

## НАЦІОНАЛЬНОГО ТЕХНІЧНОГО УНІВЕРСИТЕТУ “ХПІ”

Збірник наукових праць.

Тематичний випуск

22'2012

## “МАШИНОЗНАВСТВО ТА САПР”

Видання засновано Національним технічним університетом  
“Харківський політехнічний інститут” у 2001 році

## КООРДИНАЦІЙНА РАДА:

## Голова

Л.Л.Товажнянський, д-р техн. наук, проф.

## Секретар координаційної ради

К.О.Горбунов, канд. техн. наук, доц.

А.П. Марченко, д-р техн. наук, проф.;

Є.І. Сокол, д-р техн. наук, проф.;

Є.С. Александров, д-р техн. наук, проф.;

А.В. Бойко, д-р техн. наук, проф.;

Ф.Ф. Гладкий, д-р техн. наук, проф.;

М.Д. Годлевський, д-р техн. наук, проф.;

А.І. Грабчснко, д-р техн. наук, проф.;

В.Г. Данько, д-р техн. наук, проф.;

В.Д. Дмитриєнко, д-р техн. наук, проф.;

І.Ф. Домнін, д-р техн. наук, проф.;

В.В. Єпіфанов, канд. техн. наук, проф.;

Ю.І. Зайцев, канд. техн. наук, проф.;

П.О. Качанов, д-р техн. наук, проф.;

В.Б. Клепиков, д-р техн. наук, проф.;

С.І. Кондрашов, д-р техн. наук, проф.;

В.М. Кошельник, д-р техн. наук, проф.;

В.І. Кравченко, д-р техн. наук, проф.;

Г.В. Лісачук, д-р техн. наук, проф.;

В.С. Лупіков, д-р техн. наук, проф.;

О.К. Морачковський, д-р техн. наук, проф.;

В.І. Ніколаєнко, канд. іст. наук, проф.;

П.Г. Перерва, д-р екон. наук, проф.;

В.А. Пуляєв, д-р техн. наук, проф.;

М.І. Рищенко, д-р техн. наук, проф.;

В.Б. Самородов, д-р техн. наук, проф.;

Г.М. Сучков, д-р техн. наук, проф.;

Ю.В. Тимофіїв, д-р техн. наук, проф.;

М.А. Ткачук, д-р техн. наук, проф.

## Держвидання

Свідоцтво Держкомітета по інформаційній політиці України КВ №  
5256 від 2 липня 2001 року

## РЕДАКЦІЙНА КОЛЕГІЯ:

## Відповідальний редактор:

М.А. Ткачук, д-р техн. наук., проф.

## Відповідальний секретар:

Г.В. Ткачук, канд. техн. наук, ст.н.с.

Є.С. Александров, д-р техн. наук, проф.;

В.С. Гапонов, д-р техн. наук, проф.;

А.В. Грабовський, канд. техн. наук, доц.;

Г.М. Жолткевич, д-р техн. наук, проф.;

А.О. Зарубіна, канд. техн. наук, проф.;

Г.І. Львов, д-р техн. наук, проф.;

А.Д. Чепурний, д-р техн. наук, проф.

Адреса редколегії: 61002, Харків,  
вул. Фрунзе, 21. НТУ “ХПІ”.Каф. ТММіСАПР,  
тел. (057) 7076-902.

Вісник Національного технічного університету “Харківський політехнічний інститут”. Збірник наукових праць. Тематичний випуск: Машинознавство та САПР. – Харків: НТУ “ХПІ”. – 2012. – № 22. – 198 с.

У збірнику представлені результати досліджень кінематики, динаміки, напружено-деформованого стану елементів сучасних машин, а також методи, моделі та системи їх автоматизованого проектування. Для викладачів, наукових співробітників, спеціалістів.

В сборнике представлены результаты исследований кинематики, динамики, напряженно-деформированного состояния элементов современных машин, а также методы, модели и системы их автоматизированного проектирования. Для преподавателей, научных сотрудников, специалистов.

Рекомендовано до друку Вченою радою НТУ “ХПІ”.  
Протокол № 4 від 17 квітня 2012 р.

1988. – 327 р. **20. Кравчук А.С.** К задаче Герца для линейно– и нелинейно–упругих тел конечных размеров / А.С. Кравчук // Прикладная математика и механика. – Том 41. – 1977. – с. 329-337. **21. Kalker J.J.** Variational principles of contact elastostatics / J.J. Kalker // J. Inst. Math. and Appl. – 1977. – Vol. 20. – P. 199-221. **22. Wriggers P.** Computational Contact Mechanics / P. Wriggers. – Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag, 2006. – 518 р. **23. McDevitt T.W.** A mortar–finite element formulation for frictional contact problems / T.W. McDevitt, T.A. Laursen // International Journal for Numerical Methods in Engineering. – 2000. – Vol. 48. – P.1525-1547. **24. Wohlmuth B.I.** A mortar finite element method using dual spaces for the lagrange multiplier / B.I. Wohlmuth // SIAM, Journal of Numerical Analysis. – 2000. – Vol. 38. – P. 989-1012. **25. Кудрявцев В.Н.** Зубчатые передачи / В.Н.Кудрявцев.– М.: Машгиз, 1959. – 263 с. **26. Гохман Х.И.** Теория зацеплений, обобщенная и развитая путем анализа. – Одесса, 1886. – 7 с. **27. Литвин Ф.Л.** Теория зубчатых зацеплений / Ф.Л. Литвин. – М.: Наука, 1968. – 584 с. **28. Павлов А.И.** Современная теория зубчатых зацеплений / А.И. Павлов. – Харьков: ХНАДУ, 2005. – 100 с. **29. Шишов В.П.** Теоретические основы синтеза передач зацеплением / В.П. Шишов, П.Л. Носко, Н.В. Филь. – Луганськ: Вид–во СЛУ ім. В. Даля, 2006. – 408 с. **30. Литвин Ф.Л.** Применение кинематического метода для определения кривизн и условий отсутствия подрезания огибающей двухпараметрического семейства инструментальных поверхностей / Ф.Л. Литвин, М.Л. Ерихов // В сб.: Механика машин. – М.: Наука, 1966. – Вып. 3-4. – С. 152-157. **31. Litvin F.L.** Computerized Simulation of Meshing and Contact of Enveloping Gear Tooth Surfaces / F.L. Litvin, C.-L. Hsiao // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1993. – Vol. 102. – p. 337-366. **32. Гловински Р.** Численное исследование вариационных неравенств / Р. Гловински, Ж.Л. Лионс, Р. Трёмольер. – М.: Мир, 1979 – 574 с. **33. Ткачук М.М.** Аналіз контактної взаємодії складнопрофільних елементів машинобудівних конструкцій з кінематично спряженими поверхнями”: дисс. ... кандидата техн. наук: 05.02.09 / Ткачук Микола Миколайович. – Харків, 2010. – 203 с. **34. Работнов Ю.Н.** Механика деформируемого твердого тела / Ю.Н. Работнов. – М.: Наука. Гл. ред. физ.–мат. лит., 1988. – 712 с.

*Поступила в редколлегию 10.02.12*

УДК 539.3

**Н.А. ТКАЧУК**, докт. техн. наук, проф., зав каф. ТММиСАПР НТУ „ХПИ”, Харьков;

**А. Ю. ТАНЧЕНКО**, мл. научн. сотр. каф. ТММиСАПР НТУ „ХПИ”, Харьков;

**А.Н. ТКАЧУК**, канд. техн. наук, асп. каф. строительной механики, университет Штутгарта, Германия;

**П.В. ЧУРБАНОВ**, нач. бюро КОГКО НТК ЧАО „АзовЭлектроСталь”, Мариуполь;

**И.Я. ХРАМЦОВА**, научн. сотр. каф. ТММиСАПР НТУ „ХПИ”, Харьков;

**О.А. ИЩЕНКО**, ст. преподаватель каф. высш. мат-ки, Гос. Таврический агротехнолог. ун-т, Мелитополь

#### **АНАЛИЗ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ПРОЧНОСТНЫХ И ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК МАШИНОСТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ НА ОСНОВЕ ПРЯМОГО ВОЗМУЩЕНИЯ КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНЫХ МОДЕЛЕЙ**

*Запропоновані методи прямого збурення скінченно-елементних моделей машинобудівних конструкцій для аналізу чутливості їх характеристик до зміни геометричної форми і розмірів. Показана застосовність лінеаризованих моделей до визначення переміщень, напружень і власних частот слабо стоншеної конструкції порівняно з номінальною (початковою).*

*Предложены методы прямого возмущения конечно-элементных моделей машиностроительных конструкций для анализа чувствительности их характеристик к изменению геометрической формы и размеров. Показана применимость линейризованных моделей к определению перемещений, напряжений и собственных частот слабо утоненной конструкции по сравнению с номинальной (исходной).*

*The methods of direct indignation of machine-building constructions finite-element models are offered for sensitiveness analysis of their characteristics to change of geometrical form and sizes. Applicability of linearized models is shown for determination of displacements, stresses and eigenfrequencies of weakly thinned construction compared with a nominal (initial).*

**Введение.** При решении задач синтеза параметров машиностроительных конструкций по прочностным, жесткостным или динамическим характеристикам зачастую требуется определить не только реальный набор этих параметров, но и реакцию исследуемой конструкции на их изменение. При этом подразумевается, что сами эти изменения параметров незначительны. Например, на этапе конструирования обоснованные расчетным или экспериментальным путем параметры в силу различных соображений (компоновочных, технологических и т. п.) могут потребовать некоторой корректировки по сравнению с номинальными величинами. На этапе технологической подготовки и собственно производства также могут быть внесены согласованные с конструкторами изменения, обусловленные реальными условиями производителя и потребителей. В свою очередь в ходе эксплуатации может происходить изменение размеров и свойств материалов элементов конструкций (например, утонение вследствие механического, коррозионного или иного вида износа). На этапе же ремонта или реконструкции также могут вноситься изменения в конструкцию по сравнению с исходной.

Таким образом, вместо одного фиксированного объекта на протяжении его жизненного цикла приходится иметь дело с множеством объектов, в какой-то степени отличающихся от исходного, номинального. При этом в первую очередь изменениям подвергаются геометрические размеры, форма, механические и физико-механические свойства объектов. Это, в свою очередь, влечет за собой изменение его прочностных, жесткостных и динамических характеристик, что может быть промоделировано в ходе решения соответствующей задачи математической физики с определенным образом измененным оператором, граничными условиями или областью, занимаемой объектом. Данное изменение в определенных условиях можно рассчитать, привлекая аппарат теории возмущений [1, 2]. При малых изменениях параметров тенденции изменения контролируемых характеристик отражаются в соответствующих компонентах чувствительности [3-6]. В данном случае получаем в линейризованном виде отклик системы на изменение ее параметров.

Как правило, в настоящее время исследуемые машиностроительные конструкции моделируются в виде континуальных систем. Таким образом, воз-

мущение параметров данных объектов исследований трансформируется в изменение (см. выше) соответствующего оператора задачи, граничных условий или области, в которой рассматривается задача, – то есть и исходная постановка, и задача в возмущениях являются бесконечномерными. Учитывая, что в реальности для анализа таких систем применяются численные методы, в частности метод конечных элементов (МКЭ) [7], то для анализа чувствительности придется проводить дискретизацию всех типов задач. Однако уравнение метода конечных элементов имеют прямую явную аналогию с рассматриваемым физико-механическим процессом или состоянием для дискретной системы, образуемой при дискретизации исходной задачи. В связи с этим возникает идея применить подходы теории возмущений к уже дискретизированной системе разрешающих уравнений.

