

Дюжаєв В. П., Вершков О. О., Леженкін О. М.

ЛАБОРАТОРНИЙ ПРАКТИКУМ З ТЕОРЕТИЧНОЇ МЕХАНІКИ



Міністерство освіти і науки України
Таврійський державний агротехнологічний університет
імені Дмитра Моторного

Дюжаєв В. П., Вершков О. О, Леженкін О. М.

ЛАБОРАТОРНИЙ ПРАКТИКУМ З ТЕОРЕТИЧНОЇ МЕХАНІКИ

*рекомендовано методичною комісією факультету інженерії та
комп'ютерних технологій*

*Таврійського державного агротехнологічного університету, як
навчально-методичний посібник для підготовки здобувачів ступеня
вищої освіти «Бакалавр» зі спеціальностей: 208 «Агроінженерія»,
133 «Галузеве машинобудування», 122 «Комп'ютерні науки та
інформаційні технології»*

Мелітополь
2019

УДК 531.3(076.5)

Д 95

*Рекомендовано методичною комісією факультету інженерії та комп'ютерних технологій Таврійського державного агротехнологічного університету імені Дмитра Моторного як навчально-методичний посібник
Протокол № 10 від «30» травня 2019 р*

Рецензенти:

М. В. Морозов – к.ф.-м.наук, доцент кафедри вищої математики і фізики Таврійського державного агротехнологічного університету імені Дмитра Моторного

В. С. Єремєєв – д-р. техн. наук, професор кафедри інформатики і кібернетики Мелітопольського державного педагогічного університету ім. Б. Хмельницького

Дюжаєв В. П.

Д95 Лабораторний практикум з теоретичної механіки. Навч.метод. посіб. / В. П. Дюжаєв, О. О. Вершков, О. М. Леженкін; Таврійський державний агротехнологічний університет. – Мелітополь: ТДАТУ, 2019. – 56 с.

Лабораторний практикум призначено для студентів всіх технічних спеціальностей, які вивчають розділ динаміка. Лабораторні роботи повинні сприяти кращому засвоєнню студентами фізичної сутності положень динаміки та закріпленню теоретичних знань, що дає їм деякі навички проведення експериментальних досліджень. Вибір тем лабораторних робіт обумовлено наявністю відповідного обладнання та відповідає робочій програмі курсу теоретичної механіки. Зміст видання відповідає освітньо-професійній програмі підготовки бакалаврів зі спеціальностей: 208 «Агроінженерія», 313 «Галузеве машинобудування», 122 «Комп'ютерні науки» (галузевий стандарт вищої освіти України ГСВО ОПП-05) та програмі дисципліни «Інженерна механіка (Теоретична механіка)».

УДК 531.3(076.5)

© Дюжаєв В.П., Вершков О.О.,
Леженкін О.М.

© Таврійський державний
агротехнологічний університет, 2019

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА	4
1.Лабораторна робота №1. <i>Визначення коефіцієнту тертя ковзання методом похилої площини</i>	5
Додаток 1. <i>Звіт до лабораторної роботи №1. Визначення коефіцієнту тертя ковзання методом похилої площини</i>	13
2.Лабораторна робота №2. <i>Визначення моментів інерції тіл складної форми методом крутильних коливань на біфілярному підвісі</i>	15
Додаток 2. <i>Звіт до лабораторної роботи №2. Визначення моментів інерції тіл складної форми методом крутильних коливань на біфілярному підвісі</i>	20
3.Лабораторна робота №3. <i>Визначення моментів інерції тіл складної форми методом крутильних коливань на уніфілярному підвісі</i>	22
Додаток 3. <i>Звіт до лабораторної роботи №3. Визначення моментів інерції тіл складної форми методом крутильних коливань на уніфілярному підвісі</i>	27
4.Лабораторна робота №4. <i>Визначення моментів інерції тіл складної форми методом фізичного маятника</i>	30
Додаток 4. <i>Звіт до лабораторної роботи №4. Визначення моментів інерції тіл складної форми методом фізичного маятника</i>	35
5.Лабораторна робота №5. <i>Дослідження згасаючих коливань на механічній моделі</i>	37
Додаток 5. <i>Звіт до лабораторної роботи №5. Дослідження згасаючих коливань на механічній моделі</i>	45
6.Лабораторна робота №6. <i>Дослідження вимушених коливань на механічній моделі</i>	50
Додаток 6. <i>Звіт до лабораторної роботи №6. Дослідження вимушених коливань на механічній моделі</i>	54

ПЕРЕДМОВА

Лабораторні роботи виконуються згідно типової програми з теоретичної механіки для підготовки бакалаврів за напрямком «Механізація сільського господарства». Послідовність лабораторних робіт прийнята такою, що для їх виконання студенти другого курсу вже мають необхідні теоретичні знання з лекційного курсу, розділ теоретичної механіки «Динаміка». Вибір тем лабораторних робіт обумовлено наявністю відповідного обладнання та відповідає робочій програмі курсу теоретичної механіки ТДАТУ.

Постановка робіт не має ціллю експериментальної перевірки теорем та положень динаміки, вони повинні сприяти кращому засвоєнню студентами фізичної суті цих положень та закріпленню їх теоретичних знань. Виконуючи зв'язок теорії з практикою лабораторні роботи навчають студентів застосуванню своїх знань до рішення практичних технічних задач. Навчальний посібник дає можливість студентам засвоїти методи експериментального визначення коефіцієнту тертя, моменту інерції тіл складної форми, дослідження коливань на механічній моделі.

Структурно методичні вказівки для виконання лабораторних робіт складаються з теоретичної частини, опису експериментальної установки, послідовності виконання роботи, контрольних питань та форми звіту до виконання лабораторної роботи.

Роботу над навчальним посібником автори розподілили наступним чином: лабораторні роботи №1,2, 3, 4 – В.П.Дюжаєв, О.О.Вершков; лабораторні роботи №5,6 – В.П.Дюжаєв, О.М.Леженкін.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 1

ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТА ТЕРТЯ КОВЗАННЯ МЕТОДОМ ПОХИЛОЇ ПЛОЩИНИ

ЦІЛЬ РОБОТИ: вивчення методів визначення статичного і динамічного коефіцієнтів тертя ковзання.

1 ПРОГРАМА РОБОТИ.

- 1.1. Теоретичне обґрунтування методів.
 - 1.1.1. Визначення статичного коефіцієнта тертя ковзання.
 - 1.1.2. Визначення динамічного коефіцієнта тертя ковзання.
- 1.2. Експериментальне визначення статичного і динамічного коефіцієнтів тертя ковзання.
 - 1.2.1. Підготовка і проведення експерименту.
 - 1.2.2. Обробка результатів експерименту.
 - 1.2.3. Розрахунок коефіцієнтів тертя ковзання і порівняння їх значень з табличними даними.

ЧАС РОБОТИ – 90 хвилин

2. МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ.

4.8. Фізична природа тертя ковзання.

Тертям ковзання називається опір, що виникає при переміщенні одного тіла по поверхні іншого.

Тертя ковзання між двома дотичними тілами відбувається, насамперед, у наслідок шорсткості їхньої поверхні і наявності сил молекулярного зчеплення в притиснутих друг до друга тіл.

Сила тертя є результат взаємодії двох дотичних тіл. Ця сила виникає в точках дотику, лежить у загальній дотичній площині до поверхні дотичних тіл і перешкоджає ковзанню одного тіла щодо іншого.

Незважаючи на те, що тертя є одне з найпоширеніших явищ природи і зустрічається майже в усіх задачах механіки, точні закони тертя дотепер не установлені внаслідок ускладнень, зв'язаних з виявленням повної фізичної картини виникнення сили тертя і з кількісною оцінкою усіх факторів, від яких ця сила залежить. Тому при обліку сил тертя практично користаються законами, що носять, в основному, якісний характер і являють собою тільки деяке наближення до дійсності. Ці закони були встановлені в результаті перших дослідів над тертям, проведених Амонтом (1699 р.) і більш точних експериментальних досліджень Кулона (1781р.).

2.2. Закони тертя ковзання.

2.2.1. Тертя спокою.

Встановлені експериментально закони тертя ковзання при спокої можна сформулювати так: сила тертя ковзання діє по загальній дотичній площині до поверхні дотичних тіл, чисельне сила тертя має всякий раз те значення, яке необхідно для запобігання відносного ковзання тіл, але не може стати більше деякої визначеної граничної величини, тобто:

$$F \leq F_{\max} \quad (1.1)$$

Величина граничної сили тертя залежить від природи дотичних тіл і від виникаючої при їхньому взаємному тиску один на одного нормальної реакції \bar{N} і визначається рівнянням:

$$F_{\max} = f_0 N \quad (1.2)$$

де f_0 - абстрактне число, називане коефіцієнтом тертя ковзання при спокої, чи статичним коефіцієнтом тертя.

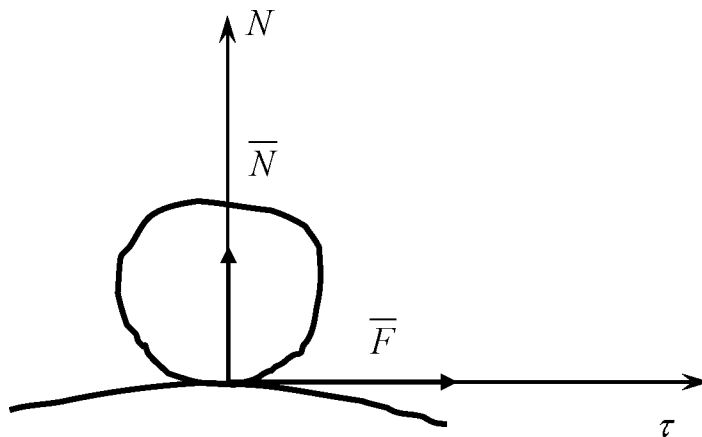


Рисунок 1.1 Реакція шорсткої поверхні.

Коефіцієнт залежить від матеріалу, чистоти обробки (шорсткості) і стану (вологості, температури й оз.) тертьових поверхонь і визначається дослідним шляхом.

Сила тертя не залежить від площі контакту дотичних при терті поверхонь.

З формул (1.1) і (1.2) випливає, що:

$$F \leq f_0 N \quad (1.3)$$

Уявлення про величину f_0 дають наступні дані:

- при терті дерева по дереву $f_0 = 0,4 \dots 0,7$
- при терті метала по металу $f_0 = 0,15 \dots 0,25$

2.2.2. Тертя руху.

При русі сила тертя спрямована у сторону, протилежну напрямку швидкості тіла, а її чисельна величина визначається рівнянням:

$$F = fN \quad (1.4)$$

де f – коефіцієнт тертя ковзання при русі, чи динамічний коефіцієнт тертя.

Він також залежить від матеріалу, чистоти обробки (шорсткості) і стану тертьових поверхонь і, крім того, від швидкості руху. Звичайно зі збільшенням швидкості величина f спочатку трохи убуває, а потім зберігає майже постійне значення (див. рис. 1.2).

Виключення складають, наприклад, тертя шкіри по металу, при якому f зі збільшенням швидкості трохи зростає.

2.3. Реакція зв'язку з тертям, кут і конус тертя.

Повна реакція зв'язку \bar{R} складається геометрично з нормальної реакції \bar{N} і перпендикулярної до неї сили тертя \bar{F} . Тому що $\bar{F} \leq F_{\max}$, то при даній величині \bar{N} повна реакція може мати рівні чисельні значення й утворювати рівні кути з нормаллю. Найбільше значення повна реакція R_{\max} має місце при $\bar{F} = \bar{F}_{\max}$.

Утворений при цьому реакцією R_{\max} кут φ с нормаллю називається кутом тертя.

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{F_{\max}}{N} = f_0 \quad (1.5)$$

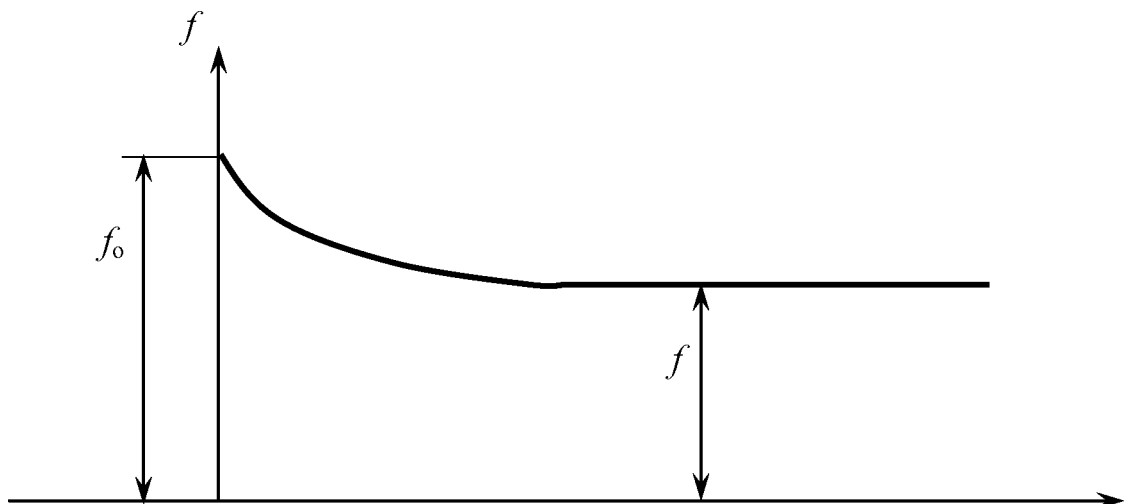


Рисунок 1.2 Залежність коефіцієнта тертя ковзання від швидкості

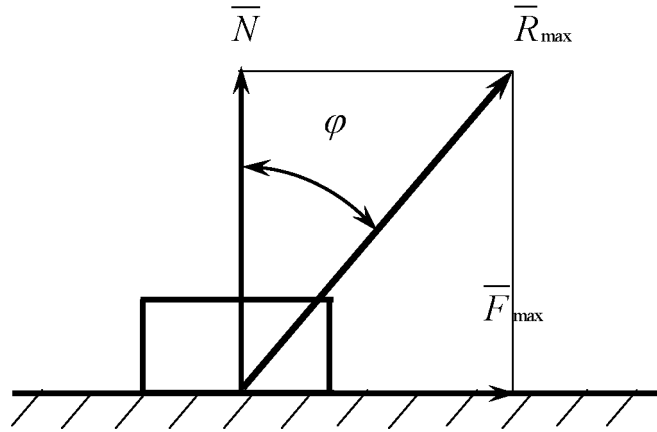


Рисунок 1.3 Кут тертя.

