

МІНІСТЕРСТВО АГРАРНОЇ ПОЛІТИКИ ТА ПРОДОВОЛЬСТВА УКРАЇНИ
ТАВРІЙСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ АГРОТЕХНОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Тези доповідей
Науково-технічної конференції магістрантів і
студентів ТДАТУ
Секція «ВИЩА МАТЕМАТИКА ТА ФІЗИКА»



Мелітополь, 09.04.2014 р

ЗМІСТ

Вступ	3
1. Білий О., Бойко С.Б. Розв'язання стаціонарної задачі теплопровідності методом скінченних різниць	5
2. Бойко А.І., Гоголь М.Ю., Морозов М.В. Моделювання тунельного ефекту та його застосування	7
3. Величко П.И., Зварыч М.Л. Покрытие клетчатого прямоугольника с двумя квадратными вырезами	11
4. Голобородов О.С., Величко И.Г. Задача о назначениях и ее применение в АПК	13
5. Дудіна М.П., Дьоміна Н.А. Застосування математичного комп'ютерного моделювання для вивчення електромагнітних коливань у сRL-колі	15
5. Карнаух Т.В., Штефан Т.О. Деформування стійки при перевезенні важких вантажів	18
6. Корбич С.С., Величко О.В. Представлення кодів Баркера рядами Фур'є	21
7. Кухарев В.О., Вишневецька Л.Є. Способи формування Піфагорових трійок	23
8. Люта Е.Г, Ищенко О.А. Применение дифференциальных уравнений для описания жизнедеятельности микробных сообществ	26
9. Цветков Л.А., Величко Е.В. Оценка номера подходящей дроби по заданной погрешности	28

ВСТУП

9 квітня 2014 року на базі кафедри «Вища математика та фізика» ТДАТУ відбулось засідання секції «Вища математика та фізика» науково-технічної конференції магістрантів і студентів. В конференції з доповідями виступили студенти ТДАТУ, студенти коледжів та технікумів, а також найкращі учні шкіл.

Тематика доповідей була дуже різноманітною і стосувалась, як фундаментальних проблем математики та фізики, так і застосування в різноманітних областях, в тому числі в сільському господарстві. Керували підготовкою доповідей викладачі кафедри «Вища математика та фізика» ТДАТУ, викладачі кафедри «Математики та фізики» МДПУ, також викладачі Мелітопольського коледжу ТДАТУ, Костянтинівського коледжу «Ерудит», Ногайського коледжу ТДАТУ, Василівського коледжу ТДАТУ та Костянтинівського районного НВО №1 «Таврія».





РОЗВ'ЯЗАННЯ СТАЦІОНАРНОЇ ЗАДАЧІ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ МЕТОДОМ СКІНЧЕННИХ РІЗНИЦЬ

Білий О. ІІ МБ, Бойко С.Б. ст. викл.

Таврійський державний агротехнологічний університет

Постановка задачі. Для нестационарного рівняння теплопровідності методом скінчених різниць розв'язується задача для $u = u(x, t) \in [0, 1] \times [0, 3]$, тобто задано рівняння

$$u'_t - A u = f(x, t), \quad (x, t) \in (0, 1) \times (0, 3], \quad (1)$$

де $A u = k u''_{xx} - p u'_x - q u$,

при заданих граничних умовах

$$u|_{t=0} = w(x), \quad u|_{x=0} = 0, \quad u|_{x=1} = 0. \quad (2)$$

Теоретичні відомості. Для розв'язання задачі фіксуємо цілі $N > 0$ і $M > 0$. Розіб'ємо відрізки $[0, 1]$ і $[0, 3]$ на відрізки $[0, h], [h, 2h], [2h, 3h], \dots, [(N-1)h, 1]$ і $[0, \tau], [\tau, 2\tau], [2\tau, 3\tau], \dots, [(M-1)\tau, 3]$ довжини $h = \frac{1}{N}$ і $\tau = \frac{1}{M}$ точками $x_0 = 0, x_1 = h, \dots, x_N = 1$ і $t_0 = 0, t_1 = \tau, \dots, t_M = 3$. Припустимо, що функція u є гладкою, тобто неперервне диференціюєма на заданому відрізку. Розглянемо функції u і f тільки в точках сітки (x_i, t_n) :

$$u_0^n = u(x_0, t_n), \dots, u_i^n = u(x_i, t_n), \dots, u_N^n = u(x_N, t_n),$$

$$f_i^n = f(x_i, t_n), \quad i = 0, \dots, N, \quad n = 0, \dots, M.$$

Таким чином, початкова умова задачі (2) матиме вигляд

$$u_0^0 = u'(x_0), \dots, u_i^0 = u'(x_i), \dots, u_N^0 = w(x_N), \quad i = 0, \dots, N.$$

З формули Тейлора маємо різницеву задачу для знаходження $u_i^{n+1} = u(x_i, t_{n+1})$:

$$\frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\tau} - \Lambda u = f_i^n, \quad (3)$$

$$\Lambda u_i^{n+1} = \left(\frac{k}{h^2} + \frac{p}{2h}\right) u_{i-1}^{n+1} - \left(\frac{2k}{h^2} + q\right) u_i^{n+1} + \left(\frac{k}{h^2} + \frac{p}{2h}\right) u_{i+1}^{n+1},$$

$$u_0^{n+1} = 0, \quad u_N^{n+1} = 0, \quad i = 0, \dots, N, \quad n = 0, \dots, M-1,$$

оскільки, наприклад,

$$u_i^{n+1} = u(x_i, t_{n+1}) = u(x_i, t_n + \tau) = u(x_i, t_n) + \tau u_t'(x_i, t_n) + O(\tau^2) = \\ = u_i^n + \tau (u_t')_i^n + O(\tau^2) = u_i^n + O(\tau).$$

Реалізація. Розв'язування задачі (3) реалізуємо у формі циклу по $n = 0, \dots, M - 1$, враховуючи (2) і переписуючи задачу (3) у вигляді

$$\Lambda u_i^{n+1} - \frac{1}{\tau} u_i^{n+1} = -F_i^n, \quad F_i^n = f_i^n = \frac{1}{\tau} u_i^n, \quad i = 0, \dots, N. \quad (4)$$

Таким чином, для обчислення u_i^{n+1} використовуємо підпрограму Sub (k, p, Q, N, F, U),

$$\text{де } Q = q + \frac{1}{\tau}, \quad F_i = f_i^n + \frac{1}{\tau} u_i^n, \quad i = 1, \dots, N-1,$$

$k, p, q, N, f_1^n, f_2^n, \dots, f_{N-1}^n$ відомі з (1), $u_1^n, u_2^n, \dots, u_{N-1}^n$ відомі з (2) або (4) і треба знайти $U_0 = u_0^{n+1} = 0, \quad U_1 = u_1^{n+1}, \dots, \quad U_{N-1} = u_{N-1}^{n+1}, \quad U_N = u_N^{n+1} = 0$

Точним розв'язком задачі є функція $u = \sin(\pi m x) e^{-t}$, де $w = \sin(\pi m x)$, $f = \cos(\pi m x) e^{-t}$.

