

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ПРОХОЖДЕНИЯ ЗЕРЕН ЧЕРЕЗ СЛОИ ОЧЕСАННОГО ВОРОХА ЗЕРНОВЫХ

И. А. Леженкин, аспирант*, Таврический государственный агротехнологический университет (Украина)

Статья посвящена математическому моделированию процесса прохождения зерен через слои трехкомпонентной зерносоломистой смеси (очесанного вороха), состоящей из соломы, оборванных колосков и зерен.

Очесанный ворох, вероятность просеивания, математическое моделирование, комбинация, сепарация.

ВВЕДЕНИЕ. Производство зерна в Украине является наиболее важной отраслью сельского хозяйства. При этом его техническое оснащение находится на крайне низком уровне. Хозяйства испытывают острый дефицит уборочной техники. За последние двадцать лет общее количество комбайнов уменьшилось почти в три раза. Восстановление комбайнового парка в прежнем объеме задача весьма проблематичная. Поэтому решение данной проблемы лежит в плоскости разработки новых более эффективных способов уборки. Одним из таких способов является очес растений на корню. Механико-технологические основы данного способа были разработаны Шабановым П. А. [1].

Методика расчета и проектирования очесывающих устройств изложена в работах Данченко Н. Н. [2], Повиляя В. М. [3], Гончарова Б. И. [4], Голубева И. К. [4] и других ученых лаборатории уборочных машин Мелитопольского института механизации сельского хозяйства (ныне Таврический государственный агротехнологический университет). Наиболее эффективна эта технология в стационарном варианте [5, 6]. В этом случае уборочная машина в поле очесывает растения, собирая очесанный ворох в прицеп, который в последствии доставляется на стационарный пункт для доработки. Первой операцией в технологической цепи доработки вороха есть его сепарация. Обработка многокомпонентного малосыпучего материала на серийно выпускаемых машинах невозможна. Выбор и обоснование рабочих органов для сепарации прямым образом связан с исследованием его свойств.

ОБЪЕКТ И МЕТОДИКА. Очесанный ворох представляет собой смесь свободного зерна соломы, оборванных колосков и половы (рис. 1).

Моделирование процесса про-



Рис. 1. Очесанный ворох пшеницы

* Научный руководитель к.т.н., доц. Кюрчев С. В.

хождения зерен через слои очесанного вороха тесным образом связано с информацией о фракционном составе, и биометрии компонентов очесанного вороха. Для получения данной информации в полевых условиях были проведены опыты на полях учебного хозяйства ТГАТУ «Лазурное» в уборочный сезон 2012 года. Очесанный ворох собирали с помощью прицепной уборочной машины с очесывающими рабочими органами. Уборочный агрегат представляет собой трехзвенную механическую систему состоящую из колесного трактора МТЗ-80, прицепной уборочной машины и прицепа-тележки (рис. 2).

Методика проведения экспериментов была следующей. Агрегат проходил зачетную делянку, после его остановки из прицепа-тележки отбирались в полиэтиленовые мешочки пробы очесанного вороха. За один проход отбиралось по 5 проб, а всего было отобрано 50 проб. В лаборатории эти пробы разбирались на фракции и взвешивались. Для



Рис. 2. Прицепной уборочный агрегат

определения биометрических характеристик проводились измерения линейных размеров компонентов каждой фракции. Все полученные результаты заносились в журнал первичной информации. Для последующей обработки были использованы методы теории вероятностей [7] и математической статистики [8].

Полученные статистические характеристики компонентов фракционного состава и биометрии очесанного вороха были использованы для определения численных значений вероятности прохождения.

Для расчетов искомой вероятности была использована формула:

$$p_{\text{общ}} = \prod_{i=1}^k \frac{\sum_{c=1}^{n_c} p_{\phi} p_i}{n_c}, \quad (1)$$

где $p_{\text{общ}}$ – общая вероятность прохождения зёрен;

k – количество слоёв смеси;

n_c – количество частиц смеси в слое;

p_{ϕ} – вероятность появления той или иной смесевой фракции;

p_i – вероятность просыпания зерна через элемент смеси.

Количество слоев смеси и количество частиц смеси и вероятность появления той или иной смесевой фракции выбиралось экспериментально. Влияние зерновой и колосовой фракции в смеси на вероятность просыпания зависит исключительно от количественного состава этих фракций, так как вероятность просыпания через эти компоненты смеси всегда равняется 0.