Тому що тіло може рухатись уздовж поверхні, що реалізує зв'язок, по будь-якому напрямку, то зв'язок з тертям може розвивати реакцію по всякому напрямку, що лежить у середині конуса (взагалі оз шифровці, якщо структура поверхні неоднорідна), віссю якого служить нормаль, а кут між віссю й утворюючою дорівнює куту тертя φ .

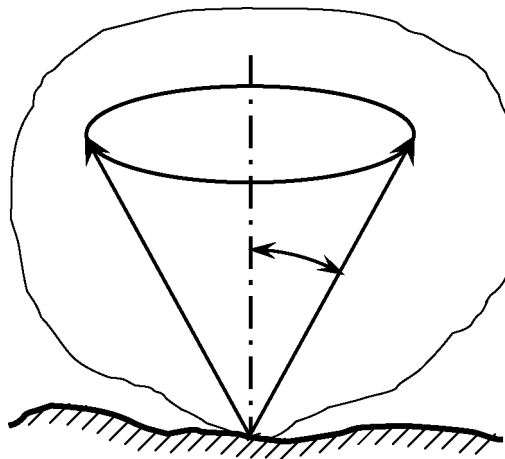


Рисунок 1.4 Конус тертя.

Звідси, зокрема, випливає, що для рівноваги тіла необхідно, щоб усі сили, що діють на тіло, привести до рівнодіючої, що проходить через точку A и знаходиться у середині конуса тертя.

2.4. Теоретичне обґрунтування методу.

Розглянемо рух тіла M по похилій шорсткуватій площині (див. рис.1.5).

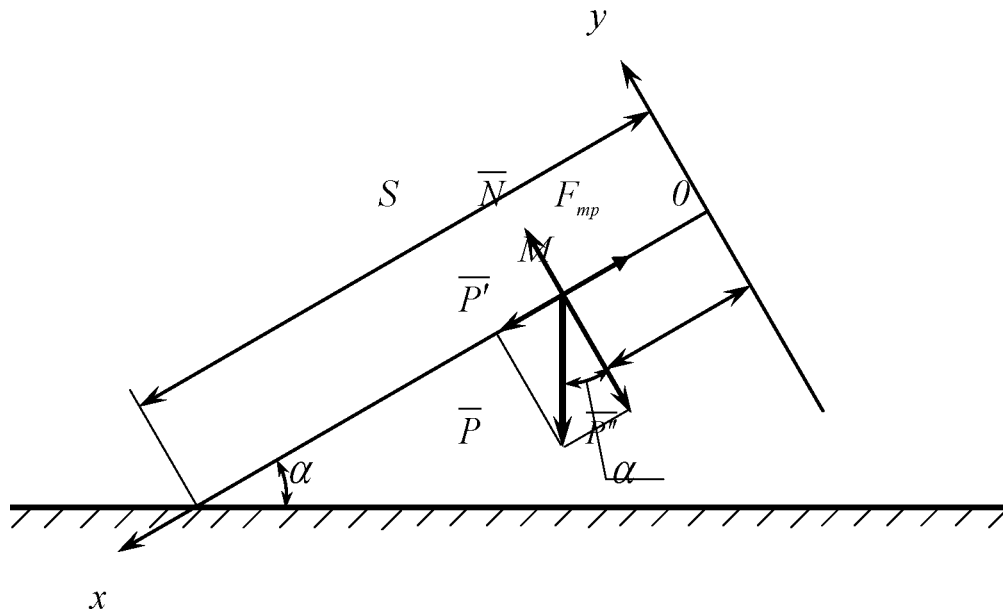


Рисунок 1.5 Розрахункова схема.

Позначимо: \bar{N} – нормальна реакція площини;
 \bar{F}_{mp} – сила тертя ковзання
 \bar{P} – сила ваги тіла M .

2.4.1. Статичний коефіцієнт тертя (f_0).

Розглядаючи рівновагу тіла M на похилій шорсткуватій площині, можна записати:

$$\Sigma F_{ix} = 0; \quad P \sin \alpha_0 - F_{mp} = 0 \quad (1.6)$$

$$\Sigma F_{iy} = 0; \quad N - P \cos \alpha_0 = 0; \quad (1.7)$$

З рівняння (1.7) одержимо:

$$N = P \cos \alpha_0 \quad (1.8)$$

Тому що $F_{тр} = f_0 N$, то з рівняння (1.6.), з огляду на (1.8), маємо:

$$F_{тр} = P \sin \alpha_0$$

$$f_0 N = P \sin \alpha_0$$

$$f_0 P \cos \alpha_0 = P \sin \alpha_0$$

Тоді

$$f_0 = \operatorname{tg} \alpha_0 \quad (1.9)$$

де α_0 - кут нахилу площини в момент початку руху тіла.

2.4.2. Динамічний коефіцієнт тертя (f).

На підставі розрахункової схеми (рис.1.5) диференціальне рівняння руху тіла в проекції на вісь OX буде мати вид:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = P \sin \alpha - F_{\text{тр}} \quad (1.10)$$

Початкові умови руху: при $t = 0$, $X_0 = 0$, $V_0 = 0$.

Відповідно до закону тертя ковзання, сила тертя дорівнює:

$$F_{\text{тр}} = fN = fP \cos \alpha = f m g \cos \alpha$$

Отже, рівняння 1.10 можна переписати так:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = g (\sin \alpha - f \cos \alpha) \quad (1.11)$$

Очевидно, що для здійснення руху необхідно, щоб кут нахилу площини (α) був більше кута тертя (φ) для даного матеріалу, тобто $\operatorname{tg} \alpha > f_0$ чи $\alpha > \varphi_0$, де f_0 – статичний коефіцієнт тертя; φ_0 – кут тертя при рівновазі.

Інтегруючи рівняння (1.11) з урахуванням початкових умов і умов наприкінці руху ($t = T$; $x = S$), одержимо:

$$V = g (\sin \alpha - f \cos \alpha) T \quad (1.12)$$

$$S = g (\sin \alpha - f \cos \alpha) \frac{T^2}{2} \quad (1.13)$$

Потрібно врахувати, що при інтегруванні передбачалася сталість коефіцієнта тертя ковзання.

Вирішуючи рівняння (1.13) щодо коефіцієнта тертя, одержимо остаточно:

$$f = \operatorname{tg} \alpha - \frac{2S}{gT^2 \cos \alpha}, \quad (1.14)$$

де α – кут нахилу площини до горизонту;

T – час руху тіла;

S – шлях, пройдений тілом за час T .

Отже, для визначення динамічного коефіцієнта тертя ковзання необхідно знати:

α – кут нахилу площини;

S – пройдений тілом шлях;

T – час проходження шляху S .

3. ОПИС УСТАНОВКИ ТМ- 21А.

3.1. Пристрій і принцип дії установки.

Установка ТМ 21А складається з платформи, закріпленої шарнірно на корпусі, що за допомогою труби і стакана кріпиться до масивної підстави, що спочиває на чотирьох регульованих по висоті опорах.

Платформа може встановлюватися в будь-якому положенні від 0° (горизонтальне положення) до 45° . Відлік кута нахилу платформи визначається по шкалі і ноніусу. Нахил платформи встановлюється спочатку від руки, при відкріплених рукоятках, а потім обертанням маховика при закріпленій рукоятці платформа встановлюється на необхідний кут, після чого за допомогою іншої рукоятки фіксується задане положення платформи.

Гвинтовий механізм нахилу платформи, складається з гвинта, гайки, сухаря, важеля, змонтованого у середині корпусу. Горизонтальність робочої поверхні при нульовій оцінці шкали вивіряється за рівнем і регулюється за допомогою опор.

На бічній поверхні платформи встановлюються два контакти, що можуть переставлятися уздовж її довжини, для чого передбачені різьбові отвори з кроком 100 мм.

Контакти заблоковані із секундоміром, встановленим у корпусі. Для підключення приладу до мережі мається вилка і тумблер. На лівому кінці платформи мається амортизатор, що зм'якшує удари зразків, і уловлювач, у котрий падають зразки.

3.2. Основні дані установки.

Робоча довжина поверхні платформи $S = 1,1$ м.

Максимальний кут нахилу платформи 45° .

Кількість зразків – 7 штук.

Точність показань електросекундоміра $\pm 0,01$ с.

Напруга перемінного струму 220 В.

Споживана потужність 20 Вт.

4. ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ.

4.1. Заготовити протокол експерименту згідно додатка І.

4.2. Ознайомитися з конструкцією і принципом дії установки.

4.3. Підключити установку до джерела перемінного струму і випробувати в дії.

4.4. Визначити статичний коефіцієнт тертя для випробовуваних зразків по формулі (1.9). Для цього на горизонтально розташовану платформу встановлюється на торець випробуваний зразок, після чого за допомогою гвинтового механізму здійснюється нахил платформи до моменту початку руху зразка. Кут тертя визначається по шкалі і його значення заноситься до протоколу експерименту.

4.5. Визначити динамічний коефіцієнт тертя по формулі (1.13).

Для цього платформу установити під кутом більшим, ніж кут тертя; контакти закріплюються на платформі в потрібному положенні; зразок з вихідного положення звільняється рукою для руху. При замиканні зразком першого контакту в момент початку руху включається в роботу електросекундомір. При розмиканні другого контакту електросекундомір виключається. Досвід повторити п'ять разів для кожного зразка. Показання електросекундоміру занести до протоколу (Додаток 1.1).

4.6. Установку відключити від мережі.

4.7. Обчислити ймовірне значення часу руху зразка (\bar{T}) і його граничну і відносну погрішності. Необхідна відносна погрішність $\delta T \leq 5\%$.

4.8. Обчислити динамічний коефіцієнт тертя за ймовірним значенням вимірюваних величин.

4.9. Визначити граничну абсолютну і відносну погрішність динамічного коефіцієнта тертя. Необхідна відносна погрішність $\delta f \leq 5\%$.

4.10. Зробити аналіз отриманих результатів у порівнянні з табличними (таблиця I).

4.11. Скласти звіт за формою, що додається (Додаток 1.1).

5. КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ.

5.1. Що називається тертям ковзання?

5.2. Записати закон Кулона для тертя.

5.3. Від чого залежить статичний коефіцієнт тертя.

5.4. Від чого залежить динамічний коефіцієнт тертя.

5.5. Що називається кутом тертя.

5.6. Що називається конусом тертя.

5.7. При яких умовах відбувається рух з тертям?

5.8. При яких умовах відбувається само заклинювання?

5.9. Яку розмірність має коефіцієнт тертя ковзання?

6. СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ.

6.1. Воронков И.М. “Курс теоретической физики. Часть I. Механика.” – М., 1954 и последующие издания.

6.2. Тарг С.М. “Краткий курс теоретической физики. Часть I. Механика.” – 3 изд. М., 1963 и последующие издания.

6.3. Добронравов В.В., Никитин Н.Н., Дворников А.Л. “Курс теоретической физики. Часть I. Механика.” – М., 1966 и последующие издания.

6.4. Крагельский И.В. “Трение и износ.” – М., 1968.

ЗВІТ ДО ЛАБОРАТОРНОЇ РОБОТИ № I
ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТУ ТЕРТЯ КОВЗАННЯ
МЕТОДОМ ПОХИЛОЇ ПЛОЩИНИ

4. Теоретична частина.

1.1. Розрахункова схема

1.2. Статичний коефіцієнт тертя (f_0):

1.3. Визначення динамічного коефіцієнту тертя (f).

1.3.1. Диференційне рівняння руху тіла M у кінцевому вигляді:

1.3.2. Початкові умови: $V_0 =$, $x_0 =$

1.3.3. Закон руху тіла M .

1.3.4. Динамічний коефіцієнт тертя:

де α - кут нахилення до обрїю;

T – час руху тіла M ;

S – шлях, що пройшло тіло M за час T .

4. РЕЗУЛЬТАТИ ЕКСПЕРИМЕНТУ ТА ЇХ ОБРОБКА

Пара матеріалів:

$S =$

$\alpha =$

№ вимірювання	α_0 , град.	T_i , с.	(ΔT_i) , с.	$(\Delta T_i)^2$, с ² .
1.				
2.				
3.				
4.				
5.				

3. РОЗРАХУНКОВА ЧАСТИНА.

3.1. Час руху зразка.

3.1.1. Вірогідний час руху зразка:

$$\bar{T} = \frac{\sum T_i}{n}$$

3.1.2. Гранична абсолютна та відносна похибка часу руху зразка

$$\sigma_{\bar{T}} = \sqrt{\frac{\sum (T_i - \bar{T})^2}{n(n-1)}}$$
$$\delta T = \frac{\Delta T}{\bar{T}} \cdot 100\%$$

3.1.3. Прийнято $T =$

3.2. Розрахунок статичного коефіцієнту тертя.

$$A_{o \text{ ср.}} = \frac{\sum \alpha_{oi}}{n}; \quad f_o = \text{tg } \alpha_{o \text{ ср.}}$$

3.3. Розрахунок динамічного коефіцієнту тертя.

3.3.1. Вірогідне значення

$$f = \text{tg } \alpha - \frac{2S}{g(\bar{T})^2 \cos \alpha}$$

3.3.2. Абсолютна та відносна похибка коефіцієнту тертя

$$\Delta \varphi = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \left[\left(1 - \frac{2S \sin \alpha}{g \bar{T}^2} \right) \Delta \alpha + \frac{2S}{g(\bar{T})^2 \cos \alpha} \left(2 \frac{\Delta T}{\bar{T}} - \frac{\Delta S}{S} \right) \right]$$

де прийнято $\Delta S = 0,001$ м, $\Delta \alpha = 0,02$ рад

$$\delta f = \frac{\Delta f}{f}$$

3.3.3. Приймаємо $f =$

3.4. Аналіз результатів, що одержані.

3.4.1. Довідкові значення: $f_o =$

$f =$

3.4.2. Результати експерименту: $f_o =$

$f =$

“ ___ “ _____ 20 ___ р.

Роботу виконав: _____

Роботу прийняв: _____

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №2

ВИЗНАЧЕННЯ МОМЕНТІВ ІНЕРЦІЇ ТІЛ СКЛАДНОЇ ФОРМИ МЕТОДОМ КРУТИЛЬНИХ КОЛИВАНЬ НА БІФЛЯРНМУ ПІДВІСІ

1. ЦІЛЬ РОБОТИ.

Вивчення методів визначення моменту інерції тіла складної форми експериментальним шляхом.

2. ПРОГРАМА РОБОТИ.

- 2.1. Теоретичне обґрунтування методу.
- 2.2. Експериментальне визначення моментів інерції.
 - 2.2.1. Підготовка до проведення експерименту.
 - 2.2.2. Обробка результатів експерименту.
 - 2.2.3. Розрахунок моменту інерції.

ЧАС РОБОТИ – 80 хвилин.

3. МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ.

3.1. Теоретичне обґрунтування методу.

Для динамічного дослідження обертального чи складного руху тіла необхідно, щоб момент інерції тіла був заданий.

