результати якої безпосередньо визначають параметри симуляційного плану. Глобальна похибка методу порядку $O(h^4)$ [16] при лінійній обчислювальній складності $O(N)$ задає верхню межу кроку інтегрування, за якою теоретично гарантована точність наближення перестає виконуватися. Однак для лінійної задачі, якою є модель цінового коригування, ця межа визначається не лише загальною теорією, а й конкретною умовою стійкості, що формулюється через параметри системи.

Зведення задачі до стандартного тестового рівняння [17] дозволяє встановити, що умова стійкості RK4 для даної моделі набуває вигляду обмеження на добуток кроку інтегрування і показника загасання системи. Перевірка цієї умови є обов'язковою процедурою до початку планування: вона гарантує, що жодна комбінація параметрів у факторному просторі не породить чисельно нестійкої траєкторії, а будь-яка розбіжність між симуляцією і аналітичним розв'язком матиме природу дискретизаційної похибки, а не обчислювальної нестабільності. Зазначена умова виконана в усіх точках матриці плану із значним запасом, що є необхідною передумовою для коректної інтерпретації результатів верифікації. Аналіз чутливості рівноважного стану до похибок вхідних параметрів, проведений аналітично, вказує на зростання умовного числа задачі при малій різниці між константами попиту і пропозиції, що враховується при виборі базових параметрів моделі.

Планування симуляційного експерименту. Планування симуляційного експерименту виходить з необхідності системного дослідження параметричної залежності T_{eq} у тривимірному просторі факторів k, b, d . Як показує аналітична структура цільової функції, всі три параметри входять до неї нелінійно і мультиплікативно-зв'язано, що робить їхнє поєднане варіювання принципово недостатнім для виявлення ефектів взаємодії [18]. Повний факторний план 2^3 з трьома центральними точками, реалізований у дослідженні, охоплює 11 симуляцій і забезпечує ортогональність оцінок усіх коефіцієнтів регресійної моделі, включаючи попарні взаємодії між факторами.

Межі варіювання факторів визначаються одночасно двома взаємообумовленими вимогами: економічною змістовністю параметрів в усіх точках плану та виконанням умови стійкості обчислювального алгоритму, встановленої на попередньому етапі. Цей зв'язок між аналізом алгоритму і конструкцією плану є характерною рисою запропонованої комплексної

ISSN 2786-6025 Online

методології і відрізняє її від підходів, де планування і обчислювальний аналіз розглядаються незалежно [19]. Характеристики факторів і рівнів плану наведено в табл. 1; матриця плану з аналітичними значеннями відгуку, що слугують еталоном верифікації, – у табл. 2; T_{eq}^* – аналітичний еталон часу встановлення 99%-ї наближеності до рівноваги.

Таблиця 1

Фактори та рівні плану симуляційного експерименту

Фактор	-1	0	+1	Економічна змістовність
$k(x_1)$	0,2	0,5	0,8	Коефіцієнт цінового коригування
$b(x_2)$	1,0	2,0	3,0	Цінова еластичність попиту
$d(x_3)$	0,5	1,0	1,5	Цінова еластичність пропозиції

Таблиця 2

Матриця плану 2^3 з аналітичними значеннями відгуку

№	x_1	x_2	x_3	$x_1 x_2$	$x_1 x_3$	$x_2 x_3$	$x_1 x_2 x_3$	T_{eq}^{an} (аналітичний)
1	–	–	–	+	+	+	–	15,3506
2	+	–	–	–	–	+	+	3,8376
3	–	+	–	–	+	–	+	6,5788
4	+	+	–	+	–	–	–	1,6447
5	–	–	+	+	–	–	+	9,2103
6	+	–	+	–	+	–	–	2,3026
7	–	+	+	–	–	+	–	5,1169
8	+	+	+	+	+	+	+	1,2792
0×3	0	0	0	–	–	–	–	3,0701

Верифікація комп'ютерної моделі. Верифікація проводиться на двох рівнях, що є логічно послідовними і методологічно взаємодоповнюючими. Перший рівень – верифікація симулятора Insight Maker відносно аналітичного еталону – дає відповідь на питання: чи коректно обчислювальна платформа відтворює теоретично гарантовані властивості методу RK4? Одинадцять симуляцій, проведених за матрицею плану, дозволяють зіставити для кожного дослідження симульований час встановлення рівноваги та симульовану ціну наприкінці інтегрування з відповідними аналітичними значеннями. Результати

цього зіставлення, наведені в табл. 3, містять два принципово різних показники похибки, і саме їхнє співвідношення є діагностично інформативним. В табл. 3 позначено: $\Delta T_{eq} = |T_{eq}^{sim} - T_{eq}^{an}|$; ε_p — похибка ціни відносно P^* в кінцевий момент симуляції; в усіх дослідях $\Delta T_{eq} < h = 0,1$.

