

DOI <https://doi.org/10.32782/1994-4691-2025-1-75-8>

УДК 510.621.9

ОСОБЛИВОСТІ КІНЕМАТИКИ СИСТЕМИ ПРИВОДІВ ПОБУДОВАНОЇ НА ОСНОВІ МЕХАНІЗМУ- ГЕКСАПОДУ

FEATURES OF THE KINEMATICS OF THE DRIVE SYSTEM BUILT ON THE BASIS OF THE HEXAPOD MECHANISM

Струтинський В.Б. д-р техн. наук, професор

ORCID: 0000-0001-7167-0085

Національний технічний університет України «КПІ ім. Ігоря Сікорського»

e-mail: vbstrutynskiy@gmail.com

Анотація. Стаття присвячена дослідженню особливостей кінематики системи приводів побудованої на основі механізму-гексаподу. Наведено ряд кінематичних схем приводів. Запропоновані загальні методи визначення особливостей кінематики просторової системи приводів. Розроблене алгоритмічне і програмне забезпечення для розрахунку геометричного положення, швидкостей та пришвидшень просторової системи приводів. Результати розрахунків підтверджені макетуванням та апробовані розробленням і виготовленням дослідного та експериментального зразків системи приводів побудованої на основі механізму-гексаподу.

Ключові слова: система приводів, гексапод, кінематика, матриця, моделювання, просторові рухи, переміщення, макетування, експериментальний зразок.

Постановка проблеми.

Просторова система приводів переміщує платформу повертаючи її довільним чином. Положення платформи характеризується трьома декартовими координатами переміщення деякої точки платформи та трьома кутовими координатами. Всі шість координат в комплексі формують переміщення кожної окремої точки платформи системи приводів на основі механізму-гексаподу. Тому дослідження особливостей змін в часі координат (декартових і кутових) системи приводів на основі механізму - гексаподу не можуть бути проведені окремо. Їх необхідно проводити в комплексі застосувавши апарат матричного числення.

Аналіз останніх досліджень.

В останніх дослідженнях і публікаціях [1] наведено ряд прогресивних конструкцій систем приводів. Найважливіша значна кількість публікацій, в яких розглянуті схемні та конструктивні рішення системи приводів [2]. Як правило досліджуються системи розімкненого типу [3]. В ряді робіт розглянуті системи приводів на основі механізмів із паралельною кінематикою [4]. В публікаціях наведені технічні характеристики механізмів із паралельною кінематикою [5]. Вказані переваги даних механізмів, зокрема підвищена жорсткість [6], а також високі показники динамічної якості [7]. В ряді робіт наведені методи та напрямки аналітичних досліджень [8]. Розглянуті результати експериментальних досліджень [9]. Наведені методики експериментальних досліджень та апаратура [10]. Для спрощення обчислень використовуються штучні нейронні мережі [11]. Вказано на переваги та недоліки даних методів [12]. Основним методом досліджень наведеним в літературних джерелах є математичне моделювання [13]. Застосовуються спеціальні методи, наприклад гіперспектральний аналіз процесів [14]. В ряді робіт розглянуті питання точності системи приводів на основі механізму-гексаподу [15]. Розглянуті характеристики окремих елементів системи приводів [16].

Наведені системи приводів спеціального призначення [17].

Не дивлячись на значну кількість публікацій ряд проблем взагалі не знайшла свого рішення або розглянута частково (для конкретних умов) і потребує узагальнення. Саме до таких проблем належить питання визначення особливостей кінематичних параметрів системи приводів на основі механізму–гексаподу [18]. В інформаційних джерелах відсутній надійний математичний апарат для розрахунку кінематики, зокрема траєкторій руху, швидкостей та пришвидшень елементів системи приводів на основі механізму–гексаподу у реальному часі. Такий розрахунок є необхідним для забезпечення роботи інформаційної та керуючої систем приводів, які здійснюють управління рухом одночасно за всіма координатами та реалізують різні закони переміщень [19].

Методологія дослідження.

Метою досліджень є визначення особливостей кінематики системи приводів на основі механізму – гексаподу та розробка алгоритмічного й програмного забезпечення для розрахунку геометричного положення, швидкостей та пришвидшень елементів системи приводів.

Для досягнення мети поставлені і вирішені наступні завдання

1. Формування загального підходу до опису кінематики системи приводів на основі механізму – гексаподу.
2. Алгоритмічне та програмне забезпечення математичного моделювання геометричного положення, швидкостей та пришвидшень системи приводів.
3. Апробація одержаних результатів шляхом макетування, дослідження спеціального дослідного зразка та розроблення експериментального зразка системи приводів на основі механізму – гексаподу.

В процесі досліджень використані, в основному теоретичні методи на основі матричного числення. Теоретичні положення апробовані макетуванням та розробленням, виготовленням та дослідженням ряду макетних та експериментальних зразків системи приводів побудованої на основі механізму–гексаподу.

Системи приводів на основі механізму–гексаподу та загальні підходи до опису їх кінематики

Система приводів на основі механізму – гексаподу має нерухомі сферичні опори розташовані на нерухомій основі по витягнутому правильному шестиграннику (рис. 1).

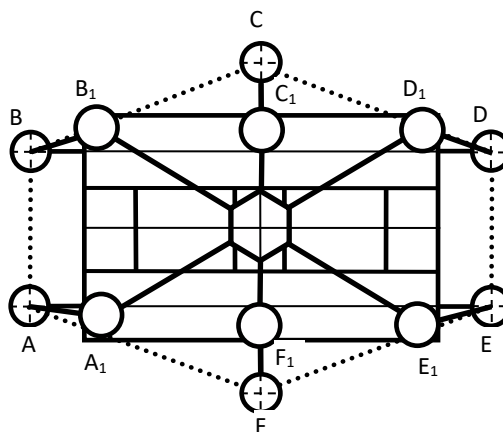


Рис. 1. Механізм гексапод в якому нерухомі сферичні опори розташовані по вершинам правильного шестигранника (показано пунктиром), а рухома платформа має 4 довгих та 2 коротких кронштейни

Платформа механізму має симетрично розташовані чотири довгі і два короткі кронштейни. В середньому положенні механізм–гексапод має симетричну схему реалізацій із двома осями симетрії [20].

Для уникнення сингулярних положень механізму кронштейни на платформі встановлено на різній висоті (рис. 2).