Література

1. Галлагер Р. Метод конечных элементов. Основы: Пер. с англ. — М.: Мир, 1984
2. Деклу Ж. Метод конечных элементов: Пер. с франц. — М.: Мир, 1976
3. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике — М.: Мир, 1975.
4. Зенкевич О., Морган К. Конечные элементы и аппроксимация: Пер. с англ. — М.: Мир, 1986
5. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов — М.: Мир, 1979. — 392 С.

МОДЕЛЮВАННЯ ТУНЕЛЬНОГО ЕФЕКТУ ТА ЙОГО ЗАСТОСУВАННЯ

*Бойко А.І., 12 ПМ Гоголь М.Ю., 11 Ен, Морозов М.В., доцент, к.ф.-м.н.
Таврійський державний агротехнологічний університет*

Методи математичного комп'ютерного моделювання все більш широко використовуються при вивченні квантоворозмірних систем та проведенні імітаційних лабораторних робіт [1,2]. Тому актуальні дослідження різноманітних фізичних процесів з використанням математичного моделювання для організації імітаційних лабораторних робіт з курсу «Фізичні основи сучасних інформаційних технологій».

В роботі [1] розглянуто математичне комп'ютерне моделювання процесів коливань та його застосування у лабораторному практикумі, в [2] представлені імітаційні лабораторні роботи, присвячені дослідженню квантоворозмірних нано- та гетероструктур. Для моделювання використовується математичний пакет MathCad, який дає можливість задання математичних формул у природній математичній формі та зручність побудови графіків [3].

Розглянути математичне моделювання процесу проходження електрону крізь потенціальний бар'єр (тунельний ефект) та його використання для проведення лабораторних робіт з дисципліни «Фізичні основи сучасних інформаційних технологій».

Розглянемо рівняння Шредінгера для електрона у випадку його руху крізь потенціальний бар'єр, висота якого U_0 та ширина b [2, 4, 5]

$$\varphi''(x) + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\varphi(x) = 0 \quad (1)$$

де E – повна енергія електрона.

Для області 1: $U = 0$; області 2: $U = U_0$ та області 3: $U = 0$ (рисунок 1).

Рішення рівняння Шредінгера відповідно мають вигляд:

$$\begin{cases} \varphi_1(x) = A_1 \cdot e^{ik_1x} + B_1 \cdot e^{-ik_2x} & \text{для } x < 0 \\ \varphi_2(x) = A_2 \cdot e^{ik_2x} + B_2 \cdot e^{-ik_2x} & \text{для } 0 \leq x \leq b \\ \varphi_3(x) = A_3 \cdot e^{ik_1x} & \text{для } x > b \end{cases} \quad (2)$$

де $k_1 = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar}}$, $k_2 = \sqrt{\frac{2m(E-U)}{\hbar}}$ – хвильові числа

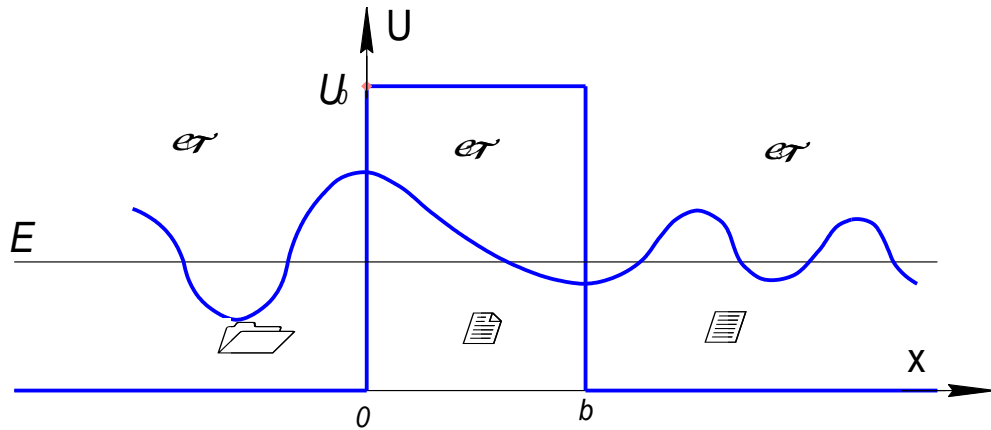


Рисунок 1 – Рух електрона крізь потенціальний бар'єр

Сталі інтегрування – коефіцієнти B_1, A_2, B_2, A_3 знаходимо з відповідних граничних умов:

$$\begin{cases} \varphi(x=0) = A_1 + B_1 = A_2 + B_2 \\ \varphi'(x=0) = k_1(A_1 - B_1) = k_2(A_2 - B_2) \\ \varphi(x=b) = A_2 e^{ik_2b} + B_2 e^{-ik_2b} = A_3 e^{ik_1b} \\ \varphi'(x=b) = k_2(A_2 e^{ik_2b} - B_2 e^{-ik_2b}) = k_1 * A_3 e^{ik_1b} \end{cases} \quad (3)$$

$$\text{Тоді } A_3 = \frac{4k_1 k_2}{C} \cdot A_1 \quad (4)$$

$$\text{де } C = (k_1 + k_2)^2 e^{i(k_1 - k_2)b} - (k_1 - k_2)^2 e^{i(k_1 + k_2)b} \quad (5)$$

$$A_2 = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{k_1}{k_2}\right) e^{i(k_1 - k_2)b} \cdot A_3 \quad (6)$$

$$B_2 = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{k_1}{k_2}\right) e^{i(k_1 + k_2)b} \cdot A_3 \quad (7)$$

$$B_1 = A_2 + B_2 - A_1 \quad (8)$$

Коефіцієнт проходження (прозорості або пропускання) потенціального бар'єру дорівнює:

$$D_1(E) = \frac{|A_3|^2}{|A_1|^2} = \left| \frac{4k_1 k_2}{C} \right|^2 = \frac{4 k_1^2 k_2^2}{(k_1^2 - k_2^2)^2 \sin^2 b k_2 + 4 k_1^2 k_2^2} \quad (9)$$

Коефіцієнт відбиття від потенціального бар'єру:

$$R = \frac{|B_1|^2}{|A_1|^2} \quad (10)$$

Аналіз для коефіцієнтів прозорості та відбиття для потенціального бар'єру показує, по-перше: у випадку енергії електрона $E_1 < U$ є ймовірність проходження крізь потенціальний бар'єр з області I у область III. Це явище має назву тунельного ефекту і не має аналогу в класичній механіці. По-друге: у випадку енергії електрона $E_2 > U$, коли електрон «пролітає» над потенціальним бар'єром є ймовірність його відбиття від бар'єру.