**Постановка задачи.** Целью работы является математическая постановка задачи анализа чувствительности прочностных, жесткостных и спектральных характеристик механических систем к изменению их размеров и геометрической формы путем исследования решений на дискретизированных (с помощью МКЭ) соответствующих моделях путем их прямого малого конечного возмущения. Таким образом, минуя этапы перехода от континуальной к дискретной форме, можно сразу же обратиться к анализу следующих систем уравнений МКЭ [7, 8]:

$$K \cdot x = f; \quad (1) \quad M\ddot{x} + Kx = 0; \quad (2) \quad \text{Det}(K - \omega^2 M) = 0. \quad (3)$$

Здесь  $x$  – массив узловых неизвестных,  $K$  – матрица жесткости конечно-элементного ансамбля,  $M$  – матрица масс,  $f$  – массив внешних нагрузок,  $\omega^2$  – собственные частоты динамической системы.

Заметим, что система уравнений (1) описывает так называемую задачу структурного анализа (то есть определения напряженно-деформированного состояния (НДС) исследуемого объекта под действием системы статических сил  $f$ ). Уравнения (2) соответствуют свободным движениям динамической системы, а (3) – определению ее спектральных свойств, то есть собственных частот  $\omega_i$ , ( $i = 1, 2, \dots$ ) ( $\omega_i^2$  – собственные числа (3)).

**Общий подход к решению задачи.** В соответствии с предложенным подходом сформулируем возмущения данных величин в терминах  $x$ ,  $K$ ,  $M$ ,  $f$ ,  $\omega^2$ . Для этого рассмотрим механизм формирования и определения данных величин. Массив неизвестных  $x$  из задачи (1) формально определяется при помощи обратной матрицы  $K^{-1}$ :

$$x = K^{-1} f. \quad (4)$$

В данном случае массив нагрузок  $f$  формируется из заданных внешних сил путем распределения их по соответствующим степеням свободы. Спектр собственных частот  $\omega_i$ , как отмечалось, определяется как набор корней (3).

Естественно, что базовыми возмущаемыми величинами являются матрицы  $K$ ,  $M$ . Рассмотрим их изменения и влияния на решения (1), (3) на примере утонения элементов исследуемого объекта. При этом отвлечемся от механизма процесса утонения, сосредоточив внимание на текущем состоянии, пренебрегаем также динамикой процесса утонения как существенно более медленного процесса.

Тогда введем в рассмотрение операцию сборки  $O$ , которая по координатам узлов (то есть матрице координат  $U$ ) и матрице элементов  $C$  (то есть списку узлов, входящих в образуемые ими конечные элементы) производит формирование матриц  $K$  и  $M$ :

$$K = O(k^e), \quad e = 1, \dots, N_e \quad (5) \quad M = O(m^e), \quad e = 1, \dots, N_e, \quad (6)$$

где  $k^e$ ,  $m^e$  – матрицы жесткости и масс отдельных конечных элементов, число которых в ансамбле  $N_e$  [7, 8].

Операция  $O$  как бы «наслаивает» в соответствующих ячейках матриц  $K$  и  $M$  влияние от всех конечных элементов. Проанализируем влияние изменений свойств отдельных элементов на компоненты  $k^e$ ,  $m^e$ , а затем, проведя операцию сборки, оценим общий эффект на матрицах  $K$ ,  $M$ .

**«Точечные» конечные элементы.** Если в конечно-элементном ансамбле существует некоторое количество масс и жесткостей, сосредоточенных в отдельных узлах, то их можно описать массами  $m$ , жесткостями  $c$ , моментами инерции  $I$  и крутильными жесткостями  $c_\phi$ .

Для соответствующих степеней свободы (на рис. 1 – соответственно линейное перемещение вдоль оси  $x$  и поворот вокруг нее) элементами матриц  $k^e$ ,  $m^e$  являются:

$$m_{**}^e = m; \quad m_{**}^e = I, \quad (7) \quad k_{**}^e = c; \quad k_{**}^e = c_\phi. \quad (8)$$

При утонении масса (момент инерции) и жесткости уменьшаются:

$$m^e = m_0^e(1 - \alpha), \quad (9) \quad k^e = k_0^e(1 - \alpha), \quad (10)$$

где  $m_0^e$ ,  $k_0^e$  соответствуют номинальным (неутоненным) состояниям,  $\alpha \in [0; 1]$  – коэффициент утонения.

Таким образом, элементы матриц жесткости и масс будут состоять из двух компонент:

$$k_{ij} = k_{ij}^{(0)} - \alpha k_{ij}^{(e)}, \quad m_{ij}^{(e)} = m_{ij}^{(0)} - \alpha m_{ij}^{(e)}, \quad (11)$$

то есть текущее состояние определяется в зависимости от коэффициента  $\alpha = \alpha(t)$ . При этом данный коэффициент может меняться от узла к узлу, может быть разным для масс и жесткостей в одном узле. Важной особенностью

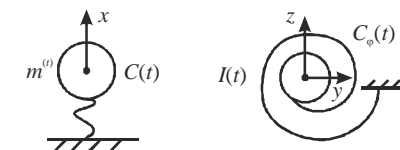


Рис. 1. Изменение массово-жесткостных свойств сконденсированных точечных элементов

является то, что при  $\alpha \ll 1$  компоненты матриц  $K$  и  $M$  состоят из 2-х слагаемых: первая соответствует компонентам «номинальных» матриц  $K, M$  (то есть  $K(0), M(0)$ ), а вторая образуется путем операции сборки из матриц, все компоненты которых являются линейными комбинациями «номинальных» матриц с малыми коэффициентами  $\alpha$ . Тогда:

$$K(\alpha) = K_0 - K_0', \quad (12) \quad M(\alpha) = M_0 - M_0'. \quad (13)$$

Здесь в  $K_0, M_0$  сосредоточены компоненты, не зависящие от  $\alpha$ , а в  $K_0', M_0'$  – зависящие от них линейно.

**Линейные конечные элементы.** При формировании матриц жесткости и масс стержневых конечных элементов (рис. 2) обычно выделяются слагаемые от растяжения-сжатия, изгиба и кручения.

Тогда для степени свободы  $u$ , то есть растяжения-сжатия (см. рис. 2), соответствующий коэффициент матрицы жесткости пропорционален площади сечения  $F$  [7]

$$k_{**}^e = C_1 F = C_1 \int_0^{2\pi} \rho^2(\varphi, t) d\varphi, \quad (14)$$

где  $C_i$  – здесь и далее – некоторые не зависящие от геометрической формы и размеров сечения величины. Тогда, обозначая через  $\alpha$  степень изменения площади от «номинальной»  $F^0$ , то есть

$$\alpha = \frac{\Delta F}{F^0} = \frac{F^0 - F(t)}{F^0}, \quad (15)$$

получаем:

$$k_{**}^e = k_{**}^{e0}(1 - \alpha). \quad (16)$$

Аналогично

для  $m_{**}^e$ :

$$m_{**}^e = m_{**}^{e0}(1 - \alpha). \quad (17)$$

Для случая кручения, учитывая, что

$$\alpha = 2 \int_0^{2\pi} \rho_0^2 \left( \frac{\zeta}{\rho_0} \right) d\varphi / \int_0^{2\pi} \rho_0^2 d\varphi, \quad (18)$$

ищем для относительного изменения полярного момента инерции поперечного сечения

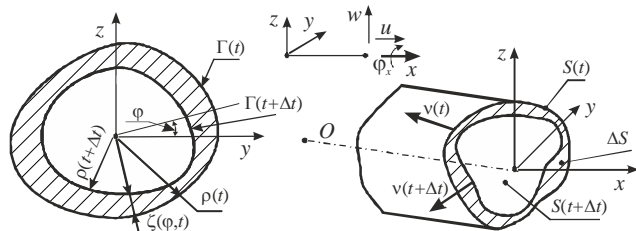


Рис. 2. Утонение поперечного сечения стержня

$$\gamma = \frac{I_0^p - I^p(\alpha)}{I_0^p} = C_3 \left\{ \int_0^{2\pi} \rho_0^4 \left( \frac{\zeta}{\rho_0} \right) d\varphi / \int_0^{2\pi} \rho_0^4 d\varphi \right\}. \quad (19)$$

Заключив величину  $\varepsilon = (\zeta/\rho_0)$  в границы  $2m \leq \varepsilon \leq 2M$ , (20)

получаем для оценки  $\gamma$ :  $C_3 m \leq \gamma \leq C_3 M$ . (21)

Таким образом,  $\gamma = n\alpha$ ,  $n \in [C_3/2; C_3 M/2m]$ , (22)

$n$  – конечное, компоненты матриц  $M$  и  $K$  выразятся через компоненты  $M_0, K_0$

$$k_{**}^e = k_{**}^{e0}(1 - n\alpha). \quad (23) \quad m_{**}^e = m_{**}^{e0}(1 - n\alpha). \quad (24)$$

Аналогичные соображения могут быть применимы и для «изгибных» компонент матриц жесткости и масс. Получаемые в этом случае зависимости аналогичны (23), (24). При этом коэффициенты  $n$  в данных соотношениях зависят от вида окружного (вдоль полярного угла  $\varphi$ , см. рис. 2) распределения утонения, однако остаются пропорциональными интегральному утонению поперечного сечения.

Таким образом, для стержневых элементов в общем случае справедливы те же тенденции изменения компонент матриц  $K$  и  $M$ , что для «точечных» (см. (11), (23), (24)), а сами матрицы представимы в виде сумм «номинальных» («невозмущенных») и «малых» слагаемых (последние состоят из линейной комбинации компонент первых, причем коэффициентами служат степени утонения сечений отдельных элементов  $\alpha$ ). Отсюда следует, что в дальнейшем можно пользоваться их представлениями (12), (13).

**Пластинчатые элементы.** При рассмотрении пластинчатых (а также оболочечных) элементов традиционно их напряженно-деформированное состояние представляется в виде комбинации плоского напряженно-деформированного состояния и изгиба (на рис. 3 соответствуют плоскостям  $xy$  и направлению  $z$ ). Первое предполагает, что компоненты  $M$  и  $K$  прямо пропорциональны толщине конечного элемента  $h$ . Если при утонении взять коэффициент  $\alpha$  как степень изменения  $h$  по сравнению с номинальным (исходным) значением  $h_0$ , то есть

$$h = h_0(1 - \alpha), \quad (25)$$

то автоматически выполняются все соотношения (11)-(13).

Для изгибной компоненты НДС коэффициенты матрицы масс также пропорциональны  $h$ , и в части их представления справедливы соотношения (11)-(13). Коэффициенты же матрицы жесткости пропорциональны  $h^3$ , и при малых

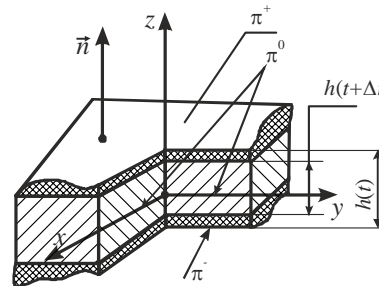


Рис. 3. Утонение пластин и оболочек

$\alpha$  справедливо примерное равенство:

$$k_{**}^e \approx k_{**}^{e0} (1 - 3\alpha). \quad (26)$$

Отсюда по аналогии с (23) следует тот же вывод, что и для стержневых конечных элементов: соотношения (11) здесь справедливы относительно тенденций изменения компонент матриц жесткости и масс, а (12), (13) – относительно вида представления  $M(\alpha)$ ,  $K(\alpha)$ .