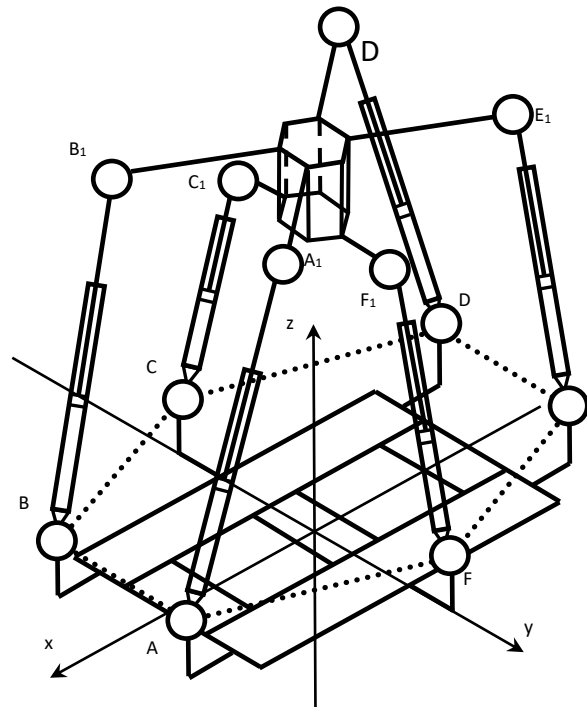


Рис. 2. Просторове зображення схемного рішення системи приводів на основі механізму – гексаподу

Дана конструктивна схема системи приводів є перспективною. Вона може бути вдосконалена правильним вибором висоти нерухомих сферичних шарнірів та раціональним розташуванням кронштейнів.

Для визначення кінематичних характеристик системи приводів на основі механізму–гексаподу реалізовано інверсну задачу кінематики, для розв’язку якої не є суттєвими кількість гідроциліндрів, що утримують платформу, та методи регулювання положення платформи. Інверсна задача кінематики полягає в тому, що за заданим законом руху платформи (x -координатам) визначаються геометричні та кінематичні параметри механізму, зокрема – закон, $L = L(x)$ за яким змінюються L -координати, тобто довжина гідроциліндрів. З цією метою математично описано просторове переміщення твердого тіла – рухомої платформи в евклідовому векторному просторі.

Вихідною системою координат є нерухома система декартових прямокутних координат X, Y, Z пов’язані з базовою платформою (рис. 3, б).

В полюсі платформи p розміщено центр паралельно зміщеної системи координат x, y, z осі якої колінеарні відповідним осям нерухомої системи координат. Платформа системи приводів на основі механізму–гексаподу при своєму просторовому переміщенні повертається відносно полюса p . Таким чином положення твердого тіла – платформи визначається декартовими координатами полюса p та кутами, що характеризують обертання платформи навколо полюса (x -координатами). Із платформою зв’язана рухома система координат x', y', z' . Осі даної системи координат зміщені і повернуті відносно осей нерухомої системи координат X, Y, Z , а також повернуті таким самим чином відносно осей паралельно зміщеної системи координат x, y, z .

Зв’язок між координатами довільної точки нерухомої і повернутої систем координат встановлюється напрямними косинусами, які утворюють матрицю:

$$[c_{ij}] = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix}$$

де $c_{ij} = \cos(\rho x_i, \rho x_j')$, $i, j = 1, 2, 3$.

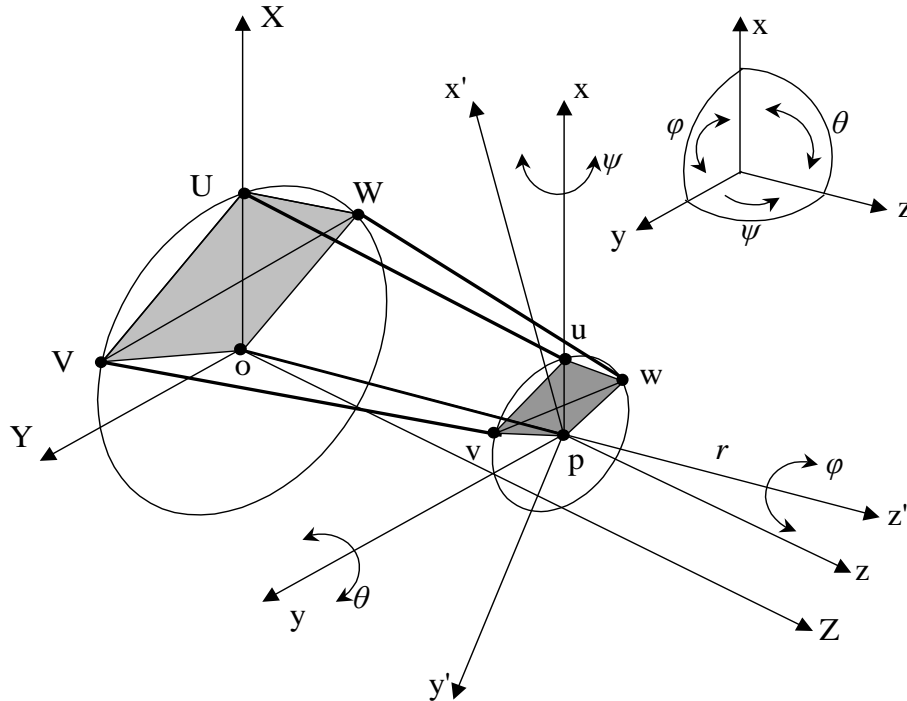


Рис. 3. Геометрична схема та системи координат, які характеризують просторове положення платформи системи приводів

Для скорочення позначено:

$$x_1 = x, \quad x_2 = y, \quad x_3 = z, \quad x_1' = x', \quad x_2' = y', \quad x_3' = z'$$

Використання напрямних косинусів дозволяє знайти координати деякої точки M платформи в нерухомій системі координат через координати точки в повернутій системі координат згідно залежності:

$$x_i' = \sum_{j=1}^3 c_{ij} x_j$$

Матриця напрямних косинусів є симетричною і загалом визначається лише трьома незалежними параметрами.

В якості таких параметрів вибирається відповідна система кутів Ейлера.

При цьому матриця напрямних косинусів подається у вигляді добутку трьох ортогональних матриць:

$$[c_{ij}] = A_1(\psi)A_2(\theta)A_3(\varphi) \text{ або } [c_{ij}] = B_1(\alpha)B_2(\beta)B_3(\gamma),$$

де A_1, A_2, A_3 – матриці, кожна із яких залежить від відповідного кута Ейлера із системи кутів Ейлера ψ, θ, φ ; B_1, B_2, B_3 – ортогональні матриці, які залежать від системи кутів Ейлера α, β, γ .

Повернута система координат згідно даних кутів Ейлера одержана із нерухомої системи шляхом трьох послідовних поворотів платформи системи приводів відносно осей нерухомої системи координат.