Неоднозначной величиной в формуле (1) является вероятность просыпания зерна через элемент смеси, поэтому ее определению было уделено особое внимание. Основное внимание было уделено роли соломы в смеси, так как

именно через этот элемент потенциально возможно просыпание зерна. Для определения вероятности просыпания через солому, было выделено несколько геометрических конфигураций, которые может образовывать эта фракция при взаимодействии ее элементов друг с другом.

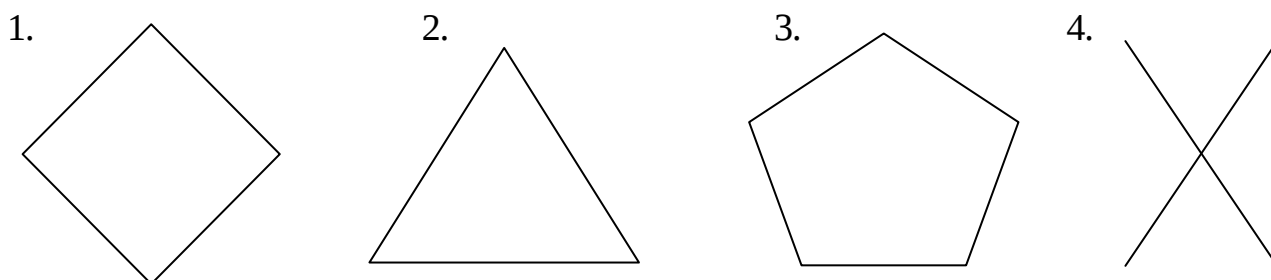


Рис. 3. Возможные конфигурации расположения соломы

Для каждой из этих комбинаций экспериментально была определена вероятность просыпания, и вероятность появления каждой из комбинаций в слое смеси (последний параметр чаще всего принимался за 0,25). После нахождения вероятностей просыпания через комбинации распределения соломин в ворохе, была выведена средняя вероятность, которая использовалась для подстановки в формулу (1).

Следующим этапом исследований является определение площади, занимаемой частицами смеси.

Площадь слоя состоит из суммарной площади частиц зерновой фракции, комбинаций соломин и оборванных колосков.

Суммарная площадь частиц зерновой фракции определяется:

$$F_z = n_{cz} \sum_{i=1}^3 p_z F_{zi}, \quad (2)$$

где F_z – суммарная площадь, занимаемая зерном;

n_{cz} – количество зерновой фракции в слое смеси;

p_z – вероятность расположения зерна на плоскости (геометрическая форма зерна в нашем случае упрощается до параллелепипеда, который может располагаться на плоскости в 3 вариантах);

F_{zi} – площадь одной частицы зерна в зависимости от её расположения на плоскости.

Рассматривались три комбинации расположения зерна на плоскости:

$$F_{z1} = l \times a; \quad F_{z2} = l \times b; \quad F_{z3} = a \times b, \quad (3)$$

где l – длина зерновки;

a – толщина зерновки;

b – ширина зерновки.

Суммарная площадь частиц соломенной фракции определяется:

$$F_c = n_{cc} \sum_{i=1}^4 p_c F_{ci}, \quad (4)$$

где n_{cc} – содержание соломы в ворохе;

F_{ci} – площадь одной из четырёх комбинаций расположения соломин в слое.

$$F_{c1} = l_c^2; \quad F_{c2} = \frac{l_c^2 \sqrt{3}}{4}; \quad F_{c3} = \frac{5}{4} l_c^2 \operatorname{ctg} \frac{\pi}{5}; \quad F_{c4} = l_c^2. \quad (5)$$

Суммарная площадь оборванных колосков определяется:

$$F_k = n_{ck} l_k d_k. \quad (6)$$

где $n_{ск}$ – содержание оборванных колосков в ворохе;

l_k – длина оборванных колосков;

d_k – диаметр оборванных колосков.

Суммарная площадь занимаемая компонентами смеси:

$$F = F_c + F_z + F_k. \quad (7)$$

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ. В результате обработки экспериментальных данных, получены следующие данные о содержании компонентов очесанного вороха озимой пшеницы, которые приведены в табл. 1 [9, 10, 11, 12].

