

Н. І. Болтянська, І. Ю. Маніта

# ТЕХНОЛОГІЇ НАУКОВИХ ДОСЛІДЖЕНЬ В ТЕХНІЧНОМУ СЕРВІСІ

*Посібник-практикум*



**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ТАВРІЙСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ АГРОТЕХНОЛОГІЧНИЙ  
УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ДМИТРА МОТОРНОГО**

**Н. І. Болтянська, І. Ю. Маніта**

**ТЕХНОЛОГІЇ НАУКОВИХ  
ДОСЛІДЖЕНЬ  
В ТЕХНІЧНОМУ СЕРВІСІ**

*Посібник-практикум*

для здобувачів ступеня вищої освіти «Магістр» зі спеціальності  
208 «Агроінженерія»

Мелітополь  
2020

УДК [001.891:621](075)  
Б 79

Автори: Болтянська Н. І., Маніта І.Ю.

Рекомендовано до друку рішенням вченої ради механіко–технологічного факультету Таврійського державного агротехнологічного університету імені Дмитра Моторного  
(Протокол № 1 від 24.09.2020 )

Рецензенти:

- О. Г. Караєв – д.т.н., доцент кафедри сільськогосподарських машин, Таврійський державний агротехнологічний університет імені Дмитра Моторного;
- В. П. Кувачов – к.т.н., доцент кафедри машиновикористання в землеробстві, Таврійський державний агротехнологічний університет імені Дмитра Моторного.

**Болтянська Н. І.**

**Технології наукових досліджень в технічному сервісі:** посібник-практикум / Н. І. Болтянська, І. Ю. Маніта. – Мелітополь: Люкс, 2020. – 136с.

Посібник-практикум призначено для вивчення та практичного засвоєння знань з апріорної оцінки чинників експерименту, набуття навичок їх ранжирування, придбання навичок відсіювання незначущих чинників за наслідками попереднього (пошукового) експерименту, придбання навичок планування експерименту й визначення мінімального необхідного числа вимірювань, розподілених за нормальним законом, за наслідками попереднього експерименту, оволодіння методикою визначення рівнянь і коефіцієнтів регресії.

УДК [001.891:621](075)  
© Н. І. Болтянська, І. Ю. Маніта 2020  
© Люкс, 2020

## ЗМІСТ

<b>ВІДБІР ЧИННИКІВ ЕКСПЕРТНИМ МЕТОДОМ.....</b>	<b>4</b>
<b>ВІДСЛЮВАННЯ ЧИННИКІВ ЗА НАСЛІДКАМИ ПОПЕРЕДНЬОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ .....</b>	<b>30</b>
<b>ВИЗНАЧЕННЯ МІНІМАЛЬНОГО НЕОБХІДНОГО ЧИСЛА ВИМІРЮВАНЬ, РОЗПОДІЛЕНИХ ЗА НОРМАЛЬНИМ ЗАКОНОМ.....</b>	<b>62</b>
<b>ПЛАНУВАННЯ ПОВНОГО ФАКТОРНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ.....</b>	<b>85</b>
<b>МЕТОДИКА ВИЗНАЧЕННЯ РІВНЯНЬ І КОЕФІЦІЄНТІВ РЕГРЕСІЇ.....</b>	<b>106</b>

# ВІДБІР ЧИННИКІВ ЕКСПЕРТНИМ МЕТОДОМ

## Методичні вказівки до практичної роботи №1

**МЕТА РОБОТИ** – ознайомитися з апіорною оцінкою чинників, набути навички ранжирування чинників.

### 1 ВКАЗІВКИ З САМОПІДГОТОВКИ ДО РОБОТИ

#### 1.1 Завдання для самостійної підготовки (Додаток А)

*Вивчити:*

- зміст завдання повного статистичного аналізу експертного оцінювання;
- оцінка пріоритетів пропозицій (факторів);
- підготовка вихідної статистичної інформації для її верифікації.
- *Скласти звіт по роботі:*
- номер, найменування та мета роботи;
- зміст завдання повного статистичного аналізу експертного оцінювання;
- оцінка пріоритетів пропозицій (факторів);
- підготовка вихідної статистичної інформації для її верифікації.

#### 1.2 Питання для самопідготовки

1.2.1 Який зміст завдання повного статистичного аналізу експертного оцінювання?

1.2.2 Як проводиться оцінка пріоритетів пропозицій (факторів)?

1.2.3 Як проводиться підготовка вихідної статистичної інформації для її верифікації?

#### 1.3 Рекомендована література

1. Адаменко М. І., Бейлін М. В. Основи наукових досліджень. Х.: ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2014. 188 с.

2. Бобилев В. П., Іванов І. І., Пройдак Ю. С. Методологія та організація наукових досліджень: навчальний посібник. Дніпропетровськ: Системні технології, 2008. 264 с.

3. Кислий В. М. Організація наукових досліджень: навчальний посібник. Суми: Університетська книга, 2011. 224 с.

## **2 ВКАЗІВКИ ДО ВИКОНАННЯ РОБОТИ**

### **2.1 Програма робіт**

- Визначити коефіцієнт конкордації.
- Побудувати апріорну діаграму рангів.
- Зробити висновок.

*Скласти звіт та захистити роботу.*

### **2.2 Оснащення робочого місця**

2.2.1 Методичні вказівки.

2.2.2 Навчальна та наукова література.

### **2.3 Теоретичні відомості**

#### 1. *Поняття про експертизу.*

Одним з основних шляхів підвищення ефективності управління є застосування при підготовці рішень математичних методів і моделей. Однак нерідко завдання управління не піддаються повної формалізації через їхню складність і багатокритеріальності, відсутність можливості отримання достовірної кількісної інформації і чіткої відмінності критеріїв. У зв'язку з цим останнім часом все ширше застосовуються методи експертних оцінок, під якими розуміють організаційні, логічні і математичні методи, спрямовані на отримання від фахівців (експертів) інформації, її аналіз і узагальнення з метою підготовки та вибору раціональних рішень. Експертні методи застосовуються в таких ситуаціях, коли вибір, обґрунтування і оцінка наслідків рішень не можуть бути виконані на основі точних розрахунків.

#### 2. *Формулювання завдання експертизи.*

Достовірність і ефективність результатів експертного опитування в істотному ступені залежать від чіткості і конкретності сформульованої задачі. Можна назвати наступні приклади проблемних ситуацій, які можуть бути вирішені за допомогою методів експертного опитування:

- 1) розробка системи показників якості та узагальненого показника ефективності функціонування складної системи;
- 2) складання варіантів побудови системи;
- 3) визначення коефіцієнтів важливості (вагових коефіцієнтів) завдань, підсистем, варіантів, включених до переліку;
- 4) ранжування показників за важливістю і т.д.

### 3. Вибір та формування групи експертів.

Для проведення експертизи створюється група фахівців аналітиків, завданнями яких є вибір і формування групи експертів, вибір методу опитування, проведення опитування та обробка результатів.

При підборі експертів враховується їх компетентність, об'єктивність і зацікавленість в результатах дослідження. Точність і достовірність результатів експертної оцінки залежать від числа експертів в групі і від пайової складу різних фахівців. Група повинна бути досить великою і не повинна складатися з представників однієї вузької спеціальності, так як їх думку буде тенденційним.

### 4. Вибір методу опитування.

Основними видами опитування є анкетування, інтерв'ювання, метод Дельфі, мозковий штурм і дискусія.

**Анкетування** – опитування експертів в письмовій формі за допомогою анкет, в яких містяться спеціально підготовлені питання.

**Інтерв'ювання** – це усне опитування, що проводиться у формі бесіди-інтерв'ю. Для підготовки бесіди інтерв'юер розробляє питання, основною особливістю яких є можливість швидкого відповіді на них.

**Метод Дельфі** є багатотуровою процедурою анкетування з обробкою і повідомленням результатів кожного туру експертам, які працюють окремо один від одного.

**Мозковий штурм** є груповим обговоренням з метою отримання нових ідей і варіантів вирішення проблеми. Мозковий штурм часто називається мозковою атакою, методом генерації ідей.

**Дискусія** – вид експертизи, широко застосовуваний на практиці для обговорення проблем, шляхів їх вирішення, аналізу різних чинників і т.д.

Кожен з перерахованих методів має свої переваги і недоліки.

### 5. Обробка результатів опитування.

Вибір способу обробки інформації, отриманої експертами, залежить від методу експертного оцінювання. Розрізняють такі методи експертних оцінок: ранжування, парне порівняння, безпосередня (бальна) оцінка, послідовне порівняння.

### 6. Ранжування

Ранжування полягає в розташуванні об'єктів (чинників, показників, ознак) в порядку зростання (спадання) будь-якої властивій їм властивості.

При ранжируванні експерт повинен розташувати об'єкти в порядку, який представляється йому найбільш раціональним і приписати кожному з них числа натурального ряду – ранги. При цьому ранг 1 отримує найкращий об'єкт, а ранг N – найменш бажаний. Отже, число рангів N дорівнює числу ранжированих об'єктів.

Іноді експерт присвоює декількох об'єктів один і той же ранг і в результаті число рангів виявляється нерівним кількості ранжированих об'єктів n. У таких випадках об'єктів приписуються так звані стандартизовані ранги. При цьому загальне число стандартизованих рангів думають рівним n, а об'єктів, що мають однакові ранги, привласнюють стандартизований ранг, значення якого дорівнює середньому від суми місць, займаних об'єктами з однаковими рангами.

Нехай, наприклад, шести об'єктах (чинникам, альтернативам) присвоєні такі ранги:

i	1	2	3	4	5	6
r <sub>i</sub>	1	2	3	3	2	3

Тоді об'єктів 2 і 5, що поділив між собою друге та третє місце, присвоюється стандартизований ранг

$$S=(2+3)/2=2,5,$$

а об'єктам 3, 4 і 6, що поділили 4, 5 і 6 місця, приписується стандартизований ранг

$$S=(4+5+6)/3=5.$$

В результаті отримуємо наступну стандартну ранжування:

i	1	2	3	4	5	6
r <sub>i</sub>	1	2,5	5	5	2,5	5

Таким чином, сума рангів  $S$  отримана в результаті ранжирування  $n$  об'єктів, буде дорівнює сумі чисел натурального ряду, тобто

$$S = \sum_{i=1}^n \Delta r_i \quad (1)$$

де  $r_i$  – ранг  $i$ -го об'єкта.

Коли ранжування проводиться кількома ( $m$ ) експертами, то спочатку для кожного об'єкта підраховують суму рангів  $S_{ij}$ , отриману від всіх експертів, а потім виходячи з цієї величини встановлюють результуючий ранг для кожного об'єкта. При цьому найвищий ранг (перший) привласнюють об'єкту, отримав найменшу суму рангів, і, навпаки, об'єкту, який отримав найбільшу суму рангів, присвоюється найнижчий ранг  $N$ . Решта об'єктів впорядковують відповідно до зростання суми рангів щодо об'єкта першого рангу.

#### Безпосередня (бальна) оцінка.

Являє собою процедуру присвоєння порівнюваним об'єктам числових значень (балів) в прийнятій шкалі інтервалів. Як правило, на практиці використовуються п'яти-, десяти- і стобальною шкали.

Завдання експерта полягають в приміщенні кожного з аналізованих об'єктів в певний оціночний інтервал, відповідно до ступеня володіння ті чи іншим властивістю.

У деяких випадках зручніше для вибору найкращого чиннику (об'єкта, альтернативи) спочатку провести безпосередню оцінку, а потім все чинники ранжувати. Нехай, наприклад,  $m$  експертів оцінили (за шкалою від 0 до 100)  $K$  напрямків досліджень з точки зору важливості їх для досягнення певної мети.

Для того, щоб проранжувати ці оцінки, припишемо кожному з напрямків досліджень число натурального ряду таким чином, щоб ранг 1 був приписаний максимальній оцінці, а ранг  $K$  мінімальній.

У ряді випадків безпосередні оцінки нормуються. З цією метою оцінки по всіх об'єктах підсумовуються, а потім кожна з них ділиться на отриману суму. Нормування покращує порівнянність оцінок, отриманих в різний час або в різних умовах.

Коли в експертизі беруть участь кілька експертів, зазвичай намагаються отримати усереднену оцінку (вага) для кожного з

порівнюваних об'єктів. Для цього нормовані оцінки кожного об'єкта підсумовуються, а потім сума ділиться на число експертів.

### Парне порівняння.

При використанні цього методу проводиться порівняння розглянутих об'єктів попарно, з тим щоб встановити в кожній парі найбільш важливий (значимий).

Для полегшення цієї процедури складають матриці парних порівнянь, в яких всі порівнювані об'єкти (1,2,3 ... n) записуються в одному і тому ж порядку двічі: у верхньому рядку і в крайньому лівому стовпчику.

Кожен експерт, що заповнює таку матрицю, повинен проставити на перетині рядка і стовпця для двох порівнюваних чинників оцінку  $X_{ij}$  (і не дорівнює j). В залежності від того, чи є чинник і кращим, ніж чинник j, ця оцінка дорівнює 1 або 0 відповідно.

У головній діагоналі такої матриці проставляються прочерки.

Кожна пара чинників може порівнюватися один раз або двічі (наприклад, спочатку R12, а потім R21).

У тому випадку, коли чинники порівнюють попарно двічі (повне парне порівняння) загальне число порівнянь одно  $n(n-1)$ ; при одноразовому парному порівнянь

$$J = \frac{n(n-1)}{2} \quad (2)$$

де J – число порівнянь;

n – загальне число чинників.

Метод парних порівнянь може бути використаний для встановлення сумарних рангів чинників. З цією метою складається первинна матриця парних порівнянь), до якої справа додається стовпець рангів. Матриця проглядається за стовпцями зліва направо і в правий стовпчик записується ранг, рівний сумі одиниць у відповідному рядку

Слід мати на увазі, що на відміну від методу ранжирування, в даному випадку найкращий об'єкт буде мати ранг, який виражається найбільшим числом.

### Послідовне порівняння.

Являє собою комплексну процедуру, що включає як ранжування, так і безпосередню оцінку. При послідовному порівнянні експерт виконує наступні операції:

1) здійснює ранжування об'єктів;

2) виробляє безпосередню оцінку об'єктів на інтервалі  $0 \div 1$ , вважаючи, що числа оцінка першого в ранжируванні об'єкта дорівнює 1;

3) вирішує, чи буде перший об'єкт перевершувати по перевагу всі інші об'єкти разом узяті. Якщо так, то експерт збільшує значення числової оцінки першого об'єкта так, щоб вона стала більше суми числових оцінок інших об'єктів. В іншому випадку він змінює числову оцінку першого об'єкта так, щоб вона стала менше суми оцінок інших об'єктів;

4) вирішує, чи буде другий об'єкт краще, ніж всі наступні разом узяті і змінює його оцінку за методикою, викладеною в п. 3;

5) продовжує операцію порівняння перевагу наступних об'єктів і змінює числові оцінки цих об'єктів в залежності від свого рішення про їх переваги.

На закінчення зазначимо, що розглянуті чотири методи вимірювання переваг експертів мають різні властивості, але призводять до близьких результатів.

### 6. Перевірка узгодженості думок експертів.

При аналізі оцінок, отриманих від експертів, виникає необхідність виявити узгодженість їх думок по декількох об'єктах (чинникам, альтернативам), який впливає на один кінцевий результат (остаточний вибір). Найчастіше узгодженість думок експертів оцінюється за допомогою коефіцієнта конкордації  $W$ .

Нехай є ряд альтернатив  $1, 2, \dots, n$ , в різному ступені володіють одним і тим же якістю  $X$  і проранжовано щодо цієї якості  $m$  експертами. Результати такого ранжирування можна представити у вигляді матриці такого вигляду, де  $x_{ji}$  – ранг, присвоєний  $j$ -тим експертом  $i$ -тій альтернативі.

Чинники Експерти	1	2	...	i	...	n
1	X <sub>11</sub>	X <sub>12</sub>	...	X <sub>1i</sub>	...	X <sub>1n</sub>
2	X <sub>21</sub>	X <sub>22</sub>	...	X <sub>2i</sub>	...	X <sub>2n</sub>
...	...	...	...	...	...	...
J	X <sub>j1</sub>	X <sub>j2</sub>	...	X <sub>ji</sub>	...	X <sub>jn</sub>
...	...	...	...	...	...	...
m	X <sub>m1</sub>	X <sub>m2</sub>	...	X <sub>mi</sub>	...	m <sub>n</sub>
Σ R						

Для розрахунку значення коефіцієнта конкордації спочатку знаходиться сума рангів по кожному чиннику, отримана від усіх експертів, для чого значення рангів підсумовують в кожному стовпчику таблиці.

Далі розраховується сума квадратів різниць (відхилень) S по формулі

$$S = \sum_{i=1}^n \left\{ \sum_{j=1}^m x_{ij} - \frac{1}{2} m(n+1) \right\}^2 \quad (3)$$

де  $\frac{1}{2} m(n+1)$  – середнє значення для всіх n сумарних рангів.

Очевидно, що величина S матиме максимальне значення в разі, коли експерти дають однакові оцінки, тобто ранги кожної з n альтернатив у всіх m експертів абсолютно збігаються (це пояснюється тим, що істотно зростають абсолютні значення різниць в фігурних дужках). Доведено, що сумарне квадратичне відхилення від їх середнього значення для сумарних рангів альтернатив при найкращій їх узгодженості матиме вигляд:

$$S_{max} = \frac{1}{2} nm^2(n^2 - 1) \quad (4)$$

Виходячи зі сказаного, коефіцієнт конкордації W можна розглядати як відношення фактично отриманої величини S (3) до її максимального значення S<sub>max</sub> (4) для однієї і тієї ж групи експертів m і числа альтернатив n, тобто

$$W = \frac{S}{S_{max}} \quad (5)$$

Ясно, що коефіцієнт  $W$  може приймати значення від 0 до 1, причому рівність 1 означає, що всі експерти дали однакові оцінки (ранги) за цією ознакою  $x$  (абсолютна узгодженість думок), а рівність означає, що зв'язки між оцінками, отриманими від різних експертів, не існує.

При відсутності відносин байдужості (тобто однакових рангів, присвоєних декільком порівнюваним об'єктам) в оцінках кожного з експертів розрахунок коефіцієнта конкордації зручно вести за формулою:

$$W = \frac{12 \cdot S}{m^2(n^3 - n)} \quad (6)$$

У тих же випадках, коли який-небудь експерт присвоює однакові ранги декільком порівнюваним об'єктам, розрахунок коефіцієнта конкордації здійснюється за формулою:

$$W = \frac{12 \cdot S}{m^2(n^3 - n) - m \sum_{j=1}^m T_j} \quad (7)$$

$$T_j = \sum t_j (t_j^3 - t_j) \quad (8)$$

де  $t_j$ - число однакових рангів у  $j$ -го експерта.

Якісна характеристика узгодженості експертів за значенням коефіцієнта конкордації приведена в табл. 1.

Таблиця 1

**Якісна характеристика узгодженості експертів за значенням коефіцієнта конкордації**

Значення коефіцієнта конкордації	<0.3	0.3-0.5	0.5-0.7	0.7-0.9	>0.9
Якісна характеристика взаємозв'язку експертів	слабка	помірна	помітна	висока	дуже висока

Порядок виконання роботи

Академічну групу розбивають на підгрупи. При парному числі чинників підгрупа повинна складатися з парного числа студентів.

Студенти кожної підгрупи виконують роль експертів.

Кожна підгрупа одержує список чинників для оцінки відповідно до заданого варіанта.

Проводять оцінку чинників, обробку і аналіз результатів оцінки.

Вказівки до виконання завдань

Обрати вихідні дані згідно варіантом з додатку Б і подати у вигляді табл. 2.

Таблиця 2

**Початкові дані (варіант N)**

Чинники	Позначення чинників
температура теплоносія	X <sub>1</sub>
вологість матеріалу	X <sub>2</sub>
дисперсність	X <sub>3</sub>
швидкість теплоносія	X <sub>4</sub>

Експерти повинні проранжирувати чинники. Якщо експерти вважають, що список неповний, то вони доповнюють його новими чинниками. Результати ранжирування зводять в матрицю рангів (табл. 3).

Таблиця 3

**Матриця рангів**

Чинники	Експерти				Сума рангів, <i>r<sub>i</sub></i>
	1	2	3	4	
температура теплоносія	1	2	2	1	6
вологість матеріалу	2	1	1	2	6
дисперсність	3	3	4	3	13
швидкість теплоносія	4	4	3	4	15

Обчислюємо суму рангів  $r_i$ , по кожному чиннику за формулою:

$$r_i = \sum_{j=1}^m r_{ij}$$

де  $r_{ij}$  - ранг для  $i$ -го чинника  $j$ -го експерта;  
 $t$  - кількість експертів.

$$r_1 = 1 + 2 + 2 + 1 = 6$$

Визначаємо середнє арифметичне значення суми рангів за формулою:

$$\bar{r} = \frac{\sum r_i}{n}$$

де  $r_i$  – сума рангів по  $i$ -му чиннику;  
 $n$  – кількість чинників.

$$\bar{r}_i = \frac{6 + 6 + 13 + 15}{4} = 10$$

5. Обчислюємо відхилення суми рангів від середнього для всіх чинників за формулою:

$$\Delta r_i = r_i - r$$

$$\Delta r_i = 6 - 10 = -4$$

Аналогічно розраховуємо для інших чинників. Результати розрахунків зводимо до табл. 4.

Підраховуємо квадрати відхилень для всіх чинників  $\Delta r_i^2$ .

$$\Delta r_i^2 = (-4)^2 = 16$$

Результати розрахунків зводимо до табл. 4.

Обчислюємо суму квадратів відхилень за формулою:

$$S = \sum_{i=1}^n \Delta r_i^2$$

$$S = 16 + 16 + 9 + 25 = 66$$

Результати розрахунків зводимо до табл. 4.

## Результати розрахунків

Експерти	Чинники			
	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	X <sub>4</sub>
1	1	2	2	1
2	2	1	3	4
3	2	1	4	3
4	1	2	3	4
Сума рангів, $r_i$	6	6	13	15
Відхилення суми рангів від середнього.	-4	-4	3	5
Квадрати відхилення, $\Delta r_i^2$	16	16	9	25

Визначаємо коефіцієнт конкордації за формулою:

$$W = \frac{12 \cdot S}{m^2(n^3 - n)}$$

$$W = \frac{12 \cdot 66}{4^2(4^3 - 4)} = 0,825$$

У техніці допустиме значення вірогідності приймають  $P_d=0,05$ . Знайдемо табличне значення вірогідності перевищення  $P_T$  залежно від  $n$  і  $m$ . При  $n=4$ ,  $m=4$ ,  $S=66$ ,  $P_T=0,0062$ .

Оскільки  $P_T < P_d$ , то можна вважати, що одержаний коефіцієнт конкордації значущий і думка експертів не випадкова.

Будуємо апріорну діаграму рангів.

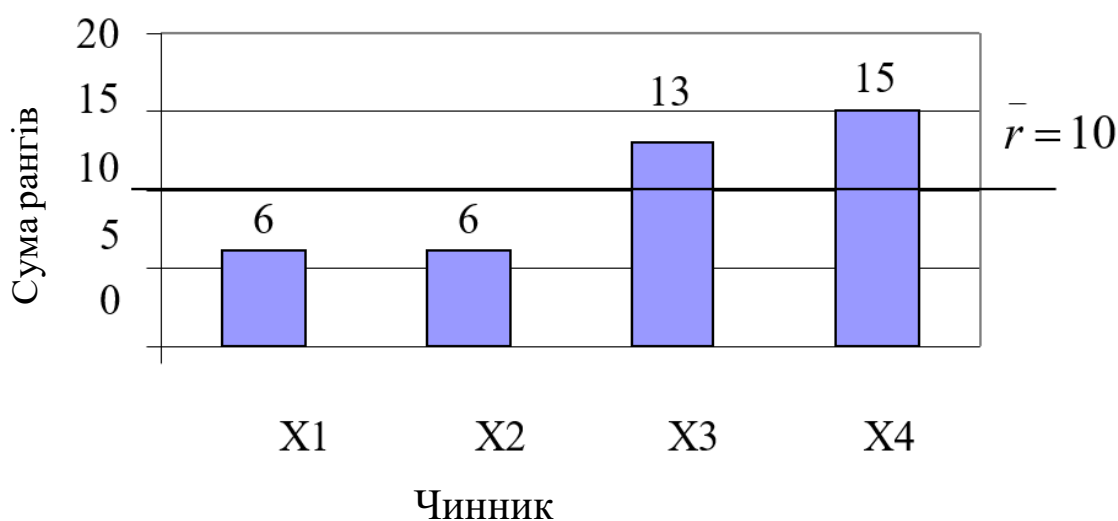


Рис. 1 – Апріорна діаграма рангів.

Приймається рішення про включення чинників у фізичний експеримент. Оскільки чинник  $X_4$  за набраною сумою рангів значно відрізняється від інших, то він може бути виключений з подальшого фізичного експерименту.

Після виконання роботи необхідно зробити висновок щодо апріорної оцінки чинників й значущості думки експертів.

## **2.4 Хід проведення**

2.4.1 Перевірка викладачем самостійної підготовки студентів до лабораторної роботи (наявність письмових відповідей на надані питання).

2.4.2 Викладач знайомить студентів з метою, змістом даної роботи та вимогами до захисту.

2.4.3 Опрацювання студентами матеріалів за п.2.3.

2.4.4 Захист практичної роботи відбувається за допомогою тестів наприкінці заняття за умови правильного оформлення звіту.

## **2.5 Після виконання роботи, студент складає звіт, який вміщує дані:**

1. Найменування, номер та мету роботи.

2. Зміст завдання повного статистичного аналізу експертного оцінювання.

3. Оцінка пріоритетів пропозицій (факторів).

4. Підготовка вихідної статистичної інформації для її верифікації.

5. Розрахунки коефіцієнту конкордації.

6. Апріорна діаграма рангів.

7. Висновки.

*Пункти 1,2,3,4 студент виконує самостійно, як підготовку до практичного заняття.*

## **2.6 Контрольні запитання**

2.6.1 Який зміст завдання повного статистичного аналізу експертного оцінювання?

2.6.2 Як проводиться оцінка пріоритетів пропозицій (факторів)?

2.6.3 Як проводиться підготовка вихідної статистичної інформації для її верифікації?

2.6.4 Що являють собою прикладні наукові дослідження?

2.6.5 Як визначити ранг чинників?

- 2.6.6 Що характеризує коефіцієнт конкордації?
- 2.6.7 В яких межах змінюється коефіцієнт конкордації?
- 2.6.8 Як оцінюють значущість за коефіцієнтом конкордації?
- 2.6.9 Які ознаки діаграми рангів дозволяють відсіювати чинники подальшого експерименту?

## **ДОДАТКИ**

## Додаток А

### **А.1 Зміст завдання повного статистичного аналізу експертного оцінювання**

Серед великої кількості безлічі джерел статистичної інформації (наукова періодика, ЗМІ, відомча статистика та ін.) важливе місце займають власні спостереження і експертне оцінювання (коли інформація з досліджуваної проблеми відсутній). Тоді необхідно її створити шляхом залучення групи експертів.

Завдання повного статистичного аналізу (ПСА) експертного оцінювання (ЕО) з метою знаходження пріоритетів з заздалегідь складеного списку пропозицій (факторів). Тобто завдання ПСА є за своїм характером завдання прийняття рішень (ЗПР) на розмитому безлічі критеріїв і складається з наступних етапів:

1. Постановка проблеми за оцінкою пріоритетів чинників, що впливають на досліджуваний процес замовником (представником замовника). Рішення проблеми завершується силами залучених до проблеми фахівців (незалежних експертів) розробкою безлічі (списку) реально діючих факторів (пропозицій) під керівництвом особи, яка приймає рішення (ОПР).

2. Робота незалежних експертів з складеному ними ж списком пропозицій (факторів), що призводять до досягнення мети. Залучені експерти, незалежно один від одного (наприклад, перебуваючи в різних кімнатах), виставляють проти кожної пропозиції

По суті своїй робота групи експертів (зазвичай - кілька фахівців) полягає в формалізації своїх переваг у поданій ним десятибальною шкалою. Єдине обмеження: переваги не можуть бути всі рівноцінними для всього списку пропозицій, якими вони є за замовчуванням. Інакше може виникнути картина типу «Поділу на нуль» в подальших розрахунках.

В процесі виконання роботи по виявленню пріоритетів серед зазначених факторів експерт, в свою чергу, може залучати думку інших фахівців, проводити спеціальні розрахунки, користуватися довідковою та іншою літературою. Все це в явному або неявному вигляді так чи інакше виразиться в його перевагах по кожному фактору, виражених в десятибальною шкалою. Тому кожне його перевага повинна супроводжуватися відповідною аргументацією, тобто формально має ґрунтуватися на бібліографічному (науковому)

апараті (що, до речі, і потрібно при виконанні курсових і випускних кваліфікаційних робіт студентів).

3. Проведення експертизи полягає у з'ясуванні пріоритетів чинників (пропозицій) з боку окремого експерта. Якщо скласти список факторів (пропозицій), що впливають на рішення поставленої проблеми в стовпець, а навпроти кожного з них розташувати свої переваги, формалізовані в десятибальною шкалою, то кожен експерт створить вектор стовпець  $C_{ij}$ , де  $i$  – номер пропозиції по списку (всього  $m$  штук), а  $j$  - умовний номер експерта, присвоєний йому ОПР (окремі стовпці табл. А.1). ОПР на даному етапі залишається лише залишається звести переваги окремих експертів в єдиний список у вигляді вихідної робочої таблиці (табл. А.1). Складена ОПР таблиця (табл. А.1) являє собою створену експертами вихідну статистичну інформацію для подальшого аналізу. Статистична інформація у вигляді набору статистичних сукупностей  $C_{ij}$  під номерами  $j=1, j=2, j=3$  створена. У табл. А.1 для наочності наведені результати роботи трьох експертів.

