

## УДК 519.6 РЕАЛІЗАЦІЯ МЕТОДУ ГРАНИЧНИХ ЕЛЕМЕНТІВ НА ПРИКЛАДІ ЗАДАЧІ АНАЛІЗУ ОСЕСИМЕТРИЧНОГО НАПРУЖЕНОГО СТАНУ ДИСКУ

Н.Л. Сосницька<sup>1</sup>, Л.В. Халанчук<sup>2</sup>

Таврійський державний агротехнологічний університет, м. Мелітополь

<sup>1</sup>e-mail: sosnickaya19@rambler.ru,

<sup>2</sup>e-mail: larisavh2201@gmail.com,

**Актуальність.** Зручність використання методу граничних елементів (МГЕ) при дослідженні тривимірного напруженого стану в інженерних задачах привела до появи великої кількості літератури, що демонструє корисність цього методу в звичайному аналізі. Для громіздких тіл це, видимо, один з надійних методів, що дозволяє отримувати детальні результати. Крім того, МГЕ дає можливість користуватися теорією сингулярних розв'язків, представлень граничної геометрії та ін. перед виконанням чисельних розрахунків.

Розглянемо реалізацію МГЕ на прикладі задачі аналізу осесиметричного напруженого стану тривимірних тіл.

Круз, Сноу та Вілсон провели аналіз осесиметричного напруженого стану диску під дією граничних стаціонарних температурних та центробіжних навантажень [2]. Оскільки в осесиметричному випадку ядра мають складний вигляд і складні обчислення, що пов'язані з ними, то автори обрали представлення межі у вигляді простих лінійних і дугових елементів (рис.1).

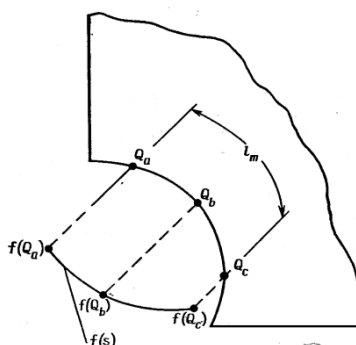


Рис. 1. Представлення межі в осесиметричному випадку

Була виконана дискретизація межі диску товщиною 1 дюйм з внутрішнім радіусом 2 дюйма і зовнішнім радіусом 10 дюймів.

Задача досліджувалась у двох тестових випадках:

- 1). Радіальне навантаження, що прикладене до ободу,  $\sigma_r=300$  (табл.1);
- 2). Навантаження центробіжними силами (табл.2);

Виконані результати розрахунків (в табл.1, табл.2 позначені 1) порівнюються з точним розв'язком Тимошенко і Гуд'єра (в табл.1, табл.2 позначені 3), а також МГЕ від Бенерджі та Батерфілда (в табл.1, табл.2 позначені 2) [1].

Таблиця 1

*Диск з навантаженням, що прикладене до ободу*

r	$u_r$			$\sigma_r$			$\sigma_\theta$		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3
2	4170	4170	4170	2	4	0	625	626	625
3	4080	4080	4080	175	176	174	451	452	451
4	4430	4430	4430	234	235	234	391	391	391
5	4950	4950	4950	263	263	263	363	363	363
6	5560	5560	5560	278	278	278	347	347	347
7	6210	6210	6210	287	287	287	338	338	338
8	6900	6900	6900	293	293	293	332	332	332
9	7610	7610	7610	297	297	297	328	328	328
10	8330	8330	8330	300	300	300	325	325	325

Таблиця 2

*Диск під дією центробіжних сил*

r	$u_r$			$\sigma_r$			$\sigma_\theta$		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3
2	5470	5470	5470	3	5	0	821	821	820
3	5320	5320	5320	207	209	205	584	584	583
4	5667	5660	5670	257	257	256	489	489	489
5	6145	6140	6150	256	256	256	433	433	433
6	6620	6620	6620	231	231	231	389	389	389
7	7018	7010	7020	190	190	190	348	348	348
8	7294	7290	7300	137	137	137	308	308	308
9	7406	7400	7410	73	73	73	265	265	265
10	7327	7320	7330	0	0	0	220	220	220

Розрахунки були виконані в пакеті програм Scilab і показують, що відповідність дуже добра, похибка складає менше 2%.

