

УДК 631.354:631.3072:876.5

ПОБУДОВА РОЗРАХУНКОВОЇ МОДЕЛІ ВІДНОСНОГО РУХУ ПРИЧІПНОГО ЗЕРНОЗБИРАЛЬНОГО АГРЕГАТУ

Булгаков В.М., чл.-кор.НААНУ, д.т.н.

Національна академія аграрних наук України

Гриник І.В., чл.-кор.НААНУ, д.с-г.н.

Національна академія аграрних наук України

Леженкін О.М., д.т.н. (РФ)

Таврійський державний агротехнологічний університет

тел. (0619) 42-68-74

Анотація – в статті наводиться розрахункова схема причіпного збирального агрегату, аналіз діючих на нього сил та методика побудови математичної моделі відносного руху причіпного зернозбирального агрегату у вигляді диференціальних рівнянь.

Ключові слова – диференціальні рівняння, відносний рух, причіпний зернозбиральний агрегат, розрахункова схема, очос рослин.

Постановка проблеми. Виробництво зерна є провідною галуззю сільського господарства України. Щорічно зерновими культурами засівається понад 9 млн.га.

Збирання та післязбиральна обробка зерна – фінішні операції з виробництва зернових культур. Вони підводять підсумок всьому комплексу попередніх робіт з оптимального вибору районованих сортів, підготовці насіння ґрунтообробці, сівби, догляду за рослинами. Разом з тим, це найбільш ресурсоємні операції. Так, експлуатаційні витрати на збирання врожаю з поля і його транспортування на господарський пункт післязбиральної обробки зерна становить 50...55% всіх витрат на його вирощування. Це обґрунтовує необхідність постійного вдосконалення технологій збирання та технічних засобів їх реалізації.

Однак, зерновиробництво в Україні оснащено незадовільно. В країні спостерігається серйозне скорочення парку зернозбиральних комбайнів у сільгоспприємствах і їх досить значне фізичне зношування. Загальна кількість комбайнів за 17 років зменшилося більш ніж в 2,5 рази. Одним із шляхів вирішення даної проблеми є розробка модульної збиральної техніки із застосуванням методу очісування рослин на корені...

Протягом більше трьох десятиків років велися роботи з теоретичного обґрунтування очолюючих пристроїв. Лідером у цьому напрямку була лабораторія збиральних машин створена у Мелітопольському інституті механізація сільського господарства (зараз Таврійський державний агротехнологічний університет). Ініціатором і керівником робіт зі створення очолюючих пристроїв був П.А.Шабанов.

Роботи Шабанова П.А., Голубєва І.К., Данченко М.М., Гончарова Б.І., Повіляя В.М., Цибульникова В.М. являється теоретичним фундаментом для розробки і обґрунтування конструктивних параметрів та режимів роботи очолюючих пристроїв.

Ці роботи спрямовані, головним чином, на створення комбайну з очолюючим пристроєм.

Але дослідження динаміки агрегату це окрема задача, яка спрямована на обґрунтування наукових основ стійкого руху зернозбирального агрегату (рис.1).



Рис. 1. Загальний вигляд збирального агрегату.

Аналіз останніх публікацій. Роботу з теорії руху сільськогосподарських машин і агрегатів почав засновник землеробської механіки академік В.П.Горячкін. Він вказав на необхідність встановлення правильних співвідношень між діючими на машини силами з однієї сторони та їхніми масами, швидкостями, режимами роботи з іншої. Запропонована ним теорія мас і швидкостей машин певним чином пов'язана з дослідженням динаміки та стійкості їх руху [1].

Подальше продовження досліджень динаміки сільськогосподарських агрегатів знайшло своє відображення в роботах П.М.Василенко

[2, 3]. Стосовно причіпних сільськогоспо-дарських агрегатів найбільш повно питання динаміки та стійкості їх руху наведені в роботах [4, 5], де причіпна машина розглядається як фізичний маятник, що робить рух на горизонтальній площині і на схилі під дією сил опору робочих органів та з урахуванням реакцій шин опорних коліс.

Теоретичні основи загального аналізу динаміки механічної системи розглянуті в роботі [6].

Питання динаміки та стійкості руху окремих ланок причіпного зернозбирального агрегату наведені в роботах [7, 8, 9, 10].

Невирішені питання. Загальні питання динаміки та стійкості руху агрегатів відомі [1, 2, 3, 4, 5]. Методика складання диференціальних рівнянь руху механічної системи теж відома [6]. Але, разом з тим, виникає задача побудування математичної моделі відносного руху причіпного зернозбирального агрегату, використовуючи загальновідому методику складання диференціальних рівнянь.

Формулювання цілей статті. Побудувати математичну модель причіпного зернозбирального агрегату у вигляді диференціальних рівнянь його відносного руху.

Основна частина. Розглянемо рух збирального агрегату (рис.1), що складається із трактора МТЗ-80, причіпної збиральної машини очолюючого типу та двохосового причепа-візка 2ПТС-4.0, який служить для збору обчесаного вороху зернових.

Збиральний агрегат являє собою трьохланкову механічну систему, переносний рух якої є поступальним прямолінійним. Для спрощення аналізу приймемо, що центр мас трактора в переносному русі рухається рівномірно, тобто $V_0 = \text{const}$. Переносний рух агрегату відбувається разом із площиною $X_1O_1Y_1$ рис. 2 [11]. Під впливом зовнішніх чинників (нерівностей поверхні поля) ланки агрегату починають робити відносний рух.

Збиральний агрегат має п'ять ступенів вільності. Отже, його відносний рух буде визначатися п'ятьма узагальненими координатами.