Таблиця 3

Результати симуляційного експерименту та
верифікація відносно аналітичного розв'язку

№	k	b	d	P^*	T_{eq}^{sim}	T_{eq}^{an}	ΔT_{eq}	ε_p
1	0,2	1,0	0,5	5,3333	15,400	15,3506	0,049	$1,32 \times 10^{-2}$
2	0,8	1,0	0,5	5,3333	3,900	3,8376	0,062	$2,01 \times 10^{-10}$
3	0,2	3,0	0,5	2,2857	6,600	6,5788	0,021	$1,90 \times 10^{-6}$
4	0,8	3,0	0,5	2,2857	1,700	1,6447	0,055	$4,44 \times 10^{-16}$
5	0,2	1,0	1,5	3,2000	9,300	9,2103	0,090	$1,45 \times 10^{-4}$
6	0,8	1,0	1,5	3,2000	2,400	2,3026	0,097	$8,88 \times 10^{-16}$
7	0,2	3,0	1,5	1,7778	5,200	5,1169	0,083	$2,71 \times 10^{-8}$
8	0,8	3,0	1,5	1,7778	1,300	1,2792	0,021	0
0×3	0,5	2,0	1,0	2,6667	3,100	3,0701	0,030	$2,49 \times 10^{-13}$

Розбіжність між симульованим і аналітичним часом рівноваги у всіх дослідях обмежена величиною кроку інтегрування – що є не просто задовільним, а закономірним результатом: симулятор реєструє момент перетину порогового значення лише в дискретні кроки, і цей ефект дискретності є структурним, а не методичним.

Принципово іншою є картина для похибки ціни: для більшості дослідів вона на кілька порядків менша за крок інтегрування, а в низці випадків знаходиться на рівні машинної точності.

Саме ця величина є справжньою мірою коректності чисельного методу і свідчить про те, що алгоритм RK4 в середовищі Insight Maker відтворює динаміку системи відповідно до теоретично гарантованого порядку точності [16].

Результати верифікації симулятора проілюстровано на рис. 1 та рис. 2. При цьому суттєвий діапазон значень T_{eq} по матриці плану є першим кількісним свідченням значної параметричної чутливості системи, а обмеженість похибки кроком дискретизації, а не рівнем методичної похибки RK4, підтверджує коректність симулятора.

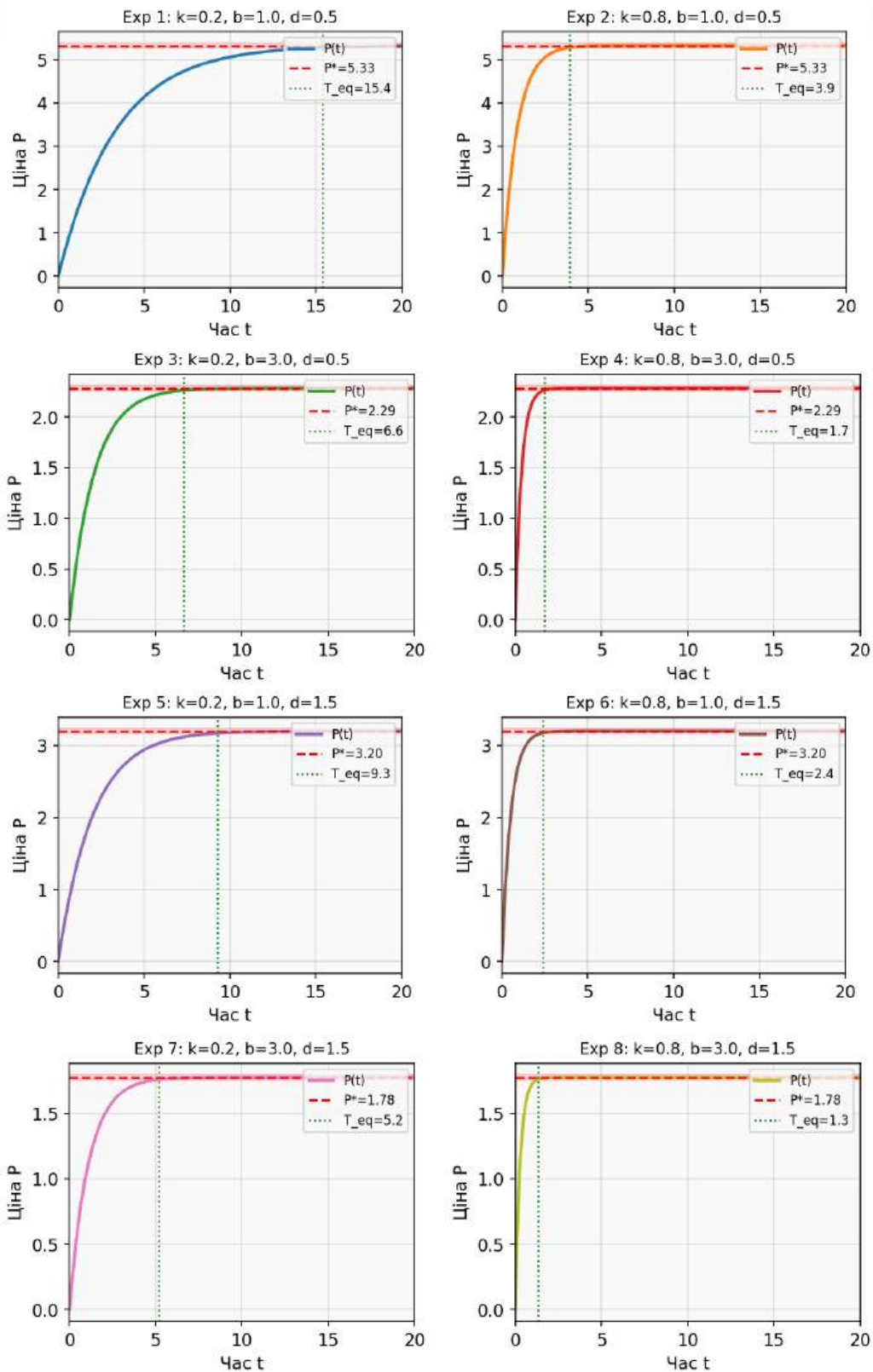


Рис. 1. Траєкторії $P(t)$ для восьми основних дослідів плану 2^3 , отримані в Insight Maker (RK4, $h = 0,1$)

