УДК.635.64:631.55

ДОСЛІДЖЕННЯ ІНЕРЦІЙНИХ ПРИВОДІВ ДЛЯ СІЛЬСЬКОГОСПОДАРСЬКИХ МАШИН

Дереза О.О., к.т.н.,
Дереза С.В., інж.
Таврійський державний агротехнологічний університет
Тел. (0619) 42-24-36

***Анотація* – у роботі проведено дослідження інерційних приводів для сільськогосподарських машин.**

***Ключові слова*: привод, сила інерції, рівняння руху, кутова швидкість, диференціальне рівняння**.

Постановка проблеми та аналіз останніх досліджень. Вібраційна техніка і технологія з кожним роком займають усе більш міцні позиції в різних галузях промисловості, сільського господарства. Застосування вібраційної техніки дозволяє корінним чином удосконалити традиційні технологічні процеси.

Дослідження рівнянь руху вібраційних елементів на роботу приводів сільськогосподарських машин вивчений та освітлений в літературних джерелах недостатньо [1]. Майже повністю відсутні дослідження поведінки вібраційних органів під час пуску. Дослідженнями роботою сільськогосподарських машин займалися науковці різних університетів. Але багато питань ще не вирішені.

Формулювання цілей статті. Мета статті – отримати залежності, які дозволять зв'язати динамічні, технологічні і конструктивні параметри вібромашини з пружним робочим органом.

Основна частина. Для дослідження інерційного привода було розроблено лабораторну установку (рис. 1). Вона складається з вала 1, на якому розміщено диск 2 з дисбалансом 3. Вал встановлено в підшипниках 4, які розміщені в рамці 5. Ця рамка здатна переміщуватися по осі X (рис.2).

При обертанні вала 1 від електродвигуна зі сталою кутовою швидкістю ω на дисбалансі виникає сила інерції $F_i = m_д\omega^2 R$, яка направлена від центра обертання диска. Горизонтальна складова цієї сили діє на рамку 5 і змушує її коливатися з частотою ω.

Для укладання диференціального рівняння руху складемо розрахункову схему механізму інерційного привода (рис. 2).

© О.О. Дереза, С.В. Дереза

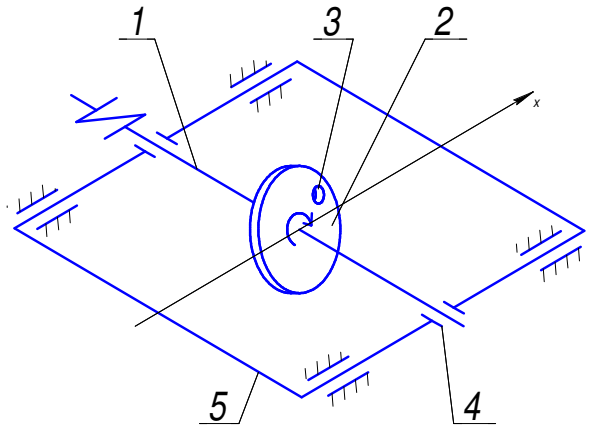

Рис. 1. Схема лабораторної установки: 1 – вал; 2 – диск; 3 – дисбаланс; 4 – підшипник; 5 – рамка.

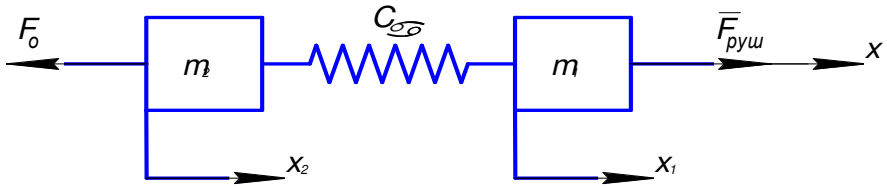

Рис. 2. Розрахункова схема механізму інерційного привода: m_1 – маса збудника коливань; m_2 – маса рамки; c_α – приведена жорсткість вала; $F_{руш} = m_д\omega^2 R\sin\omega t$ – проекція сили інерції дисбалансу на вісь X; x_1 – центр ваги вала з диском; x_2 – центр ваги рамки; m_3 – маса дисбалансу; R – радіус дисбалансу.

