

DOI <https://doi.org/10.32782/2078-0877-2026-26-2-14>

УДК 532.135:532.5:519.6

С. В. Ляшенко¹, канд. техн. наук, доц.

ORCID: 0000-0002-3227-3738

М. О. Барда², магістрант

ORCID: 0009-0004-5495-8561

¹Полтавський державний аграрний університет²Уманський національний університет

e-mail: didur.vv@gmail.com

ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ МОДЕЛЮВАННЯ РУХУ В'ЯЗКОЇ РІДИНИ

Анотація. У статті розглянуто особливості математичного моделювання руху в'язкої рідини в каналах екструдера складної геометрії. Дослідження спрямоване на встановлення закономірностей зміни швидкості та тиску в циліндричних і кільцевих формувальних каналах матриці. Наведено алгоритм підготовки геометричної моделі, задання граничних умов, побудови розрахункової сітки та візуалізації результатів у програмному середовищі тривимірного моделювання. Встановлено, що характер розподілу тиску й швидкості суттєво залежить від форми каналу матриці: у циліндричному каналі спостерігається інтенсивніше гальмування потоку через додаткові опори, тоді як у кільцевому каналі рух в'язкої рідини є більш вирівняним.

Ключові слова: екструдер, руху в'язкої рідини, формувальний канал, матриця, розподіл тиску, математичне моделювання.

Постановка проблеми. Сучасні технології переробки рослинної сировини, кормових сумішей і в'язких рідин дедалі частіше передбачають використання екструдерів як обладнання, що забезпечує інтенсивну термомеханічну обробку. Якість готового продукту та стабільність роботи екструдера значною мірою визначаються узгодженістю параметрів шнекового органа та формувального вузла. Особливого значення набуває геометрія матриці, оскільки саме вона формує гідродинамічний опір потоку, впливає на розподіл тиску, швидкість руху в'язкої рідини і рівномірність виходу продукту.

Аналітичний опис руху в'язкої рідини в каналах складної форми є суттєво ускладненим через просторовий характер течії, наявність зон обертально-поступального руху, зміну реологічних характеристик матеріалу та складну геометрію проточної частини. Тому використання сучасних засобів комп'ютерного моделювання є доцільним і практично необхідним для аналізу таких процесів.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Сучасні дослідження в галузі моделювання екструзійних процесів показують, що математичний опис течії в'язкої рідини розвивається у трьох основних напрямках: аналітичні моделі шнекового транспортування, чисельне моделювання в тривимірній постановці та комбіновані інженерні підходи для прогнозування параметрів формування продукту. У сучасному огляді методів моделювання одношнекової екструзії підкреслюється, що чисельні методи стали ключовими для аналізу течії в каналах складної форми, де класичні аналітичні підходи мають обмежене застосування [1–4]. Окремі праці присвячені уточненню математичних моделей руху в'язкої рідини в одношнекових екструдерах. Зокрема, нові дослідження екструзії акцентують увагу на поєднанні реологічних моделей із просторовим аналізом течії, що дозволяє точніше враховувати зміну швидкості, температури та тиску вздовж каналу [5–9].

У прикладних роботах з чисельного моделювання течії в'язкої рідини в екструдері активно застосовують методи скінченних елементів і скінченних об'ємів. Такі підходи дозволяють описувати тривимірний рух в'язкої або неньютонівської рідини, а також прогнозувати поля швид-

кості та тиску в дозувальній зоні й у формувальних каналах. Зокрема, у дослідженні течії термопластичного еластомеру в одношнековому екструдері показано ефективність тривимірної чисельної моделі для визначення витрати, тиску та локальних особливостей потоку [10–14].

Отже, аналіз сучасних джерел підтверджує доцільність використання чисельного моделювання для оцінювання гідродинамічних процесів у формувальних вузлах екструдерів. Особливо актуальним є дослідження впливу геометрії матриці на структуру потоку, що й визначає наукову та практичну цінність виконаної роботи [15–19].

Формулювання мети статті. Метою статті є розробка математичної моделі течії в'язкої рідини в кільцевих і циліндричних каналах екструдера, а також визначення закономірностей зміни тиску та швидкості в залежності від геометрії формувального вузла.

Для досягнення поставленої мети передбачено: обґрунтувати вибір математичної моделі руху в'язкої рідини; задати фізичні параметри середовища та граничні умови; побудувати розрахункову сітку й виконати чисельне моделювання; проаналізувати поля швидкості й тиску в каналах різної форми; перевірити адекватність моделі шляхом зіставлення з експериментальними даними.