**Массивные тела.** Моделирование утонения массивных тел (рис. 4) с точки зрения традиционного подхода МКЭ затруднительно, так как требует либо симуляции «смерти» части конечных элементов, либо локальной перестройки приповерхностной зоны конечно-элементной сетки, которую можно принудить отслеживать миграцию внешней поверхности  $\Sigma$  (см. рис. 4) вследствие процесса утонения, описываемого параметром  $\alpha$ , который представляется здесь как

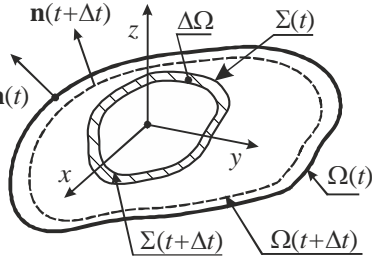


Рис. 4. Утонение массивного тела

$$\alpha = V(\Delta\Omega)/V(\Omega(0)) = \Delta V / V_0. \quad (27)$$

Здесь  $V$  – объем соответствующих областей.

Однако ситуацию можно изменить, рассматривая не статичные конечно-элементные сетки, а «следящие». Имеется в виду, что существует некоторое непрерывное взаимнооднозначное преобразование текущей области в исходную

$$D: M = D(N), \quad N = D^{-1}(M) \quad \forall M \in \Omega^0, \quad N \in \Omega(\alpha). \quad (28)$$

Потребуем, чтобы якобиан преобразования  $J$  во всей области  $\Omega_0$  был не больше единицы. Тогда

$$\int_{(\Omega_0)} J dV_0 = V(\Omega(\alpha)) = V_0(1 - \alpha). \quad (29)$$

Потребовав также, чтобы для каждого конечного элемента выполнялось условие

$$(1 - \gamma)V_0^e \leq J_e = \int_{(\Omega_e)} J dV_0 \leq V_0^e, \quad (30)$$

где  $V_0^e$  – исходный объем конечного элемента в области  $\Omega_0$ ,  $\gamma = n\alpha \ll 1$ ,  $n$  – конечно, получим для элементов  $M(\alpha)$ ,  $K(\alpha)$  в текущей конфигурации конечно-элементного ансамбля (в силу известных отношений [7, 8]:

$$k_{**}^e = (1 - n^e \alpha) k_{**}^{e0}, \quad m_{**}^e = (1 - n^e \alpha) m_{**}^{e0}, \quad (31)$$

где  $n^e \in [1; n]$  – конечное число, не превышающее  $n$ .

Данные отношения по тенденции изменения компонент  $M$ ,  $K$  соответствуют (11). В силу этого справедливы и соотношения (12), (13).

*Замечание 1.* По форме и тенденциям изменения компонент  $K$  и  $M$  получены аналогичные соотношения для точечных, линейных, пластинчатых и массивных конечных элементов. В тоже время для 3D конечно-элементного ансамбля изменяются положения узлов и конечных элементов, а для редуцированных конечных элементов – только связанные с ними геометрически обусловленные характеристики. Однако это отличие формальное, так как физически во всех случаях область  $\Omega$  (см. рис. 4), а также области, протянутые вдоль линии стержня ( $\bar{\Omega} = S(\alpha) \times l$ ,  $l$  – стержня, см. рис.2) или нарощенные от срединной плоскости  $\pi_0$  до наружной  $\pi^+$  и внутренней  $\pi^-$  ( $\bar{\Omega} = \pi^0 \times h$ , см. рис. 3), уменьшаются.

*Замечание 2.* В силу замечания 1 при сравнении результатов конечно-элементного анализа для случая 3D конечных элементов сравнению подлежат компоненты НДС, определяемые в различных точках  $M \in \Omega^0$ ,  $N \in \Omega(\alpha)$  (но связанных соответствием D (28)). Для редуцированных конечных элементов сравниваемые компоненты НДС вычисляются в тех же точках, но с соответственно измененными толщинами или поперечными сечениями.

**Общие тенденции изменения решений задач анализа при утонении тел.** Рассматривая (12), (13) как исходные соотношения, можно исследовать поведение решений задач (1), (3). Так, для задач структурного анализа при таких  $\alpha$  можно решение представить в виде

$$x(\alpha) \approx x(0) + (K_0)^{-1} K_0' \cdot f, \quad (32)$$

где  $x(0)$  – решение (4) при  $\alpha = 0$ , а компоненты матрицы  $K_0'$  есть линейные комбинации слагаемых типа (11). То есть, компоненты вектора решения  $x(\alpha)$  представляет собой сумму решения для базовой неутоненной конструкции и линейной по степеням утонения отдельных конечных элементов. Таким образом, для определения решения при любой конфигурации утонения исследуемой конструкции необходимо знать лишь решение  $x_0 = x(0)$  для базового неутоненного варианта, располагать матрицами  $K_0'$ ,  $K_0^{-1}$ , и тогда компоненты решения  $x^{(s)}$  представлены в виде линейной комбинации:

$$x^{(s)}(\alpha) = x_0^{(s)} + \sum_k \rho_{ks} \alpha_k x_0^{(s)}, \quad (33)$$

где  $\rho_{ks} \cdot \alpha_k$  – элементы матрицы  $K_0^{-1} K_0'$  (см. (32)).

Отсюда следует, что для организации многовариантных исследований НДС

тонкостенных конструкций с учетом утонения стенок (т.е. при разных наборах  $\alpha$ ) можно использовать решение (33).

*Замечание 3.* Коль скоро данные соотношения выведены из приближенных равенств, то их применение ограничено малыми  $\alpha$ . С другой стороны, точность соотношений (33) хоть и может ухудшиться с ростом  $\alpha_k$ , однако тенденцию изменения компонент решения  $x(\alpha)$  они будут отражать удовлетворительно. Поэтому, задавшись предельно допустимыми (нормативными) значениями  $\alpha^*$ , можно по значениям точных решений при задании различных сочетаний  $\alpha^- = \{0, \dots, \alpha^*, \dots, 0\}$  получить соотношения для определения  $\rho_{\text{кр}}^{\wedge}$ :

$$\sum_{k=1}^N \rho_{\text{кр}}^{\wedge} \alpha_k x_0^{(p)} = x_*^{(p)} - x_0^{(p)}, \quad (34)$$

где  $x_* = \{x_*^{(p)}\}$  - точные решения системы уравнений (1) при  $K = K(\alpha^-)$ .

Таким образом, получаем примерное решение в виде, аналогичном (33), но соответствующее большему диапазону изменения коэффициентов  $\alpha_k$ .

Практичность предложенного подхода резко возрастает в случае, когда число уточняемых элементов исследуемой конструкции мало по сравнению с общим числом элементов. Это приводит к резкому уменьшению коэффициентов матрицы  $\rho_{\text{кр}} \neq 0$ . Соответственно, резко уменьшается количество требуемых решений системы уравнений (1) при пробных наборах  $\alpha^-$ .

В результате полученные соотношения для определения решения могут быть использованы для многовариантных расчетов напряженно-деформированного состояния при различных сочетаниях утонений стенок, без необходимости решения полной системы уравнений МКЭ (1). Это дает возможность оперативного решения следующих задач:

1) параметрический анализ, например, определение зависимости максимальных напряжений или перемещений от параметров утонения  $\alpha$ :

$$\sigma_{\text{max}} = \sigma_{\text{max}}(\alpha); \quad w_{\text{max}} = w_{\text{max}}(\alpha); \quad (35)$$

2) определение наиболее неблагоприятного сочетания  $\tilde{\alpha}$

$$\tilde{\alpha} = \arg \max \sigma_{\text{max}}(\alpha); \quad \tilde{\alpha} = \arg \max w_{\text{max}}(\alpha); \quad (36)$$

3) определение рационального набора карты перераспределения номинальных толщин элементов, например, исследуемой пластинчатой конструкции:

$$h^* = \arg \min_h \max_{\alpha} \sigma_{\text{max}}(h, \alpha); \quad m = m(h) = \text{const}, \quad (37)$$

где  $m = \sum S_k \cdot h_k \cdot \gamma$  - масса конструкции, элементы которой имеют плотность  $\gamma$ .

В данном случае путем варьирования  $\alpha$  можно моделировать и естест-

венный процесс утонения, например, вследствие коррозии металлоконструкции, и проектное варьирование толщин с целью оптимизации, и «восстановление» исходной конфигурации толщин по некоторой рациональной конечной путем задания отрицательных  $\alpha$  (т.е. моделирование процесса утонения в обратном направлении).

*Замечание 4.* Все описанные выше типы задач оперируют с параметрами  $\alpha$  с точки зрения их апостериорного задания, поиска (путем прямого перебора или целенаправленного изменения с целью улучшения тех или иных характеристик) или определения неблагоприятных сценариев утонения. В этих задачах НДС и утонение не являются связанными процессами. В то же время для ряда задач применима связанная постановка. Например, для пластинчатой конструкции

$$\dot{h} = \zeta(\sigma); \quad h(0) = h_0; \quad K(h) \cdot x(t) = f, \quad (38)$$

где  $\zeta(\sigma)$  - функция, которая связывает скорость утонения с напряженно-деформированным состоянием.

Эту задачу также можно сформулировать в параметрах  $\alpha$ :

$$\dot{\alpha} = -\zeta(\sigma)/h_0; \quad \alpha(0) = 0; \quad K(\alpha) \cdot x(t) = f. \quad (39)$$

При этом на каждом этапе интегрирования по времени можно использовать предложенную в работе методику решения (с той лишь разницей, что  $\alpha$  не задается, а определяется в процессе решения задачи).

*Замечание 5.* При использовании предложенного подхода, несмотря на увеличение числа необходимых расчетов (то есть, кроме «базового» расчета при нулевом утонении, требуется еще проведение стольких расчетов, сколько наличествует элементов с различными степенями утонения), есть преимущество по сравнению с традиционным анализом чувствительности по соотношениям (33). Оно заключается в том, что с ростом  $\alpha$  приближенные формулы теряют не только точность, но и корректность, поскольку получены в предположении сохранения симметричности и положительной определенности матриц  $K'_0, M'_0$  (см. (32, 33)), которые могут теряться с увеличением  $\alpha$  во все большей мере. В то же время предложенный подход предполагает оперирование на всех этапах с матрицами жесткости и масс, получаемыми напрямую по известным соотношениям МКЭ, справедливым при любом значении  $\alpha$ . При этом все свойства матриц  $K(\alpha), M(\alpha)$ , вычисленных без линеаризации, а путем прямого малого конечного возмущения конечно-элементной модели, идентичны свойствам  $K(0), M(0)$ .

*Замечание 6.* Тенденции линейного поведения компонент вектора решения  $x(\alpha)$  вызывают естественное ее распространение и для компонент тензора напряжений, по этим перемещениям вычисляемых. В то же время это не всегда относится к знаку линейной части выражений: при росте перемещений может наблюдаться как увеличение, так и уменьшение напряжений (см. пример далее).

Обращаясь к задаче анализа спектра (3), рассмотрим сначала задачу поиска квадрата первой (нижней) собственной частоты как абсолютного минимума функции Рэлея  $R$ :

$$\omega_1^2 = \min R = \min \left\{ \frac{\sum K_{ij} y_i y_j}{\sum M_{ij} y_i y_j} \right\}, \quad (40)$$

где  $K_{ij}$ ,  $M_{ij}$  – компоненты матриц  $K$  и  $M$ , а  $y_k$  – компоненты пробных распределений, приближающих первую собственную форму колебаний  $A$  с компонентами  $A_k$ .