Розглянемо один по одному кожну з них. Трактор у відносному русі має два ступені вільності, його положення будуть визначати дві узагальнені координати.

Переміщення центра мас трактора уздовж осі O_1X_1 визначиться узагальненою координатою X_{S1} , поворот навколо осі, що проходить через центр мас трактора – узагальненою координатою φ_1 . Аналогічним чином, поворот збиральної машини щодо точки причепа позначимо узагальненою координатою φ_2 .

Причіп 2ПТС-4.0 являє собою дволанковий кінематичний ланцюг, що має два ступені волі. Як узагальнені координати приймаємо кути повороту φ_3 і φ_4 (рис. 2).

При дослідженні динаміки збирального агрегату дуже важливим

етапом є правильне визначення сил діючих на агрегат.

Розглянемо спочатку сили, що діють на колеса агрегату.

На колеса збирального агрегату діють дві групи сил. Перша група сил, що діє на колеса збирального агрегату – це сили пружності шин, що виникають при їх поперечному зрушенні ($\bar{T}_{A1}, \bar{T}_{A2}, \bar{T}_{B1}, \bar{T}_{B2}, \bar{T}_{L1}, \bar{T}_{L2}, \bar{T}_{N1}, \bar{T}_{N2}$), а також моменти сил пружності шин, що виникають при скручуванні кожної шини щодо осі, перпендикулярної поверхні поля ($M_{A1}, M_{A2}, M_{B1}, M_{B2}, M_{L1}, M_{L2}, M_{N1}, M_{N2}, M_{K1}$ и M_{K2}) (рис. 2).

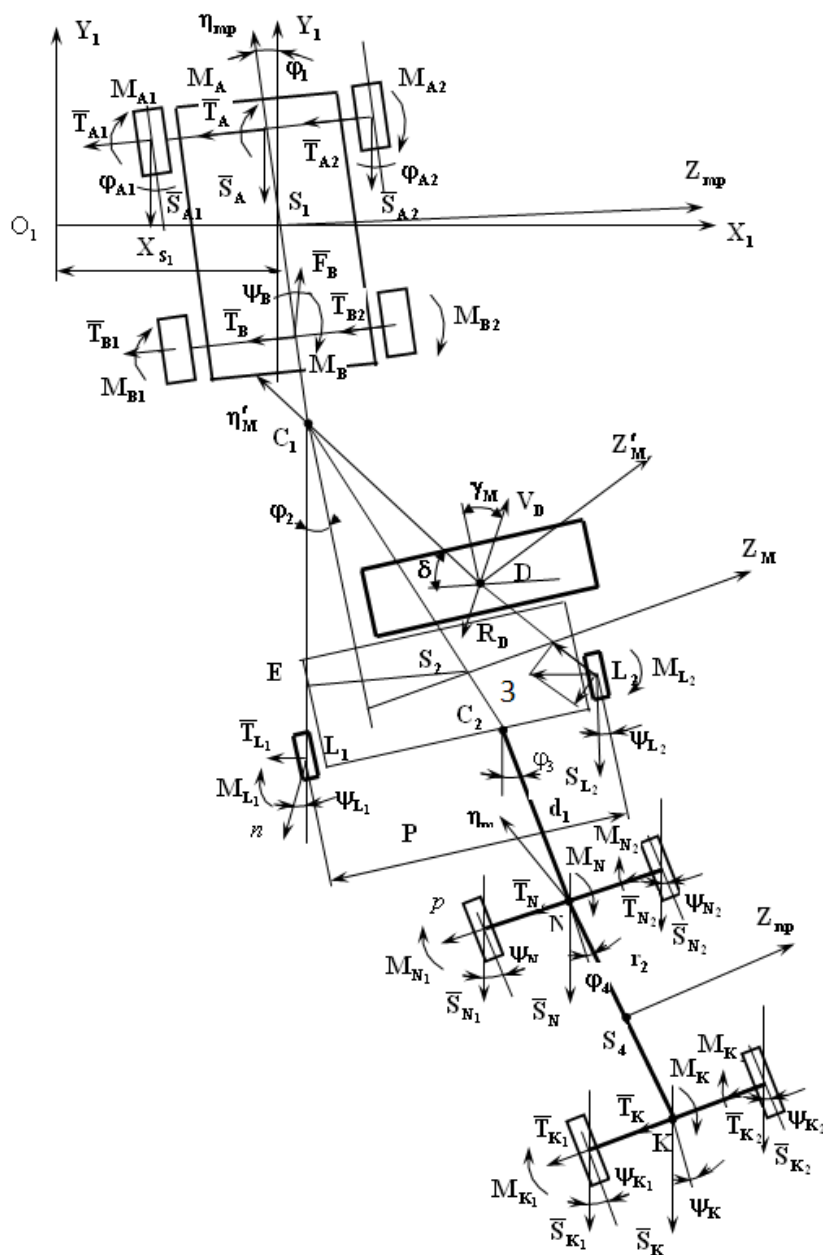


Рис. 2. Розрахункова схема збирального агрегату де \bar{T}_{A1} і \bar{T}_{A2} - сили пружності шин, що виникають при поперечному зсуві передніх коліс трактора, щодо опорної поверхні;

\bar{T}_{B1} і \bar{T}_{B2} - сили пружності шин, що виникають при поперечному зсуві задніх коліс трактора щодо опорної поверхні;

\bar{T}_{L1} і \bar{T}_{L2} - сили пружності шин, що виникають при поперечному зсуві лівого й правого коліс збиральної машини щодо опорної поверхні;

\bar{T}_{N1} і \bar{T}_{N2} - сили пружності шин, що виникають при поперечному зсуві передніх коліс причепа 2ПТС-4.0 щодо опорної поверхні;

M_{A1} і M_{A2} - моменти сил пружності шин передніх коліс трактора, що виникають при скручуванні кожної шини щодо осі перпендикулярної поверхні поля;

M_{B1} і M_{B2} - моменти сил пружності шин задніх коліс трактора, що виникають при скручуванні кожної шини щодо осі перпендикулярної поверхні поля;

M_{L1} і M_{L2} - моменти сил пружності шин коліс збиральної машини, що виникають при скручуванні кожної шини щодо осі перпендикулярної поверхні поля;

M_{N1} і M_{N2} ; M_{K1} і M_{K2} - моменти сил пружності шин передніх і задніх коліс причепа, що виникають при скручуванні кожної шини щодо осі перпендикулярної поверхні поля.

