

$$\underline{Y}_{12} = \frac{1}{\underline{Z}_1}; \underline{Y}_{13} = \frac{1}{\underline{Z}_4}; \underline{Y}_{31} = \underline{Y}_{13}; \underline{Y}_{32} = \frac{1}{\underline{Z}_2} - \text{общие комплексные проводимости};$$

$\dot{J}_{11} = \dot{J}_1; \dot{J}_{33} = -\dot{J}_1$ узловые токи. Поскольку $\dot{U}_{20} = \dot{E}$, решается матричное уравнение вида:

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_{10} \\ \dot{U}_{30} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Y}_{11} & -\underline{Y}_{13} \\ -\underline{Y}_{31} & \underline{Y}_{33} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \underline{Y}_{12} \dot{E} + \dot{J}_1 \\ \underline{Y}_{32} \dot{E} - \dot{J}_1 \end{bmatrix}$$

в результате решения которого находим значения узловых напряжений. Токи ветвей определяются с помощью уравнений:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_{10} - \dot{E}}{\underline{Z}_1}; \dot{I}_2 = \frac{-\dot{U}_{30} + \dot{E}}{\underline{Z}_2}; \dot{I}_3 = \frac{\dot{U}_{10}}{\underline{Z}_3}; \dot{I}_4 = \frac{\dot{U}_{10} - \dot{U}_{30}}{\underline{Z}_4}; \dot{I}_5 = \frac{-\dot{U}_{30}}{\underline{Z}_5}; \dot{I} = \dot{I}_2 - \dot{I}_1.$$

В ходе проведенных исследований получены следующие результаты:

1. Составлена математическая модель разветвленной цепи синусоидального тока в комплексной форме.
2. Применены узловые уравнения метода узловых напряжений для расчета установившегося режима цепи синусоидального тока.
3. Рассчитаны комплексное сопротивление емкостей; узловые напряжения на входе и выходе; начальная фаза выходного напряжения; амплитудное значение выходного напряжения.
4. Реализовано численное решение поставленной задачи в пакете «MathCAD».

ЛИТЕРАТУРА

1. Валеев К. Г. Вища математика: навч. посібник/К.Г. Валеев, І.А. Джалладова. – К: КНЕУ, 2001. – Ч. 1. – 564 с.
2. Общая электротехника /Под ред. А.Т. Блажкина. – М.: Высшая школа, 1983. – 365 с.
3. Дьяконов В.П. Справочник по MathCAD /Дьяконов В.П. – М.: «СК Пресс», 2003. – 336 с.

РАСЧЕТ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА В ПАКЕТЕ MATHCAD

Самофал Д.В., студ.

Научный руководитель Сосницкая Н.Л., д.п.н., проф.

Таврический Государственный Агротехнологический Университет (г. Мелитополь)

Решение инженерных и научно-исследовательских задач требует выполнения трудоемких расчетов, которые могут быть выполнены с применением современных ЭВМ. Для решения задач компьютерного моделирования используются различные программные средства. Наиболее распространенным и удобным является математический пакет «MathCAD». Вычисления с помощью этого пакета производятся как с действительными, так и с комплексными переменными, поэтому его удобно использовать при решении задач электротехники.

Целью исследования является сравнительная характеристика применения аналитических методов и пакета «MathCAD» для расчета цепей синусоидального тока.

Для анализа и расчета цепей синусоидального тока наиболее удобен символический метод, основанный на использовании алгебры комплексных чисел. При его применении действия с синусоидальными функциями токов и напряжений в ветвях электрической цепи заменяются действиями с комплексными числами, изображающими эти функции.

