

УДК 514.18

ВИЗНАЧЕННЯ ОБМЕЖЕНЬ ПРИ МОДЕЛЮВАННІ ДИСКРЕТНО ПРЕДСТАВЛЕНОЇ КРИВОЇ ІЗ МОНОТОННОЮ ЗМІНОЮ КРИВИНИ

Холодняк Ю.В., аспірант*,

Дідур В.А., д.т.н.

Таврійський державний агротехнологічний університет

Тел. (0619) 42-68-62

Анотація - стаття присвячена визначенню обмежень, що накладаються на положення точки згущення та дотичної, яка проходить через цю точку, при моделюванні кривої із монотонною зміною кривини.

Ключові слова – дискретно-представлена крива (ДПК), базисний трикутник, монотонна зміна кривини.

Постановка проблеми. При розв'язанні задачі інтерполяції точкового ряду обвід можна формувати із відрізків дискретно представлених кривих (ДПК). При моделюванні обводу, кривина уздовж якого змінюється монотонно, положення дотичних, значення радіусів кривини у вузлах та положення точок згущення пов'язані між собою уздовж усього точкового ряду. Тому при моделюванні кривої із монотонною зміною кривини, необхідно визначити систему обмежень, що накладаються на її параметри.

Аналіз останніх досліджень Методика, яка дозволяє визначити можливість забезпечення монотонної зміни кривини (зростання або убування) уздовж ДПК розроблена в [1]. Вихідними даними для проведення аналізу є положення вузлів вихідного точкового ряду. Методика не враховує положення дотичних у вузлах.

У роботі [2] запропоновано критерій, за допомогою якого можна оцінювати значення радіусів кривини у вузлах монотонної ДПК. Вихідними даними є координати вузлів та положення дотичних у цих вузлах.

Формулювання цілей статті. Метою даної статті є визначення обмежень положення точки згущення та дотичної, що проходить

* Науковий керівник: к.т.н., доцент Гавриленко Є.А.

© Холодняк Ю.В., Дідур В.А.

через цю точку, при моделюванні обводу із монотонною зміною кривини.

Основна частина. Розглянемо задачу моделювання ДПК із монотонною зміною кривини, яка задана координатами вузлів та положенням дотичних. Обвід формується на основі базисних трикутників, які обмежені дотичними у двох послідовних вузлах ДПК та хордою, яка з'єднує ці вузли.

Розглянемо ділянку ДПК між двома послідовними вузлами i та $i+1$, у яких задані положення дотичних: t_i та t_{i+1} (рис. 1).

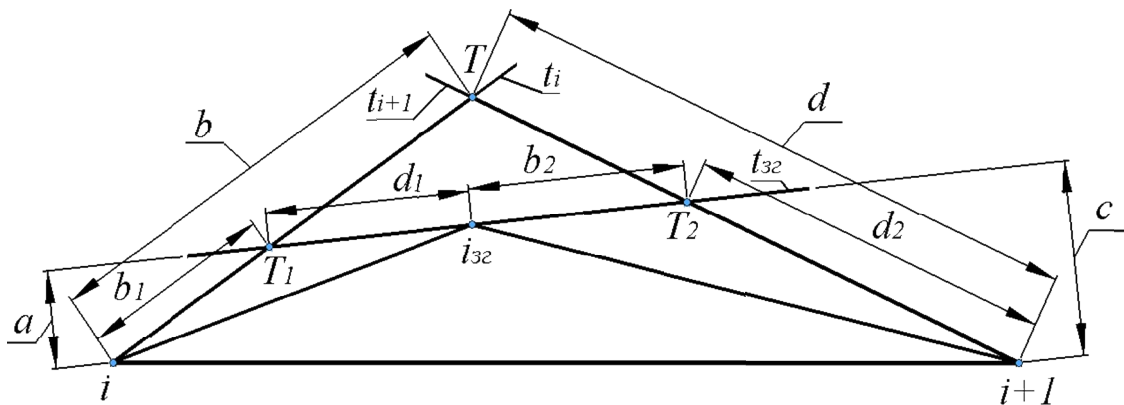


Рис. 1. Схема побудови базисних трикутників.

При кожному кроці згущення всередині вихідного базисного трикутника визначається точка згущення (i_{32}) та дотична до кривої (t_{32}), що проходить через цю точку. В результаті всередині базисного трикутника $i, T, i+1$ отримаємо два нових базисних трикутника i, T_1, i_{32} та $i_{32}, T_2, i+1$. Для того, щоб забезпечити другий порядок гладкості обводу необхідно, щоб на основі кожного нового базисного трикутника можна було отримати криву, значення кривини якої у вихідному вузлі таке ж саме, як у вузлах вихідної ДПК. При цьому параметри базисних трикутників мають забезпечити можливість монотонної зміни кривини уздовж обводу.

