ІНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ НАН УКРАЇНИ

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

КАМ'ЯНЕЦЬ-ПОДІЛЬСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ІВАНА ОГІЄНКА

ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ

МАТЕРІАЛИ КОНФЕРЕНЦІЇ

19-21 травня
2017 року

ІНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ НАН УКРАЇНИ

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

КАМ'ЯНЕЦЬ-ПОДІЛЬСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ІВАНА ОГІЄНКА

ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ
ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ

Міжнародна конференція, присвячена 75-річчю від дня народження доктора фізико-математичних наук, професора, лауреата Державної премії України в галузі науки і техніки Д.І. Мартинюка (1942-1996)

МАТЕРІАЛИ КОНФЕРЕНЦІЇ

19-21 травня 2017 року

Кам'янець-Подільський
«Аксіома»
2017

УДК 517.9
Д50

ОРГАНІЗАЦІЙНИЙ КОМІТЕТ

Співголови:
Копилов С.А., Самойленко А.М., Перестюк М.О.

Заступники голів:
Конет І.М., Теплінський Ю.В.

Члени оргкомітету:
Бігун Я.Й., Бойчук О.А., Вірченко Н.О., Герасименко В.І., Гнатюк В.О., Городецький В.В., Городній М.Ф., Євтухов В.М., Іванчов М.І., Івасишен С.Д., Калинюк П.І., Капустян О.В., Король І.І., Луковський І.О., Макаров В.Л., Маринець В.В., Парасюк І.О., Пелюх Г.П., Петришин Р.І., Пташник Б.Й., Пукальський І.Д., Самойленко В.Г., Слюсарчук В.Ю., Станжицький О.М., Ткаченко В.І., Федорчук В.А., Черевко І.М., Щирба В.С., Юрчик А.І.

Вчені секретарі:
Кравець В.І., Паньков В.Г.

Технічний секретар:
Захарець Є.А.

Відповідальні за випуск:
Конет І.М., Теплінський Ю.В.

Друкується за ухвалою вченої ради
Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка
(протокол № 5 від 27 квітня 2017 року)

Д50 **Диференціальні рівняння та їх застосування.** Міжнародна конференція, присвячена 75-річчю від дня народження доктора фізико-математичних наук, професора, лауреата Державної премії України в галузі науки і техніки Д.І. Мартинюка (1942-1996) : матеріали конференції. – Кам'янець-Подільський : Аксіома, 2017. – 136 с.
ISBN 978-966-496-403-3

УДК 517.9

ISBN 978-966-496-403-3

where $f(t,x):(0,T)\times R^n \to R^n$ is a continuous function with singularities at the endpoints of the interval (0,T):

$$\lim_{\delta\to 0+0} \int_{\delta}^{T/2} \| f(t,x) \| \, dt = \infty,$$

$$\lim_{\delta\to 0+0} \int_{T/2}^{T-\delta} \| f(t,x) \| \, dt = \infty.$$

Singular boundary value problems for ordinary differential equations arise very frequently in many branches of applied mathematics and physics. An expedient means to investigate the behavior of solutions to (1) at singular points is the concept of the limit solution. In [1], the definition of the limit solution $x_0(t)$ as $t \to \infty$ was introduced for a nonlinear ordinary differential equation. Under the assumption of exponential dichotomy of the linearized along $x_0(t)$ equation, it was proved that there exists a functional ball centered at $x_0(t)$ where the considered nonlinear equation has at least one solution, and all solutions from this ball coincide with $x_0(t)$ as $t \to \infty$. Using this property of the limit solution, the problem of approximation of a bounded on the whole axis solution to the nonlinear differential equation was solved.

In this work, we focus on the problem of finding a bounded solution on the interval (0,T) to the two-point singular boundary value problem for (1). The definition of the weighted limit solution at singular points is given. We establish the conditions under which the introduced limit solution attracts bounded on the interval (0,T) solutions of (1).

References

1. D. S. Dzhumabaev, Singular boundary value problems and their approximation for nonlinear ordinary differential equations. – Comput. Math. and Math. Phys. – 1992. – Vol. 32. No 1. – P. 13-29.

ПОБУДОВА ДИСКРЕТНОЇ МОДЕЛІ РОЗВ'ЯЗКУ РІВНЯННЯ ПУАССОНА

Халанчук Л.В., Чопоров С.В., канд. техн. наук
Таврійський державний агротехнологічний університет, м.Мелітополь

Практичне дослідження багатьох математичних моделей пов'язане з використанням чисельних методів, заснованих на ідеї заміни вихідної непевної моделі її дискретним аналогом (наприклад, метод скінченних елементів). При цьому виникає задача автоматичної побудови дискретних моделей геометричних областей.

При побудові дискретної моделі формується множина простих геометричних фігур (елементів), які мають спільні вузли, ребра та грані та спільно апроксимують геометричний об'єкт. Виділяють два типи дискретних моделей геометричних об'єктів: структуровані та неструктуровані. Структуровані моделі ґрунтуються на регулярних зв'язках між вузлами та можуть бути відображені на масиви. У свою чергу, неструктуровані моделі засновані на нерегулярних зв'язках між вузлами та дозволяють утворення довільної кількості сусідніх елементів.

Ряд практичних задач (наприклад, при дослідженні динаміки газів і рідин) потребує розташування ребр елементів з врахуванням певних фізичних особливостей (наприклад, потенційних ліній току). У такому випадку використовуються структуровані дискретні моделі, автоматична генерація яких ґрунтується на розв'язанні еліптичних або параболічних систем диференціальних рівнянь для адаптації початкової рівномірної сітки до меж обчислювальної області.