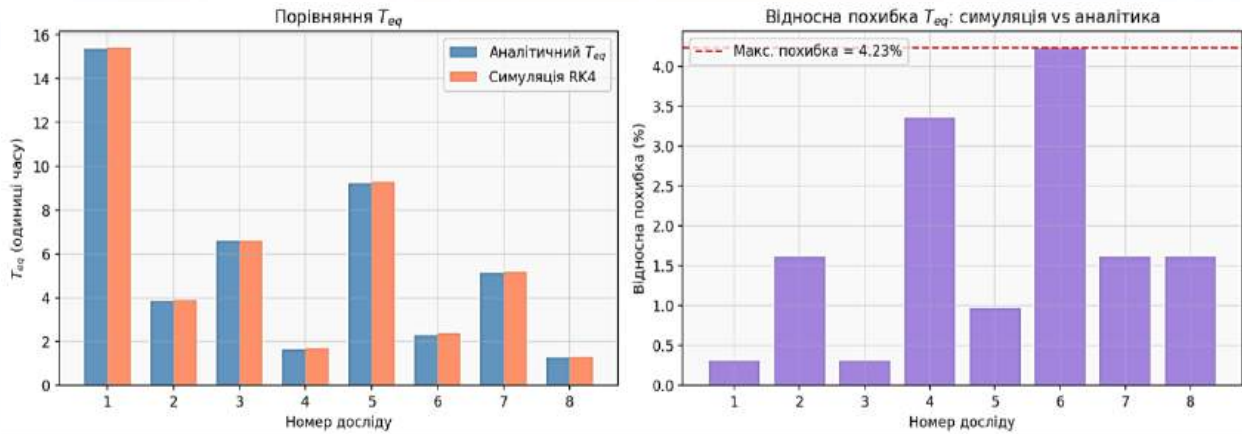


Рис. 2. Верифікація симулятора (симуляція vs аналітичний розв'язок):
порівняння T_{eq}^{sim} та T_{eq}^{an} по дослідах (ліворуч)
та відносна похибка $\Delta T_{eq} / T_{eq}^{an}$ (праворуч)

Другий рівень верифікації – перевірка регресійної моделі відгуку – реалізується через паралельну ідентифікацію коефіцієнтів на основі симульованих і аналітичних значень T_{eq} та зіставлення двох отриманих наборів (табл. 4). Логіка цієї перевірки така: якщо симулятор систематично спотворював параметричну залежність, коефіцієнти двох моделей суттєво різнилися б. Відсутність такої різниці є кількісним підтвердженням того, що регресійна модель відображає реальну структуру залежності T_{eq} від параметрів, а не артефакти обчислювальної схеми.

Таблиця 4

Коефіцієнти регресійної моделі відгуку
та їх верифікація відносно аналітичного еталону

Коефіцієнт	З аналітичних розрахунків	З симуляції	Різниця Δ	Зміст ефекту
b_0	5,6651	5,7250	0,0599	Базовий рівень відгуку в центрі факторного простору
b_1	-3,3991	-3,4000	0,0009	Домінуючий ефект швидкості цінового коригування (51,5%)
b_2	-2,0102	-2,0250	0,0148	Ефект цінової еластичності попиту (30,7%)
b_3	-1,1878	-1,1750	0,0128	Ефект цінової еластичності пропозиції (17,8%)

Коефіцієнт	З аналітичних розрахунків	З симуляції	Різниця Δ	Зміст ефекту
b_{12}	1,2061	1,2000	0,0061	Взаємодія $k \times b$: послаблення структурного ефекту при зростанні k
b_{13}	0,7127	0,7000	0,0127	Взаємодія $k \times d$: аналогічна закономірність
b_{23}	0,7310	0,7250	0,0060	Взаємодія $b \times d$ між структурними параметрами ринку

Регресійна модель відгуку та аналіз параметричної чутливості.

Ортогональність повного факторного плану 2^3 забезпечує незміщеність і незалежність оцінок усіх семи коефіцієнтів регресійної моделі відгуку, що є необхідною умовою для коректного порівняння відносної значущості факторів [18]. Верифікація коефіцієнтів відносно аналітичного еталону (табл. 4) підтверджує, що розбіжності між двома наборами є систематично малими і пов'язані з дискретизаційною похибкою симулятора, а не зі спотворенням параметричної залежності.