Перетворення координат вектора при повороті платформи, який описано системою кутів Ейлера ψ, θ, φ забезпечується матрицями

$$A_1(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\psi(t)) & -\sin(\psi(t)) \\ 0 & \sin(\psi(t)) & \cos(\psi(t)) \end{pmatrix}, \quad A_2(t) = \begin{pmatrix} \cos(\Theta(t)) & 0 & \sin(\Theta(t)) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\Theta(t)) & 0 & \cos(\Theta(t)) \end{pmatrix},$$

$$A_3(t) = \begin{pmatrix} \cos(\varphi(t)) & -\sin(\varphi(t)) & 0 \\ \sin(\varphi(t)) & \cos(\varphi(t)) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Для гармонічних змін кутів Ейлера ψ , Θ , φ сумарний поворот системи координат, жорстко зв'язаної з платформою визначиться символічною матрицею:

$$A(t) \rightarrow \begin{pmatrix} \cos(\sin(2 \cdot \pi \cdot t)) & 0 & \sin(\sin(2 \cdot \pi \cdot t)) \\ \sin(\sin(2 \cdot \pi \cdot t))^2 & \cos(\sin(2 \cdot \pi \cdot t)) & -\sin(\sin(2 \cdot \pi \cdot t)) \cdot \cos(\sin(2 \cdot \pi \cdot t)) \\ -\sin(\sin(2 \cdot \pi \cdot t)) \cdot \cos(\sin(2 \cdot \pi \cdot t)) & \sin(\sin(2 \cdot \pi \cdot t)) & \cos(\sin(2 \cdot \pi \cdot t))^2 \end{pmatrix}$$

Загальна матриця напрямних косинусів для системи кутів Ейлера α , β , γ , які змінюються за законом

$$\alpha(t) = \sin(2\pi t), \quad \beta(t) = \sin(2\pi t), \quad \gamma(t) = 0$$

має вигляд:

$$B(t) \rightarrow \begin{pmatrix} \cos(\sin(2\pi t))^2 & -\sin(\sin(2\pi t)) & \cos(\sin(2\pi t)) \cdot \sin(\sin(2\pi t)) \\ \cos(\sin(2\pi t)) \cdot \sin(\sin(2\pi t)) & \cos(\sin(2\pi t)) & \sin(\sin(2\pi t))^2 \\ -\sin(\sin(2\pi t)) & 0 & \cos(\sin(2\pi t)) \end{pmatrix}$$

Другий поворот системи координат на кут β відносно нового положення осі y , тобто відносно y_1 – лінії, яка є лінією вузлів, змінює положення осі платформи. В цій системі кутів Ейлера здійснюються послідовні повороти системи координат, жорстко зв'язаної з платформою, навколо осей z , нового положення осі y – осі y_1 , та нового положення осі z – z_2 на відміну від послідовного повороту навколо нерухомих осей X , Y , Z в системі кутів ψ , Θ , φ .

Поворот платформи у тривимірному просторі можна розглядати як обертання кожного радіуса вектора точок платформи навколо деякої осі L , точки якої є інваріантними (рис. 4).

Кут повороту платформи δ навколо даної осі визначається матрицею напрямних косинусів згідно співвідношень:

$$\cos \delta = \frac{1}{2} [Tr(c_{ij}) - 1] = \frac{1}{2} (c_{11} + c_{22} + c_{33} - 1),$$

де $Tr(c_{ij})$ – слід (спур) матриці напрямних косинусів.

Загальна матриця повороту платформи :

$$[c_{ij}] = \cos \delta \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + (1 - \cos \delta) \begin{bmatrix} c_1^2 & c_1 c_2 & c_1 c_2 \\ c_2 c_1 & c_2^2 & c_2 c_3 \\ c_3 c_1 & c_3 c_2 & c_3^2 \end{bmatrix} + \sin \delta \begin{bmatrix} 0 & -c_3 & c_2 \\ c_3 & 0 & -c_1 \\ -c_2 & c_1 & 0 \end{bmatrix}$$

Обертання платформи відносно нерухомої системи координат доцільно визначити чотирма параметрами Ейлера λ , μ , ν , ρ . Вони зв'язані із параметрами, що характеризують вісь обертання згідно залежностей:

$$\lambda_1 = c_1 \sin \frac{\delta}{2}, \quad \mu = c_2 \sin \frac{\delta}{2}, \quad \nu = c_3 \sin \frac{\delta}{2}, \quad \rho = \cos \frac{\delta}{2}, \quad \lambda^2 + \mu^2 + \nu^2 + \rho^2 = 1.$$

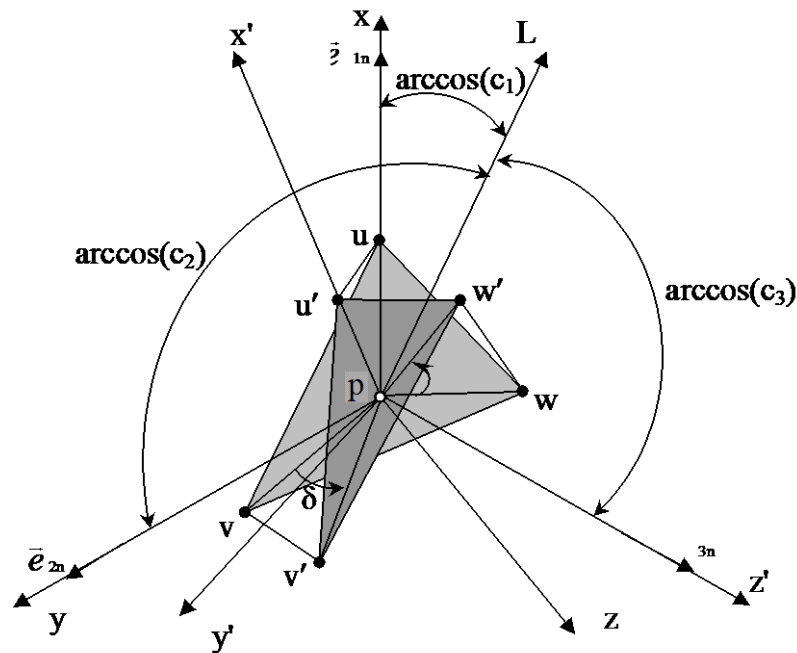


Рис. 4. Вісь обертання L платформи та її положення в нерухомій системі координат

Матриця обертання виражається через параметри Ейлера наступним чином:

$$[c_{ij}] = \begin{bmatrix} \lambda^2 - \mu^2 - \nu^2 + \rho^2 & 2(\lambda\mu - \nu\rho) & 2(\nu\lambda - \mu\rho) \\ 2(\lambda\mu - \nu\rho) & \mu^2 - \nu^2 - \lambda^2 + \rho^2 & 2(\mu\nu - \lambda\rho) \\ 2(\nu\lambda - \mu\rho) & 2(\mu\nu - \lambda\rho) & \nu^2 - \lambda^2 - \mu^2 + \rho^2 \end{bmatrix}$$

Відповідно, методи, якими описується обертання платформи зводяться до двох груп:

- послідовне обертання навколо осей координат – однієї, двох, трьох, положення яких, в свою чергу, може задаватися різним чином;
- обертання як поворот радіуса вектора кожної точки платформи навколо скерованої осі обертання, точки якої є інваріантними, а положення задане, наприклад, параметрами Ейлера. У якості скерованої осі може розглядатися миттєва вісь обертання.

