УДК 631.363

ВИЗНАЧЕННЯ ЩІЛЬНОСТІ РОЗПОДІЛУ ШВИДКОСТІ КУЛЬКИ В ОЧИСНОМУ ПРИСТРОЇ УСТАНОВКИ ДЛЯ КАЛІБРУВАННЯ НАСІННЯ

Бондаренко Л.Ю., к.т.н.
Таврійський державний агротехнологічний університет
Тел. (06192) 42-24-36
Кузьмінов В. В., м.н.с.
Інститут зрошуваного садівництва ім. М.Ф. Сидоренка НААН
Тел. (06192) 42-24-36

***Анотація* - отримано інтегральне рівняння, якому задовольняє функція щільності розподілу швидкості кульки біля поверхні решета у кульковому пристрої установки для калібрування насіння. Вказана додаткова умова, якій повинна задовольняти функція щільності розподілу швидкості кульки.**

***Ключові слова* – кулькові очисники решіт, швидкість руху кульки, щільність розподілу, випадкова величина, стаціонарна функція.**

Постановка проблеми. Використання кулькових очисників для очищення отворів решіт вібраційних машин при калібруванні насіння має ряд переваг перед іншими пристроями. Вони краще працюють при низьких питомих навантаженнях решіт, простіші в експлуатації та дешеві у виготовленні.

Особливістю роботи кулькових очисників є складність передачі кульці вертикального імпульсу [1]. Надійна робота їх може бути забезпечена тільки тоді, коли параметри очисників будуть оптимальними для заданого закону коливань решітної частини. Тому правильно підібрані параметри роботи кулькового очисника забезпечують найвищу ефективність роботи решіт та найкращу якість розділення насіння на фракції. Щодо насіння плодових кісточкових культур, то визначення параметрів кулькових очисників пов’язано із наданням кульці необхідної енергії вибивання кісточки з отвору із максимальною ймовірністю. Ця ймовірність істотно залежить від функції щільності розподілу швидкості кульки, коли вона відбивається від решета. Для знаходження цієї функції треба отримати рівняння, якому вона задовольняє.

Аналіз останніх досліджень. Визначено [2], що швидкість кульки залежить від швидкості кульки на початку руху, кута відхилення швидкості перед ударом об решето ***α*,** зміщення кульки відносно прутка ***δ*** та фази коливання ***τ*** у момент зіткнення кульки з прутком.

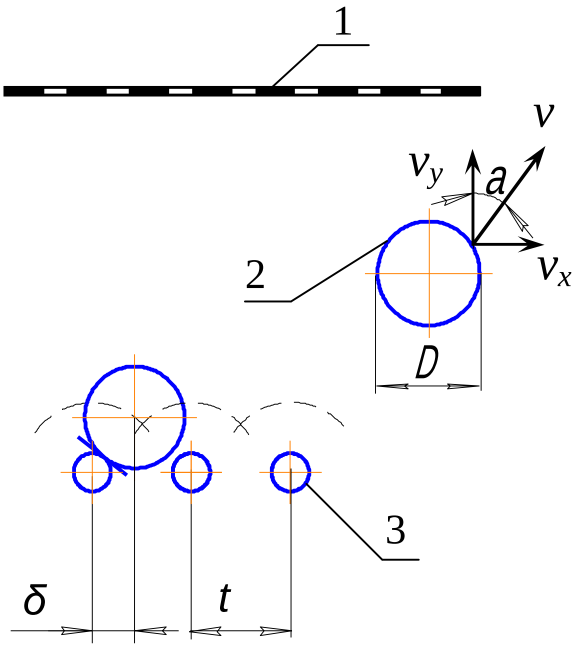
Формулювання цілей статті. Отримати рівняння, якому задовольняє стаціонарна функція розподілу швидкості кульки при ударі об решето при визначенні параметрів робочих органів кулькового очисника решіт.

Основна частина. Встановлено [2], що один повний цикл руху кульки у підрешітному просторі складається з чотирьох етапів:

- удар об решето;
- опускання в полі сил тяжіння;
- удар об пруток;
- підйом до решета.

Вважатимемо, що після усталеного процесу руху кульок кожна з них при підльоті до решета має горизонтальну і вертикальну складові швидкості.

Згідно з припущенням [3] про те, що модуль швидкості кульки ***v*** безпосередньо перед ударом об решето є випадковою величиною, що описується стаціонарною функцією з щільністю розподілу *f(v),* яка залежить від таких параметрів: швидкості кульки на початку руху, кута відхилення швидкості перед ударом об решето ***α*,** зміщення кульки відносно прутка ***δ*** та фази коливання ***τ*** у момент зіткнення кульки з прутком [2] (рис. 1).