Находя достаточно хорошее приближение  $\omega_1^2(\alpha)$ , можно использовать то обстоятельство [9], что сама собственная частота, определяемая по функции Рэлея, при изменении формы  $A$  отклоняется от точного значения незначительно. В силу этого при малых  $\alpha$  можно не делать различий между формами  $A(0)$  и  $A(\alpha)$ . Тогда

$$\omega^2 = \frac{\sum_{i,j} (K_{ij}^0 - K_{ij}') A_i A_j}{\sum_{i,j} (M_{ij}^0 - M_{ij}') A_i A_j} = \frac{\sum_{i,j} K_{ij}^0 A_i A_j - \sum_{i,j} K_{ij}' A_i A_j}{\sum_{i,j} M_{ij}^0 A_i A_j - \sum_{i,j} M_{ij}' A_i A_j}. \quad (41)$$

Преобразовав к (41) виду

$$\omega^2(\alpha) = \omega_0^2 \frac{\left( 1 - \frac{\sum_{i,j} K_{ij}' A_i A_j}{\sum_{i,j} K_{ij}^0 A_i A_j} \right)}{\left( 1 - \frac{\sum_{i,j} M_{ij}' A_i A_j}{\sum_{i,j} M_{ij}^0 A_i A_j} \right)}, \quad (42)$$

где  $\omega_0^2 = \frac{\sum_{i,j} K_{ij}^0 A_i A_j}{\sum_{i,j} M_{ij}^0 A_i A_j}$ , можно сделать вывод, что по сравнению с неутоненной конструкцией нижняя собственная форма колебаний либо растет, либо уменьшается, либо остается неизменной в зависимости от скоростей роста числителя и знаменателя (42). Переписав для малых  $\alpha$  последнее выражение в виде

$$\omega^2(\alpha) \approx \omega_0^2 (1 - \delta_K) (1 + \delta_M), \quad (43)$$

где  $\delta_K$ ,  $\delta_M$  – отношения значений билинейных форм, вычисляемых для возмущений, вызванных утонением, и для базового неутоненного варианта (собственно, для матриц  $K$  и  $M$ ), можно принять

$$\omega^2(\alpha) \approx \omega_0^2 (1 - \delta_K + \delta_M). \quad (44)$$

*Замечание 7.* Учитывая, что для определения более высоких частот колебаний с использованием функции Рэлея ищется ее условный экстремум на формах, ортогональных предшествующим, то вместо задачи минимизации получаем последовательность минимаксных задач. При этом, однако, вид самой функции Рэлея сохранится, и все выкладки сохранятся теми же. При

малых  $\alpha$  останутся справедливыми те же оценочные соотношения (43), (44), однако входящие в них величины  $\delta_K$ ,  $\delta_M$  изменятся, в силу чего может измениться и тенденция миграции той или иной частоты в спектре исследуемого объекта.

**Частный случай. Изменение спектра собственных колебаний шарнирно опертого стержня первоначально прямоугольного сечения.** На рис. 5 представлен специально заданный частный вид утонения стержня прямоугольного сечения. Используя принятую выше форму записи с привлечением обозначений  $C_s$  (константы, в которых аккумулируются величины, неизменные при утонении), для спектра частот собственных колебаний стержня в плоскости  $zx$  имеем [9]

$$\omega_i = C_4 \sqrt{I_y(\alpha)/F(\alpha)}, \quad (45)$$

где  $I_y$ ,  $F$  – момент инерции и площадь сечения стержня (здесь  $\alpha = t/h$  – степень утонения). Кроме того, обозначим  $\chi = h/b$ ;  $t/b = \gamma$ ;  $\gamma = \chi\alpha$ .

Вводя в рассмотрение относительное изменение частоты

$$\lambda_i = \omega_i(\alpha)/\omega_i(0), \quad (46)$$

получаем с учетом принятых обозначений

$$\lambda_i = \lambda = \sqrt{\frac{1 - 2\chi\alpha^2 \left\{ \frac{2}{3}\alpha^2 + \frac{1}{3}(3 - 2\alpha)^2 \right\}}{1 - 2\chi\alpha^2}}. \quad (47)$$

Определим коэффициент изменения площади поперечного сечения

$$2\alpha\gamma = 2\chi\alpha^2 = \delta = \Delta S(\alpha)/S(0), \quad (48)$$

получаем

$$\lambda = \sqrt{\frac{1 - (1/3)\delta \left[ \delta/\chi + \left( 3 - \sqrt{2\delta/\chi} \right)^2 \right]}{1 - \delta}}. \quad (49)$$

При малых  $\delta$

$$\lambda \approx (1 + \delta/2)(1 - 3\delta/2) \approx 1 - \delta. \quad (50)$$

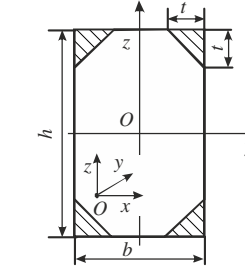


Рис. 5. Частный вид утонения стержня прямоугольного сечения

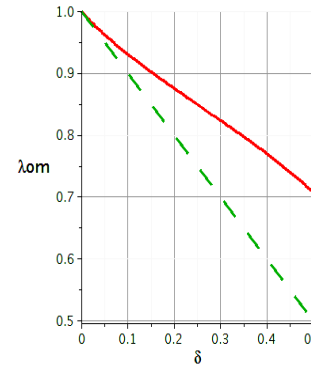


Рис. 6. Зависимость  $\lambda(\delta)$  в интервале  $\delta \in [0; 1/2]$

На рис. 6-8 представлена зависимость  $\lambda(\delta)$  в интервале  $\delta \in [0; 1/2]$ , а также штриховой линией - линейризованная зависимость (50). Видно, что линейризованная зависимость дает значительную

погрешность при  $\alpha, \delta \rightarrow 1/2$  (до 40%), в то время как аппроксимация по секущей точке на кривой, соответствующей  $\delta=1/4$ , дает возможность сократить погрешность до 2%, причем она минимальна при  $\alpha, \delta \rightarrow 0$  и  $\delta \rightarrow 1/4$  (т.е. для номинального и максимально утоненного поперечного сечения, если принять допустимый уровень утонения 25%).

**Замечание 8.** С учетом того, что все частоты поперечных колебаний стержня в одной выбранной плоскости одинаково зависят от геометрических параметров сечения [9], то при одном и том же утонении  $\alpha$  (или  $\delta$ ) тенденции миграции (то есть  $\lambda$ ) не зависят от номера частоты. Это справедливо в речных колебаниях в

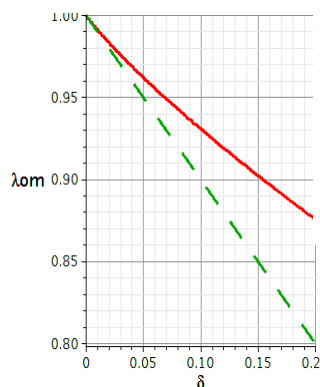


Рис. 7. Зависимость  $\lambda(\delta)$  в интервале  $\delta \in [0; 1/5]$

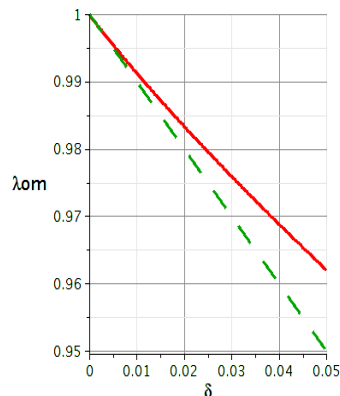


Рис. 8. Зависимость  $\lambda(\delta)$  в интервале  $\delta \in [0; 1/20]$

же утонении  $\alpha$  (или  $\delta$ ) частот данного множества зависят от номера частоты. В данном случае для поперечности  $zx$ .

**Частный случай. Изгиб шарнирно опертого стержня специального поперечного сечения.** На рис. 9 представлена расчетная схема шарнирно опертого стержня со специальным поперечным сечением и с утоняемыми выступами по поверхностям  $\Pi$ . Утоняются в случае I только выступы:  $h_1(\alpha) = h_1^0(1 - \alpha)$ .

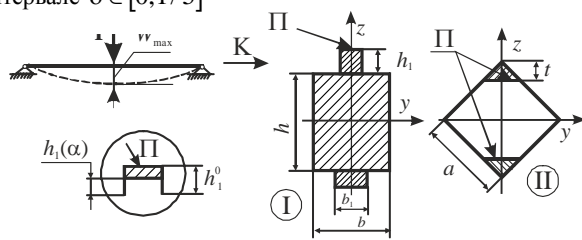


Рис. 9. Шарнирно опертый стержень со специальными поперечными сечениями и с утоняемыми выступами по поверхностям  $\Pi$

Вводим обозначения:  $b_1/b = K_1 \in [0; 1]$ ;  $h_1^0/b = K_2 \in [0; \infty]$ . Тогда максимальные перемещения и напряжения будут равны:

$$W_{\max} = C_5 / \dot{I}_y(\alpha), \quad \sigma_{\max} = C_6 / W(\alpha). \quad (51)$$

где  $I_y, W$  – момент инерции и момент сопротивления поперечного сечения

стержня.

Вводя в рассмотрение коэффициенты

$$\lambda_w = W_{\max}(\alpha) / W_{\max}(0), \quad \lambda_\sigma = \sigma_{\max}(\alpha) / \sigma_{\max}(0), \quad (52)$$

получаем:

$$\lambda_w = \frac{(1 - K_1) + K_1 [1 + 2K_2]^3}{(1 - K_1) + K_1 [1 + 2K_2(1 - \alpha)]^3}, \quad \lambda_\sigma = \lambda_w \frac{1 + 2K_2(1 - \alpha)}{1 + 2K_2}. \quad (53)$$

В зависимости от соотношений размеров поперечного сечения можем наблюдать различный характер изменения  $\lambda_w, \lambda_\sigma$  в зависимости от  $\alpha$  (рис. 10). При малых  $\alpha$ :  $\lambda_w \approx 1 + \mu \cdot \alpha$ ,  $\lambda_\sigma \approx 1 + (\mu - \varphi)\alpha$ , где  $\varphi = 2K_2 / (2K_2 + 1)$ ,  $\mu = [6K_2(1 + 2K_2)^2] / [1 - K_1 + K_1(1 + 2K_2)^3]$ .

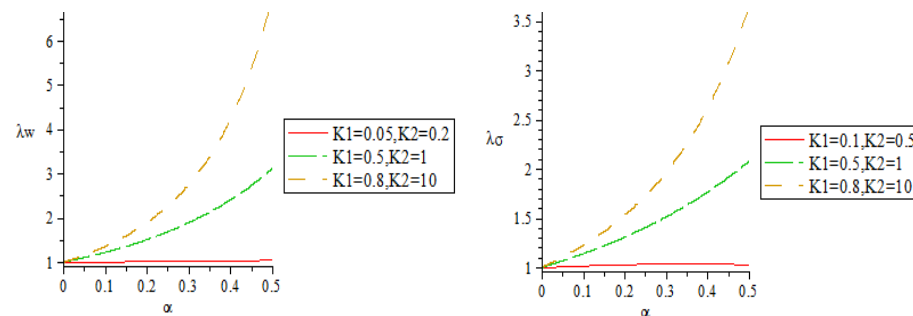


Рис. 10. Зависимости  $\lambda_w, \lambda_\sigma$  от  $\alpha$  при разных  $K_1, K_2$

Таким образом, и при малых, и при конечных  $\alpha$   $\lambda_w$  и  $\lambda_\sigma$  имеют различные величины. Также получены результаты расчетов с применением конечно-элементного моделирования. Наблюдается удовлетворительное соответствие с аналитической моделью. На рассматриваемом частном примере изгиба стержня продемонстрирована справедливость линейзации отклика его напряженно-деформированного состояния на утонение поперечного сечения, причем подтверждена необходимость раздельной линейзации по перемещениям и напряжениям.