*Таблиця А.1*

**Вихідні дані по перевагах експертів, бали**

Найменування факторів (пропозицій)	Експерти (матриця $C_{ij}$ )		
	Іванов	Петров	Сидоров
1. Поліпшення ритмічності поставок	9	9	10
2. Підвищення якості матеріалів	8	10	10
3. Підвищення кваліфікації робітників	10	10	9
4. Матеріальне стимулювання	10	7	8
5. Забезпечення спецодягом	8	5	7
6. Комплексна механізація	8	9	8

4. Знаходження пріоритетів серед діючих факторів (пропозицій) становить зміст рішення поставленої проблеми на основі робочої таблиці, зведеної ОПР з переваг окремих експертів.

Додатково до пріоритетів серед списку пропозицій (факторів) розраховуються їх ваги і відповідно до них розподіляється відпущений на роботу вартісної ресурс (принаймні – в якості першого наближення). Даний етап здійснюється особисто ОПР.

5. Верифікація (перевірка) вихідної статистичної інформації – оцінок, виставлених групою незалежних експертів за кожною пропозицією (фактору) на предмет виявлення ступеня їх

статистичної спроможності (коректності). Якщо окремі фрагменти перевірки не відповідають висунутим вимогам, ОПР організовує обговорення серед групи експертів, вислуховує їх аргументацію, а також приймає рішення про можливу повторну експертизу – повної або часткової (метод Дельф або дельфійський метод). Здійснюється також ОПР.

6. Інтерпретація отриманих результатів з боку ОПР. Якщо верифікація здійснена успішно, розраховані пріоритети по пункту 4 з їх значенням ваг і ресурсів повідомляються представнику замовника. Якщо в процесі верифікації вихідних оцінок експертів виявлені зауваження, вони усуваються так, як це зазначено в попередньому пункті 5.

Запропонований варіант вихідних експертних даних для модельної задачі (табл. А.1) є прикладом вирішення варіантів, коли кожен студент виступає в ролі ОПР. При цьому вважається, що робота по перерахованих пунктів 1–3 заздалегідь проведена, і завдання ОПР зводяться до реалізації пунктів 4–6, причому основний зміст п. 6 може бути викладено по ходу виконання п. 5 – верифікації результатів експертизи.

Отже, узагальнимо попередній матеріал в наступному вигляді.

Експертами створена статистична база для отримання рішення поставленої проблеми, яка представлена для кожного студента в варіантах завдання. Потрібно в ролі ОПР оцінити пріоритети факторів (пропозицій) – оцінити їх важливість відносно один одного, що виразиться в обчисленні ваг факторів, присвоєнням місць в їхньому списку (встановлення пріоритетів) по п. 4, проведення верифікації вихідної інформації по п. 5 і інтерпретації отриманих результатів з елементами управлінських рішень по п. 6.

Розглянемо подальші дії студентів по пп. 4–6 в ролі ОПР при вирішенні прикладу 2.

Приклад 2. Припустимо, що експерти незалежно один від одного (перебуваючи в різних кімнатах, наприклад) висловили свої переваги за десятибальною шкалою по кожній пропозиції (фактору). Ці переваги були зведені ОПР в матрицю  $C = \{C_{ij}\}$  так, як це показано в табл. А.1.

Маючи в своєму розпорядженні подібну таблицю, ОПР проводить розрахунки в два етапи. На першому етапі визначає пріоритети пропозицій по їх сумах балів або обчисленим ваг (чим більше сума балів пропозицій або вище їх вага, тим більший

пріоритет по відношенню до інших) і розподіляє відпущений на роботу ресурс  $R_e$  згідно ваг пропозицій  $w_i$ ,  $i=1, m=6$ , який згодом замовником може бути уточнений.

На другому етапі ОПР оцінює ступінь статистичної спроможності зібраних разом оцінок незалежних експертів (верифікація вихідних даних). І якщо рішення здійснюється шляхом набору простих підрахунків і обчислень, то процес верифікації характеризує досить значний обсяг розрахунків і порівняння їх результатів з деякими пороговими значеннями за наступними сторонам (позиціях) досліджуваного соціально-економічного явища.

Для проведення верифікації необхідно розрахувати, порівняти з граничними значеннями і прийняти рішення «підходить – не підходить»:

- 1) коефіцієнти варіації переваг експертів в десятибальною шкалою по кожній пропозиції (фактору);
- 2) коефіцієнт конкордації;
- 3) коефіцієнти парної рангової кореляції між оцінками кожного експерта з кожним, які необхідно занести в кореляційну матрицю;
- 4) коефіцієнти узгодженості кожного експерта з іншими.

Детальніше це може виглядати так.

1. Розрахувати коефіцієнти варіації  $h_i$ ,  $i=1, m$  по кожній пропозиції; якщо  $h_i \leq h_{\text{порог}}=0,30$  (або 30%), то варіабельність оцінок експертів  $C_{ij}$  з тією чи іншою пропозицією (фактору) вважається «Помірною», якщо немає, то «підвищеною». У такому випадку експерти повинні обґрунтувати свої переваги за даною пропозицією і врахувати аргументи на повторній експертизі (метод Дельф).

2. Розрахувати коефіцієнт конкордації  $W$  (загальної узгодженості оцінок експертів в цілому); якщо  $W \geq W_{\text{порог}}=0,50$ , то загальна узгодженість вихідних оцінок експертів можна вважати встановленою, але якщо менше зазначеної величини, то ОПР необхідно виявити «слабкі» місця експертизи з тим, щоб конструктивно (аж ніяк не нав'язуючи свої думки експертів) вплинути на статистичну достовірність експертизи в цілому в повторному етапі експертизи (метод Дельф).

3. Оцінити статистичну спроможність вихідних експертних оцінок з боку пар експертів за величиною коефіцієнтів парної рангової кореляції  $\rho_{jk}$ . Якщо коефіцієнт  $\geq 0$ , то статистичні суперечності між оцінками експертів відсутні; якщо  $\rho_{jk} < \rho_{\text{порог}}=0$ , то

переваги цієї пари експертів з номерами  $j$  і  $k$  знаходяться в стані конфлікту.

Отже, ОПР, керуючи експертизою, має право вимагати вагомих аргументів від обох експертів по всім перевагам; можливо вони прийдуть до якогось компромісу. Експертиза уточняється і знову результати перераховуються (метод Дельф).

4. Слід також розрахувати ступінь узгодженості кожного експерта з іншими за величиною коефіцієнта узгодженості  $v_j$ ,  $j=1, n=3$ . Якщо він перевищує значення  $v_j \geq v_{\text{порог}}=0,50$ , то узгодженість  $j$ -го експерта з іншими достатня, якщо менше, то недостатня. ОПР повинен прийняти рішення: залишати думку даного експерта або виключити його з експертизи, або провести повторну експертизу (метод Дельф).

5. В результаті порівняння отриманих результатів з граничними значеннями в пп. 1–4 як спеціальних наукових понять ОПР здійснює судження і приходять до аргументованих висновків у вигляді тих чи інших управлінських рішень, про що і повідомляє всій групі експертів, або окремим експертам.

Таким чином, ОПР узагальнює результати верифікації і приймає підсумкове рішення: повторювати експертизу або порахувати результати власне рішення і верифікації досягнутих. Раніше розраховані результати – пріоритети пропозицій та розподіл ресурсів як результати експертизи повідомляються замовнику. Робота завершена.

Якщо рішення задачі (визначення пріоритетів і розподіл ресурсів) являє собою набір простих обчислень, то обсяг обчислень при проведенні верифікації вихідних оцінок експертів в процесі повного статистичного аналізу можна підрахувати заздалегідь, оскільки він визначається числом пропозицій (факторів)  $m$  і числом залучених експертів  $n$  ( $m=6, n=3$ ).

Всього пропозицій  $m$ , отже, розраховуємо  $m$  коефіцієнтів варіації (узгодженості думок експертів за кожною пропозицією)  $h_i$ , один коефіцієнт конкордації  $W$ ,  $z=n \cdot (n-1)/2=3$  (шт.) коефіцієнта парної рангової кореляції  $r_{jk}$ , де  $j$  і  $k$  – номери експертів (всього поєднань номерів  $jk$  може бути 12, 13, 23) і  $n$  коефіцієнтів узгодженості кожного експерта з іншими  $v_j$ . Таким чином, всього необхідно обчислити  $m+1+z+n=6+1+3+3=13$  параметрів і порівняти їх з чотирма відповідними граничними значеннями  $h_{\text{порог}}=0,30$ ;

$W_{\text{порог}}=0,50$ ;  $\rho_{\text{порог}}=0$  і  $v_{\text{порог}}=0,50$ . Завдання верифікації вихідних переваг (оцінок) експертів на даному етапі завершено.

Узагальнена інтерпретація отриманих результатів є завершенням експертизи в цілому. У результаті або отримані результати приймаються ОПР як остаточних, або після відповідного обговорення з експертами (експертом) слідує його аргументоване рішення про повторення експертизи (повністю або частково) – реалізація методу Дельф.

## **А.2 Оцінка пріоритетів пропозицій (факторів)**

Ваги пропозицій визначаються шляхом нормування сум оцінок експертів по кожному фактору (по кожному рядку).

$$S_{u_i} = \sum_{j=1}^n C_{ij}$$

Потім всі суми в рядках в свою чергу підсумовуються в графі:

$$S_{st} = \sum_{i=1}^m S_{u_i}$$

Тоді вага кожної пропозиції можна оцінити як відношення

$$\omega_i = \frac{S_{u_i}}{S_{st}}$$

При цьому повинна виконуватися вимога

$$\sum_{i=1}^m \omega_i = 1,00$$

Нормування завершено. Пріоритети знайдені. Головна задача вирішена. Ресурс  $R_e = 2$  млн. грн.

Часткові ресурси як частки загального ресурсу  $R_e$ :

$$r_{ei}=R_e \cdot \omega_i.$$

Розрахунки заносимо в табл. А.2

Слід також звернути увагу на те, що ступінь важливості факторів (пріоритети) розставляються не за правилами складання пов'язаних рангів, але на умоглядному рівні. Такий підхід дозволяє однаковим вагам (сумам вихідних балів) привласнювати однакове місце.

Таблиця А.2

### Робоча таблиця для визначення пріоритетів

№	Скорочене найменування факторів	Експерти			Суми $S_{ij}$	Ваги / пріоритети	Ресурси млн. грн
i		$C_{ij}$ , (бали)			$S_{ui}$	$\omega_i$	$r_{ei}$
1	Ритмічність	9	9	10	28	0,181 / 2	0,361
2	Якість матеріалу	8	10	10	28	0,181 / 2	0,361
3	Кваліфікація	10	10	9	29	0,187 / 1	0,374
4	Зарплата	10	7	8	25	0,161 / 3	0,323
5	Спецодяг	8	5	7	20	0,129 / 4	0,258
6=m	Механізація	8	9	8	25	0,161 / 3	0,323
					$S_{st} = 155$	$\Sigma\omega_i = 0,99 \approx 1$	$R_e = 2$

Отже, пріоритети визначені: на першому місці – фактор «Кваліфікація робітників», другі місця відводиться факторам «Ритмічність» і «Якість матеріалів», на третьому – «Зарплата» і «Механізація», на останньому місці «Спецодяг» (як і слід було очікувати). Відповідно за вагами розподілені і ресурси.

Завдання визначення пріоритетів і розподілу ресурсу відповідно до встановлених пріоритетів вирішена.

### А.3 Підготовка вихідної статистичної інформації для її верифікації

Для здійснення процесу верифікації початкових переваг експертів (вони можуть змінитися в подальшому при аргументованій організації ОПР методу Дельф – повторної, уточненої після спільного обговорення, експертизи) необхідно вихідні оцінки експертів, виражені ними в інтервального (безперервної)

десятибальною шкалою, відобразити в рангові (порядкові). Вихідні оцінки експертів в балах, отриманих на їх основі рангів, поправки на пов'язані ранги для проведення верифікації вихідної інформації наведені в табл. А.3.

Таблиця А.3

**Ранжування і результати поправок на групи пов'язаних рангів (розширена таблиця вихідних даних)**

Пропозиції (фактори)	j = 1	j=2	j= 3
	Іванов, бали/ ранги	Сидоров, бали / ранги	Петров, бали / ранги
1 Ритмічність	9 / 3	9 / 3,5	10 / 1,5
2 Якість матеріалів	8 / 5	10 / 1,5	10 / 1,5
3 Кваліфікація	10 / 1,5	10 / 1,5	9 / 3
4 Зарплата	10 / 1,5	7 / 5	8 / 4,5
Спецодяг	8 / 5	5 / 6	7 / 6
Механізація	8 / 5	9 / 3,5	8 / 4,5
	$TW_j$	30	12
	$T_j = NW_j / 12$	2,5	1,0

Таким чином, дані для проведення процесу верифікації вихідних переваг (оцінок) експертів на предмет статистичної спроможності вихідних переваг експертів, виражених в десятибальною шкалою готові для подальших обчислень.

Сам процес верифікації (повторимо ще раз, це важливо) при повному статистичному аналізі (ПСА) можна представити у вигляді чотирьох етапів:

1. За пропозиціями: обчислення коефіцієнтів варіації для кожної пропозиції  $h_i$  (їх  $m$  штук – за числом пропозицій; тут  $m=6$ ); область визначення  $[0; \infty]$ . Попередньо обчислені значення порівнюються з граничним значенням 0,30 або 30%. Якщо менше 0,30, то оцінки в межах одного речення вважаються статистично узгодженими. Якщо більше 0,30, то оцінки за такої пропозиції за рекомендаціями ОНР групі експертів потребують уточнення (метод Дельф – повторна експертиза).

2. За пропозиціями: обчислення коефіцієнта узгодженості по всіх пропозиціях відразу – коефіцієнт конкордації  $W$  (один

коефіцієнт); область визначення  $[0;1]$ . Якщо  $W \geq 0,50$ , то загальна статистична узгодженість переваг експертів, виражена за десятибальною шкалою, є спроможною (коефіцієнти парної рангової кореляції слід очікувати, швидше за все, позитивними), якщо ж  $W < 0,50$ , то загальна узгодженість є недостатньою (слід очікувати окремі /або всі коефіцієнти парної рангової кореляції між парами експертів негативними). ОПР повинен вислухати думки експертів і запропонувати їм ще раз незалежно один від одного повторити експертизу з урахуванням минулого обговорення (метод Дельф).

3. За експертами: обчислення коефіцієнтів парної рангової кореляції  $r_{jk}$  – по числу пар експертів  $z = n \cdot (n-1) / 2 = 3 \cdot (3-1) / 2 = 3$  (пари експертів): 1-й з 2-м, 1-й з 3-м і 2-й з 3-м (це очевидно: більше пар при числі експертів  $n=3$  в природі не існує). Область визначення  $[-1;+1]$ . Якщо все  $r_{jk} \geq 0$ , то думки пар експертів вважаються несуперечливими одна одній (узгодженими). Якщо ж у окремих (або всіх) пар експертів  $r_{jk} < 0$ , то експерти з номерами  $j$  і  $k$  повинні ОПР пояснити свої переваги, вислухати аргументи і спробувати виразити свої переваги ще раз (метод Дельф).

4. За експертами: обчислення коефіцієнтів узгодженості кожного експерта з іншими  $v_j$ ; область визначення  $[-1;+1]$ , так як сам коефіцієнт за своєю природою є середнім арифметичним з коефіцієнтів парної рангової кореляції даного експерта з іншими. Оскільки  $j$  змінюється від 1 до  $n=3$ , то і таких коефіцієнтів має дорівнювати  $n$ , тобто 3–м (перший експерт з іншими, другий експерт з іншими і третій експерт з іншими). Якщо всі коефіцієнти  $v_j \geq 0,50$ , то узгодженість кожного експерта з іншими – прийнятна. Якщо у когось з експертів (або у всіх) дана величина менше 0,50, то статистична узгодженість переваг експерта з іншими недостатня. Тут – на розсуд ОПР: якщо який-небудь коефіцієнт  $v_j$  досить близький до значення 0,50, то на повторній експертизі можна не наполягати, якщо ж далекий від 0,50, то можна або усунути експерта з експертизи і перерахувати пріоритети (власне «рішення» завдання; якимось зміняться ваги, тобто пріоритети пропозицій) без даного експерта і подальшу верифікацію не проводити (для решти експертів це вже зроблено).

А можна надати експерту можливість висловити свої переваги ще раз. І – знову все перерахувати (метод Дельф).

Отже, для організації «рішення» завдання необхідно обчислити пріоритети кожної пропозиції (у вигляді вагів  $\omega_i$ , де  $i=1, m=6$ ;

порядкового номера по спадаючій важливості пропозицій) і розподілити ресурс  $r_{ei}$ . Інакше кажучи, рішення носить суто констатуючий характер: «що вийшло, то і вийшло».

Як уже зазначалося, на відміну від процесу «рішення», реалізація процесу «верифікації» по-перше, передбачає більш об'ємні обчислення: необхідно обчислити  $(m+1+z+n)=(6+1+3+3)=13$  параметрів, що вимагає значно більше часу, ніж розрахунки по «рішенню»; по-друге, завершення кожного розрахунку вимагає порівняння отриманого значення з необхідним граничним (а для різних параметрів верифікації та граничні значення різні) і для ОПР вироблення «управлінського рішення», управлінських рекомендацій групі експертів.

Саме ОПР, на основі відповідних параметрів-понять, виробляє судження у вигляді відповідних обчислень і на базі порівнянь отриманих значень і їх порогових величин формує умовиводи. Тобто ОПР своїми діями уособлює так звану логічну компоненту пізнання як філософської категорії (тобто, як відомо, на відміну від логічної компоненти, і чуттєва – *відчуття, сприйняття, уявлення*). Тому керівництво процесом експертизи по відношенню до групи незалежних експертів-практиків ОПР здійснює на науковій основі.

## Додаток Б

### Б.1 Вихідні дані для розрахунків

Варіант	Позначення чинників	Чинники
1	2	3
1	Чинники, що визначають швидкість сушіння	
	$X_1$	температура теплоносія
	$X_2$	вологість матеріалу
	$X_3$	дисперсність
	$X_4$	швидкість теплоносія
2	Чинники, що впливають на теплотехнічні процеси, що відбуваються в апаратах теплообміну	
	$X_1$	вологість матеріалу
	$X_2$	кількість матеріалу
	$X_3$	швидкість руху теплоносія
	$X_4$	температура теплоносія
3	Чинники, що впливають на теплотехнічні процеси, що відбуваються в апаратах теплообміну	
	$X_1$	температура теплоносія
	$X_2$	вологість матеріалу
	$X_3$	швидкість руху теплоносія
	$X_4$	температура теплоносія
4	Чинники, що впливають на теплотехнічні процеси, що відбуваються в апаратах теплообміну	
	$X_1$	кількість матеріалу
	$X_2$	швидкість руху теплоносія
	$X_3$	вологість матеріалу
	$X_4$	дисперсність
5	Чинники, що визначають швидкість сушіння	
	$X_1$	вологість матеріалу
	$X_2$	дисперсність
	$X_3$	швидкість руху теплоносія
	$X_4$	температура теплоносія

# ВІДСІЮВАННЯ ЧИННИКІВ ЗА НАСЛІДКАМИ ПОПЕРЕДНЬОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ

## Методичні вказівки до практичної роботи №2

**МЕТА РОБОТИ** – придбання навичок відсіювання незначущих чинників за наслідками попереднього (пошукового) експерименту.

### 1 ВКАЗІВКИ З САМОПІДГОТОВКИ ДО РОБОТИ

#### 1.2 Завдання для самостійної підготовки (Додаток А)

*Вивчити:*

- сутність експерименту, загальні вимоги до проведення;
- класифікація експериментів;
- фактори, що негативно впливають на отримання об'єктивних результатів при вивченні певної вибірки, обсяг вибірки;
- правила, яких необхідно дотримуватись при графічному відображенні результатів дослідження.

– *Скласти звіт по роботі:*

- номер, найменування та мета роботи;
- сутність експерименту, загальні вимоги до проведення;
- класифікація експериментів;
- фактори, що негативно впливають на отримання об'єктивних результатів при вивченні певної вибірки, обсяг вибірки;
- правила, яких необхідно дотримуватись при графічному відображенні результатів дослідження.

#### 1.3 Питання для самопідготовки

1.2.1 Сутність експерименту, загальні вимоги до проведення.

1.2.2 Класифікація експериментів.

1.2.3 Дайте характеристику факторів, які можуть негативно вплинути на отримання об'єктивних результатів при вивченні певної вибірки?

1.2.4 Що визначає обсяг вибірки?

1.2.5 Яких правил необхідно дотримуватись при графічному відображенні результатів дослідження?

### **1.3 Рекомендована література**

1. Адаменко М. І., Бейлін М. В. Основи наукових досліджень. Х.: ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2014. 188 с.
2. Бобилєв В. П., Іванов І. І., Пройдак Ю. С. Методологія та організація наукових досліджень: навчальний посібник. Дніпропетровськ: Системні технології, 2008. 264 с.
3. Кислий В. М. Організація наукових досліджень: навчальний посібник. Суми: Університетська книга, 2011. 224 с.

## **2 ВКАЗІВКИ ДО ВИКОНАННЯ РОБОТИ**

### **2.1 Програма робіт**

- Оцінити тісноту зв'язку між факторами  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $X_3$  при умові, що відомі їх значення, отримані в попередньому експерименті.
- Вирішити, який з факторів може бути виключений з подальшого фізичного експерименту.

*Скласти звіт та захистити роботу.*

### **2.2 Оснащення робочого місця**

2.2.1 Методичні вказівки.

2.2.2 Навчальна та наукова література.

### **2.3 Теоретичні відомості**

#### **2.3.1 Обробка експериментальних даних**

Обробка експериментальних даних є одним з основних етапів будь-якого експерименту. Вона необхідна для отримання відповіді на питання: «*Чи достовірні одержані дослідні дані в межах потрібної точності або допусків*»? Це необхідно для прогнозування стану в різних умовах функціонування, оптимізації окремих параметрів, а також для розв'язку будь-яких інших специфічних задач. Особливо важливою є ретельна математична обробка результатів експериментів, яка підтверджує теоретичні висновки.

Застосування різних методів обробки експериментальних даних, критеріїв вірогідності і адекватності моделей досліджуваним процесам або явищам, оцінка точності і надійності результатів експерименту вимагає знання основних положень теорії імовірності і математичної статистики, умілого використання принципів і прийомів програмування. Крім того, в зв'язку з ускладненням алгоритмів обробки даних необхідні глибокі знання основних обчислювальних методів. *Кінцевою метою будь-якої обробки*

*експериментальних даних є висування гіпотез* про клас і структуру математичної моделі досліджуваного явища, визначення складу і об'єму додаткових вимірів, вибір можливих методів наступної статистичної обробки і аналіз виконання основних передумов, що лежать у їх основі. *Математичне моделювання об'єкта досліджень* полягає в математичній імітації поведінки об'єкта або системи з тим чи іншим ступенем точності для можливого його відтворення і дослідження як спрощеної і ідеалізованої копії (моделі).

Треба мати на увазі, що слово «*модель*» використовується в різних змістовних значеннях при заміні оригіналу (об'єкта досліджень) в рамках задачі, яка вирішується тим чи іншим її еквівалентом.

В техніці під моделлю розуміють спеціально синтезований об'єкт, що має певну міру подібності вихідному, реальному об'єкту. Модель співвідноситься з реальністю так, як «природній ландшафт» з картиною, яка його зображає і є творінням художника. Їх відповідність один одному залежить від рівня майстерності художника і застосованих ним образотворчих засобів. Ця аналогія, на наш погляд, достатньо повно ілюструє взаємозв'язок в методології науки між накопиченими людством знаннями і дійсними властивостями реальності.

При ідеалізації прагнуть до скорочення числа незалежних параметрів (змінних) і використання стандартних моделей окремих елементів.

*Математичний опис об'єкту називається строгим*, якщо він проведений на основі відомих постулатів суто математичним шляхом без будь-яких необґрунтованих припущень.

При цьому математичну строгість досліджень не варто змішувати з точністю. Будь-яке строге рішення може бути точним або наближеним. Воно може містити похибку в оцінці отриманих числових значень параметрів об'єктів. Цій похибці зазвичай дається оцінка в межах прийнятих припущень. Для прикладних досліджень питання математичної строгості часто не настільки важливе, на відміну від достовірності чи точності. З ними пов'язана ефективність застосування об'єкта досліджень у конкретних галузях і можливість отримання максимально корисного ефекту.

Залежно від складності об'єкту і цілей досліджень, одержують моделі трьох типів: *фізичні, розрахункові і математичні*.

**Під фізичними моделями розуміють** ті, які найбільш повно описують поведінку об'єкта за допомогою фізичних оцінок і термінів, загальноприйнятих у цій галузі науки. В такі моделі входять без спрощень усі відомі функціональні співвідношення і зв'язки між параметрами об'єкта, а також враховуються отримані експериментальні дані по даному об'єкту. Це найскладніший і найбільш трудомісткий тип моделей.

Недоліки цього методу полягають у тому, що моделі є складними за складом і структурою. Вони не дозволяють чітко визначити ступінь впливу окремих параметрів на фоні інших. Усе це ускладнює аналіз і синтез об'єктів досліджень.

**Розрахункові моделі** описують процес без урахування факторів, які не мають суттєвого впливу на кінцеві результати досліджень.

При таких припущеннях складні математичні залежності, що описують процеси, заміняють наближеними (апроксимованими) співвідношеннями, деякі змінні величини – їх середніми значеннями, нелінійні вирази – лінійними тощо. Таке спрощення дозволяє використовувати в подальших дослідженнях формальні методи сучасної математики і обчислювальної техніки.

**Математична модель** – це наближений опис певного класу явищ зовнішнього світу, виражений за допомогою математичної символіки.

Математичні моделі будуються аналітичним шляхом або отримуються на підставі обробки експериментальних даних. Вони в достатній мірі повно характеризують досліджуваний об'єкт. До них відносяться також алгоритми розв'язку рівнянь, складені на їх основі програми для комп'ютерної обробки експериментальних даних тощо.

Ці моделі найчастіше використовуються в прикладних галузях наук, частково в технічних науках по багатьох спеціальностях. По мірі насичення даних про об'єкт від таких моделей переходять до більш складних, які строго описують явища і закономірності, що вивчаються, а потім до побудови фундаментальних теорій.

У залежності від методу побудови, математичні моделі поділяють на два типи: *гносеологічні* (пізнавальні) і *інформаційні*.

**Гносеологічні моделі** призначені для опису різних фізичних, технологічних і інших характеристик об'єктів дослідження.

**Інформаційні моделі** – це математичні моделі, які використовуються для розв’язку задач аналізу та синтезу параметрів систем, що описують об’єкт досліджень.

Інформація, яка міститься в них використовується для розробки способів і методів впливу на об’єкт для отримання оптимальних параметрів чи раціональних інтервалів їх варіацій з ціллю ефективного функціонування в реальних умовах. Моделі такого типу є важливим елементом систем управління об’єктом. Вони дозволяють знаходити значення параметрів об’єкту, забезпечуючи можливість оперативного управління його функціонуванням.

Математична модель – потужний метод пізнання зовнішнього світу, а також прогнозування і управління. Аналіз математичної моделі дозволяє проникнути в сутність досліджуваних явищ. Процес математичного моделювання, тобто вивчення явища за допомогою математичної моделі, можна поділити на 4 етапи.

*Перший етап* – формулювання законів, що зв’язують основні об’єкти моделі. Цей етап вимагає широкого знання фактів, що відносяться до досліджуваних явищ, і глибокого проникнення в їх взаємозв’язки. Ця стадія завершується записом в математичних термінах сформульованих якостей, уявлень про зв’язки між об’єктами моделі.

*Другий етап* – дослідження математичних задач, до яких приводять математичні моделі. Основним питанням тут є розв’язок прямої задачі, тобто одержання в результаті аналізу моделі вихідних даних для подальшого їх співставлення з результатами спостережень досліджуваних явищ. На цьому етапі важливу роль набувають математичний апарат, необхідний для аналізу математичної моделі і обчислювальна техніка.

*Третій етап* – з’ясування того, чи задовольняє прийнята гіпотетична модель критерію практики, тобто з’ясування питання про те, чи узгоджуються результати спостережень з теоретичними наслідками моделі в межах точності спостережень. Якщо модель була цілком визначена – всі параметри її були задані, – то визначення ухилень теоретичних наслідків від спостережень дає розв’язок прямої задачі з наступною оцінкою ухилень. Якщо ухилення виходять за межі точності спостережень, то модель не може бути прийнята.

*Четвертий етап* – наступний аналіз моделі в зв’язку з накопиченням даних про досліджувані явища і модернізація моделі.

В процесі розвитку науки і техніки, дані про досліджувані явища, все більше і більше уточнюються, і настає момент, коли висновки, отримані на підставі існуючої математичної моделі, не відповідають нашим знанням про явище. В такому випадку виникає необхідність побудови, більш досконалої математичної моделі.

Для створення сучасної математичної моделі на підставі експериментальних даних необхідно розв'язати такі часткові задачі:

- *Аналіз, вибірка і відновлення аномальних (збитих) або пропущених вимірів.* Ця задача пов'язана з тим, що вихідна експериментальна інформація зазвичай неоднорідна за якістю. В основній масі результатів прямих вимірів дані отримуються з найменшими похибками, проте не можна виключати наявність грубих похибок, що викликані різними причинами (прорахунки експериментатора, збої обчислювальної техніки, аномалії в роботі вимірювальних приладів тощо).

Без глибокого аналізу якості даних, усунення або хоча б істотного зменшення впливу аномальних даних на результати експерименту та наступної їх обробки, можна зробити хибні висновки про досліджуваний об'єкт або явище.