Запишемо диференціальне рівняння руху системи за наступних допущень:

1. кутова швидкість вала 1 – стала величина;
2. сили опору в підшипниках досить малі.

$$\begin{cases} m_1 x_1'' = F_{руш} - c_\alpha (x_1 - x_2) \\ m_2 x_2'' = c_\alpha (x_1 - x_2). \end{cases} \quad (1)$$

Підставимо в рівняння (1) значення проекції сили інерції дисбалансу на вісь X – рушійної сили $F_{руш}$

$$\begin{cases} m_1 x_1'' + c_\alpha (x_1 - x_2) = m_д \omega^2 R\sin \omega t, \\ m_2 x_2'' - c_\alpha (x_1 - x_2) = 0. \end{cases} \quad (2)$$

Після перетворень отримаємо:

$$\begin{cases} x_1'' + \dfrac{c_\alpha}{m_1}(x_1 - x_2) = \dfrac{m_д}{m_1}\omega^2 R\sin\omega t, \\ x_2'' - \dfrac{c_\alpha}{m_2}(x_1 - x_2) = 0. \end{cases} \quad (3)$$

Дана система диференціальних рівнянь – це система двох диференціальних рівнянь другого порядку, що описує рух механізму при заданих допущеннях.

Розв'яжемо систему диференціальних рівнянь (3) відносно деформації ($x_1 - x_2$). Для цього вирахуємо з першого рівняння друге:

$$x_1'' - x_2'' + \frac{c_\alpha}{m_1}(x_1 - x_2) + \frac{c_\alpha}{m_2}(x_1 - x_2) = \frac{m_д}{m_1}\omega^2 R\sin\omega t$$

або

$$(x_1 - x_2)'' + \frac{c_\alpha \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2}(x_1 - x_2) = \frac{m_д}{m_1}\omega^2 R\sin\omega t. \quad (4)$$

Позначивши деформацію ($x_1 - x_2$) в рівнянні (4) через Z, отримаємо диференціальне рівняння другого порядку

$$Z'' + \frac{c_\alpha (m_1 + m_2)}{m_1 m_2} Z = \frac{m_д}{m_1}\omega^2 R\sin\omega t \quad (5)$$

Розв'яжемо диференціальне рівняння відносно Z за наступних початкових умов:

$$t=0 \quad \begin{cases} Z^1 = 0 \left[(x_1' - x_2') = 0\right], \\ Z = 0 \left[(x_1 - x_2) = 0\right]. \end{cases}$$

Розв'язок даного диференціального рівняння складається з двох частин:

Z_1 – загального розв'язку відповідного однорідного рівняння;

$\overline{Z}$ – окремого розв'язку неоднорідного рівняння

$$Z = Z_1 + \overline{Z}.$$

Для визначення Z_1 складемо характеристичне рівняння, що відповідає рівнянню (5):

$$K^2 + \frac{c_\alpha \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2} = 0;$$

$$K_{1,2} = \pm i \cdot \sqrt{\frac{c_\alpha \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2}};$$

$$Z_1 = C_1 \cos \sqrt{\frac{c_\alpha \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2}} t + C_2 \sin \sqrt{\frac{c_\alpha \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2}} t.$$

Окремий розв'язок неоднорідного диференціального рівняння запишемо у вигляді правої частини:

$$\overline{Z} = A \cdot \cos \omega t + B \cdot \sin \omega t + Д,$$

$$\overline{Z'} = -\omega A \cdot \sin \omega t + \omega B \cdot \cos \omega t,$$

$$\overline{Z''} = -\omega^2 A \cdot \cos \omega t - \omega^2 B \cdot \sin \omega t.$$