Основна частина. Розвиток математичних пакетів і інформаційних технологій значно розширив можливості дослідження складних технологічних процесів, які важко або неможливо повноцінно описати лише аналітичними методами. Для моделювання течії в'язкої рідини в каналах складної форми використано систему тривимірного чисельного аналізу Flow Vision, що дозволяє відтворювати просторові картини розподілу швидкості, тиску та інших фізичних параметрів.

Під час термомеханічної обробки сировини стабільність роботи обладнання залежить від співвідношення між тиском, який створює шнек, і гідродинамічним опором матриці. Геометрія формувального каналу визначає умови течії розплаву та впливає на кінцеву якість екструдату. Для чисельного дослідження були обрані дві конструкції формувального вузла: циліндрична та кільцева. Їхні геометричні характеристики наведено на рис. 1.

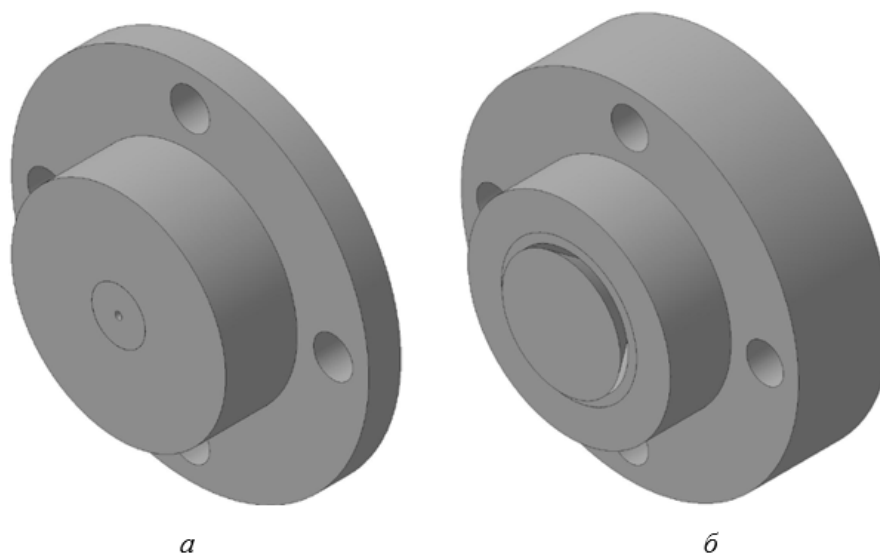


Рис. 1. Конструкція формувального вузла:
а – циліндричної форми; б – кільцевої форми

Геометричні параметри досліджуваних матриць:

– довжина матриці: 0,043 м для циліндричної та 0,055 м для кільцевої;

- довжина формувального каналу: 0,029 м і 0,045 м відповідно;
- площа формувального каналу: $1,94 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ та $2,53 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$;
- кут конуса шнека: 50° ;
- кут конуса обтікача для кільцевої матриці: 35° .

Вибір математичної моделі. Для опису течії розплаву в каналі матриці використано модель ламінарної рідини, що є прийнятною для малих швидкостей і чисел Рейнольдса менше 2300. У межах цієї постановки розв'язуються рівняння Нав'є–Стокса та рівняння нерозривності.

Рівняння Нав'є–Стокса для компонент швидкості мають вигляд:

$$\frac{\partial v_x}{\partial \tau} + \frac{\partial (v_x)^2}{\partial x} + \frac{\partial (v_x v_y)}{\partial y} + \frac{\partial (v_x v_z)}{\partial z} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{1}{Re} \nabla^2 v_x \quad (1)$$

$$\frac{\partial v_y}{\partial \tau} + \frac{\partial (v_x v_y)}{\partial x} + \frac{\partial (v_y)^2}{\partial y} + \frac{\partial (v_y v_z)}{\partial z} = -\frac{\partial P}{\partial y} + \frac{1}{Re} \nabla^2 v_y \quad (2)$$

$$\frac{\partial v_z}{\partial \tau} + \frac{\partial (v_x v_z)}{\partial x} + \frac{\partial (v_y v_z)}{\partial y} + \frac{\partial (v_z)^2}{\partial z} = -\frac{\partial P}{\partial z} + \frac{1}{Re} \nabla^2 v_z \quad (3)$$

Рівняння нерозривності:

$$\nabla \cdot V = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (4)$$

Для розрахунків прийнято такі початкові параметри розплаву: тиск $P = 101000$ Па, температура $T = 273$ К, початкова швидкість на вході $v = 0,22$ м/с, густина $\rho = 1290$ кг/м³, динамічна в'язкість $\mu = 9000$ Па·с.

