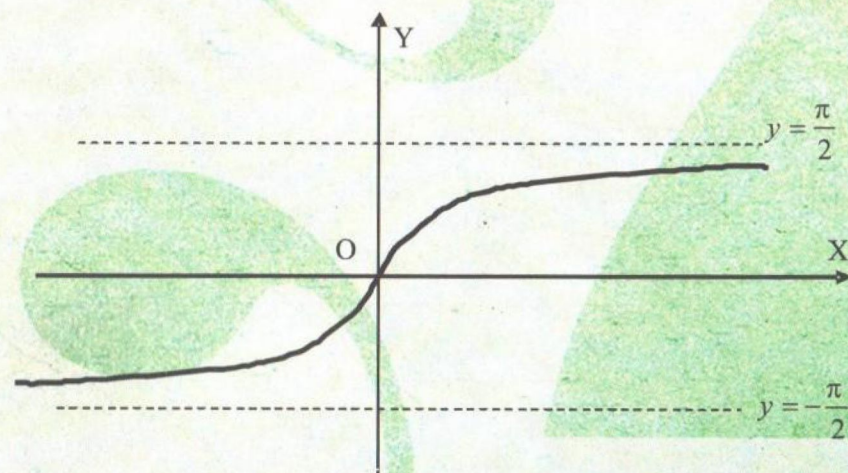


КРАВЕЦЬ В.І.
НАЗАРОВА О.П.
БОГАЄВСЬКА Н.В.

ЕЛЕМЕНТАРНА МАТЕМАТИКА

за 50 годин



$$\cos \alpha = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

Кравець В.І., Назарова О.П., Богасвська Н.В.

**ЕЛЕМЕНТАРНА
МАТЕМАТИКА ЗА 50 ГОДИН**

Навчальний посібник

Мелітополь
Видавничий будинок
Мелітопольської міської друкарні
2014

УДК 378.147.111:51
ББК 22.11

Розповсюджувати та тиражувати без офіційного дозволу ТДАТУ заборонено

*Затверджено Міністерством освіти і науки України як посібник
для абітурієнтів до вищих навчальних закладів
(Лист № 14.1/12 – Г-658 від 27.11.13 р.)*

Рецензенти: Гранкин В.П., д.ф.-м. н., проф., ПДТУ
Тимофєєв В.О., д. т. н., проф. ХНУРЕ
Черевко І.М., д. фіз.-мат., проф. ЧНУ ім. Ю. Федьковича.

Кравець В.І., Назарова О.П., Богаєвська Н.В.

Елементарна математика за 50 годин. Навчальний посібник /
В.І. Кравець, О.П. Назарова, Н.В. Богаєвська – Мелітополь: Видавничий
будинок Мелітопольської міської друкарні, 2014.– 214 с.

ISBN 978-966-197-314-4

Посібник написано відповідно до діючих програм курсу з елементарної математики розрахований на учнів 7 – 11 класів. Теоретичний матеріал подано з великою кількістю розв'язаних прикладів, рисунків, завдань для самостійної роботи та контрольних питань до кожної теми, які допомагають перевірити засвоєння матеріалу.

Метою написання посібника було надання допомоги учням шкіл, працюючій молоді, слухачам підготовчого відділення при вивченні предмету «Елементарна математика». Посібник також може бути рекомендований викладачам, які проводять заняття математики

УДК 378.147.111:51
ББК 22.11

ISBN 978-966-197-314-4

© Кравець В.І., Назарова О.П.,
Богаєвська Н.В., 2014.
© Таврійський державний
агротехнологічний університет, 2014.

ЗМІСТ

Вступ	5
1. Розділ 1. Арифметика	7
1.1. Множини чисел	7
1.2. Модуль дійсного числа. Властивості модулів	9
1.3. Звичайні дроби та дії з ними	10
1.4. Десяткові дроби та дії з ними	14
1.5. Перетворення періодичних десяткових дробів на звичайні	17
2. Розділ 2. Тотожні перетворення раціональних алгебраїчних виразів	21
2.1. Степінь з цілим показником	21
2.2. Одночлени, многочлени та дії з ними	21
2.3. Розкладання многочленів на множники	25
2.4. Алгебраїчні дроби та дії з ними	31
2.5. Спрощення виразів, що містять модулі	36
2.6. Виділення цілої частини неправильного алгебраїчного дробу	39
3. Розділ 3. Тотожні перетворення ірраціональних алгебраїчних виразів	41
3.1. Поняття кореня n-го степеня	41
3.2. Властивості радикалів	42
3.3. Степінь з дробовим показником	44
3.4. Звільнення від ірраціональності знаменника дробу	45
3.5. Тотожні перетворення виразів, що містять ірраціональності	47
4. Розділ 4. Рівняння з однією змінною	54
4.1. Основні поняття та означення	54
4.2. Найпростіші раціональні рівняння	57
4.3. Раціональні рівняння високих степенів	64
4.4. Рівняння, що містять змінну під знаком модуля	72
4.5. Ірраціональні рівняння	75