Верифікована регресійна модель у кодованих змінних (скорочена на $b x_1 x_2 x_3$) представляється у вигляді

$$\hat{T}_{eq} = 5,725 - 3,4x_1 - 2,025x_2 - 1,175x_3 + 1,2x_1x_2 + 0,7x_1x_3 + 0,725x_2x_3 \quad (1)$$

та у натуральних змінних (після аналітичного перетворення, верифікованого програмно) у вигляді

$$\hat{T}_{eq} = 27,025 - 24k - 5,475b - 7,583d + 4kb + 4,667kd + 1,45bd. \quad (2)$$

Ієрархія головних ефектів, що впливає з моделі (1)-(2), є результатом, нетривіальним з позицій статичного аналізу ринкової рівноваги. Коефіцієнт цінового коригування k , що взагалі відсутній у стандартному апараті порівняльної статистики, виявляється домінуючим чинником динамічного горизонту рівноваги: його внесок у сумарну варіацію головних ефектів перевищує сумарний вплив обох структурних параметрів ринку – цінових еластичностей попиту і пропозиції разом узятих. Це означає, що швидкість цінового сигналу є більш визначальним чинником конвергенції до рівноваги, ніж структура ринку, відображена в еластичностях. Відносна значущість факторів ілюструється на рис. 3. При цьому домінування k є специфічним динамічним результатом, що не має відповідника у статичному аналізі рівноваги.

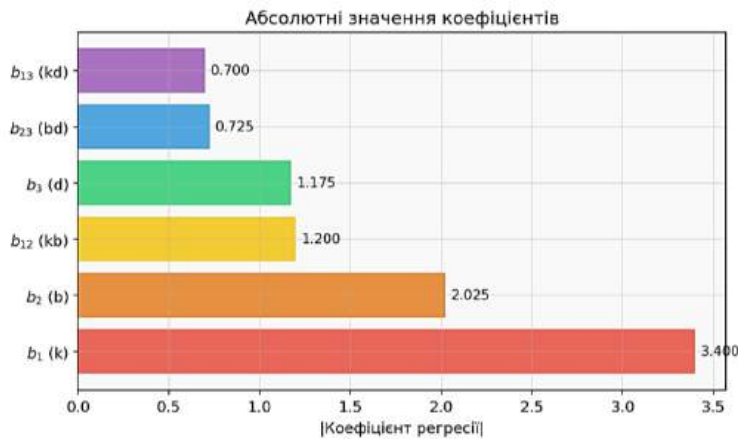


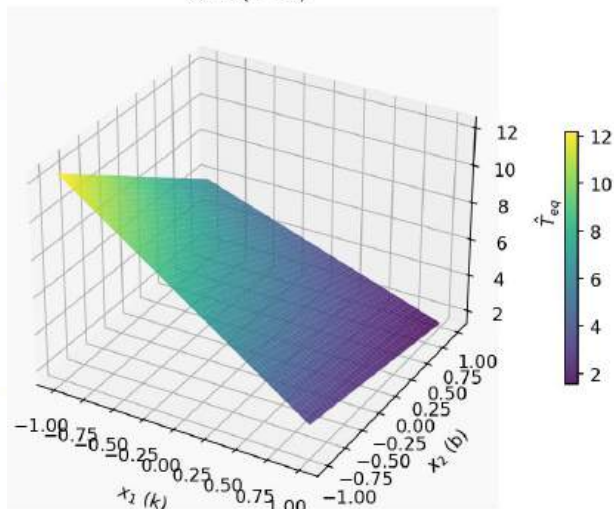
Рис. 3. Параметрична чутливість T_{eq} : абсолютні значення коефіцієнтів верифікованої регресійної моделі (ліворуч) та відносний внесок головних ефектів (праворуч)

Ефекти взаємодії між факторами, виявлені в моделі (1), несуть самостійний змістовний результат, що принципово не міг бути отриманий при послідовному варіюванні параметрів. Знаки і величини коефіцієнтів при взаємодіях $k \times b$ і $k \times d$ свідчать про те, що зростання швидкості цінового механізму послаблює вплив еластичностей на час встановлення рівноваги. При цьому ступінь такого послаблення є суттєвим: при переході від нижнього до верхнього рівня k ефективний внесок еластичності попиту b у зміну відгуку зменшується майже вчетверо. Ця закономірність має нетривіальну економічну інтерпретацію: ефективний ціновий механізм певним чином нівелює вплив структурних властивостей ринку на динаміку рівноваги, тоді як при повільному ціновому коригуванні структура ринку стає визначальним чинником часового горизонту конвергенції.

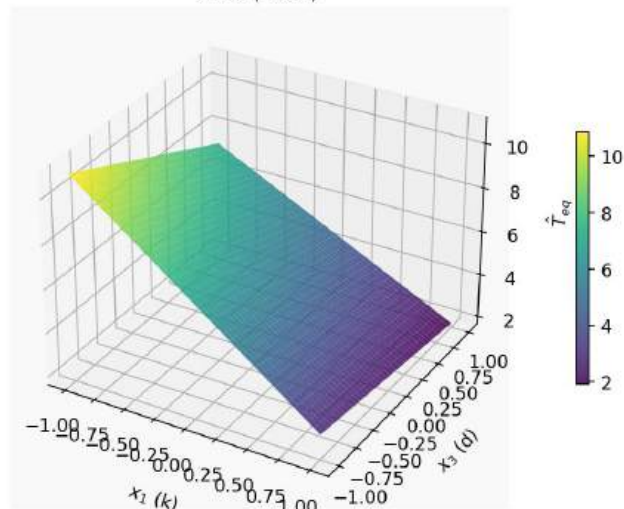
Поверхні відгуку (рис. 4) та контурні карти (рис. 5) унаочнюють цю нелінійну структуру параметричної залежності в усіх трьох підпросторах факторного плану.