- *Експериментальна перевірка законів розподілу експериментальних даних, оцінка параметрів і числових характеристик спостережуваних випадкових величин або процесів.* Вибір методів наступної обробки, спрямованої на побудову і перевірку адекватності обраної моделі досліджуваному явищу, істотно залежить від закону розподілу спостережуваних величин. Отримувані при розв'язку задачі висновки про природу експериментальних даних можуть бути як загальними (незалежність вимірів, їх рівноточність, характер похибок тощо), так і містити детальну інформацію про статистичні властивості даних (вид закону розподілу, його параметри). Розв'язок центральної задачі попередньої обробки не є чисто математичним, а вимагає також і змістовного аналізу досліджуваного процесу, схеми і методики проведення експерименту.

- *Групування вихідної інформації при великому об'ємі експериментальних даних.* При цьому повинні бути враховані особливості їх законів розподілу, які виявлені на попередньому етапі обробки.

- *Об'єднання декількох груп вимірів, одержаних, можливо, в різний час або в різних умовах, для спільного опрацювання.*

- *Виявлення статистичних зв'язків в взаємного впливу різних вимірюваних факторів і результуючих змінних, послідовних вимірів одних і тих же величин.* Розв'язок цієї задачі дозволяє відібрати ті змінні, які здійснюють найбільш сильний вплив на результуючу ознаку. Виділені фактори використовуються для подальшої обробки, зокрема, методами регресійного аналізу. Аналіз кореляційних зв'язків робить можливим висування гіпотез про структуру взаємних зв'язків змінних і, врешті-решт, про структуру моделі об'єкта досліджень.

У ході попередньої обробки, крім вищезазначених задач, часто розв'язують й інші, що мають частковий характер: *відображення, перетворення і уніфікацію* типу спостережень, *візуалізацію* багатомірних даних тощо.

Треба відзначити, що в залежності від остаточних цілей дослідження, складності досліджуваного явища і рівня апріорної інформації про нього, об'єм задач, що виконуються в ході попередньої обробки, може істотно змінитись. Те ж саме можна сказати і про співвідношення цілей і задач, які вирішуються при попередній обробці і на наступних етапах статистичного аналізу, спрямованих на побудову моделі об'єкта (процесу, явища). Так, наприклад, якщо метою експерименту є вимір значень невідомої, проте завідомо постійної величини шляхом прямих багатократних вимірів за допомогою засобу вимірів з відомими характеристиками похибок, то повна обробка результатів виміру обмежується найпростішою попередньою обробкою даних (оцінкою математичного очікування). В той же час, якщо вимірювана величина є змінною, а закон розподілу похибок вимірювального приладу невідомий, то для розв'язку остаточної задачі потребується проведення, як попередньої обробки даних, так і застосування статистичних методів дослідження фізичних залежностей.

Для розв'язку задач попередньої обробки використовуються різноманітні статистичні методи: перевірка гіпотез, оцінювання параметрів і числових характеристик випадкових величин і процесів, кореляційний і дисперсійний аналіз. Для попередньої обробки першорядний вплив на якість розв'язку кінцевих задач дослідження, характерним є ітераційний розв'язок основних задач, коли повторно

повертаються до розв'язку тієї або іншої задачі після одержання результатів на наступному етапі обробки.

У прикладних наукових (дисертаційних) роботах, особливо технічного профілю, завершальним етапом є проведення випробувань досліджуваного об'єкту умовах виробництва.

**Випробування** – це різновид наукових експериментальних досліджень, при яких досліджуваний об'єкт піддається оцінці у виробничих умовах, для роботи в яких, він власне і призначений.

При випробуваннях не змінюють параметрів його експлуатації, окрім тих, які передбачені відповідними вимогами інструкцій з експлуатації і технічного обслуговування у вигляді окремих регулювань механізмів. Мета таких випробувань полягає у визначенні відповідності даного об'єкту наукового (дисертаційного) дослідження тим виробничим вимогам, які були спочатку поставлені перед дослідниками (розробниками).

Державними нормативними документами сьогодні передбачається проведення майже 40 різних видів випробувань. Основними з яких є такі:

- попередні заводські або польові випробування дослідного зразка;
- приймальні випробування допрацьованих зразків або засвідчених партій;
- контрольні випробування при масовому виробництві машин;
- випробування зразків після капітального ремонту.

Перші два види випробувань застосовуються на стадії проектування, наукових досліджень і доопрацювання нових конструкцій машин та устаткування до їх працездатного стану. З їх допомогою оцінюється ефективність ідей, технологічних рішень, обґрунтованість вибору величини окремих параметрів, конструктивно-технологічних схем, закладених в такі машини і устаткування, ступінь обґрунтованості і оптимальності базових (основних) величин параметрів. При цьому виявляються похибки, допущені при проектуванні, уточнюються параметри основних елементів досліджуваного об'єкту, можливі відхилення, надійність роботи у виробничих умовах і дається висновок про перспективність подальшого використання його по основному призначенню.

Наявність таких протоколів в додатку до дисертації є свідомством високої практичної значущості проведених дисертаційних досліджень, що спрощує проведення експертизи дисертації.

## **Вимоги щодо проведення статистичних спостережень**

Вимоги щодо проведення спеціальних статистичних спостережень були сформульовані ще в ХІХ ст. відомим бельгійським статистиком А. Кетле.

**Перше правило:** Програма статистичних спостережень повинна включати тільки ті питання, на які необхідно одержати відповіді, виходячи з цілей статистичних спостережень. Виходячи з цього правила, із спостережень потрібно виключити всі показники, які передбачається одержати про всяк випадок.

**Друге правило:** в програму спостережень не варто включати питання, на які не вдасться одержати відповіді задовільної якості.

**Третє правило:** в програму спостережень не повинні включатись питання, які можуть викликати недовіру обстежуваних суб'єктів (одиниць сукупності) відносно цілей проведення статистичного дослідження. При організації спостереження завжди треба пам'ятати про вплив, який здійснює спостереження на досліджуваний об'єкт (одиниць сукупності).

Виконання цих правил досягається шляхом розгляду (ще до спостереження) всіх стадій статистичного дослідження – від цілей і методів збору, до способу зведення і групування, а також аналізу. Тільки в цьому випадку можна бути впевненим, що програма спостережень визначена правильно. *Інакше неминучі надмірності в програмі спостережень, або відсутності в ній деяких питань, без відповіді на які цілі дослідження не можуть бути виконані.*

### **2.3.2 Кореляція, кореляційний аналіз**

Часто при дослідженні об'єкта або його моделі необхідно спостерігати за характеристиками двох і більше випадкових величин. Наприклад, за двома відгуками одного експерименту. При цьому може виникнути питання: чи є зв'язок між цими випадковими величинами? Істотна або несуттєва цей зв'язок, якщо вона є?

*Кореляційний аналіз* – це сукупність методів виявлення залежності (кореляції) між двома або більше випадковими ознаками або процесами.

Під *кореляцією* будемо розуміти статистичну залежність між двома випадковими величинами, що не має, взагалі кажучи, строго функціонального характеру.

Зауважимо, що кореляційний аналіз не дозволяє визначити вид функціонального зв'язку між випадковими величинами, а тільки

наявність або відсутність передбачуваної зв'язку, наприклад лінійної, параболічної, експоненційної і т.д. В рамках цього навчального посібника ми обмежимося розглядом гіпотези про наявність лінійної кореляції.

Визначення виду функціонального зв'язку між величинами розглядається в регресійному аналізі.

Назва «кореляційний аналіз» походить від латинського слова *correlado* - узгодження, зв'язок, співвідношення, взаємозв'язок. Термін вперше введений Ф. Гальтон (1822-1911) в 1888 р

«Кореляція» означає «співвідношення». Якщо зміна однієї перемінної супроводжується зміною іншої, то можна говорити про кореляцію цих перемінних. Наявність кореляції двох перемінних нічого не говорить про причинно-наслідкові залежності між ними, але дає можливість висунути таку гіпотезу. Відсутність же кореляції дозволяє відкинути гіпотезу про причинно-наслідковий зв'язок перемінних.

**Розрізняють кілька інтерпретацій наявності кореляційного зв'язку між двома вимірами:**

**1. Прямий кореляційний зв'язок.** Рівень однієї перемінної безпосередньо відповідає рівневі іншої.

**2. Кореляція, обумовлена 3-ма перемінними:** 2 перемінні (а, с) зв'язані одна з іншої через 3-ю (в), не обмірювану в ході дослідження. За правилом транзитивності, якщо  $\in R(a, b)$  і  $R(b, c)$ , то  $R(a, c)$ . Прикладом подібної кореляції є встановлений психологами США факт зв'язку рівня інтелекту з рівнем доходів.

**3. Випадкова кореляція,** не обумовлена ніякою перемінною.

**4. Кореляція, обумовлена неоднорідністю вибірки.** Уявимо собі, що вибірка, що ми будемо обстежувати, складається з двох однорідних груп. Наприклад, ми хочемо з'ясувати, чи пов'язана належність до визначеної статі з рівнем екстраверсії. Вважаємо, що «вимір» статі труднощів не викликає, екстраверсію ж вимірюємо за допомогою опитувальника Айзенка ЕТІ-1. У нас 2 групи: чоловіки-математики і жінки-журналістки. Не дивно, якщо ми одержимо лінійну залежність між статтю і рівнем екстраверсії-інтроверсії: більшість чоловіків будуть інтровертами, більшість жінок – екстравертами.

**Кореляційні зв'язки розрізняються за своїм видом.**

Якщо підвищення рівня 0,1 перемінної супроводжується підвищенням рівня іншої, то мова йде про позитивну кореляцію. Чим

вище особистісна тривожність, тим більше ризик захворіти виразкою шлунку. Якщо ріст рівня однієї перемінної супроводжується зниженням рівня іншої, то ми маємо справу з негативною кореляцією. Чим боязкіша особа, тим менше в неї шансів зайняти домінуюче положення у групі.

**Нульовою називається кореляція** при відсутності зв'язку перемінних.

Функціональні зв'язки називають явними, так як вони пов'язують показники, отримані обчисленням по заздалегідь відомим формулам і законам. Отже, значення залежної змінної стає відомим, як тільки відомі значення незалежних змінних.

Таким чином, функціональною залежністю змінної  $Y$  від змінної  $X$  називають залежність виду  $Y = f(X)$ , де кожному допустимого значення  $X$  ставиться у відповідність за певним правилом єдино можливе значення змінної  $Y$ . Такий зв'язок має місце в точних науках: математиці, фізиці, хімії та ін., наприклад, залежність між радіусом і площею кола, масою тіла і швидкістю падіння і т.д.

Множинність результатів при аналізі зв'язку між змінними  $X$  і  $Y$  пояснюється перш за все тим, що залежна змінна  $Y$  зазнає впливу не тільки фактору  $X$ , а й цілого ряду інших факторів, які не враховуються при аналізі. Крім того, вплив виділеного фактору може не бути прямим, а проявлятися через ланцюжок інших факторів.

Припустимо, що на величини  $X$  і  $Y$  впливають одні й ті ж фактори, наприклад  $Z_1, Z_2, Z_3$ , тоді величини  $X$  і  $Y$  знаходяться в повній відповідності один з одним і пов'язані функціонально.

Припустимо, що на величини  $X$  і  $Y$  впливають загальні фактори  $Z_1$  і  $Z_2$ . Величини  $X$  і  $Y$  є випадковими, але так як є фактори, що впливають і на величину  $X$ , і на величину  $Y$ , значення  $X$  і  $Y$  обов'язково будуть взаємопов'язані. Однак виділена зв'язок вже не буде функціональною, вона носить імовірнісний, випадковий характер і змінюється від випробування до випробування.

Якщо кожному значенню змінної  $X$  відповідає не одне, а ціле безліч значень змінної  $Y$ , то така залежність називається статистичною (стохастичною). Все зв'язку, які можуть бути чисельно виміряні, підходять під визначення статистичної зв'язку. При такого зв'язку різним значенням однієї змінної відповідають різні закони розподілу значень іншої змінної.

Серед безлічі значень  $Y$  можна знайти середнє значення  $M(Y | X = x)$ , яке для кожного значення  $X$  своє. Безліч цих значень на графіку утворює лінію, вид якої може бути найрізноманітнішим (пряма, парабола, експонента і т.д.) і визначається випадковими величинами  $X$  і  $Y$ .

Якщо зміна однієї з випадкових величин приводить до зміни середнього значення іншої випадкової величини, то таку залежність називають кореляційною. Кореляційний зв'язок – це окремий випадок статистичної зв'язку. Її можна виявити тільки при масовому вивченні факторів у вигляді загальної тенденції. При цьому кожному фіксованому значенню аргументу відповідає певний закон розподілу значень функції, і навпаки, заданому значенню залежною змінною відповідає закон розподілу пояснює змінної. Наприклад, при вивченні споживання електроенергії  $Y$  залежно від обсягу виробництва  $X$  кожному значенню  $X$  відповідає безліч значень  $Y$ , і навпаки. В цьому випадку можна говорити про наявність стохастичною (кореляційною) зв'язку між змінними.

Залежно від напрямку функціональні та стохастичні зв'язку можуть бути прямими і зворотними. При прямому зв'язку напрямок зміни однієї ознаки збігається з напрямком зміни іншої ознаки.

Іншими словами, при збільшенні значень однієї ознаки збільшуються значення іншої ознаки, і навпаки, при зменшенні значень однієї ознаки зменшуються значення іншої ознаки. В іншому випадку між розглянутими ознаками існує зворотний зв'язок. Наприклад, чим вища кваліфікація працівника, тим вища продуктивність праці (зв'язок пряма). Чим більше респондентів зробили щеплення від грипу, тим менше загальна захворюваність на грип в країні (зв'язок зворотна).

За формою (аналітичного вираженню) зв'язку можуть бути лінійними і нелінійними (криволінійними). При прямолінійною зв'язку зі зростанням значення однієї ознаки (факторного) відбувається зростання (або спадання) значень іншої ознаки (результативного). Математично така зв'язок представляється рівнянням прямої, а графічно - прямою лінією. При нелінійних зв'язках зростання значень однієї ознаки (факторного) може відбуватися нерівномірно і приводити до різних змін значень іншої ознаки (результативного). Геометрично такі зв'язки представляються кривими лініями (парабола, експонента, гіпербола і т.д.).

За кількістю чинників, що діють на змінну, зв'язку класифікуються на прості (однофакторні) і багатофакторні, коли на зміну впливають дві ознаки або більше. Однофакторні, або прості, зв'язку зазвичай називають парними. Наприклад, зв'язок між інфляцією і безробіттям, виробленою продукцією і продуктивністю праці і т.д. У разі багатофакторної зв'язку передбачається, що на змінну впливає безліч факторів. Наприклад, попит на товар залежить від його ціни і рівня доходів населення, обсяг відвантаженої продукції - від попиту, ціни, продуктивності праці, доходів та ін. Тому, перш ніж переходити до вивчення зв'язку між двома змінними, необхідно ретельно розібратися з усіляким кругом існуючих між змінними зв'язків, подумати про їхню силу і про можливі напрямки.

У практиці статистичного аналізу можливі випадки, коли за допомогою кореляційних моделей виявляють досить сильну залежність ознак, в дійсності не мають причинного зв'язку один з одним. Такі кореляції називаються помилковими.

**Кореляційний аналіз** – це статистичне дослідження (стохастичної) залежності між випадковими величинами (англ. correlation – взаємозв'язок). У найпростішому випадку досліджують дві вибірки (набори даних), у загальному – їх багатовимірні комплекси (групи).

*Мета кореляційного аналізу – виявити чи існує істотна залежність однієї змінної від інших.*

**Головні завдання кореляційного аналізу:**

1. оцінка за вибірковими даними коефіцієнтів кореляції
2. перевірка значущості вибіркових коефіцієнтів кореляції або кореляційного відношення
3. оцінка близькості виявленого зв'язку до лінійного
4. побудова довірчого інтервалу для коефіцієнтів кореляції.

Кореляційний аналіз може виконуватися з використанням методу Пірсона або рангового методу Спірмена.

**Метод Пірсона** застосовуємо для розрахунків, які вимагають точного визначення сили, що існує між змінними. Досліджувані з його допомогою ознаки повинні виражатися тільки кількісно. Коефіцієнт кореляції обчислюється за формулою:

$$r = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x - \bar{x})^2 \sum (y - \bar{y})^2}}$$

Коефіцієнт **рангової кореляції Спірмена** дозволяє статистично встановити наявність зв'язку між явищами. Його розрахунок передбачає встановлення для кожної ознаки порядкового номера – рангу. Ранг може бути зростаючим або спадаючим. Для застосування методу Спірмена або рангової кореляції немає жорстких вимог у вираженні ознак – воно може бути, як кількісним, так і атрибутивним (якісним). Даний метод не встановлює точну силу зв'язку і має орієнтовний характер:

$$r = 1 - \frac{6 \sum d^2}{n(n^2 - 1)},$$

де  $n$  – кількість ранжованих ознак;

$d$  – різниця між рангами за двома змінними;

$\sum (d^2)$  – сума квадратів різниць рангів.

Оцінка значущості коефіцієнту кореляції відбувається шляхом розрахунку значення  $p$ , ґрунтуючись на перевірках двох гіпотез:

Основна гіпотеза  $H_0: \rho = 0$ ;

Альтернативна гіпотеза  $H_1: \rho \neq 0$ .

Основна гіпотеза стверджує, що кореляції не існує між ознаками  $x$  та  $y$  у генеральній сукупності. Альтернативна гіпотеза стверджує, що кореляція між ознаками  $x$  та  $y$  у генеральній сукупності значима. Коли основна гіпотеза відкидається на певному рівні значущості, це означає, що існує значуща відмінність між значенням  $r$  та 0. Коли основна гіпотеза приймається, це означає, що значення  $r$  не сильно відрізняється від 0 і є випадковим.

### 2.3.3 Порядок виконання роботи

Обрати вихідні дані для проведення розрахунків.

Провести ранжирування чинників і визначення коефіцієнтів кореляції, їх помилок і значущості.

Зробити висновок про можливість виключення з подальшого фізичного експерименту незначущих чинників.

Скласти список чинників для подальшого дослідження.

Вказівки до виконання завдань

Обрати вихідні дані згідно з варіантом з додатку Б та подати у вигляді табл. 1.

Таблиця 1

**Числові значення факторів (варіант N)**

X1	50	17	15	40	30	15	25	17	15
X2	115	90	83	106	100	134	110	77	80
X3	55	15	15	45	15	45	35	35	30

Розглянути перші два чинники X1 і X2. Значення першого чинника розташувати в зростаючому порядку і кожному значенню привласнити порядковий номер, табл. 2.

Таблиця 2

**Розподіл чинника X1**

Порядковий номер	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Значення чинника X1	15	15	15	17	17	25	30	40	50

Аналогічно розташувати значення другого чинника X2, табл. 3.

Таблиця 3

**Розподіл чинника X2**

Порядковий номер	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Значення чинника X2	77	80	83	90	100	106	110	115	134

Розрахувати ранги кожного значення чинників X1 і X2. У разі значень чинників, що повторюються, в ряду їм присвоюють дробові ранги - середнє арифметичне з порядкових номерів значень чинників, розміщених у зростаючому порядку.

Таблиця 4

**Ранжирування чинників X1 і X2**

Чинники і ранги	Порядкові номери								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Значення чинника X1	15	15	15	17	17	25	30	40	50

Ранги чинника X1	2	2	2	4,5	4,5	6	7	8	9
Значення чинника X2	115	90	83	106	100	134	110	77	80
Ранги чинника X2	8	4	3	6	5	9	7	1	2

Визначити різницю між рангами, квадрати різниць і суму квадратів різниць.

Обчислити коефіцієнт рангової кореляції за формулою Ч. Спірмена.

$$\rho = 1 - \frac{6 \cdot \sum d^2}{n(n^2 - 1)}$$

де  $n$  – число значень чинників у ряді. Для даного прикладу  $n=9$ .

$$\rho = 1 - \frac{6 \cdot 150,5}{9(9^2 - 1)} = -0,254$$

Таблиця 5

**Результати обробки ранжирування чинників**

Ранги значень X1	2	2	2	4,5	4,5	6	7	8	9
Ранги значень X2	8	4	3	6	5	9	7	1	2
Різниця рангів, $d$	-6	-2	-1	-1,5	-0,5	-3	0	7	7
Квадрат різниці рангів, $d^2$	36	4	1	2,25	0,25	9	0	49	49
Сума квадратів різниці рангів, $\sum d^2$	150,5								

Провести оцінку сили зв'язку між чинниками:

- при  $\rho < 0,1$  – немає зв'язку
- при  $0,1 < \rho < 0,7$  – середній зв'язок
- при  $0,7 < \rho < 1$  – сильний зв'язок
- У даному випадку зв'язку немає.

Обчислити середньоквадратичну помилку коефіцієнта рангової кореляції.

$$m_p = \frac{1 - \rho^2}{\sqrt{n - 1}}$$

Перевірити значущість коефіцієнта рангової кореляції за  $t$ -м критерієм Стьюдента.

$$t_p = \frac{\rho}{m_p} = 0,719$$

Вибрати табличне значення  $t$ -критерію для рівня значущості  $P=0,05$  (5-відсотковий рівень). Фактичне значення  $t$ -критерію порівняти з табличним (табл. 6),  $t_T = 2,262$  ( $t_p = 0,719 < t_T = 2,262$ ), що свідчить про низьку значущість одержаного коефіцієнта рангової кореляції.

Низька значущість коефіцієнта рангової кореляції свідчить про те, що з двох чинників жодного не можна виключити з експерименту, бо вони мають додаткову інформацію про об'єкт по відношенню до другого.

Висока значущість коефіцієнта рангової кореляції свідчить про те, що будь-який з двох чинників, що аналізуються, можна виключити з експерименту, бо жодний з них не має ніякої додаткової інформації про об'єкт по відношенню до другого.

Припустимо, що в нашому варіанті з фізичного експерименту виключається другий чинник X2.

Таблиця 6

**Значення  $t$ -критерію Стьюдента при 5 - відсотковому рівні значущості**

n	t	n	t	n	t
1	12,71	11	2,201	21	2,080
2	4,303	12	2,179	22	2,074
3	3,182	13	2,160	23	2,069
4	2,776	14	2,145	24	2,064
5	2,571	15	2,131	25	2,060
6	2,447	16	2,120	26	2,056
7	2,365	17	2,110	27	2,052
8	2,306	18	2,101	28	2,048
9	2,262	19	2,093	29	2,045
10	2,228	20	2,086	30	2,042

Розглянути тісноту зв'язку першого чинника  $X_1$  з третім чинником  $X_3$ . Порядок виконання розрахунків аналогічний.

Зробити висновок про можливість виключення з фізичного експерименту одного із чинників  $X_1$  або  $X_2$ .

Зробити висновки по роботі.

#### **2.4 Хід проведення**

2.4.1 Перевірка викладачем самостійної підготовки студентів до лабораторної роботи (наявність письмових відповідей на надані питання).

2.4.2 Викладач знайомить студентів з метою, змістом даної роботи та вимогами до захисту.

2.4.3 Опрацювання студентами матеріалів за п.2.3.

2.4.4 Захист практичної роботи відбувається за допомогою тестів наприкінці заняття за умови правильного оформлення звіту.

#### **2.5 Після виконання роботи, студент складає звіт, який вміщує дані:**

8. Найменування, номер та мету роботи.

9. Сутність експерименту, загальні вимоги до проведення.

10. Класифікація експериментів.

11. Фактори, що негативно впливають на отримання об'єктивних результатів при вивченні певної вибірки, обсяг вибірки.

12. Правила, яких необхідно дотримуватись при графічному відображенні результатів дослідження.

13. Характеристика факторів, що можуть негативно вплинути на отримання об'єктивних результатів при вивченні певної вибірки, обсяг вибірки.

14. Розрахунки за п 2.3.

15. Висновки.

*Пункти 1,2,3,4,5,6 студент виконує самостійно, як підготовку до практичного заняття.*

#### **2.7 Контрольні запитання**

2.6.1 Яка сутність експерименту, загальні вимоги до проведення?

2.6.2 Класифікація експериментів.

2.6.3 Дайте характеристику факторів, які можуть негативно вплинути на отримання об'єктивних результатів при вивченні певної вибірки?

- 2.6.4 Яких правил необхідно дотримуватись при графічному відображенні результатів дослідження?
- 2.6.5 Що характеризує коефіцієнт рангової кореляції?
- 2.6.6 В яких межах змінюється коефіцієнт рангової кореляції? Який може бути зв'язок?
- 2.6.7 За допомогою якого критерію перевіряють значущість коефіцієнту рангової кореляції? При якому рівні значущості?
- 2.6.8 На підставі чого робиться висновок про можливість відсіювання чинників з експерименту

## **ДОДАТКИ**

## Додаток А

### А.1 Сутність експерименту, загальні вимоги до проведення

Однією з важливих складових наукових досліджень є *експеримент*. Термін «експеримент» походить від лат. *experimentum* – спроба, дослід і вживається для позначення низки споріднених понять: *дослід, цілеспрямоване спостереження, відтворення об'єкта дослідження, організація особливих умов його існування, перевірка передбачень*. Отже, поняття «експеримент» означає проведення у визначених умовах серії дослідів для спостереження за станом об'єкта дослідження, які дозволяють стежити за його змінами і відтворювати їх кожний раз під час повторення дослідів.

Основною *метою* експериментів є визначення властивостей об'єктів дослідження та перевірка справедливості гіпотез і на цій основі широке вивчення теми наукового дослідження.

#### Загальні вимоги до проведення експерименту

При проведенні експерименту потрібно дотримуватися таких загальних вимог:

- об'єкт дослідження повинен допускати можливість опису системи змінних, що визначають його функціонування;
- потрібно мати можливість проведення якісних та кількісних вимірів факторів, які впливають на об'єкт дослідження, зміну його стану або поведінки під час експерименту;
- опис об'єкта експериментального дослідження потрібно проводити в системі його складових;
- потрібне обов'язкове визначення та опис умов існування об'єкта дослідження (галузь, тип виробництва, умови праці тощо);
- потрібно мати чітко сформульовану експериментальну гіпотезу про наявність причинно-наслідкових зв'язків;
- необхідне предметне визначення понять сформульованої гіпотези експерименту;
- потрібне обґрунтоване виділення незалежної та залежної змінних;
- потрібний обов'язковий опис специфічних умов діяльності об'єкта дослідження (місце, час, соціально-економічна ситуація тощо).

## Типові помилки в проведенні експерименту

- Сформульовані гіпотези не відбивають проблемну ситуацію, суттєві залежності у даного об'єкта.
- Як незалежну змінну виділено фактор, який не може бути причиною, сталою детермінантою процесів, що відбуваються у даному об'єкті.
- Зв'язки між залежною та незалежною змінною мають випадковий характер.
- Допущено помилки в попередньому описі об'єкта, що призвело до неправильної емпіричної інтерпретації змінних і вибору неадекватних показників.
- Допущено помилки при формулюванні дослідних і контрольних вихідних результатів експерименту, виявляється значна їх різниця, що викликає сумніви в можливості порівняти ці групи за складом змінних.
- Важко підібрати контрольний об'єкт за однорідними або схожими з експериментальними параметрами.
- При аналізі результатів експерименту переоцінюється вплив незалежної змінної на залежну без урахування впливу випадкових факторів на зміни в експериментальній ситуації.

## А.2 Класифікація експериментів

- **За призначенням об'єкта експерименту:** *природничо-наукові, виробничі, педагогічні, соціологічні, економічні тощо.*
- **За характером зовнішніх впливів на об'єкт дослідження:**
  - речовинні, енергетичні, інформаційні.*
  - **Речовинний експеримент** передбачає вивчення впливу різних речовинних факторів на стан об'єкта дослідження, наприклад, вплив різних домішок на якість сталі.
  - **Енергетичний експеримент** використовується для вивчення впливу різних видів енергії (електромагнітної, механічної, теплової тощо) на об'єкт дослідження.
  - **Інформаційний експеримент** використовується для вивчення впливу інформації на об'єкт дослідження.
- **За характером об'єктів та явищ, що вивчаються в експерименті:** *технологічні, соціометричні тощо.*
  - **Технологічний експеримент** спрямований на вивчення елементів технологічного процесу (продукції, обладнання, діяльності робітників тощо) або процесу в цілому.

–**Соціометричний експеримент** використовується для вимірювання існуючих міжособистісних соціально-психологічних відносин у малих групах з метою їх подальшої зміни.

• **За структурою об'єктів та явищ, що вивчаються в експерименті:** *прості та складні.*

–**Простий експеримент** використовується для вивчення простих об'єктів, які мають у своєму складі невелику кількість взаємозв'язаних та взаємодіючих елементів, що виконують прості функції.

–**У складному експерименті** вивчаються явища або об'єкти з розгалуженою структурою та великою кількістю взаємозв'язаних та взаємодіючих елементів, що виконують складні функції.

• **За способом формування умов проведення експерименту:** *природні та штучні.*

– **Природні експерименти** характерні для біологічних, соціальних, педагогічних, психологічних наук, наприклад, при вивченні соціальних явищ (соціальний експеримент) в обставинах, наприклад, виробництва, побуту тощо.

– **Штучні експерименти** широко використовуються в багатьох природничо-наукових або технічних дослідженнях. У цьому випадку вивчаються явища, що ізольовані до потрібного стану, для того щоб оцінити їх в кількісному та якісному відношеннях.

• **За організацією проведення експерименту:** *лабораторні, натурні, польові, виробничі, відкриті або закриті тощо.*

–**Лабораторні дослідження** проводять з використанням типових приладів, спеціальних моделюючих установок, стендів, обладнання тощо.

–**Натурний експеримент** проводиться в природних умовах та на реальних об'єктах. Залежно від місця проведення натурні експерименти поділяють на виробничі, польові, полігонні тощо.

Експерименти можуть бути **відкритими та закритими**. Такі типи експериментів значно поширені в психології, соціології, педагогіці. У відкритому експерименті його завдання відкрито пояснюються тим, хто досліджується, у закритому – для одержання об'єктивних даних завдання експерименту приховуються.