Для цілого ряду деталей машин момент інерції аналітичним шляхом одержати важко. Тому здобувають особливий інтерес, як наближені прийоми, так і експериментальні методи визначення моментів інерції. У практиці звичайно визначають момент інерції щодо осі, що проходить через центр ваги деталі і розташованої перпендикулярно площини її руху і називається він центральним моментом інерції.

У якості наближеного аналітичного методу застосовується метод подоби. Суть цього методу полягає в тім, що заміняємо деталь таким однорідним тілом, геометрична форма якого з однієї сторони близька до дійсної форми деталі, а з іншого боку – положення центра ваги, а також центральний момент інерції його легко обчислюється аналітично.

Наприклад: маховики, великі зубчасті колеса, великі шківни можуть бути замінені тонкостінним циліндром з радіусом, рівним зовнішньому радіусу, рівним, а маса дорівнює масі випробуваного тіла.

Зазначений метод годиться тільки для орієнтованих підрахунків, що дозволяють швидко прикинути порядок числа, яким буде визначатися момент інерції деталі.

Метод крутильних коливань застосовується для визначення моментів інерції деталей, що мають форму тіла чи обертання симетричних щодо осі обертання: шестірні, шківни, маховики, вентилятори, колінчаті вали.

Деталь закріплюється так, щоб центральна вісь збігалася з віссю пружного стрижня.

Системі повідомляються крутильні коливання з невеликим кутом розмаху ($9 \dots 10^\circ$). При невеликих кутах закручування ці коливання близькі до гармонійних коливань.

Диференціальне рівняння коливань системи складемо у формі:

$$J_z \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = L_z \quad (2.1)$$

де J_z – момент інерції тіла щодо осі, що проходить через його центр ваги;

φ - кут закручування дроту щодо його геометричної осі;

L_z – алгебраїчна сума моментів усіх зовнішніх сил, що діють на тіло, щодо осі його обертання (головний момент).

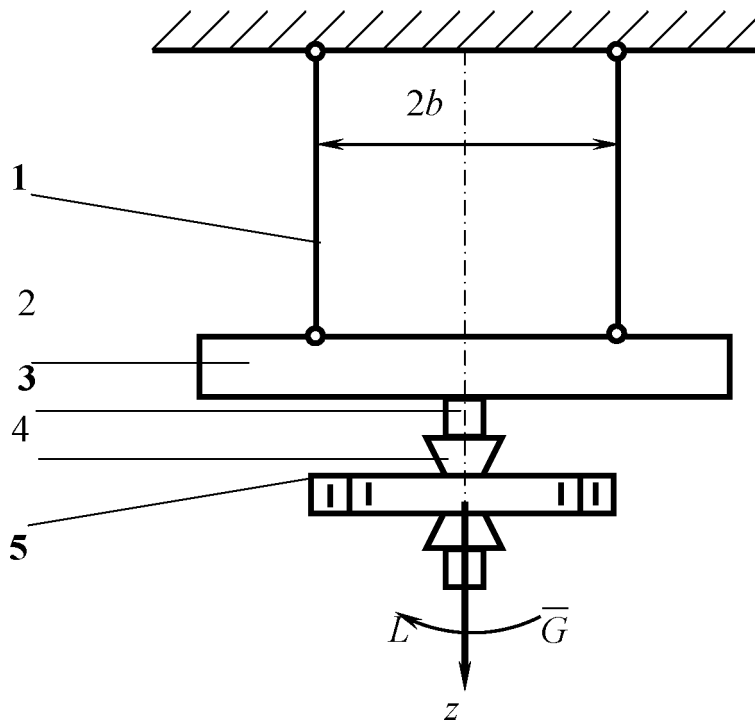


Рисунок 2.1 Розрахункова схема

Зневажаючи, через малість, силою опору повітря, можна вважати, що головний момент L_z зовнішніх сил, що діють на тіло, дорівнює моменту, що відновлює, обумовленим кутом закручування бруса (2).

Момент, що L_z відновлює, дорівнює:

$$L_z = -\frac{G_{\text{общ}} \cdot b^2}{a} \varphi \quad (2.2)$$

де $G_{\text{общ}}$ - вага тіла і бруса з конусами;

a – довжина нитки;

$2b$ – відстань між нитками.

Диференціальне рівняння коливань системи:

$$J_{\text{общ}} \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = - \frac{G_{\text{общ}} \cdot b^2}{a} \varphi \quad (2.3)$$

Після перетворення диференціальне рівняння (2.3) буде мати вид:

$$\frac{d^2 \varphi}{dt^2} + \frac{M_{\text{общ}} \cdot g \cdot b^2}{a \cdot J_{\text{общ}}} \cdot \varphi = 0$$

Думаючи $\frac{M_{\text{общ}} \cdot g \cdot b^2}{J_{\text{общ}} \cdot a} = k^2$, одержимо $\frac{d^2 \varphi}{dt^2} + k^2 \varphi = 0$. (2.4)

Відповідно до теорії гармонійних коливань, період малих коливань $T_{\text{общ}}$ буде дорівнює:

$$T_{\text{общ}} = \frac{2\pi}{k} = 2\pi \sqrt{\frac{J_{\text{общ}} \cdot a}{M_{\text{общ}} \cdot g \cdot b^2}}$$

Звідси,

$$J_{\text{общ}} = \frac{M_{\text{общ}} \cdot g \cdot b^2 T_{\text{общ}}^2}{4\pi^2 \cdot a}$$

Але тому що $J_{\text{общ}} = J + J_o$, те момент інерції випробуваного тіла:

$$J = \frac{M_{\text{общ}} \cdot g \cdot b^2 \cdot T_{\text{общ}}^2}{4\pi^2 \cdot a} - J_o \quad (2.5)$$

де J_o - момент інерції бруса і конусів, підраховуваний по формулі:

$$J_o = \frac{M_o \cdot g \cdot b^2 \cdot T_o^2}{4\pi^2 \cdot a} \quad (2.6)$$

де T_o - час одного повного коливання бруса і конусів.

Підставивши значення J_o у формулу (2.5), одержимо остаточну формулу для обчислення моменту інерції тіла:

$$J = \frac{g \cdot b^2}{4\pi^2 \cdot a} (M_{\text{общ}} \cdot T_{\text{общ}}^2 - M_o \cdot T_o^2) \quad (2.7)$$

де $M_{\text{общ}}$ – маса тіла, бруса і конусів;

M_o – маса бруса і конусів.

Таким чином, для моменту інерції тіла по методу коливань на біфілярному підвісі необхідно знати:

- $M_{обц}$ – масу випробуваного тіла, бруса і конусів у кілограмах;
 M_o – масу бруса і конусів у кілограмах;
 $2b$ – відстань між нитками в метрах;
 a – довжину ниток у метрах;
 $T_{обц}$ – час повного періоду коливань тіла, бруса і конусів у секундах;
 T_o – час повного періоду коливань бруса і конусів у секундах.

4. ПРИЛАДИ ТА УСТАТКУВАННЯ.

4.1. Перелік приладів і устаткування:

- а) прилад ТММ-27;
- б) секундомір;
- в) ваги;
- г) мір'яльний інструмент (штангенциркуль);
- д) випробуване тіло;

4.2. Пристрій приладу ТММ-27.

Прилад ТММ-27 (Рис.2.1) представляє собою триногий штатив (1), до якого за допомогою спеціального кронштейна (2) і верхнього бруса (3) підвішені дві рівнобіжні нитки 4. До нижнього бруса (5) кріпитися затискне пристосування (6) для кріплення випробуваних деталей (7).

У якості затискного пристосування застосовується спеціальний пристрій у виді двох конусів з центральним затискним болтом.

5. ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ.

- 5.1. Вивчити теоретичне обґрунтування методу.
- 5.2. Визначити необхідні вихідні дані.
 - 5.2.1. Масу бруса і конусів M_o і масу випробуваного тіла $M_{обц}$.
 - 5.2.2. Радіус випробуваного тіла R .
 - 5.2.3. Відстань між нитками $2b$, довжину нитки a .
- 5.3. Визначити момент інерції випробуваного тіла по наближеній формулі.
- 5.4. Підготувати установку для експерименту.
- 5.5. Закріпити тіло на установці і виконати експеримент.
 - 5.5.1. Закріпити тіло на приладі так, щоб центральна вісь його збіглася з віссю симетрії приладу.
 - 5.5.2. Повідомити всій системі крутильні коливання з кутом φ не більш 10° .
 - 5.5.3. За допомогою секундоміра замірити 5 разів час 20 повних коливань і визначити період коливань $T_{обц}$.
 - 5.5.4. Результати експерименту занести до протоколу (Додаток 1).

- 5.5.5. Зняти випробуване тіло.
- 5.6. Виконати експеримент для бруса з конусами відповідно до пункту 5.5 про визначити T_o .
- 5.7. Привести установку у вихідне положення.
- 5.8. Обчислити ймовірні значення періодів коливань T і T_o і їх граничні абсолютні і відносні погрішності. Необхідна точність $\delta T_{\text{обц}} \leq 5\%$; $\delta T_o \leq 5\%$.
- 5.9. Обчислити центральний момент інерції по прийнятих ймовірних значеннях вимірюваних величин по формулі (3.7).
- 5.10. Визначити граничну абсолютну й відносну погрішності центрального моменту інерції. Необхідна точність 5%.
- 5.11. Скласти звіт за формою, що додається (Додаток 2).

6. КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ.

- 6.1. Що називається моментом інерції твердого тіла?
- 6.2. Які бувають моменти інерції?
- 6.3. Що характеризують різні моменти інерції?
- 6.4. Записати загальні формули для визначення моменту інерції?
- 6.5. По якій формулі визначається момент інерції через радіус інерції?
- 6.6. Що називається радіусом інерції?
- 6.7. Як сформулюється теорема Штейнера?
- 6.8. Яка розмірність моменту інерції?
- 6.9. Яка залежність між осьовим і полярним моментами інерції для тіл обертання?
- 6.10. Що називається центральним моментом інерції?
- 6.11. Які Ви знаєте експериментальні методи визначення моментів інерції?

7. СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ.

- 7.1. Воронков И.М. Курс теоретичної механіки. М., 1954 і наступні видання.
- 7.2. Тарг С.М. Короткий курс теоретичної механіки. 3-і оз. М., 1963 і наступні видання.
- 7.3. Добронравов В.В., Нікітін Н.Н., Добронравов А.Д. Курс теоретичної механіки. М., 1966 і наступні видання.

ЗВІТ ДО ЛАБОРАТОРНОЇ РОБОТИ №2
ВИЗНАЧЕННЯ МОМЕНТІВ ІНЕРЦІЇ ТІЛ СКЛАДНОЇ ФОРМИ
МЕТОДОМ
КРУТИЛЬНИХ КОЛИВАНЬ НА БІФІЛЯРНОМУ ПІДВІСІ.

1. ТЕОРЕТИЧНА ЧАСТИНА.

- 1.1. Розрахункова схема.
- 1.2. Диференційне рівняння руху.
- 1.3. Диференційне рівняння гармонічних коливань.

Де ω - кругова частота гармонічних коливань.

- 1.4. Період малих коливань.
- 1.5. Момент інерції

де

2. ФИЗИЧНІ І ГЕОМЕТРИЧНІ ПАРАМЕТРИ.

$$M_{\text{общ}} \text{ _____ кг, } M_o \text{ _____ кг, } R = \text{ _____ м,}$$

$$2b \text{ _____ м, } a \text{ _____ м,}$$

3. РЕЗУЛЬТАТИ ЕКСПЕРИМЕНТУ І ЇХ МАТЕМАТИЧНА ОБРОБКА

№	$20T_{oi}, \text{с}$	$T_{oi}, \text{с}$	$(\Delta T_o), \text{с}$	$(\Delta T_o)^2, \text{с}^2$	$20T_{\text{обци}}, \text{с}$	$T_{\text{обци}}, \text{с}$	$(\Delta T_{\text{обци}}), \text{с}$	$(\Delta T_{\text{обци}})^2, \text{с}^2$
1								
2								
3								
4								
5								

4. РОЗРАХУНКОВА ЧАСТИНА.

4.1. Розрахунок періоду коливань.

4.1.1. Вірогідне значення періоду коливань.

$$\bar{T}_o = \frac{\sum T_{oi}}{n} = \qquad \bar{T}_{обц} = \frac{\sum T_{обци}}{n} =$$

4.1.2. Гранична абсолютна і відносна похибка періоду коливань.

$$\sigma_{T_o} = \sqrt{\frac{\sum (T_{oi} - \bar{T}_o)^2}{n(n-1)}} = \qquad \delta T_o = \frac{\sigma_{T_o}}{\bar{T}_o} \cdot 100\% =$$

$$\sigma_{T_{обц}} = \sqrt{\frac{\sum (T_{обци} - \bar{T}_{обц})^2}{n(n-1)}} = \qquad \delta T_{обц} = \frac{\sigma_{T_{обц}}}{\bar{T}_{обц}} \cdot 100\% =$$

4.1.3. Прийнято $T_o =$ $T_{обц} =$

4.2. Момент інерції тіла, що досліджується, по приблизній формулі.

$$J = \frac{1}{2} MR^2 =$$

4.3. Момент інерції по розрахунковий формулі.

4.3.1 Вірогідне значення

$$J = \frac{b^2 g}{4\pi^2 \cdot a} (M_{обц} \cdot T_{обц}^2 - M_o T_o^2) =$$

4.3.2. Абсолютна і відносна похибка моменту інерції:

$$J = \frac{b^2 g}{4\pi^2 \cdot a} \cdot M_{обц} \left(\frac{\Delta M_{обц}}{M_{обц}} + \frac{2\Delta T_{обц}}{T_{обц}} \right) + \frac{b^2 g}{4\pi^2 \cdot a} \left(\frac{\Delta M_o}{M_o} + \frac{2\Delta T_o}{T_o} \right) =$$

де прийнято $\Delta M = 0,001$ кг, $\Delta a = 0,001$ м.

4.3.3. Прийняте значення моменту інерції

$$J =$$

“ ” _____ 20__ р.

Роботу виконав _____

Роботу прийняв _____

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №3

ВИЗНАЧЕННЯ МОМЕНТІВ ІНЕРЦІЇ ТІЛ СКЛАДНОЇ ФОРМИ МЕТОДОМ КРУТИЛЬНИХ КОЛИВАНЬ НА УНІФІЛЯРНОМУ ПІДВІСІ

1. ЦІЛЬ РОБОТИ.

Вивчити метод визначення моменту інерції тіла складної форми експериментальним шляхом.

2. ПРОГРАМА РОБОТИ.

- 2.1. Теоретичне обґрунтування методу.
- 2.2. Експериментальне визначення моментів інерції.
 - 2.2.1. Підготовка до проведення експерименту.
 - 2.2.2. Обробка результатів експерименту.
 - 2.2.3. Розрахунок моменту інерції.