Виражена нелінійність поверхні у площині (x_1, x_2) є графічним свідченням домінуючого ефекту взаємодії $k \times b$. Викривлення ліній рівного T_{eq} підтверджує нелінійну природу параметричної чутливості та ретроспективно обґрунтовує вибір факторного плану як єдино адекватного методу дослідження.

$x_3=0$ ($d=1.0$)



$x_2=0$ ($b=2.0$)



$x_1=0$ ($k=0.5$)

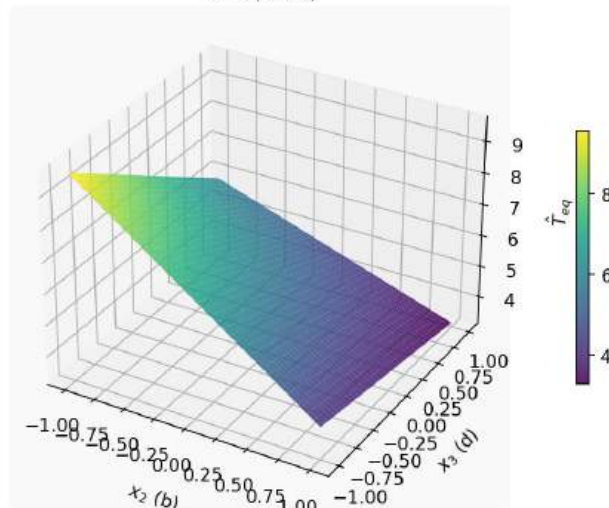


Рис. 4. Поверхні відгуку верифікованої регресійної моделі $\hat{T}_{eq}(x_1, x_2, x_3)$ (1) для трьох пар факторів (x_1, x_2) , (x_1, x_3) та (x_2, x_3)