Підставимо значення $\overline{Z}$, $\overline{Z'}$, $\overline{Z''}$ в диференціальне рівняння (5):

$$-\omega^2 A \cdot \cos \omega t - \omega^2 B \cdot \sin \omega t +$$

$$+\frac{c_\alpha \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2}(A \cdot \cos \omega t + B \cdot \sin \omega t + Д) = \frac{m_д}{m_1} \omega^2 R \sin \omega t.$$

Після перетворень та спрощень отримаємо:

$$-\omega^2 A \cdot + A \frac{c_\alpha \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2} = 0,$$

$$-\omega^2 B + B \frac{c_\alpha \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2} = \frac{m_д}{m_1} \omega^2 R, \qquad \underline{A = 0}$$

$$B = \frac{m_д m_2 \omega^2 R}{c_\alpha (m_1 + m_2) - \omega^2 m_1 m_2},$$

вільний член

$$\frac{c_\alpha \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2} Д = 0 \qquad \underline{Д = 0}$$

Тоді

$$\bar{Z} = B \sin \omega t ,$$

або

$$\bar{Z} = \frac{m_2 m_д \omega^2 R}{c_\alpha (m_1 + m_2) - \omega^2 m_1 m_2} \sin \omega t.$$

Розв'язок рівняння (5) набуває вигляду:

$$Z = C_1 \cos \sqrt{\frac{c_\alpha \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2}} t + C_2 \sin \sqrt{\frac{c_\alpha \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2}} t +$$

$$+ \frac{m_2 m_д \omega^2 R}{c_\alpha (m_1 + m_2) - \omega^2 m_1 m_2} \sin \omega t .$$

Визначимо окремий розв'язок диференціального рівняння за початкових умов

$$t=0 \quad \begin{cases} Z_0 = 0 & (x_1 - x_2 = 0), \\ Z_0^1 = 0 & (x_1' - x_2' = 0); \end{cases}$$

$$Z(0) = C_1 = 0, \qquad C_1' = 0 .$$

$$Z' = -C_1 \cos \sqrt{\frac{c_\alpha \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2}} \cdot \sin \sqrt{\frac{c_\alpha \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2}} t +$$

$$+ C_2 \sqrt{\frac{c_\alpha \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2}} \cdot \cos \sqrt{\frac{c_\alpha \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2}} t +$$

$$+ \frac{m_2 m_д \omega^3 R}{c_\alpha (m_1 + m_2) - \omega^2 m_1 m_2} \cos \omega t ,$$

$$Z'(0) = C_2\sqrt{\frac{c_\alpha \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2}} + \frac{m_2 m_д \omega^3 R}{c_\alpha (m_1 + m_2) - \omega^2 m_1 m_2} = 0,$$

$$C_2 = -\frac{m_2 m_д \omega^3 R}{c_\alpha (m_1 + m_2) - \omega^2 m_1 m_2}\sqrt{\frac{m_1 m_2}{c_\alpha (m_1 + m_2)}}.$$

Отже, окремий розв'язок диференціального рівняння за початкових умов набуде вигляду:

$$x_1 - x_2 = \frac{m_2 m_д \omega^2 R}{c_\alpha (m_1 + m_2) - \omega^2 m_1 m_2}\sin \omega t -$$

$$-\frac{m_2 m_д \omega^3 R}{c_\alpha (m_1 + m_2) - \omega^2 m_1 m_2}\sqrt{\frac{m_1 m_2}{c_\alpha (m_1 + m_2)}}\sin\sqrt{\frac{c_\alpha \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2}}t. \quad (6)$$