ЧАС РОБОТИ – 80 хвилин

3. МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ.

3.1. Теоретичне обґрунтування методу.

Для динамічного дослідження обертального чи складного руху тіла необхідно, щоб момент інерції тіла був заданий.

Для цілого ряду деталей машин момент інерції аналітичним шляхом одержати важко. Тому здобувають особливий інтерес, як наближені прийоми, так і експериментальні методи визначення моментів інерції. У практиці звичайно визначають момент інерції щодо осі, що проходить через центр ваги деталі і розташованої перпендикулярно площини її руху і називається він центральним моментом інерції.

У якості наближеного аналітичного методу застосовується метод подіб. Суть цього методу полягає в тому, що заміняємо деталь таким однорідним тілом, геометрична форма якого з однієї сторони близька до дійсної форми деталі, а з іншого боку – положення центра ваги, а також центральний момент інерції його легко обчислюється аналітично.

Наприклад: маховики, великі зубчасті колеса, великі шківни можуть бути замінені тонкостінним циліндром з радіусом, рівним зовнішньому радіусу, а маса дорівнює масі досліджуваного тіла.

Зазначений метод придатний тільки для орієнтованих підрахунків, що дозволяють швидко прикинути порядок числа, яким буде визначатися момент інерції деталі.

Метод крутильних коливань застосовується для визначення моментів інерції деталей, що мають форму тіла чи обертання симетричних щодо осі

обертання: шестірні, шківни, маховики, вентилятори, колінчаті вали, а також деталей, що мають розміри вздовж центральної осі: колінчаті та прямолінійні вали.

Деталь закріплюється так, щоб центральна вісь співпадала з віссю симетрії прибору. Системі надаються крутильні коливання з невеликим кутом розмаху ($9 \dots 10^\circ$). При невеликих кутах закручування ці коливання близькі до гармонійних коливань.

Диференціальне рівняння коливань системи складемо у формі:

$$J_z \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = L_z \quad (3.1)$$

де J_z – момент інерції тіла щодо осі, що проходить через його центр ваги;

φ – кут закручування дроту щодо його геометричної осі;

L_z – алгебраїчна сума моментів усіх зовнішніх сил, що діють на тіло, щодо осі його обертання (головний момент).

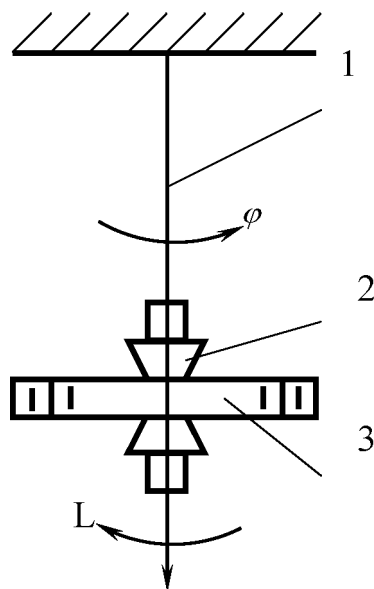


Рисунок 3.1 Розрахункова схема

Нехтуючи, через малість, силою опору повітря, можна вважати, що головний момент зовнішніх сил, що діють на тіло, дорівнює з шифровці o , зумовленому пружністю матеріалу стрижня, до якого підвішене тіло. Якщо напруги в матеріалі φ стрижня не будуть перевищувати границі пропорційності, то цей момент пропорційний куту закручування. Отже, у даному випадку:

$$L_z = L = - C\varphi \quad (3.2)$$

де C – пружність стрижня.

Тоді диференційне рівняння коливань тіла буде мати вид:

$$J_z \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + C \varphi = 0 \quad \text{чи}$$
$$\frac{d^2 \varphi}{dt^2} + K^2 \varphi = 0 \quad (3.3)$$

де $K = \sqrt{\frac{C}{J_z}}$ - кругова частота крутильних коливань.

Період крутильних коливань визначимо по формулі:

$$T = \frac{2\pi}{K} = 2\pi \sqrt{\frac{J_z}{C}} \quad (3.4)$$

Звідси

$$J_z = \frac{C}{4\pi^2} T^2 \quad (3.5)$$

Величину C , що входить у формулу (3.5) можна визначити експериментально по еталону з відомим моментом інерції J_z . Визначивши період коливань еталона J_z на тій же дроті, з рівняння (3.5) одержимо, що:

$$J_z = \frac{m(D^2 + d^2)}{8} \quad (3.7)$$

де m – маса еталона;

D – зовнішній діаметр;

d – внутрішній діаметр.

Підставивши знайдене значення в рівняння (3.5), одержимо остаточну формулу для визначення моменту інерції випробуваного тіла:

$$J_z = J_z \left(\frac{T}{T_z} \right)^2 \quad (3.8)$$

Таким чином, для моменту інерції тіла необхідно порахувати аналітичний момент інерції еталона, а також час T повного періоду коливань випробуваного тіла і час T_z повного періоду коливань еталона.

4. ПРИЛАДИ ТА УСТАТКУВАННЯ.

4.1. Перелік приладів і устаткування:

а) прилад ТММ-26;

- б) секундомір;
- в) ваги;
- г) мірятьний інструмент (штангенциркуль);
- д) випробуване тіло;
- е) еталон.

4.2. Пристрій приладу ТММ-26.

Прилад ТММ-26 (означено 3.1) представляє собою триногий штатив (1), до якого за допомогою спеціального кронштейна (2) кріпиться тонкий, пружний стрижень (3) з підвішеним до його нижнього кінця затискним пристосуванням (4) для кріплення випробуваних деталей (5).

Як затискне пристосування застосовується спеціальний пристрій у виді двох конусів з центральним затискним болтом.

5. ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ.

- 5.1. Вивчити теоретичне обґрунтування методу.
- 5.2. Визначити необхідні вихідні дані.
 - 5.2.1. Маса еталона m , масу випробуваного тіла M .
 - 5.2.2. Діаметри еталона D і d і випробуваного тіла R .
 - 5.2.3. Момент інерції еталона по формулі (3.7).
- 5.3. Визначити момент інерції випробуваного тіла по наближеній формулі.
- 5.4. Підготувати установку для експерименту.
- 5.5. Закріпити тіло на установці і виконати експеримент.
 - 5.5.1. Закріпити тіло на приладі так, щоб центральна вісь його збіглася з віссю симетрії приладу.
 - 5.5.2. Повідомити всій системі крутильні коливання з кутом φ не більш 10° .
 - 5.5.3. За допомогою секундоміра замірити 5 разів час 20 повних коливань і визначити період коливань T випробуваного тіла.
 - 5.5.4. Результати експерименту занести до протоколу (Додаток 1).
 - 5.5.5. Зняти випробуване тіло.
- 5.6. Закріпити еталон на установці і виконати експеримент відповідно до пункту 5.5, визначити T_0 .
- 5.7. Привести установку у вихідне положення.
- 5.8. Обчислити ймовірні значення періодів коливань T і T_0 і їх граничні абсолютні і відносні погрішності. Необхідна точність $\delta T \leq 5\%$; $\delta T_0 \leq 5\%$.
- 5.9. Обчислити центральний момент інерції по прийнятих ймовірних значеннях вимірюваних величин по формулі (3.8).
- 5.10. Визначити граничну абсолютну і відносну погрішності центрального моменту інерції. Необхідна точність $\delta J_z \leq 5\%$.
- 5.11. Скласти звіт за формою, що додається (Додаток 3).

6. КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ.

- 6.1. Що називається моментом інерції твердого тіла?
- 6.2. Які бувають моменти інерції?
- 6.3. Що характеризують різні моменти інерції?
- 6.4. Записати загальні формули для визначення моменту інерції?
- 6.5. Записати формулу визначення моменту інерції через радіус інерції?
- 6.6. Що називається радіусом інерції?
- 6.7. Як сформулюється теорема Штейнера?
- 6.8. Яка розмірність моменту інерції?
- 6.9. Які Ви знаєте експериментальні методи визначення моментів інерції?
- 6.10. Яка залежність між осьовими і полярними моментами інерції для тіл обертання?
- 6.11. По якій формулі визначається полярний момент інерції суцільного диска?

7. СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ.

- 7.1. Воронков І.М. Курс теоретичної механіки. М., 1954 і наступні видання.
- 7.2. Тарг С.М. Короткий курс теоретичної механіки. 3-і оз. М., 1963 і наступні видання.
- 7.3. Добронравов В.В., Нікітін Н.Н., Добронравов А.Д. Курс теоретичної механіки. М., 1966 і наступні видання.

ЗВІТ ДО ЛАБОРАТОРНОЇ РОБОТИ № 3**Визначення моментів інерції тіл складної форми методом крутильних коливань на уніфілярному підвісі.****1. ТЕОРЕТИЧНА ЧАСТИНА.**

1.1. Розрахункова схема.

1.2. Диференціальне рівняння руху.

1.3. Диференціальне рівняння гармонічних коливань.

Де ω - кругова частота гармонічних коливань.

1.4. Період малих коливань.

1.5. Момент інерції

де

2. ФИЗИЧНІ І ГЕОМЕТРИЧНІ ПАРАМЕТРИ. M _____ кг, M _____ кг, D _____ г, d _____ г, R _____ г.**3. РЕЗУЛЬТАТИ ЕКСПЕРИМЕНТУ ТА ЇХ МАТЕМАТИЧНА ОБРОБКА.**

№	Період коливань					
	Тіла, що досліджується			Еталону		
	20 T_i , с	T_i , с	ΔT_i , с	20 $T_{\text{эі}}$, с	$T_{\text{эі}}$, с	$\Delta T_{\text{эі}}$, с
1						
2						
3						
4						
5						

4. РОЗРАХУНКОВА ЧАСТИНА.

4.1. Розрахунок періодів коливань.

4.1.1. Вірогідне значення періоду коливань.

$$\bar{T} = \frac{\sum T_i}{n} = \qquad \bar{T}_3 = \frac{\sum T_{3i}}{n} =$$

4.1.2. Гранична абсолютна і відносна похибка періоду коливань.

$$\begin{aligned} \Sigma \bar{T} &= \sqrt{\frac{\sum (\Delta T_i)^2}{n(n-1)}} = & \delta T &= \frac{\sigma \bar{T}}{\bar{T}} 100\% = \\ \sigma \bar{T}_3 &= \sqrt{\frac{\sum (\Delta T_i)^2}{n(n-1)}} = & \delta T_3 &= \frac{\sigma \bar{T}_3}{\bar{T}_3} 100\% = \end{aligned}$$

4.1.3. Прийнято $T_3 =$ $T =$

4.2. Момент інерції тіла по приблизній формулі.

$$J_z = \frac{1}{2} MR^2 =$$

4.3. Момент інерції еталону і його абсолютна і відносна похибка.

$$\begin{aligned} J_3 &= \frac{m(D^2 + d^2)}{8} = \\ \Delta J_3 &= J_3 \left(\frac{\Delta m}{m} + 2 \frac{\Delta D}{D} + 2 \frac{\Delta d}{d} \right) = \\ \delta J_3 &= \frac{\Delta J_3}{J_3} 100\% \end{aligned}$$

4.4. Момент інерції по розрахунковій формулі.

4.4.1. Вірогідне значення.

$$J_z = J_3 \left(\frac{T}{T_3} \right)^2 =$$

4.4.2. Абсолютна та відносна похибка моменту інерції.

$$\Delta J_z = J_z \left(\frac{T}{T_0} \right)^2 \left(\frac{\Delta J_z}{J_z} + \frac{\Delta T}{T} + 2 \frac{\Delta T_0}{T_0} \right) =$$

$$\delta J_z = \frac{\Delta J_z}{J_z} 100\% =$$

4.4.3. Прийняте значення моменту інерції.

$$J_z =$$

“ ___ “ _____ 200 р.

Роботу виконав _____

Роботу прийняв _____

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 4

ВИЗНАЧЕННЯ МОМЕНТІВ ІНЕРЦІЇ ТІЛ СКЛАДНОЇ ФОРМИ МЕТОДОМ ФІЗИЧНОГО МАЯТНИКА

4. ЦІЛЬ РОБОТИ.

Вивчити методи визначення моментів інерції тіл складної форми експериментальним шляхом.

2. ПРОГРАМА РОБОТИ.

- 2.1. Теоретичне обґрунтування методу.
- 2.2. Експериментальне визначення моменту інерції.
 - 2.2.1. Підготовка до проведення експерименту.
 - 2.2.2. Обробка результатів експерименту.
 - 2.2.3. Розрахунок моменту інерції.

ЧАС РОБОТИ – 80 хвилин.

4. МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ.

3.1. Теоретичне обґрунтування методу.

Для динамічного дослідження обертового чи складного руху тіла необхідно, щоб момент інерції тіла був заданий.

Для цілого ряду деталей момент інерції аналітичним шляхом одержати важко. Тому здобувають особливий інтерес, як наближені аналітичні прийоми, так і експериментальні методи визначення моментів інерції.

У практиці звичайно застосовують момент інерції щодо осі, що проходить через центр ваги деталі і розташованої перпендикулярно площини її руху.

У якості наближених аналітичних методів застосовується метод подоби. Шатуни, наприклад, замінюють невагомими стрижнями з двома крапковими масами, розташованими по його кінцях (означено на рис. 4.1). Звичайно 2/3 усієї маси шатуна відносять до центра нижньої голівки шатуна, а іншу 1/3 відносять до центра верхньої голівки шатуна. Наприклад, потрібно визначити наближеним шляхом момент інерції шатуна, якщо відомо, що M -маса шатуна, h_1 і h_2 - відстані (див. на рис. 4.1).

Момент інерції шатуна щодо центральної осі J_s підраховується по наступній формулі:

$$J_s = J_1 + m_1 h_1^2 + J_2 + m_2 h_2^2$$

де J_1 і J_2 — моменти інерції мас, прийняті рівними нулю. Тоді остаточно:

$$J_s = m_1 h_1^2 + m_2 h_2^2 \quad (4.1)$$

$$\text{де } m_1 = \frac{1}{3}M, m_2 = \frac{2}{3}M$$

Зазначений метод годить тільки для орієнтованих підрахунків, що дозволяє швидко прикинути порядок числа, яким буде визначатися момент інерції тіла.

Момент інерції тіла складної форми знаходити обчисленням найчастіше важко. У цих випадках його визначають експериментально, вибираючи найбільш зручний метод для даної форми тіла. Методом фізичного маятника можна визначити моменти інерції деталей (важелів, тяг, шатуна і т.д.), центр ваги яких не лежить на осі підвісу і існують отвір для їхнього підвішування на призмі.