5. Розділ 5. Системи рівнянь	81
5.1. Основні поняття та означення	81
5.2. Система двох лінійних рівнянь	82
5.3. Системи нелінійних рівнянь	85
6. Розділ 6. Застосування рівнянь до розв'язування задач	95
6.1. Задачі, умови яких містять відношення чисел і пропорції	95
6.2. Задачі на проценти, процентні відношення	98
6.3. Задачі на рівномірний рух	101
6.4. Задачі на сумісну роботу	104
6.5. Задачі, в яких знаходяться цифри невідомого числа	107
7. Розділ 7. Нерівності	110
7.1. Числові нерівності	110
7.2. Нерівності з однією змінною	114
7.3. Метод інтервалів	120
7.4. Системи та сукупності нерівностей	124
7.5. Дробово-раціональні нерівності	126
7.6. Нерівності, що містять модулі	130
7.7. Ірраціональні нерівності	137
8. Розділ 8. Тригонометрія	148
8.1. Основні теоретичні відомості	148
8.2. Доведення тригонометричних тотожностей	155
8.3. Тотожні перетворення тригонометричних виразів	156
8.4. Обчислення значень тригонометричних функцій	164
8.5. Графіки тригонометричних функцій	172
8.6. Обернені тригонометричні функції	176
8.7. Тригонометричні рівняння	182
8.8. Тригонометричні нерівності	205
Література	213

ВСТУП

Методичний посібник з елементарної математики розрахований на слухачів підготовчого відділення і містить системний виклад питань з елементарної математики по темах:

Тема	Кількість годин
1. Арифметика	2
2. Тотожні перетворення раціональних алгебраїчних виразів	4
3. Тотожні перетворення ірраціональних алгебраїчних виразів	4
4. Рівняння з однією змінною.	2
5. Системи рівнянь.	6
6. Застосування рівнянь до розв'язування задач.	4
7. Числові нерівності. Нерівності з однією змінною.	2
8. Метод інтервалів.	2
9. Системи та сукупності нерівностей. Дробово-раціональні нерівності.	2
10. Нерівності, що містять модулі.	4
11. Ірраціональні нерівності.	4
12. Тригонометричні тотожності	4
13. Тригонометричні функції	2
14. Тригонометричні рівняння	4
15. Тригонометричні нерівності	4

Окрім теоретичних питань у посібнику наведена достатня кількість прикладів з розв'язанням, а також завдання для самостійної роботи, які можуть бути використані як домашні завдання. наведені деякі теоретичні відомості з тригонометрії, а також, приклади розв'язання задач. Особлива увага приділена різним способам розв'язання тригонометричних рівнянь та тотожних перетворень тригонометричних виразів.

Метою посібника є надання допомоги слухачам підготовчого відділення для засвоєння теоретичного матеріалу і набуття практичних навичок за вказаною тематикою.

1. Розділ 1. Арифметика

1.1. Множини чисел

Число - одне з фундаментальних математичних понять. Ще задовго до нашої ери люди у своїй практичній діяльності змушені були вдаватися до лічби навколишніх предметів. У зв'язку з цим виникли натуральні числа (N), які застосовували для підрахунку будь-яких окремих об'єктів:

$$N\{ 1, 2, 3, \dots, n, \dots \}$$

У III ст. до н.е. Архімед довів, що цей ряд чисел нескінченний. У цій множині введені дві дії: додавання та множення. Сума та добуток двох натуральних чисел є число натуральне, але різниця натуральних чисел не завжди є натуральним числом. Для того, щоб можна було віднімати будь-які натуральні числа, вводяться число нуль та від'ємні числа.