1 – сортувальне решето; 2 – гумова кулька; 3 – пруток відбивного решета

Рис.1. Схема руху кульки у підрешітному просторі.

Позначимо $R(v_1,v_0)$ – щільність розподілу швидкості v_1 в кінці циклу при умові, що спочатку циклу вона дорівнювала точно v_0.

Розіб'ємо інтервал зміни швидкості $v_0 \in [0;+\infty)$ на послідовність інтервалів:

$$\{[v_{0,i}, v_{0,i+1})\},$$

де $\lim\limits_{i\to\infty} v_{0,i} = \infty$.

Ймовірність того, що швидкість у кінці циклу знаходиться у межах $[v_1;\ v_1+\Delta v_1]$ дорівнює [4]:

$$P\left(\left[v_1;v_1+\Delta v_1\right]\right) \quad \sum_{i=0}^{\infty} P_{v_0\in\left[v_{0i};v_{0i+1}\right]}\left(\left[v_1;v_1+\Delta v_1\right]\right).$$

Здійснивши граничні переходи $\max\limits_{i} |v_{0,i+1} - v_{0,i}| \to 0$ та $\Delta v_1 \to 0$ отримаємо [5]:

$$P([v_1;v_1+\Delta v_1]) \to f(v_1)\Delta v_1,$$

$$P_{v_0\in[v_{0i};v_{0i+1}]}([v_1;v_1+\Delta v_1]) \to f(v_{0_i})R(v_0,v_1)\Delta v_0 \Delta v_1,$$

$$\sum_{i=0}^{\infty} P_{v_0\in[v_{0i};v_{0i+1}]}([v_1;v_1+\Delta v_1]) \to \Delta v_1 \int_0^{\infty} R(v_1,v_0) f(v_0) dv_0 .$$

Для знаходження функції розподілу ***f(v)*** [3], досить відмітити, що вона задовольняє наступному інтегральному рівнянню типу Фредгольма:

$$f(v_1) = \int_0^{+\infty} R(v_1,v_0) f(v_0) dv_0 . \qquad (1)$$

Крім того, в силу свого власного визначення [6], вона задовольняє умові нормування:

$$\int_0^{+\infty} f(v_0) dv_0 = 1 . \qquad (2)$$

Нехай, швидкість кульки на початку циклу $\boldsymbol{v_1}$ дорівнює $\boldsymbol{v_0}$. Обчислимо ймовірність $\boldsymbol{P([v_1;v_1+\Delta\ v_1])}$ того, що наприкінці повного циклу значення швидкості буде знаходитися у межах $\boldsymbol{[v_1;v_1+\Delta\ v_1]}$, де $\boldsymbol{\Delta\ v_1}$ – досить мале.

Приймемо, що кут руху кульки дорівнює α. Позначимо відповідну умовну ймовірність $\boldsymbol{P_\alpha([v_1;\ v_1+\Delta v_1])}$.

Згідно з тим, що зміщення кульки відносно прутка $\boldsymbol{\delta}$ є стохастичною величиною, що розподілена рівномірно на відрізку [0;t/2], а фаза коливання $\boldsymbol{\tau}$ у момент зіткнення кульки з прутком є стохастичною величиною, що розподілена рівномірно на відрізку [0;2π/ω], ймовірність попадання точки з координатами $(\boldsymbol{\delta},\boldsymbol{\tau})$ у підмножину з $U_\delta \times U_\tau$ прямо пропорційна площі цієї підмножини. Причому $\boldsymbol{U_\delta = [-t/2;\ t/2]}$, $\boldsymbol{U_\tau = [0;\ 2\pi/\omega]}$.

Відносно до перетворення, яким задається швидкість кульки після повного циклу руху у під решітному просторі при фіксованих $\boldsymbol{v_0}$, і $\boldsymbol{\alpha}$:

$$v_1 = \sqrt{v_{1x}^2 + v_{1y}^2} = F(v_0,\alpha,\delta,\tau) \qquad (3)$$

ймовірність $\boldsymbol{P_\alpha([v_1;v_1+\Delta v_1])}$ дорівнює відношенню площі $S_{pr}(v_1;v_1+\Delta v_1)$ прообразу відрізку $\boldsymbol{[v_1;\ v_1+\Delta v_1]}$ до площі підмножини $\boldsymbol{U \in U_\delta \times U_\tau}$ усіх можливих значень параметрів $(\boldsymbol{\delta},\ \boldsymbol{\tau})$.