Граничні умови. На межах розрахункової області було задано такі умови:

1. На стінках каналу – умова прилипання: $v_w = 0$.
2. На вході в канал – нормальна швидкість: $v_n = v_{nw}$.
3. Для обертового шнека – тангенціальна закрутка з кутовою швидкістю: $\omega = 37,68$ рад/с.
4. На виході продукту – нульовий тиск: $p_w = 0$.

Схему задання граничних умов для циліндричного та кільцевого формувального вузла доцільно подати на рис. 2.

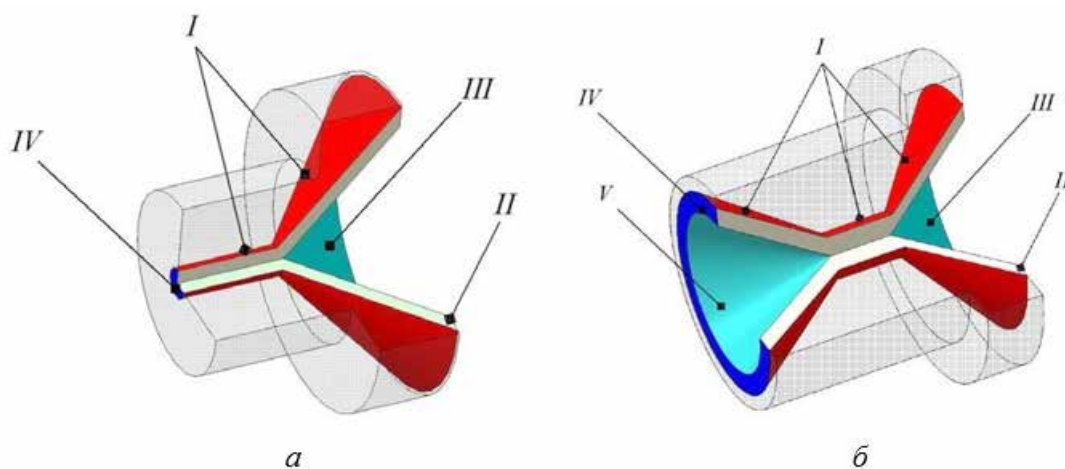


Рис. 2. Граничні умови формувального вузла:
а – циліндричної форми; **б** – кільцевої форми

Чисельний метод розв'язання. У програмі Flow Vision використано метод скінченних об'ємів для розв'язання рівнянь конвективно-дифузійного перенесення:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \nabla(V_f) = \nabla(D\nabla f) + Q \quad (5)$$

де f – розрахункова змінна;

V – швидкість;

D – коефіцієнт дифузії;

Q – джерельний член.

Інтегрування цього рівняння за об'ємом комірки та інтервалом часу дає дискретизовану форму:

$$V_i(f_i^{n+1} - f_i^n) + \sum_j F_{ij}S_{ij} + \sum_j G_{ij}g_{ij} + Q_i = 0 \quad (6)$$

Для підвищення точності при складній геометрії каналу застосовано адаптацію сітки за граничними умовами. Прямокутна декартова сітка з локальним подрібненням забезпечила деталізацію потоку в зоні зазору між шнеком і стінкою каналу.

Схеми розташування середніх величин у комірках і апроксимації конвективного перенесення подано на рис. 3.

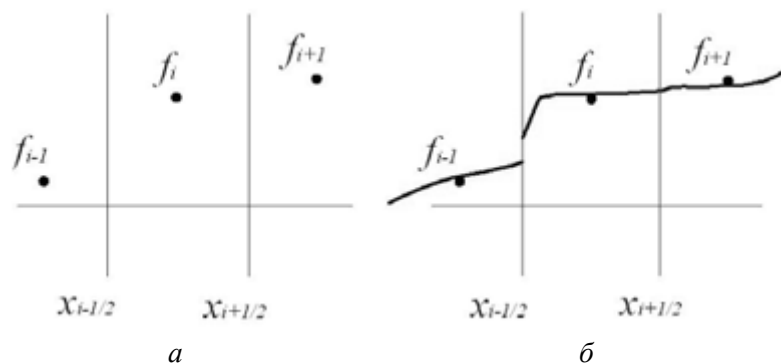


Рис. 3. Схеми апроксимації рівняння конвективного перенесення та розташування середніх величин у комірках

Результати моделювання. За результатами розрахунків побудовано графіки зміни тиску та швидкості розплаву по довжині формувального каналу для двох типів матриць. У каналах циліндричної та кільцевої форми виділено дві зони: I – зона гвинтового руху розплаву; II – зона поступального руху.