**Частная задача об изгибе шарнирно опертого стержня ромбовидного поперечного сечения** (см. рис. 9, случай II). Здесь процесс утонения описывается либо отношением линейных размеров  $\alpha$ , либо площадей:  $\alpha = t/a$ ,  $\delta = 2t^2/a^2$ . По аналогии с приведенными выше соотношениями получаем для данного случая

$$\lambda_w = 3 / \left\{ 3 - \delta^2 - 2\delta(3 - 2\sqrt{\delta})^2 \right\}; \quad \lambda_\sigma = 3(\sqrt{2} - \sqrt{\delta}) / \left\{ \sqrt{2} \left[ 3 - \delta^2 - 2\delta(3 - 2\sqrt{\delta})^2 \right] \right\}.$$



С точки зрения наличия особенностей распределение  $\lambda_w$  (рис. 11) не привносит ничего отличного от аналогичных зависимостей (см. выше), а вот  $\lambda_\sigma$  демонстрирует специфическое поведение при малых  $\delta (< 0,05)$  (см. рис.11). Эта особенность заключается, во-первых, в наличии ниспадающего участка  $\lambda_\sigma(\delta)$  на интервале примерно до  $\delta \approx 0,005$ , а во-вторых, линейризованная зависимость по  $\alpha$   $\lambda_\sigma \approx 1 - \sqrt{(\delta/2)} = 1 - \alpha$ , представленная в виде  $\lambda_\sigma(\delta)$ , имеет корневую особенность производной при  $\delta \rightarrow 0$ . Таким образом, линейризация по этому параметру в окрестности нуля некорректна (по теории малых возмущений).

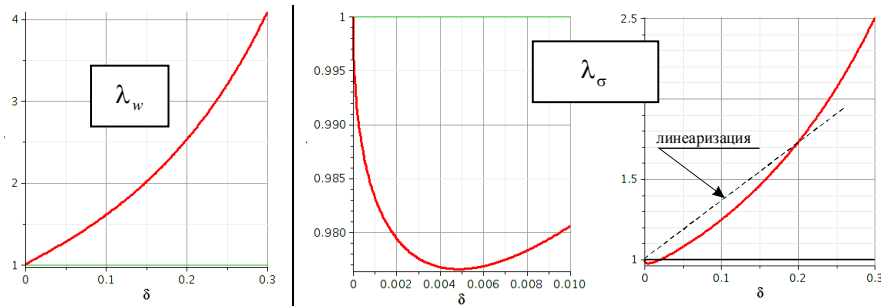


Рис. 11. Зависимости  $\lambda_w$  и  $\lambda_\sigma$  от  $\delta$

Тут же нужно заметить, что сама величина снижения  $\lambda_\sigma$  по сравнению с 1 мала, как мал и участок падения. В силу этого предлагаемая в работе линейризация (см. штриховую линию на рис. 11) по конечному приращению  $\delta$  (например,  $\delta = 0,2$ ), хоть и не отражает особенности изменения  $\lambda_\sigma$  при  $\delta \rightarrow 0$ , тем не менее, обеспечивает отличие от точной кривой на уровне 10% на интервале  $\delta \in [0; 0,25]$ .

**Частный случай. Напряженно-деформированное состояние при утонении трубы.** Рассматривается

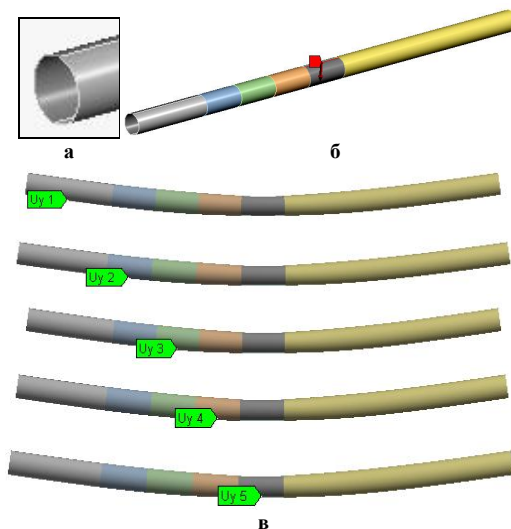


Рис. 12. Расчетная схема участка трубы. Цилиндрическая оболочка с независимыми утоняемыми секциями 1-5 (нумерация – слева направо): а - шарнирное опирание по краям; б - нагрузка (сила, отмечена стрелкой, распределенная по линии вдоль образующей средней (пятой слева) секции; в - контрольные точки 1-5

участок трубы, разбитый на сегменты (рис. 12). При численном решении для определенности взяты размеры и свойства материала следующими:  $E = 2,1 \cdot 10^{11}$  Н/м<sup>2</sup>, диаметр – 0,5 м, толщина –  $10^{-2}$  м, длина – 11 м, нагрузка – 10 кН.

Рассматриваются утонения секций (указанные на рис. 13) с интенсивностями  $\alpha_1 = \{0,05; 0,1; 0,2; 0,3\}$  и  $\alpha_2 = \{0,05; 0,1; 0,2; 0,3\}$ . Рассчитано при помощи МКЭ (с использованием Shell-элементов) 4 варианта НДС: I – базовый (неутоненный); II – при утонении  $\alpha_1 = \alpha_1^*$ ;  $\alpha_2 = 0$ ; III – при утонении  $\alpha_1 = 0$ ;  $\alpha_2 = \alpha_2^{**}$ ; IV – при утонении  $\alpha_1 = \alpha_1^*$ ,  $\alpha_2 = \alpha_2^{**}$  (рис. 13). Здесь звездочками обозначены некоторые выбранные значения из приведенных выше наборов  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ . Далее вычисляются характеристики  $q_w = [W_I + W_{IV} - (W_{II} + W_{III})]/W_I$ ,  $q_\sigma = [\sigma_I + \sigma_{IV} - (\sigma_{II} + \sigma_{III})]/\sigma_I$ , где  $W$ ,  $\sigma$  – некоторые компоненты вектора перемещений и тензора напряжений, выбираемые в одной и той же точке трубы, а римские цифры индексируют описанные выше случаи сочетания утонений.

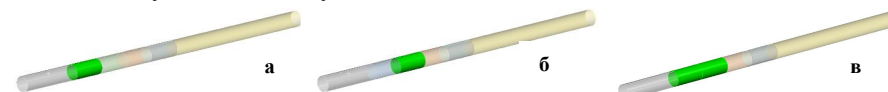


Рис. 13. Варианты утонения секции: а – утонение секции 2 (вариант II); б – утонение секции 3 (вариант III); в – утонение секций 2 и 3 (вариант IV)

На рис. 14 представлены зависимости характерных распределений прогибов и напряжений вдоль оси трубы  $q_w = q_w(\alpha_1; \alpha_2)$ ,  $q_\sigma = q_\sigma(\alpha_1; \alpha_2)$ , а на рис. 15, 16 – зависимости  $\lambda_w = W(\alpha)/W(0)$ ,  $\lambda_\sigma = \sigma(\alpha)/\sigma(0)$ .

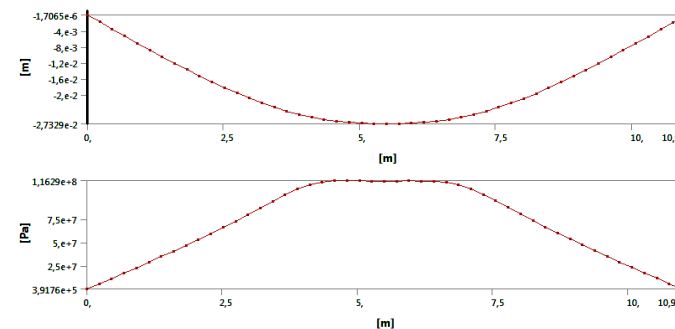


Рис. 14. Распределение прогибов (а) и напряжений (б) (вариант I – неутоненная конструкция)

Из представленных зависимостей видно, что примерно линейная зависимость компонент  $W$ ,  $\sigma$  наблюдается не только при достаточно малых  $\alpha$  (до 0,1), но и для значительных величин (до 0,2-0,4). Несоответствие при этом меньше 1% при  $\alpha$  до 0,3. Если провести линейризацию по точке с предельными утонениями (0,25; 0,25), то максимальное несоответствие линейризованной модели и нелинейризованной по перемещениям – 0,2%, по напряжениям – 0,5%. Таким

образом, с достаточной для многих случаев точностью можно использовать линейризованную модель для прогноза НДС в тонкостенной конструкции (в данном случае – труба).

Важно подчеркнуть и другое обстоятельство: при использовании линейризации по коэффициентам анализа чувствительности погрешности при  $\alpha$  на уровне 0,25 могут составлять 30% и более (по теории малых возмущений).

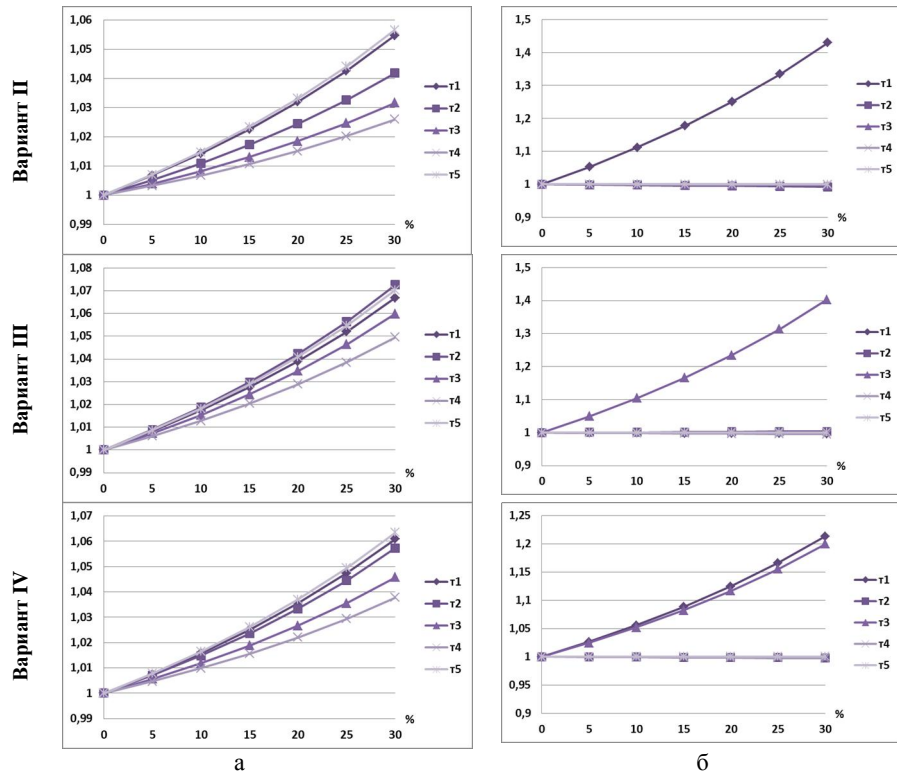


Рис. 15. Относительное изменение прогибов (а) и напряжений (б) в пяти контрольных точках для различных вариантов утонения секций

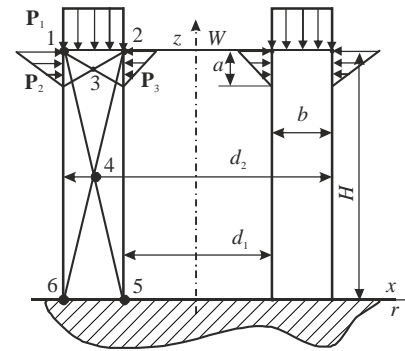
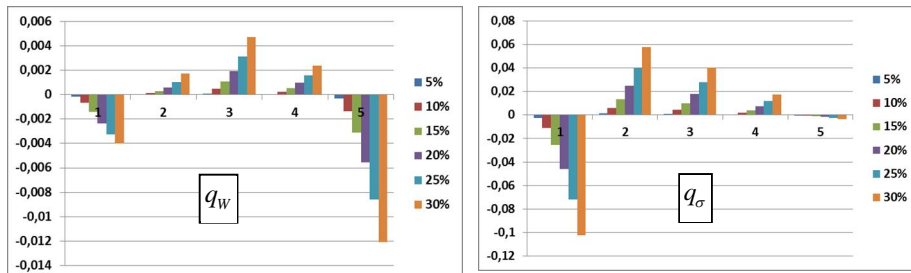


Рис. 17. Расчетная схема пуансон-матрицы [13]

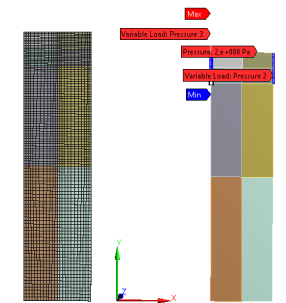


Рис. 18. КЭМ пуансон-матрицы

Рис. 16. Сравнение результатов расчетов НДС трубы с точки зрения степени отклонения от линейности по коэффициентам утонения (для различных точек 1-5 и степеней утонения 5-30%)

**Частный случай. Напряженно-деформированное состояние пуансон-матрицы разделительного штампа.** Во многих случаях разделительные операции листоштамповочного производства предполагают применение пуансон-матриц [10-16] (рис. 17, 18).