Розіб'ємо множину значень $\tau \in U_\tau$ точками

$$\tau_0 = 0 < \tau_1 < \ldots < \tau_{N2} = \pi / \omega .$$

Кожній з цих точок $\boldsymbol{\tau_j}$ можна зіставити у відповідність множину точок $\boldsymbol{\{\delta_{ij}\}}$ (можливо, пусту) таку, що:

$$F(v_0,\alpha,\delta_{ij},\tau_j) = v_1 ,$$

тобто, кожній $\boldsymbol{\tau_j}$ відповідає деяка множина гілок $\{H_i(v_0,\alpha,v_1,\tau)\}$ перетворення, зворотного до (3) виду відносно аргументу $\boldsymbol{\delta}$, які є визначеними в околі точки $\boldsymbol{v_1}$. Так як (3) є майже всюди диференційованим перетворенням, то гілки зворотного перетворення також будуть майже всюди диференційованими. Тому:

$$S_{pr}(v_1,v_1+\Delta v_1) \quad \Delta v_1 \sum_j \left(\sum_{i:v_1 \in D(H_i)} \left| \frac{\partial H_i(v_0,\alpha,v_1,\tau_j + (\tau_{j+1}-\tau_j)\theta_{ij})}{\partial v_1} \right| \right) (\tau_{j+1}-\tau_j)$$

де θ_{ij} - дійсні числа, $0 < \theta_{ij} < 1$.

Здійснивши граничний перехід $N_2 \to \infty$, $\max\limits_{0 \le j < N_2}(\tau_{j+1}-\tau_j) \to 0$, отримаємо [4]:

$$S_{pr}(v_1,v_1+\Delta v_1) = \Delta v_1 \int\limits_{U_\tau} \left(\sum_i \begin{cases} \left| \frac{\partial}{\partial v_1} H_i(v_0,\alpha,v_1,\tau) \right| & v_1 \in D(H_i(v_0,\alpha,v_1,\tau)) \\ 0 & v_1 \notin D(H_i(v_0,\alpha,v_1,\tau)) \end{cases} \right) d\tau$$

Для обчислення площі множини $\boldsymbol{U}$ врахуємо, що зіткнення кульки з розглянутим прутком відбудеться лише у тому випадку, коли вектор відносної швидкості кульки до удару складатиме тупий кут з вектором зовнішньої нормалі до поверхні прутка, тобто:

1) якщо $v_{2x} < 0$:

$$\delta > \frac{d_0 + D}{2} \frac{u_{2y}}{\sqrt{{u_{2x}}^2 + {u_{2y}}^2}};$$

2) якщо $v_{2x} > 0$:

$$-\delta > \frac{d_0 + D}{2} \frac{u_{2y}}{\sqrt{{u_{2x}}^2 + {u_{2y}}^2}}.$$

Таким чином,

$$S(U) = \iint\limits_{U_\delta \times U_\tau} \mu(v_0, \alpha, \delta, \tau) d\tau d\delta,$$

де $\mu(v_0, \alpha, \delta, \tau)$ – функція, яка визначається як:

$$\mu(v_0, \alpha, \delta, \tau) = (\eta(-u_{2x})\eta\left(\delta - \frac{d_0 + D}{2} \frac{u_{2y}}{\sqrt{{u_{2x}}^2 + {u_{2y}}^2}}\right) + \eta(u_{2x})\eta(-\delta - \frac{d_0 + D}{2} \frac{u_{2y}}{\sqrt{{u_{2x}}^2 + {u_{2y}}^2}}))$$

де $\eta(x)$ – функція Хевісайда

$$\eta(x) = \begin{cases} 1, x > 0 \\ 0, x \le 0 \end{cases}.$$

Звідси маємо:

$$P_\alpha([v_1, v_1 + \Delta v_1]) = \Delta v_1 \frac{\int\limits_{U_\tau} \left(\sum\limits_i \begin{cases} \left| \frac{\partial}{\partial v_1} H_i(v_0, \alpha, v_1, \tau) \right| & v_1 \in D(H_i(v_0, \alpha, v_1, \tau)) \\ 0 & v_1 \notin D(H_i(v_0, \alpha, v_1, \tau)) \end{cases} \right) d\tau}{\iint\limits_{U_\delta \times U_\tau} \mu(v_0, \alpha, \delta, \tau) d\tau d\delta}$$

З урахуванням того, що кут α розподілений за нормальним законом розподілу з параметрами $3\sigma = \pi/2$, заданими згідно з [3], щільність його дорівнюватиме:

$$f(\alpha) = \frac{1}{\frac{\pi}{6}\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\alpha - 0)^2}{2(\pi/6)^2}} = \frac{3\sqrt{2}}{\pi^{3/2}} e^{-\frac{18\alpha^2}{\pi^2}}.$$

