

УДК 631.354:631.3072:876.5

## МЕХАНІКО-МАТЕМАТИЧНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ВІДНОСНОГО РУХУ ПРИЧІПНОЇ ЗЕРНОЗБИРАЛЬНОЇ МАШИНИ

Леженкін О.М., д.т.н.

Таврійський державний агротехнологічний університет

Тел. (0619) 42-24-36

**Анотація** – у статті дається аналіз сил, діючих на причіпну збиральну машину, складені диференційні рівняння та отриманий їх розв’язок.

**Ключові слова** – обчісування рослин, зернозбиральна машина, диференційні рівняння, розрахункова схема, узагальнені сили, узагальнені координати, відносний рух.

*Постановка проблеми.* Україна є зерновиробляючою країною, її внесок у світовий експорт зерна складає 12%.

Але, не дивлячись на це, технічне оснащення – незадовільне. Загальна кількість комбайнів за останні двадцять років зменшилось більш, як в 2,5 рази.

Виробництво нових зернозбиральних комбайнів рухається дуже повільним кроком, і тому більшість комбайнового парку країни складають або застарілі вітчизняні, або імпортні комбайни.

Вийти з цього кола можна шляхом розробки нових технологій збирання врожаю. Найбільш ефективною є технологія збирання методом обчісування рослин на корені, яка зародилась ще до нашої ери, і відродилась знову у Мелітопольському інституті механізації сільськогосподарства (нині ТДАТУ) у 70-ті роки минулого століття.

Теоретичною базою розробки даного методу є роботи Шабанова П.А. [1], Голубєва І.К. [2], Данченко М.М. [3], Гончарова Б.І. [4], Повіляя В.М. [5] та інших вчених. Але роботи цих вчених були спрямовані на обґрунтування конструктивних параметрів та кінематичних режимів обчісуючого пристрою. Дослідження динаміки руху ними не проводилися.

Тому для обґрунтування стійкого руху агрегату необхідно провести дослідження його динаміки.

*Аналіз останніх досліджень.* Першим почав дослідження руху сільськогосподарських агрегатів академік Горячкін В.П. Він запропонував теорію мас і швидкостей сільськогосподарських машин [6].

Продовжив цю роботу академік Василенко П.М. [7]. Питання динаміки причіпних сільськогосподарських агрегатів розглянуті у роботах [8, 9].

Динаміка причіпного зернозбирального агрегату розглянута у роботі [10]. У роботі [11] наведені диференційні рівняння руху причіпного зернозбирального агрегату.

Невирішені питання. Загальні основи стійкості руху викладені у роботах [12, 13]. Теоретична база для складання диференційних рівнянь закладена у роботі [14]. Але разом з цим виникає задача побудови математичної моделі відносного руху збиральної машини.

*Формулювання мети статті.* Скласти диференційне рівняння відносного руху збиральної машини та отримати їх розв'язок.

*Основна частина.* Розглянемо рух причіпного зернозбирального агрегату. Його розрахункова схема наведена у роботі [10]. Збиральний агрегат має п'ять ступенів вільності і тому його положення визначається п'ятьма узагальненими координатами.

Збиральний агрегат представляє собою трьохмасову механічну систему, яка складається з трактору, збиральної машини обчісуючого типу та причепа-возика 2ПТС-4.0.

Трактор має два ступеня вільності і його положення визначається двома узагальненими координатами: поворотом навколо вісі, що проходить крізь центр ваги –  $\varphi_1$  та переміщення центра мас трактора вздовж вісі  $O_1X_1$  визначається узагальненою координатою  $X_{S_1}$ .

Поворот збиральної машини навколо точки причепа позначимо узагальненою координатою  $\varphi_2$ .

Причіп 2ПТС-4.0 має два ступеня вільності. Узагальненими координатами будуть кути  $\varphi_3$  та  $\varphi_4$ .

Для складання диференційних рівнянь руху використовуємо рівняння Лагранжу II роду в узагальнених координатах [14]:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_1} \right] - \frac{\partial T}{\partial \varphi_1} &= Q_1 \\ \frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_2} \right] - \frac{\partial T}{\partial \varphi_2} &= Q_2 \\ \frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_3} \right] - \frac{\partial T}{\partial \varphi_3} &= Q_3 \\ \frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_4} \right] - \frac{\partial T}{\partial \varphi_4} &= Q_4 \\ \frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial T}{\partial \dot{X}_{S_1}} \right] - \frac{\partial T}{\partial X_{S_1}} &= Q_5 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

де  $T$  – кінетична енергія агрегату у відносному русі;

$\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4, X_{S_1}$  – узагальнені координати;

$\dot{\varphi}_1, \dot{\varphi}_2, \dot{\varphi}_3, \dot{\varphi}_4, \dot{X}_{S_1}$  – узагальнені швидкості;

$Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5$  – узагальнені сили.