Одержані матриці є методичною основою визначення положення, швидкості та пришвидшення платформи та інших елементів системи приводів при переміщенні та повороті платформи. Наявність розробленої методики обчислення кінематичних параметрів є необхідною умовою дослідження, яке проведене шляхом математичного моделювання.

Алгоритмічне та програмне забезпечення математичного моделювання геометричного положення, швидкостей та пришвидшень системи приводів

Переміщення платформи системи приводів на основі механізму – гексаподу є обмеженим і циклічним. Типовими є гармонічні (синусоїдальні) закони руху. Для дослідження особливостей кінематики системи приводів прийнято, що платформа здійснює усталений гармонічний рух в горизонтальній та вертикальній площинах, які проходять через початкове положення її осі [21]. При цьому кути повороту платформи відносно нерухомої системи координат визначаються у вигляді:

$$\alpha(t) = \alpha_a \sin(\omega_a t + \psi_\alpha), \quad \beta(t) = \beta_a \sin(\omega_\beta t + \psi_\beta), \quad \gamma(t) = \gamma_a \sin(\omega_\gamma t + \psi_\gamma)$$

де $\alpha_a, \beta_a, \gamma_a$ – амплітудні значення набору кутів Ейлера; $\omega_a, \omega_\beta, \omega_\gamma$ – кругові частоти кутових коливальних рухів робочого органа, $\psi_\alpha, \psi_\beta, \psi_\gamma$ – початкові фази від повідних кутів Ейлера; t – час.

Для математичного моделювання прийнято, що рух платформи є гармонічним, але

відбувається в просторі. Це значить, що переміщення платформи є гармонічною векторною функцією часу. При цьому розрахунок координат точки v платформи при змінах кутів Ейлера по закону

$$\alpha(t) = \sin(2\pi t), \quad \beta(t) = \sin(2\pi t), \quad \gamma(t) = 0.$$

Розрахункові значення переміщення окремої точки платформи відрізняються від гармонічних (рис. 5)

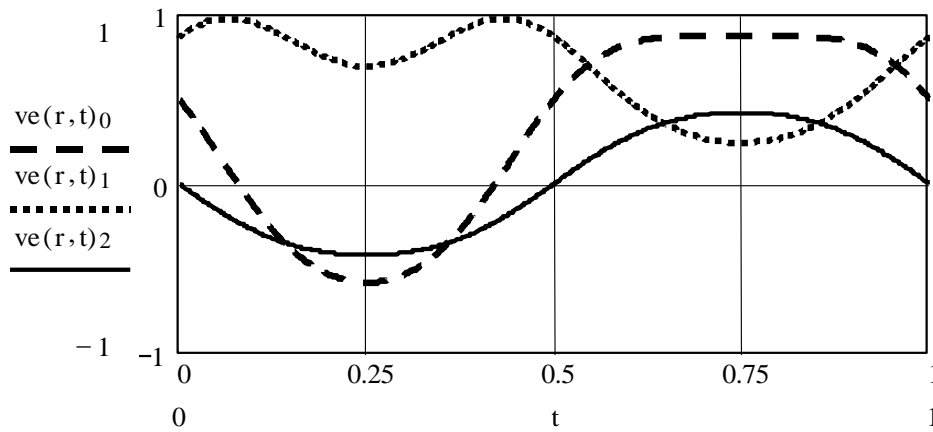


Рис. 5. Зміни координат платформи точка v платформи при гармонічних змінах набору кутів Ейлера α, β, γ

Відповідно заданому руху платформи (x -координатам) знайдені L -координати, тобто довжини гідроциліндрів.

Змінна в часі довжина окремого гідроциліндра являє собою відстань між рухомою точкою платформи (точка u) і точкою закріплення другого кінця гідроциліндра (точка U).

Довжина гідроциліндра uU обчислюється за формулою:

$$L_u = \sqrt{(x_u - x_v)^2 + (y_v - y_u)^2 + (z_u - z_v)^2}.$$

Аналогічні формули мають місце для інших гідроциліндрів.

Переміщення платформи є результатом суми поступального і обертального переміщень. При розрахунках задані переміщення характерної точки платформи (полюса P) гармонічною векторною функцією часу. При цьому проведені розрахунки залежності довжини гідроциліндрів від часу при гармонічних поперечно-кутових переміщеннях платформи і гармонічних переміщеннях полюса (рис. 6).

Залежність довжини гідроциліндрів від часу при гармонічних поперечно-кутових переміщеннях платформи має ряд екстремумів, на яких $\frac{\partial L}{\partial t} = 0$. В цих точках елементарна нескінченно мала зміна L -координат повинна привести до нескінченно великих змін положення робочого органа. Тобто ці точки є особливими (сингулярними). Система приводів у цих точках може втратити керованість. Дана особливість кінематики ускладнює систему керування приводами.

Розраховані залежності довжини гідроциліндрів дають можливість встановити межі робочого простору системи приводів на основі механізму-гексаподу. Робочий простір системи приводів на основі механізму-гексаподу, що має шість ступенів вільності являє собою гіперповерхню в просторі шести вимірів [22]. Вона визначена умовою максимуму вектора x – координат платформи

$$(x_i^m) = \max \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \\ \psi \\ \theta \\ \varphi \end{Bmatrix}$$