Для циліндричної матриці в першій зоні спостерігається плавне зниження тиску на 10–15 % від початкового значення та одночасне зменшення модуля швидкості. Це пояснюється зменшенням впливу обертового конуса шнека, а також прилипанням пристінкових шарів розплаву до стінок каналу. У другій зоні тиск продовжує спадати, а швидкість після короткої стабілізації знову зменшується.

Для кільцевої матриці в першій зоні зниження тиску є незначним, а модуль швидкості зменшується приблизно на 25 %. У другій зоні відбувається істотніше зниження тиску, проте швидкість зростає через перехід від обертально-поступального руху до більш вирівняного поступального переміщення, без додаткових локальних опорів (рис. 4, 5).

Перевірка адекватності моделі. На основі результатів моделювання були сконструйовані формувальні головки екструдера та проведено серію експериментів. Порівняння розрахункових і експериментальних даних показало, що відхилення швидкості в каналах складної форми становить 10–13 % залежно від типу матриці, а відхилення тиску – 18–25 %. Такі

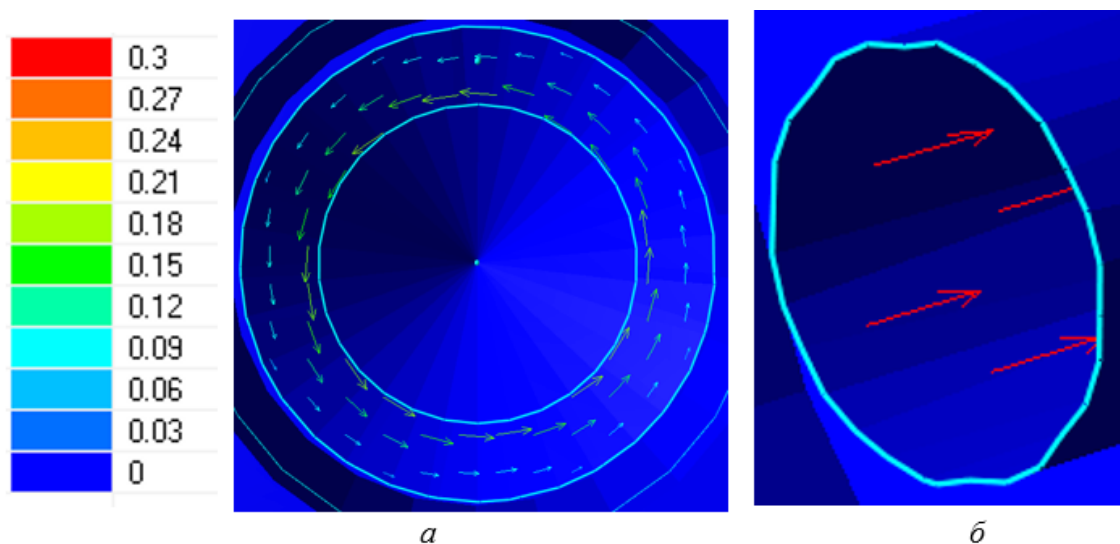


Рис. 4. Переріз матриці на відстані від входу:
 a – 9 мм (I зона); b – 20 мм (II зона)