В деяких випадках коефіцієнт проходження крізь багатобар'єрні системи (наприклад, двобар'єрну систему) буде більше коефіцієнту проходження для кожного окремого бар'єру. Цей ефект виникає внаслідок інтерференції хвиль де Бройля і має назву резонансного тунельного ефекту.

Застосування математичного пакету MathCad дозволяє провести математичне комп'ютерне моделювання тунельного ефекту та дослідити залежність коефіцієнту прозорості потенціального бар'єру від повної енергії електрона (рисунок 2).

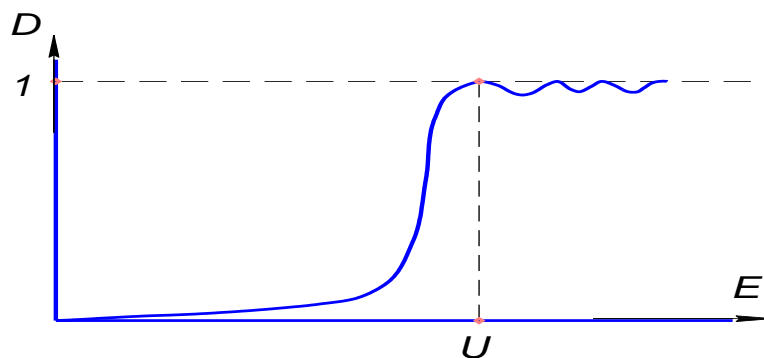


Рисунок 2 – Залежність коефіцієнта проходження електрона крізь потенціальний бар'єр від енергії

Тунельний ефект пояснює явища автоелектронної емісії, α -розпад радіоактивних ядер, ядерні реакції синтезу та ін., а також використовується в

таких приладах мікро- та наноелектроніки, як тунельний діод і тунельний електронний мікроскоп.

Висновки. Розглянута математична модель тунельного ефекту та розроблена програма досліджень на ПК за допомогою математичного пакету MathCad. Результати досліджень та математичного моделювання тунельного ефекту використовуються при організації та проведенні імітаційних лабораторних робіт з відповідних розділів курсу «Фізика» та «Фізичні основи сучасних інформаційних технологій».

Література

1. Болбат О.І. Математичне комп'ютерне моделювання процесів коливань та його застосування у лабораторному практикумі. – Праці Таврійського державного агротехнологічного університету./ О. І. Болбат, М. В. Морозов, С. Ю. Радєв. Вип. 10, т. 6, Мелітополь, 2010 р. С. 137-141
2. Усанов Д.А. Компьютерное моделирование микро- и наноструктур: Учебное пособие для студентов./ Д.А.Усанов и др.– Саратов, 2008.– 100 с.
3. Дьяконов В.П. MathCad 2001i:энциклопедия/ В.П.Дьяконов. – СПб.: Питер, 2004- 832 с.
4. Кучерук І.М. Загальний курс фізики: Навчальне видання у 3-х томах/ І.М. Кучерук та ін., т.3:Оптика. Квантова фізика. К.: Техніка, 1999. – 518 с.
5. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика/ Л.Д. Ландау. – М.: Наука, 1972.- 368 с.

ПОКРЫТИЕ КЛЕТЧАТОГО ПРЯМОУГОЛЬНИКА С ДВУМЯ КВАДРАТНЫМИ ВЫРЕЗАМИ

*Величко П.И., ученик, Зварыч М.Л. старший учитель,
Мелитопольская общеобразовательная школа №1*

Рассмотрим следующую известную олимпиадную задачу. Имеется квадратная таблица размера 8 на 8 клеток. Вырезаются левая нижняя и правая верхняя клетки. Можно ли оставшуюся часть таблицы покрыть без наложения ковриками размерами 1 на 2 клетки (коврики можно поворачивать).

Решение. В таблице так же остается 62 клетки и для их покрытия необходим 31 коврик. Предположим, что требуемое покрытие существует. Раскрасим исходную таблицу как шахматную доску, так что бы левый нижний квадрат был черного цвета. Тогда у нас в таблице будет 32 черных квадрата и 32 белых. Вырезанными оказываются два черных квадрата, и в результате у оставшейся фигуры будет 30 черных и 32 белых квадрата.

Каждый из ковриков в вертикальном или горизонтальном положении покрывает одну белую и одну черную клетку. Предположим, что нам удалось уложить 30 ковриков. Они покроют 30 белых и 30 черных клеток, и не покрытыми останутся две белые клетки. А одним оставшимся ковриком эти две белые клетки покрыть нельзя. Значит, требуемого покрытия не существует.

В данной работе мы обобщили этот результат и доказали следующую теорему.

Теорема. Если из прямоугольной таблицы, состоящей из n строчек и m столбцов вырезать две клетки с номерами (i, j) и (k, l) , то оставшуюся часть можно без наложения полностью покрыть прямоугольниками размером 1×2 и 2×1 тогда и только тогда, когда число $i + j + k + l$ нечетно и

- либо число $m \cdot n$ четно.

- либо одно из чисел m или n четно, а другое нечетное больше 1.

- либо одно из чисел m или n четно, а другое равно 1, и при этом $\max\{i, j, k, l\}$ - четное число.

Нам удалось дать конструктивное доказательство в случае существования искомого покрытия. Идея состоит в том, что вся область разбивается на прямоугольник без двух угловых квадратов и прямоугольники, хотя бы одна из сторон которых имеет четную длину.