Друга група сил, що діють на колеса збирального агрегату – це сили опору перекочуванню агрегату по полю (\bar{S}_{A1} , \bar{S}_{A2} , \bar{S}_{L1} , \bar{S}_{L2} , \bar{S}_{N1} , \bar{S}_{N2} , \bar{S}_{K1} , \bar{S}_{K2}) (рис. 2), де:

\bar{S}_{A1} і \bar{S}_{A2} - сили опору перекочуванню передніх коліс трактора;

\bar{S}_{L1} і \bar{S}_{L2} - сили опору перекочуванню коліс збиральної машини;

\bar{S}_{N1} і \bar{S}_{N2} - сили опору перекочуванню передніх коліс причепа;

\bar{S}_{K1} і \bar{S}_{K2} - сили опору перекочуванню задніх коліс причепа.

Крім того, є ще одна група сил, що діють на збиральний агрегат. Це сили опору виникаючі при роботі очошуючого пристрою. Замінімо їхню дію головним вектором \bar{R}_D , що прикладений у т. D (рис. 2).

Для складання диференціальних рівнянь, необхідно спочатку знайти кінетичну енергію системи.

Кінетична енергія системи у відносному русі складається з кінетичної енергії трактора $T_{тр}$, кінетичної енергії збиральної машини $T_{у.м.}$ і кінетичної енергії причепа $T_{пр}$:

$$T = T_{тр} + T_{у.м.} + T_{пр}. \quad (1)$$

Тому що трактор робить обертовий рух щодо його центра мас і поступальний рух центра мас щодо рухливої площини $X_1O_1Y_1$ то його кінетична енергія буде:

$$T_{тр} = T_{вр} + T_{пост}, \quad (2)$$

де $T_{вр}$ – кінетична енергія трактора при його обертанні щодо центра мас;

$T_{пост}$ – поступальний рух центра мас щодо рухливої площини $X_1O_1Y_1$.

Кінетична енергія тіла здійснюючий обертовий рух визначається із співвідношення [6]:

$$T = \frac{I_z \cdot \omega^2}{2}, \quad (3)$$

де I_z – момент інерції твердого тіла щодо осі Z ;

ω - кутова швидкість.

У нашому випадку кінетична енергія обертового руху буде:

$$T_{вр} = \frac{I_{s1} \cdot \dot{\phi}_1^2}{2}, \quad (4)$$

де I_{s1} - момент інерції трактора щодо вертикальної осі минаючої через центр мас трактора;

$\dot{\phi}_1$ - узагальнена швидкість ($\dot{\phi}_1 = \frac{d\phi_1}{dt}$).

Кінетична енергія тіла, що робить поступальний рух знаходиться із залежності [6]:

$$T_{пост} = \frac{m \cdot V^2}{2}, \quad (5)$$

де m - маса тіла;

V – поступальна швидкість.

У нашому випадку кінетична енергія поступального руху буде:

$$T_{пост} = \frac{m_{тр} \cdot \dot{X}_{s1}}{2}, \quad (6)$$

де $m_{тр}$ – маса трактора;

\dot{x}_{s1} – узагальнена швидкість $\dot{x}_{s1} = \frac{dx_{s1}}{dt}$.

Підставляємо залежності (5) і (6) у вираз (2) і одержуємо кінетичну енергію трактора:

$$T_{тр} = \frac{1}{2} (I_{s1} \cdot \dot{\phi}_1^2 + m_{тр} \cdot \dot{X}_{s1}^2). \quad (7)$$

Виходячи з того, що збиральна машина робить плоскопаралельний рух, її кінетична енергія визначиться з виразу:

$$T_{у.м.} = \frac{1}{2} (I_{C_1} \cdot \dot{\phi}_2^2 + m_{у.м.} \cdot V_{S_2O_1}^2), \quad (8)$$

де I_{C_1} – момент інерції збиральної машини щодо вісі, що проходить через точку причепа C_1 збиральної машини;

$\dot{\phi}_2$ - узагальнена швидкість, ($\dot{\phi}_2 = \frac{d\phi_2}{dt}$);

$m_{y.m.}$ – маса збиральної машини;

$V_{S_2O_1}$ – швидкість центра мас збиральної машини щодо площини $X_1O_1Y_1$.

Центр мас збиральної машини щодо площини $X_1O_1Y_1$ робить складний рух, його швидкість при цьому буде:

$$\bar{V}_{S_2} = \bar{V}_{S_1} + \bar{V}_{C_1S_1} + \bar{V}_{S_2C_1}, \quad (9)$$

де V_{S_1} - швидкість центра мас по осі O_1X_1 ; її модуль $V_{S_1} = \dot{X}_{S_1}$;

$\bar{V}_{C_1S_1}$ - лінійна швидкість точки причепа C_1 в обертовому русі щодо центра мас трактора S_1 , її модуль $V_{C_1S_1} = \dot{\phi}_1 \cdot S_1C_1$;

$\bar{V}_{S_2C_1}$ - лінійна швидкість центра мас збиральної машини S_2 в обертовому русі щодо точки причепа C_1 , її модуль $V_{C_1S_2} = \dot{\phi}_2 \cdot C_1S_2$.