Значення радіусів кривини ДПК у точках i та $i+1$, які визначає базисний трикутник $i, T, i+1$ можна оцінити за формулами [2]:

$$R_i = \frac{b^3}{S}, \quad R_{i+1} = \frac{d^3}{S}, \quad (1)$$

де $b = |i; T|$ та $d = |T; i+1|$ – довжини сторін базисного трикутника; S – площа базисного трикутника.

Отже, при проведенні згущень необхідно забезпечити виконання наступних умов.

1) Значення радіусів кривини в точках i та $i+1$, що визначають базисні трикутники i, T_1, i_{32} та $i_{32}, T_2, i+1$ (\vec{R}_i та \overleftarrow{R}_{i+1}), мають дорівнювати значенням радіусів кривини у цих точках, що визначає базисний трикутник $i, T, i+1$ (R_i та R_{i+1}), тобто

$$R_i = \vec{R}_i \text{ та } R_{i+1} = \overleftarrow{R}_{i+1}. \quad (2)$$

2) Значення радіусів кривини у точці i_{32} , що визначають базисні трикутники i, T_1, i_{32} та $i_{32}, T_2, i+1$ (\vec{R}_{32} та \overleftarrow{R}_{32}) мають бути рівними, тобто

$$\vec{R}_{32} = \overleftarrow{R}_{32}. \quad (3)$$

Виконання умов (1) та (2) забезпечує другий порядок гладкості кривої, що моделюється.

Для забезпечення монотонного зростання радіусів кривини уздовж обводу необхідно ввести додаткові вимоги:

$$\vec{R}_i < \vec{R}_{32} \text{ та } \overleftarrow{R}_{32} < \overleftarrow{R}_{i+1}. \quad (4)$$

Виразимо через параметри базисних трикутників систему обмежень (2), (3) та (4).

У відповідності до (1) умова (2) приймає вигляд:

$$\frac{b^3}{S} = \frac{b_1^3}{S_1} \text{ та } \frac{d^3}{S} = \frac{d_2^3}{S_2}, \quad (5)$$

де $b_1 = |i; T_1|$ та $d_2 = |T_2; i+1|$ – довжини сторін базисних трикутників, отриманих в результаті згущення, i, T_1, i_{32} та $i_{32}, T_2, i+1$ відповідно;

S_1 та S_2 – площі вказаних базисних трикутників.

Площі базисних трикутників можна обчислити за формулами:

$$S_1 = \frac{1}{2} d_1 \cdot a \text{ та } S_2 = \frac{1}{2} b_2 \cdot c, \quad (6)$$

де a та c – відстані від точок i та $i+1$ до дотичної t_{32} .

Підставимо (1) та (6) до формули (3) та отримаємо:

$$\frac{d_1^2}{b_2^2} = \frac{a}{c}. \quad (7)$$

У відповідності до (1) умова (4) приймає вигляд:

$$b_1 < d_1 \text{ та } b_2 < d_2. \quad (8)$$

Таким чином при моделюванні обводу другого порядку гладкості із монотонним зростанням кривини необхідною умовою є виконання (7) та (8) на кожному кроці згущення.

Висновки. В роботі визначено систему обмежень, виконання яких забезпечує моделювання монотонної ДПК. Отримані обмеження дають можливість всередині базисного трикутника визначити область можливого розташування точки згущення та граничні положення дотичної, що проходить через цю точку. При накладанні додаткових умов на криву, необхідно уточнювати отриману область можливого розв'язку задачі.

Література

1. Гавриленко Е.А. Дискретное интерполирование плоских одномерных обводов с закономерным изменением кривизны: дис. канд. техн. наук. / Е.А. Гавриленко – Мелітополь, 2004. – 182с.
2. Холодняк Ю.В. Задача оцінки значень кривини в точках дискретно-представленої кривої./ Ю.В. Холодняк // Прикл. геом. та інж. графіка / Праці ТДАТУ – Вип.4, Т.53. – Мелітополь, 2012. – С. 164-167.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОГРАНИЧЕНИЙ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ДИСКРЕТНО ПРЕДСТАВЛЕННОЙ КРИВОЙ С МОНОТОННЫМ ИЗМЕНЕНИЕМ КРИВИЗНЫ

Ю.В. Холодняк, В.А. Дидур

Аннотация - в статье рассматривается определение ограничений, которые накладываются на положение точки сгущения и касательной, которая проходит через эту точку, при моделировании кривой с монотонным изменением кривизны.

DETERMINATION THE RESTRICTIONS AT MODELLING OF THE DISCRETELY REPRESENTED CURVE WITH MONOTONOUS CHANGE OF CURVATURE

Yu. Kholodnyak, V. Didur

Summary

The problem of determination the restrictions that are imposed on the position of compression point and tangent that passes through this point at modelling the curve with monotonous change of curvature is considered in this article.