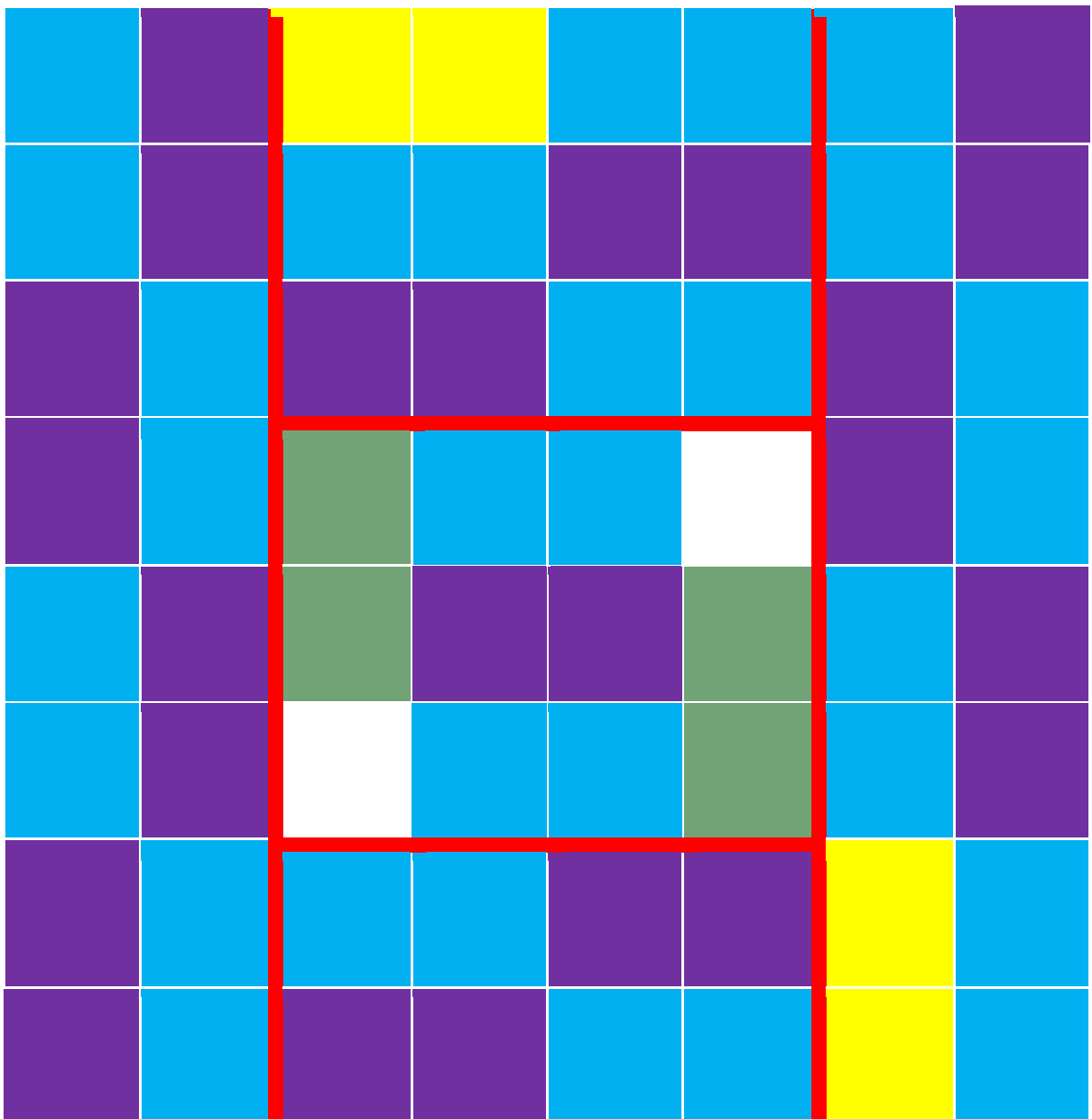


Рис.1. Покрытие квадрата с двумя вырезами

Для каждой из этих фигур покрытие существует. Пример разбиения и покрытия изображен на рис. 1.

ЗАДАЧА О НАЗНАЧЕНИЯХ И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЕ В АПК

Голобородов А.С., ИМБИТ, Величко И.Г., к.ф.-м.н., доцент

Таврический государственный агротехнологический университет

Задача о назначениях формулируется следующим образом. Дано n заданий и n исполнителей. На каждое задание i , $i = 1, 2, \dots, n$, необходимо назначить одного исполнителя j , $j = 1, 2, \dots, n$. Каждый исполнитель должен быть назначен только на одно задание. Задано время выполнения $a_{ij} \geq 0$ задания i исполнителем j . Необходимо минимизировать общую сумму времен, потраченных на выполнение всех заданий.

В агропромышленном комплексе встречаются ситуации, которые приводят к необходимости решать задачу о назначениях. Приведем примеры.

Задача 1. Для обработки 4 полей сельхоз предприятие может выделить 4 трактора. Известно сколько литров топлива будет затрачено каждым трактором на обработку каждого из полей. Каждый трактор в течении дня может работать только на одно поле. Нужно составить расписание работ техники так, чтобы использовали минимальное количество топлива.

Задача 2. Под пшеницу выделено 5 полей и 10 видов семян на каждом поле можно высадить только один вид семян. Для каждого поля известны примерное количество урожая, которое можно будет собрать, если засеять каждым из видов семян. Требуется разработать такой план посева, от которого прибыль от реализованной продукции будет максимальной.

Задачи о назначениях решаются с помощью венгерского метода. Алгоритм венгерского метода решения задач состоит из подготовительного этапа и не более чем n последовательно повторяющихся итераций. На практике при решении задачи можно воспользоваться Excel.