Таблица 1. Статистические характеристики фракционного состава очесанного вороха озимой пшеницы

№	Статистические характеристики	Единицы измерения	Наименование компонентов очесанного вороха			
			свободное зерно	солома	оборванные колоски	полова
1	Среднее арифметическое значение	%	53,75	33,2	4,13	8,86
2	Среднеквадратическое отклонение	%	7,97	8,1	1,45	2,1
3	Коэффициент вариации	%	14,82	24,4	35	23,6
4	Абсолютная ошибка	%	1,13	1,15	0,205	0,297
5	Относительная ошибка, определения средне-арифметической	%	2,1	3,45	4,95	3,34

Для определения площадей, занимаемых частицами смеси, необходимо знать биометрические характеристики каждого компонента очесанного вороха. Они были определены экспериментально, результаты измерений были обработаны с помощью методов теории вероятностей и математической статистики, данные расчетов приведены в табл. 2.

Таблица 2. Статистические характеристики биометрии очесанного вороха озимой пшеницы

№	Статистические характеристики	Ед. изм.	Наименование компонентов очесанного вороха						
			зерновка			солома		оборванные колоски	
			длина	толщина	ширина	диаметр	длина	диаметр	длина
1	Среднее арифметическое значение	мм	6,7	2,33	2,78	2,8	254	7,72	88,9
2	Среднеквадратическое отклонение	мм	0,57	0,28	0,286	0,44	85	1,53	28,5
3	Коэффициент вариации	%	8,45	12,02	10,29	16,07	33,46	19,82	32,11
4	Абсолютная ошибка	мм	0,08	0,04	0,04	0,06	12	0,216	4
5	Относительная ошибка	%	1,19	1,71	1,46	2,14	4,72	2,8	4,5

Используя результаты исследования биометрических характеристик (табл. 2), а также формулы (3), были определены площади одной зерновки, в зависимости от ее расположения на плоскости, данные расчетов приведены в

табл. 3.

Таблица 3. Площади, одной зерновки в зависимости, от ее расположения на плоскости

Возможное расположение зерновки на плоскости	Единицы измерения	Значение площади зерновки
$F_{31} = l \times a$	мм ²	15,16
$F_{32} = l \times b$	мм ²	18,626
$F_{33} = a \times b$	мм ²	6,477

Для дальнейших расчетов примем количество частиц смеси в слое равным 10000, а вероятность расположения частицы зерна на плоскости 1/3. Остается открытым вопрос о количественном составе фракций слоя. Для определения этих величин воспользуемся результатами исследования фракционного состава (табл. 1). Далее учитываем, что солома располагается в различных комбинациях состоящих из 2, 3, 4 и 5 соломин (рис. 3). Так как вероятность появления каждой из комбинаций одинакова, то для подсчета количества комбинаций в слое, возьмем среднюю величину соломин в комбинации 3,5. Используя формулы (5) определяем площади каждой из четырех возможных комбинаций соломин, результаты расчетов, приводим в табл. 4.

Таблица 4. Площади, образованные возможными комбинациями расположения соломин

№	Возможные комбинации расположения соломин	Единицы измерения	Значения площадей, образованных соломинами
1	$F_{c1} = l_c^2$	мм ²	64516
2	$F_{c2} = \frac{l_c^2 \sqrt{3}}{4}$	мм ²	27936
3	$F_{c3} = \frac{5}{4} l_c^2 \operatorname{ctg} \frac{\pi}{5}$	мм ²	111300
4	$F_{c4} = l_c^2$	мм ²	64516

Суммарная площадь фигур образованных возможными комбинациями расположения соломин определяется по формуле:

$$F_c = n_{cc} \sum_{i=1}^4 p_c F_{ci}. \quad (8)$$

После подстановки исходных данных в формулу (8), получим, что $F_c = 5298293 \text{ мм}^2$.

Собственная площадь соломин в комбинациях определяется как произведение среднего диаметра на среднюю длину и на количество соломин в комбинации. Результаты расчетов площади соломин приведены в табл. 5.

Таблица 5. Собственная площадь соломин в комбинациях

Номер комбинации	Единицы измерения	Значения собственной площади соломин
1	мм ²	2844,8
2	мм ²	2133,6
3	мм ²	3556
4	мм ²	1422,4

Площадь оборванных колосков определится из формулы:

$$F_k = n_{ck} l_k d_k, \quad (9)$$

где l_k – средняя длина оборванных колосков;

d_k – средний диаметр оборванных колосков;

n_{ck} – среднее количество колосков.