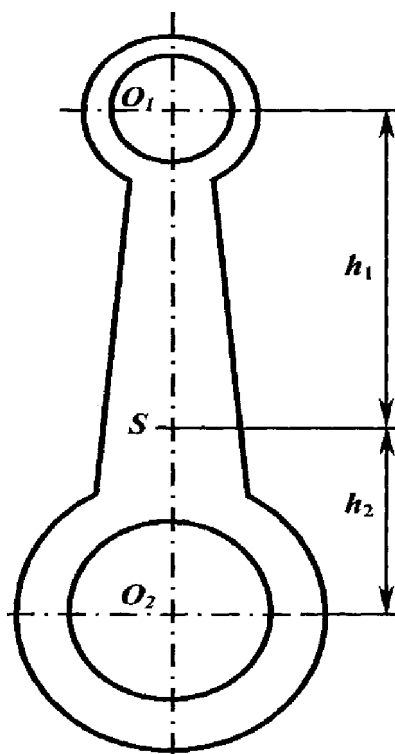


Рисунок 4.1

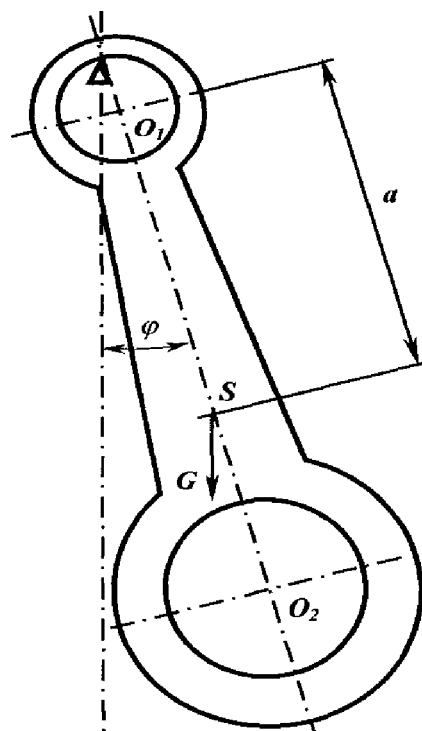


Рисунок 4.2

При визначенні моменту інерції тіла по методу коливань випробуване тіло підвішується на призму і розглядається як фізичний маятник (рис. 4.2). Задаємо системі коливання з невеликим кутом розмаху (до 10°). При невеликих кутах ці коливання близькі до гармонійного. Складемо диференціальне рівняння коливань у формі:

$$J_0 \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = L_0, \quad (4.2)$$

де J_0 - момент інерції щодо осі підвісу;

φ - кут відхилення від статичного положення;

L_0 - момент сили ваги щодо осі підвісу (момент, що відновлює).

Момент, що відновлює, дорівнює:

$$L_0 = G \cdot a \cdot \sin \varphi \quad (4.3)$$

де $G = Mg$ - вага випробуваного тіла;

a – відстань центра ваги тіла від осі підвісу.

Диференціальне рівняння коливання маятника щодо осі підвісу буде мати вид:

$$J_0 \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = G \cdot a \cdot \sin \varphi \quad (4.4)$$

Унаслідок малого кута φ , можна покласти $\sin \varphi = \varphi$.

Перетворене рівняння буде мати вид:

$$\frac{d^2 \varphi}{dt^2} + \frac{Mga}{J_0} \varphi = 0$$

$$\frac{d^2 \varphi}{dt^2} + k^2 \varphi = 0$$

де $k = \sqrt{\frac{Mga}{J_0}}$ - кругова частота гармонійних коливань.

Відповідно до теорії гармонійних коливань період малих коливань визначається по формулі:

$$T = \frac{2\pi}{k} = 2\pi \sqrt{\frac{J_0}{Mga}} \quad (4.5)$$

відкіля знаходимо

$$J_0 = \frac{MgaT^2}{4\pi^2} \quad (4.6)$$

По цій формулі визначається момент інерції тіла щодо осі підвісу. Момент інерції тіла щодо осі, що проходить через центр ваги, рівнобіжної осі підвісу, відповідно до теореми про моменти інерції щодо осей (теореми Штейнера) виразиться так:

$$J_s = J_0 - Ma^2$$

чи остаточно:

$$J_s = Ma \left(\frac{gT^2}{4\pi^2} - a \right) \quad (4.7)$$

Таким чином, для визначення моменту інерції твердого тіла по методу коливань фізичного маятника необхідно знати:

M – масу випробуваного тіла в кілограмах,

a – відстань від центра ваги до центра підвісу цього тіла в метрах,
 T – час повного періоду хитання в секундах.

4. Прилади та устаткування

4.1. Перелік приладів і устаткування

- 1) прилад ТММ-25;
- 2) секундомір;
- 3) прилад для визначення положення центра ваги;
- 4) ваги;
- 5) мірильна лінійка.

4.2. Пристрій приладу ТММ-25.

Прилад ТММ-25 (рис. 4.3) складається з призми (1), закріпленої за допомогою штифта у вертикальній стойці (2). Сійка приладу встановлена на тринозі (3), дві ніжки якої постачені гвинтами (4). Гвинти дозволяють установити прилад по наявному на ньому рівню (5) так, щоб ребро призми прийняло горизонтальне положення.

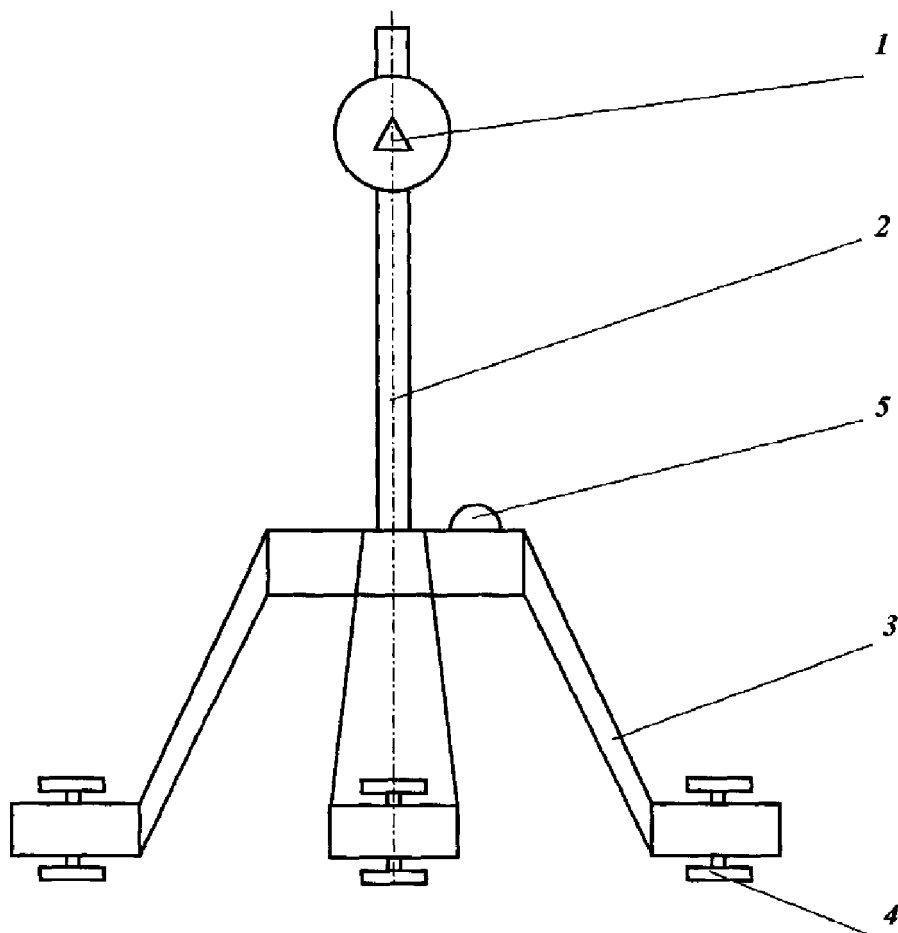


Рисунок 4.3 Прилад ТММ-25

5. Порядок виконання роботи.

5.1. Вивчити теоретичне обґрунтування методу.

- 5.2. Визначити на вагах масу шатуна.
- 5.3. Визначити положення центра ваги тіла за допомогою спеціального приладу, тобто визначити відстань a (оз. 4.2.), а також відстань h_1 і h_2 (див. оз. 4.1.).
- 5.4. Визначити приблизно момент інерції шатуна по формулі (4.1).
- 5.5. Перевірити за рівнем горизонтальність положення призми (1) і, якщо потрібно, відрегулювати його за допомогою гвинтів стійки приладу.
- 5.6. Установити шатун на призмі так, щоб його центральна вісь була рівнобіжна ребру призми.
 - 5.6.1. Підвісити шатун на призмі так, щоб його центральна вісь була рівнобіжна ребру призми.
 - 5.6.2. Повідомити шатунові коливання з розмахом до 7° .
 - 5.6.3. Замірити секундоміром час 20 коливань і визначити час одного повного коливання, повторивши досвід 5 разів.
 - 5.6.4. Результати занести до протоколу експерименту (Додаток 4).
- 5.7. Привести установку у вихідне положення.
- 5.8. Обчислити ймовірне значення періоду коливань \bar{T} і його граничну абсолютну і відносну погрішність. Необхідна $\partial T = 5\%$.
- 5.9. Обчислити центральний момент інерції по прийнятих ймовірних значеннях вимірюваних величин по формулі (4.2).
- 5.10. Визначити абсолютну і відносну погрішність центрального моменту інерції. Необхідна точність $\delta J_s = 5\%$.
- 5.11. Скласти звіт за формою, що додається (Додаток 1).

6. Контрольні питання

- 6.1. Що називається моментом інерції твердого тіла?
- 6.2. Які бувають моменти інерції?
- 6.3. Що характеризує моменти інерції?
- 6.4. Записати загальні формули для визначення моменту інерції.
- 6.5. Записати формулу для визначення моменту інерції через радіус інерції.
- 6.6. Що називається радіусом інерції?
- 6.7. Як формулюється теорема Штейнера?
- 6.8. Яка розмірність моменту інерції?
- 6.9. Які Ви знаєте експериментальні методи визначення моментів інерції?
- 6.10. Що називається центром ваги і які Ви знаєте методи визначення центра ваги?

7. Список літератури.

- 7.1. Воронков І.М. Курс теоретичної механіки. М., 1954 і наступні видання.
- 7.2. Тарг С.М. Короткий курс теоретичної механіки. 3-і оз. М., 1963 і наступні видання.
- 7.3. Добронравов В.В., Нікітін Н.Н., Добронравов А.Д. Курс теоретичної механіки. М., 1966 і наступні видання.

ЗВІТ ДО ЛАБОРАТОРНОЇ РОБОТИ № 4

ВИЗНАЧЕННЯ МОМЕНТІВ ІНЕРЦІЇ ТІЛ СКЛАДНОЇ ФОРМИ
МЕТОДОМ ФІЗИЧНОГО МАЯТНИКА**1. ТЕОРЕТИЧНА ЧАСТИНА**

Розрахункова схема.

Диференційне рівняння руху

Диференційне рівняння гармонічних коливань

де $k = \sqrt{\frac{Mga}{J_0}}$ - кругова частота гармонічних коливань.

Період малих коливань

Момент інерції

2. Фізичні і геометричні параметри

$$M = \quad m_1 = \quad m_2 =$$

$$h_1 = \quad h_2 = \quad a =$$

**4. РЕЗУЛЬТАТИ ЕКСПЕРИМЕНТУ ТА ЇХ МАТЕМАТИЧНА
ОБРОБКА**

№ вимірювання	$20T_i, \text{ c}$	$T_i, \text{ c}$	$ \Delta T_i , \text{ c}$	$(\Delta T_i)^2, \text{ c}$
1				
2				
3				
4				
5				

4. РОЗРАХУНКОВА ЧАСТИНА

4.1. Період коливань.

4.1.1. Варіанти значення періоду коливань

$$\bar{T} = \frac{\sum T_i}{n} =$$

4.1.2. Гранична абсолютна і відносна похибка періоду коливань

$$\sigma_{\bar{T}} = \sqrt{\frac{\sum (\Delta T_i)^2}{n(n-1)}} = \quad \delta T = \frac{\sigma_{\bar{T}}}{\bar{T}} \cdot 100\% =$$

4.1.3. Прийнято $T =$

4.2. Момент інерції по приблизній формулі

$$J_s = m_1 h_1^2 + m_2 h_2^2 =$$

4.3. Момент інерції по розрахунковій формулі

4.3.1. Вірогідне значення

$$J_s = Ma \left(\frac{gT^2}{4\pi^2} - a \right) =$$

4.3.2. Абсолютна і відносна похибка моменту інерції

$$\Delta J_s = \frac{MgaT^2}{4\pi^2} \left(\frac{\Delta M}{M} + \frac{\Delta a}{a} + \frac{2\Delta T}{T} \right) + Ma^2 \left(\frac{\Delta M}{M} + \frac{2\Delta a}{a} \right)$$

де прийнято $\Delta M = 0,005$ кг, $\Delta a = 0,001$ м.

$$\delta J_s = \frac{\Delta J_s}{J_s} \cdot 100\% =$$

4.3.3. Прийняте значення моменту інерції

$$J_s =$$

« ___ « _____ 20__ р.

Роботу виконав _____

Роботу прийняв _____

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 5

ДОСЛІДЖЕННЯ ЗГАСАЮЧИХ КОЛИВАНЬ НА МЕХАНІЧНОЇ МОДЕЛІ

4. ЦІЛЬ РОБОТИ.

За графіком руху (віброграма) одержати закон коливального руху матеріальної точки.

1. ПРОГРАМА РОБОТИ.

- 1.1. Вивчити методи порушення змушених коливань у механічних моделях.
- 1.2. Зробити запис змушених коливань на паперову стрічку електроіскровим методом.
- 1.3. Розшифрувати віброграму відповідно до пропонованої методики.
- 1.4. Записати закон коливального руху матеріальної точки.

ЧАС РОБОТИ – 80 хвилин.

2. МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ.

2.1. Динамічна схема й основні залежності змушених коливань.

Рух матеріальної точки відбувається під дією сили $|\vec{F}| = Cx$, що відновлює, і сили *опору* $|\vec{R}| = \mu v$.

Динамічна схема представлена на рис.5.1.

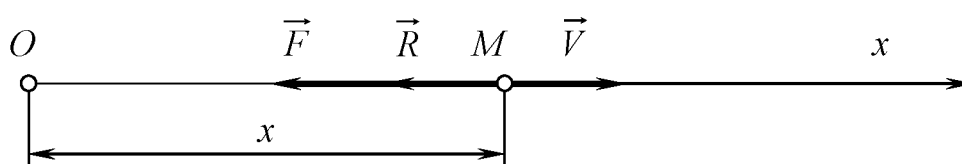


Рисунок 5.1 Динамічна схема

Диференціальне рівняння досліджуваних коливань може бути представлено рівнянням:

$$\ddot{x} + 2b\dot{x} + k^2x = 0 \quad (5.1)$$

де $k = \sqrt{\frac{c}{m}}$ - кругова частота власних коливань конструкції;

$b = \frac{\mu}{2m}$ - коефіцієнт загасання.

