Мета статті. Пропонується дослідити і проаналізувати закономірності і властивості чисел трикутника Паскаля, їхнє можливе застосування на уроках математики.

Основні матеріали дослідження. Паскаль винайшов свій трикутник у 1653 році в праці «Traité du triangle arithmétique» як частину задачі дослідження ймовірностей і для обчислень. Трикутник Паскаля – нескінченна числова таблиця трикутної форми, в якій на вершині та по бічним сторонам розташовані одиниці, а кожне з інших чисел дорівнює сумі двох чисел, що стоять над ним ліворуч і праворуч в попередньому рядку. Таблиця є симетричною відносно осі, що проходить через її вершину. Вздовж діагоналей, що паралельні сторонам трикутника (рис. 1 – зелені лінії), стоять трикутні числа та їхні узагальнення на випадок просторів всіх розмірностей. Трикутні числа у самому звичайному та звичному для нас вигляді показують, скільки кругів, що дотикаються один до одного, можна розташувати у вигляді трикутника – як класичний приклад початкове положення куль у більярді.

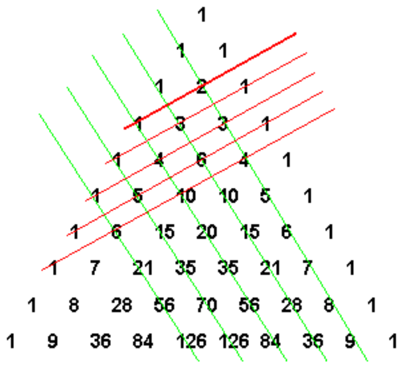

Рисунок 1 – Трикутник Паскаля

Числа в кожному рядку трикутника представляють собою коефіцієнти при розкладанні формули бінома Ньютона.

Мартін Гарднер писав [2, с. 296], що трикутник Паскаля такий простий, що його може виписати десятирічна дитина, але в той же час він містить в собі невичерпні скарби і пов'язує різні аспекти математики, які на перший погляд не мають нічого спільного.

Висновки. Досліджено властивості і закономірності чисел трикутника Паскаля, розроблено дидактичний матеріал, що може полегшити оволодіння матеріалом алгебри 7 класу при вивченні формул скороченого множення на прикладі бінома Ньютона.

Список використаних джерел:

1. Перельман Я. И. Живая математика. — М.: «Наука», 1967. — 160 с.
2. Гарднер М. Математические новеллы – Москва: «Мир», 1974. – 395 с.

УДК 518

ЗАДАЧА ПРО ПРАВИЛЬНИЙ ПАРКЕТ

Філобок Г. С., 8 клас, ЗОШ № 14,
Науковий керівник: Халанчук Л.В., асистент

Таврійський державний агротехнологічний університет імені Дмитра Моторного

Постановка проблеми. Найпростіший із «правильних» паркетів – це розбиття площини на квадрати, як на шаховому полі. А скільки є ще таких паркетів, що до кожної його вершини примикають чотири правильних багатокутники і усі вершини влаштовані однаково (останнє означає, що паркет можливо зрушити так, що будь-яка його задана вершина перейде в будь-яку задану вершину і усі лінії співпадуть). Але чи потрібно обмежуватись лише чотирма правильними багатокутниками? Чи може бути інша кількість правильних багатокутників?

Мета статті. Пропонується розглянути математичну модель залежності градусної міри кутів кількох правильних багатокутників, що збігаються у спільній вершині, від кількості сторін багатокутників; виявити способи застосування отриманої рівності до розв’язування прикладних задач.

Основні матеріали дослідження. Ми знаємо, що сума кутів правильного n-кутника дорівнює $180^0(n-2)$, а його один кут дорівнює [2, с. 201]:

$$\frac{180^0(n-2)}{n} = 180^0 - \frac{360^0}{n} \tag{1}$$

Нехай у вершині паркета сходяться кути чотирьох правильних многокутників: p-кутника, q-кутника, r-кутника і s-кутника. Сума цих кутів повинна дорівнювати 360^0. Запишемо цю умову:

$$180^0 - \frac{360^0}{p} + 180^0 - \frac{360^0}{q} + 180^0 - \frac{360^0}{r} + 180^0 - \frac{360^0}{s} = 360^0. \tag{2}$$

Легко зрозуміти, що ця рівність приводить до співвідношення

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} + \frac{1}{r} + \frac{1}{s} = 1 \tag{3}$$