В результате расчетов получим, что площадь оборванных колосков составляет 188457 мм².

Как видно из статистических данных, размеры зерновой фракции значительно меньше комбинаций фракций соломины. Можно сделать вывод, что если при падении, зерно попадет на пустое место в сплетении соломы, оно просыплется на следующий слой. В этом случае определены вероятность просыпания для каждой из комбинаций соломенной фракции как:

$$p_{cn} = 1 - \frac{S_n}{F_{cn}}. \quad (10)$$

где S_n – собственная площадь соломин;

F_{cn} – площади образованные различными конфигурациями расположения соломин.

Находим по формуле (10) вероятность просыпания для каждой из комбинаций расположения соломин и после этого вычисляем среднее значение вероятностей, которое составляет 0,9655.

Следует отметить, что площадь, занимаемая зерновой фракцией, значительно меньше площади соломенной и колосовой фракций.

Вероятность появления той или иной смесевой фракции определяется из зависимостей:

$$p_{\Phi_3} = \frac{F_3}{F_3 + F_c + F_k}; \quad p_{\Phi_c} = \frac{F_c}{F_3 + F_c + F_k}; \quad p_{\Phi_k} = \frac{F_k}{F_3 + F_c + F_k}. \quad (11)$$

Следует учесть, что в каждом слое, существует высокая вероятность того, что среди комбинаций соломенной фракции будут находиться зерна и оборванные колоски (экспериментально доказано, что вероятность этого составляет $p = 0,25$).

После определения всех необходимых данных приступим к вычислению вероятности просыпания зерна, через слои очесанного вороха. Вычисления сделаны для десяти слоев. При моделировании брались три варианта расчетов, а именно расчет средней, минимальной и максимальной вероятности просеивания зерен через слои очесанного вороха. Результаты расчетов приведены в табл. 6.

Таблица 6. Вероятность прохождения зерен через слои очесанного вороха

Номер слоя	Значения вероятностей		
	минимальная вероятность	максимальная вероятность	средняя вероятность
1	2	3	4
1	0,225377	0,231035	0,228577
2	0,050795	0,053377	0,052247
3	0,0114480	0,012332	0,0119426
4	0,0025801	0,002849	0,0027298
5	0,0005815	0,000658	0,0006239
6	0,00001311	0,000152	0,000143

1	2	3	4
7	0,0000295	0,000035	0,000033
8	0,0000067	0,000008	0,000007
9	0,0000015	0,000002	0,000002
10	0,00000034	0,00000046	0,00000046

Результаты таблицы 6 наглядно показывают, что вероятность прохождения

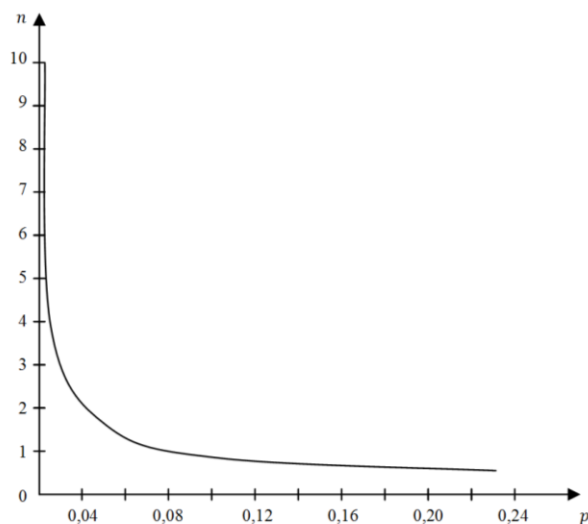


Рис. 4. Зависимость вероятности просеивания зерновок от толщины слоя

даже для зерен второго слоя вороха незначительна, а для остальных слоев она практически близка к нулю. Эта закономерность сохраняется для всех трех вариантов с небольшими изменениями. Поскольку три варианта расчетов практически мало отличаются друг от друга, приведем графическую интерпретацию полученных результатов для одного варианта.

Как видно из рис. 4 закономерность изменения вероятности прохождения зерновок через слой очесанного вороха близка к экспоненциальной.

ВЫВОДЫ.