Рассмотрим участок цепи, содержащий: активное сопротивление R , индуктивное X_L и емкостное X_C , по которому протекает синусоидальный ток \dot{I} (рис. 1):

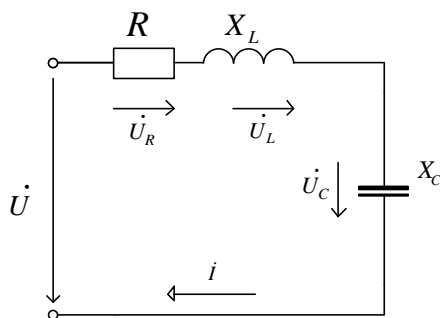


Рисунок 1– Участок цепи синусоидального тока

$$\text{Вектор напряжения } \dot{U} \text{ на зажимах этого участка: } \dot{U} = R \cdot \dot{I} + jX_L \cdot \dot{I} - jX_C \cdot \dot{I} = \left[R + j(X_L - X_C) \right] \dot{I}.$$

Откуда

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{R + j(X_L - X_C)} = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}}$$

где $\underline{Z} = R + j(X_L - X_C)$ – есть полное сопротивление участка цепи, выраженное в символической форме.

Полученное выражение представляет собой закон Ома для участка цепи, записанный в символической форме.

Запишем полную проводимость участка цепи в комплексной форме:

$$\underline{Y} = \frac{\dot{I}}{\dot{U}} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{(R - jX)(R + jX)} = \frac{(R + jX)}{R^2 + X^2} = \frac{R}{Z^2} + j\frac{X}{Z^2} = G + jB,$$

где $R/Z^2 = G$ – активная проводимость, См; $X/Z^2 = B$ – реактивная проводимость, См.

Рассчитаем символическим методом цепь синусоидального тока, изображенную на рис. 2.

Параметры цепи: $U = 200$ В, $R = 0,095$ Ом, $R_1 = 4$ Ом, $R_2 = 10,5$ Ом; $X_L = 1,4$ Ом, $X_{L1} = 3$ Ом, $X_{C3} = 15,3$ Ом.

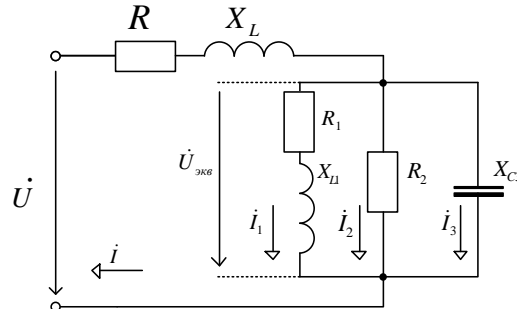


Рисунок 2– Цепь синусоидального тока

Исключив из исходной схемы измерительные приборы: вольтметр V и ваттметр W , заменим элементы схемы их комплексными сопротивлениями.

Для расчета цепи синусоидального тока с заданными параметрами элементов цепи был использован пакет «Matchad», получены следующие результаты:

- эквивалентное сопротивление разветвленного участка цепи: $\frac{1}{\underline{Z}_{\text{экр}}} = \frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2} + \frac{1}{\underline{Z}_3} = 0,26 \cdot e^{-j12,17}$;

- общее сопротивление всей цепи: $\underline{Z} = R + jX_L + \underline{Z}_{\text{экр}} = 4,44 \cdot e^{-j29,83}$;

- ток в неразветвленной части цепи по закону Ома: $|\dot{I}| = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}}, |\dot{I}| = 5,45$ А;

- напряжение на зажимах разветвленной части схемы: $\dot{U}_{\text{экр}} = \underline{Z}_{\text{экр}} \cdot \dot{I} = 166,562 - j53,028$ В, $|\dot{U}_{\text{экр}}| = 174,8$ В;

- токи в параллельных ветвях схемы: $\dot{I}_k = \frac{\dot{U}_{\text{экр}}}{\underline{Z}_k}$ А, ($k=1,2,3$): $|\dot{I}_1| = 34,96$ А, $|\dot{I}_2| = 15,978$ А, $|\dot{I}_3| = 14,42$ А.

Проверяем правильность расчета: на основании 1-го закона Кирхгофа: $\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3 = 45,62 \cdot e^{-j29,73}$ А.