Якщо вважати, що p ≤ q ≤ r ≤ s, то отримаємо таких четвірок 14 штук: (2, 3, 7, 42), (2, 4, 5, 20), (2, 6, 6, 6), (2, 3, 8, 24), (2, 4, 6, 12), (3, 3, 4, 12), (2, 3, 9, 18), (2, 4, 8, 8), (3, 3, 6, 6), (2, 3, 12, 12), (2, 5, 5, 10), (4, 4, 4, 4). Оскільки мова йде про багатокутники, потрібно відкинути ті четвірки, де p=2. Залишаться чотири четвірки: (4, 4, 4, 4), (3, 4, 4, 6), (3, 3, 6, 6), (3, 3, 4, 12). Перша четвірка співвідноситься паркету з однакових квадратів (до кожної вершини примикають 4 правильних чотирикутника), друга четвірка (3, 4, 4, 6) представляє правильні трикутник, шестикутник і 2 квадрати, (3, 3, 6, 6) – по 2 трикутники і шестикутники, а з четвірки (3, 3, 4, 12) не можна утворити правильний паркет.

Взагалі існує рівно 11 різних правильних паркетів, причому число багатокутників, збіжних в одній вершині, може дорівнюватись 3, 4 і 6, що вказано у статті [3].

Висновки. Побудовано математичну модель задачі про правильний паркет, знайдено розв'язок задачі, проаналізовано отриманий розв’язок та відкинуто всі відповіді, що не задовольняють умову задачі.

Список використаних джерел:

1. Перельман Я. И. Живая математика. — М.: «Наука», 1967. — 160 с.

2. Скрипник Т.В. Математика для 9-11 класів: Довідник школяра і студента. Донецьк: ТОВ ВКФ «БАО», 2004. – 320 с.

3. Заславский А. Паркеты и разрезания //Квант. – 1999. - № 2. – С.32.

УДК 518

РОЗВ'ЯЗАТИ ЗАДАЧУ ЧИ ПІДІБРАТИ ВІДПОВІДЬ?

Дроздова О. В., 8 клас, ліцей № 19,
Науковий керівник: Халанчук Л.В., асистент
Таврійський державний агротехнологічний університет імені Дмитра Моторного

Постановка проблеми. При розв'язанні не надто складних задач найчастіше використовуються арифметичний або алгебраїчний способи. Серед школярів користується популярністю спосіб підбору розв'язків. Особливо актуальним цей спосіб може бути для тих, хто складає ДПА чи ЗНО з математики, завдання яких містять тести, співставлення чи завдання, де необхідно тільки вписати відповідь, тобто не потрібно показувати розв'язок задач. Такі завдання дають волю вибору методу розв'язування задач, оскільки цей метод ніхто не побачить. Постає проблема виокремити такі задачі, де підбор відповіді є кращим способом розв'язання завдання.

Мета статті. Пропонується знайти, дослідити і проаналізувати всі способи розв'язання задач, які допускають арифметичний, алгебраїчний чи спосіб підбору розв'язку. Також пропонується виявити ситуації, де такий розв'язок може бути доречним чи мати пріоритет.

Основні матеріали дослідження. Розглянемо кілька задач.

Задача 1. Батькові 26 років, сину 6 років. Через скільки років батько буде втроє старше сина ?

Цю (й подібні) задачі прийнято розв'язувати одним з двох способів :

Арифметичний спосіб. Якщо батько став втричі старший за сина, то різниця їхнього віку вдвічі перевищує вік сина. Але ця різниця постійна і дорівнює 26-6=20 років, тому вік сина в шуканий момент буде дорівнювати 20:2=10, що відбудеться через 10-6=4 роки.

Алгебраїчний спосіб. Нехай батько стане втричі старшим за сина через x років. Тоді $26+x=3(6+x)$, звідси $x=4$.

Спосіб підбору. Спробуємо відповідь вгадати, точніше підібрати. В таких завданнях, як правило, тільки цілі числа, отже область пошуку спрощується. Коли батько стане втричі старший за сина, його вік повинен ділитися на 3. Спочатку таке настане, коли батькові буде 27 років, синові - 7 років (не підходить!), потім через 4 роки, тобто батькові 30 років, а синові - 10 років (тепер підходить!).

Задача 2. За переказами, на могильному камені був такий напис: " Подорожній! Під цим каменем покоїться прах Діофанта, який помер в глибокій старості. Шосту частину свого довгого життя був дитиною, дванадцяту - юнаком, сьому - провів неодруженим. Через п'ять років після одруження, у нього