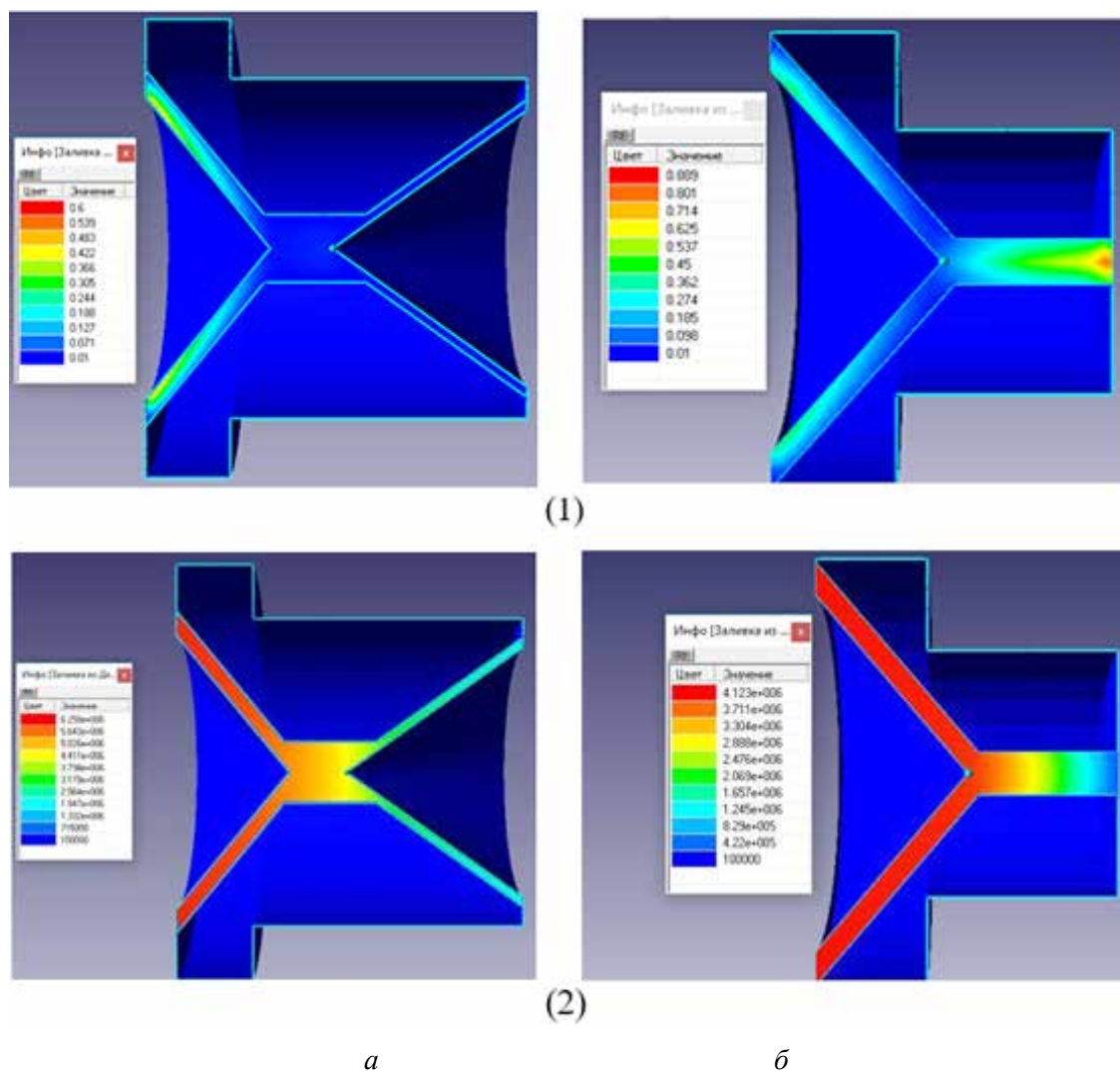


Рис. 5. Візуалізація зміни швидкості (1) і тиску (2) по довжині каналу матриці:
 a – циліндричної форми; b – кільцевої форми

результати можна вважати прийнятними для досліджуваного технологічного процесу та використаної моделі.

Висновки. У статті виконано математичне моделювання течії розплаву біополімеру в формувальних каналах екструдера циліндричної та кільцевої форми. Встановлено, що геометрія каналу істотно впливає на розподіл тиску та швидкості розплаву, а отже – на умови формування екструдату. Застосування рівнянь Нав'є–Стокса, рівняння нерозривності та методу скінченних об'ємів дозволило одержати наочну картину зміни фізичних параметрів у робочій зоні матриці. Виявлено, що кільцева форма формувального каналу забезпечує більш рівномірний рух розплаву, тоді як у циліндричному каналі сильніше проявляються локальні гідродинамічні опори. Порівняння результатів моделювання з експериментальними даними підтвердило задовільну адекватність побудованої моделі. Це дає підстави рекомендувати її для інженерного аналізу, проєктування та вдосконалення формувальних вузлів екструдерів у технологіях переробки біополімерних і кормових сумішей.