- **За характером взаємодії засобу експериментального дослідження з об'єктом дослідження: звичайні та модельні.**

- **Звичайний (класичний) експеримент** включає експериментатора, об'єкт або предмет експериментального дослідження та засоби, за допомогою яких проводиться експеримент.

- **Модельний експеримент** базується на використанні як об'єкта, що досліджується, моделі, яка може не тільки заміщувати в дослідженні реальний об'єкт, але і умови, в яких він вивчається.

- **За типом моделей, що досліджуються в експерименті: матеріальні та розумові.**

- **Матеріальний експеримент** є формою об'єктивного матеріального зв'язку свідомості з зовнішнім світом. У матеріальному експерименті використовуються матеріальні об'єкти дослідження.

- **Розумовий (ідеалізований, уявний) експеримент** є однією з форм розумової діяльності суб'єкта, у процесі якої в його уяві відтворюється структура реального експерименту, тобто засобами розумового експерименту є розумові моделі (чуттєві образи, образно- знакові моделі, знакові моделі).

- **За величинами, що контролюються в експерименті: пасивні та активні.**

- **Активним** називають експеримент, під час виконання якого дослідник може, за своїм бажанням, змінити рівень факторів і активно втручатись у процес дослідження. У цих умовах дослідник може планувати як однофакторний, так і багатофакторний експеримент.

- **Пасивним** називають експеримент, яким неможливо керувати. Умови проведення такого експерименту змінюються без участі дослідника. Постановка такого експерименту є простою, але точність результатів набагато нижча порівняно з активним експериментом. Рекомендації, розроблені на основі пасивного експерименту, мають значення тільки для умов його проведення.

- **За способом формування умов – лабораторні, виробничі.**

- **За метою дослідження – констатуючі, контролюючі, пошукові, вирішальні;**

–**Перетворюючий (творчий) експеримент** включає активну зміну структури та функцій об'єкта дослідження у відповідності до висунутої гіпотези, формування нових зв'язків та відносин між компонентами об'єкта або між досліджуваним об'єктом та іншими об'єктами.

–**Констатуючий експеримент** використовується для перевірки відповідних передбачень. У процесі такого експерименту констатується наявність визначеного зв'язку між впливом на об'єкт дослідження та результатом.

–**Контролюючий експеримент** зводиться до контролю за результатами зовнішніх впливів на об'єкт дослідження з урахуванням його стану, характеру впливу та ефекту, що очікується.

• **За характером взаємодії засобів дослідження з об'єктом дослідження** – натуральні або змодельовані.

• **За типом моделей, які досліджуються в експерименті**, – реальні або віртуальні (у думках та на ЕОМ).

• **За числом факторів, що варіюються в експерименті: однофакторні та багатфакторні.**

Величини, що діють на об'єкт дослідження і здатні змінити його стан, називають **факторами**. Фактори бувають змінними, сталими і некерованими. *Змінним фактором* ( $x_i, i=1, n$ ) називають контрольовану (вимірювану) змінну величину, що набуває на певний проміжок часу сталого значення. *Сталим* називають фактор, який не змінює свого значення протягом усього експерименту. Тобто, сталі фактори фіксуються на визначених рівнях, і вживаються заходи для того, щоб ці рівні практично залишались незмінними.

На об'єкт дослідження впливає низка факторів, які важко або взагалі неможливо врахувати. Такі фактори називають *некерованими*, або *збуреннями* ( $w_i, i=1, m$ ). Дію цих факторів на об'єкт дослідження ще називають *рівнем шуму*. Наявність шуму під час експерименту знижує його точність, надійність та ускладнює аналіз отриманих результатів.

Зміна стану об'єкта дослідження, яка спричинена впливом змінних факторів, називається **вихідним параметром** ( $y_i, i=1, k$ ). Таким чином, експериментом можна назвати сукупність дослідів, скерованих на вивчення залежності вихідного параметра від факторів, що діють на об'єкт. Частина експерименту, виконану при

певному значенні одного або декількох факторів, називають *дослідом*.

**Однофакторним** називають експеримент, під час якого визначається вплив на об'єкт дослідження тільки одного змінного фактору. Саме класична методика експериментальних досліджень базується на серії однофакторних експериментів.

Спочатку вивчається залежність  $y_2$  від  $x_2$  при сталих значеннях  $x_i, i=1, n$  та ін. При цьому отримують ряд емпіричних залежностей:

$$y_1=f(x_1) \text{ при } x_2, x_3, \dots, x_n=\text{const};$$

$$y_2=f(x_2) \text{ при } x_1, x_3, \dots, x_n=\text{const}; y_k=f(x_n) \text{ при } x_1, x_2, \dots, x_{n-1}=\text{const}.$$

Кожний фактор ( $x_i, i=2, n$ ) змінюють ступнево на декількох (бажано не менше п'яти) рівнях.

**Багатофакторним** називають експеримент, під час якого на об'єкт дослідження одночасно діють декілька змінних факторів. Метод багатофакторного експерименту дає змогу отримати математичну модель процесу у вигляді рівняння, за яким оцінюють вплив на об'єкт дослідження як окремих факторів, так і їх взаємодію. Планування та оброблення отриманих результатів здійснюється за допомогою формалізованих методів, які будуть розглянуті далі.

Існують два види завдань, які вирішує основний експеримент: *інтерполяційні* та *оптимізаційні*. Розв'язання оптимізаційних задач полягає у пошуку оптимальних умов перебігу процесу. Розв'язання інтерполяційних задач полягає у виявленні кількісних залежностей між різними факторами з метою математичного опису процесу.

**До об'єкта дослідження ставляться такі вимоги:**

- результати дослідів повинні відтворюватися; відхилення значень результатів дослідів, які здійснюються в однакових умовах через певний проміжок часу, не повинні перевищувати величини, визначеної методами математичної статистики;

- об'єкт дослідження має бути керованим, тобто повинна бути забезпечена можливість у кожному досліді обирати потрібні рівні факторів під час проведення активного експерименту.

*Параметр оцінки* – це результат досліду у відповідних умовах, або реакція об'єкта дослідження на дію факторів. До вихідних факторів висуваються такі вимоги:

- параметр оцінки повинен оцінюватись кількісно; множина значень, яких може набувати параметр оцінки, називається *областю визначення*;

- параметр оцінки повинен виражатись одним числом, без додаткових дій, вказівок;

- заданому набору факторів повинно відповідати тільки одне значення параметра; якщо під час повторення досліду в тих самих умовах величини параметра значно відрізняються (досліди не відтворюються), це означає, що не врахований якийсь важливий фактор або задане значення фактору змінюється у процесі дослідів;

- якщо параметром обрано декілька функціонально зв'язаних величин, перевагу доцільно надати тій, яку можна визначити з найбільшою точністю;

- параметр має бути універсальним для всебічної оцінки процесу; властивості універсальності мають комплексні параметри; технічні параметри в багатьох випадках є недостатньо універсальними;

- параметр бажано мати простим, який легко обчислюється і має фізичний зміст.

Після того, як обрано об'єкт дослідження і визначено вихідні параметри, необхідно розглянути всі існуючі фактори. Кожний фактор має свою сферу визначення. До факторів висуваються такі вимоги:

- для проведення активного експерименту фактори повинні бути керованими, тобто підпорядковуватись досліднику;

- у методиці необхідно визначити операційність факторів, тобто зазначити, як встановлюються рівні їх величини, чим регулюються, вимірюються і фіксуються; потрібно чітко знати розмірність усіх факторів і вихідного параметра;

- при визначенні величини фактору повинна забезпечуватись висока точність і відрізнятись на декілька порядків від інтервалу зміни його рівня.

До сукупності *факторів, що діють на об'єкт дослідження*, ставляться додаткові *вимоги*, а саме:

- фактори не повинні корелювати між собою, тобто при зміні одного фактору інший не повинен змінюватися; у випадку наявності кореляції в якості фактору можна приймати відношення двох факторів, логарифм їх відношення тощо;

- фактори повинні бути сумісними, тобто наявність одного з них не повинна виключати іншого.

Після обрання об'єкта дослідження, параметра і факторів, а також визначення виду експерименту переходять до складання плану його виконання.

### **А.3 Фактори, які можуть негативно вплинути на отримання об'єктивних результатів при вивченні певної вибірки**

Фактори, що заважають отримати об'єктивні результати при вивченні даної вибірки:

1) **комунікатор дослідник:** від нього залежить достатність чи недостатність вибірки для перевірки гіпотези; метод може не відповідати меті дослідження; незадовільний план вибору; відхилення від плану вибору, коли, напр., психолог коректує ситуацію; свідомий чи випадковий вплив на відповіді досліджуваних; некваліфіковане ведення дослідження, опрацювання матеріалу тощо;

2) **комунікант досліджуваний:** недостатня готовність до спілкування з психологом на понятійному рівні; упередженість; інтелектуальна нездатність; неухважність при виконанні тестових завдань; навмисність дій тощо;

3) **дослідницький інструментарій** тестові завдання, анкети, бланки: неясні, нечіткі запитання; помилки в бланках-ключах обробки результатів, завдання, що не відповідають можливостям даного віку тощо.

4) **ситуація обслідування:** невідповідність вимогам методу чи конкретної методики: час, місце, неоднакові умови для усіх представників вибірки, вплив оточення, сторонні подразники і ін.

**Обсяг вибірки визначається:** 1) Завданнями дослідження; 2) ступенем однорідності ГС, яку дана вибірка репрезентує; 3) рівнем гарантованої достовірності, надійності результатів дослідження (довіра й прихильність досліджуваного, точність відповідей); 4) необхідною точністю результатів, тобто величиною допустимої помилки репрезентативності.

При визначенні вибірки враховується сукупність технічних прийомів, які застосовуються для статистичного та якісного аналізу результатів дослідження.

**Обсяг вибірки** – кількість одиниць у вибірковій сукупності. Необхідний для забезпечення репрезентативності та належної якості

результатів вибіркового обстеження обсяг вибірки розраховують в залежності від способу відбору та типу вибірки. Величина обсягу вибірки залежить від варіації досліджуваних ознак та припустимої похибки вибірки.

### **Способи визначення вибірок:**

#### **1. Метод типових окремих випадків (монографічний метод)**

в такому випадку вибірка складається з одного-двох елементів. Елемент має ознаки свого класу, своєї ГС. Даний монографічний метод може бути пов'язаний зі збором інформації при великих об'єктах дослідження: напр., промислового виробництва, міста тощо.

**2. Статистичні вибіркові методи.** Їх можна поділити на 2 основні групи. **I гр. - Вибір на розсуд** - цілеспрямований вибір: на основі знання ГС обираються типові елементи, щоб таким чином отримати зменшену модель цієї ГС. Недоліком може бути суб'єктивізм психолога; **вибір за квотами** – у відповідності з відомим складом ГС обираються квоти для вибору по відношенню для певних суттєвих ознак (вік, стать, освіта). - **вибір випадковий** - за принципом лотереї. Усі елементи ГС нумеруються, старанно перемішуються жеребки, обирається лише певна кількість, які й утворюють вибірку; **системний вибір** – за основу береться певна система: з елементів ГС сформована певна послідовність, а обирається кожен n-й елемент з їх кількості.

Існують видозмінені (модифіковані форми системного вибору: буквенний вибір, метод кінцевих цифр; вибір за допомогою випадкових чисел; вибір шарами; комбінований).

**Правила, яких необхідно дотримуватись при графічному відображенні результатів дослідження. Види унаочнення результатів дослідження.**

**Етапи добору і побудови графічних зображень чи побудови таблиць:**

1. Визначити суттєву інформацію в зібраному матеріалі.
2. Ознайомитись з усіма типами графічного опису результатів і обрати найбільш доцільний з них.
3. Знати і використовувати усі види унаочнення, які підходять за характером матеріалу.
4. Розробити чітку інструкцію для креслення та зчитування інформації відповідно до обраного графіку

**Групування та графічна обробка даних:**

Зведення дослідницьких даних – означає їх систематизацію та встановлення якісних і кількісних залежностей між факторами, які досліджувались. Групування передбачає розподіл дослідницьких даних на групи на основі певних показників, причому окремій групі мають бути притаманні однакові, або близькі за значенням елементи.

Групування даних може бути простим (дослідницькі дані групуються за однією ознакою, або комбінованим (дані групуються за кількома ознаками\*). Отримані у процесі дослідження кількісні дані можна подавати переважно трьома способами: звичайне їх наведення у тексті роботи, тобто послідовно перераховувати відповідно до логіки аналізу результатів; подавати у вигляді таблиць; подавати у вигляді графічних зображень.

Таблиця – це форма унаочнення систематизованого раціонального викладу цифрового матеріалу, який характеризує досліджуване явище, або ж процес у цілому.

Побудова *графіків*, які застосовуються в психологічних та педагогічних дослідженнях, повинна опиратися на численні практичні навички.

#### ***Правила побудови графіків:***

Загальна структура графіків повинна передбачати його читання зліва направо та знизу вгору.

Горизонтальну шкалу для кривих слід читати, як правило, зліва направо, а вертикальну – знизу вгору.

Цифри на шкалах слід розміщати зліва і знизу впродовж відповідних осей.

Всі позначення і цифри для зручності читання слід розміщувати від основи як початку, або з правого краю як початку.

Кожен графік (рис. та таблиця повинні мати нумерацію).

Нумерація рисунків, як правило, наскрізна (проходить через усе дослідження\* та окрема від нумерації таблиць. Номер таблиці ставиться в правому кутку над таблицею, номер рисунку ставиться по центру під рисунком. Як рисунки, так і таблиці повинні мати назви. Назва повинна бути якомога чіткою, лаконічною, однак відтворювати основний зміст інформації. Якщо є потреба, то необхідно додатково вводити підзаголовки чи пояснення.

Назва в таблиці наводиться під її номером над таблицею по центру; назва рисунку, як правило, справа від номера (з метою економії місця\*, або ж під номером.

#### ***Правила та етапи графічного зображення:***

- 1.Наявність осей абсцис та ординат
- 2.Визначення назв осей
- 3.Наявність точки відліку «0»
- 4.Наявність точки динаміки розвитку (кінцевої)
- 5.Обирання масштабу
- 6.Наявність найвищої та найнижчої точки
- 7.При наведенні показників за допомогою кривої, кожна точка на шкалі відповідає точці емпіричної величини
- 8.При унаочненні діаграмою точка емпіричної величини на стовпчику знаходиться на вершині стовпчика, що співпадає з величиною на шкалі.
- 9.Кожен малюнок повинен мати свою нумерацію.
- 10.Таблиці та малюнки також повинні мати нумерацію (чітко та лаконічно сформульовану)
- 11.У деяких випадках унаочнення потребує додаткової осі (додаткові осі повинні бути чітко відмежовані від основної осі, відображати динаміку)

## Додаток Б

### Б.1 Вихідні дані для розрахунків

Варіант 1									
X <sub>1</sub>	55	20	17	43	12	32	28	20	21
X <sub>2</sub>	125	100	93	116	110	144	120	87	90
X <sub>3</sub>	60	20	20	50	20	50	40	40	30
Варіант 2									
X <sub>1</sub>	60	25	22	48	17	37	33	25	17
X <sub>2</sub>	140	115	108	131	125	159	135	102	105
X <sub>3</sub>	63	23	23	53	23	53	43	43	33
Варіант 3									
X <sub>1</sub>	8	7,7	9	8	9	13	12	10	11
X <sub>2</sub>	100	200	150	270	310	160	190	230	350
X <sub>3</sub>	40	42	60	45	66	87	90	80	12
Варіант 4									
X <sub>1</sub>	10	11	12	10	12	15	14	13	16
X <sub>2</sub>	130	230	180	300	340	190	220	260	380
X <sub>3</sub>	80	85	90	75	87	108	100	94	110
Варіант 5									
X <sub>1</sub>	17	13	16	15	9	13	8	9	11
X <sub>2</sub>	360	240	200	170	320	280	160	210	110
X <sub>3</sub>	115	92	110	108	60	92	50	62	83
Варіант 6									
X <sub>1</sub>	3	10	4	15	10	20	22	15	30
X <sub>2</sub>	63	45	50	40	52	40	35	48	40
X <sub>3</sub>	200	420	250	600	450	700	730	620	900
Варіант 7									
X <sub>1</sub>	5	12	6	17	12	22	24	17	32
X <sub>2</sub>	80	63	67	47	69	57	52	65	57
X <sub>3</sub>	220	420	270	620	470	720	750	640	920
Варіант 8									
X <sub>1</sub>	4	11	5	16	11	21	23	16	31
X <sub>2</sub>	75	58	62	42	64	52	47	60	52
X <sub>3</sub>	210	400	260	610	500	710	740	650	870
Варіант 9									
X <sub>1</sub>	2,5	7	3	10	7	15	5	15	20
X <sub>2</sub>	7	8,3	9	7,7	10	9,5	11	8	11
X <sub>3</sub>	150	450	200	600	430	750	350	680	800
Варіант 10									
X <sub>1</sub>	19	14	4	14	6	9	3	6	2,5
X <sub>2</sub>	7,5	8,8	9,5	8,2	10,5	10	11,5	8,5	11,5

# ВИЗНАЧЕННЯ МІНІМАЛЬНОГО НЕОБХІДНОГО ЧИСЛА ВИМІРЮВАНЬ, РОЗПОДІЛЕНИХ ЗА НОРМАЛЬНИМ ЗАКОНОМ

## Методичні вказівки до практичної роботи №3

**МЕТА РОБОТИ** – придбання навичок планування експерименту й визначення мінімального необхідного числа вимірювань, розподілених за нормальним законом, за наслідками попереднього експерименту.

### 1 ВКАЗІВКИ З САМОПІДГОТОВКИ ДО РОБОТИ

#### 1.3 Завдання для самостійної підготовки (Додаток А)

*Вивчити:*

- основні характеристики нормального розподілу
- ймовірність безвідмовної роботи
- ймовірність відмови.
  - *Скласти звіт по роботі:*
- номер, найменування та мета роботи;
- основні характеристики нормального розподілу
- ймовірність безвідмовної роботи
- ймовірність відмови.

#### 1.4 Питання для самопідготовки

- 1.2.1 Основні характеристики нормального розподілу.
- 1.2.2 Що таке ймовірність безвідмовної роботи?
- 1.2.3 Що таке ймовірність відмови?

#### 1.3 Рекомендована література

1. Адаменко М. І., Бейлін М. В. Основи наукових досліджень. Х.: ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2014. 188 с.
2. Бобилев В. П., Іванов І. І., Пройдак Ю. С. Методологія та організація наукових досліджень: навчальний посібник. Дніпропетровськ: Системні технології, 2008. 264 с.
3. Кислий В. М. Організація наукових досліджень: навчальний посібник. Суми: Університетська книга, 2011. 224 с.

## **2 ВКАЗІВКИ ДО ВИКОНАННЯ РОБОТИ**

### **2.1 Програма робіт**

– Ознайомитись з етапами підготовки наукового експерименту та розробкою методики експерименту.

– Підрахувати мінімально необхідну кількість вимірювань, при заданій точності вимірювань.

*Скласти звіт та захистити роботу.*

### **2.2 Оснащення робочого місця**

2.2.1 Методичні вказівки.

2.2.2 Навчальна та наукова література.

### **2.3 Теоретичні відомості**

#### **2.3.1 Етапи підготовки наукового експерименту**

Для проведення будь-якого виду експерименту необхідно попередньо спланувати та виконати таке:

- розробити гіпотезу, яка підлягає перевірці, та методику експериментальних робіт;
- визначити способи і прийоми впливу на об'єкт дослідження;
- забезпечити умови для виконання експериментальних робіт;
- розробити шляхи і прийоми фіксування ходу і результатів експерименту;
- підготувати засоби експерименту (прилади, установки, моделі тощо);
- забезпечити експеримент необхідним обслуговуванням.

Особливе значення має правильне *розроблення методики експерименту*.

*Методика* – це сукупність обдуманих і фізичних операцій, які розміщені у визначеній послідовності для досягнення поставленої мети дослідження.

Під час розроблення методики проведення експерименту необхідно передбачати:

- попереднє цілеспрямоване спостереження за об'єктом або явищем, що вивчається, з метою визначення вихідних даних (гіпотез, обрання змінних факторів);
- створення умов, у яких можливе експериментування (добір об'єктів для експериментальної дії, усунення впливу випадкових факторів);
- визначення області інтересу для змінних факторів та меж вимірювання;

- можливість систематичного спостереження за розвитком явища і точного опису фактів;
- проведення систематичної реєстрації замірів і оцінок фактів різними засобами і способами;
- створення складних ситуацій з метою підтвердження або спростування раніше отриманих даних;
- перехід від емпіричного вивчення з логічним узагальненням до аналізу та теоретичного оброблення отриманих фактичних даних.

Обравши методику експерименту, дослідник повинен переконатись у можливості її практичного застосування. Це необхідно зробити навіть у тому випадку, якщо методика раніше апробована в інших лабораторіях, оскільки вона може бути неприйнятною або складною в силу специфічних особливостей клімату, приміщення, лабораторного обладнання, персоналу тощо.

Перед кожним експериментом складається його **план (програма виконання)**, який включає такі етапи:

- мету, завдання та обґрунтування об'єму експерименту;
- вибір змінних факторів;
- визначення кількості дослідів та послідовності зміни факторів;
- вибір кроку зміни факторів, визначення інтервалів між майбутніми експериментальними точками;
- обґрунтування вибору засобів для вимірювання;
- опис проведення експерименту;
- обґрунтування вибору способів оброблення та аналізу результатів експерименту.

Необхідно також обґрунтувати вибір засобів вимірювання приладів та іншого обладнання. У зв'язку з цим експериментатор повинен бути добре обізнаний з існуючою вимірювальною апаратурою в Україні і за кордоном. Відповідальним моментом у підготовці засобів вимірювання є визначення *точності виміру і похибки*.

**Методи вимірювань** повинні базуватися на законах спеціальної науки *метрології*, яка вивчає вимірювальні засоби і методи. Методи вимірювань можна поділити на *прямі і непрямі*. Під час прямих вимірювань шукану величину знаходять із досліду, а під час непрямих – за функціональними вимірами. Вимірювання бувають *абсолютні й відносні*. Абсолютні – це прямі заміри в одиницях вимірювальної величини; відносні заміри – це відношення вимірювальної величини до однойменної величини, яка приймається

за вихідну одиницю. Необхідно виділити декілька основних способів вимірювань.

*Спосіб безпосередньої оцінки* – відповідає визначенню величини безпосередньо за відліковим пристроєм вимірювального приладу прямої дії.

*Спосіб порівняння* – передбачає необхідну вимірювальну величину порівнювати з величиною, що є мірою.

*Спосіб протиставлення* – здійснюється шляхом порівняння з мірою, тобто вимірювана величина і величина, що є мірою, одночасно діють на пристрій, за допомогою якого встановлюється співвідношення між цими величинами.

*Диференційний спосіб* – полягає в тому, що на вимірний пристрій діє різниця вимірюваної та відомої величини, яка є мірою.

*Нульовий спосіб* – полягає у доведенні результату ефективної дії величини на пристрій до нуля.

*Спосіб заміщення* – передбачає заміну вимірюваної величини відомою величиною з відновлюваною мірою.

*Спосіб збігу* полягає в тому, що різниця між заданою величиною і величиною, яка є мірою, визначається шляхом збігу відміток шкал або періодичних сигналів.

***Вимірювальні прилади та пристрої.*** ***Вимірювальним приладом*** називають засіб вимірювання, призначений для отримання певної інформації про величину, що вивчається, у зручній для експериментатора формі. У таких приладів вимірювальна величина перетворюється на покази або сигнали. Вони складаються з двох головних вузлів: приймаючого сигнал і перетворювального його у покази. За способом відліку значення вимірювальної величини прилади поділяються на показникові та реєструвальні.

***Вимірювальний пристрій*** (стенд) є системою, що складається з основних і допоміжних засобів вимірювання, які призначені для вимірювання однієї або кількох величин. Пристрій має різні засоби вимірювання і перетворювачі, призначені для одно-або багатоступеневого перетворення сигналу до того рівня, який дозволяє зафіксувати його вимірювальним механізмом.

### **2.3.2 Розробка методики експерименту**

***Методика експерименту*** – це сукупність розумових і фізичних операцій, розташованих у певній послідовності, в відповідності з якою досягається мета дослідження.

При розробці методики проведення експерименту необхідно передбачити:

- проведення попереднього цілеспрямованого спостереження над досліджуваним об'єктом або явищем з метою визначення вихідних даних (гіпотез, вибору факторів варіювання);
- створення умов, у яких можливе експериментування (підбір об'єктів для експериментального впливу, усунення впливу випадкових факторів);
- визначення меж вимірювань;
- систематичне спостереження за ходом розвитку досліджуваного явища і точний опис фактів;
- проведення систематичної реєстрації вимірів і оцінок фактів різними засобами і способами;
- створення повторюваних ситуацій, перехресних впливів, зміна їх характеру і умов;
- створення ускладнених ситуацій з метою підтвердження або спростування попередньо одержаних даних;
- перехід від емпіричного вивчення до логічних узагальнень, до аналізу і теоретичної обробки одержаного фактичного матеріалу.

Важливим етапом підготовки експерименту є визначення його цілей і задач. Кількість задач не повинна бути занадто великою (найкращий варіант 3–4, максимально 8–10).

Перед експериментом потрібно вибрати фактори варіювання, тобто встановити основні і другорядні характеристики, що впливають на досліджуваний процес, проаналізувати розрахункові схеми процесу.

Правильний вибір основних і другорядних факторів відіграє суттєву роль в ефективності експерименту, оскільки він зводиться до знаходження залежностей між цими факторами. Необхідно також обґрунтувати набір засобів вимірів, обладнання, машин і апаратів. Тому важливо бути добре ознайомленим з вимірювальною апаратурою що використовується в країні. Нерідко виникає потреба в створенні унікальних приладів, установок, стендів для виконання експерименту. При цьому їх розробка і конструювання повинні бути ретельно обґрунтовані теоретичними розрахунками.

Одним з найвідповідальніших моментів в експерименті є встановлення точності вимірів і похибки. Методи вимірів повинні ґрунтуватись на законах спеціальній науки – метрології, що вивчає засоби і методи вимірів.

При експериментальному дослідженні одного і того ж процесу повторні відліки з приладів зазвичай неоднакові. Розкид значень (відхилення) відбувається через недосконалість приладів, неоднорідність властивостей досліджуваного матеріалу тощо. Тому експеримент ніколи не завершується одним виміром, а отже, потрібно знати їх мінімальну кількість, яка змогла б забезпечити стійке середнє значення вимірюваної величини і яка б задовольняла заданому ступеню точності.

В методиці експерименту ретельно розробляється процес його проведення; складається послідовність операцій вимірів і спостережень; детально описується окремо кожна операція з урахуванням обраних засобів для проведення експерименту; обґрунтовуються методи контролю якості операцій, що забезпечують при мінімальній кількості вимірів високу надійність і задану точність; розроблюються форми журналів для запису результатів спостережень і вимірів.

Важливим розділом методики є вибір методів обробки і аналізу експериментальних даних. Зазвичай результати експериментів зводяться в такі форми запису: таблиці, графіки, формули, що дозволяє швидко аналізувати одержану інформацію.

Особлива увага в методиці повинна бути приділена математичним методам обробки і аналізу дослідних даних, наприклад, встановленню емпіричних залежностей, апроксимації зв'язків між характеристиками варіювання, встановленню критеріїв і довірчих інтервалів тощо.

Перед кожним експериментом складається його план, що включає:

- мету і задачі експерименту;
- вибір факторів варіювання;
- обґрунтування об'єму експерименту, кількості іспитів; порядок реалізації іспитів;
- визначення послідовності зміни факторів;
- вибір кроку зміни факторів, завдання інтервалів між майбутніми експериментальними точками;
- обґрунтування засобів виміру;
- опис проведення експерименту;
- обґрунтування способів обробки і аналізу результатів експерименту.

На об'єм і трудомісткість проведення експериментальних робіт істотно впливає вид експерименту. Наприклад, натурні і польові експерименти, як правило, мають більшу трудомісткість, що треба враховувати при плануванні. Після встановлення обсягу експериментальних робіт складається перелік необхідних засобів вимірів, об'єм матеріалів, список виконавців, календарний план і кошторис витрат.

В умовах достатньо *повної інформації* метою експериментального дослідження може бути підтвердження теоретичних розрахунків, знаходження експериментальних коефіцієнтів для рівнянь або пошук оптимального рішення. Число дослідів визначається характером залежностей, які описують певний процес.

В умовах *неповної або суперечливої інформації*, коли відома тільки область експерименту, необхідно визначити характер залежностей, які пов'язують фактори з вихідним параметром. У цьому випадку значення факторів інтуїтивно розбивають на інтервали з отриманням певної кількості рівнів для кожного фактору, а потім, під час проведення експерименту, реалізують усі можливі сполучення рівнів факторів.

В умовах *відсутності апіорної інформації* про об'єкт дослідження невідомими є як область експерименту, так і фактори. У цьому випадку дослід планують за ходом експерименту. Отримавши і проаналізувавши результат першого дослідів, дослідник планує наступний. Потім в експеримент залучаються нові змінні фактори, і впродовж усього експерименту дослідник отримує нову інформацію про об'єкт дослідження і процеси, які в ньому відбуваються.

План експерименту може бути складений у формі планово контрольної карти і методичної сітки або матриці.

Програму експерименту розглядає науковий керівник, обговорюють у науковому колективі (наприклад, на засіданні кафедри або науково-технічної ради) і затверджують у встановленому порядку.

### **2.3.3 Порядок виконання роботи**

Обрати вихідні дані для проведення розрахунків. Варіанти вихідних даних подані в додатку В.

Обчислити розрахункові значення статистичних характеристик варійованого ряду і побудувати гістограму розподілу.

Підрахувати мінімально необхідну кількість вимірювань, при заданій точності вимірювань.