Ймовірність того, що наприкінці повного циклу значення швидкості буде знаходитися у межах $[v_1; v_1 + \Delta v_1]$, дорівнюватиме:

$$P(v_1,v_1+\Delta v_1)=\Delta v_1\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(\alpha)\frac{\int\limits_{U_\tau}\left(\sum_i \begin{cases}\left|\frac{\partial}{\partial v_1}H_i(v_0,\alpha,v_1,\tau)\right| & v_1\in D(H_i(v_0,\alpha,v_1,\tau))\\ 0 & v_1\notin D(H_i(v_0,\alpha,v_1,\tau))\end{cases}\right)d\tau}{\iint\limits_{U_\delta\times U_\tau}\mu(v_0,\alpha,\delta,\tau)d\tau d\delta}d\alpha$$

З іншого боку, $P([v_1;v_1+\Delta v_1])=R(v_1,v_0)\Delta v_1$.

Остаточно щільність розподілу величини v_1 після повного циклу за умови, що швидкість на початку циклу дорівнює v_0 визначиться за формулою:

$$R(v_1,v_0)=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(\alpha)\frac{\int\limits_{U_\tau}\left(\sum_i \begin{cases}\left|\frac{\partial}{\partial v_1}H_i(v_0,\alpha,v_1,\tau)\right| & v_1\in D(H_i(v_0,\alpha,v_1,\tau))\\ 0 & v_1\notin D(H_i(v_0,\alpha,v_1,\tau))\end{cases}\right)d\tau}{\iint\limits_{U_\delta\times U_\tau}\mu(v_0,\alpha,\delta,\tau)d\tau d\delta}d\alpha \quad (4)$$

де $\{H_i\}$ – множина гілок функції, що є оберненою до (3) відносно зміщення δ.

Висновки. Отримано рівняння, якому задовольняє функція щільності розподілу швидкості кульки при ударі об решето, що у подальшому дозволить розв'язати задачу мінімізації часу вибивання застряглого насіння у кульковому пристрої установки для калібрування насіння.

Література:

1. *Ридный В.Ф.* Определение параметров шариковых очистителей плоских решет, качающихся в горизонтальной плоскости / В.Ф. Ридный // Повышение эффективности и качества работы вибрационных семяочистительных машин; МИИСП. – М.; 1981. – С. 55-57

2. *Бондаренко Л.Ю.* Визначення залежностей зміни швидкості руху кульки у підрешітному просторі при калібруванні кісточок плодових культур / Л.Ю. Бондаренко, О.Г. Караєв // Науковий вісник Таврійського державного агротехнологічного університету. – Мелітополь, 2011. – Вип. 1, т.2. – С. 70-76.

3. *Бондаренко Л.Ю.* Обґрунтування параметрів кулькових очисників ударної дії при калібруванні насіння плодових кісточкових культур / Л.Ю. Бондаренко, В. В. Кузьмінов // Науковий вісник Таврійського державного агротехнологічного університету. – Мелітополь, 2011. – Вип. 1, т.1. – С. 173-180.

4. *Калиткин Н.Н.* Численные методы / Н.Н. Калиткин.– М.: Наука, 1978.– 512 с

5. *Фихтенгольц Г.М.* Курс дифференциального и интегрального исчисления / Г.М. Фихтенгольц. – М.: Наука, 1966. – Т.I, II. – 800 с.

6. *Гмурман В.Е.* Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие для втузов / В.Е. Гмурман. – М.: Высшая школа, 1977. – 479 с.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛОТНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СКОРОСТИ ШАРИКА В ОЧИСТИТЕЛЬНОМ УСТРОЙСТВЕ УСТАНОВКИ ДЛЯ КАЛИБРОВАНИЯ СЕМЯН

Л.Ю. Бондаренко, В.В. Кузьминов

***Аннотация* - получено интегральное уравнение, которому удовлетворяет функция плотности распределения скорости шарика около поверхности решета в шариковом очистителе решет установки для калибрования семян. Указано дополнительное условие, которому должна удовлетворять функция распределения скорости шарика.**

DETERMINATION OF CLOSENESS OF DISTRIBUTING OF SPEED OF BALL IN CLEANSING DEVICE OF ARRANGEMENT FOR CALIBRATION OF SEEDS

L. Bondarenko, V. Kuzminov

Summary

Integral equalization which the function of closeness of distributing of speed of ball satisfies near the surface of sieve in the ball-shaped purifier of sieves of arrangement calibration of seed is got. An additional condition which the function of distributing of speed of ball must satisfy is indicated.