Число нуль визначають як нейтральний елемент множини чисел. Це означає, що додавання нуля до будь-яких інших чисел не змінює їх: $a + 0 = a$, де a - довільне число.

Цілим від'ємним - n ($n \in N$) називають таке число, для якого виконується тотожність $(-n) + n = 0$.

Натуральні числа, нуль та цілі від'ємні числа утворюють множину цілих чисел, яку позначають літерою Z . Сума, добуток і різниця цілих чисел також є цілим числом але частка цілих чисел не завжди є цілим числом. У зв'язку з цим виникли дробові числа-додатні та від'ємні.

Рациональним дробом називається вираз $\frac{m}{n}$, де $m \in Z$, $n \in Z$.

Цілі та дробові числа утворюють множину раціональних чисел.

Кожне раціональне число можна подати у вигляді скінченного або нескінченного періодичного десяткового дробу.

Наприклад: $\frac{4}{5} = 0,8$; $\frac{5}{33} = 0,1515... = 0,(15)$.

Але є такі числа, які не можна подати у вигляді $\frac{m}{n}$ ($m \in Z$, $n \in N$) або у вигляді скінченного або періодичного десяткового дробу. Наприклад, $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$ - не є раціональними числами. Такі числа записуються у вигляді нескінченного неперіодичного десяткового дробу і називаються ірраціональними.

Множина раціональних чисел разом із множиною ірраціональних чисел утворюють множину дійсних чисел.

Числовою прямою або числовою віссю називається пряма, на якій вибрано початок обліку 0 , напрямок та масштабну одиницю.

Будь-якому дійсному числу відповідає точка на числовій прямій та навпаки: кожній точці числової осі відповідає певне дійсне число
рис.1.

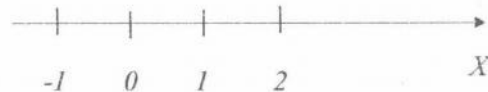


Рис.1. Числова пряма

Точки, що розташовані праворуч від точки 0 , зображують додатні числа, ліворуч - від'ємні. Точці 0 відповідає число нуль.

1.2. Модуль дійсного числа. Властивості модулів

Означення. Модулем дійсного числа x називається саме число x , якщо $x \geq 0$ та протилежне число $-x$, якщо $x < 0$:

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{якщо } x \geq 0; \\ -x, & \text{якщо } x < 0. \end{cases}$$

Наприклад: $|25| = 25$; $|\frac{1}{3}| = \frac{1}{3}$; $|0| = 0$.

З геометричної точки зору модуль числа - це відстань від початку відріку до точки, що відповідає даному числу на числовій прямій рис.2.

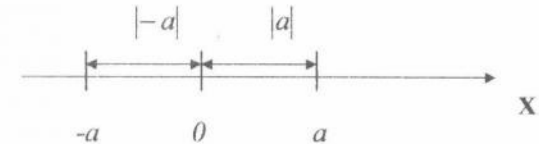


Рис.2 Модуль числа a

З означення модуля випливають такі його властивості:

1. $|-x| = |x|$.
2. $|x| \geq 0$.
3. Якщо $|x| < a$ ($a \geq 0$), то $-a \leq x \leq a$, тобто $|x| < a \Leftrightarrow -a < x < a$
4. Якщо $|x| > a$ ($a \geq 0$), то $x > a$ або $x < -a$, тобто

$$|x| > a \Leftrightarrow \begin{cases} x > a \\ x < -a \end{cases}$$

5. $|x + y| \leq |x| + |y|$

6. $|x - y| \geq |x| - |y|$

7. $|xy| = |x| \cdot |y|$

Навчальне видання

Кравець Василь Іванович
Назарова Ольга Петрівна
Богасєвська Ніна Володимирівна

**ЕЛЕМЕНТАРНА
МАТЕМАТИКА ЗА 50 ГОДИН**

Навчальний посібник

Підписано до друку 16.04.2014. Формат 60x84/16.
Папір офсетний. Друк ризографічний. Ум. друк. арк. 12,44.
Наклад 300 прим. Зам. № 528.

ТОВ «Видавничий будинок
Мелітопольської міської друкарні»
Св. ДК № 1509 від 26.09.2003 р.
72312, м. Мелітополь, вул. К. Маркса, 21/23.
тел.: (06192) 6-55-16, (067) 701-68-39
e-mail: mmdprint@mail.ru

Надруковано з оригіналу-макету
ПП Плотнікова Л.П.