Підставимо розв'язок (6) у друге рівняння системи (3), знайдемо закон руху рамки

$$x_2'' = \frac{c_\alpha}{m_2}(x_1 - x_2) = 0,$$

$$x_2'' = \frac{c_\alpha m_д \omega^2 R}{c_\alpha (m_1 + m_2) - \omega^2 m_1 m_2}\sin \omega t - \frac{c_\alpha m_д \omega^3 R}{c_\alpha (m_1 + m_2) - \omega^2 m_1 m_2} \times$$

$$\times\sqrt{\frac{m_1 m_2}{c_\alpha (m_1 + m_2)}}\sin\sqrt{\frac{c_\alpha \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2}}t,$$

$$x_2' = -\frac{c_\alpha m_д \omega R}{c_\alpha (m_1 + m_2) - \omega^2 m_1 m_2}\cos \omega t + \frac{c_\alpha m_д \omega^3 R}{c_\alpha (m_1 + m_2) - \omega^2 m_1 m_2} \times$$

$$\times\frac{m_1 m_2}{c_\alpha (m_1 + m_2)}\cos\sqrt{\frac{c_\alpha \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2}}t + C_1,$$

$$x_2 = -\frac{c_\alpha m_д R}{c_\alpha (m_1 + m_2) - \omega^2 m_1 m_2}\sin \omega t + \frac{c_\alpha m_д \omega^3 R}{c_\alpha (m_1 + m_2) - \omega^2 m_1 m_2} \times$$

$$\times\left[\frac{m_1 m_2}{c_\alpha (m_1 + m_2)}\right]^{3/2}\sin\sqrt{\frac{c_\alpha \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2}}t + C_1 t + C_2. \quad (7)$$

Розглянемо отриманий розв'язок при усталеному русі за початкових умов

$$t = 0 \quad \begin{cases} x_2 = 0, \\ \dot{x}_2 \neq 0; \end{cases}$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{c_\alpha m_д \omega R}{c_\alpha (m_1 + m_2) - \omega^2 m_1 m_2} +$$

$$+ \frac{c_\alpha m_д \omega^3 R}{c_\alpha (m_1 + m_2) - \omega^2 m_1 m_2} \cdot \frac{m_1 m_2}{c_\alpha (m_1 + m_2)} + c_1 \neq 0;$$

$$x_2 = C_2 = 0; \qquad C_2 = 0; \qquad C_1 = 0;$$

$$x_2 = \frac{c_\alpha m_д \omega^3 R}{c_\alpha (m_1 + m_2) - \omega^2 m_1 m_2} \cdot \left[\frac{m_1 m_2}{c_\alpha (m_1 + m_2)}\right]^{3/2} \sin \sqrt{\frac{c_\alpha \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2}} t -$$

$$- \frac{c_\alpha m_д R}{c_\alpha (m_1 + m_2) - \omega^2 m_1 m_2} \sin \omega t . \qquad (8)$$

Перший член рівняння (8) описує вільні коливання вала, які за наявності навіть невеликого тертя в шарнірах швидко затухнуть і на рух рамки впливати не будуть. Другий член рівняння (8) описує примусові коливання вала під дією примусової сили

$$F_{руш} = m_д \omega^2 R \sin \omega t .$$

Тому закон руху рамки при усталеному русі можна записати як:

$$x_2 \cong -\frac{c_\alpha m_д R}{c_\alpha (m_1 + m_2) - \omega^2 m_1 m_2} \sin \omega t . \qquad (9)$$

Проведемо дослідження рівняння коливань рамки.

Рамка коливається відносно нульового положення $x_1 = 0$ з частотою примусової сили, яка дорівнює частоті обертання вала, ω і амплітудою

$$a = \left| \frac{c_\alpha m_д R}{c_\alpha (m_1 + m_2) - \omega^2 m_1 m_2} \right| . \qquad (10)$$

Амплітуда коливань прямує до ∞, виникає явище резонансу при збігу частоти примусової сили з частотою власних коливань вала

$$c_\alpha (m_1 + m_2) - \omega^2 m_1 m_2 = 0;$$

$$\omega = \sqrt{\frac{c_\alpha (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2}}. \qquad (11)$$

Розглянемо залежність амплітуди коливань рамки від маси і радіуса дисбалансу, маси рамки і частоти примусової сили.