Список використаних джерел

1. Tadmor Z., Gogos C. G. Principles of Polymer Processing. 2nd ed. Hoboken: John Wiley & Sons, 2006.
2. Rauwendaal C. Polymer Extrusion. 5th ed. Munich : Hanser Publishers, 2014.
3. Marschik C., Roland W., Miethlinger J. Melt Conveying in Single-Screw Extruders: Modeling and Experiments. *Polymers*. 2022. Vol. 14, No. 5. Article 875. DOI: 10.3390/polym14050875.
4. Ghoreishy M.H.R. Finite element analysis of a thermoplastic elastomer melt flow in a single screw extruder. *Materials Processing Technology*. 2005.
5. Knaup F., Wortberg J. Improvement in an Analytical Approach for Modeling the Melting Behavior in Single-Screw Extrusion. *Polymers*. 2024. Vol. 16, No. 22. Article 3130. DOI: 10.3390/polym16223130.
6. Radwan M. et al. Understanding the Dynamics of Polymer Extrusion through Three-Dimensional Numerical Flow Simulation. *Heliyon*, 2024.
7. Журавель Д.П., Дідур В.В. Обґрунтування технологічної схеми детоксикації рицинової макухи для потреб кормовиробництва. *Збірник тез доповідей XIII-ї Науково-технічної конференції «Технічний прогрес у тваринництві та кормовиробництві»*, смт. Глеваха Київської області. м. Київ, Україна, (01–17 жовтня 2025 року) : матеріали конференції. Глеваха–Київ, 2025. С. 76–80.
8. Журавель Д.П., Дідур В.В. Обґрунтування технологічного процесу збирання рицини. *Збірник тез доповідей XXVI Міжнародної наукової конференції «Сучасні проблеми землеробської механіки»* (17–18 жовтня 2025 року). МОН України, Національний університет біоресурсів і природокористування України. Київ, 2025. 717 с. С. 147–150.
9. Дідур В.В., Журавель Д. П., Повар І.Ю, Петриченко Є.А. Теоретичні основи розрахунку конструкційно-технологічних параметрів конічної центрифуги для очищення рослинних олій. *Праці Таврійського державного агротехнологічного університету: наукове фахове видання / ТДАТУ*; гол. ред. д.т.н., проф. В. М. Кюрчев. Запоріжжя : ТДАТУ, 2025. Вип. 25, т. 3. С. 118–124. DOI: <https://doi.org/10.32782/2078-0877-2025-25-3-16>.
10. Журавель Д.П. Технології переробки насіння рицини дворазовим пресуванням. *Матеріали IV Міжнародної науково-практичної конференції «Технічне забезпечення інноваційних технологій в агропромисловому комплексі»*. Запоріжжя, 2022. С. 32–34.
11. Дідур В.В., Журавель Д. П., Повар І.Ю, Петриченко Є.А. Наукові основи очищення рослинних олій у конічних центрифугах. *Праці Таврійського державного агротехнологічного університету: наукове фахове видання / ТДАТУ*; гол. ред. д.т.н., проф. В.М. Кюрчев. Запоріжжя : ТДАТУ, 2025. Вип. 25, т. 3. С. 125–130. DOI: <https://doi.org/10.32782/2078-0877-2025-25-3-17>.
12. Журавель Д.П., Дідур В.В., Шевчук М.В. Обґрунтування триботехнічних властивостей біологічних олив для гідросистем сільськогосподарської техніки. *Науковий вісник Таврійського державного агротехнологічного університету: наукове фахове видання / ТДАТУ*; гол. ред. д.т.н., проф. В.М. Кюрчев. Запоріжжя : ТДАТУ, 2025. Вип. 15, т. 2. С. 45–53. DOI: <https://doi.org/10.32782/2220-8674-2025-15-2-6>.
13. Дідур В.В., Журавель Д.П., Колесніченко І.А., Петриченко Є.А. Моделювання теплової обробки насіння олійних культур високотемпературним теплоносієм. *Науковий вісник Таврійського державного агротехнологічного університету: наукове фахове видання / ТДАТУ*; гол. ред. д.т.н., проф. В.М. Кюрчев. Запоріжжя : ТДАТУ, 2025. Вип. 15, т. 2. С. 37–44. DOI: <https://doi.org/10.32782/2220-8674-2025-15-2-5>.