При этом в зависимости от конструктивных соображений может варьироваться высота пуансон-матрицы  $H$ . Технологические соображения могут диктовать изменение диаметров  $d_1$ ,  $d_2$  (в случае варьирования технологического зазора между режущими кромками пуансон-матрицы, матрицы и пуансона).

Таким образом, введя некоторые «номинальные» величины  $H_0$ ,  $d_1^0$ ,  $d_2^0$ , можно рассматривать процессы варьирования  $H$ ,  $d_1$ ,  $d_2$  как утонение конструкции, задаваемое параметрами  $\alpha_H = H/H_0$ ;  $\alpha_1 = d_1/d_1^0$ ;  $\alpha_2 = d_2/d_2^0$ . Применяя

предложенный выше подход с перестройкой КЭМ, можно провести серию численных расчетов НДС исследуемой пуансон-матрицы.

Для определенности взяты:  $d_2^0 = 50$  мм,  $d_1^0 = 30$  мм,  $H_0 = 40$  мм,  $p_1 = 200$  МПа,  $p_2 = 50$  МПа,  $p_3 = 40$  МПа. В качестве контролируемых точек для сравнения перемещений и напряжений выбраны точки 1-6 (см. рис. 17). На рис. 19 представлены зависимости  $\alpha_W = W(\alpha)/W(0)$ ,  $\alpha_\sigma = \sigma(\alpha)/\sigma(0)$ , рассчитанные по некоторым компонентам НДС пуансон-матрицы.

Анализ представленных картин дает основание сделать вывод о том, что изменение высоты, внутреннего и внешнего диаметров пуансон-матрицы оказывает практически линейное влияние на ее НДС (за исключением некоторых точек).

**Частный случай. Напряженно-деформированное состояние силовой структуры крана-перегрузателя при утонении элементов металлоконструкции.** Одним из ответственных видов машиностроительных конструкций, потенциально подверженных коррозионному утонению, являются краны-перегрузатели [17]. Их силовая структура образуется в виде металлоконструкции (рис. 20), которую нельзя моделировать в виде стержней, пластин или оболочек, а нужно строить

сложные КЭМ. Такая модель, дополненная авторскими разработками, которые дают возможность варьировать степень утонения или отдельных элементов, или всех секций основной балки, опор и шпренгельной системы, была создана и использована для анализа чувствительности НДС перегружателя ПМГ-20 на различные сценарии утонения элементов силовой структуры.

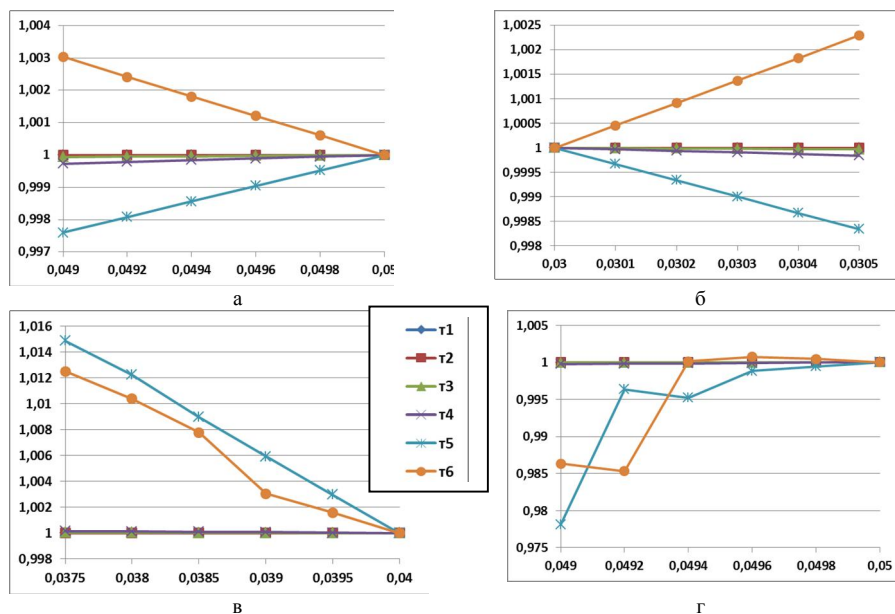


Рис. 19. Относительное изменение напряжений  $\sigma_z$  (относительно начального /базового/ варианта) для 6 контрольных точек:  
 а – изменение внешнего диаметра  $d_1$  (в пределах 1мм); б – изменение внутреннего диаметра  $d_2$  (в пределах 0,5 мм); в – изменение высоты  $H$  (в пределах 2 мм); г – одновременное изменение всех трех параметров ( $d_1, d_2, H$ )

Был проведен большой объем расчетов при различных видах нагружения и утонения различных секций конструкции. В частности, на рис. 21 представлены изменение прогибов основной балки в процессе утонения всех элементов металлоконструкции (1 – тележка на ремонтной консоли, 2 – тележка в центре пролета, 3 – тележка на консоли за шарнирной опорой), а на рис. 22 – интегральные зависимости максимальных напряжений от степени утонения для случая нагружения весом грейферной тележки с грузом.

Как показывает анализ, подтверждаются достаточно плавные зависимости характеристик НДС от степени утонения элементов металлоконструкции. Они допускают линеаризацию в диапазоне до 25% утонения с допустимой погрешностью не выше 5%. Это дает в руки проектантов удобный инструмент для начального обоснования проектных параметров по критериям прочности и жестко-

сти. Кроме того, данная мета-модель дополняется подобными зависимостями, но полученными для случая утонения секций, опор и раскосов.

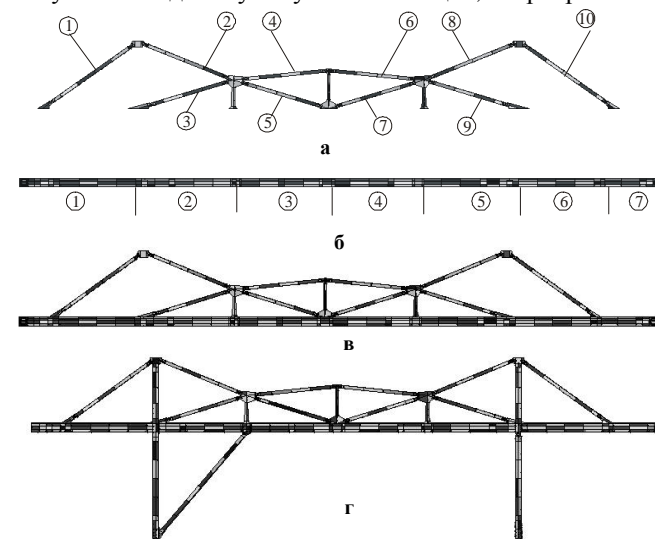


Рис. 20. Схема верхнего строения мостового перегружателя с номерами структурных элементов [17]:  
 а - шпренгельная система (раскосы № 1-10);  
 б - балка (секции № 1-7);  
 в - верхнее строение;  
 г - модель перегружателя

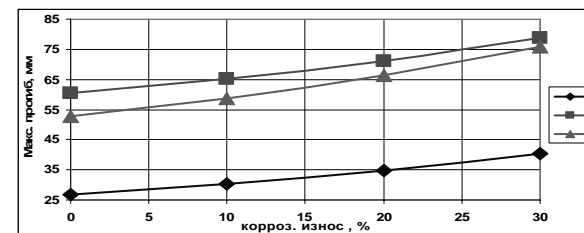


Рис. 21. Изменение максимального прогиба в балке при утонении всех поверхностей для 3-х вариантов положения тележки:

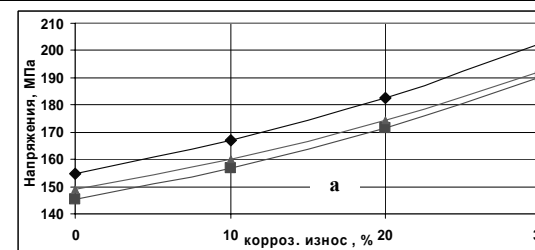
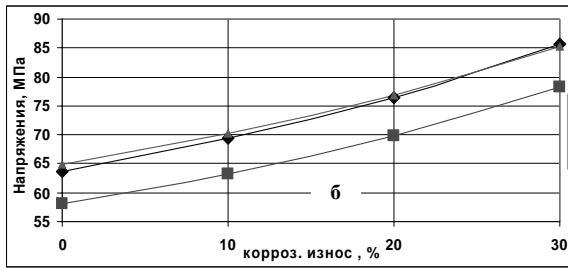


Рис. 22. Увеличение максимальных напряжений по Мизесу в случае *одновременного* утонения всех поверхностей модели для 3-х вариантов положения тележки при утонении всех поверхностей:  
 а – в шпренгельной системе; б – в балке





Это дает возможность для более подробного анализа и синтеза параметров отдельных компонентов конструкции перегружателя.

**Частный случай. Напряженно-деформированное состояние при утонении стержня коробчатого сечения.** Рассматривается конструкция такого же трубчатого исполнения, как и выше (см. рис. 12,13), но с поперечным сечением в виде прямоугольного короба (рис. 23). Схемы закрепления и утонения – аналогичные. Исследуется влияние степени утонения на спектр собственных частот поперечных колебаний стержня. На рис. 24 представлены характерные зависимости для изменения спектра частот собственных колебаний. Видно, что первые 5 собственных частот изменяются (убывают) примерно по линейной зависимости от степени утонения вплоть до 30%-го утонения.

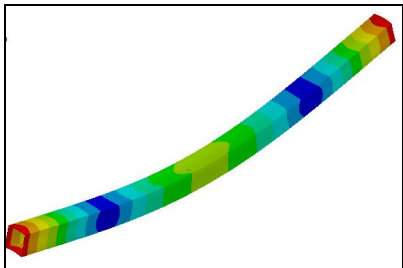


Рис. 23. Первая собственная форма колебаний шарнирно опертого стержня коробчатого сечения

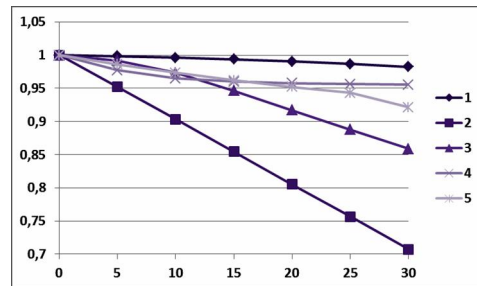


Рис. 24. Относительное изменение собственных значений частот №1-5 при утонении (в %) стенок элементов конструкции

**Частный случай. Собственные частоты колебаний стержня с утонением средней части сечения.** Ставится задача определения реакций спектра поперечных колебаний стержня с поперечным сечением, представленным на рис. 25.