Визначаємо кінетичну енергію відносного руху збирального агрегату та узагальнені сили і підставимо у систему рівнянь (1). В результаті ми отримаємо систему диференційних рівнянь:

$$I_{S_1} \ddot{\phi}_1 + \ddot{X}_{S_1} \cdot a(m_{y.m.} + m_{np}) + \ddot{\phi}_1 a^2(m_{y.m.} + m_{np}) + \ddot{\phi}_2 abm_{y.m.} + \ddot{\phi}_2 anm_{np} + \ddot{\phi}_3 ad_1 m_{np} + \ddot{\phi}_4 ar_2 m_{np} = T_A \cdot h_1 - T_B \cdot h_2 - M_A - M_B + F_B \cdot \psi_B \cdot h_2 - 2T_L \cdot a + 2S_L \cdot a \cdot (\phi_2 - \phi_1 - \psi_L) + R \cdot a \cdot (\phi_2 - \phi_1 - \gamma_M) - T_N \cdot a - T_K \cdot a + S_N \cdot a \cdot (\phi_3 - \phi_1 - \psi_N) + S_K \cdot a \cdot (\phi_3 + \phi_4 - \phi_1 - \psi_K), \quad (2)$$

$$I_{S_2} \ddot{\phi}_2 + \ddot{X}_{S_1} \cdot nm_{np} + \ddot{\phi}_1 abm_{y.m.} + \ddot{\phi}_1 anm_{np} + \ddot{\phi}_2 b^2 m_{y.m.} + \ddot{\phi}_2 n^2 m_{np} + \ddot{\phi}_3 nd_1 m_{np} + \ddot{\phi}_4 nr_2 m_{np} = -T_L \cdot l - S_L \cdot l \cdot \psi_L - M_L - T_N \cdot n \cdot \sqrt{1 - \frac{r_1^2}{b^2}} - T_K \cdot n \cdot \sqrt{1 - \frac{r_1^2}{b^2}} - S_N \cdot n \cdot (\phi_3 - \phi_2 - \psi_N) \cdot \sqrt{1 - \frac{r_1^2}{b^2}} - S_K \cdot n \cdot (\phi_3 + \phi_4 - \phi_2 - \psi_K) * \sqrt{1 - \frac{r_1^2}{b^2}} - S_L \left( l \cdot \psi_L \sin \left( \arccos \frac{p}{l} \right) + (p + l \phi_2) \right) - T_L \cdot l \cdot \sqrt{1 - \frac{p^2}{l^2}} - R \cdot \gamma_M \cdot c, \quad (3)$$

$$I_{S_3} \ddot{\phi}_3 + \ddot{X}_{S_1} \cdot d_1 m_{np} + \ddot{\phi}_1 ad_1 m_{np} + \ddot{\phi}_2 nd_1 m_{np} + \ddot{\phi}_3 d_1 m_{np} = -T_N d_1 - S_N d_1 \psi_N - T_K d_1 - M_N - S_K d_1 \psi_K, \quad (4)$$

$$I_{S_4} \ddot{\phi}_4 + \ddot{X}_{S_1} \cdot r_2 m_{np} + \ddot{\phi}_1 ar_2 m_{np} + \ddot{\phi}_2 nr_2 m_{np} = -T_K d_2 - S_K \psi_K d_2 - M_K, \quad (5)$$

$$\ddot{X}_{S_1} (m_{np} + m_{y.m.} + m_{np}) + \ddot{\phi}_1 a(m_{y.m.} + m_{np}) + \ddot{\phi}_2 b m_{y.m.} + \ddot{\phi}_2 n m_{np} + \ddot{\phi}_4 r_2 m_{np} + \ddot{\phi}_3 d_1 m_{np} = -T_A - T_B - 2T_L - T_N - T_K + S_A (\phi_1 - \psi_A) + 2S_L (\phi_2 - \psi_L) + S_N (\phi_3 - \psi_N) - (S_A + S_L + S_N + S_K + R) (\phi_1 - \psi_B) - R \cdot \gamma_V, \quad (6)$$

де  $T_A$  – головний вектор сил пружності шин передніх коліс трактора, що виникає при їх поперечному зсуві, прикладений у точці  $A$ ;

$T_B$  – головний вектор сил пружності шин задніх коліс трактора, що виникає при їх поперечному зсуві, прикладений у точці  $B$ ;

$T_N$  – головний вектор сил пружності шин передніх коліс причепа, прикладений у точці  $N$ ;