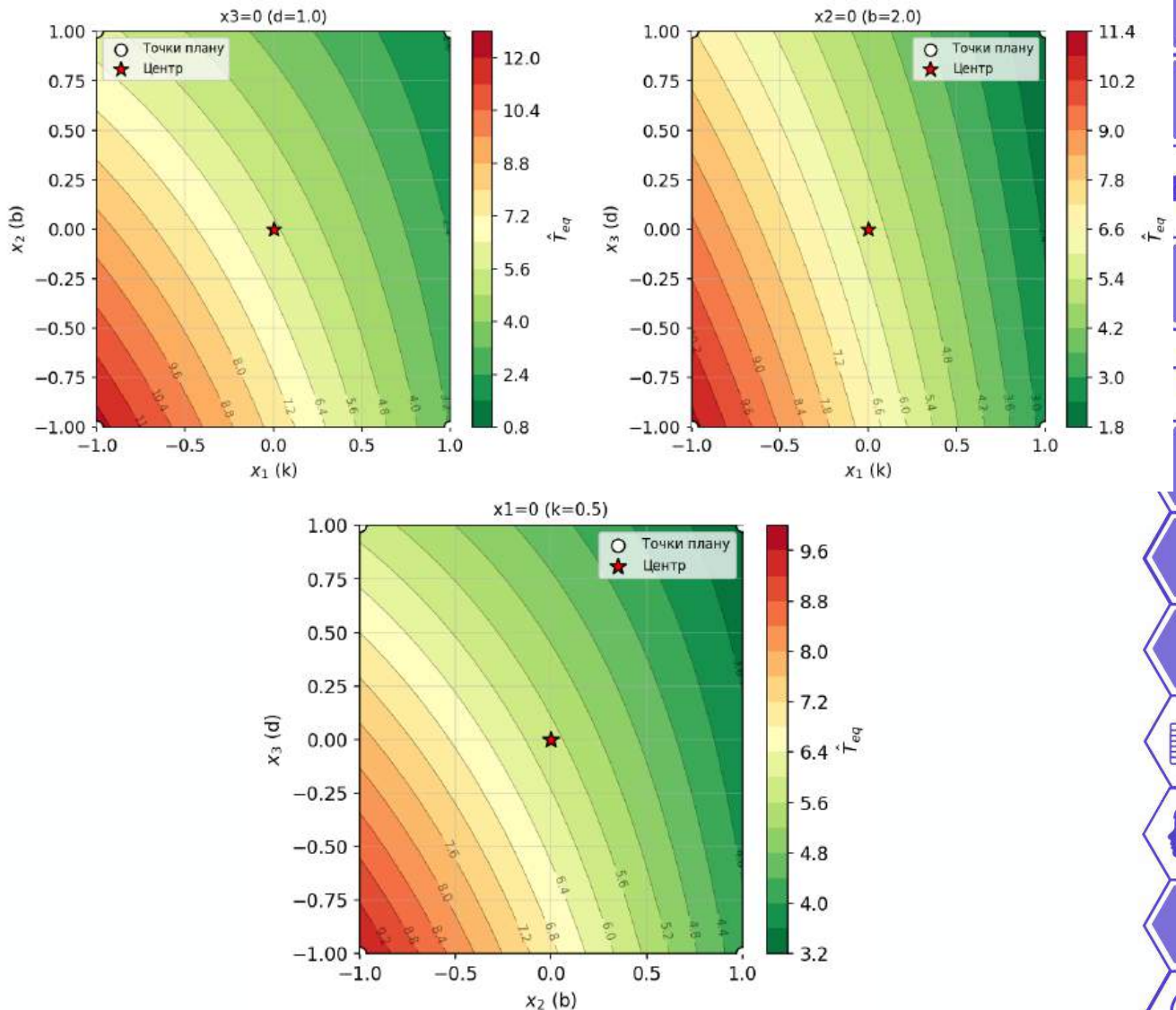


Рис. 5. Контурні карти поверхонь відгуку (лінії рівного $\hat{T}_{eq}$) з розташуванням точок плану 2^3 (○) та центральної точки (★)

Адекватність регресійної моделі та межі застосовності висновків.

Адекватність верифікованої регресійної моделі оцінюється через коефіцієнт детермінації і нормовану похибку апроксимації [20]. Отримане значення $R^2 = 0,9897$ означає, що модель (1) відтворює майже всю варіацію відгуку в дослідженій факторній області; залишкові відхилення є закономірним наслідком апроксимації нелінійної функції лінійною моделлю з взаємодіями першого порядку – і ця нелінійність є передбачуваною із самої структури аналітичної залежності T_{eq} від параметрів. Діагностика залишків (рис. 6) виключає присутність значущих систематичних ефектів за межами врахованих: залишки симетричні відносно нуля і рівномірно розподілені по всьому

ISSN 2786-6025 Online

діапазону відгуку, що є необхідною умовою правомірності висновків про ієрархію ефектів і характер взаємодій у дослідженій факторній області.

Відсутність систематичного паттерну залишків підтверджує правомірність висновків параметричного аналізу.

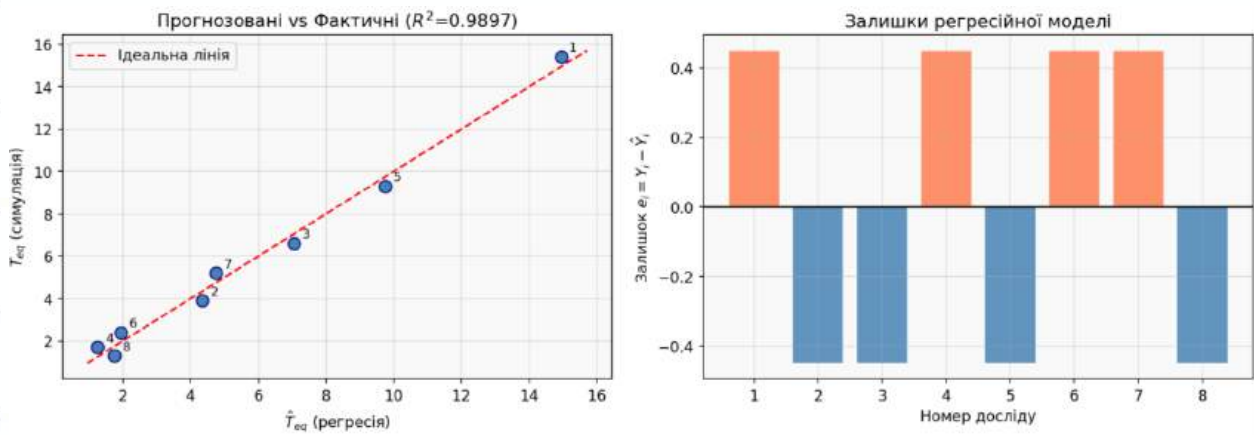


Рис. 6. Діагностика адекватності верифікованої регресійної моделі: прогнозовані та фактичні значення T_{eq} ($R^2 = 0,9897$, ліворуч) і залишки по досліджах (праворуч)

Висновки. Проведене дослідження демонструє, що комп'ютерне моделювання динаміки ринкової рівноваги набуває доказової наукової сили не через обсяг чисельних результатів, а через методологічну цілісність дослідницького циклу. Наявність аналітичного розв'язку базової моделі, яка могла б здатися спрощуючою обставиною, виявилася ключовим методологічним ресурсом: вона дозволила перетворити кожен із чотирьох компонентів дослідження – аналіз алгоритму, планування, верифікацію симулятора та параметричний аналіз – з ізольованої процедури на верифіковану ланку єдиного ланцюжка обґрунтування. Результати кожного етапу не просто доповнюють, а змістовно зумовлюють наступний: умови стійкості алгоритму визначають межі факторного простору, верифікація симулятора встановлює природу спостережуваних похибок, ортогональний план забезпечує незміщеність коефіцієнтів регресійної моделі, а сама модель перетворює одинадцять симуляцій на систематичне знання про параметричну структуру часу встановлення рівноваги.