Амплітуда коливань рамки прямопропорційно залежить від маси дисбалансу $m_д$ і його радіуса R. Залежність амплітуди коливань рамки від частоти примусової сили розглянемо за наступних даних: $m_д$ = 0,5кг; m_1 =10кг; m_2 =1000 кг; R = 100 мм; d_B = 30 мм; l_B = 100 мм; E_B = $2 \cdot 10^5$ Н/мм^2.

Приведену жорсткість вала c_α, що приблизно дорівнює жорсткості вала, визначимо за формулою:

$$c_\alpha = \frac{48EJ}{l_B^3}; \qquad (12)$$

$$c_\alpha = \frac{48 \cdot 2 \cdot 10^5}{100^3} \cdot \frac{\pi \cdot 30^4}{64} = 3.8 \cdot 10^5 \frac{\text{Н}}{\text{мм}}.$$

n	об/хв.	100	200	500	1000	1500	2000	2500	3000
ω	c^{-1}	10,47	20,94	52,36	104,71	157,08	209,44	261,8	316,16
a	мм	0,050	0,051	0,054	0,069	0,143	0,324	0,062	0,031

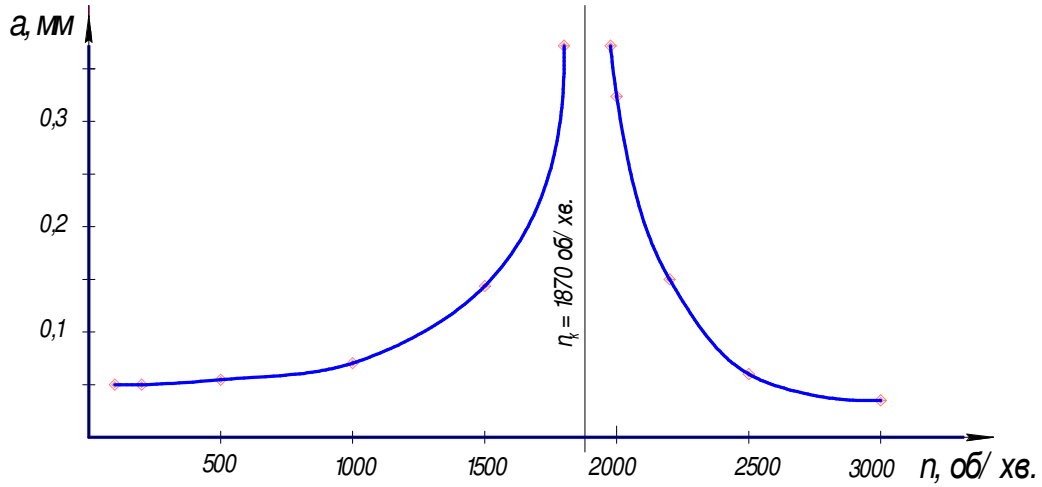

Рис. 3. Амплітуда коливань рамки.

$$\omega = \sqrt{\frac{c_\alpha \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2}},$$

$$\omega = \sqrt{\frac{3{,}8 \cdot 10^5 (1000 + 10)}{10 \cdot 1000}} = 195{,}9 \ \text{с}^{-1};$$

$$n = 1870 \ \text{об/хв.}$$

Побудуємо такі ж залежності амплітуди коливань рамки від частоти примусової сили для маси рамки m_2=400 кг і m_2=100 кг:

а) m_2 = 400кг.

n	об/хв.	100	200	500	1000	1500	2000	2500	3000
ω	$с^{-1}$	10,47	20,94	52,36	104,71	157,08	209,44	261,8	316,16
a	мм	0,122	0,123	0,131	0,170	0,334	0,956	0,160	0,071

$$\omega = \sqrt{\frac{3{,}8 \cdot 10^5 (400 + 10)}{10 \cdot 400}} = 197{,}36 \ \text{с}^{-1};$$