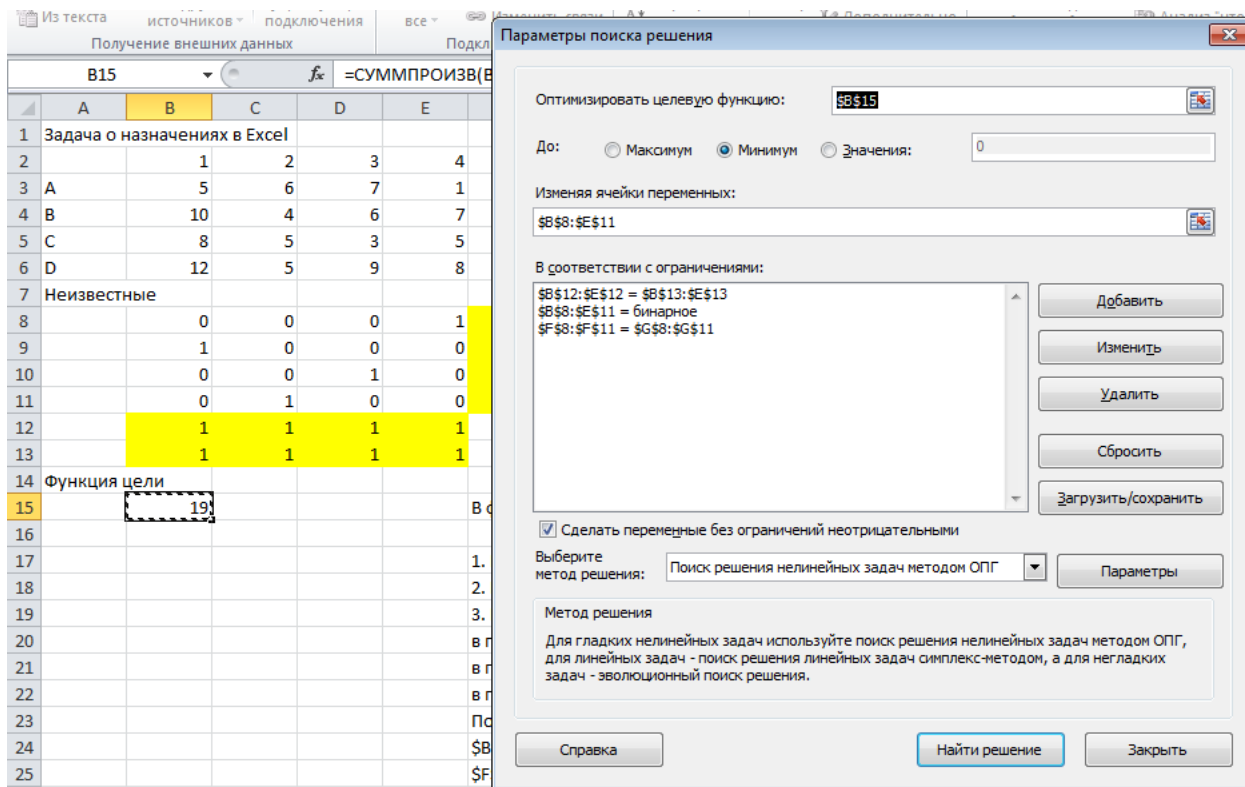


Рис. 1. Решение задачи о назначениях

Здесь возникает две трудности. Первая заключается в том, что без специальной математической подготовки затруднительно записать возникшую на практике задачу в виде математической модели, абстрагируясь от предметной области, а, во вторых, решение формализованной задачи в Excel так же требует определенных познаний в информационных технологиях.

Данный доклад посвящен разработке программного обеспечения, позволяющего специалисту в области аграрной науки самостоятельно пошагово заполнять матрицу $\{a_{ij}\}$ элементами с понятным ему физическим или экономическим смыслом. В результате решения выводится результат в терминологии исходной практической задачи.

Литература

1. Акулич И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах// М.: Высшая школа, 1986. — 319 с.
2. <http://www.scienceforum.ru/2014/pdf/848.pdf>

ЗАСТОСУВАННЯ МАТЕМАТИЧНОГО КОМП'ЮТЕРНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ДЛЯ ВИВЧЕННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ КОЛИВАНЬ У cRL-КОЛІ

Дудіна М.П., ІІ Ен, Дьоміна Н.А., к.т.н., доцент

Таврійський державний агротехнологічний університет

Робота присвячена математичному комп'ютерному моделюванню процесу електромагнітних коливань у cRL-колі, яке використовується при виконанні віртуальних лабораторних робіт дисциплін «Фізика» та «Фізичні основи сучасних комп'ютерних технологій».

В роботі [1] розглянуто математичне моделювання вільних незгасаючих і згасаючих коливань, але в той же час відсутнє математичне комп'ютерне моделювання процесів коливань, яке є необхідною складовою при проведенні віртуальних лабораторних робіт.

Мета роботи полягає в аналізі математичних моделей процесів коливань, розробці алгоритму та програми (пакет MathCad) моделювання незгасаючих і згасаючих електромагнітних коливань.

В роботі розглянуто вільні незгасаючі коливання у ідеальному електромагнітному контурі (ЕМК), який складається з конденсатора ємністю c та котушки індуктивністю L у випадку, коли активний опір $R=0$. Для ідеального ЕМК повна енергія електричного поля зарядженого конденсатора і магнітного поля котушки залишається сталою, враховуючи це та фізичні залежності у диференціальній формі, було отримано диференціальне рівняння вільних незгасаючих електромагнітних коливань в канонічній формі, рішення якого при початкових умовах $t=0, u(0) = u_m = \frac{Q_m}{c}$ та $i(0)=0$

має вигляд:

$$\left\{ \begin{array}{l} Q(t) = Q_m \cos \omega t \\ u(t) = \frac{Q(t)}{c} = u_m \cos \omega t \\ i(t) = \frac{dQ}{dt} = -Q_m \omega \sin \omega t = -i_m \sin \omega t \end{array} \right. \quad (1)$$

$$\text{Звідки: } i_m = Q_m \omega_0 = u_m c \omega_0 = u_m \rho^{-1} \quad (2)$$

Таким чином, параметри вільних незгасаючих коливань у ідеальному ЕМК визначаються ємністю конденсатора c та індуктивністю котушки L , а також початковими умовами при $t=0$, $u(0)=u_m$ та $i(0)=0$. Величина напруги та сили струму змінюється за гармонічним законом. Амплітудне значення напруги на конденсаторі та амплітудне значення сили струму залишаються сталими величинами, так як відсутні втрати електромагнітної енергії коливань.

Також в роботі розглянуто згасаючі електромагнітні коливання у реальному електромагнітному контурі, який складається з конденсатора ємністю c , котушки індуктивністю L та активного опору R . Використовуючи друге правило Кирхгофа та залежності для його складових, отримано диференціальне рівняння згасаючих електромагнітних коливань в канонічній формі. Рішення цього диференціального рівняння має вигляд:

$$Q = Q_0 e^{-\delta t} \cos(\omega t + \varphi_0) \quad (3)$$

Амплітуда згасаючих коливань зменшується з часом за експоненціальним законом $Q(t) = Q_0 e^{-\delta t}$. Енергія згасаючих коливань також зменшується з

часом $W(t) = \frac{cU^2}{2} + \frac{LI^2}{2}$. Час, протягом якого амплітуда коливань

зменшується в e разів, називають часом затухання: $\tau = \delta^{-1}$. Добротність

електромагнітного контуру у радіотехніці дорівнює $\Omega = \frac{\pi}{\theta} = \frac{\pi}{\delta T} = \frac{\pi \tau}{T} = \pi N$.

Таким чином, параметри згасаючих коливань визначаються ємністю конденсатора c , індуктивністю котушки L та активним опором R резистора, а

також початковими умовами $t = 0: u(0) = u_0 ; i(0) = 0$.

Для комп'ютерного моделювання використовувалась інтегрована математична програмна система MathCad 14.0 PRO. Перевагою MathCad порівняно з іншими системами та мовами програмування є зручний інтерфейс системи аналогічний інтерфейсу текстового редактора Word і електронних таблиць Excel, можливість задання математичних формул у природній математичній формі з використанням звичайної символіки для математичних знаків і зручність побудови графіків, що робить документи MathCad подібними тексту наукової роботи або статті. Для захисту програми від можливого, але небажаного та некваліфікованого доступу, використовується операція Lock Regions. При вивченні залежності характеристик коливань від параметрів коливальної системи представляє особливий інтерес анімації або «оживлення» відповідних графіків. Це можливо спостерігати на екрані ПК.

Таким чином, розглянута математична модель електромагнітних коливань у ідеальному та реальному коливальному cRL-контурі, розроблена програма (MathCad), яка дозволяє досліджувати параметри та будувати графіки залежності струму, напруги та енергії від часу. Використання математичного моделювання на базі MathCad дозволяє дослідити різноманітні коливальні процеси та проводити імітаційні, віртуальні лабораторні роботи з відповідних розділів курсу фізики. Проведення таких лабораторних робіт підвищує зацікавленість студентів, активізує навчальний процес і забезпечує поглиблене вивчення відповідних фізичних явищ.