Змістовним результатом, що виходить за межі верифікації методології, є встановлена ієрархія параметричних ефектів. Коефіцієнт k цінового коригування – параметр, що взагалі відсутній у статичному апараті аналізу ринкової рівноваги, – виявляється домінуючим чинником динаміки конвергенції, внесок якого перевищує сумарний вплив структурних характеристик ринку. Цей результат не є кількісним уточненням відомих якісних закономірностей, а є

якісно новим, оскільки жоден з існуючих підходів, що ігнорує явне врахування швидкості цінового механізму, не здатний його отримати. Виявлені ефекти взаємодії між коефіцієнтом цінового коригування та еластичностями свідчать про те, що структура ринку і ефективність цінового механізму є не незалежними, а ієрархічно підпорядкованими чинниками: роль структурних параметрів опосередковується швидкістю цінового сигналу, і саме цей ефект є безпосереднім наслідком застосування планованого факторного аналізу.

Література:

1. Tong, X., Chen, J., Miao, H., Li T., Zhang, L. (2015). Development of an agent-based model (ABM) to simulate the immune system and integration of a regression method to estimate the key ABM parameters by fitting the experimental data. *PLoS One*. 11(5), e0141295.
2. El-Sayed, A., Scarborough, P., Seemann, L., Galea, S. (2012). Social network analysis and agent-based modeling in social epidemiology. *Epidemiologic perspectives & innovations : EP+I*. 9(1), 1.
3. Thorne, B., Bailey, A., Peirce, S. (2007). Combining experiments with multi-cell agent-based modeling to study biological tissue patterning. *Brief Bioinform*. 8(4), 245–57.
4. Kivuti-Bitok, L. (2014). System dynamics model of cervical cancer vaccination and screening interventions in Kenya. *Cost Effectiveness and Resource Allocation*. 12, 26.
5. Kozytskyy, V., Marianna Olishevych, M., Beregova, G., Pabyrivska, N. (2023). Output and Energy Prices Fluctuations in Response to Market Shocks: System Dynamic Modeling. *International Journal of Energy Economics and Policy*. 13(2). 462-466.
6. Topalov, A., Kondratenko, Y., Leontieva, V., Kondratieva, N. (2025). Simulation Modeling of the Hall Electromagnetic Transducer for Measuring the Thickness of a Ferromagnetic Film. Eds : L. David, Y. Kondratenko, V. Vychuzhanin, H. Yin, N. Rudnichenko. *Information Control Systems and Technologies : 13th International Scientific and Practical Conference (ICST 2025)*. CEUR Workshop Proceedings, Odesa. 4048, 385–396.
7. Kondratieva, N.O., Leontieva, V.V., Pazinich, K.A., Zhelobetskiy, A.P., Usatenko, G.G., Gorbachov, O. A. (2025). Automation of the process of studying conflict situations and solving game theory problems with linear programming methods. *International scientific journal SWorldJournal*. 31(2), 26-37.
8. Mas-Colell, A., Whinston, M. D., Green, J. R. (1995). *Microeconomic Theory*. New York : Oxford University Press. 981 p.
9. Samuelson, P. A. (1941). The stability of equilibrium: comparative statics and dynamics. *Econometrica*. 9(2). 97–120.
10. Sterman, J. D. (2000.) *Business Dynamics: Systems Thinking and Modeling for a Complex World*. Boston : McGraw-Hill, 1008 p.
11. Forrester, J. W. (1961). *Industrial Dynamics*. Waltham : Pegasus Communications, 464 p.
12. Varian, H. R. (2014). *Intermediate Microeconomics: A Modern Approach*. 9th ed. New York : W. W. Norton & Company. 825 p.
13. Hairer, E., Nørsett, S. P., Wanner, G. (1993). *Solving Ordinary Differential Equations I: Nonstiff Problems*. 2nd ed. Berlin : Springer. 528 p.
14. Butcher, J. C. (2016). *Numerical Methods for Ordinary Differential Equations*. 3rd ed. Chichester : Wiley. 544 p.

ISSN 2786-6025 Online

- 15.Box, G. E. P., Hunter, W. G., Hunter, J. S. (2005). Statistics for Experimenters: Design, Innovation, and Discovery. 2nd ed. New York : Wiley-Interscience. 672 p.
- 16.Montgomery, D. C. (2019). Design and Analysis of Experiments. 10th ed. New York : John Wiley & Sons. 752 p.
- 17.Myers, R. H., Montgomery, D. C., Anderson-Cook, C. M. (2016). Response Surface Methodology: Process and Product Optimization Using Designed Experiments. 4th ed. New York : Wiley. 856 p.
- 18.Kleijnen, J. P. C. (2015). Design and Analysis of Simulation Experiments. 2nd ed. Berlin : Springer. 349 p.
- 19.Kleijnen, J. P. C. (2017). Regression and Kriging metamodels with their experimental designs in simulation: a review. *European Journal of Operational Research*. 256(1), 1–16.
- 20.Cavana, R. Y., Dangerfield, B. C., Pavlov, O. V., Radzicki, M. J., Wheat, I. D. (eds.) (2021). Feedback Economics: Economic Modeling with System Dynamics. Cham : Springer. 593 p.
- 21.Pavlov, O. V., Cavana, R. Y., Wheat, I. D., Saeed, K., Radzicki, M. J., Dangerfield, B. C. Introducing Feedback Thinking and System Dynamics Modeling in Economics Education. (2025). *System Dynamics Review*. e70001.
- 22.Voronin, A., Lebedeva, I., Lebedev, S. (2022). A nonlinear mathematical model of dynamics of production and economic objects. *Development Management*. 21(2), 8–15.
- 23.Insight Maker – платформа системної динаміки та імітаційного моделювання. URL: <https://insightmaker.com>.