Вказівки до виконання завдань

Обрати вихідні дані згідно з варіантом з додатку Б та подати у вигляді табл. 1.

Вибираються мінімальні й максимальні значення часу. Відповідно до початкових даних,  $t_{max} = 205$ ,  $t_{min} = 135$ .

Визначають інтервал варіювання реакції майстра-налагоджувальника за наступною формулою:

$$Ц = t_{max} - t_{min} \quad (1)$$

$$Ц = 205 - 135 = 70$$

Таблиця 1

**Результати попередніх вимірювань простої сенсорної реакції майстра-налагоджувальника на світловий сигнал (варіант N)**

Номери вимірювань	Час реакції, мс	Номери вимірювань	Час реакції, мс	Номери вимірювань	Час реакції, мс
1	197	7	171	13	137
2	202	8	198	14	201
3	196	9	135	15	192
4	213	10	204	16	167
5	154	11	172	17	201
6	194	12	153	18	205
Необхідна точність вимірювань 10 мс.					

Інтервал варіювання часу розбивають на декілька частин. Число класів визначають за формулою Старджеса:

$$K=1+3,32\lg n, \quad (2)$$

де  $n$  – число вимірювань часу.

$$K=1+3,32\lg 18=5 .$$

Оцінюють класовий інтервал за формулою

$$i = \frac{t_{max} - t_{min}}{K} \quad (3)$$

$$i = \frac{205 - 135}{5}$$

Встановлюють межі кожного класу. Результати розрахунків подають у табл. 2.

Таблиця. 2

**Визначення меж класу й кількості значень у класі**

№ класів	1	2	3	4	5
Межі класів	135–149	149–163	163–177	177–191	191–205
Кількість значень у класі, $m_j$	2	2	3	-	11

Підраховують число часу в кожному інтервалі  $m_j$ .

Визначають частоту попадання виміряного часу в кожен класовий інтервал.

$$P_j = \frac{m_j}{n} \quad (4)$$

де  $m_j$  – кількість значень класу, що потрапили в  $j$ -й класовий інтервал.

$$P_j = \frac{2}{18} = 0,111$$

Аналогічно розраховують для інших класів. Результати розрахунків зводять до табл. 3.

Контролюються обчислення наступним рівнянням:

$$\sum_i P_j = 1 \quad (5)$$

$$\sum_i P_j = 0,111 + 0,111 + 0,167 + 0,611 = 1$$

Визначається відносна частість значень часу стосовно кожного класового інтервалу за формулою:

$$y_j = \frac{P_j}{i} \quad (6)$$

$$y_j = \frac{0.111}{14} = 0.0079286$$

Контролюють обчислення наступним рівнянням:

$$\sum_i y_j = 1 \quad (7)$$

$$\sum_i y_j = (0,0079286 + 0,0079286 + 0,0119286 + 0,0436429) \cdot 14 = 1$$

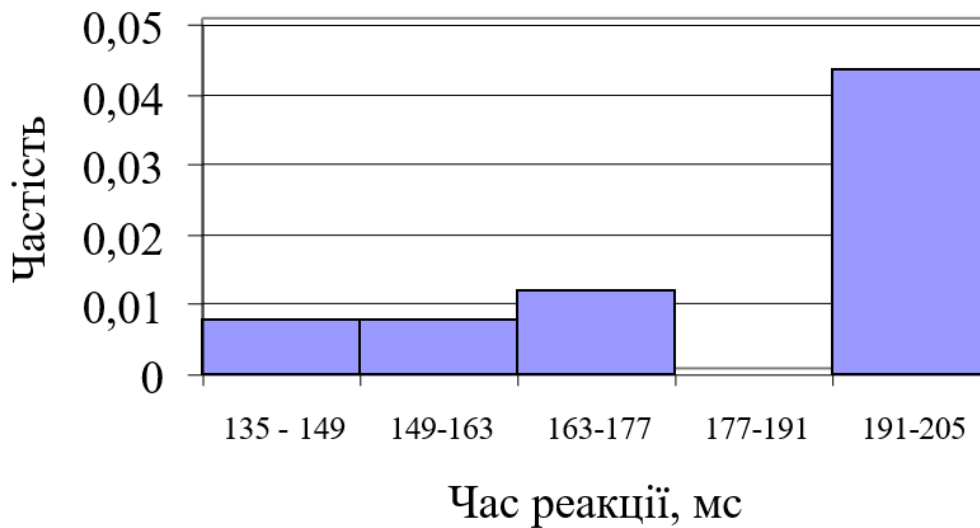
Аналогічно розраховують для інших класів. Результати розрахунків зводять до табл. 3.

Таблиця 3

**Розрахункові значення для побудови гістограми і встановлення значень параметрів розподілу**

Межі класів	Число значень часу в класовому інтервалі, $m_j$	Емпірична частота, $P_j$	Емпірична частість, $y_j$	Середина класів, $t_j$	$b_j = (t_j - t)$	$b_j^2$	$b_j^2 m_j$
135-149	2	0,111	0,0079286	142	-40,4	1632,16	3264,32
149-163	2	0,111	0,0079286	156	-26,4	696,96	1393,92
163-177	3	0,167	0,0119286	170	-12,4	153,76	461,28
177-191	-	-	-	-	-	-	-
191-205	11	0,611	0,0436429	198	15,6	243,36	2676,96
$\Sigma$	18	1	-	-	-	-	-

Будують гістограму вимірювань часу, (рис. 1).



**Рис. 1 – Гістограма розподілу вимірювань часу**

Визначають середину класів за формулою

$$t_j = \frac{t_{j1} + t_{j2}}{2} \quad (8)$$

де  $t_{j1}$ ,  $t_{j2}$  – відповідно нижня і верхня межі  $j$ -го класу.

Розраховують середнє арифметичне часу, зважене за частотами кожного класу за наступною формулою:

$$t = i \sum_{j=1}^5 t_j \cdot y_j \quad (9)$$

$$t = 14 \cdot (142 \cdot 0,0079286 + 156 \cdot 0,0079286 + 170 \cdot 0,0119286 + 0 + 198 \cdot 0,0436429) = 182,4$$

Оцінюють відхилення значень часу середин класів від середньої арифметичної. Результати розрахунків зводять в табл. 3.

$$b_j = (t_j - t) \quad (10)$$

Обчислюють квадрати відхилень  $b_j^2$ . Результати зводять в табл. 3.

Обчислюють множення  $b_j^2 \cdot m_j$  і заносять у відповідну колонку табл. 3

Визначають суму цих множень

$$\sum_{j=1}^5 b_j^2 \cdot m_j = 7796,48$$

Обчислюють середнє квадратичне відхилення за формулою

$$\sigma = \pm \sqrt{\frac{\sum b_j^2 \cdot m_j}{n-1}} \quad (11)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{7796,48}{18-1}} = \pm 21,415$$

Задаються точністю вимірювань час руху згідно з варіантом.

Задають значущості результатів вимірювань. При виробничих дослідженнях звичайно приймають рівень значущості рівним  $P=0,05$ , що вказує на допущення 5-відсотової помилки. При цьому довірна ймовірність вимірювань складає  $1-P=0,95$ .

По значеннях нормованої функції Лапласа  $\Phi(t)$  нормоване відхилення  $t=1,96$ , табл. 4

Таблиця 4

### Значення нормованої функції Лапласа $\Phi(t)$

$\Phi(t)$	0,09488	0,95450	0,9907	0,9986
$t$	1,95	2,0	2,6	3,2

Визначають мінімальне необхідне число вимірювань часу при заданій точності вимірювань  $\Delta t = \pm 5$

$$\alpha(5) = \frac{t^2 \cdot \sigma^2}{\Delta^2} \quad (12)$$

$$\alpha(5) = \frac{1,96^2 \cdot 21,415^2}{5^2} = 70 \text{ вимірювань}$$

Зробити висновки по роботі.

## 2.4 Хід проведення

2.4.1 Перевірка викладачем самостійної підготовки студентів до лабораторної роботи (наявність письмових відповідей на надані питання).

2.4.2 Викладач знайомить студентів з метою, змістом даної роботи та вимогами до захисту.

2.4.3 Опрацювання студентами матеріалів за п.2.3.

2.4.4 Захист практичної роботи відбувається за допомогою тестів наприкінці заняття за умови правильного оформлення звіту.

**2.5 Після виконання роботи, студент складає звіт, який вміщує дані:**

16. Найменування, номер та мету роботи.
17. Основні характеристики нормального розподілу.
18. Ймовірність безвідмовної роботи.
19. Ймовірність відмови.
20. Етапи підготовки наукового експерименту та розробкою методики експерименту.
21. Підрахунки мінімально необхідної кількості вимірювань, при заданій точності вимірювань.
22. Висновки.

*Пункти 1,2,3,4, студент виконує самостійно, як підготовку до практичного заняття.*

## **2.8 Контрольні запитання**

- 2.6.1 Основні характеристики нормального розподілу.
- 2.6.2 Що таке ймовірність безвідмовної роботи?
- 2.6.3 Що таке ймовірність відмови?
- 2.6.4 Етапи підготовки наукового експерименту.
- 2.6.5 Розробка методики експерименту.
- 2.6.6 Що характеризує середнє квадратичне відхилення?
- 2.6.7 Чому дорівнюють рівень значущості і довірча ймовірність в більшості випадків та зокрема у даному експерименті?
- 2.6.8 Як впливає збільшення значення точності вимірювання на розрахункове значення необхідного числа вимірювань?

## **ДОДАТКИ**

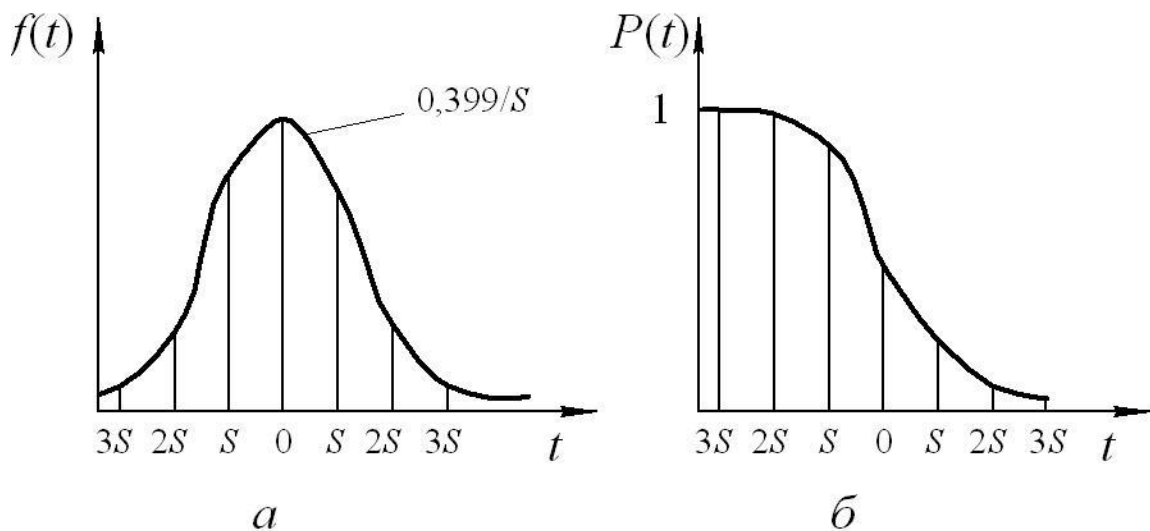
## Додаток А

### А.1 Нормальний закон розподілу випадкових величин

#### Основні характеристики нормального розподілу

Одним із найбільш універсальних, зручних і широко застосовуваних для практичних розрахунків законів розподілу випадкових величин є закон розподілу Гаусса (рис. А1). Універсальність цього закону полягає в тому, що його вважають граничним законом, з якого випливають інші (показниковий, Релея, Вейбулла, Пуассона, біноміальний тощо).

Нормальний розподіл проявляється тоді, коли зміна випадкової величини зумовлена багатьма причинами рівнозначного впливу. Йому підпорядковуються напрацювання до відмови і на відмову більшості відновлюваних і невідновлюваних виробів, які спрацьовуються і кородують, похибки вимірювань тощо.



**Рис. А.1 – Щільність ймовірності (а) та інтегральна функція ймовірності (б) нормального розподілу**

Функцію щільності розподілу розраховують за формулою:

$$f(t) = \frac{1}{S_t \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t - m_t)^2}{2S_t^2}} \quad (1)$$

Цей розподіл має два незалежних параметри: математичне сподівання  $m_t$  і середнє квадратичне відхилення  $S$ . Значення цих параметрів оцінюють за такими формулами:

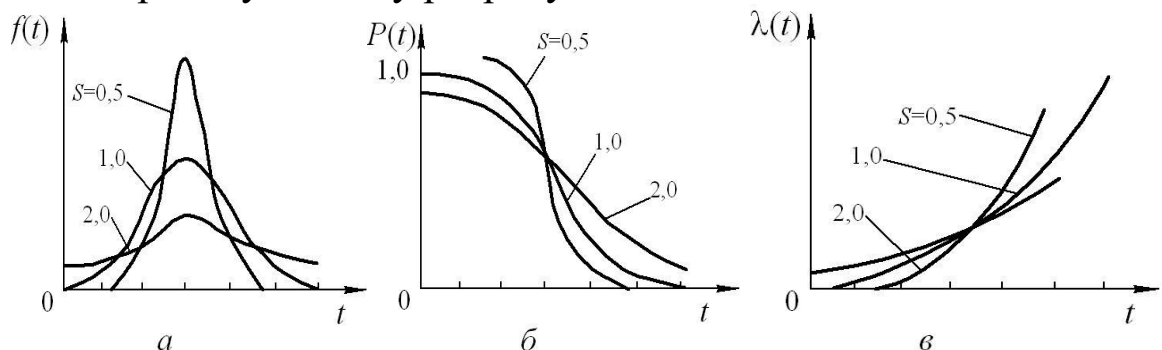
$$m_t \approx \bar{t} = \sum t_i / N ; \quad (2)$$

$$S \cong s = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (t_i - \bar{t})^2} , \quad (3)$$

де  $\bar{t}$ ,  $S$  – статистичні оцінки відповідно математичного сподівання і середнього квадратичного відхилення (наприклад, часу напрацювання об'єкта до відмови або на відмову).

Математичне сподівання в цьому законі розподілу визначає положення центра кривої на осі абсцис, а середнє квадратичне відхилення – ширину фігури, описаної цією кривою (рис. А.1, а). При деякому напрацювання  $t$  імовірність відмови  $Q(t)=F(t)$  наближається до 1,0, а імовірність безвідмовної роботи  $P(t)$  падає до нуля (рис. А.1, б).

Крива щільності розподілу випадкової величини тим гостріша і вища, чим менше значення  $S$  (рис. А.2). Вона поширюється в межах значень аргументу  $t$  від  $-\infty$  до  $+\infty$ . Це не дуже вагомий її недолік, оскільки площа, окреслена кінцями кривої, що прямують до нескінченності, відображає дуже малу ймовірність відмови об'єкта. Так, імовірність відмови за період до  $m_t - 3S$  становить лише 0,135 % і може не враховуватись у розрахунках.



**Рис. А.2 – Основні характеристики нормального розподілу за різних значень середнього квадратичного відхилення:**  
**а** – щільність імовірності  $f(t)$ ; **б** – імовірність безвідмовної роботи  $P(t)$ ; **в** – інтенсивність відмов  $\lambda(t)$

Для періоду  $m_t - 2S$  ймовірність відмови також низька і не перевищує 2,175 %. Найбільша ордината кривої щільності розподілу дорівнює  $0,399/S$ . Інтегральна функція розподілу

$$F(t) = \int_{-\infty}^t f(t)dt$$

Імовірність відмови та імовірність безвідмовної роботи становить відповідно:  $Q(t)=F(t)$ ;  $P(t)=1 - F(t)$ .

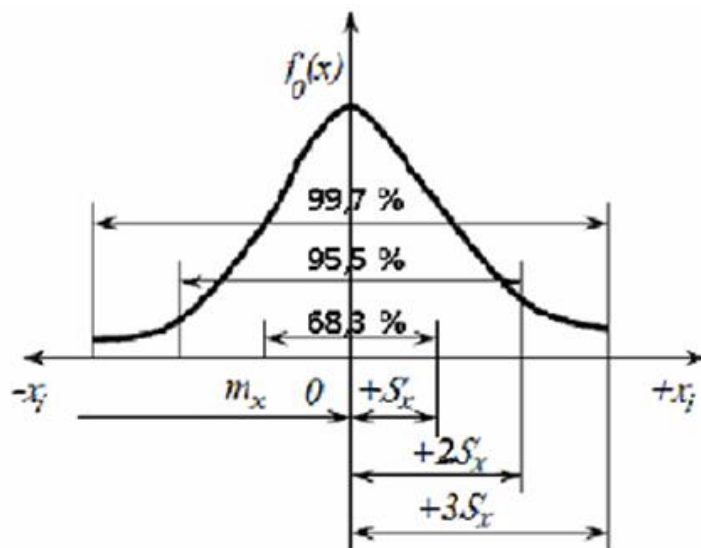
Вирахування інтегралів замінюють застосуванням таблиць, а для спрощення користуються невеликими таблицями для нормального розподілу, який має  $m_x=0$ ;  $S_x=1$ .

Функція щільності ймовірності для цього розподілу

$$f_0(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

і залежить лише від однієї змінної  $x$  (рис. А.3).

Величина  $x$  є центрованою, оскільки  $m_x=0$ , і нормованою, адже  $S_x=1$ .



**Рис. А.3 – Диференціальна функція нормованого нормального розподілу випадкової величини**

У цьому разі інтегральну функцію описують формулою:

$$F_0(t) = \int_{-\infty}^x f_0(x) dx \quad (4)$$

Очевидно, що

$$F_0(x) + F_0(-x) = 1; \quad (5)$$

$$F_0(-x) = 1 - F_0(x) \quad (6)$$

Для використання таблиць потрібно робити підстановку  $x = (t - m_t) / S$ . При цьому  $x$  називається квантилем нормованого нормального розподілу і позначається  $U_p$ .

Щільність розподілу, ймовірність відмови та ймовірність безвідмовної роботи відповідно визначають так:

$$f(t) = \frac{f_0(x)}{S}; \quad Q(t) = F_0(x); \quad P(t) = 1 - F_0(x) \quad (7)$$

Значення  $f_0(x)$  і  $F_0(x)$  беруть із таблиць (наприклад, табл. А.1).

Таблиця А.1

**Вихідні дані для розрахунку показників надійності**

$x$	0	1	2	3	4
$f_0(x)$	0,3989	0,2420	0,0540	0,0044	0,0001
$F_0(x)$	0,5	0,8413	0,9772	0,9986	0,9999

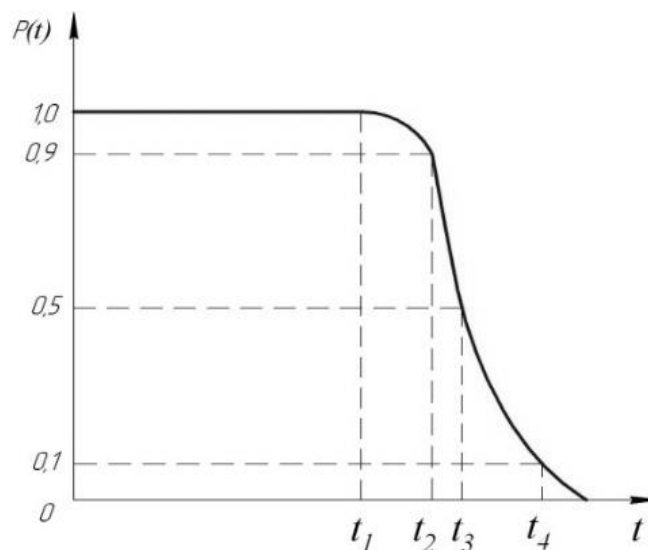
В інших таблицях наведено безпосередньо значення  $P(t)$  залежно від квантиля:

$$x = U_p = (t - m_t) / S \quad (8)$$

**Ймовірність безвідмовної роботи** – це ймовірність того, що у межах заданого напрацювання відмова об'єкта не виникає.

Ймовірність безвідмовної роботи застосовується як кількісний критерій надійності об'єктів для відновлених та невідновлених об'єктів.

Для режимів зберігання та транспортування використовується аналогічний термін – «ймовірність невиникнення відмови». Ймовірність безвідмовної роботи визначається у частках одиниці або у відсотках і змінюється від одиниці до нуля. Наприклад (рис. А.4), до напрацювання  $t_1$  ймовірність безвідмовної роботи дорівнює 1, а при напрацюванні  $t_4$  – 0,1.



**Рис. А.4 – Функція ймовірності безвідмовної роботи залежно від напрацювання об'єкта**

Ймовірність безвідмовної роботи являє собою безумовну ймовірність того, що в інтервалі від 0 до  $t$  відмови не буде, і визначається за формулою:

$$P(t) = 1 - F(t), \quad (9)$$

де  $F(t)$  – функція розподілу напрацювання до відмови.

Ймовірність безвідмовної роботи – безрозмірний показник, при його призначенні або визначенні необхідно вказувати час  $t$  або напрацювання, протягом якого його значення повинно бути не нижче наведеної величини.

Аналітичний, вираз для визначення  $P(t)$ :

$$P(t_0) = 1 - F_0\left(\frac{\bar{T} - t_0}{\sigma}\right), \quad (10)$$

де  $\bar{T}$  – середнє арифметичне значення напрацювання;

$t_0$  – задане значення напрацювання.

Ймовірність безвідмовної роботи за статистичними даними про відмови оцінюється виразом:

$$\hat{P}(t) = 1 - \frac{n(t)}{N_0}, \quad (11)$$

де  $\hat{P}(t)$  – статистична оцінка ймовірності безвідмовної роботи;

$N_0$  – кількість об'єктів на початку випробування;

$n(t)$  – кількість об'єктів, що відмовили протягом певного часу.

При великій кількості об'єктів  $N_0$  статистична оцінка практично збігається з ймовірністю безвідмовної роботи  $P(t)$ :

$$P(t) = \lim_{n \rightarrow N_0} \hat{p}(t)$$

На практиці в деяких випадках зручніше користуватись характеристикою ймовірності відмови.

**Ймовірність відмови** – ймовірність того, що за певних умов експлуатації у заданому інтервалі часу або у межах заданого напрацювання виникає хоча б одна відмова.

Ймовірність відмови  $Q(t)$  при  $t=0$  дорівнює 0, змінюється від 0 до 1 і обчислюється до формулою:

$$Q(t) = 1 - P(t) \quad (12)$$

Для статистичного визначення ймовірності відмови користуються формулою:

$$Q(t) = 1 - \left(1 - \frac{n(t)}{N_0}\right) = \frac{n(t)}{N_0}, \quad (13)$$

де  $n(t)$  – кількість об'єктів, що відмовили за час  $t$ .

## Додаток Б

### Б.1 Вихідні дані для розрахунків

Номери вимірювань	Час реакції, мс	Номери вимірювань	Час реакції, мс	Номери вимірювань	Час реакції, мс
<b>Варіант 1</b>					
1	187	7	161	13	127
2	192	8	188	14	191
3	186	9	125	15	182
4	203	10	194	16	157
5	144	11	162	17	191
6	184	12	143	18	195
Необхідна точність вимірювань 10 мс.					
<b>Варіант 2</b>					
1	235	7	205	13	184
2	163	8	161	14	131
3	152	9	192	15	141
4	178	10	153	16	155
5	161	11	215	17	163
6	131	12	211	18	163
Необхідна точність вимірювань 20 мс.					
<b>Варіант 3</b>					
1	228	7	176	13	217
2	184	8	194	14	171
3	168	9	198	15	187
4	174	10	193	16	171
5	211	11	196	17	189
6	215	12	182	18	209
Необхідна точність вимірювань 15 мс.					
<b>Варіант 4</b>					
1	170	7	192	13	201
2	183	8	168	14	193
3	164	9	168	15	219
4	181	10	164	16	215
5	163	11	238	17	190
6	190	12	121	18	192
Необхідна точність вимірювань 5 мс.					

Варіант 5					
1	187	7	192	13	186
2	161	8	188	14	125
3	127	9	191	15	182
4	235	10	163	16	152
5	205	11	161	17	192
6	184	12	131	18	141
Необхідна точність вимірювань 25 мс.					
Варіант 6					
1	228	7	184	13	168
2	176	8	194	14	198
3	217	9	171	15	187
4	170	10	183	16	164
5	192	11	168	17	168
6	121	12	201	18	193
Необхідна точність вимірювань 10 мс.					
Варіант 7					
1	203	7	144	13	184
2	194	8	162	14	143
3	157	9	191	15	195
4	178	10	161	16	131
5	153	11	215	17	211
6	202	12	155	18	163
Необхідна точність вимірювань 15 мс					
Варіант 8					
1	174	7	211	13	215
2	193	8	196	14	215
3	171	9	189	15	182
4	181	10	163	16	209
5	164	11	177	17	190
6	219	12	238	18	201
Необхідна точність вимірювань 10 мс.					
Варіант 9					
1	170	7	144	13	110
2	175	8	171	14	174
3	169	9	108	15	165
4	186	10	177	16	140

5	127	11	145	17	174
6	167	12	126	18	178
Необхідна точність вимірювань 10 мс.					
Варіант 10					
1	218	7	188	13	167
2	146	8	144	14	114
3	135	9	175	15	124
4	161	10	136	16	138
5	144	11	198	17	146
6	114	12	194	18	146
Необхідна точність вимірювань 20 мс.					

# ПЛАНУВАННЯ ПОВНОГО ФАКТОРНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ

## Методичні вказівки до практичної роботи №4

**МЕТА РОБОТИ** – набути навички побудови плану-матриці і плану-схеми повного факторного експерименту.

### 1 ВКАЗІВКИ З САМОПІДГОТОВКИ ДО РОБОТИ

#### 1.4 Завдання для самостійної підготовки (Додаток А)

*Вивчити:*

- теорія експерименту;
- стратегія побудови математичної моделі;
- планування експерименту;
- основні етапи планування та проведення експерименту.
  - *Скласти звіт по роботі:*
- номер, найменування та мета роботи;
- теорія експерименту;
- стратегія побудови математичної моделі;
- планування експерименту;
- основні етапи планування та проведення експерименту.

#### 1.5 Питання для самопідготовки

1.2.1 Теорія експерименту.

1.2.2 Стратегія побудови математичної моделі.

1.2.3 Планування експерименту.

1.2.4 Основні етапи планування та проведення експерименту.

### 1.3 Рекомендована література

1. Адаменко М. І., Бейлін М. В. Основи наукових досліджень. Х.: ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2014. 188 с.

2. Бобилев В. П., Іванов І. І., Пройдак Ю. С. Методологія та організація наукових досліджень: навчальний посібник. Дніпропетровськ: Системні технології, 2008. 264 с.

3. Кислий В. М. Організація наукових досліджень: навчальний посібник. Суми: Університетська книга, 2011. 224 с.

## **2 ВКАЗІВКИ ДО ВИКОНАННЯ РОБОТИ**

### **2.1 Програма робіт**

- Визначити нульові рівні чинників та виконати їхнє кодування
  - Скласти план-матрицю експерименту.
  - Скласти план-схему експерименту.
- Скласти звіт та захистити роботу.*

### **2.2 Оснащення робочого місця**

2.2.1 Методичні вказівки.

2.2.2 Навчальна та наукова література.

### **2.3 Теоретичні відомості**

#### **2.3.1 Повний факторний експеримент**

##### **Прийняття рішень перед плануванням експерименту**

ПФЕ виконують з метою побудови математичної регресійної залежності, що об'єднує різні технологічні або інші фактори з параметром, який необхідно визначити. Цей параметр називають функцією мети. Фактори – це параметри, які впливають на суттєве змінення функцій мети. Наприклад, якщо необхідно зменшити вміст водяної пари в продуктах згоряння, то перш за все аналізують фактори, що впливають на утворення  $H_2O$ . Із відомих літературних джерел або із власного досвіду відомо, що суттєвий вплив на вміст  $H_2O$  в продуктах згоряння палива має:

- 1 вміст вологи в паливі;
- 2 вміст вологи в повітрі;
- 3 кількість водню в паливі.

Також впливати на функцію мети може коефіцієнт надлишку повітря та інші чинники, наприклад, конструкційні параметри спалюваного пристрою. Таким чином, зазначене регресійне рівняння повинно пов'язувати всі перелічені фактори і будується шляхом статистичної обробки результатів експериментів, що виконуються в суворо регламентованих послідовностях та комбінаціях значень факторів. Для того, щоб фактори в рівнянні повною мірою віддзеркалювали реальний фізичний процес, що досліджується, вони повинні відповідати певним властивостям.

### **Властивості факторів:**

- Фактор заданий, якщо з його назвою задана область його визначення, тобто значення фактору може бути задане у певному інтервалі;
- Фактор повинен бути керованим (утримуватися на заданому рівні, незалежно від рівнів інших факторів);
- Операціональним (є послідовність дій, за допомогою яких встановлюються його рівні);
- Повинна забезпечуватися висока точність заміру фактору;
- Однозначним (тобто фактор не є функцією інших факторів). Наприклад, швидкість дифузії не може бути прийнята як фактор, тому що вона залежить від ряду факторів: концентрації, площі поверхні зіткнення, коефіцієнта розчинення);
- Фактори повинні бути сумісними (безпечними, здійсненними).

Приклади факторів: тиск в експериментальній камері; час витримки при загартовуванні; температура в реакторі; частота зміни води в експериментальній посудині; вага піддослідної тварини; тип хворого, спосіб лікування (гомеопатія, фізіотерапія, медикаментозне).

На кінцевому етапі аналізу апріорної (дослідної) інформації:

- складають список факторів, що включають у реальний експеримент;
- вибирають типи факторів; область визначення; область інтересу; точність виміру;
- визначаються із схемою експериментальної установки;
- аналізують однофакторні залежності; вибір інтервалів варіювання. ранжирування факторів;
- конкретизують мету дослідження.