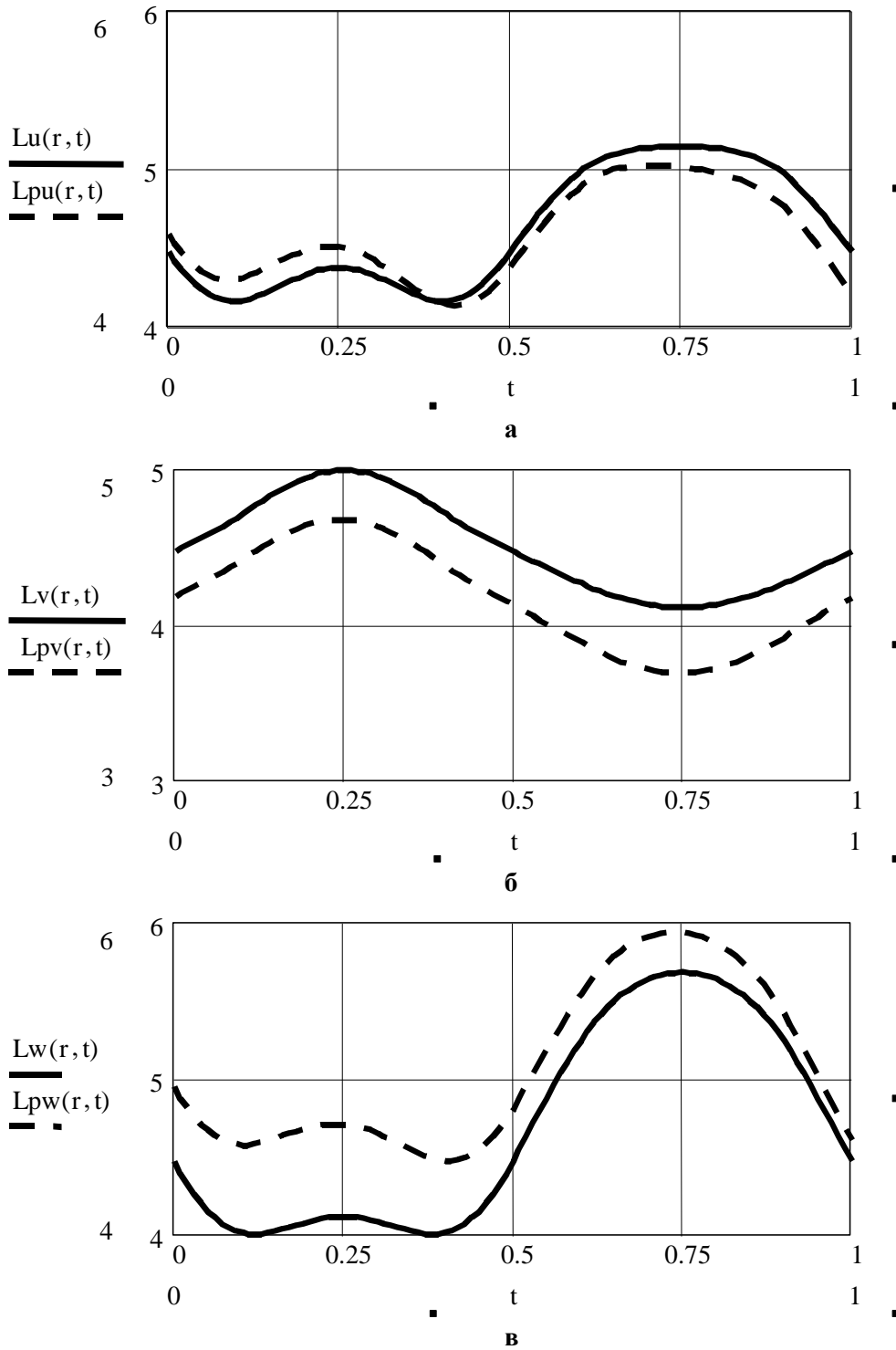


Рис. 6. Залежність довжини гідроциліндрів від часу при гармонічних поперечно-кутових переміщеннях платформи і гармонічних переміщеннях полюса

Шестивимірна гіперповерхня не може бути зображена графічно. Тому для характеристики робочого простору системи приводів на основі механізму – гексаподу використано лише фрагмент вектора x -координат. При цьому простір системи приводів на основі механізму – гексаподу визначається умовою

$$(x_i^o) = \max \left\{ \begin{matrix} x \\ y \\ z \end{matrix} \right\}.$$

Відповідна поверхня дає графічне зображення фрагменту робочого простору (рис. 7, а).

Визначені перетини робочого простору набором паралельних горизонтальних площин (рис. 7, б). Особливістю робочого простору є наявність екстремальної ділянки. Має місце симетрія поверхні по трьом вісям.

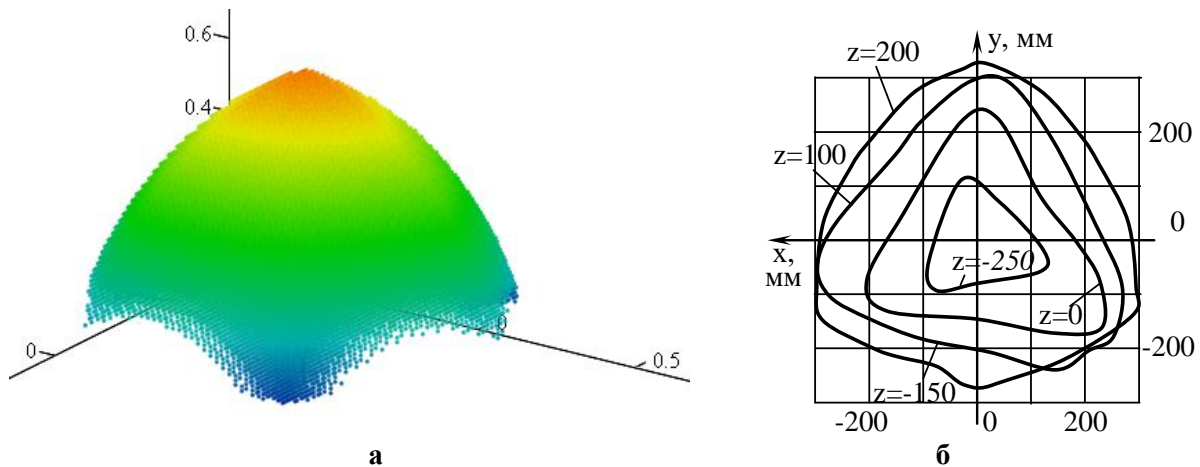


Рис. 7. Графічне зображення:

а - розрахованого робочого простору системи приводів на основі механізму–гексапода; б - перетини ($z=\text{const}$) поверхні, що обмежує робочий простір механізму

Важливою кінематичною характеристикою системи приводів є швидкість просторового руху її елементів

Швидкість просторового руху точки M платформи складається із швидкості руху полюса v_p та швидкості обертального руху v_{MO}^p . Відповідно значення швидкості точки M :

$$v_M^p = v_p + \omega \times R_M.$$

Вектор швидкості руху полюса знаходиться шляхом диференціювання вектора переміщень полюса. В проекціях на осі нерухомої системи координат маємо:

$$var1(t) = \frac{d}{dt} p1(t), \quad var2(t) = \frac{d}{dt} p2(t), \quad var3(t) = \frac{d}{dt} p3(t), \quad var(r, t) = \begin{pmatrix} var1(t) \\ var2(t) \\ var3(t) \end{pmatrix},$$

де $var = v_p$ – вектор швидкості переміщення полюса; p_1, p_2, p_3 – проекції переміщень полюса, які визначені в залежності від часу t . Координати полюса задані через геометричний параметр r .

