УДК [621.3:537] 635

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВНЕШНИХ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ В СЛУЧАЕ СТАТИКИ

Куценко Ю.Н., к.т.н.
Таврический государственный агротехнологический университет
Тел. (0619)42-31-59

***Аннотация* – выполнены теоретические исследования по определению зависимостей, описывающих параметры внешних магнитных полей**

***Ключевые слова* – теоретические исследования, магнитные поля, статика, обменные процессы в растениях.**

Постановка проблемы. В ряде работ [1, 2] был рассмотрен вопрос о воздействии постоянных электрических полей, создаваемых погруженными в почву заряженными металлическими штырями, на обменные процессы в семенах сельскохозяйственных культур. Данная задача является более традиционной с точки зрения изучения взаимодействия внешних физических полей с различными сельскохозяйственными растениями, а также их семенами при предпосевной обработке и в процессе их вегетации. При этом достаточно мало внимания уделяется тому факту, что и магнитные поля могут оказывать существенное влияние на жизненные процессы в растениях. В полной мере это относится и к статическим магнитным полям, которые оказались практически вне пределов внимания исследователей.

Анализ последних исследований. Следует, однако, отметить, что наличие постоянного или переменного магнитного поля может оказывать существенное влияние на движение питательных веществ в корневой системе растений, поскольку этот процесс связан с движением положительно или отрицательно заряженных ионов. Как известно, внешнее магнитное поле изменяет траектории движения заряженных частиц и в результате может оказать как положительное, так и отрицательное влияние на жизненные процессы в растениях [3].

Формулировка цели статьи. В роботе поставлена задача получения выражений, описывающих параметры статических магнитных полей з целью определения положительного влияния полей на обменные процессы в растениях.

Основные материалы исследования. Как показано ранее, поля, рассеянные на намагниченных объектах малых размеров, могут быть определены с помощью электрического потенциала Герца.

$$\vec{\Pi}^{э} = \frac{1}{4\pi}\int\limits_V \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} - 1\right)\vec{E}(\vec{r}\,')f(|\vec{r} - \vec{r}\,'|)d\vec{r}\,';$$
$$\vec{\Pi}^{м} = \frac{1}{4\pi}\int\limits_V \left(\frac{\mu}{\mu_0} - 1\right)\vec{H}(\vec{r}\,')f(|\vec{r} - \vec{r}\,'|)d\vec{r}\,'. \qquad (1)$$

Однако, воспользовавшись тем, что $l/\lambda << 1$, соотношение (1) можно существенно упростить. Рассмотрим вначале ближнее поле. Очевидно, в этой зоне соотношение $l/\lambda << 1$ остается справедливым. Разложим поэтому электрический и магнитный потенциалы Герца по малому параметру

$$\vec{\Pi}^{э}(\vec{r}) = \vec{\Pi}^{э}_{(0)}(\vec{r}) + (ik)\vec{\Pi}^{э}_{(1)}(\vec{r}) + (ik)^2\vec{\Pi}^{э}_{(2)}(\vec{r}) + \cdots \qquad (2)$$

$$\vec{\Pi}^{м}(\vec{r}) = \vec{\Pi}^{м}_{(0)}(\vec{r}) + (ik)\vec{\Pi}^{м}_{(1)}(\vec{r}) + (ik)^2\vec{\Pi}^{м}_{(2)}(\vec{r}) + \cdots \qquad (3)$$

С учетом известных соотношений имеем:

$$\vec{\Pi}^{э}_{(0)}(\vec{r}) + (ik)\vec{\Pi}^{э}_{(1)}(\vec{r}) + (ik)^2\vec{\Pi}^{э}_{(2)}(\vec{r}) + \cdots = \frac{1}{4\pi}\int\limits_V \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{с}} - 1\right)\Big[\vec{E}^{(0)}(\vec{r}\,') +$$
$$+ (ik)\vec{E}^{(1)}(\vec{r}\,') + (ik)^2\vec{E}^{(2)}(\vec{r}\,') + \cdots\Big]\left[\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}\,'|} - ik - \frac{k^2}{2}|\vec{r} - \vec{r}\,'| + \cdots\right]d\vec{r}\,'; \qquad (4)$$

$$\vec{\Pi}^{м}_{(0)}(\vec{r}) + (ik)\vec{\Pi}^{м}_{(1)}(\vec{r}) + (ik)^2\vec{\Pi}^{м}_{(2)}(\vec{r}) + \cdots = \frac{1}{4\pi}\int\limits_V \left(\frac{\mu}{\mu_0} - 1\right)\Big[\vec{H}^{(0)}(\vec{r}\,') +$$
$$+ (ik)\vec{H}^{(1)}(\vec{r}\,') + (ik)^2\vec{H}^{(2)}(\vec{r}\,') + \cdots\Big]\left[\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}\,'|} - ik - \frac{k^2}{2}|\vec{r} - \vec{r}\,'| + \cdots\right]d\vec{r}\,'. \qquad (5)$$