### **Складання плану експерименту**

ПФЕ називається експеримент, в якому реалізуються всі можливі сполучення рівнів факторів.

Вибір плану визначається метою планованої роботи, типом і кількістю факторів, числом рівнів факторів.

Повинні бути продумані питання, що стосуються можливого числа дослідів, їх здійсненності, наприклад:

- бажане число дослідів та які обмеження по числу дослідів;
- бажаний строк проведення експериментів (тривалість усього дослідження);
- зразкова тривалість одного досліду;
- вартість і витрати праці на проведення одного досліду серії;
- бажане число рівнів для одного фактору;
- можливість виконання паралельних дослідів та їхнє бажане число;
- можливість проведення паралельних вимірів;
- бажана стратегія проведення дослідів, (наприклад по одному в день).

### Планування експерименту

На цьому етапі вибирають експериментальний план, що дозволяє вирішити поставлену задачу – обчислити найкращі оцінки коефіцієнтів рівняння регресії.

Експериментальний план – це сукупність експериментів, кожний з яких характеризується набором фіксованих значень керованих змінних.

Повний факторний експеримент реалізує всі неповторні комбінації рівнів  $n$  незалежних змінних, кожна з яких змушено варіюється на двох рівнях.

Число таких комбінацій  $N=2^n$ , де  $n$  – число факторів.

При плануванні експерименту здійснюють перетворення незалежних змінних факторів  $x_i$  в безвимірні змінні:

$$x_{\delta i} = \frac{(x_i - x_i^*)}{\Delta x_i}$$

де  $x_i^*$  - значення керованої змінної, що відповідає початковому базовому режиму;

$\Delta x_i$  – крок варіювання.

Перехід до безвимірних змінних значно полегшує подальші розрахунки, тому що в цьому випадку верхні та нижні рівні варіювання  $x_{vi}$  та  $x_{ni}$  у відносних одиницях будуть дорівнювати відповідно:

$$x_{vi} = +1, x_{ni} = -1.$$

1 Повний факторний експеримент для  $n=3$  представлений в табл.

Таблиця 1

**Повний факторний експеримент типу  $2^3$**

№ досліджу	$X_0$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_1X_2$	$X_1X_3$	$X_2X_3$	$X_1X_2X_3$
1	+	-	-	-	+	+		+ -
2	+	+	-	-	-	-		++
3	+	-	+	-	-	+	-	+
4	+	+	+	-	+	-	-	-
5	+	-	-	+	+	-	-	+
6	+	+	-	+	-	+	-	-
7	+	-	+	+	-	-		+ -
8	+	+	+	+	+	+		++

Три стовпчики ( $x_1, x_2, x_3$ ) керуємих змінних утворюють план експерименту, а інші стовпчики матриці можна одержати шляхом перемноженням відповідних значень керуємих змінних.

Матрицю планування для  $n=4$  можна побудувати на базі планування  $2^3$ , при повторі цього способу двічі:

перший раз при значеннях  $x_4$ , що знаходяться на нижчому рівні, а другий раз – на верхньому.

Аналогічно можна одержати плани для як завгодно більшого числа  $n$  незалежних змінних. Матриця планування для ПФЕ є ортогональною з лінійно незалежними вектор-стовпчиками.

**Проведення експерименту**

З метою усереднення вихідної величини  $y$  кожна строчка експериментального плану дублюється декілька разів. В випадку  $m$  паралельних дослідів:

$$\bar{y}_g = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m y_{g,i}, \quad g = 1, 2, \dots, N$$

В разі  $m=3$ , експеримент поділяється на три серії дослідів, в кожній з яких повністю реалізується ПФЕ. З метою виключення систематичних помилок при обчисленні оцінок коефіцієнтів регресії необхідно *рандомізувати* варіанти варіювання в кожній із трьох серій.

**Рандомізація** – за допомогою таблиці рівномірно розподілених випадкових чисел визначити послідовність реалізації варіантів варіювання змінних в кожній серії дослідів.

Рандомізація проводиться за наступною схемою. Із таблиці рівномірно розподілених чисел вибирають числа від 1 до 8 (кожне число вибирають тільки один раз). Ці числа вибирають в тому порядку, в якому вони зустрічаються при послідовному обході стовпчиків таблиці, починаючи з першого.

При рандомізації другої серії експериментів за перший стовпчик таблиці приймається стовпчик, який йде наступним за останнім стовпчиком, що використовувався в попередній серії. Аналогічно здійснюється рандомізація третьої серії дослідів.

Так, послідовність реалізації першої серії ПФЕ буде **8,4; 1,6; 5,7; 2,3**.

### **Методика повного факторного експерименту (ПФЕ)**

Метою повного факторного експерименту є одержання лінійної та неповної квадратичної статистичної моделі об'єкту, що досліджується, а саме рівняння регресії.

#### ***Аналіз експерименту***

Наприклад, для трьох факторної задачі вид моделі (теоретичного рівняння регресії) має вигляд:

$$y=b_0+b_1x_1+b_2x_2+b_3x_3+b_{12}x_1x_2+b_{13}x_1x_3+b_{23}x_2x_3+b_{123}x_1x_2x_3,$$

де  $b_1, b_2, b_3$  – коефіцієнти, що характеризують ефекти впливу керуємих змінних на цільову функцію;

$b_{ij}, b_{123}$  – коефіцієнти, що характеризують ефекти впливу парних взаємодій змінних та потрійної взаємодії відповідно.

Що ми хочемо одержати як експериментальний результат? Відповідь:  $Y=f(x_1, \dots, x_n)$ . Функціональна залежність повинна бути простою та інформативною. Установлено, що найкраще підходить поліноміальна модель у вигляді рівняння регресії:

$$y=b_0+b_1x+b_2x_2+\dots+b_ix_i^2$$

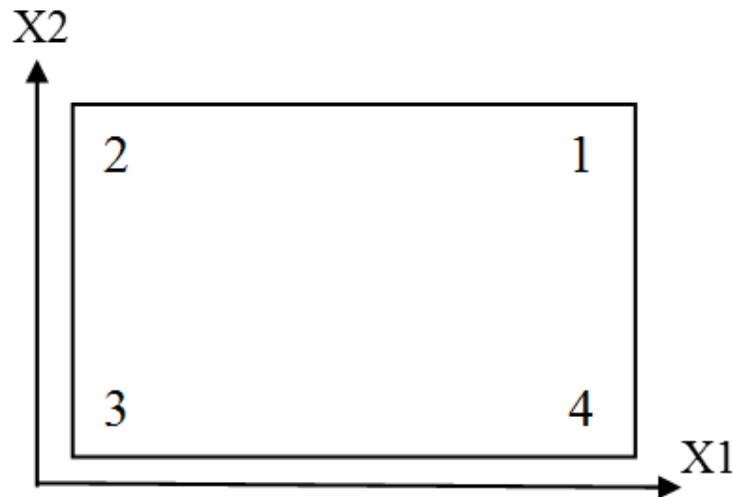
Коефіцієнти рівняння регресії кількісно характеризують вплив кожного фактору на об'єкт дослідження (ОД), а також ефекти взаємодії факторів.

У найпростішому випадку при вивченні впливу 1 фактору одержуємо:

$$y= b_0 + b_1x_1$$

Тут фактор варіює на 2-х рівнях. Число різних дослідів  $N=2^n=2^1=2$ . План повного факторного експерименту ПФЕ  $2^2$

Кількість факторів:  $n=2$ ; кількість дослідів  $N=2^2=4$ .



Дослід ставимо в 4-х точках. Чотирьох дослідів досить для визначення чотирьох коефіцієнтів рівняння регресії:

$$y= b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_{12}x_1x_2.$$

Це неповне квадратне рівняння, що описує поверхню, а не площину. Величини коефіцієнтів залежать від розмірності та від ступеня впливу факторів.

Як виділити чистий вплив фактору? Потрібно звільнитися від одиниць виміру факторів. Ця операція називається «кодування факторів». Полягає вона в наступному:

Нижній рівень фактору приймаємо за  $-1$ ; верхній рівень за  $+1$ . Середина між ними називається базовим (або основним) рівнем і позначається  $0$ . У результаті факторний простір перетворюється:

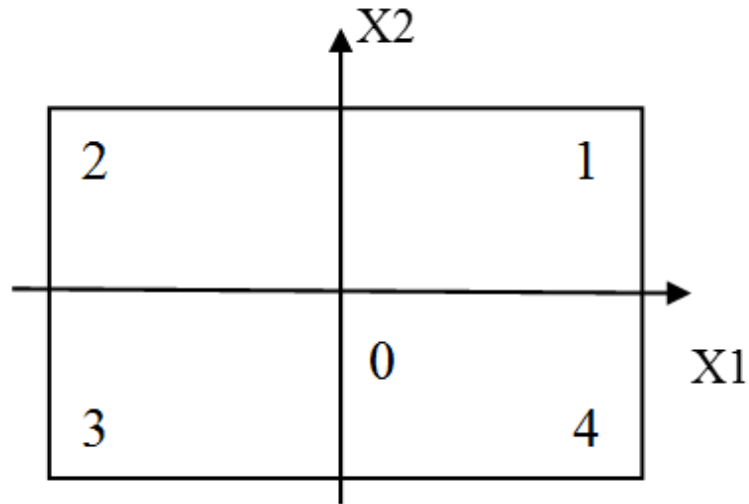


Рис. 1 – Схема координат експериментальних точок

**Властивості факторів ПФЕ.**

Властивості плану Приклад кодування факторів наведено в табл. 2.

Позначення:

$x_i$  – натуральне значення фактору;

$x'_i$  – кодоване значення фактору;

$\lambda_i$  – крок (інтервал) варіювання (величина, додток, якої до основного рівня фактору дає значення верхнього рівня, а відрахування від основного – нижній рівень).

Таблиця 2

**Кодування факторів**

Фактори	$X_i$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X'_i$ кодоване значення
Верхній рівень	$X_{i\text{ вер}}$	600	12	10	+1
Нижній рівень	$X_{i\text{ ниж}}$	300	4	2	-1
Базовий рівень	$X_{i0}$	450	8	6	0
Шаг варіювання ( $X_{\text{max}} - X_{\text{сер}}$ або $X_{\text{сер}} - X_{\text{min}}$ )	$\lambda_i$	150	4	4	+1

Кодоване значення фактору:

$$x'_i = (x_i - x_{i0}) / \lambda_i$$

Побудова матриці плану експерименту ПФЕ  $2^n$  та розрахунку коефіцієнтів регресії.

Перелік координат експериментальних точок утворює план експерименту (табл. 3):

Таблиця 3

**План експерименту:**

№	$x_1$	$x_2$
1	+1	+1
2	-1	+1
3	-1	-1
4	+1	-1

- Ортогональність: скалярні добутки стовпчиків рівні 0. Коефіцієнти рівнянь регресії визначаються незалежно один від одного; план D – оптимальний.

- Симетричність (число (+) дорівнює числу (-) по кожному стовпчику). Всі коефіцієнти визначаються з мінімальними та рівними дисперсіями (розподіл похибок експерименту).

- Властивості нормування: сума квадратів елементів стовпців дорівнює числу дослідів.

### 2.3.2 Порядок виконання роботи

Обрати вихідні дані для проведення розрахунків по посадці втулки на вал с підігрівом втулки. Варіанти вихідних даних подані в додатку В.

Визначити нульові рівні чинників та виконати їхнє кодування

Скласти план-матрицю експерименту.

Скласти план-схему експерименту

Вказівки до виконання завдань

Обрати вихідні дані згідно з варіантом з додатку Б та подати у вигляді табл. 4.

Вихідні дані (варіант N)

№ чиннику	Чинник	Позначання	Значення
1	Точність виготовлення валу	$D_{max}$ , мм	0,05
		$D_{min}$ , мм	0,01
2	Температура нагріву втулки	$t_{max}$ , °С	240
		$t_{min}$ , °С	180

Розраховують інтервали варіювання чинників:

$$U_D = D_{max} - D_{min}$$

$$U_D = 0,05 - 0,01 = 0,04 \text{ мм}$$

$$U_t = t_{max} - t_{min}$$

$$U_t = 240 - 180 = 60 \text{ °С}$$

Визначаються нульові рівні чинників за формулою

$$D_0 = \frac{U_D}{2} + D_{min}$$

$$D_0 = \frac{0,04}{2} + 0,01 = 0,03$$

$$t_0 = \frac{U_t}{2} + t_{min}$$

$$t_0 = \frac{60}{2} + 180 = 210$$

Проводять кодування рівнів чинників

$$D_{min} = \frac{D_{min} - D_0}{0.5 \cdot U_D}$$

$$D_{min} = \frac{0,01 - 0,03}{0.5 \cdot 0,04} = -1$$

$$D_{max} = \frac{D_{max} - D_0}{0.5 \cdot U_D}$$

$$D_{max} = \frac{0,05 - 0,03}{0.5 \cdot 0,04} = +1$$

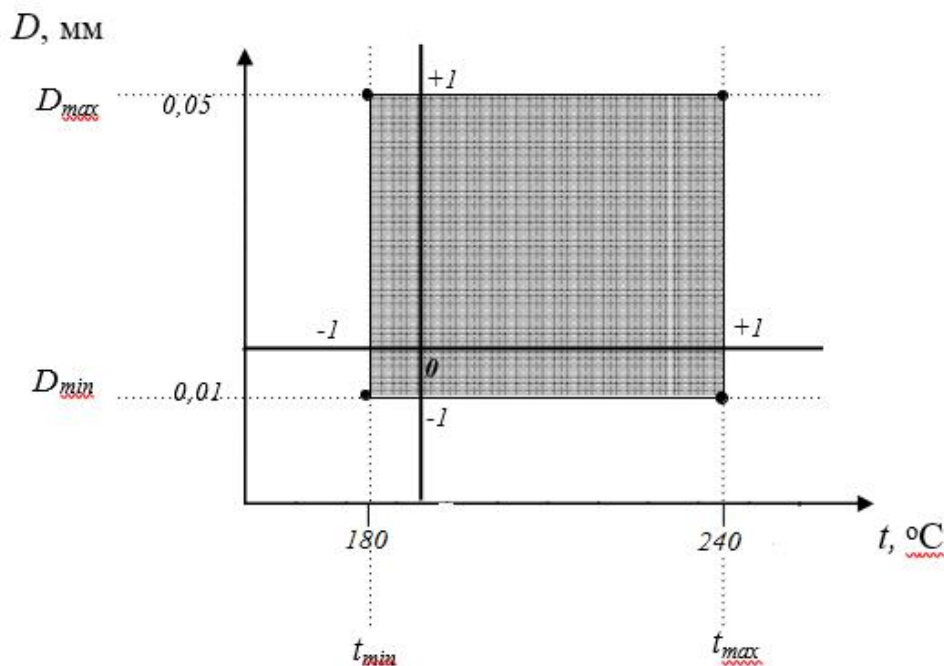
$$t_{min} = \frac{t_{min} - t_0}{0.5 \cdot U_t}$$

$$t_{min} = \frac{180 - 210}{0.5 \cdot 60} = -1$$

$$t_{max} = \frac{t_{max} - t_0}{0.5 \cdot U_t}$$

$$t_{max} = \frac{240 - 210}{0.5 \cdot 60} = +1$$

Будують план-схему експерименту (рис. 2)



**Рис. 2 – План-схема експерименту**

Складають план-матрицю експерименту (табл. 5).

**План-матриця експерименту**

Номер експерименту	Чинники і значення їх рівня	
	D	t
1	1 0,05	-1 180
2	1 0,05	1 240
3	-1 0,01	1 240
4	-1 0,01	-1 180

**2.4 Хід проведення**

2.4.1 Перевірка викладачем самостійної підготовки студентів до лабораторної роботи (наявність письмових відповідей на надані питання).

2.4.2 Викладач знайомить студентів з метою, змістом даної роботи та вимогами до захисту.

2.4.3 Опрацювання студентами матеріалів за п. 2.3.

2.4.4 Захист практичної роботи відбувається за допомогою тестів наприкінці заняття за умови правильного оформлення звіту.

**2.5 Після виконання роботи, студент складає звіт, який вміщує дані:**

23. Найменування, номер та мету роботи.
24. Теорія експерименту
25. Стратегія побудови математичної моделі
26. Планування експерименту
27. Основні етапи планування та проведення експерименту.
28. Визначення нульових рівнів чинників та їхнє кодування
29. План-матриця експерименту.
30. План-схема експерименту.

*Пункти 1,2,3,4,5 студент виконує самостійно, як підготовку до практичного заняття.*

**2.9 Контрольні запитання**

2.6.1 Що таке теорія експерименту?

2.6.2 Стратегія побудови математичної моделі.

- 2.6.3 Основні етапи планування та проведення експерименту
- 2.6.4 Етапи підготовки наукового експерименту.
- 2.6.5 Що таке повний факторний експеримент? Де його використовують?
- 2.6.6 Властивості факторів ПФЕ.
- 2.6.7 В чому полягає методика ПФЕ?
- 2.6.8 Назвіть властивості плану ПФЕ.
- 2.6.9 З яких етапів складається статистична обробка результатів експерименту?

## **ДОДАТКИ**

## Додаток А

### А.1 Теорія експерименту

Всі згадувані до цих пір завдання і проблеми не розв'язати без проведення експериментів.

*Експеримент* займає головне місце серед способів одержання інформації та у внутрішніх взаємозв'язків представлений в природі і техніці. і є відправною точкою та критерієм більшості наших знань. Експерименти та спостереження представляють основу для відкриття більшості відомих нам законів природи та перевірки теоретичних гіпотез. При збільшенні складності досліджуваних процесів та явищ дуже швидко зростають також витрати на апаратуру і проведення експерименту.

На експериментальні установки, такі, наприклад, як прискорювачі елементарних часток у ядерній фізиці, витрачаються величезні гроші. Для проведення деяких спеціальних експериментів потрібна кількість енергії, яка була б достатня для енергопостачання міста середньої величини. При цьому постійно зростає складність розв'язуваних проблем, а великий обсяг інформації, необхідної для з'ясування внутрішніх взаємозв'язків у природі і техніці, змушує застосовувати електронні пристрої обробки інформації.

Значна частина дослідницьких зусиль при розробці або модернізації технологічних процесів визначається витратами на експерименти.

Широке застосування експериментальних методів привело до створення теорії експерименту.

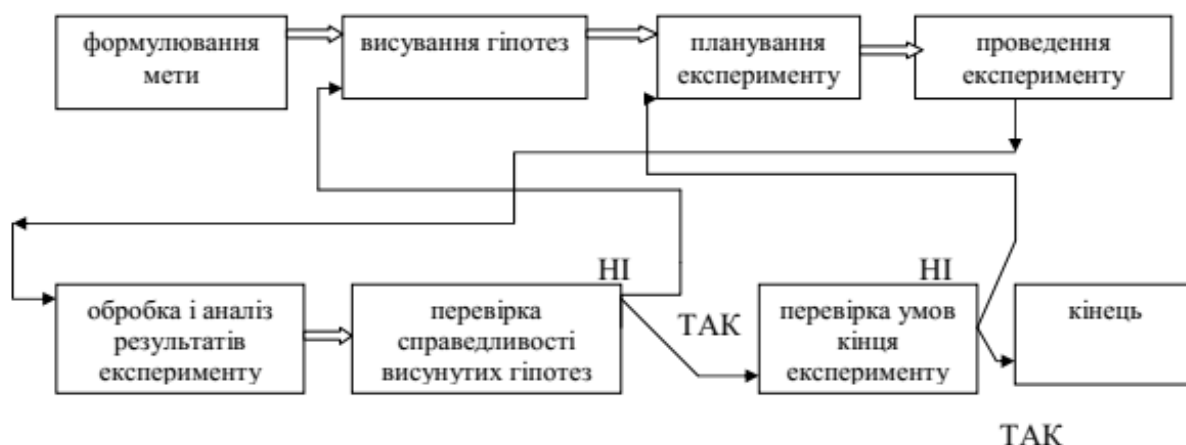
**Теорія експерименту** – це розділ математичної статистики, у якому викладені методи організації й проведення досліджень, а також інтерпретації експериментальних результатів.

Розвиток статистичних методів планування експерименту пов'язані з ім'ям Р. А. Фішера. В 1935 р. Фішер опублікував монографію «Планування експерименту» («Design of Experiments»), що дала назву новому напрямку досліджень. Роботи Фішера були пов'язані із практичними проблемами агротехнічних досліджень.

Теорія експерименту дає дослідникові точну логічну схему і спосіб рішення завдань на різних етапах дослідження.

## Стратегія побудови математичної моделі

Кожне експериментальне дослідження складається з ряду наступних один за одним етапів (рис. А.1): формулювання мети, висунування гіпотези про досліджуваний об'єкт, планування експериментів, проведення експериментів, обробка та аналіз результатів, перевірка правильності висунутої гіпотези, висунування з гіпотези, перевірка умов закінчення експерименту, планування нового експерименту.



**Рис. А.1 – Стратегія побудови математичної моделі**

Із цієї схеми ясно, що дослідження об'єкта складається з повторюваних циклів, причому від циклу до циклу росте обсяг знань про об'єкт, так що можна припустити, що висунуті гіпотези усе більше наближаються до дійсності. Разом з тим зростає також ефективність планування експерименту та всього дослідження.

### Планування експерименту

*Планування експерименту* – це процедура вибору числа та умов проведення дослідів, необхідних і достатніх для рішення поставленого завдання з необхідною точністю.

Анотація до книги В.В. Налімова «Математична теорія експерименту».

Більшість експериментаторів спочатку проводять спостереження, ставлять досліди, ..., і лише потім, коли весь матеріал зібраний, починають думати в тім, як його обробити, як витягти потрібну інформацію. Вони, звичайно, знають, що є методи математичної статистики, але згадують про них після проведення

експериментів. Важко навіть представити собі, який колосальний збиток це приносить! Губиться даремно час, засоби й, частіше, ніж ми думаємо, престиж: багато робіт відхиляються і далі закриваються внаслідок неграмотно спланованих і тому вони не принесли успіху експериментатору.

Планування експерименту – це одержання найбільш економічним способом найбільш надійних висновків. При цьому висновки (або результати) представляються в стандартній формі, що дає можливість їх порівняти з результатами, отриманими другими дослідниками.

Планувати експеримент – це означає вибирати оптимальну схему експерименту, що дає можливість одержати інформацію про об'єкт з мінімальним числом дослідів.

### **Основні етапи планування та проведення експерименту**

Процес планування та проведення експерименту можна розбити на наступні етапи:

- Формулювання завдання;
- Вибір параметра оптимізації (залежної змінної);
- Складання списку факторів, потенційно здатних впливати на параметр оптимізації;
- Складання списку факторів, що реально беруть участь в експерименті;
- Вибір плану експерименту;
- Проведення експерименту та одержання результатів;
- Статистична обробка результатів експерименту;
- Інтерпретація результатів.

### **Планування експерименту дозволяє:**

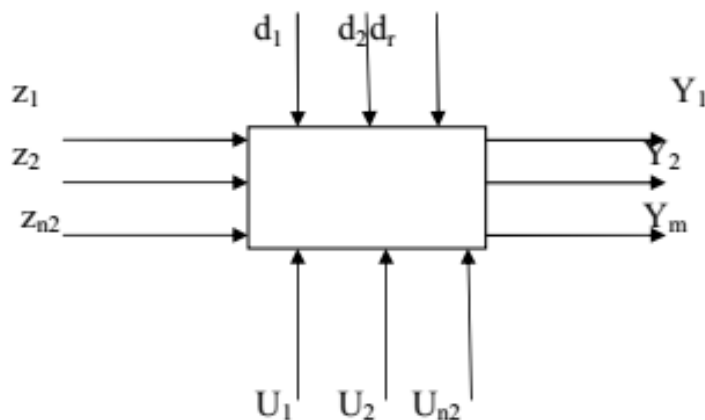
- Одержати результати у вигляді універсального математичного опису досліджуваного об'єкта з урахуванням дії багатьох факторів, що дає можливість застосовувати результати для різних ситуацій;
- Зменшити помилку експерименту та виключити вплив факторів, що заважають;
- Одержати для досліджуваних об'єктів математичний опис, з оптимальними властивостями;
- На основі чітких формалізованих правил приймати на різних етапах досліджень рішення в подальших діях;

- Швидко здійснювати оптимізацію процесів, не прибігаючи до дорогих досліджень механізмів цих процесів;
- Одержувати кількісні оцінки впливів кожного фактору, а також їхніх взаємодій на досліджуваній процес;
- Скласти поетапну програму досліджень, у якій на перших етапах виконуються орієнтовні дослідження із залученням великої кількості факторів, зафіксованих на багатьох рівнях, а на заключних етапах - докладні експерименти за участю невеликого числа істотних факторів. Критерії оптимальності та типи експериментальних планів.

### Схема «чорного ящика» об'єкту досліджень

Методи планування експерименту застосовують при проведенні теплотехнічних досліджень у лабораторних умовах, в експериментах на дослідних, напівпромислових і промислових установках. Об'єктами дослідження можуть бути будь-які теплотехнічні процеси, що відбуваються в апаратах, наприклад, процес сушіння, горіння, генерації тепла, теплообміну, які розглядаються в теорії планування експерименту як керовані процеси залежного від ряду факторів. Наприклад, вологості матеріалу, його кількості, температури теплоносія, швидкості руху теплоносія та інших факторів. Розглядаючи процес сушіння можна виділити ряд факторів, що визначають швидкість сушіння: температура теплоносія, вологість матеріалу, дисперсність, швидкість теплоносія.

Якщо розглядати об'єкт дослідження (рис. А.2), то всі змінні, що визначають стан об'єкта можна розділити на чотири групи:



**Рис. А.2 – Схема об'єкту дослідження**

Схема чорного ящика (об'єкта дослідження) процесу сушіння:

1. Група  $Z = (z_1, \dots, z_{n1})$  входять фактори, що характеризують якість сировини або проміжних продуктів і не допускають цілеспрямованої зміни в ході дослідження. До вхідних і проміжних продуктів відносять вихідні речовини або продукти попередніх ланок технологічного ланцюга. Інформація в значеннях змінних виходить у результаті лабораторних аналізів, вимірів. Група  $Z$  – контрольовані керовані змінні, що в процесі експерименту можуть змінюватися згідно плану

2. Група  $U = (u_1, \dots, u_{n2})$  контрольовані некеровані змінні – утворюють керовані фактори процесу. З їхньою допомогою реалізується заданий технологічний режим (показання витратомірів, положення установок регуляторів). На значення керованих факторів накладаються технологічні обмеження (обмежується область їх припустимих значень).

3. Змінні групи  $X$  та  $U$  будуть об'єднуватися в групу  $X = (x_1, x_n)$  – називаються контрольованими вхідними або незалежними змінними процесу.

4. Змінні групи  $Y = (y_1, \dots, y_m)$  називають вихідними – величини, які характеризують економічну ефективність процесу, техніко-економічні параметри, технологічні властивості, характеристики готових продуктів. Змінні цієї групи виступають як цільові величини при оптимізації процесів. Вихідні змінні в деяких випадках можуть бути якісними і приймати лише кінцеве число дискретних значень (стійкість або нестійкість якого-небудь процесу).

5. Група  $D = (d_1, \dots, d_r)$  – неконтрольовані фактори. Вони характеризують діючі на об'єкт збудження, які не можуть бути обчислені кількісно (неконтрольовані домішки в сировину, старіння каталізатора). Вплив неконтрольованих факторів, що повільно змінюються в часі, приводить до дрейфу характеристик об'єкта.

## Додаток Б

### Б.1 Вихідні дані для розрахунків

Чинники, що впливають на якість посадки втулки на вал с підігрівом втулки

#### **Варіант 1**

1-й чинник – точність виготовлення валу ( $D_{max}=0,05\text{мм}$ ;  $D_{min}=0,01\text{мм}$ )

2-й чинник – температура нагріву втулки ( $t_{max} = 250^{\circ}\text{C}$ ;  $\rho_{min} = 120^{\circ}\text{C}$ )

#### **Варіант 2**

1-й чинник – точність виготовлення валу ( $D_{max}=0,06\text{мм}$ ;  $D_{min}=0,02\text{мм}$ )

2-й чинник – температура нагріву втулки ( $t_{max} = 230^{\circ}\text{C}$ ;  $\rho_{min} = 120^{\circ}\text{C}$ )

#### **Варіант 3**

1-й чинник – точність виготовлення валу ( $D_{max}=0,07\text{мм}$ ;  $D_{min}=0,02\text{мм}$ )

2-й чинник – температура нагріву втулки ( $t_{max} = 200^{\circ}\text{C}$ ;  $\rho_{min} = 150^{\circ}\text{C}$ )

#### **Варіант 4**

1-й чинник – точність виготовлення валу ( $D_{max}=0,07\text{мм}$ ;  $D_{min}=0,03\text{мм}$ )

2-й чинник – температура нагріву втулки ( $t_{max} = 220^{\circ}\text{C}$ ;  $\rho_{min} = 100^{\circ}\text{C}$ )

#### **Варіант 5**

1-й чинник – точність виготовлення валу ( $D_{max}=0,09\text{мм}$ ;  $D_{min}=0,04\text{мм}$ )

2-й чинник – температура нагріву втулки ( $t_{max} = 210^{\circ}\text{C}$ ;  $\rho_{min} = 130^{\circ}\text{C}$ )

#### **Варіант 6**

1-й чинник – точність виготовлення валу ( $D_{max}=0,06\text{мм}$ ;  $D_{min}=0,01\text{мм}$ )

2-й чинник – температура нагріву втулки ( $t_{max} = 240^{\circ}\text{C}$ ;  $\rho_{min} = 120^{\circ}\text{C}$ )

### **Варіант 7**

1-й чинник – точність виготовлення валу ( $D_{max} = 0,09\text{мм}$ ;  $D_{min} = 0,05\text{мм}$ )

2-й чинник – температура нагріву втулки ( $t_{max} = 280^{\circ}\text{C}$ ;  $\rho_{min} = 170^{\circ}\text{C}$ )

### **Варіант 8**

1-й чинник – точність виготовлення валу ( $D_{max} = 0,07\text{мм}$ ;  $D_{min} = 0,03\text{мм}$ )

2-й чинник – температура нагріву втулки ( $t_{max} = 200^{\circ}\text{C}$ ;  $\rho_{min} = 140^{\circ}\text{C}$ )

### **Варіант 9**

1-й чинник – точність виготовлення валу ( $D_{max} = 0,08\text{мм}$ ;  $D_{min} = 0,03\text{мм}$ )

2-й чинник – температура нагріву втулки ( $t_{max} = 240^{\circ}\text{C}$ ;  $\rho_{min} = 160^{\circ}\text{C}$ )

### **Варіант 10**

1-й чинник – точність виготовлення валу ( $D_{max} = 0,09\text{мм}$ ;  $D_{min} = 0,05\text{мм}$ )

2-й чинник – температура нагріву втулки ( $t_{max} = 270^{\circ}\text{C}$ ;  $\rho_{min} = 180^{\circ}\text{C}$ )

# МЕТОДИКА ВИЗНАЧЕННЯ РІВНЯНЬ І КОЕФІЦІЄНТІВ РЕГРЕСІЇ

## Методичні вказівки до практичної роботи №5

**МЕТА РОБОТИ** – оволодіти методикою визначення рівнянь і коефіцієнтів регресії.

### 1 ВКАЗІВКИ З САМОПІДГОТОВКИ ДО РОБОТИ

#### 1.1 Завдання для самостійної підготовки (Додаток А)

*Вивчити:*

- апроксимація результатів експериментальних досліджень;
- регресивний аналіз результатів експериментальних досліджень.

