

УДК 631.363.4

ДОСЛІДЖЕННЯ ІНЕРЦІЙНИХ ПРИВОДІВ ДЛЯ ВІБРАЦІЙНИХ МАШИН

Крилов В.В., к.т.н.,

Коломієць С. М., к.т.н.

Таврійський державний агротехнологічний університет

Тел.(0619) 42-24-36, 42-05-70

Анотація – у статті наведено аналіз стану та результати досліджень високочастотних інерційних приводів для вібраційних машин. Наведено методику розрахунку високочастотного інерційного привода для вібраційних машин.

Ключові слова – інерційний привод, вібраційна машина, диференціальні рівняння руху, рівняння коливань рамки.

Постановка проблеми. Вібраційна техніка і технологія з кожним роком займають усе більш міцні позиції в різних галузях промисловості, сільського господарства, транспорту. Застосування вібраційної техніки дозволяє корінним чином удосконалити традиційні технологічні процеси.

Аналіз останніх досліджень. Існуючі вібраційні машини ще досить не досконалі. Вони відзначаються великим шумом, великими обертальними моментами і навантаженнями на вали і опори.

Формулювання цілей статті. Метою даної статті є дослідження інерційних приводів для вібраційних машин в плані покращення їх основних характеристик.

Основна частина. Для дослідження інерційного привода було розроблено лабораторну установку. Вона складається з вала 1, на якому розміщено диск 2 з дисбалансом 3. Вал встановлено в підшипниках 4, які розміщені в рамці 5. Ця рамка здатна переміщуватися по осі X.

При обертанні вала 1 від електродвигуна зі сталою кутовою швидкістю ω на дисбалансі виникає сила інерції $F_i = m_d \omega^2 R$, яка направлена від центра обертання диска. Горизонтальна складова цієї сили діє на рамку 5 і змушує її коливатися з частотою ω .

Для укладання диференціального рівняння руху складемо розрахункову схему механізму інерційного привода.

m_1 – маса збудника коливань; m_2 – маса рамки; c_α – приведена жорсткість вала; $F_{руш} = m_d \omega^2 R \sin \omega t$ – проекція сили інерції дисбалансу

3 на вісь X; x_1 – центр ваги вала з диском; x_2 – центр ваги рамки; m_3 – маса дисбалансу; R – радіус дисбалансу

Запишемо диференціальне рівняння руху системи за наступних допущень:

1. Кутова швидкість вала 1 – стала величина.
2. Сили опору в підшипниках досить малі.

$$\begin{cases} m_1 x_1'' = F_{\text{руш}} - c_\alpha (x_1 - x_2), \\ m_2 x_2'' = c_\alpha (x_1 - x_2). \end{cases} \quad (1)$$

Підставимо в рівняння (1) значення проекції сили інерції дисбалансу на вісь X – рушійної сили $F_{\text{руш}}$

$$\begin{cases} m_1 x_1'' + c_\alpha (x_1 - x_2) = m_d \omega^2 R \sin \omega t, \\ m_2 x_2'' - c_\alpha (x_1 - x_2) = 0. \end{cases} \quad (2)$$

Після перетворень

$$\begin{cases} x_1'' + \frac{c_\alpha}{m_1} (x_1 - x_2) = \frac{m_d}{m_1} \omega^2 R \sin \omega t, \\ x_2'' - \frac{c_\alpha}{m_2} (x_1 - x_2) = 0. \end{cases} \quad (3)$$

Дана система диференціальних рівнянь – це система двох диференціальних рівнянь другого порядку, що описує рух механізму при заданих допущеннях.

Розв'яжемо систему диференціальних рівнянь (3) відносно деформації $(x_1 - x_2)$. Для цього вирахуємо з першого рівняння друге:

$$x_1'' - x_2'' + \frac{c_\alpha}{m_1} (x_1 - x_2) + \frac{c_\alpha}{m_2} (x_1 - x_2) = \frac{m_d}{m_1} \omega^2 R \sin \omega t$$

або

$$(x_1 - x_2)'' + \frac{c_\alpha \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2} (x_1 - x_2) = \frac{m_d}{m_1} \omega^2 R \sin \omega t. \quad (4)$$

Позначивши деформацію $(x_1 - x_2)$ в рівнянні (4) через Z, отримаємо диференціальне рівняння другого порядку

$$Z'' + \frac{c_\alpha (m_1 + m_2)}{m_1 m_2} Z = \frac{m_d}{m_1} \omega^2 R \sin \omega t \quad (5)$$