14. Дідур В.В., Журавель Д.П., Колесніченко І.А., Петриченко Є.А. Моделювання тепломасоперенесення в поверхневих капілярно-пористих середовищах. *Матеріали VII Міжнародної науково-практичної конференції. «Технічне забезпечення інноваційних технологій в агропромисловому комплексі»* (01–25 листопада 2025 року). Запоріжжя, 2025. С. 46–49.

15. Дідур В.В., Журавель Д.П. Аналіз технологічного процесу механізованого збирання рицини в умовах Південного Лісостепу України. *Матеріали VII Міжнародної науково-практичної конференції. «Технічне забезпечення інноваційних технологій в агропромисловому комплексі»* (01–25 листопада 2025 року). Запоріжжя, 2025. С. 56–61.

16. Журавель Д.П., Дідур В.В. Механіко-технологічні основи глибокої переробки насіння рицини на енергетичну біосировину: монографія. Запоріжжя : ТДАТУ, 2025. 275 с., іл.

17. Дідур В.В., Журавель Д.П. Аналіз технологій отримання олії з олійних культур. *Науковий вісник Таврійського державного агротехнологічного університету: електронне наукове фахове видання*. Мелітополь : ТДАТУ, 2022. Вип. 12, том 3. 10 с. DOI: 10.31388/2220-8674-2022-3-18.

18. Журавель Д.П. Обґрунтування методу очищення біологічних олій в електричному полі. *Збірник тез доповідей XIII-ї Науково-технічної конференції «Технічний прогрес у тваринництві та кормовиробництві»*, смт Глеваха Київської області – м. Київ, Україна, (01–18 жовтня 2024 року) : матеріали конференції. Глеваха–Київ, 2024. С. 68–72.

19. Журавель Д.П., Дідур В.В. Моделювання процесу очищення рицинової олії в електричному полі. *Матеріали VI Міжнародної науково-практичної конференції «Технічне забезпечення інноваційних технологій в агропромисловому комплексі»* (01–25 листопада 2024 року). Запоріжжя, 2024. С. 98–104.

Дата першого надходження статті до видання: 08.04.2026

Дата прийняття статті до друку після рецензування: 27.04.2026

Дата публікації (оприлюднення) статті: 25.05.2026

Стаття поширюється на умовах ліцензії відкритого доступу (CC BY 4.0)



S. Lyashenko¹, M. Barda²

¹*Poltava State Agrarian University*

²*Uman National University*

THEORETICAL BASIS OF MODELING VISCOUS LIQUID MOTION

Summary

The article summarizes the theoretical foundations of modeling the motion of a viscous fluid in channels of complex geometry. It is substantiated that mathematical modeling is an effective tool for studying flow processes that are difficult to describe by analytical methods only. The paper considers the main stages of model construction, including the choice of physical assumptions, the formulation of governing equations, and the specification of boundary and initial conditions. Special attention is paid to the Navier–Stokes equations, the continuity equation, and the convection–diffusion equation as the basic relationships for describing viscous flow. It is shown that for channels of complex shape, the finite volume method is one of the most effective numerical approaches, as it makes it possible to obtain pressure and velocity distributions within the computational domain. The presented theoretical provisions can be used in the analysis, design, and improvement of technological equipment in which viscous fluid motion plays an important role. Modeling viscous fluid motion is an important area of modern hydrodynamics, which allows us to describe and predict the behavior of fluids in natural and technical systems. The theoretical foundations of this process are based on the laws of conservation of mass, momentum, and energy, which are mathematically formalized in the form of equations of motion, in particular the Navier–Stokes equations. Taking into account the viscosity of the fluid makes it possible to describe the internal friction between the flow layers, which significantly affects the nature of the motion, including laminar and turbulent regimes. The paper considers key approaches to building mathematical models, methods for simplifying equations, boundary and initial conditions, as well as numerical methods for solving them. Special attention is paid to the analysis of parameters that determine the flow regime, in particular the Reynolds number, and their influence on the flow structure. The obtained theoretical provisions are the basis for creating effective models used in engineering, ecology, and industry to solve practical problems related to fluid transportation, heat transfer, and optimization of technological processes.

Keywords: extruder, viscous fluid motion, molding channel, die, pressure distribution, mathematical modeling.