References:

1. Tong, X., Chen, J., Miao, H., Li T., Zhang, L. (2015). Development of an agent-based model (ABM) to simulate the immune system and integration of a regression method to estimate the key ABM parameters by fitting the experimental data. *PLoS One*. 11(5), e0141295.
2. El-Sayed, A., Scarborough, P., Seemann, L., Galea, S. (2012). Social network analysis and agent-based modeling in social epidemiology. *Epidemiologic perspectives & innovations : EP+I*. 9(1), 1.
3. Thorne, B., Bailey, A., Peirce, S. (2007). Combining experiments with multi-cell agent-based modeling to study biological tissue patterning. *Brief Bioinform*. 8(4), 245–57.
4. Kivuti-Bitok, L. (2014). System dynamics model of cervical cancer vaccination and screening interventions in Kenya. *Cost Effectiveness and Resource Allocation*. 12, 26.
5. Kozytskyy, V., Marianna Oliskevych, M., Beregova, G., Pabyrivska, N. (2023). Output and Energy Prices Fluctuations in Response to Market Shocks: System Dynamic Modeling. *International Journal of Energy Economics and Policy*. 13(2). 462-466.
6. Topalov, A., Kondratenko, Y., Leontieva, V., Kondratieva, N. (2025). Simulation Modeling of the Hall Electromagnetic Transducer for Measuring the Thickness of a Ferromagnetic Film. Eds : L. David, Y. Kondratenko, V. Vychuzhanin, H. Yin, N. Rudnichenko. *Information Control Systems and Technologies : 13th International Scientific and Practical Conference (ICST 2025)*. CEUR Workshop Proceedings, Odesa. 4048, 385–396.
7. Kondratieva, N.O., Leontieva, V.V., Pazinich, K.A., Zhelobetskiy, A.P., Usatenko, G.G., Gorbachov, O. A. (2025). Automation of the process of studying conflict situations and solving game theory problems with linear programming methods. *International scientific journal SWorldJournal*. 31(2), 26-37.
8. Mas-Colell, A., Whinston, M. D., Green, J. R. (1995). Microeconomic Theory. New York : Oxford University Press. 981 p.

9. Samuelson, P. A. (1941). The stability of equilibrium: comparative statics and dynamics. *Econometrica*. 9(2). 97–120.
10. Sterman, J. D. (2000.) *Business Dynamics: Systems Thinking and Modeling for a Complex World*. Boston : McGraw-Hill, 1008 p.
11. Forrester, J. W. (1961). *Industrial Dynamics*. Waltham : Pegasus Communications, 464 p.
12. Varian, H. R. (2014). *Intermediate Microeconomics: A Modern Approach*. 9th ed. New York : W. W. Norton & Company. 825 p.
13. Hairer, E., Nørsett, S. P., Wanner, G. (1993). *Solving Ordinary Differential Equations I: Nonstiff Problems*. 2nd ed. Berlin : Springer. 528 p.
14. Butcher, J. C. (2016). *Numerical Methods for Ordinary Differential Equations*. 3rd ed. Chichester : Wiley. 544 p.
15. Box, G. E. P., Hunter, W. G., Hunter, J. S. (2005). *Statistics for Experimenters: Design, Innovation, and Discovery*. 2nd ed. New York : Wiley-Interscience. 672 p.
16. Montgomery, D. C. (2019). *Design and Analysis of Experiments*. 10th ed. New York : John Wiley & Sons. 752 p.
17. Myers, R. H., Montgomery, D. C., Anderson-Cook, C. M. (2016). *Response Surface Methodology: Process and Product Optimization Using Designed Experiments*. 4th ed. New York : Wiley. 856 p.
18. Kleijnen, J. P. C. (2015). *Design and Analysis of Simulation Experiments*. 2nd ed. Berlin : Springer. 349 p.
19. Kleijnen, J. P. C. (2017). Regression and Kriging metamodels with their experimental designs in simulation: a review. *European Journal of Operational Research*. 256(1), 1–16.
20. Cavana, R. Y., Dangerfield, B. C., Pavlov, O. V., Radzicki, M. J., Wheat, I. D. (eds.) (2021). *Feedback Economics: Economic Modeling with System Dynamics*. Cham : Springer. 593 p.
21. Pavlov, O. V., Cavana, R. Y., Wheat, I. D., Saeed, K., Radzicki, M. J., Dangerfield, B. C. *Introducing Feedback Thinking and System Dynamics Modeling in Economics Education*. (2025). *System Dynamics Review*. e70001.
22. Voronin, A., Lebedeva, I., Lebedev, S. (2022). A nonlinear mathematical model of dynamics of production and economic objects. *Development Management*. 21(2), 8–15.
23. Insight Maker – платформа системної динаміки та імітаційного моделювання. URL: <https://insightmaker.com>.

Дата першого надходження статті до видання: 09.02.2026

Дата прийняття статті до друку після рецензування: 24.02.2026