$$n = 1884 \ \text{об/хв.}$$

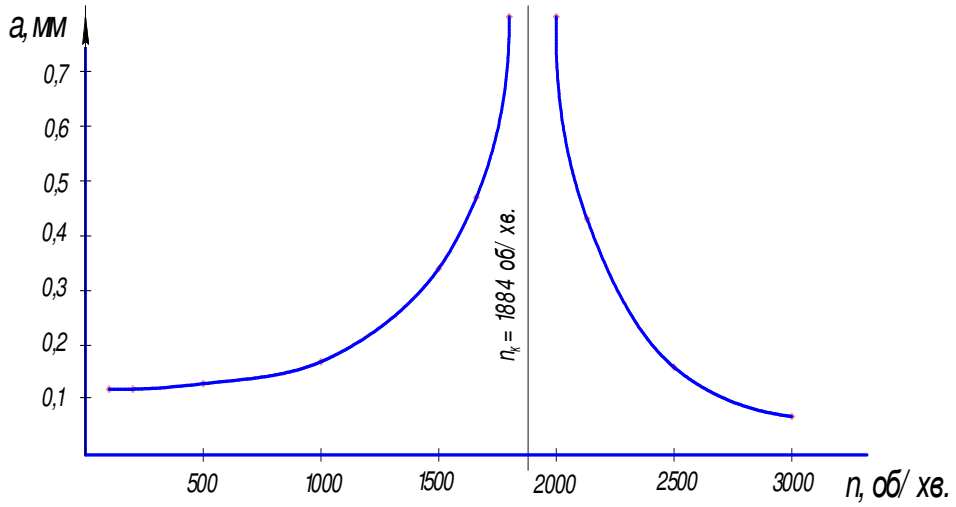

Рис. 4. Залежність амплітуди коливань рамки від частоти примусової сили для маси рамки m_2=400 кг.

б) m_2 = 100кг.

$$\omega = \sqrt{\frac{3{,}8 \cdot 10^5 (100 + 10)}{10 \cdot 100}} = 204{,}45 \ \text{с}^{-1};$$

$$n = 1952 \ \text{об/хв.}$$

n	об/хв.	100	200	500	1000	1500	2000	2500	3000
ω	$с^{-1}$	10,47	20,94	52,36	104,71	157,08	209,44	261,8	316,16
a	мм	0,454	0,459	0,486	0,616	1,109	9,2	0,710	0,326

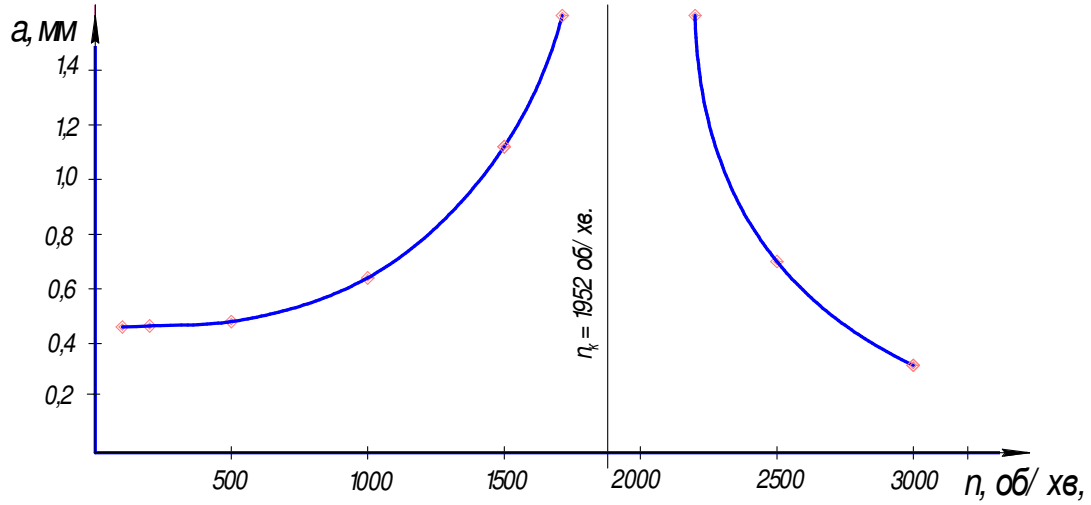

Рис. 5. Залежність амплітуди коливань рамки від частоти примусової сили для маси рамки m=100 кг.