Данные равенства будут справедливы, если приравнять между собой коэффициенты при одинаковых степенях (ik), что дает для приближения статики:

$$\vec{\Pi}^{э}_{(0)}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi}\int\limits_V \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{с}} - 1\right)\frac{\vec{E}^{(0)}(\vec{r}\,')}{|\vec{r} - \vec{r}\,'|}d\vec{r}\,'; \qquad (6)$$

$$\vec{\Pi}^{м}_{(0)}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi}\int\limits_V \left(\frac{\mu}{\mu_0} - 1\right)\frac{\vec{H}^{(0)}(\vec{r}\,')}{|\vec{r} - \vec{r}\,'|}d\vec{r}\,'. \qquad (7)$$

Определим нулевое приближение, воспользовавшись:

$$\vec{\Pi}^{э}_{(0)}(\vec{r}) = \frac{\tilde{A}_{э}}{4\pi\Delta_{э}}\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{с}} - 1\right)\vec{E}^{(0)}_0\int\limits_V \frac{d\vec{r}\,'}{|\vec{r} - \vec{r}\,'|}; \qquad (8)$$

$$\vec{\Pi}^{м}_{(0)}(\vec{r}) = \frac{\tilde{A}_{м}}{4\pi\Delta_{м}}\left(\frac{\mu}{\mu_0} - 1\right)\vec{H}^{(0)}_0\int\limits_V \frac{d\vec{r}\,'}{|\vec{r} - \vec{r}\,'|}. \qquad (9)$$

В выражениях (8), (9) интеграл определяет ньютоновский потенциал эллипсоида для внешних точек:

$$\int_V \frac{d\vec{r}'}{\left|\vec{r}-\vec{r}'\right|}=W'\left(\vec{r}\right). \tag{10}$$

Известно [6], что он равен

$$W'\left(\vec{r}\right)=\pi abc\int_t^{\infty}\left(1-\frac{x^2}{a^2+s}-\frac{y^2}{b^2+s}-\frac{z^2}{c^2+s}\right)\frac{ds}{R\left(s\right)}, \tag{11}$$

где t – наибольший корень уравнения.

$$\frac{x^2}{a^2+t}+\frac{y^2}{b^2+t}+\frac{z^2}{c^2+t}-1=0. \tag{12}$$

Для произвольного эллипсоида определение t связано с решением задачи об исследовании функции трех переменных x, y, z на экстремум. Значительно проще эта задача выглядит в том случае, когда рассеивателем является шар. Действительно, в этом случае (12) принимает вид

$$\frac{x^2}{R^2+t}+\frac{y^2}{R^2+t}+\frac{z^2}{R^2+t}-1=0. \tag{13}$$

Учитывая, что x, y, z – координаты точек, лежащих на поверхности шара, и переходя к сферическим координатам

$$x=R\cos\varphi\sin\theta \; y=R\sin\varphi\sin\theta \; z=R\cos\theta, \tag{14}$$

преобразуем (13)

$$R^2=R^2+t. \tag{15}$$

Отсюда следует, что $t=0$. таким образом, значение ньютоновского потенциала (11) для шара определяется вычислением интеграла

$$\begin{aligned} W'\left(\vec{r}\right)&=\pi R^3\int_0^{\infty}\left(1-\frac{x^2+y^2+z^2}{R^2+s}\right)\frac{ds}{\left(R^2+s\right)^{\frac{3}{2}}}= \\ &=\pi R^3\left(2\frac{3R^2-x^2-y^2-z^2}{3R^3}\right)=\frac{2\pi}{3}\left(3R^2-x^2-y^2-z^2\right), \end{aligned} \tag{16}$$

где x, y, z – координаты точек, в которых определяется потенциал по отношению к центру шара.