Література

1. Болбат О.І. Математичне комп'ютерне моделювання процесів коливань та його застосування у лабораторному практикумі. – Праці Таврійського державного агротехнологічного університету/ О. І. Болбат, М. В. Морозов, С. Ю. Радев. Вип. 10, т. 6, Мелітополь, 2010 р. с. 137-141
2. Дьяконов В. MathCad 2001, учебный курс/ В. Дьяконов. – СПб.:Питер, 2001- 624с.

ДЕФОРМУВАННЯ СТІЙКИ ПРИ ПЕРЕВЕЗЕННІ ВАЖКИХ ВАНТАЖІВ

*Карнаух Т.В., студент, Штефан Т. О., асистент,
Запорізький національний технічний університет*

При перевезенні важких вантажів на відкритих площадках (вагонах, залізничних платформах та кузовах вантажних машин) їх потрібно закріплювати. Існує багато способів закріплення, описаних, наприклад, в [1]. Досвід роботи експертів при розслідуванні причин ДТП підтверджує той факт, що безпека транспортування вантажів та їх схоронність суттєво залежать від правильності розміщення та закріплення вантажу.

Ми розглядаємо випадок, коли вантаж розміщується на спеціальних стійках і фіксується. Під дією вантажу стійка деформується і в ній виникають внутрішні напруження, які можуть призвести до її поломки, або навіть руйнування, що, в свою чергу може викликати пошкодження вантажу та привести до аварійної ситуації [2].

В даній роботі розглянуто два типа задач про плоску деформацію смуги, обмеженої прямокутником, на яку зверху тисне абсолютно жорсткий штамп з гладкою підшвою. На бокових межах смуга закріплена діафрагмами спеціального типу, які дозволяють відповідним точкам смуги вільно переміщуватися в горизонтальному напрямку і не дозволяють переміщуватися в вертикальному напрямку. Вважаємо, що основа стійки або механічно зчеплена з платформою, або довільно стоїть на платформі таким чином, щоб виключити горизонтальні рухи. З точки зору механіки мова йде про повний (зчеплення) або ідеальний (проковзування) контакти. Стійка розглядається як однорідна невагома ізотропна пружна смуга, яка знаходиться в умовах плоскої деформації та міняє свою форму під тиском зі сторони абсолютно жорсткого штампу.

Саме такий вибір межових умов на бокових гранях смуги обумовлений тим фактом, що в цьому випадку можна отримати аналітичний розв'язок

задачі у вигляді тригонометричних рядів [3], причому кожна з компонент тензора напружень та вектора переміщень розкладається у відповідний ряд лише за функціями одного типу. Отримано точний розв'язок задачі у вигляді рядів Фур'є.

Проведено чисельне дослідження функції потенційної енергії формозміни, яка застосовується у енергетичній гіпотезі міцності [4], та розроблено практичні рекомендації відносно способів закріплення стійки на платформі.

На нижній межі розглянуто два типи межових умов – умови зчеплення та умови ідеального контакту. Для обох задач отримані розрахункові формули і сформульовані алгоритми розв'язку.

Для розглянутих значень параметру встановлено, що більш надійним з точки зору четвертої гіпотези міцності є випадок, коли стійка, на яку встановлюється вантаж, може проковзнути по підлозі, ніж випадок, коли стійка зчеплена з підлогою. В одному з розглянутих прикладах за рахунок зміни межових умов вдалося зменшити максимум енергії формозміни у вісім разів.

Отримані чисельні результати дозволяють зробити висновок, що з точки зору четвертої гіпотези міцності при розглянутих параметрах більш надійним є спосіб закріплення, при якому стійка може вільно ковзати вздовж поверхні.

Література

1. Егоров, С. А., Гребенюк, Л. А., Хорунжин, С. Ю., Совершенствование методики расчета элементов крепления в статически неопределимых схемах закрепления единичного груза//Известия ТРАНССИБА. - Омский государственный университет путей сообщения (Омск): Вып. №4, 2011, - С. 87-94.

2. Калитвенцев, А.Ю. Совершенствование методов размещения и грузов на автомобильном транспорте//Актуальные проблемы эксплуатации АТС. - Владимир, 20-22 ноября 2007. – С. 64-67.

3. Штефан Т.О., Величко О.В. Дослідження потенційної енергії формозміни в прямокутній плиті, на яку тисне опуклий штамп/Т.О. Штефан, О.В. Величко //Вісник ХНУ ім. В.Н. Каразіна. Серія “Математика, прикладна математика і механіка.” - Харків. – 2013.- №1081.-С. 45-53.

4. Власов, В.З. Балки, плиты и оболочки на упругом основании/В.З. Власов, Н.Н. Леонтьев. – Москва: ГИФМЛ, 1960.-490 с.

ПРЕДСТАВЛЕННЯ КОДІВ БАРКЕРА РЯДАМИ ФУР'Є

*Корбич С.С., студент 51 ІТ, Величко О.В., к.ф.-м.н., доцент
Таврійський державний агротехнологічний університет*

Одним із популярних напрямків дослідження способів передачі інформації є частотний та амплітудний аналіз. Математичний апарат для такого аналізу оснований на використанні тригонометричних рядів. Авторами роботи був проведений аналіз бінарних кодів і, зокрема, кодів Баркера з точки зору рядів Фур'є.

Коди зручно зображувати графічно, зіставивши послідовності довжини n функцію в такий спосіб. Відрізок (a, b) ділиться на n рівних частин, і на кожній із частин значення функції дорівнює відповідному значенню послідовності. Отримана функція періодично продовжується на всю вісь.

Як приклад приведемо графік функції, що відповідає послідовності 1;1;1;-1;-1;1;-1, що є кодом Баркера довжини 7.

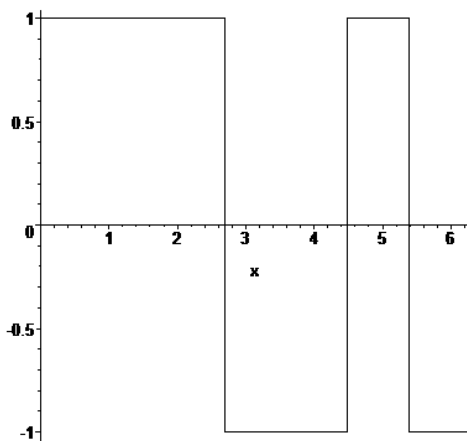


Рис.1. Зображення коду Баркера довжини 7.

Чисельно були визначені амплітуди перших гармонік функцій, які задають наведені нижче в таблиці коди Баркера.