Тоді модуль швидкості центра мас збиральної машини щодо площини $X_1O_1Y_1$ буде дорівнювати:

$$V_{S_2} = \dot{X}_{S_1} + \dot{\phi}_1 \cdot S_1C_1 + \dot{\phi}_2 \cdot C_1S_2. \quad (10)$$

Підставимо рівняння (10) у вираження (8) і знайдемо значення кінетичної енергії збиральної машини:

$$T_{y.m.} = \frac{1}{2} \left[I_{S_2} \dot{\phi}_2^2 + m_{y.m.} (\dot{X}_{S_1} + \dot{\phi}_1 S_1C_1 + \dot{\phi}_2 C_1S_2)^2 \right]. \quad (11)$$

Для спрощення виразу (3.11) введемо позначення лінійних розмірів $S_1C_1 = a$, $C_1S_2 = b$:

$$T_{y.m.} = \frac{1}{2} \left[I_{S_2} \dot{\phi}_2^2 + m_{y.m.} (\dot{X}_{S_1} + \dot{\phi}_1 \cdot a + \dot{\phi}_2 \cdot b)^2 \right]. \quad (12)$$

Кінетична енергія причепа у відносному русі на площині $X_1O_1Y_1$ обчислюється із співвідношення:

$$T_{np} = \frac{1}{2} \left[I_{C_2} \dot{\phi}_3^2 + I_N \dot{\phi}_4^2 + m_{np} \cdot V_{S_4O_1}^2 \right], \quad (13)$$

де I_{C_2} – момент інерції дишла причепа щодо вертикальної осі, що проходить через точку C_2 ;

I_N – момент інерції причепа щодо його вертикальної центральної осі;

$V_{S_4O_1}$ - лінійна швидкість причепа в обертовому русі центра мас причепа S_4 щодо точки O_1 ;

m_{np} – маса причепа.

Центр мас причепа, щодо точки N робить складний рух, його абсолютна швидкість буде дорівнювати сумі:

$$V_{S_4O_1} = \bar{V}_{S_1} + \bar{V}_{C_1S_1} + \bar{V}_{C_2C_1} + \bar{V}_{NC_2} + \bar{V}_{S_4N}, \quad (14)$$

де $\bar{V}_{C_2C_1}$ - лінійна швидкість точки C_2 в обертовому русі щодо точки C_1 , приєднання збиральної машини до трактора;

\bar{V}_{NC_2} - лінійна швидкість точки N щодо точки C_2 , приєднання причепа до збиральної машини;

\bar{V}_{S_4N} - лінійна швидкість центра мас причепа S_4 в обертовому русі щодо точки N .

Модулі цих швидкостей визначаються з виразів:

$$V_{C_2C_1} = \dot{\phi}_2 \cdot C_2C_1, \quad V_{NC_2} = \dot{\phi}_3 \cdot NC_2, \quad V_{S_4N} = \dot{\phi}_4 \cdot S_4N.$$

Введемо позначення $C_2C_1 = n$; $NC_2 = d_1$; $S_4N = r_2$.

Тоді: $V_{C_2C_1} = \dot{\phi}_2 \cdot n$, $V_{NC_2} = \dot{\phi}_3 \cdot d_1$, $V_{S_4N} = \dot{\phi}_4 \cdot r_2$.

Модуль швидкості центра мас причепа щодо центра O_1 буде:

$$V_{S_4O_1} = \dot{X}_1 + \dot{\phi}_1 \cdot a + \dot{\phi}_2 \cdot n + \dot{\phi}_3 \cdot d_1 + \dot{\phi}_4 \cdot r_2. \quad (15)$$

Підставимо вираз (15) у рівняння (13)

$$T_{np} = \frac{1}{2} \left[I_{S_3} \dot{\phi}_3^2 + I_{S_4} \dot{\phi}_4^2 + m_{np} (\dot{X}_{S_1} + \dot{\phi}_1 \cdot a + \dot{\phi}_2 \cdot n + \dot{\phi}_3 \cdot d_1 + \dot{\phi}_4 \cdot r_2)^2 \right] \quad (16)$$

Таким чином, остаточно, кінетична енергія збирального агрегату буде дорівнювати:

$$\begin{aligned} T = & \frac{1}{2} \left[I_{S_1} \dot{\phi}_1^2 + I_{S_2} \dot{\phi}_2^2 + I_{S_3} \dot{\phi}_3^2 + I_{S_4} \dot{\phi}_4^2 + \dot{X}_{S_1}^2 (m_{np} + m_{y.m.} + m_{np}) + \right. \\ & + 2\dot{X}_{S_1} \dot{\phi}_1 a (m_{y.m.} + m_{np}) + 2\dot{X}_{S_1} \dot{\phi}_2 b m_{y.m.} + \dot{\phi}_1^2 a^2 m_{y.m.} + \dot{\phi}_2^2 b^2 m_{y.m.} + \\ & + 2\dot{\phi}_1 \dot{\phi}_2 a b m_{y.m.} + 2\dot{X}_{S_1} \dot{\phi}_2 n m_{np} + 2\dot{X}_{S_1} \dot{\phi}_4 r_2 m_{np} + \dot{\phi}_1^2 a^2 m_{np} + \\ & + 2\dot{X}_{S_1} \dot{\phi}_3 d_1 m_{np} + 2\dot{\phi}_1 \dot{\phi}_2 a n m_{np} + 2\dot{\phi}_1 \dot{\phi}_3 a d_1 m_{np} + \dot{\phi}_2^2 n^2 m_{np} + \\ & \left. + 2\dot{\phi}_3 \dot{\phi}_2 d_1 n m_{np} + 2\dot{\phi}_1 \dot{\phi}_4 a r_2 m_{np} + 2\dot{\phi}_3^2 d_1^2 m_{np} + 2\dot{\phi}_4 \dot{\phi}_2 r_2 n m_{np} \right] \quad (17) \end{aligned}$$

Визначаємо узагальнені сили Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5 для чого використаємо вираз [6]:

$$Q_i = \frac{\sum \delta A_k}{\delta q_i}, \quad (18)$$

де $\sum \delta A_k$ - повна елементарна робота діючих на систему сил;

δq_i - елементарні прирости узагальнених координат.