Чтобы найти возбужденные поля в ближней зоне, необходимо учесть (8), (9) и (11). Приближение статики, в частности, задается с учетом $\omega=0$ выражениями:

$$\begin{aligned} \vec{E}^{(0)}\left(\vec{r}\right)&=\vec{E}_0^{(0)}+\tilde{P}\frac{\tilde{A}_{э}}{4\pi\Delta_{э}}\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{с}}-1\right)\vec{E}_0^{(0)}W'\left(\vec{r}\right); \\ \vec{H}^{(0)}\left(\vec{r}\right)&=\vec{H}_0^{(0)}+\tilde{P}\frac{\tilde{A}_{м}}{4\pi\Delta_{м}}\left(\frac{\mu}{\mu_0}-1\right)\vec{H}_0^{(0)}W'\left(\vec{r}\right), \end{aligned} \tag{17}$$

где $\tilde{P}$ – дифференциальный оператор, равный

$$\tilde{P}=\begin{pmatrix} \frac{\partial^2}{\partial x^2} & \frac{\partial^2}{\partial x\partial y} & \frac{\partial^2}{\partial x\partial z} \\ \frac{\partial^2}{\partial x\partial y} & \frac{\partial^2}{\partial y^2} & \frac{\partial^2}{\partial y\partial z} \\ \frac{\partial^2}{\partial x\partial z} & \frac{\partial^2}{\partial y\partial z} & \frac{\partial^2}{\partial z^2} \end{pmatrix}. \tag{18}$$

Так как $\tilde{P}$ действует на координаты вектора $\vec{r}$, (17) можно записать в несколько иной форме:

$$\begin{gathered} \vec{E}^{(0)}(\vec{r})=\vec{E}_0^{(0)}+\frac{\tilde{A}_{\text{э}}}{4\pi\,\Delta_{\text{э}}}\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{\text{с}}}-1\right)\tilde{P}\vec{E}_0^{(0)}W'(\vec{r}); \\ \vec{H}^{(0)}(\vec{r})=\vec{H}_0^{(0)}+\frac{\tilde{A}_{\text{м}}}{4\pi\,\Delta_{\text{м}}}\left(\frac{\mu}{\mu_0}-1\right)\tilde{P}\vec{H}_0^{(0)}W'(\vec{r}). \end{gathered} \tag{19}$$

Соотношения (19) позволяют определить внешние по отношению к намагниченной частице поля. В частности, если форма рассеивателя шарообразная, необходимо в (19) подставить (16). Тогда, с учетом воздействия оператора $\tilde{P}$ на $W'(\vec{r})$, внешние поля будут определяться из следующих выражений:

$$\begin{gathered} \vec{E}^{(0)}(\vec{r})=\vec{E}_0^{(0)}+\frac{\tilde{A}_{\text{э}}}{4\pi\,\Delta_{\text{э}}}\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{\text{с}}}-1\right)\tilde{R}\vec{E}_0^{(0)}; \\ \vec{H}^{(0)}(\vec{r})=\vec{H}_0^{(0)}+\frac{\tilde{A}_{\text{м}}}{4\pi\,\Delta_{\text{м}}}\left(\frac{\mu}{\mu_0}-1\right)\tilde{R}\vec{H}_0^{(0)}. \end{gathered} \tag{20}$$

$$\tilde{R}=\begin{pmatrix} -\frac{4\pi}{3} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{4\pi}{3} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{4\pi}{3} \end{pmatrix}=-\frac{4\pi}{3}\tilde{E}, \tag{21}$$

где $\tilde{E}$ – единичная матрица третьего прядка.

В том случае, когда необходимо определить рассеянное поле в дальней зоне, нужно в (1) функцию $f\left|(\vec{r}-\vec{r}')\right|$ разложить по сферическим функциям [7]

$$\frac{e^{-ik|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|}=-ik\sum_{n=0}^{\infty}(2n+1)P_n(\cos\theta)\,j_n(k|\vec{r}'|)h_n^{(2)}(k|\vec{r}'|), \tag{22}$$

где $P_n(\cos\theta)$ – полином Лежандра n-ой степени;

θ – угол между векторами $\vec{r}$ и $\vec{r}'$;

$j_n(k|\vec{r}'|)$ и $h_n^{(2)}(k|\vec{r}'|)$ – сферические функции Бесселя n-го порядка.