1. В результате проведенного моделирования вероятности просеивания зерновок через слой очесанного вороха, установлено, что прохождение свободного зерна через слой зерносоломистой смеси незначительно. ($p = 0,22 \dots 0,00000046$).

2. Вероятность просеивания зерновок через слой очесанного вороха изменяется по экспоненциальному закону.

3. Для эффективной сепарации очесанного вороха цилиндрическим решето, необходимо устанавливать перед решето колеблющийся лоток, который будет совмещать две функции, функцию предварительной сегрегации и транспортную функцию.

Литература

1. Шабанов П. А. Механико-технологические основы обмолота зерновых культур на корню: дис... д-ра техн. наук / П. А. Шабанов; МИМСХ. – Мелитополь, 1988. – 336 с.
2. Данченко Н. Н. Обоснование параметров щеточного устройства для очесывания метелок риса на корню: автореф. дис... канд. техн. наук / Н. Н. Данченко. – Челябинск, 1983. – 15 с.
3. Повиляй В. М. Исследование процесса уборки селекционных посевов риса методом очесывания метелок на корню и обоснование параметров очесывающего устройства: дис... канд. техн. наук / В. М. Повиляй. – Краснодар, 1980. – 165 с.
4. Голубев И. К. Обоснование основных параметров и режимов работы двухбарабанного устройства для очеса риса на корню: дис... канд. техн. наук / И. К. Голубев; ВСХИЗО. – М., 1989. – 201 с.
5. Кушнарев А. С. Энергосберегающая технология уборки зерновых культур для фермерских и крестьянских хозяйств / А. С. Кушнарев, А. Н. Леженкин // Перспективные техно-

логии уборки зерновых культур, риса и семян трав: сб. докл. междунар. науч.-техн. конф. / ТГАТА. – Мелитополь, 2003. – С. 17 – 21.

6. **Леженкин А. Н.** Перспективная технология уборки зерновых для фермерских и крестьянских хозяйств Юга Украины / А. Н. Леженкин // Актуальные проблемы инженерного обеспечения АПК: междунар. науч. конф. – Ярославль, 2003. – Ч. III. – С. 28 – 29.
7. **Вентцель Е. С.** Теория вероятностей / Е. С. Вентцель. – М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1962. – 564 с.
8. **Боровков А. А.** Математическая статистика / А. А. Боровков. – М.: Наука, 1984. – 472 с.
9. **Леженкин И. А.** Анализ содержания оборванных колосков в очесанном ворохе озимой пшеницы / И. А. Леженкин // Праці ТДАТУ. – Мелітополь, 2012. – Вип. 12. – Т. 5. – С. 149-154.
10. **Леженкин И. А.** Статистический анализ содержания свободного зерна в очесанном ворохе озимой пшеницы / И. А. Леженкин // Праці ТДАТУ. – Мелітополь, 2013. – Вип. 13. – Т. 2. – С. 183-187.
11. **Леженкин И. А.** Математическая модель содержания соломы в очесанном ворохе озимой пшеницы / И. А. Леженкин // Праці ТДАТУ. – Мелітополь, 2013. – Вип. 13. – Т. 3. – С. 57-62.
12. **Леженкин И. А.** Статистическая модель содержания половы в очесанном ворохе озимой пшеницы / И. А. Леженкин // Вісник Харківського національного технічного університету сільського господарства ім. Петра Василенка. – Харків, 2013. – Вип. №132. Технічні системи і технології тваринництва. – С. 355-360.

Иван Александрович Леженкин, аспирант, научный руководитель, к.т.н., доц., Кюрчев Сергей Владимирович, Таврический агротехнологический университет (г. Мелитополь, Украина).

И. А. Леженкин

Математическое моделирование процесса прохождения зерен через слои очесанного вороха зерновых

Статья посвящена математическому моделированию процесса прохождения зерен через слои трехкомпонентной зерносоломистой смеси (очесанного вороха), состоящей из соломы, оборванных колосков и зерен.

Очесанный ворох, вероятность просеивания, математическое моделирование, комбинация, сепарация.

I. A. Lezhenkin

Mathematical modeling of the passage of grains through the layers of grain heap ochesannogo

The article is devoted to the mathematical modeling of the passage of grains through the layers of a ternary mixture zernosolomistoy (ochesannogo heap), consisting of straw dangling ears and grains.

Ochesanny heap, the probability of sifting, mathematical modeling, the combination, separation.