З метою спрощення визначення елементарних робіт, що діють на агрегат сил і моментів, введемо наступні позначення:

$\bar{T}_A = \bar{T}_{A1} + \bar{T}_{A2}$ - головний вектор сил пружності шин передніх коліс трактора, що виникає при їх поперечному зсуві, прикладений у точці A (рис. 2);

$\bar{T}_B = \bar{T}_{B1} + \bar{T}_{B2}$ - головний вектор сил пружності шин задніх коліс трактора, що виникає при їх поперечному зсуві, прикладений у точці B (рис. 2);

$\bar{T}_N = \bar{T}_{N1} + \bar{T}_{N2}$ - головний вектор сил пружності шин передніх коліс причепа, прикладений у точці N (рис. 2);

$\bar{T}_K = \bar{T}_{K1} + \bar{T}_{K2}$ - головний вектор сил пружності шин задніх коліс причепа, прикладений у точці N (рис. 2);

$M_A = M_{A1} + M_{A2}$ - головний момент сил пружності шин передніх коліс трактора;

$M_B = M_{B1} + M_{B2}$ - головний момент сил пружності шин задніх коліс трактора;

$M_N = M_{N1} + M_{N2}$ - головний момент сил пружності шин передніх коліс причепа;

$M_K = M_{K1} + M_{K2}$ - головний момент сил пружності шин задніх коліс причепа;

$\bar{S}_A = \bar{S}_{A1} + \bar{S}_{A2}$ - головний вектор сил опору перекочуванню передніх коліс трактора, прикладений у точці A, (рис. 2);

$\bar{S}_N = \bar{S}_{N1} + \bar{S}_{N2}$ - головний вектор сил опору перекочуванню передніх коліс причепа, прикладений у точці N, (рис. 2);

$\bar{F}_B = \bar{F}_{B1} + \bar{F}_{B2}$ - головний вектор рушійних сил задніх коліс трактора, прикладений у точці B (рис. 2);

$\bar{S}_K = \bar{S}_{K1} + \bar{S}_{K2}$ - головний вектор сил опору перекочуванню задніх коліс причепа, прикладений у точці K (рис. 2).

Елементарна робота сили на будь-якім можливому переміщенні, визначається з формули [6]:

$$\delta A_i = F_k^r \cdot \delta S_i = F_k \cdot \delta S_i \cdot \cos \alpha_k \quad (19)$$

$$\text{або} \quad \delta A_i = m_0(\bar{F}_k) \cdot \delta \varphi_i,$$

де F_k – діючі сили;

$\delta S_i, \delta \varphi_i$ – можливі переміщення (приріст узагальнених координат);

$m_0(\bar{F}_k)$ - момент сили щодо центра O.

Визначаємо суму елементарних робіт всіх діючих сил, при повороті трактора на елементарний кут $\delta \varphi_1$, повороті збиральної машини на кут $\delta \varphi_2$, повороті причепа на кути $\delta \varphi_3$ та $\delta \varphi_4$. Перемістимо збиральний агрегат на відстань δx , вбік зростання координати S_i і також підрахуємо суму елементарних робіт, що діють на агрегат.

Використовуючи формулу (16) визначаємо узагальнені сили, які є коефіцієнтами: при приростах узагальнених координат у рівняннях суми елементарних робіт, в результаті отримаємо:

$$Q_1 = T_A \cdot h_1 + T_B \cdot h_2 - M_A - M_B + F_B \cdot \psi_B \cdot h_2 - 2 \cdot T_L \cdot a + \\ + 2S_L \cdot a \cdot (\varphi_2 - \varphi_1 - \psi_L) + R_D \cdot a \cdot (\varphi_2 - \varphi_1 - \gamma_M) - T_N \cdot a - \\ - T_K \cdot a - S_N \cdot a \cdot (\varphi_3 - \varphi_1 - \psi_N) + S_K \cdot a \cdot (\varphi_3 + \varphi_4 - \varphi_1 - \psi_K) \quad (20)$$

$$Q_2 = -T_L \cdot l - T_L \cdot l \cdot \sqrt{1 - \frac{p^2}{l^2}} - 2M_L - S_L \cdot l \cdot \psi_L - S_L \cdot l \cdot \psi_L \sqrt{1 - \frac{p^2}{l^2}} - \\ - S_L \cdot (p + l\varphi_2) + T_N \cdot n \cdot \sqrt{1 - \frac{r_1^2}{b^2}} - T_K \cdot n \cdot \sqrt{1 - \frac{r_1^2}{b^2}} - S_N \cdot n \cdot (\varphi_3 - \varphi_2 - \psi_N) * \quad (21)$$

$$* \sqrt{1 - \frac{r_1^2}{b^2}} - S_K \cdot n \cdot (\varphi_3 + \varphi_4 - \varphi_2 - \psi_K) \cdot \sqrt{1 - \frac{r_1^2}{b^2}} - R_D \cdot c \cdot \gamma_M$$

$$Q_3 = -T_N \cdot d_1 - S_N \cdot d_1 \cdot \psi_N - T_K \cdot d_1 - M_N - S_K \cdot d_1 \cdot \psi_K \quad (22)$$

$$Q_4 = -T_K \cdot d_2 - S_K \cdot d_2 \cdot \psi_K - M_K. \quad (23)$$

$$Q_5 = -T_A - T_B - 2T_L - T_N - T_K + S_A(\varphi_1 - \psi_A) + 2S_L(\varphi_2 - \psi_L) + \\ + S_N(\varphi_3 - \psi_N) - (S_A + S_L + S_N + S_K + R_D)(\varphi_1 - \psi_B) - R_D \cdot \gamma_0. \quad (24)$$

