УДК 519.6

ПЕРІОДИЧНІ ДРОБИ В КРАЇНІ ЧУДЕС

Циганков О.В., 2 курс
Науковий керівник: Бойко С.Б., викладач
ВСП «Мелітопольський коледж ТДАТУ»

Постановка проблеми. Багато хто знає, що будь-яка звичайна дріб представляється періодичним десятковим дробом (кінцевий десятковий дріб можна вважати періодичним з періодом 0 або 9). Але навряд хто уявляє, скільки несподіванок має періодичний дріб. Завдання, які були поставлені: розглянути різноманітність прикладів і їх рішення з обраної теми; надати можливість різних підходів при роботі з періодичними дробами; провести аналіз підходів до вирішення нестандартних завдань з періодичними дробами.

Мета роботи показати різноманіття підходів при вирішенні математичних завдань, що містять періодичні дроби.

Основні матеріали дослідження. Актуальність роботи полягає в тому, щоб на прикладі періодичних дробів показати можливість застосування різних способів вирішення нестандартних завдань. Наприклад, якщо розглянути три числа:

$$\frac{1}{7}=0{,}142857142857..., \ \frac{1}{12}=0{,}08333333..., \ \frac{1}{13}=0{,}076923076923...$$

то бачимо, що у чисел 1/7 і 1/13 період починається відразу після коми і складається з шести цифр (142857 і 076923 відповідно), а у числа 1/12 він починається з третьої позиції після коми і складається з єдиної цифри: 3. Уважний розгляд періодів чисел 1/7 і 1/13 дозволяє помітити ще одну обставину: якщо, покладемо N = 142857 (період дробу 1/7) і будемо послідовно множити N на 2, 3, 4, ..., отримуємо:

$$2N = 285714,\ 3N = 428571,\ 4N = 571428,\ 5N = 714285,\ 6N = 857142,\ 7N = 999999.$$

Маємо, що перші п'ять з цих чисел виходять з числа N «кругової перестановкою» цифр: скільки-то цифр з кінця числа переїжджає в початок; а число $7N$ складається з одних дев'яток. Тепер зробимо ті ж дії з періодом дробу 1/13 (N = 076 923):

$$2N = 153846,\ 3N = 230769,\ 4N = 307692,\ 5N = 384615,\ 6N = 461538,\ 7N = 538461,$$
$$8N = 615384{,}9N = 692307{,}10N = 769230{,}11N = 846153{,}12N = 923076, \quad 13N = 999999.$$

Тут справа інакше, але все одно цікаво: п'ять з виписаних чисел ($3N$, $4N$, $9N$, $10N$, $12N$) виходять з числа N кругової перестановкою цифр, інші шість чисел ($2N$, $5N$, $6N$, $7N$, $8N$, $11N$) виходять кругової перестановкою цифр одна з одної і, нарешті, число $13N$ складається з одних дев'яток. Якщо взяти будь-який з виписаних вище шестизначних чисел, крім числа 999999, «розламати» його на два тризначних числа і обчислити суму цих половинок, то вийде 999; наприклад, 142 + 857 = 999 і тощо. Якщо розглянути знову період дробу $^1/7$: N = 142857. Якщо звести його в квадрат (N^2 = 20 408 122 449), відокремити останні шість цифр і скласти з попередніми, то отримуємо знову наш період: 122449 + 20408 = 142857.

Висновки. З періодичними десятковими дробами пов'язано чимало загадок. Деякі з цих загадок залишаються нерозгаданими до цього дня, незважаючи на численні спроби, що вживали протягом декількох століть математиками. Новизна роботи полягає в тому, що вона є модернізацією роботи по вирішенню завдань нестандартного змісту. Вона дозволяє показати, скільки багато важливого можна знайти, якщо досконало розглянути тему періодичних дробів.

Список використаних джерел.

1. Лінійна алгебра та аналітична геометрія: навч. посібник / В. В. Булдигін, І.В. Алєксєєва, В.О. Гайдей, О.О. Диховичний, Н. Р. Коновалова, Л. Б. Федорова; за ред. проф. В.В. Булдигіна. — К.: ТВіМС, 2011. — 224 с.