Здесь  $h_2 = K_2 \cdot h_1^0 = const$ ,  $h_3 = K_3 \cdot h_1^0 = const$ , а утоняется внутренняя область «I». Тогда

$$\lambda_{\omega} = \sqrt{\frac{[(1-\alpha)^3 + (K_3^3 - K_2^3)]}{(1 + K_3^3 - K_2^3)}} \cdot \frac{1 + K_3 - K_2}{1 - \alpha + K_3 - K_2}$$

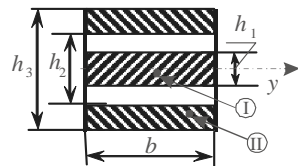


Рис. 25. Стержень с утоняемой средней частью

Картины изменения  $\lambda_{\omega}$  от степени утонения  $\alpha$  – на рис. 26. Видно, что при утонении данного поперечного сечения собственные частоты поперечных колебаний стержня возрастают. При этом линейризация зависимости  $\lambda_{\omega}(\delta)$  по теории малых возмущений приводит к существенным погрешностям для расчета миграции частот.

**Заключение.** Предложенный в работе подход к анализу реакции НДС различных тел на малое утонение, в отличие от традиционной методики анализа чувствительности, предполагает линейную по итогам серии расчетов путем конечно-элементного моделирования с прямым возмущением КЭМ. При этом было продемонстрировано, что реакция исследуемых конечно-элементных моделей на малое конечное утонение исследуемого тела линейризуется в достаточно широких пределах с сохранением приемлемой точности. Справедливость данного утверждения продемонстрирована на примерах ряда стержней, оболочек, пластин, массивных тел и сложных конструкций.

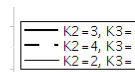
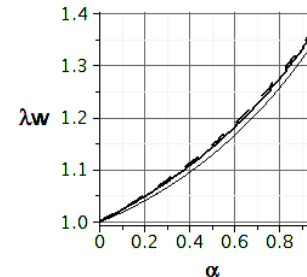


Рис. 26. Зависимости  $\lambda_{\omega}$

В результате оказывается возможным, проведя серию расчетов с прямым возмущением конечно-элементной модели при малых, но конечных значениях утонения  $\alpha$ , получить набор «реперных» точек для построения линейризованной мета-модели НДС или спектра собственных частот исследуемого объекта. В отличие от аналогичных моделей, построенных на основе традиционных методик анализа чувствительности по теории малых возмущений, данные мета-модели демонстрируют более широкий диапазон применимости на ряде модельных задач для стержней, пластин, оболочек, а также для реальных машиностроительных конструкций. Это обстоятельство дает возможность использовать создаваемые таким образом мета-модели не только для экспресс-анализа и оценочных предварительных расчетов, но и в качестве начальной базы для решения задач синтеза оптимальных параметров проектируемых конструкций, восстановления выгодных начальных профилей конструкций по условию сохранения несущей способности с учетом коррозионного или иного вида утонения, а также отстройки или настройки от/на резонансные режимы. При этом важно, что эти мета-модели сохраняют для некоторых объектов точность вплоть до утонения на уровне 25 – 30% от номинальной толщины, площади сечения или объема, в то время как нормативно установленные предельные величины для многих типов машиностроительных конструкций – на уровне 20 – 25%.

Установлено, что в зависимости от карты утонения могут наблюдаться как сонаправленные, так разнонаправленные изменения пар «перемещения-напряжения», «частоты поперечных колебаний в одной плоскости и в другой».

Установлено также, что для некоторых вариантов конструкций возможны сочетания параметров, обеспечивающих квазинулевую чувствительность к степени утонения по прочностным или динамическим характеристикам.

Следует заметить, что неочевидные особенности в реакции компонент НДС и собственных частот на утонение сопровождаются достаточно экзотическими поперечными сечениями при решении модельных задач для стержней. Однако, здесь можно возразить, что для реальных конструкций такая же ситуация может создаваться за счет стремления разнести материал силовых элементов на периферию с целью повышения прочностных и жесткостных свойств. Таким образом, полученные решения и эффекты можно считать опорными точками, которые являются ориентирами при интерпретации результатов расчетов для реальных машиностроительных конструкций, особенно для случаев их неочевидной реакции на утонение.

Принимая во внимание, что в настоящее время при наличии значительных вычислительных ресурсов (аппаратных компьютерных комплексов с производительностью сотни Gflops, а также программных комплексов ANSYS, Abaqus, Nastran) проведение многовариантных исследований не очень затратно и продолжительно, то предложенный подход к построению мета-моделей для анализа изменений напряжено-деформированного состояния и спектра собственных частот от утонения элементов машиностроительных конструкций представляется эффективным и продуктивным. В дальнейшем планируется его развитие и адаптация для исследования реакции НДС и спектров частот собственных колебаний объектов транспортной техники, подъемно-транспортного оборудования, транспортных средств специального назначения, оборудования химической, пищевой и фармацевтической промышленности, а также других типов машин, оборудования, сооружений на различные виды утонения.

**Список литературы:** 1. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики / Г.И. Марчук. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1980. – 536 с. 2. Гузь А. Н. Метод возмущения формы границы в механике сплошных сред / А.Н. Гузь, Ю.Н. Немиш. – К.: Вища шк., 1989. – 352 с. 3. Штейнвольф Л.И. Динамические расчеты машин и механизмов. М. - К.: МАШГИЗ, 1961. – 340 с. 4. Симсон Э.А. Методика анализа чувствительности вибрационных параметров механических систем / Э.А. Симсон, С.А. Назаренко, М. В. Трохман // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2/4 ( 32 ). – 2008. 5. Голоскоков Е.Г. Нестационарные колебания механических систем / Е.Г. Голоскоков, А.П. Филиппов. – К.: Наукова думка, 1966. – 335 с. 6. Гринев В.Б. Оптимизация стержней по спектру собственных значений / В.Б. Гринев, А.П. Филиппов. – К.: Наук. думка, 1979. – 211 с. 7. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике / О. Зенкевич. – М.: Мир, 1975. – 542. 8. Fish J. A First Course in Finite Elements PDF / J. Fish, T.Belytschko. – John Wiley & Sons Ltd, 2007. – 336 p. 9. Бабаков И.М. Теория колебаний. – М.: Наука, 1968. – 560 с. 10. Романовский В.П. Справочник по холодной штамповке / В.П. Романовский. – Л.: Машиностроение, 1979. – 520 с. 11. Попов Е.А. Основы теории листовой штамповки / Е.А. Попов. – М.: Машиностроение, 1968. – 283 с. 12. Скворцов Г.Д. Основы конструирования штампов для холодной листовой штамповки / Г.Д. Скворцов. – М.: Машиностроение, 1972. – 360 с. 13. Заярненко Е.И. Расчеты на прочность вырубных матриц и пуансон-матриц для листовой штамповки / Е.И. Заярненко, Н.А. Ткачук, А.В. Ткачук // Кузнечно-штамповочное производство. – 1990.– № 12. – С. 18-21. 14. Ткачук Н.А. Элементы разделительных штампов: методы и модели для исследования напряженно-деформированного состояния / Н.А. Ткачук, А.Я. Мовшович, Ткачук А.Н. // КШП. ОМД. – М.: ООО „Тисо Принт“, 2009. – № 2. – С. 16-25. 15. Ткачук А.Н. Термоупругие контактные задачи для элементов штампов и пресс-форм / А.Н.Ткачук, И.Я.Мовшович, Н.А.Ткачук // КШП. ОМД. – М.: ООО „Тисо

Принт“, 2009. – № 12. – С. 25-32. 16. Ткачук А.Н. Термоупругие контактные задачи для элементов штампов и пресс-форм / А.Н.Ткачук, И.Я.Мовшович, Н.А.Ткачук // КШП. ОМД. – М.: ООО „Тисо Принт“, 2010. – № 1. – С. 19-28. 17. Гусев Ю.Б. Обгрунтування параметрів високонавантажених машин на основі моделювання напружено-деформованого стану з урахуванням деградації властивостей основних елементів: автореф. дис. канд. техн. наук: 05.02.02 / Ю.Б. Гусев; Голов. спец. конструктор.-технол. ін-т. – Маріуполь, 2009. – 20 с.

*Поступила в редколлегию 09.02.2012*

УДК 621.833

**А.В. УСТИНЕНКО**, канд. техн. наук, доц., ст. науч. сотрудник  
каф. ТММ и САПР НТУ "ХПИ", Харьков

### **МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ УСТАЛОСТНОГО РАЗРУШЕНИЯ ЗУБЬЕВ**

*Зниження габаритів зубчастих передач при одночасному збільшенні потужності, що передається, є актуальною проблемою сучасного машинобудування. Показано необхідність переходу до розрахунку зубців на довговічність з урахуванням останніх досягнень в галузі механіки. Запропоновано схему комплексної математичної моделі втомного руйнування зубчастого колеса. На її основі розроблено методику розрахунку зубців на витривалість у вигляді програмного модуля, що підключається до широко поширених пакетів прикладних програм для розрахунку на міцність і довговічність (наприклад, MSC.Fatigue або ANSYS).*

*Снижение габаритов зубчатых передач при одновременном увеличении передаваемой мощности является актуальной проблемой современного машиностроения. Показана целесообразность перехода к расчету зубьев на долговечность с учетом последних достижений в области механики. Предложена схема комплексной математической модели усталостного разрушения зубчатого колеса. На ее основе разработана методика расчета зубьев на выносливость в виде программного модуля, подключаемого к широко распространенным пакетам прикладных программ для расчета на прочность и долговечность (на пример, MSC.Fatigue или ANSYS).*

*Lowering of dimensions of gears at simultaneous increase of transmitted power is an actual problem of a modern machine industry. Necessity of the transition to the calculation of teeth durability in view latest achievements in the field of mechanics is shown. The scheme of a complex mathematical model of gear fatigue damage is presented. On its base the procedure for calculation of endurance teeth as a software module is developed. That is connected to the widespread applications to calculate the strength and durability (eg, MSC.Fatigue or ANSYS).*

**Актуальность проблемы.** Одной из важнейших проблем современного машиностроения является повышение массогабаритных характеристик приводов машин, а, следовательно, их основных элементов – зубчатых передач. Как ранее было показано в [1], одним из путей ее решения является уточнение методик расчетов зубьев на изгибающую выносливость.

1. В настоящее время прочностные расчеты эвольвентных зубчатых передач чаще всего выполняются по стандартным методикам ГОСТ и ISO. Также многие фирмы успешно рассчитывают зубья на прочность методом конечных элементов (МКЭ) в объемной постановке, применяя стандартные пакеты ANSYS, MSC.Nastran и др. Однако оба подхода не лишены недостатков, сре-

елементу машини зі спряженими елементами. Це призводить до поліпшення умов роботи у зоні рухомого з'єднання деталей машин із тертям.

У подальших дослідженнях цей ефект буде досліджено додатково.