Для складання диференціальних рівнянь відносного руху використаємо рівняння Лагранжа II роду в узагальнених координатах.

Так як збиральний агрегат має п'ять ступенів вільності, то використовуючи рекомендації [6] складемо п'ять диференціальних рівнянь:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_1} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi_1} &= Q_1; \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_2} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi_2} &= Q_2; \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_3} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi_3} &= Q_3; \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_4} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi_4} &= Q_4; \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_{S_1}} \right) - \frac{\partial T}{\partial x_{S_1}} &= Q_5 \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

Щоб скласти диференціальні рівняння (25) необхідно знайти частинні похідні від кінетичної енергії агрегату по узагальнених координатах і по узагальнених швидкостях.

Знаходимо частинні похідні від кінетичної енергії агрегату по узагальнених координатах:

$$\frac{\partial T}{\partial \varphi_1} = 0; \quad \frac{\partial T}{\partial \varphi_2} = 0; \quad \frac{\partial T}{\partial \varphi_3} = 0; \quad \frac{\partial T}{\partial \varphi_4} = 0; \quad \frac{\partial T}{\partial x_{S_1}} = 0. \quad (26)$$

Частинні похідні від кінетичної енергії по узагальнених координатах дорівнюють нулю, оскільки T не залежить від узагальнених координат.

Визначаємо частинні похідні від кінетичної енергії по узагальнених швидкостях:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial \dot{\phi}_1} = & \frac{1}{2} [2I_{S_1} \dot{\phi}_1 + 2\dot{X}_{S_1} \cdot a(m_{y.m.} + m_{np}) + 2\dot{\phi}_1 \cdot a^2 \cdot m_{y.m.} + \\ & + 2\dot{\phi}_2 \cdot a \cdot b \cdot m_{y.m.} + 2\dot{\phi}_1 a^2 m_{np} + 2\dot{\phi}_2 a \cdot n m_{np} + 2\dot{\phi}_3 \cdot a \cdot d_1 \cdot m_{np} + \\ & + 2\dot{\phi}_4 a \cdot r_2 m_{np}] = I_{S_1} \dot{\phi}_1 + \dot{X}_{S_1} a(m_{y.m.} + m_{np}) + \dot{\phi}_1 a(m_{y.m.} + m_{np}) + \\ & + \dot{\phi}_2 \cdot a \cdot b \cdot m_{y.m.} + \dot{\phi}_2 \cdot a \cdot n \cdot m_{np} + \dot{\phi}_3 \cdot a \cdot d_1 \cdot m_{np} + \dot{\phi}_4 \cdot a \cdot r_2 \cdot m_{np} \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial \dot{\phi}_2} = & \frac{1}{2} [2I_{S_2} \dot{\phi}_2 + 2\dot{\phi}_2 b^2 m_{y.m.} + 2\dot{\phi}_1 a b m_{y.m.} + 2\dot{X}_{S_1} n m_{np} + \\ & + 2\dot{\phi}_1 a n m_{np} + 2\dot{\phi}_2 n^2 \cdot m_{np} + 2\dot{\phi}_3 \cdot n \cdot d_1 \cdot m_{np} + 2\dot{\phi}_4 n \cdot r_2 \cdot m_{np}] = \\ & = I_{S_2} \dot{\phi}_2 + \dot{\phi}_2 b^2 \cdot m_{y.m.} + \dot{\phi}_1 a b m_{y.m.} + \dot{X}_{S_1} n \cdot m_{np} + \dot{\phi}_1 a n m_{np} + \\ & + \dot{\phi}_2 \cdot n^2 \cdot m_{np} + \dot{\phi}_3 n \cdot d_1 \cdot m_{np} + \dot{\phi}_4 \cdot n \cdot r_2 \cdot m_{np} \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial \dot{\phi}_3} = & \frac{1}{2} [2I_{S_3} \dot{\phi}_3 + 2\dot{X}_{S_1} d_1 m_{np} + 2\dot{\phi}_1 a d_1 m_{np} + 2\dot{\phi}_2 n d_1 m_{np} + 2\dot{\phi}_3 \cdot d_1 \cdot m_{np}] = \\ & = I_{S_3} \dot{\phi}_3 + \dot{X}_{S_1} d_1 \cdot m_{np} + \dot{\phi}_1 a d_1 m_{np} + \dot{\phi}_2 \cdot n d_1 \cdot m_{np} + \dot{\phi}_3 d_1^2 \cdot m_{np} \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial \dot{\phi}_4} = & \frac{1}{2} [2I_{S_4} \dot{\phi}_4 + 2\dot{X}_{S_1} r_2 m_{np} + 2\dot{\phi}_1 a r_2 m_{np} + 2\dot{\phi}_2 n r_2 m_{np}] = \\ & = I_{S_4} \cdot \dot{\phi}_4 + \dot{X}_{S_1} \cdot r_2 \cdot m_{np} + \dot{\phi}_1 \cdot a \cdot r_2 \cdot m_{np} + \dot{\phi}_2 \cdot n \cdot r_2 \cdot m_{np} \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial \dot{X}_{S_1}} = & \frac{1}{2} [2\dot{X}_{S_1} (m_{np} + m_{np} + m_{y.m.}) + 2\dot{\phi}_1 a (m_{y.m.} + m_{np}) + 2\dot{\phi}_2 b m_{y.m.} + \\ & + 2\dot{\phi}_2 n m_{np} + 2\dot{\phi}_4 r_2 m_{np} + 2\dot{\phi}_3 d_1 m_{np}] = \dot{X}_{S_1} (m_{np} + m_{np} + m_{y.m.}) + \\ & + \dot{\phi}_1 a (m_{y.m.} + m_{np}) + \dot{\phi}_2 b m_{y.m.} + \dot{\phi}_2 n m_{np} + \dot{\phi}_4 r_2 m_{np} + \dot{\phi}_3 d_1 m_{np}. \end{aligned} \quad (31)$$