*– Скласти звіт по роботі:*

- номер, найменування та мета роботи;
- апроксимація результатів експериментальних досліджень;
- регресивний аналіз результатів експериментальних досліджень.

#### 1.2 Питання для самопідготовки

1.2.1 Апроксимація результатів експериментальних досліджень.

1.2.2 Регресивний аналіз результатів експериментальних досліджень.

#### 1.3 Рекомендована література

1. Адаменко М. І., Бейлін М. В. Основи наукових досліджень. Х.: ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2014. 188 с.

2. Бобилев В. П., Іванов І. І., Пройдак Ю. С. Методологія та організація наукових досліджень: навчальний посібник. Дніпропетровськ: Системні технології, 2008. 264 с.

3. Кислий В. М. Організація наукових досліджень: навчальний посібник. Суми: Університетська книга, 2011. 224 с.

## 2 ВКАЗІВКИ ДО ВИКОНАННЯ РОБОТИ

### 2.1 Програма робіт

- Побудувати емпіричні ряди регресії
- Визначити рівняння і їх коефіцієнти
- Обчислити коефіцієнти парної кореляції для результатів досліджень.

*Скласти звіт та захистити роботу.*

### 2.2 Оснащення робочого місця

2.2.1 Методичні вказівки.

2.2.2 Навчальна та наукова література.

### 2.3 Теоретичні відомості

#### 2.3.1 Регресія. Регресійний аналіз

*Регресійний аналіз* – це метод моделювання даних, які вимірюються, та дослідження їх властивостей. Регресійна модель – це функція незалежної величини та коефіцієнтів з включеними випадковими змінними.

Вважають, що залежна змінна описується сумою значень деякої моделі та незалежними змінними. Відповідно до характеру розподілу залежної змінної роблять припущення, які називаються гіпотезою породження даних. Для підтвердження або спростування цієї гіпотези проводяться статистичні тести (аналіз залишків – різниця між значеннями, які спостерігаються, та значеннями, які передбаченні побудованою регресійною моделлю). При цьому вважають, що залежна змінна не містить помилок.

Регресійний аналіз використовується для прогнозу, аналізу часових рядів, тестування гіпотез та виявлення прихованих взаємозв'язків в даних.

Регресійний аналіз тісно пов'язаний з кореляційним аналізом. В кореляційному аналізі досліджується напрямок та міцність зв'язку між незалежними змінними. В регресійному аналізі досліджується форма залежності (модель зв'язку, вираженої у функції регресії) між незалежними змінними. Фактично два методи вивчають однаковий взаємозв'язок, але з різних сторін, доповнюючи один одного.

*Регресія* – залежність математичного очікування (середнього значення) незалежної змінної від однієї або декількох інших змінних. Нехай у точках  $x_n$  незалежної змінної  $x$  отримані виміри  $y_n$ . Потрібно знайти залежність середнього значення величини  $\bar{Y}$  від

величини  $x$ , тобто  $\bar{Y}(x) = f(x|a)$ , де  $a$  – вектор невідомих параметрів  $a_i$ . Функцію  $f(x|a)$  називають функцією регресії. Звичайно припускають, що  $f(x|a)$  є лінійною функцією параметрів  $a$ , тобто має вигляд:

$$f(x|a) = \sum_{i=1}^I a_i \varphi_i(x), \quad (1)$$

де  $f_i(x)$  – задані функції.

У цьому випадку матрицю  $A_{ni} = f_i(x_n)$  називають регресійною матрицею.

Для визначення параметрів  $a_i$  звичайно використовують метод найменших квадратів.

При пошуку функції регресії у вигляді (1) природно виникає питання про кількість членів  $I$  у сумі (1). При малому значенні  $I$  не можна досягти гарного опису  $\bar{Y}(x)$ , а при великому – можливе виникнення великих статистичних помилок функції регресії.

Регресійний аналіз використовується у випадку, якщо відношення між змінними можуть бути виражені кількісно у вигляді деякої комбінації цих змінних. Отримана комбінація використовується для передбачення значення, що може приймати залежна змінна, яка обчислюється на заданому наборі значень незалежних змінних. У найпростішому випадку для цього використовується лінійна регресія.

Необхідно зазначити, що серед регресійних моделей виділяють:

- однопараметричні моделі (залежність від однієї змінної);
- багатопараметричні моделі (залежність від декількох змінних);
- лінійні моделі відносно незалежних змінних;
- моделі нелінійні за змінними та нелінійні за параметрами.

**Лінійна регресійна модель** має наступний вигляд:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_k x_k + u \quad (2)$$

де  $y$  – залежна змінна;

$(x_1, x_2, \dots, x_n)$  – незалежні змінні;

$u$  – випадкова похибка, розподіл якої в загальному випадку залежить від незалежних змінних, але математичне очікування якої рівне нулю.

Згідно з моделлю (2) математичне очікування залежної змінної є лінійною функцією незалежних змінних:

$$E(y) = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_k x_k + u \quad (3)$$

Вектор параметрів  $(\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k)$  є невідомим і задача лінійної регресії полягає в оцінці цих параметрів на основі деяких експериментальних значень  $y$  і  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ . Тобто для деяких  $n$  експериментів є відомі значення  $\{y_i, y_{i1}, \dots, y_{ip}\}_{i=1}^n$  незалежних змінних і відповідне їм значення залежної змінної.

Згідно з визначенням моделі для кожного експериментального випадку залежність між змінними визначається формулою:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_k x_k + u_i, \quad (4)$$

або у матричних позначеннях.

На основі цих даних потрібно оцінити значення параметрів  $(\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k)$ , а також розподіл випадкової величини  $u$ . Зважаючи на характеристики досліджуваних змінних, можуть додаватися різні додаткові специфікації моделі і застосовуватися різні методи оцінки параметрів. Серед найпоширеніших специфікацій лінійних моделей є класична модель лінійної регресії та узагальнена модель лінійної регресії.

Згідно з **класичною моделлю лінійної регресії** додатково вводяться такі вимоги щодо специфікації моделі та відомих експериментальних даних:

- $\forall i \neq j E(u_i u_j | x_i) = 0$  (відсутність кореляції залишків);
- $\forall i E(u_j^2 | x_i) = \sigma^2$  (гомоскедастичність);

Часто додається також умова нормальності випадкових відхилень, яка дозволяє провести значно ширший аналіз оцінок

параметрів та їх значимості, хоча і не є обов'язковою для можливості використання наприклад методу найменших квадратів  $(u_j | x_i) \sim N(0, \sigma^2)$

Умови гомоскедастичності та відсутності кореляції між випадковими залишками в моделі часто на практиці не виконуються. Якщо замість цих двох умов у визначенні моделі взяти загальнішу умову:

$$V(u|X) = \sigma^2 W, \quad (5)$$

де  $W$  – відома додатноозначена матриця, то одержана модель називається *узагальненою моделлю лінійної регресії*.

Оскільки для кожної додатноозначеної матриці  $W$  існує матриця  $N$ , така що  $W^{-1} = NN$  то модель:

$$N_y = NX\beta + Nu, \quad (6)$$

вже буде *класичною моделлю лінійної регресії*.

В залежності від об'єктів, що досліджуються за допомогою лінійної регресії та конкретних цілей дослідження, можуть використовуватися різні методи оцінки невідомих коефіцієнтів. Найпопулярнішим є звичайний *метод найменших квадратів*. Він приймає за оцінку змінної значення, що мінімізують суму квадратів залишків по всіх спостереженнях:

$$\hat{\beta} = \arg \min_{\beta} \sum_{i=1}^n \left| y_i - \beta_0 - \sum_{j=1}^k X_{ij} \beta_j \right|^2 = \arg \min_{\beta} \|y - X\beta\|^2 \quad (7)$$

Серед інших методів оцінювання:

- *Метод найменших модулів*, що знаходить мінімум суми не квадратів відхилень, а їх абсолютних значень. Цей метод є найкращим (при максимальній вірогідності) у випадку коли відхилення мають розподіл Лапласа. Також, цей метод значно менш чутливий до викидів значень, ніж метод найменших квадратів, проте він може мати більш ніж один розв'язок і для нього не існує простої формули визначення оцінки.

- **Метод максимальної вірогідності.** Використовується коли відомі всі розподіли відхилень для всіх спостережень. При класичній та узагальненій моделях лінійної регресії з умовою нормальності відхилень приводить до того ж результату, що і метод найменших квадратів та узагальнений метод найменших квадратів відповідно.

- **Ортогональна регресія.** Застосовується у випадках коли значення змінних можуть містити випадкові складові й при оцінці враховують можливі відхилення по всіх змінних.

**Нелінійна регресія** – окремий випадок регресійного аналізу, в якому розглянутою регресійною моделлю є нелінійна функція, що залежить від параметрів і від однієї або декількох вільних змінних. Відмінність від лінійної регресії полягає тільки в формі зв'язку та методах оцінки параметрів.

Розрізняють два класи нелінійних регресійних моделей:

**1. Регресії, нелінійні щодо включених в аналіз пояснюючих змінних, але лінійні за оцінюваними параметрами.**

До нелінійних регресійних моделей за включеними змінним відносяться такі функції:

- поліноми різних ступенів;

- рівнобічна гіпербола –  $y = a + \frac{b}{x}$ .

**2. Регресії, нелінійні за оцінюваним параметром.**

До нелінійних регресійних моделей по оцінюваним параметрами відносяться функції:

- степенева –  $y = ax^b$  ;

- показникова –  $y = ab^x$  ;

- експоненціальна –  $y = e^{a+bx}$  .

Дані моделі за своєю природою *не є лінійними*, тому що вони не можуть бути представленими у вигляді простої регресійної моделі з деякими перетвореннями незалежних змінних.

Розглянемо деякі нелінійні моделі, для яких можливо зведення до лінійних. Для того, щоб звести нелінійну модель до лінійної (лінеаризувати модель) зазвичай за допомогою деяких перетворень змінних нелінійну модель представляють у вигляді лінійного співвідношення між перетвореними змінними, оцінюють коефіцієнти цього співвідношення і потім, за допомогою зворотного

перетворення, знаходять оцінки параметрів вихідної нелінійної моделі. Відразу зауважимо, що не всяка нелінійна модель може бути оцінена таким чином, в ряді випадків неможливо підібрати необхідне перетворення, що лінеаризує модель. У цьому випадку доводиться використовувати методи нелінійної оптимізації.

Оцінка нелінійних моделей проводиться за допомогою пояснюючих змінних, але лінійних – за параметром, що оцінюється та не представляє особливої складності. В цьому випадку зазвичай використовують заміну змінних для зведення моделі до лінійної та оцінки параметрів за допомогою звичайного МНК (метод найменших квадратів, що застосовується до моделі з заміненними змінними).

Так, у випадку поліноміальної залежності ступеня  $k$   $y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_kx^k$  за допомогою заміни змінних  $z_1 = x$ ;  $z_2 = x^2, \dots, z_k = x^k$  отримуємо лінійну модель множинної регресії з  $k$  пояснюючих змінних  $y = a_0 + a_1z_1 + a_2z_2 + \dots + a_kz_k$ . Оцінки параметрів цієї лінійної моделі знаходять за допомогою звичайного МНК.

Деяко більш складним випадком є оцінка параметрів у випадку нелінійності моделі за параметрами, так як безпосереднє застосування МНК для їх оцінювання неможливе. В цьому випадку відповідним перетворенням іноді вдається привести модель до лінійного вигляду.

Так, у випадку степеневі залежності  $y = ax^b$ , провівши логаритмізацію обох частин, отримаємо  $\ln y = \ln a + b \ln x$ . Отримана лінійна модель, в якій залежна і пояснююча змінні задані в логарифмічному вигляді іноді називається подвійною логарифмічною моделлю. Після заміни змінних  $\tilde{y} = \ln y$ ;  $\tilde{x} = \ln x$ ;  $\tilde{a} = \ln a$  отримуємо лінійну модель  $\tilde{y} = \tilde{a} + \tilde{b}x$ , для якої за допомогою звичайного МНК можна знайти оцінки параметрів. Після цього, оцінки параметрів в вихідній моделі знаходять за допомогою зворотного перетворення:

$$\begin{cases} a = e^{\tilde{a}} \\ b = \tilde{b} \end{cases}.$$

***Існує декілька ознак «хорошої» моделі:***

1. Модель завжди є спрощенням реальності, тому вона повинна бути досить проста. З двох моделей, що приблизно однаково відповідають даним, перевагу варто віддати більш простій моделі, що містить, наприклад, менше число пояснюючих змінних.

2. Модель повинна відповідати теоретичним передумовам і сутності даного явища. При виборі виду моделі важливо мати на увазі інтерпретацію параметрів залежності.

3. Модель повинна відповідати даним. Рівняння тим краще, чим більшу частину варіації залежної змінною воно може пояснити. Для оцінки якості нелінійної регресії, аналогічно лінійної залежності, використовують індекс кореляції:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (8)$$

Величина цього індексу перебуває в межах від 0 до 1. Чим ближче значення до одиниці, тим тісніший зв'язок та рівняння більш адекватно описує дані. Слід зазначити, що безпосереднє порівняння індексів детермінації для різних форм залежностей може бути некоректним.

В моделях, в яких залежна змінна не підлягає перетворенням, значення індексу детермінації збігається з коефіцієнтом детермінації (та коефіцієнтом лінійної кореляції) лінійної форми. У тих випадках, коли при лінеаризації залежна змінна підлягає перетворенням, індекс кореляції не збігається з коефіцієнтом лінійної кореляції і коефіцієнтом детермінації лінійної форми. Однак, коефіцієнт лінійної кореляції все ж широко використовується для характеристики тісноти зв'язку і для нелінійних залежностей. Близькість значень індексу детермінації і коефіцієнта лінійної кореляції може свідчити про те, що замість нелінійної залежності можливе використання лінійної функції.

4. При виборі виду нелінійної регресії можуть використовуватися її прогностичні якості – відповідність прогнозів реальним даним.

5. Також відсутність автокореляції залишків свідчить про високу якість побудованої регресії.

Приблизна схема побудови залежності може складатися в здійсненні ряду послідовних кроків:

1) Підбір початкової моделі. Він здійснюється на основі теорії, попередніх знань про об'єкт дослідження, досвіду дослідника та інтуїції.

2) Оцінка параметрів моделі на основі наявних статистичних даних.

3) Здійснення тестів перевірки якості моделі.

4) Перевірка відповідності моделі теоретичним передумовам.

*Логістична регресія* – це різновид багатомірної регресії, загальне призначення якої полягає в тому, щоб проаналізувати зв'язок між декількома незалежними змінними (регресорами/предикторами) та залежною змінною. Бінарна логістична регресія використовується за умови, що змінна є *бінарною*, тобто змінна може прийняти лише два значення. За допомогою логістичної регресії можливо оцінити ймовірність події для конкретного досліджуваного (здоровий/хворий).

Як відомо всі регресійні моделі можуть бути записані у вигляді формули:

$$y = F(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

Наприклад, в багатомірній лінійній регресії вважають, що залежна змінна є лінійною функцією незалежних змінних:

$$y = a + b_1x_1 + b_2x_2 + \dots b_nx_n \quad (9)$$

Цю модель можна використовувати для оцінки ймовірності результату події за допомогою стандартних коефіцієнтів регресії.

Розглянемо задачу діагностики хворого: задається змінна  $y$  зі значеннями 1 та 0, де 1 – досліджуваний пацієнт здоровий, а 0 – захворювання діагностували. В даному випадку виникає ускладнення, оскільки багатомірна регресія «не знає», що змінна величина бінарна. Це призводить до моделі зі значеннями більшими

1 та меншими 0. Однак такі значення не допустимі для початкової задачі. Таким чином, багатомірна регресія ігнорує обмеження діапазону значень змінної  $y$ .

Для вирішення даної проблеми умова задачі регресії може бути змінена: замість передбачення бінарної змінної, необхідно передбачити неперервну змінну зі значеннями на відрізку  $[0, 1]$  при будь-яких значеннях незалежних змінних. Це можна досягнути за допомогою використання наступного регресійного рівняння:

$$P = \frac{1}{1 + e^{-y}}, \quad (10)$$

де  $P$  – ймовірність того, що випадок відбудеться;  
 $y$  – стандартне рівняння регресії.

Припустимо, що залежна змінна розглядається за допомогою теорії ймовірності  $P$ , яка знаходиться в межах 0 та 1. Тоді ймовірність  $P'$  можна перетворити:

$$P' = \log_e \left( \frac{P}{1 - P} \right) \quad (11)$$

Це перетворення зазвичай називають логістичним. Теоретично  $P'$  може приймати будь-яке значення. Оскільки логістичне перетворення вирішує проблему про обмеження на проміжку  $[0, 1]$  для першочергової залежної змінної, то ці перетворені значення можна використовувати в рівняннях простої лінійної регресії. А саме, якщо провести логістичне перетворення двох частин описаного вище рівняння, то отримаємо стандартну модель лінійної регресії.

Існує декілька методів знаходження коефіцієнтів логістичної регресії. На практиці часто використовують *метод максимальної правдоподібності*. Він використовується в статистиці для отримання оцінок параметрів генеральної сукупності за даними вибірки. В основу методу покладена функція правдоподібності, яка виражає щільність ймовірності спільного виникнення результатів вибірки  $Y_1, Y_2, \dots, Y_k$ :

$$L(Y_1, Y_2, \dots, Y_k; \theta) = p(Y_1; \theta) \cdot \dots \cdot p(Y_k; \theta) \quad (12)$$

Відповідно до методу максимальної правдоподібності в якості оцінки невідомого параметра задається таке значення  $\theta = \theta(Y_1, \dots, Y_k)$ , що максимізує значення функції правдоподібності  $L$  на вибірці:

$$\hat{\theta} = \arg \max_{\theta \in \Theta} L(\theta) = \arg \max_{\theta \in \Theta} \prod_{i=1}^m \Pr\{Y = Y^{(i)} \mid x = x^{(i)}\}.$$

Максимізація функції правдоподібності еквівалентна максимізації її логарифма:

$$\log L(\theta) = \sum_{i=1}^m \log \Pr\{Y = Y^{(i)} \mid x = x^{(i)}\},$$

$$\log L(\theta) = \sum_{i=1}^m Y^{(i)} \log \Lambda(\theta^T x^{(i)}) + (1 - Y^{(i)}) \log(1 - \Lambda(\theta^T x^{(i)})) \quad (13)$$

### 2.3.3 Порядок виконання роботи

Обрати вихідні дані для проведення розрахунків.

Побудувати емпіричні ряди регресії

Визначити рівняння і їх коефіцієнти

Обчислити коефіцієнти парної кореляції для результатів досліджень.

#### Вказівки до виконання завдань

Обрати вихідні дані згідно з варіантом з додатку Б та подати у вигляді табл. 1.

Таблиця 1

**Вплив температури теплоносія  $x$  на швидкість сушіння  $y$  (варіант N)**

x	31	8,5	19	8,5	7	15,5	21	19,5	33,8	7	9,5	23
y	13,5	9,5	10,5	12	9	9	11,5	15	15,5	11	10	11
x	15	14	6	13	11	25,5	24	23	6,5	5,5	36	
y	11,5	10	10,2	10,6	11	12,2	12,2	10	8	11,5	16,2	

Визначити суму значень чинника  $x$  і суму значень чинника  $y$ .

$$x=382,8;$$

$$y=260,9.$$

Обчислити середні значення рядів  $x$  і  $y$ .

$$\bar{x} = \frac{282,8}{23} = 16,64$$

$$\bar{y} = \frac{260,9}{23} = 11,34$$

Знайти різницю між значеннями чинника  $x$  і  $y$  і середніми величинами значень цих чинників.

$$A_x = (x - \bar{x})$$

$$A_y = (y - \bar{y})$$

$$A_{x1} = (31 - 16,64) = 14,36$$

$$A_{y1} = (13,5 - 11,34) = 2,16$$

Аналогічно розраховується для інших значень  $x$  і  $y$ . Результати розрахунків зводять до табл. 2.

Таблиця 2

**Результати розрахунків**

$x$	$y$	$A_x$	$A_y$	$A_x \cdot A_y$	$A_x^2$	$A_y^2$
31	13,5	14,36	2,16	31,0176	206,2096	4,6656
8,5	9,5	-8,14	-1,84	14,9776	66,2596	3,3856
19	10,5	2,36	-0,84	-1,9824	5,5696	0,7056
8,5	12	-8,14	0,66	-5,3724	66,2596	0,4356
7	9	-9,64	-2,34	22,5576	92,9296	5,4756
15,5	9	-1,14	-2,34	2,6676	1,2996	5,4756
21	11,5	4,36	0,16	0,6976	19,0096	0,0256
19,5	15	2,86	3,66	10,4676	8,1796	13,3956
33,8	15,5	17,16	4,16	71,3856	294,4656	17,3056
7	11	-9,64	-0,34	3,2776	92,9296	0,1156

9,5	10	-7,14	-1,34	9,5676	50,9796	1,7956
23	11	6,36	-0,34	-2,1624	40,4496	0,1156
15	11,5	-1,64	0,16	-0,2624	2,6896	0,0256
14	10	-2,64	-1,34	3,5376	6,9696	1,7956
6	10,2	-10,64	-1,14	12,1296	113,2096	1,2996
13	10,6	-3,64	-0,74	2,6936	13,2496	0,5476
11	11	-5,64	-0,34	1,9176	31,8096	0,1156
25,5	12,2	8,86	0,86	7,6196	78,4996	0,7396
24	12,2	7,36	0,86	6,3296	54,1696	0,7396
23	10	6,36	-1,34	-8,5224	40,4496	1,7956
6,5	8	-10,14	-3,34	33,8676	102,8196	11,1556
5,5	11,5	-11,14	0,16	-1,7824	124,0996	0,0256
36	16,2	19,36	4,86	94,0896	374,8096	23,6196
382,8	260,9			308,7168	1887,3168	94,7568

Обчислити множення відповідно  $A_x \cdot A_y$ ,  $A_x^2$ ,  $A_y^2$ . Результати обчислень занести до табл. 2.

Знайти коефіцієнт регресії у по х, і х по у за формулою

$$R_{y/x} = \frac{\sum A_x \cdot A_y}{\sum A_x^2}$$

$$R_{y/x} = \frac{308,7168}{1887,3168} = 0,164$$

$$R_{x/y} = \frac{\sum A_x \cdot A_y}{\sum A_y^2}$$

$$R_{x/y} = \frac{308,7168}{94,7568} = 3,258$$

Обчислити середню квадратичну помилку коефіцієнта регресії за наступними формулами

$$m_{R_{y/x}} = \frac{\sum A_y^2 - \frac{(\sum A_x \cdot A_y)^2}{\sum A_x^2}}{(n-2) \sum A_x^2}$$

$$m_{R_{x/y}} = \frac{\sum A_x^2 - \frac{(\sum A_x \cdot A_y)^2}{\sum A_y^2}}{(n-2) \sum A_y^2}$$

$$m_{R_{y/x}} = \frac{94,7568 - \frac{308,7168^2}{1887,3168}}{(24-2)1887,3168} = 0,02224$$

$$m_{R_{x/y}} = \frac{1887,3168 - \frac{308,7168^2}{94,7568}}{(24-2)94,7568} = 0,442999$$

Встановити значущість коефіцієнтів регресії.

$$t_{y/x} = \frac{R_{y/x}}{m_{R_{y/x}}}$$

$$t_{x/y} = \frac{R_{x/y}}{m_{R_{x/y}}}$$

$$t_{y/x} = \frac{0,164}{0,02224} = 7,37$$

$$t_{x/y} = \frac{3,258}{0,442999} = 7,35$$

Припустиме значення  $t$ -критерію Стьюдента при  $(n-2) = 22$  і рівні значущості  $P = 0,05$  складе 2,074, тобто воно менше спостережуваних в досвіді, отже, в даному випадку коефіцієнти регресії достовірні (табл. 3).

**Значення  $t$ -критерію Стьюдента при 5 - відсотковому рівні значущості**

n	t	n	t	n	t
1	12,71	11	2,201	21	2,080
2	4,303	12	2,179	22	2,074
3	3,182	13	2,160	23	2,069
4	2,776	14	2,145	24	2,064
5	2,571	15	2,131	25	2,060
6	2,447	16	2,120	26	2,056
7	2,365	17	2,110	27	2,052
8	2,306	18	2,101	28	2,048
9	2,262	19	2,093	29	2,045
10	2,228	20	2,086	30	2,042

Знайти емпіричне рівняння лінії регресії по  $x$ :

$$y' = \bar{y} + R_{y/x}(x - \bar{x})$$

$$y' = 11,34 + 0,164(x - 16,64) = 0,163574x + 8,62$$

Аналогічно визначити рівняння регресії  $x$ :

$$x' = \bar{x} + R_{x/y}(y - \bar{y})$$

$$x' = 16,64 + 3,258(y - 11,34) = 3,26y - 20,3284$$

Підставляючи в рівняння регресії

$$y' = 0,163574x + 8,62$$

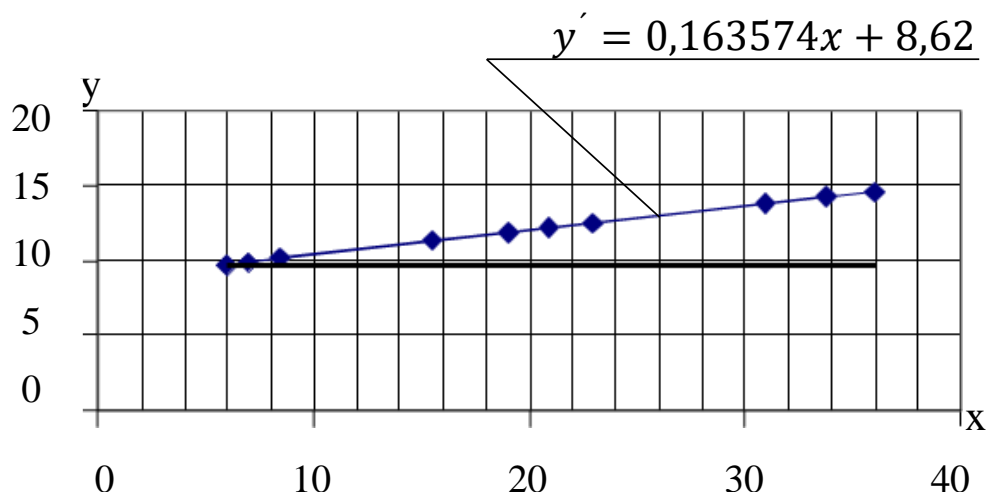
замість  $x$  його вихідні значення, обчислити теоретичні середні значення  $y'$ . Результати розрахунків подати у табл. 4

Таблиця 4

Теоретичні середні значення  $y'$

$x$	31	8,5	19	7	15,5	21	33,8	23	6	36
$y'$	13,69	10,01	11,73	9,77	11,16	12,06	14,15	12,38	9,6	14,51

Побудувати лінію регресії по x (рис. 1)



**Рис. 1 – Лінія регресії**

Зробити висновки по роботі

## **2.4 Хід проведення**

2.4.1 Перевірка викладачем самостійної підготовки студентів до лабораторної роботи (наявність письмових відповідей на надані питання).

2.4.2 Викладач знайомить студентів з метою, змістом даної роботи та вимогами до захисту.

2.4.3 Опрацювання студентами матеріалів за п.2.3.

2.4.4 Захист практичної роботи відбувається за допомогою тестів наприкінці заняття за умови правильного оформлення звіту.

**2.5 Після виконання роботи, студент складає звіт, який вміщує дані:**

2.5.1 Найменування, номер та мету роботи.

2.5.2 Апроксимація результатів експериментальних досліджень

2.5.3 Регресивний аналіз результатів експериментальних досліджень.

2.5.4 Розрахунки за п 2.3.

2.5.5 Висновки.

*Пункти 1,2,3,4 студент виконує самостійно, як підготовку до практичного заняття.*

## **2.6 Контрольні запитання**

2.6.1 Що називається вибірковою сукупністю?

2.6.2 Що таке статистичний ряд?