Проекції кутової швидкості на осі нерухомої системи координат виражаються через кути Ейлера згідно формул:

$$\omega_{01}(t) = -\sin(\alpha(t)) \cdot \frac{d}{dt} \beta(t) + \cos(\alpha(t)) \cdot \sin(\beta(t)) \cdot \frac{d}{dt} \gamma(t),$$

$$\omega_{02}(t) = \cos(\alpha(t)) \cdot \frac{d}{dt} \beta(t) + \sin(\alpha(t)) \cdot \sin(\beta(t)) \cdot \frac{d}{dt} \gamma(t),$$

$$\omega_{03}(t) = \frac{d}{dt} \alpha(t) + \cos(\beta(t)) \cdot \frac{d}{dt} \gamma(t),$$

$$\omega_0(t) = \begin{pmatrix} \omega_{01}(t) \\ \omega_{02}(t) \\ \omega_{03}(t) \end{pmatrix}$$

де $\omega_{01}, \omega_{02}, \omega_{03}$ – проекції кутової швидкості на осі нерухомої системи координат; ω_0 – вектор кутової швидкості платформи, визначений своїми трьома проекціями в нерухомій системі координат; α, β, γ – кути Ейлера, розглянуті раніше.

Розрахункові значення проекцій кутової швидкості платформи в нерухомій системі координат відповідають гармонічним функціям (рис. 8).

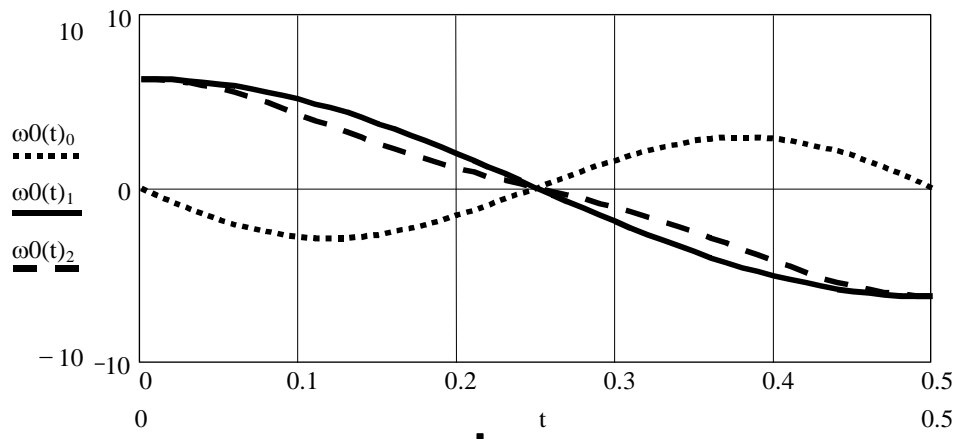


Рис. 8. Закон зміни проекцій кутової швидкості платформи в нерухомій системі координат при гармонічних змінах кутів Ейлера

Розраховані значення швидкості полюса та кутової швидкості платформи є основою для знаходження абсолютних швидкостей точок платформи. Розрахунок вектора швидкості точки u в проекціях на нерухому систему координат відповідає полігармонічним функціям (рис. 9).

$$va(r, t) := vap(r, t) + \omega_0(t) \times u(r, t)$$

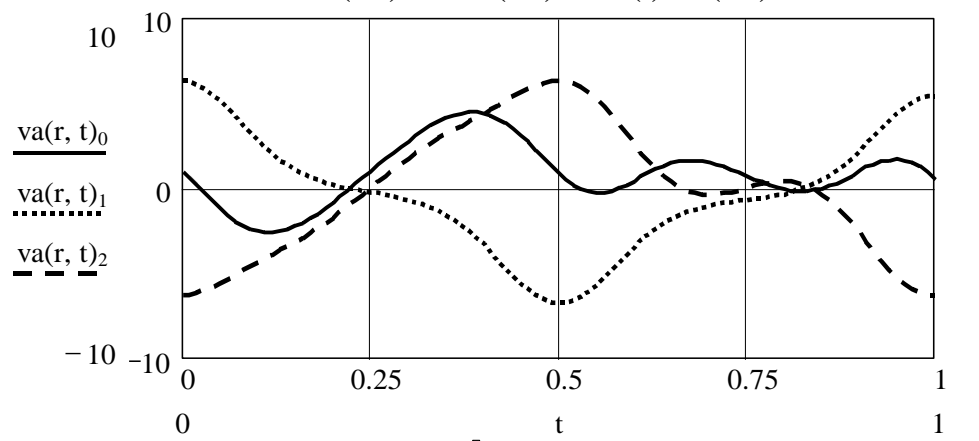


Рис. 9. Розрахункові значення абсолютної швидкості точки u і робочого органа при гармонічних законах зміни кутів Ейлера α, β, γ і гармонічному законі руху полюса

Розраховані значення швидкості мають нечітко визначені екстремуми. Вони відповідають сингулярним положенням системи по швидкості.

Знайдений вектор кутової швидкості є основою для визначення вектора кутового пришвидшення платформи [23].

Пришвидження довільної точки М платформи являє собою векторну суму пришвидження полюса і пришвидження точки при її обертанні навколо полюса $\overset{P}{a}_R$

$$\overset{P}{a} = \overset{P}{a}_p + \overset{P}{a}_R.$$

Проекції пришвидження полюса знаходяться шляхом диференціювання відповідних проекцій швидкості полюса.

Пришвидження деякої точки М робочого органа при його обертанні навколо полюса визначиться як похідна вектора швидкості

$$\begin{aligned} \overset{P}{a}_R &= \frac{d\overset{P}{v}_M}{dt} = \frac{d\overset{P}{\omega}}{dt} \times R_M + \overset{P}{\omega} \times \frac{dR_M}{dt} = \\ &= \overset{P}{\varepsilon} \times R_M + \overset{P}{\omega} \times (\overset{P}{\varepsilon} \times R_M) - \omega^2 R_M, \end{aligned}$$

де R_M – відстань від точки М до полюса.

Вектор кутового пришвидження $\overset{P}{\varepsilon}$ знаходимо як

$$\overset{P}{\varepsilon} = \frac{d\overset{P}{\omega}}{dt} \quad ar(r, t) := \varepsilon(t) \times u(r, t) + \omega(t) \cdot (\omega(t) \cdot u(r, t)) - \omega(t)^2 \cdot u(r, t).$$

По величині і напрямку вектор кутового пришвидження співпадає із швидкістю руху кінця вектора $\overset{P}{\omega}$ кутової швидкості по його годографу.

Розрахункові значення пришвидження точки u при гармонічних законах зміни кутів Ейлера платформи свідчать про складення гармонічних процесів (рис. 10).