Побудуємо графік руху рамки (рис. 6) за наступних даних:

$m_д$ = 0,5 кг; m_1 = 10 кг; m_2 =100 кг; R = 100 мм; d_B = 30 мм; n = 1440 об/хв., ω = 150,8 $с^{-1}$; $c_\alpha = 3{,}8 \cdot 10^5$ Н/$мм^2$.

$$x_2 \cong -\frac{c_\alpha m_д R}{c_\alpha (m_1 + m_2) - \omega^2 m_1 m_2} \sin \omega t ;$$

$$x_2 \cong -0{,}996 \sin 150{,}8t \approx -\sin 150{,}8t .$$

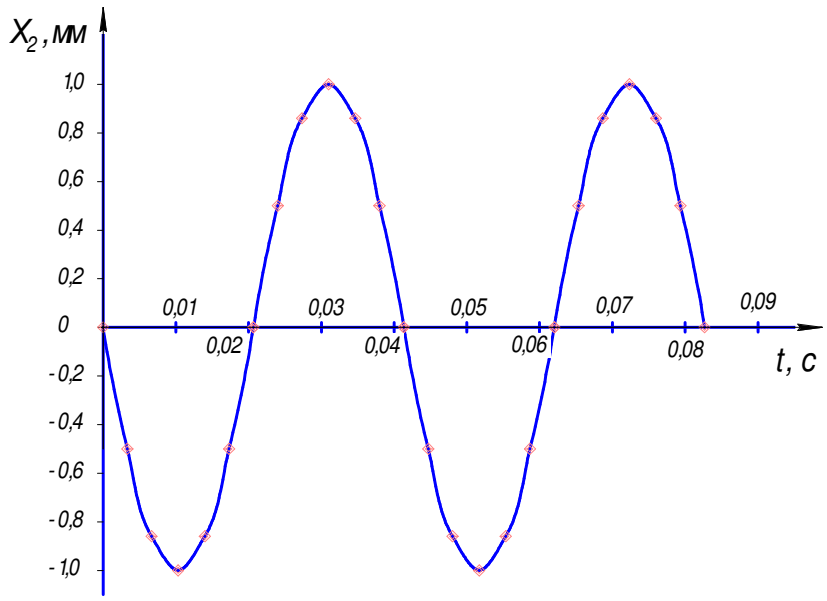

Рис. 6.Графік руху рамки.

Висновки. Амплітуда коливань рамки прямопропорційно залежить від маси дисбалансу $m_д$ та його радіуса R. Отримані залежності, які зв'язують динамічні, технологічні і конструктивні параметри віб-

ромашини з пружним робочим органом, дозволяють покращити вплив на структуру твердих середовищ при зміні траєкторії руху інерційного елемента.

Література.

1. *Струтинський С.В., Гуржій А.А.* Експериментальне визначення динамічних характеристик та побудова на їх основі математичної моделі просторової системи приводів / *С.В. Струтинський, А.А. Гуржій* // Технологічні комплекси. Міжнародний науковий журнал №1 (7)/ ISSN: 2304-4519/ - 2013. – С.10-18.

2. *Вейнц В.Л.* Динамические расчеты приводов машин. / *В.Л.Вейнц* – Л.: Машиностроение, 1971.- 215 с.

3. *Іванченко Ф.К.* Підйомно-транспортні машини: Підручник / *Ф.К.Іванченко* – К.: Вища школа, 1993. – 413 с.

ИССЛЕДОВАНИЕ ИНЕРЦИОННЫХ ПРИВОДОВ ДЛЯ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫХ МАШИН

О.О. Дереза, С.В. Дереза

***Аннотация* – в работе проведено исследование инерционных поводов для сельскохозяйственных машин.**

RESEARCH INERTIA DRIVES FOR AGRICULTURAL MACHINES

H. Dereza, S. Dereza

Summary

The article presents research inertial actuators for agricultural machines.