**Список літератури: 1.** Підвищення ресурсу тепловозів на базі технології дискретного зміцнення деталей форсованих дизелів / *Е.К. Посвятенко, В.Г. Гончаров, С.С. Дяченко, М.А. Ткачук* // Сучасні технології в машинобудуванні. Зб. наукових праць. – Х.: НТУ «ХПІ». Вип. №5. – 2010. С. 61 – 75. **2.** *Савченков Б.В.* Дискретная обработка – эффективный способ упрочнения деталей машин / Б.В. Савченков, Гончаров В.Г., А.Н. Леоненко // *Механіка та машинобудування.* – Х., 2010. – №1. – С. 44-49. **3.** *Гончаров В.Г.* Повышение износоустойчивости коленчатых валов форсированных дизелей большой мощности / В.Г. Гончаров, Э.К. Посвятенко, С.С. Дяченко // *Резание и инструмент в технологических системах.* – 2009. – Вып. 77. – С. 53–65. **4.** *Гончаров В.Г.* Підвищення ресурсу транспортної техніки удосконаленням технології ремонту колінчастих валів: Автореф. канд. техн. наук: 05.22.20 / В.Г. Гончаров: Харківський національний автомобільно-дорожній ун-т. – Х.: 2008. С. 219. **5.** *Кравченко С.А.* Повышение надёжности деталей двигателей методом дискретного упрочнения / С.А. Кравченко, В.Г. Гончаров // *Двигатели внутреннего сгорания.* – 2009. – №1. – С. 97-99. **6.** Конечные-элементные модели элементов сложных механических систем: технология автоматизированной генерации и параметризованного описания / *Н.А. Ткачук, Г.Д. Гриценко, А.Д. Четурной и др.* // *Механіка та машинобудування.* – 2006. – №1. – С. 57-79. **7.** Основы обобщенного параметрического описания сложных механических систем / *Н.А. Ткачук, А.Д. Четурной, Г.Д. Гриценко и др.* // *Вісник Східноукраїнського національного університету ім. В. Даля.* – 2007. – №9(115), част. 1. – С. 196-205. **8.** *Ткачук Н.А.* До принципів організації програмно-апаратних комплексів для моделювання фізико-механічних процесів у складних та надскладних механічних системах / *Н.А. Ткачук* // *Вісник НТУ «ХПІ».* Тем. вип.: *Машинознавство та САПР.* – 2007. – № 29. – С. 3-7. **9.** *Канарчук В.С.* Инженерия поверхности деталей транспортных средств: современный стан и перспективы / В.С. Канарчук, Е.К. Посвятенко, Л.А. Лопата // *Вісник Національного транспортного ун-ту.* – К., 2000. – Вип.4. – С. 6–24. **10.** *Посвятенко Е.К.* Комбіновані методи інженерії поверхні деталей транспортних засобів // *Е.К. Посвятенко, О.В. Мельник, В.В. Алексеев* // *Вісник Національного транспортного університету.* – К.: НТУ. – 2006. – Вип.11. – С.13–16.

*Поступила в редколлегию 15.02.12*

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>А.В.ГРАБОВСЬКИЙ, В.О. КРАВЕЦЬ, В.І. КОХАНОВСЬКИЙ, М.А. ТКАЧУК, А.Ю. ВАСИЛЬЄВ</b> САПР та навчально-дослідницька діяльність. Концепція впровадження в НТУ „ХПІ”.....	3
<b>О.В. БОНДАРЕНКО, О.В. УСТИНЕНКО</b> Оптимізація співвісних ступінчастих приводів машин по масогабаритним характеристикам на прикладі тривальних коробок передач .....	16
<b>Т.А. ВАСИЛЬЄВА</b> Совершенствование методов расчета элементов машин с длительным сроком работы при действии многокомпонентной нагрузки.....	27
<b>О.В. ВЕРЕТЕЛЬНИК, Н.А. ТКАЧУК, С.Ю. БЕЛИК</b> Контактное взаимодействие поршня с гальваноплазменной обработкой боковой поверхности со стенками цилиндра ДВС.....	32
<b>В.И. ГОЛОВЧЕНКО, Н.Л. ИВАНИНА</b> Основные положения расчета крепления цистерны к шасси автомобиля автотопливаправщика.....	40
<b>А.П. ГОРДИЕНКО</b> Пути совершенствования графического пользовательского интерфейса для машиностроительных САПР.....	48
<b>І.П. ГРЕЧКА, М.С. СВИНАРЕНКО, О.І. ЗІНЧЕНКО</b> Підвищення ефективності гідроагрегатів, побудованих з використанням гідроапаратів із осциляцією.....	58
<b>И.Н. КАРАПЕЙЧИК</b> Методика экспериментальных исследований реакции корпусов бронетранспортеров на локальное импульсное воздействие.....	65
<b>И.Н. КАРАПЕЙЧИК, А.В. ЛИТВИНЕНКО, С.Т. БРУЛЬ, Н.А. ТКАЧУК, А.Ю. ВАСИЛЬЄВ</b> Расширенная расчетно-экспериментальная идентификация параметров численных моделей корпусных элементов транспортных средств специального назначения.....	69
<b>Вісс. Гр. КЛИМЕНКО</b> Багатокритеріальна задача мінімізації по максимуму на орграфі при скалярних зіставленнях.....	78
<b>Е.А. ЛУНЕВ, А.Е. КАПУСТИН</b> Ассимилирующая способность и межфазная кинетика шлакообразующих смесей.....	82
<b>Ю.Я. МИРГОРОДСКИЙ, Н.Л. БЕЛОВ, И.Н. КАРАПЕЙЧИК, С.Т. БРУЛЬ, Н.А. ТКАЧУК, Е.В. ПЕЛЕШКО</b> Расчетно-экспериментальные исследования реакции бронекорпусов военных колесных и гусеничных машин на	

ударно-импульсное воздействие.....	87
<b>М.М. ПЕКЛИЧ</b> Обзор конструктивных подходов к проектированию отечественных кислородных конвертеров.....	93
<b>В.С. ПОДГУРЕНКО</b> Определение изгибающих моментов в реальных условиях эксплуатации зубчатых муфт.....	102
<b>Р.В. ПРОТАСОВ, А.В. УСТИНЕНКО, Г.А. КРОТЕНКО</b> Моделирование геометрии эволютных зацеплений, исследование их некоторых качественных показателей и контактных напряжений.....	106
<b>А.Н. ТКАЧУК, О.А. ИЩЕНКО, А.В. ТКАЧУК</b> Экспериментальное исследование контактного взаимодействия сопряженных тел.....	116
<b>Н.Н. ТКАЧУК, Н.А. ТКАЧУК, О.В. КОХАНОВСКАЯ, Н.Б. НЕГРОБОВА, А.А. ЗАРУБИНА</b> Связанная задача анализа напряженно-деформированного состояния и геометрического синтеза для контактирующих сложнопрофильных тел.....	121
<b>Н.А.ТКАЧУК, А. Ю. ТАНЧЕНКО, А.Н. ТКАЧУК, П.В. ЧУРБАНОВ, И.Я. ХРАМЦОВА, О.А. ИЩЕНКО</b> Анализ чувствительности прочностных и динамических характеристик машиностроительных конструкций на основе прямого возмущения конечно-элементных моделей.....	147
<b>А.В. УСТИНЕНКО</b> Математическое моделирование процессов усталостного разрушения зубьев.....	170
<b>С.А. ХАНМАМЕДОВ</b> Экспериментальное определение изгибающих моментов при статическом нагружении зубчатых муфт.....	175
<b>В.Г. ХРОМОВ, О.В. ХРОМОВ, Р.В. КОВРЫЖЕНКО</b> Исследования вынужденных крутильных колебаний тела с односторонней упругой и подвижной фрикционной связями при гармоническом возмущении.....	180
<b>П.В. ЧУРБАНОВ</b> Восстановление нагрузочной способности несущей металлоконструкции с усталостным повреждением на примере рамы ходовой отвалообразователя ОШС – 4000/125.....	185
<b>В.М. ШЕРЕМЕТ</b> Деформирования поверхні дискретно зміцнених деталей при експлуатаційному навантаженні.....	190

## CONTENTS

<b>A. V. GRABOVSKIY, V.A. KRAVETS, V.I. KOKHANOVSKIY, N.A. TKACHUK, A.Y. VASILYEV</b> CAD-systems and educational-research activity. Conception of implementation in NTU „KhPI”.....	3
<b>A. V. BONDARENKO, A. V. USTINENKO</b> Optimization of coaxial stepped machines drives on weight and dimensional features on example of three-shafted gearboxes.....	16
<b>T.A. VASILYEVA</b> Improvement of methods for machine elements calculating with long operation term under influence of multi-component loading.....	27
<b>O.V. VERETELNIK, N.A. TKACHUK, S.Y. BELIK</b> Contact interaction of piston with galvanic-plasmic treatment of lateral surface and cylinder walls of combustion engine.....	32

<b>V.I. GOLOVCHENKO, N.L. IVANINA</b> The basic propositions for calculation of tank fixing to the bowser vehicle chassis.....	40
<b>A.P.GORDIYENKO</b> Ways of improving for graphical user interface for engineering CAD systems.....	48
<b>I.P.GRECHKA, M.S. SVINARENKO, E.I. ZINCHENKO</b> Improving the efficiency of hydraulic units built with using hydrojets with oscillation.....	58
<b>I.N. KARAPEYCHIK</b> Methodology of experimental researches of armoured troop-carriers hulls reaction on local impulsive influence.....	65
<b>I.N. KARAPEYCHIK, A.V. LITVINENKO, S.T. BRUL, N.A. TKACHUK, A.Y. VASILYEV</b> Extended computational and experimental identification of numerical models parameters of hull elements of special setting transport vehicles.....	69
<b>Viss. Gr. KLIMENKO</b> Multi-objective minimization problem on maximum on digraph at scalar comparison.....	78
<b>E.A. LUNEV, A.E. KAPUSTIN</b> Assimilative ability and interphase kinetics of slag-forming mixtures.....	82
<b>Y.Y. MIRGORODSKIY, N.L. BELOV, I.N. KARAPEYCHIK, S.T. BRUL, N.A. TKACHUK, E.V. PELESHKO</b> Computational and experimental researches of reaction of military wheeled and caterpillar vehicles armoured hulls on shock-impulse influence.....	87
<b>M.M. PEKLIICH</b> Review of structural approaches to design of domestic oxygen converters.....	93
<b>V.S. PODGURENKO</b> Determination of bending moments in actual operating conditions of tooth-type couplings.....	102
<b>R.V. PROTASOV, A.V. USTINENKO, G.A. KROTENKO</b> Modeling of geometry of evolute meshings, the study of some quality indicators and contact stresses.....	106
<b>N.N. TKACHUK, N.A. TKACHUK, O.V. KOKHANOVSKA, N.B. NEGROBOVA, A.A. ZARUBINA</b> Associated task of stressed-deformed state analysis and geometrical synthesis of contacting complex shaped bodies.....	116
<b>A.N. TKACHUK, O.A. ISCHENKO, A.V. TKACHUK</b> Experimental research of contact interaction of conjugate bodies.....	121
<b>N.A. TKACHUK, A.Y. TANCHENKO, A.N. TKACHUK, P.V. CHURBANOV, I.Y. HRAMCOVA, O.A. ISCHENKO</b> Analysis of strength and dynamic characteristics sensitiveness of machine-building constructions on the base of finite-element models direct indignation.....	147
<b>A.V. USTINENKO</b> Mathematical modeling of processes of fatigue failure teeth.....	170
<b>S.A. KHANMAMEDOV</b> Experimental determination of bending moments under static loading of tooth-type couplings.....	175
<b>V.G. KHROMOV, O.V. KHROMOV, R.V. KOVRYZHENKO</b> Studies of forced torsional oscillations of body with one-way elastic and rolling friction links under harmonic perturbation.....	180
<b>P.V. CHURBANOV</b> Renewal of load capacity of bearing metalwork with a tireless damage on the example of spreader osc-4000/125 working frame.....	185
<b>V.N. SHEREMET</b> Deformation of discretely-strengthened details surface at operating loading.....	190

Надруковано СПД ФО Ізрайлев Є.М.  
Свідоцтво № 24800170000040432 від 21.03.2001 р.  
61024, Харків, вул. Фрунзе, 16.

НАУКОВЕ ВИДАННЯ  
ВІСНИК  
НАЦІОНАЛЬНОГО ТЕХНІЧНОГО УНІВЕРСИТЕТУ  
„ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ”

Тематичний випуск  
“МАШИНОЗНАВСТВО та САПР”

Збірник наукових праць  
№ 22

Науковий редактор  
Ткачук М.А.

Технічний редактор  
Ткачук Г.В.

Відповідальний за випуск  
Обухова І.Б.

Обл. вид. № 70-12

Підп. до друку 5.06.2012 р. Формат 60х90/16. Папір офісний.  
Віддруковано на ризографі. Гарнітура Таймс. Ум. друк. арк. 9,7.  
Обл.-вид. арк.10,0. Тираж 300 прим. Зам. № 834.

ДЛЯ ЗАМЕТОК