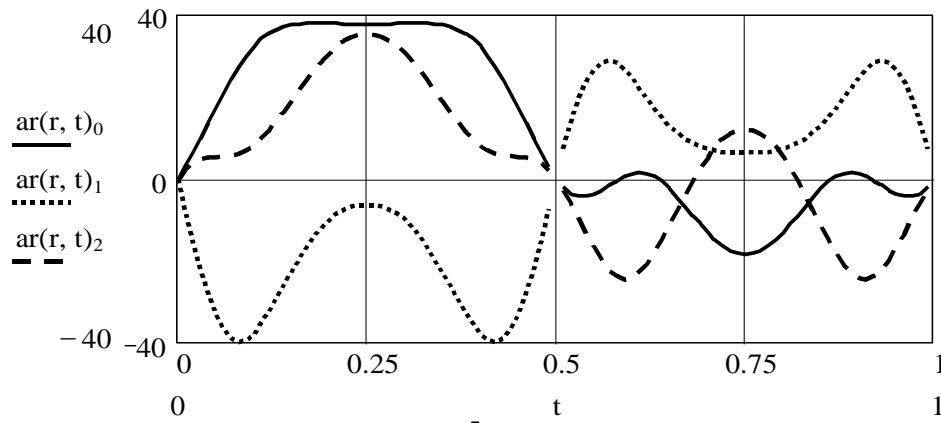


Рис. 10. Розрахункові значення пришвидження точки u для випадку, коли кути Ейлера α, β, γ змінюються по гармонічному закону

Наведена методика дозволяє проаналізувати особливості кінематики системи приводів та визначити, зокрема, сингулярні точки.

Результати дослідження.

Проведена апробація теоретичних досліджень особливостей кінематики системи приводів побудованої на основі механізму- гексаподу та розробленого і алгоритмічного й програмного забезпечення для розрахунку геометричного положення, швидкостей та пришвидшень системи приводів.

Теоретичні положення апробовані макетуванням та розробленням, виготовленням та дослідженням ряду макетних та експериментальних зразків системи приводів побудованої на основі механізму- гексаподу [20].

Для підтвердження достовірності теоретичних досліджень система приводів реалізована у вигляді макетного зразка (рис. 11).

В макеті наявні спеціальні пристрої для вимірів положення платформи та довжини штанг.



Рис. 11. Макетний зразок просторової системи приводів, з механічними приводами зміни довжини штанг

Розміри та конфігурацію робочого простору системи приводів на основі механізму–гексаподу, який визначено теоретично (рис. 7) підтверджено експериментальними вимірами на макеті. Для експериментального виміру робочого простору на макеті задані діапазони зміни просторових координат центра рухомої платформи при обмеженнях по довжині гідроциліндрів $\lambda_{i\min} \leq \lambda_i \leq \lambda_{i\max}$, $i = 1, 2, \dots, 6$. Експериментальні виміри робочого простору здійснені на макеті відрізняються від розрахункових на 2...6 %. Це підтверджує правильність запропонованих теоретичних положень.

В межах робочого простору на макетах встановлено взаємно однозначну залежність вхідних і вихідних параметрів, тобто векторну рівність $x = x(L)$ або $L = L(x)$.

Макетування дало можливість встановити зв'язок між 1-координатами і величинами, які характеризують просторове положення платформи.

Таким чином розроблена методика, алгоритмічне і програмне забезпечення для обчислення за заданим законом переміщень, швидкостей та пришвидшень рухомої платформи та визначення залежностей, які описують відповідні зміни довжини кожного із гідроциліндрів відповідно до закону руху платформи, тобто вирішення інверсної задачі кінематики, підтверджена результатами макетування.

Здійснена дослідна апробація запропонованого пристрою при експериментальних вимірах. Для цього використано дослідний зразок системи приводів побудованої на основі на основі механізму-гексаподу [21] (рис. 12).

Зразок має шість пневмоциліндрів із системою вимірів геометричних та кінематичних параметрів.

Експериментально підтверджено визначені теоретично залежності вхідних і вихідних параметрів, тобто векторну рівність $L = L(x)$. Теоретичні залежності (див. рис.6) відповідають експериментальним даним з точністю 4..8 %. Це можна вважати задовільним враховуючи складність просторової системи приводів.

По результатам досліджень розроблено експериментальний зразок системи приводів побудованої на основі на основі механізму-гексаподу (рис. 12).

Система приводів на основі механізму – гексаподу має нерухому основу та рухому платформу. Між собою основа та платформа з'єднані певним чином розташованими пневмоциліндрами.



Рис. 11. Загальний вигляд дослідного зразка системи приводів побудованої на основі на основі механізму-гексаподу

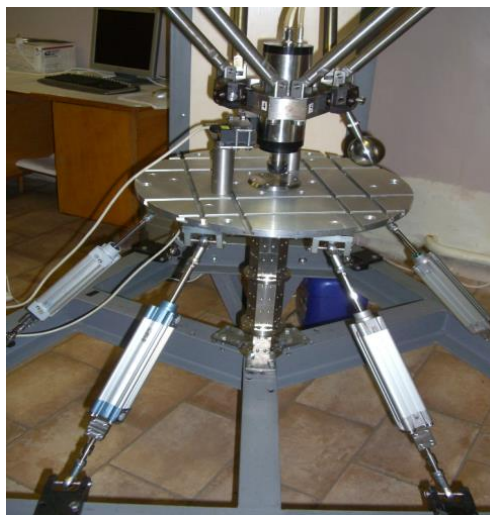


Рис. 12. Експериментальний зразок системи приводів побудованої на основі механізму-гексаподу

Система приводів на основі механізму–гексаподу використана в металообробному комплексі [22]. Підтверджена ефективність розробленої системи приводів. Результати досліджень використані при розробленні та застосуванні спеціальної техніки [23]. Створені інноваційні системи приводів на основі механізму – гексаподу [24, 25].

Висновки.

Встановлено, що реалізація системи приводів на основі механізму-гексаподу дає можливість підвищити точність позиціонування системи приводів до 4..8 %, розширити їх функціональні можливості, побудувати ефективні мехатронні системи керування приводами.

Розроблений метод аналітичного визначення робочого простору системи приводів побудованої на основі механізму-гексаподу з урахуванням можливостей поперечно кутових переміщень платформи забезпечує точність розрахунків 2...6%.

Одержані кінематичні залежності, що враховують просторові переміщення

платформи системи приводів побудованої на основі механізму-гексаподу дають можливість визначити швидкості і пришвидшення всіх елементів системи приводів з точністю до 10%.

В результаті теоретичних та експериментальних досліджень встановлені особливості кінематики системи приводів побудованої на основі механізму-гексаподу у вигляді сингулярних положень по переміщенню, швидкості та пришвидженню. Вони повинні враховуватись при розробленні мехатронних систем керування приводами.

Як напрямок подальших досліджень рекомендується математичне моделювання динамічних характеристик системи приводів побудованої на основі механізму-гексаподу.

Список використаних джерел.