Диференціюємо за часом вираження (27...31):

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial T}{\partial \dot{\phi}_1} \right] = & I_{S_1} \ddot{\phi}_1 + \ddot{X}_{S_1} \cdot a(m_{y.m.} + m_{np}) + \ddot{\phi}_1 a^2 (m_{y.m.} + m_{np}) + \\ & + \ddot{\phi}_2 a b m_{y.m.} + \ddot{\phi}_2 a n m_{np} + \ddot{\phi}_3 a d_1 m_{np} + \ddot{\phi}_4 a r_2 m_{np} \end{aligned} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial T}{\partial \dot{\phi}_2} \right] = & I_{S_2} \ddot{\phi}_2 + \ddot{X}_{S_1} \cdot n m_{np} + \ddot{\phi}_1 a b m_{y.m.} + \ddot{\phi}_1 a n m_{np} + \\ & + \ddot{\phi}_2 b^2 m_{y.m.} + \ddot{\phi}_2 n^2 m_{np} + \ddot{\phi}_3 n d_1 m_{np} + \ddot{\phi}_4 n r_2 m_{np} \end{aligned} \quad (33)$$

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial T}{\partial \dot{\phi}_3} \right] = I_{S_3} \ddot{\phi}_3 + \ddot{X}_{S_1} \cdot d_1 m_{np} + \ddot{\phi}_1 a d_1 m_{np} + \ddot{\phi}_2 n d_1 m_{np} + \ddot{\phi}_3 d_1 m_{np} \quad (34)$$

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial T}{\partial \dot{\phi}_4} \right] = I_{S_4} \ddot{\phi}_4 + \ddot{X}_{S_1} \cdot r_2 m_{np} + \ddot{\phi}_1 a r_2 m_{np} + \ddot{\phi}_2 n r_2 m_{np} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial T}{\partial \dot{X}_{S_1}} \right] = & \ddot{X}_{S_1} (m_{np} + m_{y.m.} + m_{np}) + \ddot{\phi}_1 a (m_{y.m.} + m_{np}) + \\ & + \ddot{\phi}_2 b m_{y.m.} + \ddot{\phi}_2 n m_{np} + \ddot{\phi}_4 r_2 m_{np} + \ddot{\phi}_3 d_1 m_{np} \end{aligned} \quad (36)$$

Підставляємо вираження (32...36) і (20...24) у рівняння (25) і одержуємо систему диференціальних рівнянь:

$$I_{S_1} \ddot{\varphi}_1 + \ddot{X}_{S1} \cdot a(m_{y.m.} + m_{np}) + \ddot{\varphi}_1 a^2(m_{y.m.} + m_{np}) + \ddot{\varphi}_2 abm_{y.m.} + \ddot{\varphi}_2 anm_{np} + \ddot{\varphi}_3 ad_1 m_{np} + \ddot{\varphi}_4 ar_2 m_{np} = T_A \cdot h_1 - T_B \cdot h_2 - M_A - M_B + F_B \cdot \psi_B \cdot h_2 - \quad (37)$$

$$- 2T_L \cdot a + 2S_L \cdot a \cdot (\varphi_2 - \varphi_1 - \psi_L) + R \cdot a \cdot (\varphi_2 - \varphi_1 - \gamma_M) - T_N \cdot a - T_K \cdot a + S_N \cdot a \cdot (\varphi_3 - \varphi_1 - \psi_N) + S_K \cdot a \cdot (\varphi_3 + \varphi_4 - \varphi_1 - \psi_K) \\ I_{S_2} \ddot{\varphi}_2 + \ddot{X}_{S1} \cdot nm_{np} + \ddot{\varphi}_1 abm_{y.m.} + \ddot{\varphi}_1 anm_{np} + \ddot{\varphi}_2 b^2 m_{y.m.} + \ddot{\varphi}_2 n^2 m_{np} + \ddot{\varphi}_3 nd_1 m_{np} + \ddot{\varphi}_4 nr_2 m_{np} = -T_L \cdot l - S_L \cdot l \cdot \psi_L - M_L - T_N \cdot n \cdot \sqrt{1 - \frac{r_1^2}{b^2}} - \quad (38)$$