Загальне рішення рівняння (5.1) може бути представлене у виді:

$$x = a e^{-bt} \sin (k_1 t + \alpha) \quad (5.2)$$

де $k_1 = \sqrt{k^2 - b^2}$ - кругова частота загасаючих коливань;

a - постійний множник амплітуди;

α - початкова фаза коливань.

Постійний множник a і початкова фаза α в рівнянні (5.2) визначаються по початкових умовах залежності:

$$\alpha = \sqrt{x_0^2 + \frac{V_0 + bx_0}{k_1}}; \quad (5.3)$$

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{x_0 k_1}{V_0 + bx_0}; \quad (5.4)$$

де x_0 і V_0 - значення відхилення матеріальної точки і її швидкість у початковий момент часу ($t = 0$).

Графік загасаючих коливань має вид кривої, зображеної на оз. 5.2.

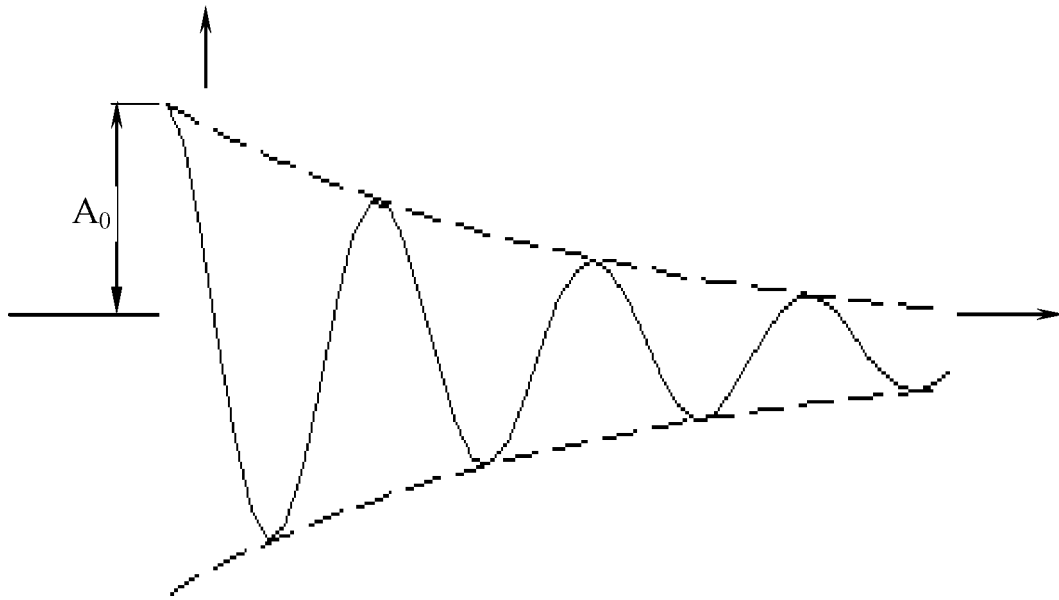


Рисунок 5.2 Графік згасаючих коливань.

Період загасаючих коливань (T_1) постійний і залежить від властивостей коливної системи і властивостей середовища, у якій коливання відбуваються. Зв'язок періоду і частоти загасаючих коливань визначається по формулі:

$$T_1 = \frac{2\pi}{k}; \quad (5.5)$$

Амплітуда згасаючих коливань перемінна й убуває за законом:

$$A = ae^{-bt} \quad (5.6)$$

Значення амплітуд для моментів часу, що відповідають їхнім максимумам, утворюють убувну геометричну прогресію, знаменник якої називається декрементом згасаючих коливань:

$$D = \frac{A_{i+1}}{A_i} = e^{-b\frac{T_1}{2}} \quad (5.7)$$

Декремент загасання (D) характеризує ступінь загасання коливань і є одним з основних параметрів згасаючих коливань. З формули (5.7) коефіцієнт загасання визначається наступним вираженням:

$$b = -\frac{2 \ln D}{T_1} \quad (5.8)$$

Таким чином, досліджувати згасаючі коливання, значить визначити їхній період (T_1), частоту (k_1), декремент загасання (D), коефіцієнт загасання (b), постійний множник (a) і початкову фазу (α).

4.8. Метод запису коливань

До сталого коливанням відносяться власні і змушені коливання. Для виміру усталених рухів застосовують прилади – вібраційний тахометр, частотомір, віброскоп і т.д.

При вимірі сталих режимів коливань застосовують метод запису, що полягає в одержанні графічного зображення закону руху матеріальної точки: $x = f(t)$.

Хоча цей метод значно складніше методу безпосередніх вимірів параметрів, але він має ряд переваг. По-перше, він є єдиним при виміру несталених режимів. По-друге, можливість розриву в часі між самим записом і її дослідженням допускає одночасний вимір різних рухів однієї і тієї ж конструкції і спрощує роботу при масових вимірах, коли до цієї роботи залучається цілий колектив і допускає виміру короткочасних коливань. Більш того, сам процес запису коливань може бути легко автоматизований, що ще більше розширює його можливості. Далі, залучення засобів електро і радіоапаратури допускає вимір коливань у недоступних місцях (застосування датчиків). Тому метод запису застосовується часто і при вимірі сталих режимів коливань.

В даний час створено безліч приладів з різними конструкціями записуючих пристроїв і різні засоби самого запису, що використовують. Вони відрізняються великою чи меншою досконалістю і точністю, більшою чи меншою портативністю.

4.8. Методика оз шифровці віброграми загасаючих коливань.

Отриманий запис є переконливим об'єктивним документом, що докладно характеризує розглянуте явище. Обробку віброграми починають з вибору осей координат. Вісь часу проводимо по осі симетрії кривої у бік загасаючих коливань, вісь Oy – їй перпендикулярно (рис. 5.3).

Подальша обробка полягає в оз шифровці віброграми. При цьому масштаб переміщення дорівнює одиниці ($\mu_l = 1$).

1. Початкове відхилення вантажу (x_0) визначається вибором початку відліку на графіку і безпосередньо вимірюється, якщо масштаб переміщення дорівнює одиниці. Якщо ж $\mu_l \neq 1$, те $x_0 = 00, \mu_l$

2. Швидкість у початковий часі () графічно визначається тангенсом кута γ_0 нахилу дотичної до кривої.

При $t_0 = 0$ з урахуванням масштабів:

$$V_0 = \left(\frac{dx}{dt} \right)_{t=0} \leq (tg\gamma_0) \frac{\mu_l}{\mu_t}$$

4. Масштаб часу визначається по формулі:

$$\mu_t = \frac{t}{L}, \left(\frac{c}{мм} \right)$$

де L – довжина робочої частини стрічки, мм;

t – час руху стрічки, с.

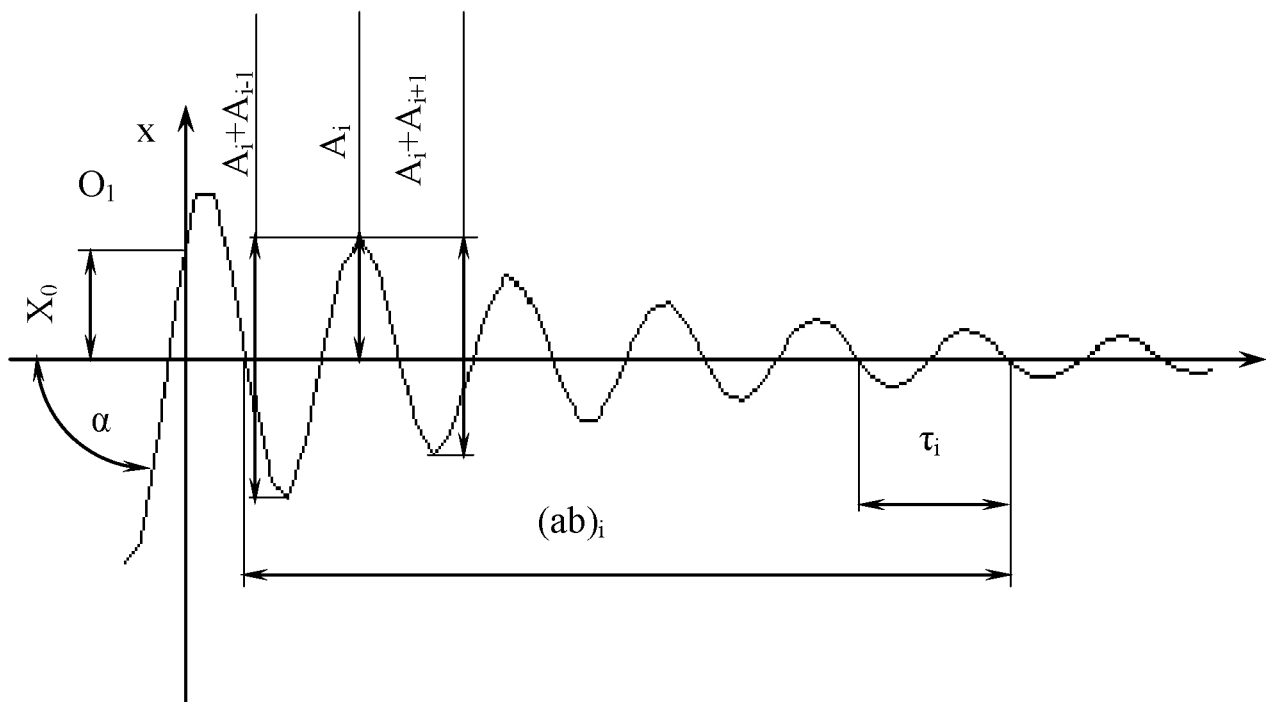


Рисунок 5.3 Графік згасаючих коливань (віброграма).

4. Період загасання коливань (T_i) визначається по формулі:

$$T_i = \bar{\tau} \cdot \mu_i, (\text{с}),$$

де $\bar{\tau}$ - ймовірне значення довжини одного періоду, мм

$$\bar{\tau} = \frac{\sum \tau_i}{n}, (\text{мм}),$$

де n – кількість вимірів,

$$\tau_i = \frac{(ab)_i}{5};$$

де $(ab)_i$ – довжина п'яти періодів віброграми, мм.

4. Частота загасаючих коливань (k_i) визначається по формулі:

$$k_i = \frac{2\pi}{T}, (\text{рад/с}),$$

4. Для обчислення декременту згасання (D_i) користуємося формулою:

$$D_i = \frac{A_i + A_{i+1}}{A_i + A_{i-1}}$$

Для виміру сум, що знаходяться у чисельнику і знаменнику формули, приводимо дотичні до кривої у вершинах віброграми, рівнобіжні осі часу і вимірюємо відстань між дотичною до середньої вершини і дотичної до сусідніх вершин.

4. Коефіцієнт загасання (b) визначається залежністю:

$$b = -\frac{2 \ln \bar{D}}{T_i}, (3^{-1}),$$

де $\bar{D} = \frac{\sum D_i}{5}$ - ймовірне значення декременту загасання.

8. Постійний множник (a):

$$a = \sqrt{X_0^2 + \left(\frac{V_0 + bx_0}{k_i} \right)^2}, (\text{мм})$$

9. Початкова фаза (α)

$$\alpha = \text{arctg} \left(\frac{k_i x_0}{V_0 + bx_0} \right), (\text{рад})$$

Аналітичне вираження закону загасаючих коливань матеріальної точки:

$$x = a e^{-bt} \sin (k_i t + \alpha)$$

одержимо, якщо параметри a , b , k_i і α замінимо їхніми числовими значеннями.

3. Оснащення робочого місця.

3.1. перелік приладів і устаткування:

- а) установка експериментальна;
- б) секундомір;
- в) мірятьна лінійка;
- г) стрічка паперова для запису коливань.

3.2. Опис і принцип дії записуючого пристрою.

Записуюче пристрій (рис. 5.4) містить у собі стрічкопротягувальний механізм 1, привод стрічкопротягувального механізму, що складає з електромотора 2, муфти і редуктора 3 і електричний ланцюги, у яку паралельно включається котушка високої напруги 5.

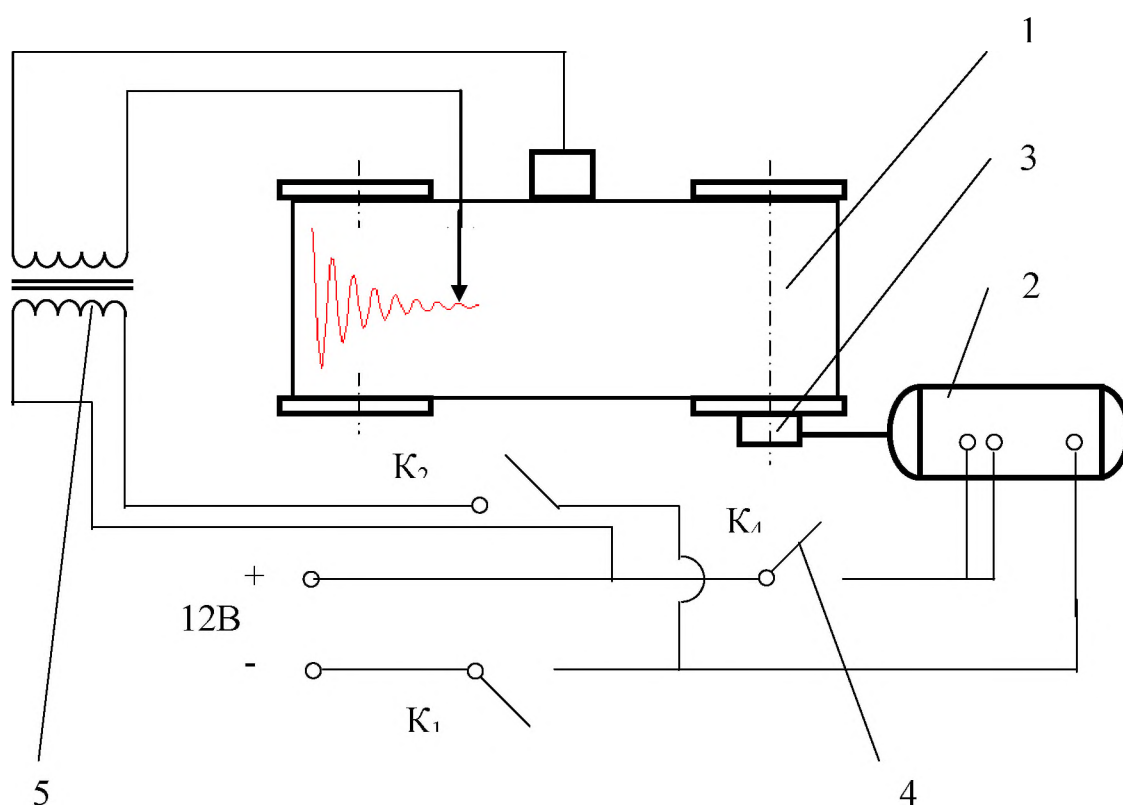


Рисунок 5.4 Схема записуючого пристрою.