Таблиця. Амплітуди гармонік функцій, що описують коди Баркера.

n	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7	c_8
2	1. 273	0	0. 424	0.	0. 255	0	0. 182	0
3	1. 103	0. 551	0	0. 276	0. 221	0	0. 158	0. 138
4	0. 900	0. 637	0. 300	0	0. 180	0. 212	0. 129	0
5	0. 748	0. 605	0. 404	0. 187	0	0. 125	0. 173	0. 151
7	0. 781	0. 704	0. 585	0. 439	0. 282	0. 130	0	0. 098
11	0. 621	0. 596	0. 556	0. 502	0. 437	0. 364	0. 287	0. 208
13	0. 528	0. 512	0. 487	0. 454	0. 413	0. 365	0. 313	0. 258

Як бачимо з таблиці, послідовності амплітуд утворюють немонотонні, слабо спадні послідовності. В доповіді обговорюється питання про те, яку кількість гармонік потрібно удержати для кожного з кодів, що б отримане наближення задовільно співпадало з вихідною функцією.

У результаті аналізу результатів зроблене зауваження про відсутність гармонік з номерами, кратними довжині коду. Отриманий результат узагальнений і доведений.

На думку авторів, представляє інтерес дослідження питання про те, чи істотно відрізняються амплітудні характеристики кодів Баркера від відповідних характеристик інших бінарних кодів.

Література

1. Корбич С.С., Величко О.В. Фур'є аналіз кодів Баркера. // Збірник наукових праць магістрантів та студентів ТДАТУ «Інформаційні технології проектування» – Мелітополь, ТДАТУ. – 2013. – С.29-34
2. Barker R.H. Group synchronization of binary digital systems, in Jackson. W. (ed.) // Communication Theory. - Academic Press, London, 1953, pp.273-287.
3. Варакин Л.Е. "Системы связи с шумоподобными сигналами" Москва: "Радио и связь" - 1985
4. Mossinghoff M.J. Wieferich pairs and Barker sequences // Designs, Codes and Cryptography, 53, No. 3, 2009, pp.149-163.
5. Максимов В.В., Чуприна Г. С. Обратные композитные коды Баркера // Научные записки УНИИС, № 1 (21), 2012, С. 71-76.

СПОСОБИ ФОРМУВАННЯ ПІФАГОРОВИХ ТРІЙОК

Кухарев В.О., II курс відділення „Фінанси і кредит”, Вишневецька Л.Є.,

викладач математики

ВСП “Ногайський коледж ТДАТУ”

Задача про розв’язування рівнянь у цілих числах – одна з найстаріших і найскладніших. Серед знаменитих 23 проблем, сформульованих у 1900 році видатним німецьким математиком Давидом Гільбертом була і проблема знаходження єдиного способу (алгоритму) розв’язування рівнянь у цілих числах, так звана «десята проблема Гільберта», яка привернула до себе увагу численних математиків. У 1970 році математик Ю.В. Матіясевич довів, що такого єдиного алгоритму не існує. З другого боку, вже античній науці були відомі способи знаходження розв’язків не тільки окремих рівнянь, а й навіть деяких їх типів, зокрема «рівняння Піфагора»

$$a^2 + b^2 = c^2 \quad (1)$$

З опрацьованої літератури слідує той факт, що піфагорових трійок нескінченно багато і всі вони можуть бути одержані за відомими з теорії чисел формулами:

$$\left(l(m^2 - n^2), 2lmn, l(m^2 + n^2) \right) \quad (2) ,$$

де l, m, n – натуральні числа $m > n$, $(m, n) = 1$

Те що при будь-яких натуральних l, m, n з $m > n$ трійка (a, b, c) що визначається згідно (2) є розв’язком (1), можна перевірити безпосередньо шляхом простого обчислення. Мене зацікавило інше: чому будь-який розв’язок обов’язково має вигляд (2), чи є інші способи формування трійок, чи мають ці трійки якісь цікаві властивості? Саме на ці запитання і дам відповідь у роботі.

Актуальність запропонованої роботи зумовлена відсутністю системного і детального дослідження піфагорових трійок. Новизна роботи у нетрадиційному підході до формування трійок, а також зв’язок даної теми з

іншими розділами математики. Об'єктом дослідження є рівняння $x^2 + y^2 = z^2$. Предметом дослідження є трійки розв'язків даного рівняння в натуральних числах. Мета та завдання роботи – досліджувати та знайти нетрадиційні способи формування піфагорових трійок.

Щоб установити властивості піфагорових трійок ми розглянули перші 12 примітивних трикутників.

Детальне дослідження цих трійок і їх властивостей, спостереження дають можливість знайти нетрадиційні способи формування піфагорових трійок.

Хочу виділити чотири таких прийоми:

1. Взяти непарне число, піднести до квадрату і результат представити в вигляді суми двох послідовних чисел; додатки будуть другим і третім членами трійки.

Нехай перше число трійки (довжина одного катета) – непарне, тоді, наприклад, для трійки (3;4;5) спостерігаємо $3^2 = 4 + 5$, для трійки (5;12;13) спостерігаємо $5^2 = 12 + 13$, для трійки (7;24;25) спостерігаємо $7^2 = 24 + 25$ і так далі. Ці спостереження і підказують перший спосіб формування трійок.

При доведенні цього твердження - отримали, що піфагорові трійки мають вигляд $(2n+1; 2n(n+1); 2n^2+2n+1)$.

Цим самим встановлена властивість: квадрат непарного числа (більше 1) завжди можна представити як суму двох послідовних чисел.

2. Взяти число, кратне 4, його квадрат поділити на 2 і результат представити як суму двох послідовних непарних чисел; додатки будуть другим і третім членом трійки.

Нехай перше число трійки парне. Тоді, наприклад, для трійки (4;3;5) спостерігаємо: $4^2=2(3+5)$, для трійки (8;15;17) спостерігаємо $8^2=2(15+17)$. Спостереження дають можливість сформулювати другий спосіб підбору.

При доведенні другого твердження, одержали ще одну формулу різновидностей тріад: $(m^2 - 1; 2m; m^2 + 1)$

3. За наперед вибраним одним із лінійних елементів прямокутного трикутника, або різницею d прогресії можна знайти решту його елементів, використавши одержані рівності $a = 3d$ або $d = \frac{a}{3}$

Це твердження було доведено спираючись на властивість «Єгипетського трикутника»: його сторони складають арифметичну прогресію.

4. Четвертий спосіб формування піфагорових трійок пов'язаний з комплексними числами.

Щоб знайти піфагорову трійку, достатньо знайти частку двох комплексних чисел виду $\frac{m + ni}{n + mi}$, де $m, n \in \mathbb{N}$ і $m > n$. Записавши цю частку у вигляді $\frac{b - ai}{c}$, ми одержуємо трійку $(a; b; c)$

Впевнений, що на цьому способи формування піфагорових трійок не вичерпані. В розгляді наведеної задачі та питань, які її стосуються і полягає перспектива моєї роботи.

ПРИМЕНЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ЖИЗНЕДЕЯТЕЛЬНОСТИ МИКРОБНЫХ СООБЩЕСТВ

Люта Е.Г. ИИЭК, Ищенко О.А, ст. преп.

Таврический государственный агротехнологический университет

Математическое моделирование в экологии сообществ – достаточно обширная область исследования и по выбору объектов моделирования, и по набору методов, и по спектру решаемых задач.

Основные процессы превращения вещества и энергии в растениях, это - процесс возрастания биомассы (роста), идущий за счет фотосинтеза и поглощения веществ из почвы и атмосферы, и процесс основного обмена (дыхания), поставляющий свободную энергию для жизнедеятельности биомассы за счет частичного расходования вещества, содержащегося в самой биомассе направление течения веществ; процесс P_1 потребляет извне свет и некоторое вещество, дает прирост биомассы x ; процесс дыхания потребляет часть биомассы, поставляя свободную энергию для жизнедеятельности оставшейся части, а выделяет продукты, которые в данной модели не учитываются.

Процесс роста биомассы растения описывается уравнением:

$$\frac{dx}{dt} = (P_1 - P_2)x \quad (1)$$

где $x(t)$ - значение величины биомассы в момент времени t .

Пусть P_1 и P_2 две действительные неотрицательные переменные - интенсивности роста и дыхания, измеряемые в мг/г. Найдем прирост биомассы водорослей в данной системе за сутки.

Для данного вида водорослей известно, что [1]:

- интенсивность роста водорослей (P_1)= 0,199 мг/г.

- в начальный момент времени значение биомассы (низших) водорослей составляет 0.21 мг/г, т.е. $x(0)=0,21$.

-интенсивность дыхания водорослей (P_2)=0,0000002 мг/г.

$$\frac{dx}{dt} = (P_1 - P_2)x; x(0) = x_0 .$$

$$\frac{dx}{x} = \frac{dt}{P_1 - P_2}; \ln x = \frac{1}{P_1 - P_2} t - \ln C; C=0.21.$$

$x = 0.21e^{5.025t}$ – уравнение, описывающее процесс роста биомассы на примере (низших) водорослей. Через сутки прирост биомассы составит 2,21 мг/г.

Таким образом, теория обыкновенных дифференциальных уравнений широко применяется для описания жизнедеятельности микробных сообществ. А именно с помощью уравнения (1) прослежена динамика роста биомассы на примере (низших) водорослей.

Литература

1. Ризниченко Г.Ю., Рубин А.Б. Математические модели биологических продукционных процессов. М., 1993
2. Одум Ю., Экология, М., 1986.
3. Левич А.П., Максимов В.Н., Булгаков Н.Г. Теоретическая и экспериментальная экология планктоновых водорослей .М., 1997

ОЦЕНКА НОМЕРА ПОДХОДЯЩЕЙ ДРОБИ ПО ЗАДАННОЙ ПОГРЕШНОСТИ

*Цветков Л.А., студент 11 СКН, Величко Е.В., к.ф.-м.н., доцент
Таврический государственный агротехнологический университет*

Цепные дроби нашли широкое применение на практике в связи со своими хорошими аппроксимационными свойствами. Известно [1], что если

число α разложить в цепную дробь, то $\left| \alpha - \frac{P_n}{Q_n} \right| \leq \frac{1}{Q_n Q_{n+1}}$, где P_n и Q_n есть

числители и знаменатели подходящей дроби.

В данной работе рассматривается задача об априорной оценки номера цепной дроби, которая гарантирует заданную точность рационального приближения квадратичной иррациональности. Выбор именно квадратичной иррациональности связан с тем, что, согласно теореме Лагранжа [2], они и только они представляются периодическими цепными дробями.

Методику проиллюстрируем на примере числа $\alpha = \sqrt{5}$. Легко получить, что $\sqrt{5} = \{2, 4, 4, \dots, 4, \dots\} = 2 + \frac{1}{4 + \frac{1}{4 + \frac{1}{4 + \dots}}}$.

Согласно [2], знаменатели подходящих дробей вычисляются по рекуррентным формулам $Q_{n+1} = q_{n+1}Q_n + Q_{n-1}$, где $\alpha = \{q_0, q_1, q_2, \dots\}$, $Q_{-2} = -1, Q_{-1} = 0$. В частности, для рассмотренного случая эти соотношения будут иметь следующую форму:

$$Q_{n+1} = 4Q_n + Q_{n-1}, \quad n \geq 1.$$

Вычисления начинаются с элементов $Q_{-1} = 0, Q_0 = 1$. Последовательность знаменателей имеет вид 4, 17, 72, 305...

Аналогично получению формулы Бине [3], можно записать явные формулы для элементов этой последовательности: $Q_n = \frac{(2 + \sqrt{5})^n - (2 - \sqrt{5})^n}{2\sqrt{5}}$.

Поскольку $Q_n \approx \frac{(2+\sqrt{5})^n}{2\sqrt{5}}$, то $\frac{1}{Q_n Q_{n+1}} \approx \frac{20}{(2+\sqrt{5})^{2n+1}}$.

Если требуется найти рациональное приближение к числу $\sqrt{5}$ с точностью, не превышающей ε , то получим неравенство $\frac{20}{(2+\sqrt{5})^{2n+1}} < \varepsilon$,

откуда получаем, что $n > \frac{\ln 20 - \ln \varepsilon}{\ln(9+2\sqrt{5})} - 0.5 = 0.5376 - 0.3463 \ln \varepsilon$.

В частности, при $\varepsilon = 0.000001$ получаем, что $n > 5.3$, то есть нужно взять шестую подходящую дробь.

Литература

1. С. В. Сизый. Лекции по теории чисел. – Екатеринбург: Уральский государственный университет им. А. М. Горького, 1999. – 136 с.
2. Приложение цепных дробей и их обобщений к вопросам приближенного анализа, Хованский А.Н. – Москва: ГИТТЛ, 1956. – 204 с.
3. А. И. Маркушевич. Возвратные последовательности. – Москва: ГИТТЛ, 1950. – 52 с.

Укладачі:

Величко І.Г. – кандидат фізико-математичних наук, доцент, завідувач кафедри Вища математика та фізика ТДАТУ

Величко О.В. – кандидат фізико-математичних наук, доцент, відповідальна за наукову роботу кафедри Вища математика та фізика ТДАТУ

Тези друкуються в авторських редакціях з мінімальними редакторськими правками

ТДАТУ, 72312, м. Мелітополь, пр. Б. Хмельницького, 18

Кафедра Вищої математики та фізики

тел. 42-68-74, email: kafedra_vmf@mail.ru

Науково-дослідна частина ТДАТУ, тел/факс (0619) 42-04-35

Для записів