Отже реалізація МГЕ в сучасних пакетах програм дає більш точний результат, ніж у попередників Бенерджі та Батерфілда.

### Література

1. Тимошенко С.П., Гуд'єр Дж.Н. Теория упругости /С.П. Тимошенко, Дж.Н. Гуд'єр. – М. : Наука, 1975. – 576 с.
2. Cruse T.A., Snow D.W., Wilson R.B. Numerical solution in axi-symmetric elasticity / Cruse T.A., Snow D.W., Wilson R.B. // Computers and Structs. – 1977. – v. 7. – С. 445-451.

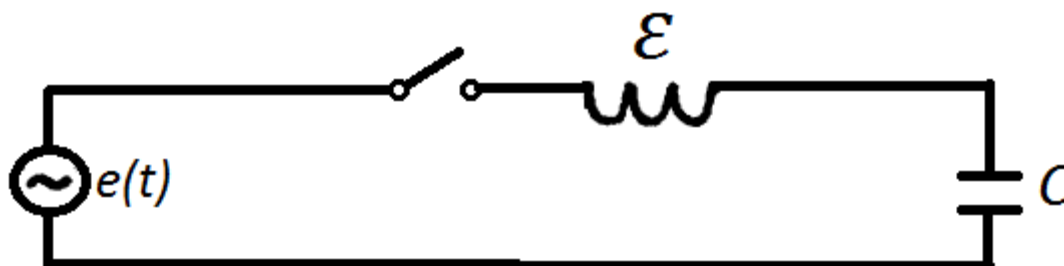
**УДК 517.928**  
**РОЗВ'ЯЗУВАННЯ СИСТЕМ ІНТЕГРО-ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ТИПУ ВОЛЬТЕРРА ІЗ НЕСТАБІЛЬНИМ СПЕКТРОМ**

**І.Р. Срайчук**

Криворізький економічний інститут, Кривий Ріг  
*e-mail: Icurt20@gmail.com*  
 Науковий керівник: к.ф.-м.н., доц. М.О. Рашевський

Моделювання різноманітних систем приводить до необхідності досліджувати системи інтегро-диференціальних рівнянь.

Наприклад, розглянемо процес протікання електричного струму після підключення ідеального джерела ЕРС до кола, зображеного на рис. 1.



*Рис. 1. Електричне коло*

Рівняння залежності електричного струму від часу запишеться у вигляді [3, с .34]:

$$\varepsilon_1 \frac{di(t)}{dt} + \varepsilon_2 i(t) + \int_0^t K(t, \tau) i(\tau) d\tau = e(t),$$

Що є інтегро-диференціальним рівнянням Вольтера.  
 Розглянемо систему інтегро-диференціальних рівнянь:

$$\varepsilon \frac{d\bar{x}}{dt} = A(t, \varepsilon) \bar{x}(t, \varepsilon) + \rho \int_0^t K(t, s, \varepsilon) \bar{x}(s, \varepsilon) ds \tag{1}$$

Системи вигляду (1) неодноразово досліджувалась рядом авторів у різних припущеннях про спектр матриці  $A(t, \varepsilon)$  . Останні дослідження [2, 4] стосуються випадку нестабільного спектру.

У цій роботі розглянемо нестабільність спектру, яку мають майже діагональні системи при наявності точок повороту [2, 3].

Для системи (1) поставимо задачу Коші

$$\mathbf{x}(0, \varepsilon) = \mathbf{x}_0. \tag{2}$$

Вимагатимемо виконання таких умов.