Так как в рассматриваемом нами случае $k|\vec{r}'| << 1$, разложение (22) можно представить в виде

$$\frac{e^{-ik|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} = \frac{e^{-ik|\vec{r}|}}{|\vec{r}|} + \frac{k}{|\vec{r}|}\left(1 - \frac{i}{k|\vec{r}|}\right)\cos\theta \cdot e^{-ik|\vec{r}|} + \cdots . \quad (23)$$

Преобразование (23) позволяет представить потенциалы Герца в виде слагаемых, описывающих мультипольные поля рассеяния. В частности, дипольная часть поля рассеяния описывается нулевым приближением электрического и магнитного потенциалов Герца:

$$\vec{\Pi}^{\text{э}}_{(0)}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi}\frac{e^{-ik|\vec{r}|}}{|\vec{r}|}\int\limits_V\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_\text{c}} - 1\right)\vec{E}^{(0)}(\vec{r}')d\vec{r}'; \quad (24)$$

$$\vec{\Pi}^{\text{м}}_{(0)}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi}\frac{e^{-ik|\vec{r}|}}{|\vec{r}|}\int\limits_V\left(\frac{\mu}{\mu_0} - 1\right)\vec{H}^{(0)}(\vec{r}')d\vec{r}',$$

которые, в основном, и определяют поле в волновой зоне.

Преобразуем выражение (24):

$$\vec{\Pi}^{\text{э}}_{(0)}(\vec{r}) = \frac{V}{4\pi\,\Delta_\text{э}}\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_\text{c}} - 1\right)\tilde{A}_\text{э}\vec{E}_0^{(0)}\frac{e^{-ik|\vec{r}|}}{|\vec{r}|};$$

$$\vec{\Pi}^{\text{м}}_{(0)}(\vec{r}) = \frac{V}{4\pi\,\Delta_\text{м}}\left(\frac{\mu}{\mu_0} - 1\right)\tilde{A}_\text{м}\vec{H}_0^{(0)}\frac{e^{-ik|\vec{r}|}}{|\vec{r}|}, \quad (25)$$

где V – объем намагниченного тела, $V = \frac{4}{3}\pi R^3$;

R – радиус шара.

Соотношение (25) позволяет найти электрическую и магнитную составляющие возбужденного статического поля в дальней зоне в дипольном приближении.

В результате получаем:

$$\vec{E}^{(0)}(\vec{r}) = \vec{E}_0^{(0)} + \tilde{P}\frac{V}{4\pi(\vec{r})\Delta_э}\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} - 1\right)\tilde{A}_э\vec{E}_0^{(0)};$$

$$\vec{H}^{(0)}(\vec{r}) = \vec{H}_0^{(0)} + \tilde{P}\frac{V}{4\pi(\vec{r})\Delta_м}\left(\frac{\mu}{\mu_0} - 1\right)\tilde{A}_м\vec{H}_0^{(0)}, \quad (26)$$

где $\tilde{P}$ задано в (18).

Вывод.

1 Получены аналитические выражения, описывающие статическое электрическое и магнитное поле, которое создают вокруг себя частицы, несущие электрический или магнитный заряд.

2. Полученные поля соответствуют одиночному источнику. При этом сами заряды могут быть как постоянными, так и переменными.

Литература

1. *Опритов В.А.* К обоснованию участия биоэлектрических потенциалов в передвижении веществ у высших растений / *В.А. Опритов, С.В. Мичурин* // Физиология растений. –1973. – № 3(20). – С.451-461.

2. *Куценко Ю.Н.* Моделирование стационарного электрического поля, взаимодействующего с семенами и корневой системой сельскохозяйственных культур в грунте / *Ю.Н. Куценко, А.Е. Пиротти, Е.Л. Пиротти* //Энергосбережение. Энергетика. Энергоаудит. Общегосударственный научно-производственный журнал. – 2011. – №5. – С.66-69.

3. *Куценко Ю.М.* Модель взаємодії феромагнітних частинок в магнітному полі / Ю.М. Куценко // Науково–прикладний журнал. Технічна електродинаміка. – К.: Інститут електродинаміки НАН України, 2004. – Частина 3. – С.8-11.

4. *Никольский В.В.* Электродинамика и распространение радиоволн / *В.В. Никольский, Т.И. Никольская*. – М.: Наука, 1989. – 543 с.

5. *Плонси Р.* Биоэлектричество (Количественный подход) / *Р. Плонси, Р. Барр*. – М.: Мир, 1992. – 366 с.

ВИЗНАЧЕННЯ ЗОВНІШНІХ МАГНІТНИХ ПОЛІВ У ВИПАДКУ СТАТИКИ

Ю.М. Куценко

Анотація

Виконані теоретичні дослідження з визначення залежностей, що описують параметри зовнішніх магнітних полів

DETERMINATION OF EXTERNAL MAGNETIC FIELDS IF STATIC

Yu. Kutsenko

Summary

Theoretical studies to determine the relationships describing the parameters of external magnetic fields.