$T_K$  – головний вектор сил пружності шин задніх коліс причепа, прикладений у точці  $K$ ;

$M_A$  – головний момент сил пружності шин передніх коліс трактора;

$M_B$  – головний момент сил пружності шин задніх коліс трактора;

$M_N$  – головний момент сил пружності шин передніх коліс причепа;

$M_K$  – головний момент сил пружності шин задніх коліс причепа;

$\overline{S}_A$  – головний вектор сил опору перекочування передніх коліс трактора, прикладений у точці  $A$ ;

$\overline{S}_N$  – головний вектор сил опору перекочування передніх коліс причепа, прикладений у точці  $N$ ;

$\overline{F}_B$  – головний вектор рушійних сил задніх коліс трактора, прикладений у точці  $B$ ;

$\overline{S}_K$  – головний вектор сил опору перекочування задніх коліс причепа, прикладений у точці  $K$ .

Для спрощення подальшого аналізу рівнянь (2) – (6) розглянемо окремо трактор, збиральну машину та причеп. При цьому, в'язі замінюємо їх реакціями. Диференційні рівняння окремих елементів агрегату наведені у роботах [15, 16, 17]. Збиральна машина має одну ступінь вільності і тому її відносний рух визначається однією узагальненою координатою і описується одним диференційним рівнянням

$$\frac{I_{C_1} \cdot \ddot{\varphi}_2 + \frac{R_D \cdot C_R}{V_0} (V_0 \cdot \dot{\varphi}_2 + C_R \cdot \ddot{\varphi}_2) + R_{C_2} \cdot n}{L} =$$

$$= V_0 \cdot \varphi_2 + l \cdot \varphi_2 - V_0 \cdot k_L \cdot \frac{I_{C_1} \cdot \ddot{\varphi}_2 + \frac{R_D \cdot C_R}{V_0} (V_0 \cdot \dot{\varphi}_2 + C_R \cdot \ddot{\varphi}_2) - R_{C_2} \cdot \varphi_2}{L}. \quad (7)$$

Перетворимо рівняння (7)

$$I_{C_1} \cdot \ddot{\varphi}_2 + \frac{R_D \cdot C_R}{V_0} \cdot (V_0 \cdot \dot{\varphi}_2 + C_R \cdot \ddot{\varphi}_2) =$$

$$= V_0 \cdot \varphi_2 \cdot L + \dot{\varphi}_2 \cdot l \cdot L - V_0 \cdot k_L \cdot (I_{C_1} \cdot \varphi_2 +$$

$$+ \frac{R_D \cdot C_R}{V_0} \cdot (V_0 \cdot \varphi_2 + C_R \cdot \dot{\varphi}_2) - R_{C_2} \cdot \varphi_2 \cdot n), \quad (8)$$

де  $I_{C_1}$  – момент інерції збиральної машини;

$V_0$  – швидкість переносного руху агрегату;

$R_D$  – сила опору обчисуванню;

$R_{C_2}$  – реакція причепа-візка;

$l, C_R, n$  – розміри збиральної машини.

У кінцевому вигляді диференційне рівняння має вигляд:

$$C_0 \cdot \ddot{\varphi}_2 + C_1 \cdot \dot{\varphi}_2 + C_2 \cdot \varphi_2 + C_3 \cdot \varphi_2 = 0, \quad (9)$$

де

$$C_0 = I_{C_1},$$

$$C_1 = \frac{R_D \cdot C_R^2}{V_0} + V_0 \cdot k_L \cdot I_{C_1},$$

$$C_2 = R_D \cdot C_R + R_{C_2} \cdot n - l \cdot L + R_D \cdot C_R^2 \cdot k_L, \quad (10)$$

$$C_3 = -V_0 \cdot L + V_0 \cdot k_L \cdot R_{C_2} \cdot n + R_D \cdot C_R \cdot V_0 \cdot k_L.$$

Вирази (10) є коефіцієнти диференційного рівняння (9).

Розв'яжемо диференційне рівняння (9). Його рішення має вигляд

$$\varphi_2 = C_1 \cdot e^{(A+B) \cdot t} + e^{\left(-\frac{A+B}{2}\right) \cdot t} \cdot \left[ C_2 \cdot \cos\left(\frac{A-B}{2}\right) \cdot \sqrt{3} \cdot t + C_3 \cdot \sin\left(\frac{A-B}{2}\right) \cdot \sqrt{3} \cdot t \right] \quad (11)$$

де  $C_1, C_2, C_3$  – сталі інтегрування визначаються за початковими умовами.