Для запису коливань на паперовій стрічці, безпосередньо коливної маси (вантаж, мотор і т.п.) кріпиться власник олівця і штифта. До власника підводиться один з висновків високовольтної котушки. Інший висновок обмотки приєднаний до металевого екрана, що розташований між барабанами стрічкопротягувального механізму. При замиканні електричного ланцюга котушки в зазорі між штифтом і металевим екраном виникають іскрові розряди, що і залишають слід на паперовій стрічці. Таким способом записування коливань виключає вплив тертя. Стрічкопротягувальний

механізм складається з наступних частин (рис.5.5): двох барабанів 1, напесованих на осі, що скріплюються планками 3. Планки кріпляться до панелі 4 опорні стійки 2.

Ведучий барабан з'єднаний черв'ячною парою 6 з валом електромотора постійного струму (безпосередньо за допомогою клиноремінної передачі). Запис коливань виробляється на стрічці 7. Ширина стрічки 70 мм. Швидкість переміщення стрічки регулюється напругою. Стрічка намотується на відомий барабан (початок стрічки наклеїти). Кінець стрічки приклеюється до ведучого барабану. При записі коливань прилад підключається до мережі постійного струму (12 В). Перемикач ДО₄ (означено 4.1 ставиться в положення «робоче». Підключається первинна обмотка котушки високої напруги ДО₂. Збудивши коливання системи (вантажу, двигуна і т.п.) таким чином, щоб перо, приєднане до неї, не виходило за межі стрічки, уключити записуючий пристрій. Швидкість руху стрічки визначають, заміривши час проходження ділянки стрічки і довжину ділянки. Запис повторюється кілька разів.

Закінчивши запис, відключити котушку високої напруги, відклеїти стрічку від відомого барабану. Стрічка готова до обробки.

4. Порядок виконання лабораторної роботи

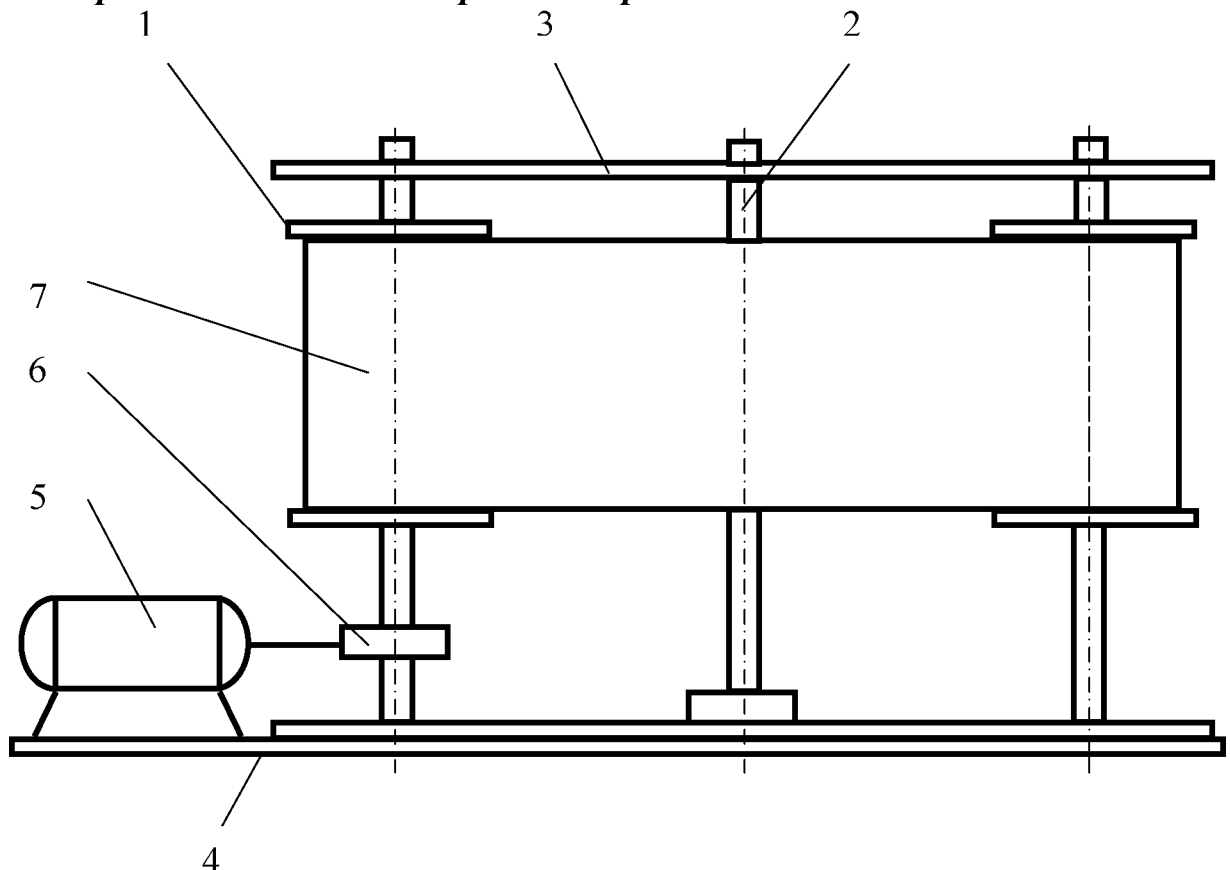


Рисунок 6.5 Стрічкопротягувальний механізм.

Робота виконується на установці для дослідження коливань.

4.1. Ознайомитися з методами і засобами виміру коливань.

- 4.2. Вивчити конструкцію найпростішого записуючого пристрою і методик обробки діаграми.
- 4.3. Підготувати установку для експерименту. Випробувати установку в дії. Перевірити наявність необхідних для виміру інструментів і приладів. Заправити стрічку в стрічкопротягувальний механізм.
- 4.4. Підготувати протокол експерименту.
- 4.5. Зробити запис загасаючих коливань.
- 4.6. Розшифрувати віброграму (визначити параметри загасаючих коливань), знайти аналітичне вираження закону руху (кожний обробляє свою віброграму).
- 4.7. Записати закон досліджуваного руху.
- 4.8. Скласти звіт за формою, що додається (додаток 5).

5. Контрольні питання.

- 5.1. Під дією яких сил відбуваються вільні коливання?
- 5.2. Який вид має диференціальне рівняння загасаючих коливань?
- 5.3. Назвати кінетичні параметри загасаючих коливань.
- 5.4. Який вид має рівняння загасаючих коливань?
- 5.5. У чому полягає кінематичний зміст початкових умов і як вони визначаються по віброграмі?
- 5.6. Які кінематичні параметри загасаючих коливань залежать від початкових умов?
- 5.7. Як визначається період загасаючих по експериментальним даної?
- 5.8. Як визначається декремент загасання по віброграмі?
- 5.9. По якій формулі визначається коефіцієнт загасання теоретично і по експериментальним даної?
- 5.10. По якій формулі визначається частота загасаючих коливань по експериментальним даної і теоретично?
- 5.11. Які необхідні дані для визначення масштабу часу віброграми?
- 5.12. По яких формулах визначаються a і α ?

6. Список літератури.

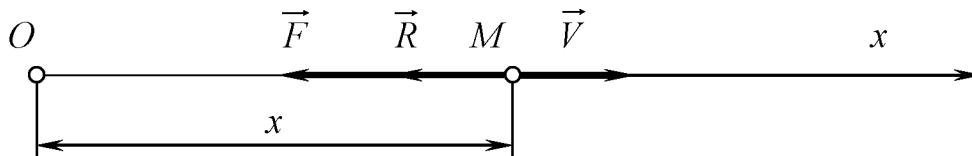
- 6.1. Воронков И.М. “Курс теоретичної механіки.” – М., 1954 і наступні видання.
- 6.2. Тарг С.М. “Короткий курс теоретичної механіки.” – 3 изд. М., 1963 і наступні видання.
- 6.3. Добронравов В.В., Нікітін Н.Н., Двірників А.Л. “Курс теоретичної механіки.” – М., 1966 і наступні видання.

ЗВІТ ДО ЛАБОРАТОРНОЇ РОБОТИ № 5

ДОСЛІДЖЕННЯ ЗГАСАЮЧИХ КОЛИВАНЬ НА МЕХАНІЧНІЙ
МОДЕЛІ

4. ТЕОРЕТИЧНА ЧАСТИНА.

1.1. Розрахункова схема



$F = cx$ – сила, що відновлює;

$R = \mu V$ – сила опору середовища.

4.8. Диференціальне рівняння згасаючих коливань.

Составим диференціальне рівняння у вигляді:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = \Sigma F_{ix}, \quad \Sigma F_{ix} = -F - R = c \cdot x - \mu \cdot V$$

Тоді

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = c \cdot x - \mu \cdot V$$

або

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2b \frac{dx}{dt} + k^2 x = 0,$$

де $k = \sqrt{\frac{c}{m}}$ – кругова частота власних гармонійних коливань;

$b = \frac{\mu}{2m}$ – коефіцієнт згасання.

4.8. Загальне рішення диференціального рівняння коливань:

$$x = a e^{-bt} \sin(k_1 t + \alpha)$$

где $\alpha = \sqrt{x_0^2 + \frac{V_0 + bx_0}{k_1}}$ – постійний множник амплітуди;

$$b = -\frac{2 \ln D}{T_1} \text{ - коефіцієнт згасання;}$$

$$D_i = \frac{A_i + A_{i+1}}{A_i + A_{i-1}} \text{ - декремент згасання;}$$

$$k = \frac{2\pi}{T_i} \text{ - частота згасаючих коливань,}$$

$$\alpha = \arctg \frac{x_0 k_1}{V_0 + b x_0} \text{ - початкова фаза коливань.}$$

Для знайдення чисельних значень вказаних параметрів виконується запис графіка згасаючих коливань (віброграма).

2. РЕЗУЛЬТАТИ ЕКСПЕРИМЕНТУ.

2.1. Експериментальний графік згасаючих коливань (віброграма).

4.8. Протокол експерименту.

Таблиця 1. Експериментальні данні.

№ вимірювання	час руху ленту t , с	Длина робочої частини ленту, L , мм	Длина 5-ти періодів віброграми, ab , мм	A_1+A_{i+1} , мм	A_1+A_{i-1} , мм	x_0 , мм	γ_0 , град
1							
2							
3							
4							
5							

3. ОБРОБКА РЕЗУЛЬТАТІВ ЕКСПЕРИМЕНТУ.

3.1. Масштаб часу віброграми:

$$\mu_t = \frac{t}{l} = \quad (\text{с/мм})$$

Граничні похибки вимірювань: $\Delta\mu_t = 0,1$ сек, $\Delta L = 0,001$ м = 1 мм.

Абсолютна похибка масштабу часу:

$$\Delta\mu_t = \mu_t \left(\frac{\Delta t}{t} + \frac{\Delta L}{L} \right)$$

Прийнято: $\mu_t =$ $\Delta\mu_t =$

3.2. *Період згасаючих коливань.*

Довжина періоду експериментальної кривої визначається по формулі:

$$\tau_i = \frac{(ab)_i}{5}$$

Таблиця 2

№ вимірювання	τ_i , мм	$\Delta\tau_i$, мм	$(\Delta\tau_i)^2$, мм ²	D_i	ΔD_i	$(\Delta D_i)^2$

Вірогідне значення довжини періоду:

$$\tau = \frac{\sum \tau_i}{5} =$$

Середньоквадратична похибка:

$$\sigma_\tau = \sqrt{\frac{\sum (\Delta\tau_i)^2}{n(n-1)}} =$$

Вірогідне значення періоду згасаючих коливань:

$$T_i = \tau\mu_i =$$

Абсолютна похибка:

$$\Delta T_i = T_i \left(\frac{\Delta\tau}{\tau} + \frac{\Delta\mu_t}{\mu_t} \right) =$$

Прийнято: $T_i =$

Відносна похибка:

$$\delta T_i = \frac{\sigma T_i}{T_i} \cdot 100\% =$$

3.3. *Декремент загасання коливань визначається згідно формули:*

$$D_i = \frac{A_i + A_{i+1}}{A_i + A_{i-1}} =$$

Вірогідне значення:

$$D = \frac{\sum D_i}{5} =$$

Середньоквадратична похибка:

$$\sigma_D = \sqrt{\frac{\sum (\Delta D_i)^2}{n(n-1)}} =$$

Прийнято: $D =$, $\Delta D =$

Відносна похибка:

$$\delta D = \frac{\sigma_D}{D} \cdot 100\% =$$

3.4. Частота згасаючих коливань.

Вірогідне значення:

$$k = \frac{2\pi}{T_i} =$$

Абсолютна похибка:

$$\Delta k_i = k_i \frac{\Delta T_i}{T_i} =$$

Прийнято:

$$k_i =$$
 , $\Delta k_i =$

Відносна похибка:

$$\delta k_i = \frac{\Delta k_i}{k_i} \cdot 100\% =$$

3.5. Коефіцієнт загасання.

Вірогідне значення:

$$b = -\frac{2 \ln D}{T_i} =$$

Абсолютна похибка:

$$\Delta b = \frac{2\Delta D}{T_i D} + b \frac{\Delta T_i}{T_i} = \frac{2}{T_i} \delta D + b \delta T_i =$$

Прийнято: $b =$, $\Delta b =$

Відносна похибка:

$$\delta_b = \frac{\Delta b}{b} \cdot 100\% =$$

4.8. Постійним множник амплітуди коливань визначається згідно формулі:

$$a = \sqrt{X_0^2 + \left(\frac{V_0 + bX_0}{k_i} \right)^2} = X_0 \sqrt{1 + \left(\frac{b}{k_i} \right)^2} =$$

Вірогідне значення: $a =$

Абсолютна похибка:

$$\Delta a = a \left[\delta X_0^2 + 2 \frac{b^2}{n^2 + k_i^2} (\delta_n + \delta k_i) \right] =$$

Прийнято: $a =$ _____, $\Delta a =$ _____

Відносна похибка:

$$\delta a = \frac{\Delta a}{a} \cdot 100\% =$$

3.7. Початкова фаза коливань.

Вірогідне значення:

$$\alpha = \arctg\left(\frac{k_i}{b}\right) =$$

Абсолютна похибка прийнята з таблиць значень тригонометричних функцій: $\Delta \alpha = 0$.