Комплексная полная мощность цепи: $\tilde{S} = U \cdot \dot{I}^* = 9124 \cdot e^{j29,73} = 7923 + j4542$; активная мощность источника $P_{\text{ист}} = 7923$ Вт; реактивная мощность источника $Q_{\text{ист}} = 4542$ Вар.

Индуктивное и емкостное сопротивление:

$$X_{L1} = \omega \cdot L_1 = 2\pi f L_1 = 4,634 \text{ Ом}, \quad X_{L2} = \omega \cdot L_2 = 2\pi f L_2 = 8,325 \text{ Ом}, \quad X_{C3} = \frac{1}{\omega \cdot C_3} = \frac{1}{2\pi f C_3} = 4,613 \text{ Ом},$$

Комплекс полного электрического сопротивления ветвей схемы:

$$\underline{Z}_1 = R_1 + jX_{L1} = j4,634 \text{ Ом}, \quad \underline{Z}_2 = R_2 + jX_{L2} = 8 + j8,325 \text{ Ом}, \quad \underline{Z}_3 = R_3 - jX_{C3} = 7 - j4,613 \text{ Ом};$$

Комплекс полного электрического сопротивления схемы (входное сопротивление):

$$\underline{Z}_{\text{вх}} = \underline{Z}_1 + \frac{\underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = jX_{L1} + \frac{(R_2 + jX_{L2}) \cdot (R_3 - jX_{C3})}{(R_2 + jX_{L2}) + (R_3 - jX_{C3})} = 6,263 + j4,509 = 7,17 \cdot e^{j35} \text{ Ом}.$$

Общий комплексный ток в цепи: $\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}_{\text{вх}}} = 21,033 - j15,142 = 25,91 \cdot e^{-j35}$ А.

Комплексное напряжение \dot{U} есть сумма комплексных напряжений $\dot{U}_1 + \dot{U}_{23}$, тогда:

$$\dot{U}_{23} = \dot{U} - \dot{U}_1 = \dot{U} - \dot{I}_1 \cdot jX_{L1} = 200 - 25,91 \cdot j4,634 = 162,34 \cdot e^{-j36} \text{ А.}$$

Комплексные токи в параллельных ветвях: $\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_{23}}{Z_2} = 14,07 \cdot e^{-j82} \text{ А. } \dot{I}_3 = \frac{\dot{U}_{23}}{Z_3} = 19,36 \cdot e^{-j69} \text{ А.}$

Комплексные напряжения на отдельных участках:

$$\begin{aligned} \dot{U}_{L1} &= jX_{L1} \cdot I_1 = 120,095 \cdot e^{j55} \text{ В, } \dot{U}_{R2} = R_2 \cdot I_2 = 112,48 \cdot e^{-j82} \text{ В, } \dot{U}_{L2} = jX_{L2} \cdot I_2 = 117,05 \cdot e^{j8} \text{ ,} \\ \dot{U}_{C3} &= jX_{C3} \cdot I_3 = 80,33 \cdot e^{-j159} = -5,46 - j89,167 \text{ В, } \dot{U}_{R3} = R_3 \cdot I_3 = 135,52 \cdot e^{-j69} = 135,301 - j8,298 \text{ В.} \end{aligned}$$

Выводы:

1. Произведен расчет электрической цепи символическим методом и с помощью среды «MathCAD».
2. Доказано, что алгоритм расчета параметров электрических цепей с использованием пакета «MathCAD» позволяет получать решения типовых задач с минимальными затратами временных и вычислительных ресурсов, что более эффективным по сравнению с аналитическими методами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дубовик В.П. Вища математика: Навч. посібник. / В.П. Дубовик, І.І. Юрик – К.: А.С.К., 2001. – 648с.
2. Овчаров В.В. Теоретичні основи електротехніки. Навч.посібник, ч. 2. / Овчаров В.В. – Мелітополь: Люкс, 2007. – 2015.
3. Гурский Д.А. Вычисления в MathCAD / Гурский Д.А. – Минск: ООО «Новые знания», 2003. – 814 с.