Розв'яжемо диференціальне рівняння відносно Z за наступних початкових умов:

$$t=0 \begin{cases} Z^1 = 0[(x_1' - x_2') = 0] \\ Z = 0[(x_1 - x_2) = 0]. \end{cases}$$

Розв'язок даного диференціального рівняння складається з двох частин: Z_1 – загального розв'язку відповідного однорідного рівняння та \bar{Z} – окремого розв'язку неоднорідного рівняння.

$$Z = Z_1 + \bar{Z}.$$

Визначимо Z_1 . Складемо характеристичне рівняння, що відповідає рівнянню (5)

$$K^2 + \frac{c_\alpha \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2} = 0;$$

$$K_{1,2} = \pm i \cdot \sqrt{\frac{c_\alpha \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2}};$$

$$Z_1 = C_1 \cos \sqrt{\frac{c_\alpha \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2}} t + C_2 \sin \sqrt{\frac{c_\alpha \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2}} t.$$

Окремий розв'язок неоднорідного диференціального рівняння запишемо у вигляді правої частини:

$$\bar{Z} = A \cdot \cos \omega t + B \cdot \sin \omega t + D;$$

$$\bar{Z}' = -\omega A \cdot \sin \omega t + \omega B \cdot \cos \omega t;$$

$$\bar{Z}'' = -\omega^2 A \cdot \cos \omega t - \omega^2 B \cdot \sin \omega t.$$

Підставимо значення \bar{Z} , \bar{Z}' , \bar{Z}'' в диференціальне рівняння (5):

$$-\omega^2 A \cdot \cos \omega t - \omega^2 B \cdot \sin \omega t + \frac{c_\alpha \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2} (A \cdot \cos \omega t + B \cdot \sin \omega t + D) = \frac{m_d}{m_1} \omega^2 R \sin \omega t.$$

Після перетворень та спрощень отримаємо:

$$-\omega^2 A + A \frac{c_\alpha \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2} = 0 ; \quad \underline{A = 0}$$

$$-\omega^2 B + B \frac{c_\alpha \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2} = \frac{m_d}{m_1} \omega^2 R ;$$

$$B = \frac{m_d m_2 \omega^2 R}{c_\alpha (m_1 + m_2) - \omega^2 m_1 m_2} ;$$

вільний член $\frac{c_\alpha \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2} D = 0 \quad \underline{D = 0}$

Тоді

$$\bar{Z} = B \sin \omega t$$

або

$$\bar{Z} = \frac{m_2 m_d \omega^2 R}{c_\alpha (m_1 + m_2) - \omega^2 m_1 m_2} \sin \omega t.$$

Розв'язок рівняння (5) набуває вигляду:

$$Z = C_1 \cos \sqrt{\frac{c_\alpha \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2}} t + C_2 \sin \sqrt{\frac{c_\alpha \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2}} t + \frac{m_2 m_d \omega^2 R}{c_\alpha (m_1 + m_2) - \omega^2 m_1 m_2} \sin \omega t.$$

Визначимо окремий розв'язок диференціального рівняння за початкових умов

$$t=0 \begin{cases} Z_0 = 0 & (x_1 - x_2 = 0), \\ Z'_0 = 0 & (x'_1 - x'_2 = 0); \end{cases}$$

$$Z(0) = C_1 = 0, \quad C'_1 = 0.$$

$$\begin{aligned} Z' &= -C_1 \cos \sqrt{\frac{c_\alpha \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2}} t \cdot \sin \sqrt{\frac{c_\alpha \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2}} t + \\ &+ C_2 \sqrt{\frac{c_\alpha \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2}} \cdot \cos \sqrt{\frac{c_\alpha \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2}} t + \\ &+ \frac{m_2 m_d \omega^3 R}{c_\alpha (m_1 + m_2) - \omega^2 m_1 m_2} \cos \omega t; \\ Z'(0) &= C_2 \sqrt{\frac{c_\alpha \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2}} + \frac{m_2 m_d \omega^3 R}{c_\alpha (m_1 + m_2) - \omega^2 m_1 m_2} = 0; \end{aligned}$$

$$C_2 = - \frac{m_2 m_d \omega^3 R}{c_\alpha (m_1 + m_2) - \omega^2 m_1 m_2} \sqrt{\frac{m_1 m_2}{c_\alpha (m_1 + m_2)}}.$$

Отже, окремий розв'язок диференціального рівняння за початкових умов набуде вигляду:

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 &= \frac{m_2 m_d \omega^2 R}{c_\alpha (m_1 + m_2) - \omega^2 m_1 m_2} \sin \omega t - \\ &- \frac{m_2 m_d \omega^3 R}{c_\alpha (m_1 + m_2) - \omega^2 m_1 m_2} \sqrt{\frac{m_1 m_2}{c_\alpha (m_1 + m_2)}} \sin \sqrt{\frac{c_\alpha \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2}} t. \quad (6) \end{aligned}$$

Підставимо розв'язок (6) у друге рівняння системи (3), знайдемо закон руху рамки

$$\begin{aligned}
x_2'' &= \frac{c_\alpha}{m_2} (x_1 - x_2) = 0; \\
x_2'' &= \frac{c_\alpha m_d \omega^2 R}{c_\alpha (m_1 + m_2) - \omega^2 m_1 m_2} \sin \omega t - \frac{c_\alpha m_d \omega^3 R}{c_\alpha (m_1 + m_2) - \omega^2 m_1 m_2} \times \\
&\quad \times \sqrt{\frac{m_1 m_2}{c_\alpha (m_1 + m_2)}} \sin \sqrt{\frac{c_\alpha \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2}} t; \\
x_2' &= -\frac{c_\alpha m_d \omega R}{c_\alpha (m_1 + m_2) - \omega^2 m_1 m_2} \cos \omega t + \frac{c_\alpha m_d \omega^3 R}{c_\alpha (m_1 + m_2) - \omega^2 m_1 m_2} \times \\
&\quad \times \frac{m_1 m_2}{c_\alpha (m_1 + m_2)} \cos \sqrt{\frac{c_\alpha \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2}} t + C_1; \\
x_2 &= -\frac{c_\alpha m_d R}{c_\alpha (m_1 + m_2) - \omega^2 m_1 m_2} \sin \omega t + \frac{c_\alpha m_d \omega^3 R}{c_\alpha (m_1 + m_2) - \omega^2 m_1 m_2} \times \\
&\quad \times \left[\frac{m_1 m_2}{c_\alpha (m_1 + m_2)} \right]^{3/2} \sin \sqrt{\frac{c_\alpha \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2}} t + C_1 t + C_2. \quad (7)
\end{aligned}$$

Розглянемо отриманий розв'язок при усталеному русі за початкових умов

$$\begin{aligned}
t = 0 \quad &\begin{cases} x_2 = 0, \\ x_2' \neq 0; \end{cases} \\
x_2' &= -\frac{c_\alpha m_d \omega R}{c_\alpha (m_1 + m_2) - \omega^2 m_1 m_2} + \\
&+ \frac{c_\alpha m_d \omega^3 R}{c_\alpha (m_1 + m_2) - \omega^2 m_1 m_2} \cdot \frac{m_1 m_2}{c_\alpha (m_1 + m_2)} + c_1 \neq 0;
\end{aligned}$$

$$x_2 = C_2 = 0;$$

$$C_2 = 0;$$

$$C_1 = 0;$$

$$\begin{aligned}
x_2 &= \frac{c_\alpha m_d \omega^3 R}{c_\alpha (m_1 + m_2) - \omega^2 m_1 m_2} \cdot \left[\frac{m_1 m_2}{c_\alpha (m_1 + m_2)} \right]^{3/2} \sin \sqrt{\frac{c_\alpha \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2}} t - \\
&\quad - \frac{c_\alpha m_d R}{c_\alpha (m_1 + m_2) - \omega^2 m_1 m_2} \sin \omega t. \quad (8)
\end{aligned}$$

Перший член рівняння (8) описує вільні коливання вала, які за наявності навіть невеликого тертя в шарнірах швидко затухнуть і на рух рамки впливати не будуть. Другий член рівняння (8) описує примусові коливання вала під дією примусової сили

$$F_{\text{руш}} = m_d \omega^2 R \sin \omega t.$$

Тому закон руху рамки при усталеному русі можна записати як:

$$x_2 \cong - \frac{c_\alpha m_d R}{c_\alpha (m_1 + m_2) - \omega^2 m_1 m_2} \sin \omega t. \quad (9)$$

Проведемо дослідження рівняння коливань рамки.

Рамка коливається відносно нульового положення $x_1 = 0$ з частотою примусової сили, яка дорівнює частоті обертання вала, ω і амплітудою

$$a = \left| \frac{c_\alpha m_d R}{c_\alpha (m_1 + m_2) - \omega^2 m_1 m_2} \right|. \quad (10)$$

Амплітуда коливань прямує до ∞ , виникає явище резонансу при збігу частоти примусової сили з частотою власних коливань вала

$$c_\alpha (m_1 + m_2) - \omega^2 m_1 m_2 = 0; \\ \omega = \sqrt{\frac{c_\alpha (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2}}. \quad (11)$$

Розглянемо залежність амплітуди коливань рамки від маси і радіуса дисбалансу, маси рамки і частоти примусової сили.