1. Angelo S. D' et al. Semi-autonomous unmanned aerial manipulator teleoperation for push-and-slide inspection using parallel force/vision control. *Robotics and autonomous systems*, 2025. 104912. <https://doi.org/10.1016/j.robot.2024.104912>
2. Hyun-Min Joe, Jun-Ho Oh. Balance recovery through model predictive control based on capture point dynamics for biped walking robot. *Robotics and Autonomous Systems*, 2018. 105. 1–10. <https://doi.org/10.1016/j.robot.2018.03.004>
3. Yanishen A., Moskalenko V., Zaverukha G. Robotic and technical complexes for humanitarian demining creation. Information technologies: science, engineering, technology, education, health: тези доповіді 32-ї міжнародної науково-практичної конференції MicroCAD–2024 (22-25 травня 2024 р.). Харків: НТУ "ХПІ", 2024. С. 1664.
4. Ren Z. et al. Parameterization-based trajectory planning for an 8-DOF manipulator with multiple constraints. *Ren Biomimetic intelligence and robotics*, 2024. 100193. <https://doi.org/10.1016/j.birob.2024.100193>
5. Coppola, G., Zhang, D., and Liu, K., 2014. “A 6-DOF Reconfigurable Hybrid Parallel Manipulator”, *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2014. 30 (2). 99–106. <https://doi.org/10.1016/j.rcim.2013.09.011>
6. Swett, B.A., Hahn, E.N., Llorens, A.J. Designing Robots for the Battlefield: State of the Art. *Robotics, AI, and Humanity*. Springer, Cham, 2021. 131–146. https://doi.org/10.1007/978-3-030-54173-6_11
7. Briot S., Khalil W. Dynamics of Parallel Robots: From Rigid Bodies to Flexible Elements. Springer International Publishing Switzerland, 2015. 341 p.
8. Zhang K., Dai J.S. Screw-System-Variation Enabled Reconfiguration or the Bennett Plato-Spherical Hybrid Linkage and Its Evolved Parallel Mechanism. *Journal of Mechanical Design*, 2015. 137. 10 p.
9. Chen T. et al. Distributed passivity-based control for multiple space manipulators holding flexible beams. *Actuators*, 2025. 14 (1). 20. <https://doi.org/10.3390/act1401020>
10. Kötting P. Model Predictive Control based Coordinated Control for Free-Flying Space Manipulator Systems. *IFAC Papers OnLine*, 2024. 58 (18). 133–138. <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2024.09.021>
11. Diprasetya M. R., Pöppelbaum J., Schwung A. KineNN: Kinematic Neural Network for inverse model policy based on homogeneous transformation matrix and dual quaternion. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2025. 94. 102945. <https://doi.org/10.1016/j.rcim.2024.102945>
12. Tran M.-D., Kang H.-J. A novel adaptive finite-time tracking control for robotic manipulators using nonsingular terminal sliding mode and RBF neural networks. *International Journal of Precision Engineering and Manufacture*, 2017. 17 (7). 863–870. <https://doi.org/10.1007/s12541-016-0105-x>
13. Liu J., Yap H. J., Khairuddin A. S. M. Path Planning for the Robotic Manipulator in Dynamic Environments Based on a Deep Reinforcement Learning Method. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 2024. 111 (1). <https://doi.org/10.1007/s10846-024-02205-0>
14. Chen, Jie, Song, Yingying, Li, Hengchao. Processing and Analysis of Hyperspectral Data. *IntechOpen*. 2020. 140 p. https://mts.intechopen.com/storage/books/8223/authors_book/authors_book.pdf

15. Ibaraki S., Kakino Y., Akai T., Takayama N., Yamaji I., Ogawa K., Identification of Motion Error Sources on Five-axis Machine Tools by Ball-bar Measurements (1st Report). *Journal of the Japan Society for Precision Engineering*, 2019. 76 (3). 333–337. <https://doi.org/10.2493/jjspe.76.333>
16. Павленко І. І., Мажара В. А. Роботизовані технологічні комплекси : монографія. Кропивницький: КОД, 2019. 384 с.
17. Guerra A. et al. Multi-material and multi-scale platform for robotic based in situ bioprinting. *Results in engineering*, 2025. 104219. <https://doi.org/10.1016/j.rineng.2025.104219>
18. Eduardo E., Martinez H., Ivvan S., Pena V., Soto Ed. S. Towards a Robust Solution of the Non-linear Kinematics for the General Stewart Platform with Estimation of Distribution Algorithms. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 2013. 10 (1). <https://doi.org/10.5772/52172>
19. Strutynskiy S. Nochnichenko I. Design of parallel link mobile robot manipulator mechanisms based on functionoriented element bas. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 2019. 4 (7-100). 54–64. <http://journals.urau.ua/eejet/article/view/17461319>
20. Струтинський С. В., Гуржій А. А. Просторові системи приводів: монографія. К.: Педагогічна думка, 2013. 492 с.
21. Струтинський В. Б., Гуржій А. М. Наземні роботизовані комплекси: монографія. Житомир: ПП "Рута", 2023. 524 с. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/57111>
22. Strutinsky V., Demyanenko A. The development of mechatronic active control system of tool spatial position in parallel kinematics machine tool. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2016. 54 (3). 757-768.
23. Strutinsky V.B., Kotsiuruba V., Dovhopoliy A., Husliakov O., Budianu R., Kolos O., Hrechka I. Substantiating the requirements to functional indicators for the manipulators of mobile robotic demining complexes. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 2019. 5/7 (101). 42-50. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2019.178466>
24. Струтинський В.Б., Дем'яненко А.С. Верстат паралельної кінематики з мехатронною системою активного контролю. Патент України на винахід № 111381. №а201404648 заяв. 30.04.2014, опубл. 25.04.2016.
25. Струтинський В. Б., Гуржій А. М., Вакуленко С. Ю., Новак В.В. Мобільний робототехнічний комплекс з дистанційним керуванням. Патент України № 60446, МПК В25J 5/00, F41H, заявл. 18.07.2019, опубл. 25.08.2021, бюл. № 8.

Стаття надійшла до редакції 21.05.2025

Стаття прийнята 27.05.2025

Статтю опубліковано 20.06.2025



FEATURES OF THE KINEMATICS OF THE DRIVE SYSTEM BUILT ON THE BASIS OF THE HEXAPOD MECHANISM

V. Strutinsky

National technical university of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute"

Summary

The article is devoted to the study of the features of the kinematics of the drive system built on the basis of the hexapod mechanism. A number of kinematic schemes of drives are presented. General methods for determining the features of the kinematics of a spatial drive system are proposed. Algorithmic and software has been developed to calculate the geometric position, velocities, and accelerations of a spatial drive system. The calculation results were confirmed by prototyping and tested by developing and manufacturing experimental and prototypes of a drive system based on a hexapod mechanism.

Keywords: drive system, hexapod, kinematics, matrices, modeling, spatial movements, displacements, prototyping, experimental sample.