- 2.6.3 Що називається вибірковою дисперсією?
- 2.6.4 Що є основними параметрами генеральної сукупності?
- 2.6.5 Що називається вибірковою дисперсією?
- 2.6.6 Що є основними параметрами генеральної сукупності?
- 2.6.7 Що таке закон розподілу випадкової величини?
- 2.6.8 Що розуміють під регресивним аналізом?
- 2.6.9 На підставі чого робиться висновок про можливість відсіювання чинників з експерименту?
- 2.6.10 Як отримати рівняння регресії?
- 2.6.11 Що характеризує коефіцієнт регресії?
- 2.6.12 За допомогою якого критерію перевіряють значущість проведених розрахунків (коефіцієнта регресії)?

## **ДОДАТКИ**

## Додаток А

### А.1 Апроксимація результатів експериментальних досліджень

**Поняття апроксимації.** Процес одержання на основі результатів експериментальних досліджень математичної залежності  $y=\varphi(x)$ , яка з достатньою точністю відтворює досліджувану закономірність  $y = f(x)$ , називається **апроксимацією**. Функціональні залежності, одержані способом апроксимації експериментальних даних, називаються *емпіричними*.

Емпірична залежність  $y=\varphi(x)$  по суті є *математичною моделлю* процесу дослідження, результати якої дійсні тільки в межах зміни аргументу, тобто в інтервалі варіації фактора  $x_1, x_2, \dots, x_k$ .

Необхідність в емпіричних залежностях виникає тоді, коли аналітичні залежності вважаються складними і вимагають громіздких обчислень для практичного використання або ж тоді, коли аналітичні залежності взагалі відсутні. Можна вважати, що емпіричні залежності – це наближене виявлення аналітичних, а процес апроксимації – спосіб заміни складного або неможливого процесу одержання точних аналітичних виразів.

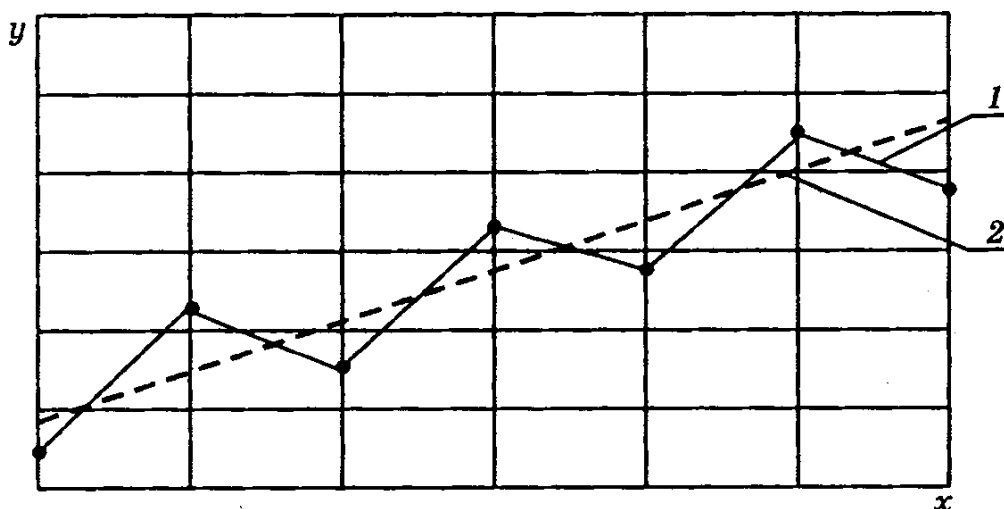
Виконання апроксимації результатів експериментальних досліджень складається з двох основних і послідовних етапів, а саме:

- *етап* – вибір загального вигляду типової функціональної залежності (апроксиманти);
- *етап* – розрахунок числових значень параметрів (коефіцієнтів) апроксиманти.

**Вибір загального вигляду рівняння апроксимації.** Для того, щоб з'ясувати, до якого класу функцій належить шукана апроксиманта  $y=f(x)$ , необхідно звернутись до графічного зображення результатів експерименту. Графік будується в декартовій системі координат  $x$  і  $y$ . Значення фактора відкладаються на осі абсцис, значення параметра оцінки – на осі ординат, а власне результати позначаються точками (рис. А.2).

З'єднавши точки прямою 1, одержують графік результатів експерименту. Якщо відмітити серединні точки кожного з відрізків, то через них можна провести пряму 2 (або криву), яка буде приблизним уявленням графіка шуканої апроксиманти.

Далі порівнюють отриманий графік з графіками типових функцій і обирають загальний вигляд рівняння апроксиманти, яке буде найбільш подібно описувати досліджувану залежність.



**Рис. А.2 – Графічне зображення результатів експерименту:**  
1 – експериментальна лінія; 2 – уявна апроксиманти

**Методи визначення коефіцієнтів апроксиманти.** Після вибору загального вигляду апроксимуючої функції переходять до розрахунку числових значень її коефіцієнтів. Залежно від типу обраної функції та вимог щодо точності результатів розрахунку застосовують такі методи:

- графічний метод;
- метод середніх;
- метод найменших квадратів.

*Графічний метод* застосовується для лінійних функцій та функцій, що зводяться до лінійних методом вирівнювання. Для цього вводять нові змінні:

$$x' = f_1(x, y); \quad y' = f_2(x, y),$$

за допомогою яких рівняння набуває вигляду лінійної залежності:  $y' = b_0 + b_1 x'$ .

Вирівнюванню підлягають такі залежності, як гіперболічна, показникова, степенева, логарифмічна та ін.

*Метод середніх* завдяки своїй простоті дозволяє у більшості випадків замінити громіздкий метод найменших квадратів і

одержати достатньо задовільні за точністю результати. Цей метод полягає у тому, що після того як визначено тип функції й виконано, в разі необхідності, вирівнювання, одержують лінійну залежність типу:  $Y=b_0 + b_1X$ . На основі одержання залежності, підставляючи значення  $X$  та  $Y$  з кожного досліду, складають умовні рівняння, число яких дорівнює кількості дослідів  $N$ .

Усі рівняння з невідомими  $b_0$  та  $b_1$  розбивають на дві рівні групи і кожна з них почленно сумують. У результаті одержують рівняння, з яких складають систему:

$$\begin{cases} \sum_i^N Y_i = \sum_i^N b_0 + \sum_i^N b_1 X_i \\ \sum_i^N Y_i X_i = \sum_i^N b_0 X_i + \sum_i^N b_1 X_i^2 \end{cases}$$

Із системи цих рівнянь знаходять значення невідомих коефіцієнтів  $b_0$  та  $b_1$  і записують остаточне рівняння апроксиманти.

Сутність *методу найменших квадратів* полягає у тому, що для двох функціонально зв'язаних величин  $x$  та  $y$  відомо  $N$  пар відповідних значень  $(x_1; y_1), (x_2; y_2) \dots (x_n; y_n)$ . Вимагається в наперед заданій формулі  $y=f(x, b_0, b_1 \dots b_m)$  визначити кількість  $(m+1)$  параметрів  $b_0, b_1 \dots b_m$  ( $m < n$ ) так, щоб ця формула дозволила з найбільш точною відповідністю поновлювати значення вихідних параметрів  $y$  для заданих значень  $x$ .

З курсу теорії ймовірностей відомо, що найкращими є ті значення параметрів функції, котрі перетворюють на мінімум суму:

$$\sum_{k=1}^N [f(x_k, b_0, b_1, \dots b_m) - y_k]^2 = \min$$

тобто суму квадратів відхилень значень  $y$ , які визначені за формулою, від експериментальних. Саме тому цей метод отримав назву методу найменших квадратів.

Використовуючи необхідні умови мінімуму функції багатьох змінних, вираховуємо часткові похідні функції та прирівнюємо їх до нуля. Це дає систему  $(m+1)$  рівнянь з  $(m+1)$  невідомим, тобто

$$\sum_{k=1}^N [f(x_k, b_0, b_1, \dots b_m) - y_k] \frac{df(x_k, b_0, b_1, \dots b_m)}{db_i} = 0$$

## **А.2 Регресивний аналіз результатів експериментальних досліджень**

Під *регресивним аналізом* розуміють дослідження закономірності зв'язку між двома змінними, коли одному значенню  $X$  відповідає сукупність значень  $Y$ , тобто зв'язок між ними не повністю визначений.

Функцію  $Y=f(X)$  називають регресивною, коли значення  $Y$  утворюють статистичний ряд розподілу з характеристиками безперервної випадкової величини. Тому регресивний зв'язок між величинами  $X$  та  $Y$  можна визначити лише тоді, коли забезпечується можливість виконання статистичних замірів.

Статистичні залежності описують математичними моделями, тобто *рівняннями регресії*, які відтворюють зв'язок між значеннями фактору  $X$  і змінною характеристикою досліджуваного процесу  $Y$ .

Рівняння регресії, по можливості, повинні бути простими й адекватними.

Існують *однофакторні* й *багатофакторні* регресивні залежності.

***Регресивний аналіз виконується у такій послідовності:***

- перевірка наявності кореляційного зв'язку;
- апроксимація експериментальних даних;
- статистичний аналіз рівнянь регресії.

***Перевірка наявності кореляційного зв'язку.*** У багатьох випадках метою експериментальних досліджень є, насамперед, виявлення наявності залежності між двома змінними величинами. Якщо змінність однієї випадкової величини впливає на розподіл іншої, то вважають, що між такими випадковими величинами існує *статистичний зв'язок*. Для оцінки статистичного зв'язку між двома змінними величинами використовують *коефіцієнт кореляції*. Визначення коефіцієнта кореляції виконується на основі результатів експериментальних спостережень.

Нехай проведено  $N$  спостережень, і в кожному випадку відомо значення двох параметрів  $x$  та  $y$ , тобто одержано дві вибірки:

$$x_1, x_2, \dots, x_n \quad y_1, y_2, \dots, y_n.$$

За кожною з них знаходять середнє значення та середнє квадратичне відхилення  $S_x$  та  $S_y$ . Тоді коефіцієнт кореляції визначається за формулою:

$$R = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{(n-1)S_x S_y}$$

Величина коефіцієнта кореляції завжди перебуває у межах  $-1 \leq R \leq 1$ . Коефіцієнт характеризує тільки лінійну залежність між випадковими величинами. При додатному значенні коефіцієнта можна вважати, що при зростанні однієї величини інша в середньому теж зростає. При від'ємному значенні  $R$  зростання однієї величини зумовлює в середньому зменшення значення іншої. При  $R = +1$  або  $R = -1$  між величинами  $x$  і  $y$  існує кореляційний зв'язок. Значення  $R = 0$  свідчить про відсутність лінійної залежності між  $x$  і  $y$ . Щільність зв'язку вважають задовільною при  $R \geq 0,5$ , доброю – при  $R = 0,8 \dots 0,85$ .

Для перевірки відповідності вибіркового значення коефіцієнта кореляції  $R$  значенню кореляції ( $\rho$ ) між генеральними сукупностями  $x$  і  $y$  використовують  $t$  – розподіл Стьюдента. Спочатку знаходять розрахункове значення  $t_{розр}$  за формулою:

$$t_{розр} = |N| \sqrt{\frac{N-2}{1-R^2}}$$

і порівнюють його з табличним.

Якщо  $t_{розр} > t_{табл}$  при кількості ступенів свободи  $f = N - 2$  і рівні значимості  $q = 5\%$ , то кореляційний зв'язок існує, а також підтверджується для генеральних сукупностей.

**Статистичний аналіз рівняння регресії.** Статистичний аналіз одержаного рівняння регресії полягає у розв'язанні двох основних завдань: оцінки значимості коефіцієнтів рівняння; перевірки адекватності рівняння регресії експериментальним даним.

Необхідною передумовою статистичного аналізу є *нормальність розподілу вихідної величини і однорідність дисперсій дослідів.*

Здійснивши перевірку забезпечення передумов, можна починати ви конання статистичного аналізу рівняння регресії. Для розв'язання задач аналізу необхідно мати *кількісну оцінку похибки експерименту* в цілому. Такою оцінкою є *дисперсія відновлення*  $S_y^2$ , яка визначається за формулою:

$$S_y^2 = \frac{\sum_{j=1}^N S_j^2}{N}$$

де  $N$  – кількість дослідів;  $S_j^2$  - дисперсія  $j$ -го дослідів.

Кількість ступенів свободи  $f_y$  дисперсії експерименту дорівнює сумі ступенів свободи дисперсій всіх дослідів, тобто  $f_y = N(n-1)$ .

**Оцінка точності визначення коефіцієнтів рівняння регресії та їх значущості.** Після того, як рівняння одержано і знайдено дисперсію відновленості, необхідно оцінити точність визначених коефіцієнтів регресії. Оскільки їх визначено з результатів експерименту, а результати є випадковими величинами, то значення коефіцієнтів регресії  $b_i$  теж будуть випадковими. Тому показником точності коефіцієнта буде його дисперсія  $S_b^2$ , яка визначається за формулою:

$$S_b^2 = \frac{S_y^2}{n \cdot N}$$

Після цього оцінюють значимість коефіцієнтів регресії за допомогою  $t$ -критерію Стьюдента. Для кожного коефіцієнта визначають розрахункове значення  $t$ -критерію за формулою:

$$t_{\text{розр}} = \frac{|b_i|}{S_{b_i}}$$

де  $S_{b_i}$  – середнє квадратичне відхилення значення коефіцієнтів:

$$S_{b_i} = \sqrt{S_{b_i}^2}$$

За таблицями знаходять значення  $t$ -критерію для рівня значимості

$q=0,05$  та числа ступенів свободи  $f_y = N(n-1)$ .

Якщо виконується умова  $t_{\text{розр}} > t_{\text{табл}}$ , то коефіцієнти регресії значимі, а якщо ні, то такий коефіцієнт можна виключити з регресії, тобто прийняти за нуль.

**Перевірка адекватності одержаного рівняння регресії** необхідна для того, щоб відповісти на запитання, чи буде рівняння

відтворювати значення критерію оцінки з тією ж точністю, що і результати експерименту.

Для цього використовують значення *F*-критерію Фішера. Спочатку визначають розрахункове значення *F*-критерію за формулами:

$$F_{\text{розр}} = \frac{S_{\text{ад}}^2}{S_y^2}, \text{ якщо } S_{\text{ад}}^2 > S_y^2$$

$$F_{\text{розр}} = \frac{S_y^2}{S_{\text{ад}}^2}, \text{ якщо } S_y^2 > S_{\text{ад}}^2$$

де  $S_{\text{ад}}^2$  дисперсія адекватності, яка визначається за співвідношенням:

$$S_{\text{ад}}^2 = \frac{n \sum_{j=1}^n (\bar{y}_j - \bar{y}_i)^2}{f_{\text{ад}}}$$

де  $\bar{y}_i$  значення вихідної величини в *j*-досліді, визначене за рівнянням регресії;  $f_{\text{ад}}$  – кількість ступенів свободи;

$$f = N - P,$$

де *P* – число коефіцієнтів рівняння регресії.

За таблицями визначають значення *F*-критерію для рівня значущості

$q = 0,05$  та кількості ступенів свободи  $f_y$  і  $f_{\text{ад}}$ .

Рівняння вважається адекватним, якщо виконується умова:

$$F_{\text{розр}} < F_{\text{табл.}}$$

## Додаток Б

### Б.1 Вихідні дані для розрахунків

<b>Варіант 1</b>												
x - температура теплоносія, °C												
y - швидкість сушіння, год												
x	5	4	7,2	6	2,2	3,5	9	6,5	6,2	8,5	5,7	7
y	50	54	68	65	44	40	67	62	56	58	52	55
x	4,4	3	2,2	4,2	8	7,8	7,5	5,2				
y	60	45	51	47	64	70	59	58				
<b>Варіант 2</b>												
x - температура теплоносія, °C												
y - швидкість сушіння, год												
x	6,5	5,5	4,75	5,5	5	4,5	3,75	4,25	4	3	2,5	3
y	15	25	30	35	37,5	40	40	50	55	55	60	65
x	2,25	2	2,5	1,25	2,75	1	1	1				
y	65	72,5	75	80	85	90	95	100				
<b>Варіант 3</b>												
x - швидкість теплоносія, м/с												
y - швидкість сушіння, год												
x	30	8,5	18	8,5	6	15,5	20	19,5	32,5	7	8,5	10
y	10,5	6,5	7,5	9	6	6	8,5	12	12,5	8	7	8
x	23	14	14	5	13	10	25,5	23	5,5	35	27	14,5
y	8,5	7	7	7	7	8	9,52	7	5	8,5	13,2	7
x	15	8										
y	7	5										
<b>Варіант 4</b>												
x - швидкість теплоносія, м/с												
y - швидкість сушіння, год												
x	17	8,5	10,6	21,5	23,5	4,5	12	19	11,5	16,5	7	15,5
y	18	11,3	16,5	21	6	13	18	18	14,5	13,4	13,4	20,5
x	13,5	14	11,5	6,5	11,5	10	12	4	7,5	15	8	9
y	12,5	14	12	7	12,3	12	19	8	9	12,5	11,5	5
<b>Варіант 5</b>												
x - швидкість теплоносія, м/с												
y - швидкість сушіння, год												
x	3,8	15	23,5	12	3	25,5	7	10	38,5	5	18,5	6,5
y	12,5	7	14	8,5	4	13,5	6	13	15,05	5,06	7	3
x	10	10	15	4,5	5,5	35,5	18,5	17	18,5	6,5	10	
y	13	7,5	9,5	3	5	15,07	7	11	12,5	12	7,5	

Варіант 6												
x - температура теплоносія, °С												
y - швидкість сушіння, год												
x	14,5	18	29,5	7	25	35	23	15,5	20	19,5	10	10
y	5	8	8,5	5,1	7,5	9	8	7	7,5	8	7	6,3
Варіант 7												
x - температура теплоносія, °С												
y - швидкість сушіння, год												
x	60	55	55	50	47,5	45	40	40	37,5	35	32,6	30
y	3	2,5	3,5	3,75	3	4	2,75	3,75	4	3,25	3,5	4,25
x	27,5	25	25	20	17,5	15	10	10				
y	4,5	3,5	5	4,5	4	4,75	4	5,9				
Варіант 8												
x - температура теплоносія, °С												
y - швидкість сушіння, год												
x	5	5	4,5	4,5	4	4	3,5	3,5	3,5	3,5	3	3
y	2	3	2,5	3,5	2	3	4	4,5	5,5	6,5	4	5,5
x	3	2,5	2,5	2,5	2,5	2	2	1,5				
y	7	5	6	7	7,5	6,5	8,5	8				
Варіант 9												
x - швидкість теплоносія, м/с												
y - швидкість сушіння, год												
x	1	1,5	2	3	3	4	4	4,5	5,5	5	5,5	6,5
y	1	1,5	1	1,5	2	1,5	2,5	2	1,5	2,5	2	2,5
x	7	7,5	7,5	7,5	8	8,5	9	9,5				
y	3	2	3	3,5	3	3,5	4	3,5				
Варіант 10												
x - температура теплоносія, °С												
y - швидкість сушіння, год												
x	3,5	3,5	4	5	4,5	5	5	5,5	6	6	6,5	7
y	30	35	40	35	50	45	60	55	45	65	55	55
x	7	7,5	8	8,5	8,5	8,5	9,5	8,5				
y	65	65	70	60	75	85	75	80				

## РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Адаменко М. І. Основи наукових досліджень / М. І. Адаменко, М. В. Бейлін. – Х. : ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2014. – 188 с.
2. Білуха М. Т. Методологія наукових досліджень: підруч. Для бакалаврів, магістрів і аспірантів екон. спец. ВНЗ – К. : АБУ, 2002. – 480 с.
3. Бобилев В. П., Іванов І. І., Проїдак Ю. С. Методологія та організація наукових досліджень: Навчальний посібник. – Дніпропетровськ : Системні технології, 2008. – 264 с.
4. Болтянська Н.І. Надійність технологічних систем. Курс лекцій. Мелітополь: ВПЦ «Люкс». 2019. 168 с.
5. Болтянська Н.І. Забезпечення якості продукції у галузі сільськогосподарського машинобудування. Науковий вісник НУБіП. Серія «Техніка та енергетика АПК». Київ. 2014. Вип.196, ч.1. С. 239-245.
6. Болтянський О.В., Болтянська Н.І. Аналіз основних тенденції розвитку світової та вітчизняної сільськогосподарської техніки для рослинництва. Науковий вісник НУБіП. Серія «Техніка та енергетика АПК». Київ. 2011. Вип.166, ч.1. С. 255-261.
7. Болтянська Н.І. Забезпечення високоефективного функціонування технологічного процесу виробництва продукції тваринництва шляхом підвищення рівня надійності техніки. Науковий вісник НУБіП України. Серія «Техніка та енергетика АПК». 2018. Вип. 282, ч.1. С. 181-192.
8. Болтянська Н.І. Зниження енергоємності виробництва продукції тваринництва за рахунок скорочення енергії на кормоприготування. Інженерія природокористування. 2018. №1(9). С. 57-61.
9. Болтянський О.В., Болтянська Н.І. Екологічна безпека виробництва та зменшення витрат матеріальних і енергетичних ресурсів для отримання сільськогосподарської продукції. Науковий вісник НУБіП. Серія Техніка та енергетика АПК. 2015. Вип.212, ч.1. С. 275–283.
10. Болтянський О.В., Болтянська Н.І. Використання різних критеріїв при визначенні кількості запасних частин. Праці Таврійської державної агротехнічної академії. Вип.36. 2006. С. 3-7.
11. Болтянська Н. І. Залежність конкурентоспроможності галузі свинарства від технологічних параметрів продуктивності тварин. Вісник ХНТУ ім. П. Василенка. Харків, 2017. Вип. 18. С. 81–89.
12. Болтянська Н.І. Оптимізація параметрів стимулюючих дій при виконанні підготовчих операцій доїння. Праці ТДАТУ. 2011. Вип.11. Т.5. С. 47-51.
13. Болтянська Н.І. Теоретична оцінка економічної ефективності виробництва молока. Мат. II-ї Наук.-техн. конф. «Технічний прогрес у тваринництві та кормовиробництві». Глеваха, 2013. С. 7-10.

14. Болтянська Н.І. Обґрунтування технологічних параметрів механічного стимулювання (масажу) вимені високопродуктивних корів. Праці ТДАТУ. 2012. Вип.2. Т.5. С. 23-30.
15. Болтянська Н.І. Залежність якісних і кількісних показників молока від якості механічної стимуляції вимені. ТЕЗИ II Міжнародної наук.-практ. конф. «Сучасні технології аграрного виробництва». Київ: НУБіП України, 2016. С. 109-110.
16. Болтянская Н. И. Пути развития отрасли свиноводства и повышение конкурентоспособности ее продукции. Motrol: Motoryzacja i Energetyka Rolnictwa. 2012. Vol. 14. No, 3, b. Pp. 164–175.
17. Болтянський О.В., Болтянська Н.І. Використання нанотехнологій при безрозбірному сервісі автотракторної техніки. Праці Таврійського державного агротехнологічного університету: Наукове фахове видання. 2011. Вип.11. Т.2. С. 97-102.
18. Болтянська Н.І., Комар А.С. Аналіз конструкцій пресів для приготування кормових гранул та паливних брикетів. Науковий вісник ТДАТУ. 2018. Вип.8. Т.2. С. 44-56
19. Бондарчук О. І. Експериментальна психологія. Курс лекцій – К.: МАУП, 2003. – 120 с.
20. Волков Ю. Г. Диссертация: подготовка, защита, оформление: практ. Пособие / под ред. Н. И. Загузова. – М. : Гардарики, 2002. – 157 с.
21. Гнізділова О. Ідентифікація феномену «Науково-педагогічна школа» [Текст] / О. Гнізділова // Педагогічні науки : зб. наук. пр. / Полтав. нац. пед. ун-т ім. В. Г. Короленка. – Полтава : ПНПУ ім. В. Г. Короленка, 2014. – Вип. 60. – С. 76–84.
22. Горбунова В. В. Експериментальна психологія в схемах і таблицях: Навчальний посібник. – К. : «ВД «Професіонал», 2007. – 208 с.
23. Горбунова В. В. Етичні та правові аспекти психологічних досліджень / В. В. Горбунова // Практична психологія соціальна робота. – № 3. – 2005. – С. 18–23.
24. Гуменна О. А. Основи наукових досліджень. – Суми: СумДПУ ім. А. С. Макаренка, 2007. – 99 с.
25. Жюль К. К. Методы научного познания и логика . – К., 2001. – 159 с.
26. Кислий В. М. Організація наукових досліджень: навчальний посібник / В. М. Кислий. – Суми : Університетська книга, 2011. – 224 с.
27. Киричук О. Основи психології. – К. : Либідь, 2006. – 632 с.
28. Клименюк О. В. Методологія та методи наукового дослідження: Навчальний посібник. – К. : Міленіум, 2005. – 186 с.
29. Клименюк О. В. Технологія наукового дослідження: Авторський підручник. – К. – Ніжин : ТОВ Видавництво «Аспект-Поліграф», 2006. – 308с.
30. Колесников О. В. Основи наукових досліджень. – К. : Центр учбової літератури, 2011. – 141 с.
31. Комар А.С., Болтянська Н.І. Роль інфраструктури сільських територій в розвитку агропромислового комплексу. Матеріали I Міжнар. наук.-практ. Інтернет-

конференції «Технічне забезпечення інноваційних технологій в агропромисловому комплексі». Мелітополь: ТДАТУ, 2020. С. 49-53.

32. Машины, обладнання та їх використання в тваринництві: підручник для здобувачів ступеня вищої освіти закладів вищої освіти / Р.В. Скляр та ін. К.: Видавничий дім «Кондор», 2019. 608 с.

33. Машиновикористання техніки в тваринництві: курс лекцій [Н.І. Болтянська, О.Г. Скляр, Р.В. Скляр та ін.]. Мелітополь: ВПЦ «Люкс», 2019. 160 с.

34. Машиновикористання техніки в тваринництві: навчальний посібник для виконання лабораторних робіт [Н.І. Болтянська, О.Г. Скляр, Р.В. Скляр та ін.]. Мелітополь: ВПЦ «Люкс», 2019. 180 с.

35. Корбутяк В. І. Методологія системного підходу та наукових досліджень: Навчальний посібник. – Рівне : НУВГП, 2010. – 176 с.

36. Краевский В. В. Методология научного исследования. – СПб.: СПбГУП, 2001. – 148 с.

37. Кругляк М. Проблема ціннісної навантаженості наукового знання і об'єктивності вченого / Мирослава Кругляк // Університетська кафедра. – 2012. – № 1. – С. 50–57.

38. Крушельницька В. О. Методологія та організація наукових досліджень: Навч. посіб. – К. : Кондор, 2003. – 192 с.

39. Кустовська О. В. Методологія системного підходу та наукових досліджень: Курс лекцій. – Тернопіль : Економічна думка, 2005. – 124 с.

40. Скляр О.Г., Болтянська Н.І. Механізація технологічних процесів у тваринництві: навч. посібник. Мелітополь: Колор Принт, 2012. 720 с.

41. Скляр О.Г., Болтянська Н.І. Основи проектування тваринницьких підприємств: підручник. К.: Видавничий дім «Кондор», 2018. 380 с.

42. Скляр Р.В. Машины, обладнання та їх використання в тваринництві: підручник / Р.В. Скляр, О.Г. Скляр, Н.І. Болтянська, Б.В. Болтянський. К.: Видавничий дім «Кондор», 2019. 608 с.

43. Skliar A., Boltyanskyi B. Boltyanska N. Research of the cereal materials micronizer for fodder components preparation in animal husbandry. Modern Development Paths of Agricultural Production. Springer Nature Switzerland AG. 2019. P. 249-258.

44. Boltyansky B., Boltyansky O., Boltyanska N. Analysis of major errors in the design of pumping stations and manure storage on pig farms. ТЕКА Commission of Motorization and Energetics in Agriculture. 2016. Vol.16. No.2. 49-54

45. Boltyanskaya N.I. The dependence of the competitiveness of the pig industry from it-chnology parameters of productivity of the animals. Bulletin of Kharkov national University-University of agriculture after Petro Vasilenko. Kharkov. 2017. Vol. 18. 81-89.

46. Boltyanskaya N.I. The development of the pig industry and the competitiveness of its products. MOTROL: Motoryzacja i Energetyka Rolnictwa, 2012. Vol. 14. No3b. 164-175.

47. Boltyanskaya N.I. The creation of optimal microclimate parameters in the conditions of growing shortage of energy in the pig industry. Scientific Herald of National University of Life and Environmental Science of Ukraine. Series: Technique and energy of APK. Kiev. 2016. Vol. 254. 284-296.

48. Boltyanskaya N.I. Indicators of an estimation of efficiency of application of resurser-Gauci technologies in animal husbandry. Bulletin of Sumy national agrarian University. A series of "Mechanization and automation of production processes". Amount. 2016. Vol. 10/3 (31). 118-121.

49. Boltyanskaya N.I. The system of factors of effective application resurser-Gauci technologies in dairy cattle in the enterprise. Scientific Bulletin Tauride state agrotechnological University. Electronic scientific specialized edition. Melitopol. 2016. Vol. 6. 55-64.

Навчальне видання

**Болтянська Н. І., Маніта І. Ю.**

**ТЕХНОЛОГІЇ НАУКОВИХ  
ДОСЛІДЖЕНЬ  
В ТЕХНІЧНОМУ СЕРВІСІ**

*Посібник-практикум*

Надруковано з оригіналів макетів замовника  
Підписано до друку 25.09.2020 р. формат 60x84 1/16  
Папір офсетний. Наклад 100 примірників  
Замовлення № 777

**Виготовлювач ПП Верескун В.М.  
Видавничо-поліграфічний центр «Люкс»  
М. Мелітополь, вул. М. Грушевського, 10 тел. (0619) 44-45-11**

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи  
до Державного реєстру видавців, виробників  
і розповсюджувачів видавничої продукції  
від 11.06.2002 р. серія ДК № 1125