Прийнято: $\alpha =$ _____ $\Delta \alpha =$ _____

4. Приблизний закон оз шифровці о руху, згідно результатам:

$x =$ _____

« ____ « _____ 20 ____ р.

Роботу виконав _____

Роботу прийняв _____

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 6

ДОСЛІДЖЕННЯ ЗМУШЕНИХ КОЛИВАНЬ НА МЕХАНІЧНОЇ МОДЕЛІ

1. ЦІЛЬ РОБОТИ.

За графіком руху (віброграма) одержати закон коливального руху матеріальної крапки.

2. ПРОГРАМА РОБОТИ.

- 2.2. Вивчити методи порушення змушених коливань у механічних моделях.
- 2.3. Зробити запис змушених коливань на паперову стрічку електроіскровим методом.
- 2.4. Розшифрувати віброграму відповідно до пропонованої методики.
- 2.5. Записати закон коливального руху матеріальної крапки.

3. МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ.

3.1. Динамічна схема й основні залежності змушених коливань.

Рух матеріальної точки відбувається під дією сили, що відновлює $|\bar{F}| = Cx$, сили опору $|\bar{R}| = \mu v$ і сили, що змушує $|\bar{P}| = Q \sin \omega t$.

Динамічна схема представлена на оз .6.1.

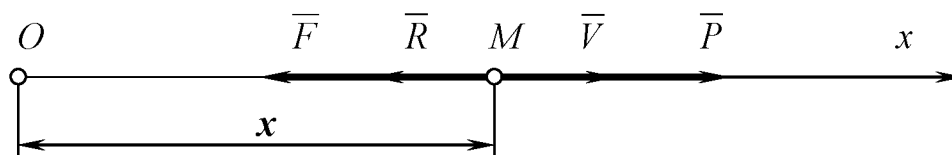


Рис.6.1. Динамічна схема

Диференціальне рівняння досліджуваних коливань може бути представлено рівнянням:

$$\ddot{x} + 2b\dot{x} + k^2x = P_0 \sin \varpi t \quad (6.1)$$

де $k^2 = \frac{a}{m}$; $2b = \frac{\mu}{m}$; $P_0 = \frac{Q}{m}$.

Загальне рішення рівняння (5.1) може бути представлене у виді:

$$x = a e^{-bt} \sin (k_1 t + \alpha) + A \sin (\omega t + \beta) \quad (6.2)$$

Дійсно, при дуже малій кутовій швидкості ($\omega \rightarrow 0$), амплітуда прагне до нуля. При наближенні кутової швидкості вала до власної частоти коливань вантажу амплітуда росте, досягаючи при деякій значенні максимуму (явище резонансу), тобто кутова швидкість при цьому повинна бути трохи більше відповідної частоти. Аналогічно можна показати зміна зрушення фаз β щодо фази сили, що возметься. Тут β змінюється від 0 до π , приймаючи при резонансі ($\omega = k$) значення $\frac{\pi}{2}$.

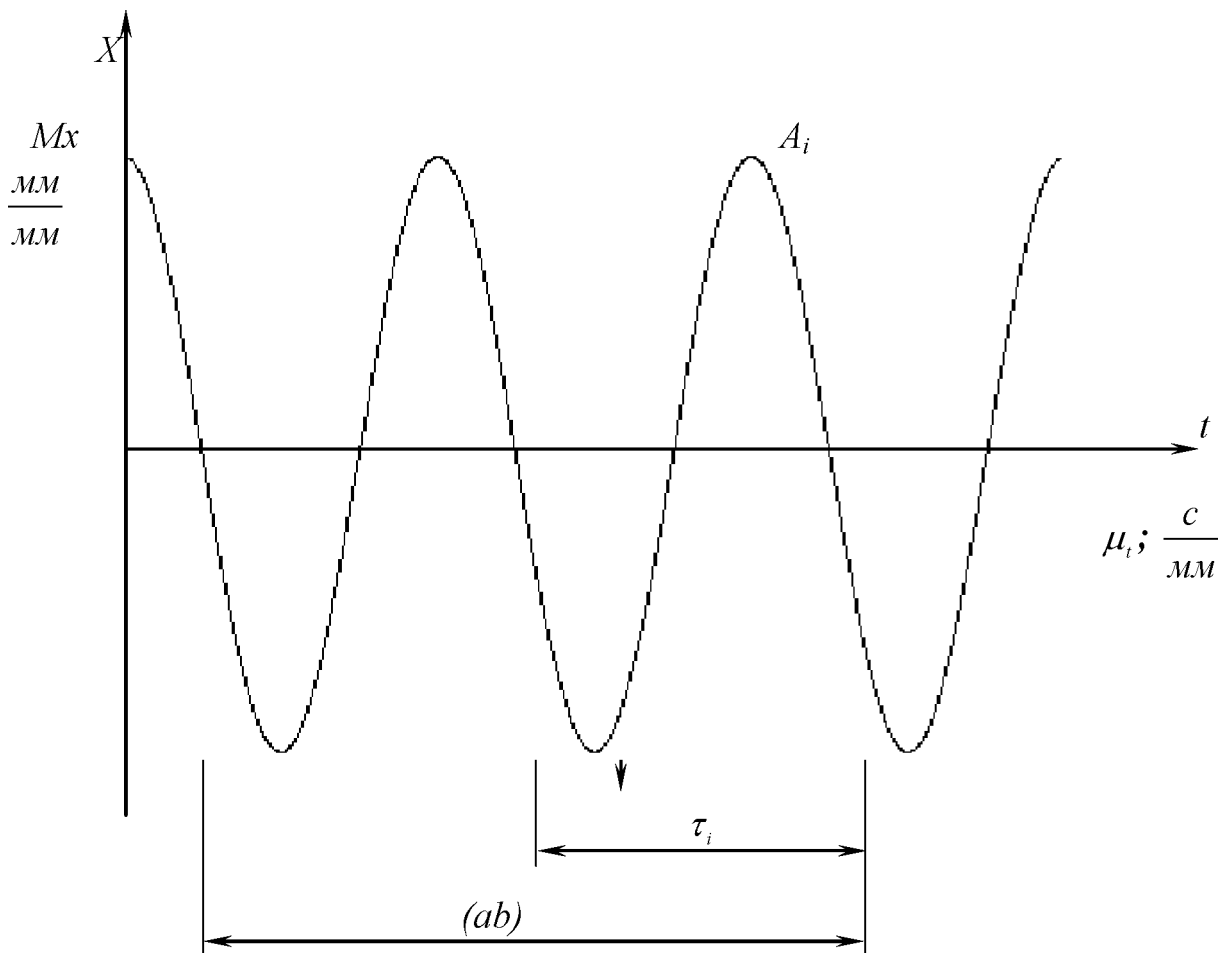


Рисунок 7.2 Віброграма.

3.2. Методика розшифровки віброграми змушених коливань.

Обробку віброграми змушених коливань, отриману іскровим способом, починають з вибору осей координат. Вісь часу проводять по осі симетрії кривої убік руху стрічки, вісь Ox – їй перпендикулярно (див. 5.2)

Подальша обробка полягає в розшифровки віброграми:

3.2.1. Масштаб переміщення дорівнює одиниці ($\mu_1 = 1$).

3.2.2. Масштаб часу віброграми:

$$\mu_t = \frac{t}{L} \left(\frac{c}{\text{мм}} \right);$$

де L – довжина робочої частини стрічки, мм;

t – час руху стрічки в секундах.

3.2.3. Період T змушених коливань визначається по формулі:

$$T = \tau \mu_t,$$

де τ – значення довжини одного періоду, мм;

$$\tau = \frac{(ab)}{n}, \text{ (мм)},$$

де ab – довжина n періодів коливань.

3.2.4. Частота ϖ змушених коливань визначається по формулі:

$$\varpi = \frac{2\pi}{T} \cdot \text{(рад/с)}$$

4.8.5. Амплітуда змушених коливань

$$\bar{A} = \frac{\sum A_i}{n}, \text{ (мм)}$$

4. ОСНАЩЕННЯ РОБОЧОГО МІСЦЯ.

4.1. Перелік приладів і устаткування:

- установка експериментальна;
- секундомір;
- лінійка міряльна;
- стрічка паперова для запису коливань.

5. ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ ЛАБОРАТОРНОЇ РОБОТИ

5.1. Перевірити наявність необхідних приладів і устаткування.

5.2. Підготувати установку для експерименту. Для цього підключити записуюче пристрій і привод вібратора до джерела напруги. Випробувати установку в дії. Заправити стрічку в стрічкопротягувальний механізм.

5.3. Заготовити протокол експерименту (див. додаток 1).

5.4. Зробити дослід.

Уключити котушку високої напруги. Уключити привод вібратора. За допомогою реостата домогтися бажаної величини амплітуди змушених коливань (рекомендується записувати коливання, далекі від резонансних). Почекати, поки рух буде сталому. Уключити записуючий пристрій і одночасно включити секундомір. Записати 20...25 коливань вантажу і виключити одночасно секундомір і записуюче пристрій. Показання секундоміра занести до протоколу експерименту. Пропустити без запису 2...3 див стрічки і повторити експеримент 3...4 рази на інших частотах.

5.5. Витягти стрічку з записуючого пристрою й обвести олівцем отримані криві. Вимірити відстань від початку до кінця запису кожної ділянки і результат занести до протоколу експерименту. Розрізати стрічку на окремі ділянки.

5.6. Розшифрувати віброграму. Замірити і занести до протоколу експерименту величини, що визначають величину коливань.

5.7. Приступити до обробки результатів експерименту. Обчислити ймовірні значення і граничні помилки масштабу часу μ_t , довжини періоду τ , періоду T , частоти ω , амплітуди A змушених коливань.

5.8. Визначити зрушення фаз β .

5.9. Записати закон досліджуваного закону.

5.10. Скласти звіт за формою, що додається (додаток).

6. КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ.

6.1. Під дією яких сил відбуваються змушені коливання з урахуванням опору руху?

6.2. Який вид має диференціальне рівняння змушених коливань з урахуванням опору руху?

6.3. Назвати кінетичні параметри змушених коливань.

6.4. Який вид має рівняння сталих змушених коливань?

6.5. По якій формулі визначається амплітуда змушених коливань?

6.6. По якій формулі визначається зрушення фаз?

6.7. Як визначається період змушених коливань по експериментальним даної?

6.8. Як визначається частота змушених коливань по експериментальним даної?

6.9. При яких умовах має місце явище резонансу?

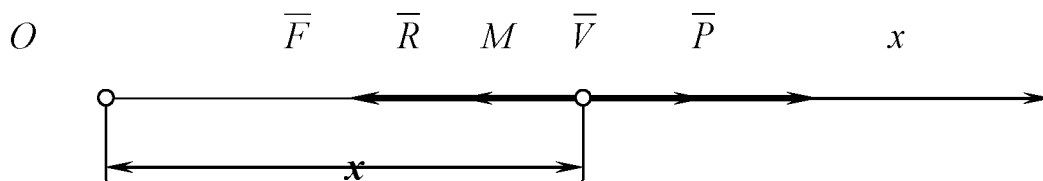
7. СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ.

7.1. Воронков И.М. “Курс теоретичної механіки.” – М., 1954 і наступні видання.

7.2. Тарг С.М. “Короткий курс теоретичної механіки.” – 3 изд. М., 1963 і наступні видання.

7.3. Добронравов В.В., Нікітін Н.Н., Двірників А.Л. “Курс теоретичної механіки.” – М., 1966 і наступні видання.

ЗВІТ ДО ЛАБОРАТОРНОЇ РОБОТИ № 6

ДОСЛІДЖЕННЯ ЗМУШЕНИХ КОЛИВАНЬ НА
МЕХАНІЧНОЇ МОДЕЛІ**1. ТЕОРЕТИЧНА ЧАСТИНА****1.1. Розрахункова схема****1.2. Диференціальне рівняння змушених коливань.**

$$\ddot{x} + 2b\dot{x} + k^2x = P_0 \sin \varpi t$$

де $k^2 = \frac{a}{m}$; $2b = \frac{\mu}{m}$; $P_0 = \frac{Q}{m}$.

1.3. Загальне рішення диференціального рівняння змушених коливань:

$$x = a e^{-bt} \sin(k_1 t + \alpha) + A \sin(\omega t + \beta)$$

2. РЕЗУЛЬТАТИ ЕКСПЕРИМЕНТУ.**2.1. Експериментальний графік вимушених коливань (віброграма).**

2.2. Протокол експерименту

Таблиця 6.1

№ вимірювання	Час руху ленти, t, c	Довжина робочої частини ленти, $l, мм$	Довжина n періодів віброграми, $(ab), мм$	$2A_i, мм$	$A_i, мм$	$\omega, рад/с$
1						
2						
3						
4						
5						

3. ОБРОБКА РЕЗУЛЬТАТІВ ЕКСПЕРИМЕНТУ.

3.1. Масштаб часу віброграми

$$\mu_t = \frac{t}{l} = \quad (c/мм)$$

3.2. Значення довжини періоду

$$l_i = \frac{(ab)}{\mu_t} = \quad (мм)$$

3.3. Період змушених коливань

$$T_i = \mu_t \cdot l_i = \quad (с)$$

3.4. Частота змушених коливань

$$\omega = 2\pi/T = \quad (рад/с)$$

3.5. Вірогідне значення амплітуди коливань

$$\bar{A} = \frac{\Sigma A_i}{n} = \quad (мм)$$

3.6. Гранічна абсолютна похибка

$$\sigma_A = \sqrt{\frac{\Sigma(A_i - \bar{A})^2}{n(n-1)}} = \quad (мм)$$

3.7.Гранична відносна похибка

$$\delta A = \frac{\sigma_A}{A} 100\% =$$

3.8.Здвиг фаз

$$\beta = \quad (\text{рад})$$

4.ПРИБЛИЗНИЙ ЗАКОН ВИМУШЕНИХ КОЛИВАНЬ

$$x =$$

«_____» _____ 20____ р.

Роботу виконав _____

Роботу прийняв _____

Дюжаєв Володимир Петрович
Вершков Олександр Олександрович
Леженкін Олександр Миколайович

ЛАБОРАТОРНИЙ ПРАКТИКУМ

з теоретичної механіки

Навчально-методичний посібник

Підписано до друку 12.06.2019 р. формат 148x210
Папір офсетний. Замовлення № 19 485 від 10.06.2019 р.
Обсяг 1,75 ум.друк.арк.
Тираж 50 примірників

Надруковано у копії-центрі «X-terra» (ФОП Ландар Сергій Миколайович)
м.Мелітополь, вул. Університетська 55/3, 72312, Україна
тел. 097-411-01-14,
e-mail x-terra@ukr.net