Амплітуда коливань рамки прямопропорційно залежить від маси дисбалансу m_d і його радіуса R .

Залежність амплітуди коливань рамки від частоти примусової сили розглянемо за наступних даних: $m_d = 0,5$ кг; $m_1 = 10$ кг; $m_2 = 1000$ кг; $R = 100$ мм; $d_B = 30$ мм; $l_B = 100$ мм; $E_B = 2 \cdot 10^5$ Н/мм².

Приведену жорсткість вала c_α , що приблизно дорівнює жорсткості вала, визначимо за формулою:

$$c_\alpha = \frac{48EJ}{l_B^3}; \quad (12) \\ c_\alpha = \frac{48 \cdot 2 \cdot 10^5}{100^3} \cdot \frac{\pi \cdot 30^4}{64} = 3,8 \cdot 10^5 \frac{\text{Н}}{\text{мм}}.$$

n	об/хв.	100	200	500	1000	1500	2000	2500	3000
ω	c ⁻¹	10,47	20,94	52,36	104,71	157,08	209,44	261,8	316,16
a	мм	0,050	0,051	0,054	0,069	0,143	0,324	0,062	0,031

$$\omega = \sqrt{\frac{c_\alpha \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2}}; \\ \omega = \sqrt{\frac{3,8 \cdot 10^5 (1000 + 10)}{10 \cdot 1000}} = 195,9 \text{ c}^{-1}; \\ n = 1870 \text{ об/ хв.}$$

Побудуємо такі ж залежності амплітуди коливань рамки від частоти примусової сили для маси рамки $m_2=400$ кг і $m_2=100$ кг:

а) $m_2 = 400$ кг.

n	об/хв.	100	200	500	1000	1500	2000	2500	3000
ω	c^{-1}	10,47	20,94	52,36	104,71	157,08	209,44	261,8	316,16
a	мм	0,122	0,123	0,131	0,170	0,334	0,956	0,160	0,071

$$\omega = \sqrt{\frac{3,8 \cdot 10^5 (400 + 10)}{10 \cdot 400}} = 197,36 \text{ c}^{-1};$$

$$n = 1884 \text{ об/хв.}$$

б) $m_2 = 100$ кг.

$$\omega = \sqrt{\frac{3,8 \cdot 10^5 (100 + 10)}{10 \cdot 100}} = 204,45 \text{ c}^{-1};$$

$$n = 1952 \text{ об/хв.}$$

n	об/хв.	100	200	500	1000	1500	2000	2500	3000
ω	c^{-1}	10,47	20,94	52,36	104,71	157,08	209,44	261,8	316,16
a	мм	0,454	0,459	0,486	0,616	1,109	9,2	0,710	0,326

Побудуємо графік руху рамки (рис. б) за наступних даних:
 $m_d = 0,5$ кг; $m_1 = 10$ кг; $m_2 = 100$ кг; $R = 100$ мм; $d_B = 30$ мм; $n = 1440$ об/хв., $\omega = 150,8 \text{ c}^{-1}$; $c_\alpha = 3,8 \cdot 10^5 \text{ Н/мм}^2$.

$$x_2 \cong - \frac{c_\alpha m_d R}{c_\alpha (m_1 + m_2) - \omega^2 m_1 m_2} \sin \omega t;$$

$$x_2 \cong -0,996 \sin 150,8t \approx -\sin 150,8t.$$

Висновки. Амплітуда коливань рамки прямопропорційно залежить від маси дисбалансу m_d та його радіуса R . Отримані залежності, які зв'язують динамічні, технологічні і конструктивні параметри вібронашину з пружним робочим органом, дозволяють покращити вплив на структуру твердих середовищ при зміні траєкторії руху інерційного елемента.

Література

1. Вейнц В.Л. Динамические расчеты приводов машин.- Л.: Машиностроение, 1971.- 215 с.
2. Красников В.В. Подъемно-транспортные машины в сельском хозяйстве. – М.: Колос, 1973. – 464 с.

THE RESEARCHERS OF INERTIA DRIVERS FOR VIBRATIONS MACHINES

V. Krylov, S. Kolomiyets

Summary

The state analysis and results of researchers of inertia drivers for vibrations machines so as the methodic of calculation of such drivers are resulted in the article.