$$- T_K \cdot n \cdot \sqrt{1 - \frac{r_1^2}{b^2}} - S_N \cdot n \cdot (\varphi_3 - \varphi_2 - \psi_N) \cdot \sqrt{1 - \frac{r_1^2}{b^2}} - S_K \cdot n \cdot (\varphi_3 + \varphi_4 - \varphi_2 - \psi_K) * \\ * \sqrt{1 - \frac{r_1^2}{b^2}} - S_L \left(l \cdot \psi_L \sin \left(\arccos \frac{p}{l} \right) + (p + l\varphi_2) \right) - T_L \cdot l \cdot \sqrt{1 - \frac{p^2}{l^2}} - R \cdot \gamma_M \cdot c. \\ I_{S_3} \ddot{\varphi}_3 + \ddot{X}_{S1} \cdot d_1 m_{np} + \ddot{\varphi}_1 ad_1 m_{np} + \ddot{\varphi}_2 nd_1 m_{np} + \ddot{\varphi}_3 d_1 m_{np} = \quad (39)$$

$$= -T_N d_1 - S_N d_1 \psi_N - T_K d_1 - M_N - S_K d_1 \psi_K$$

$$I_{S_4} \ddot{\varphi}_4 + \ddot{X}_{S1} \cdot r_2 m_{np} + \ddot{\varphi}_1 ar_2 m_{np} + \ddot{\varphi}_2 nr_2 m_{np} = -T_K d_2 - S_K \psi_K d_2 - M_K \quad (40)$$

$$\ddot{X}_{S1} (m_{np} + m_{\acute{o}.i.} + m_{np}) + \ddot{\varphi}_1 a (m_{\acute{o}.i.} + m_{np}) + \ddot{\varphi}_2 bm_{\acute{o}.i.} + \ddot{\varphi}_2 nm_{np} + \ddot{\varphi}_4 r_2 m_{np} + \ddot{\varphi}_3 d_1 m_{np} = -T_A - T_B - 2T_L - T_N - T_K + S_A (\varphi_1 - \psi_A) + 2S_L (\varphi_2 - \psi_L) + \quad (41) \\ + S_N (\varphi_3 - \psi_N) - (S_A + S_L + S_N + S_K + R_D) (\varphi_1 - \psi_B) - R_D \cdot \gamma \acute{o}$$

Система диференційних рівнянь (37...41) є математичною моделлю відносного руху причіпного збирального агрегату.

Висновки. В результаті проведених теоретичних досліджень отримана математична модель відносного руху збирального агрегату, аналіз якої дозволить встановити режими стійкого руху агрегату та визначити його конструктивні параметри.

Література

1. *Горячкин В.П.* Теория масс и скоростей сельскохозяйственных машин и орудий / *В.П. Горячкин* // Собрание сочинений. – т.1. – М.: Колос, 1965. – С.431-465.
2. *Василенко П.М.* Элементы теории устойчивости движения прицепных сельскохозяйственных машин и орудий / *П.М.Василенко* /Сборник трудов по земледельческой механике. – М., 1954. – С.73-92.
3. *Василенко П.М.* О методике механико-математических изысканий при разработке сельскохозяйственной техники / *П.М.Василенко.* – М.: Бюро технической информации ГОСНИТИ, 1962. – 280 с.
4. *Гячев Л.В.* Динамика машинно-тракторных и автомобильных агрегатов / *Л.В. Гячев.* – Ростов на Дону: РГУ, 1976. – 192 с.
5. *Гячев Л.В.* Устойчивость движения сельскохозяйственных машин

и агрегатов / Л.В. Гячев. – М.: Машиностроение, 1981. – 206 с.

6. Булгаков В.М. Інженерна механіка: підручник / В.М. Булгаков, О.І. Литвинов, Д.Г. Войтюк; за ред. В.М. Булгакова. – Вінниця: Нова книга, 2006. – Ч. 1. Теоретична механіка. – 504 с.

7. Леженкін О.М. Стійкість руху трактора при агрегуванні причіпного збирального агрегату / О.М. Леженкін // Праці ТДАТА. - Мелітополь, 2005. - Вип. 31. - С. 89-102.

8. Леженкін О.М. Диференціальні рівняння руху причіпної збиральної машини / О.М. Леженкін // Конструювання, виробництво та експлуатація сільськогосподарських машин; КНТУ.- Кіровоград 2010. – Вип. 40, т. II. – С. 57-65.

9. Леженкін О.М. Стійкість руху причіпа-возика для збирання очісного вороху / О.М. Леженкін // Праці ТДАТУ. – Мелітополь, 2010. – Вип. 10, т. 2. – С. 91-98.

10. Леженкин А.Н. Анализ устойчивости движения прицепной уборочной машины очесывающего типа /А.Н.Леженкин // Информационные технологии в эксплуатации МТП АПК; Известия междунар.академии аграрного образования. – СПб., 2008. – Вып.7. – Т.1. – С. 110-115.

11. Леженкин А.Н. Динамика очесывающего агрегата при уборке зерновых культур / А.Н. Леженкин // Механиз. и электриф. сел. х-ва. – 2004. - №12. – С. 24 – 25.

ПОСТРОЕНИЕ РАСЧЕТНОЙ МОДЕЛИ ОТНОСИТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ПРИЦЕПНОГО ЗЕРНОУБОРОЧНОГО АГРЕГАТА

В.М. Булгаков, И.В. Гриник, А.Н. Леженкин

Аннотация - в статье приводится расчетная схема прицепного уборочного агрегата, анализ действующих на него сил и методика построения математической модели относительного движения прицепного зерноуборочного агрегата в виде дифференциальных уравнений.

CONSTRUCTION OF SETTLEMENT MODEL OF RELATIVE MOVEMENT OF THE HOOK-ON GRAIN-HARVESTING UNIT

V. Bulgakov, I. Grinyk, A. Lezhenkin

Summary

In article the settlement scheme of the hook-on harvest unit, the analysis of forces operating on it and a technique of construction of mathematical model of relative movement of the hook-on grain-harvesting unit in the form of the differential equations is resulted.