*Висновки.* В результаті проведеного аналізу динаміки відносно руху збиральної машини знайдено залежність зміни кута відхилення збиральної машини від прямолінійного руху в залежності від конструктивних параметрів та швидкості руху машини.

### Література

1. Шабанов П.А. Механико-технологические основы обмолота зерновых культур на корню: Дис. докт.техн.наук / П.А.Шабанов.– Мелитополь:МИМСХ,1988. – 336 с.

2. Голубев И.К. Обоснование основных параметров и режимов работы двухбарабанного устройства для очеса риса на корню: Дис. канд.техн.наук / И.К. Голубев. – М.:ВСХИЗО,1989. – 201 с.

3. Данченко Н.Н. Обоснование параметров щеточного устройства для очесывания метелок риса на корню: Автореф.дис.канд.техн.наук / Н.Н.Данченко – Челябинск: ЧИМЭСХ, 1983. – 15 с.

4. Гончаров Б.И. Исследование рабочего процесса очесывающего устройства для обмолота риса на корню с целью уменьшения потерь зерна: Дис. канд.техн.наук. / Б.И.Гончаров.– М.: 1982. – 217 с.

5. Повиляй В.М. Исследование процесса уборки селекционных посевов риса методом очесывания метелок на корню и обоснование параметров очесывающего устройства: Дис. канд.техн.наук. / В.М.Повиляй.– Краснодар: 1980. – 165 с.

6. Горячкин В.П. Теория масс и скоростей сельскохозяйственных машин и орудий / В.П.Горячкин // Собрание починений. – Т.1. – М.: Колос, 1965. – С.431-465.

7. Василенко П.М. Элементы теории устойчивости движения прицепных сельскохозяйственных машин и орудий / П.М.Василенко // Сборник трудов по земледельческой механике. – М.: 1954. – С.73-92.

8. Гячев Л.В. Динамика машинно-тракторных и автомобильных агрегатов / Л.В.Гячев. – Ростов на Дону: Изд-во Ростовского университета. – 1976. – 192 с.

9. Гячев Л.В. Устойчивость движения сельскохозяйственных машин и агрегатов / Л.В.Гячев. – М.: Машиностроение, 1981. – 206 с.

10. Леженкин А.Н. Динамика очесывающего агрегата при уборке зерновых культур / А.Н.Леженкин // Механизация и элект-

триф.сел.х-ва. – 2004. – №12. – С.24-35.

11. *Леженкин А.Н.* Дифференциальные уравнения движения уборочного агрегата / *А.Н.Леженкин* // Актуальные проблемы инженерного обеспечения АПК: Междунар.науч.конф. Сб.науч.тр. – Ярославль: 2004. – Ч.III. – С.107-117.

12. *Ляпунов А.М.* Общая задача об устойчивости движения / *А.М.Ляпунов*. – М.: Гостехиздат, 1950. – 479 с.

13. *Малкин И.Г.* Теория устойчивости движения / *И.Г.Малкин*. – М.: Наука, 1966. – 530 с.

14. *Булгаков В.М.* Інженерна механіка: підручник / *В.М.Булгаков, О.І.Литвинов, Д.Г.Войтюк; за ред. В.М.Булгакова*. – Вінниця: Нова книга, 2006. – Ч.1. Теоретична механіка. – 504 с.

15. *Леженкин О.М.* Диференційні рівняння причіпної збиральної машини / *О.М.Леженкин* // Конструювання, виробництво та експлуатація с-г. машин: загальнодерж. Міжвідомчий науково-техніч.зб. – Кіровоград: 2010. – Вип.10, ч.II. – С.12-17.

16. *Леженкин О.М.* Аналіз стійкості руху причепа-візка для збирання обчесаного вороху / *О.М.Леженкин* // Праці ТДАТУ. – Мелітополь: ТДАТУ, 2010. – Вип.10, т.2. – С.91-98.

17. *Леженкин О.М.* Стійкість руху трактора при агрегуванні причіпного збирального агрегату / *О.М.Леженкин* // Праці ТДАТА. – Мелітополь, ТДАТА, 2005. – Вип.31. – С.89-102.

## МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ОТНОСИТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ПРИЦЕПНОЙ ЗЕРНОУБОРОЧНОЙ МАШИНЫ

Леженкин А.Н.

### *Аннотация*

**В статье дается анализ сил, действующих на прицепную уборочную машину, составлены дифференциальные уравнения относительного движения и получено их решение.**

## MECHANIKO-MATEMATICHESKOE RESEARCH OF MOTION OF THE TOWED ZERNOUBOROCNOY MACHINE

A. Lezhenkin

### *Summary*

**In the article there was given an analysis of forces, operating on the towed harvester, worked out differential equations of relative motion and their decision have been rooted.**