У найпростішому двовимірному випадку використовується рівняння Пуассона у вигляді системи

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} = \mathrm{P}(\xi, \eta), \\ \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} = \mathrm{Q}(\xi, \eta), \end{cases} \tag{1}$$

де P і Q – деякі функції, що використовуються для контролю згущення внутрішніх точок сітки.

Розв'язок системи (1) в розрахунковій області системи координат (ξ, η) отримує вигляд

$$\begin{cases} g_{22}\frac{\partial^2 x}{\partial \xi^2} - 2g_{12}\frac{\partial^2 x}{\partial \xi \partial \eta} + g_{11}\frac{\partial^2 x}{\partial \eta^2} + g\left(\mathrm{P}\frac{\partial x}{\partial \xi} + \mathrm{Q}\frac{\partial x}{\partial \eta}\right) = 0, \\ g_{22}\frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2} - 2g_{12}\frac{\partial^2 y}{\partial \xi \partial \eta} + g_{11}\frac{\partial^2 y}{\partial \eta^2} + g\left(\mathrm{P}\frac{\partial y}{\partial \xi} + \mathrm{Q}\frac{\partial y}{\partial \eta}\right) = 0, \end{cases} \tag{2}$$

де $g_{11} = \left(\frac{\partial x}{\partial \xi}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \xi}\right)^2$, $g_{12} = \frac{\partial x}{\partial \xi}\frac{\partial x}{\partial \eta} + \frac{\partial y}{\partial \xi}\frac{\partial y}{\partial \eta}$, $g_{22} = \left(\frac{\partial x}{\partial \eta}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \eta}\right)^2$, $g = \left(\frac{\partial x}{\partial \xi}\frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial y}{\partial \xi}\frac{\partial x}{\partial \eta}\right)^2$.

У загальному випадку рівняння (2) розв'язується чисельно, використовуючи, наприклад, різницеві схеми.

У дослідженні розглянуто приклад генерації дискретної моделі шляхом адаптації вихідної рівномірної сітки на базі системи (2) з крайовими умовами, що відповідають значенням координат вузлів на межах фізичної області ($0 \le t \le 1$):

$x|_{\xi=-1} = x_0(t)$; $y|_{\xi=-1} = y_0(t)$; $x|_{\xi=1} = x_1(t)$; $y|_{\xi=1} = y_1(t)$;

$x|_{\eta=-1} = x_2(t)$; $y|_{\eta=-1} = y_2(t)$; $x|_{\eta=1} = x_3(t)$; $y|_{\eta=1} = y_3(t)$;

$$\begin{cases} x_0(t) = -3 + 2t, \\ y_0(t) = -2 + 4t; \end{cases} \begin{cases} x_1(t) = 2, \\ y_1(t) = -1 + 2t; \end{cases}$$
$$\begin{cases} x_2(t) = -3 + 5t, \\ y_2(t) = -2 + t; \end{cases} \begin{cases} x_3(t) = -1 + 3t, \\ y_3(t) = 2 - t; \end{cases}$$

При дослідженні функції P і Q вважалися рівними нулю.

Реалізація розв'язку на базі скінченних різниць та методу простих ітерації виконана за допомогою пакету програм Scilab. На рис. 1 наведено результат ітераційного процесу для вихідної сітки розміром елементів.

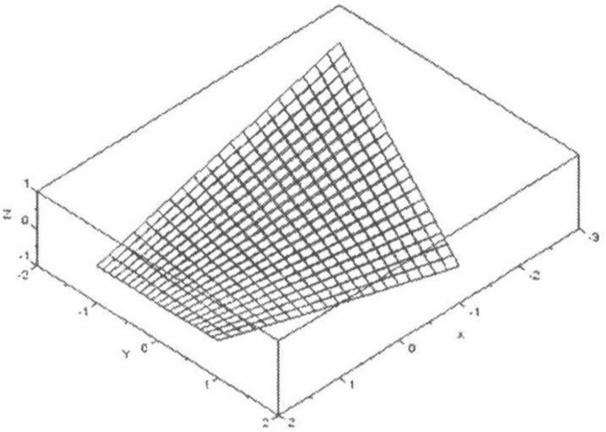

Рис.1. Еліптична дискретна модель розв'язку рівняння Пуассона

Отже, в роботі розв'язана задача побудови дискретної моделі на базі розв'язку нелінійної системи диференціальних рівнянь. Використання рівняння Пуассона дозволяє керувати розміщенням вузлів елементів при генерації дискретної моделі.

COMPARISON THEOREM FOR SOLUTIONS TO THE CAUCHY PROBLEM FOR NEUTRAL STOCHASTIC DIFFERENTIAL EQUATIONS OF REACTION DIFFUSION TYPE

Tsukanova A.O.

National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kiev Polytechnic Institute», Kiev

The following initial-value problem is considered

$$d\left(u_i(t,x) + \int_{\mathbb{R}^d} b(t,x,u_i(\alpha(t),\xi),\xi)d\xi \right) = \left(\sum_{i=1}^{d} \frac{\partial^2 u_i(t,x)}{\partial x_i^2} + f_i(t,u_i(\alpha(t),x),x) \right) dt +$$
$$+\sigma(t,u_i(\alpha(t),x),x)dW(t,x)\ ,\ 0 < t \le T\ ,\ x \in \mathbb{R}^d\ ,\ i \in \{1,2\}\ ,$$