

УДК 514.182.7

ДИСКРЕТНИЙ МЕТОД НАЙМЕНШИХ КВАДРАТІВ ПРИ ФОРМУВАННІ КРИВИНИ МОДЕЛІ

Пихтєєва І.В., к.т.н.,

Брустінов В.М., к.т.н.,

Таврійський державний агротехнологічний університет,

м.Мелітополь

Тел.: (0619)42-68-62

Анотація – пропонується провести розрахунок необхідних параметрів диску, побудувати профіль і тривимірну модель диску та визначити кривину побудованої поверхні дискретним методом найменших квадратів.

Ключові слова – кривина, твердотільна модель, допоміжна площа, дискретний метод найменших квадратів(ДМНК).

Постановка проблеми. До перспективних альтернатив ведення сільського господарства належать моделі агрегатів, засновані на глибокому розумінні процесів, які відбуваються у природі, спрямовані на поліпшення структури ґрунту, відтворення його природної родючості та створення стійких агроландшафтів. Сферичний вирізний диск тип БДТ-7 спрямовано обробляти землю на глибину 8 см, що дуже ефективно впливає на стан родючості землі. Різноманіття моделюємих явищ і процесів у природі і техніці при наявності великої кількості випадкових факторів впливу поєднується одним загальним законом, властивим для кожного з них, якщо вплив кожного з факторів не є переважним. Це нормальний закон розподілу ймовірностей появи тієї або іншої події. У силу універсальності цього закону відповідний йому обчислювальний метод, як основа геометричної моделі, теж повинний бути універсальним. Це метод найменших квадратів (МНК).

Аналіз останніх досліджень. Прийняти технології обробки сільськогосподарських культур засновані на багаторазових проходах все більш важких машинно-тракторних агрегатів. Це призводить до того, що спостерігається все більша розпорошення верхнього і нижнього ущільнення шарів ґрунту. Внаслідок цього розширюються зони вітрової, водної та механічної ерозії, знижується ефективність внесених добрив і врожайність культур. Тому сучасні тенденції [1] розвитку ґрунтообробних та посівних машин визначаються головним

чином екологічними вимогами щодо захисту ґрунту від надмірної техногенного навантаження.

В даний час МНК є найбільш розповсюдженим обчислювальним методом обробки емпіричної інформації, що володіє властивостями простоти обчислень, передбачуваності і видимості результатів, тісно ув'язаним з теоретико - ймовірнісними питаннями. Розрахункові моделі МНК здійснюють ефективне згладжування вихідних даних, що нівелює дію випадкових факторів. На цій основі побудовані багато моделей прогнозування.

Процес одержання емпіричної інформації в переважній більшості випадків пов'язаний з вимірами, обтяженими похибками. У цьому випадку єдино вірним і доцільним способом обробки даних є побудова моделей апроксимації. Одним з найбільш розповсюджених видів цих моделей є апроксимація за критерієм мінімуму суми квадратів відхилень, тобто побудованих по МНК. На цьому принципі побудовані моделі регресії, виробляється усереднення в економіко-математичному моделюванні, зокрема, при створенні виробничих функцій, а також моделей прогнозування. Усе це говорить про доцільність застосування апроксимаційних моделей на основі МНК і в геометричному моделюванні[4].

Формування цілей статті. Побудова профілю, створення твердотільної моделі диску за допомогою SolidWorks2012; розрахунок кривини побудованої поверхні дискретним методом найменших квадратів.

Основна частина. Після розрахунку необхідних параметрів формуємо поверхню диску

Для побудови тіла обертання нам необхідно мати два елементи: профіль обертання та вісь обертання. Слід зазначити, що ескіз, що виступає у якості профілю обертання повинен бути замкнутий, а його елементи не повинні перетинати вісь обертання.

У якості профілю обертання виступає профіль диску, параметри якого було розраховано за формулами. Побудова профілю являє собою певну послідовність дій, застосовуючи найпростіші плоскі об'єкти: лінії, дуги та ін.. Також, слід зазначити, що в процесі роботи було використано функцію параметризації об'єктів, що значно полегшило процес побудови.

Основаючись на основних параметрах диску, було побудовано профіль за відповідною схемою [3]. Результат побудови зображено на рисунку 1

Наступний етап побудови - створення твердотільної моделі диску.

У якості інструменту побудови обрано функцію SolidWorks «Повернута бобишка». Отримано поверхню диску. Для побудови

посадочного отвору використовуємо довідкову геометрію в SolidWorks.

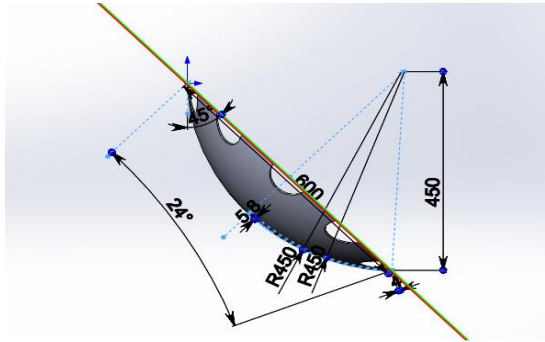


Рис. 1. Побудований профіль диску

Створюємо допоміжну площину, на якій формується ескіз отвору. Завдяки системі прив'язок це не складає труднощів. Було обрано отвір круглої форми, хоча, крім цієї форми, застосовують також шестигранні та квадратні отвори.

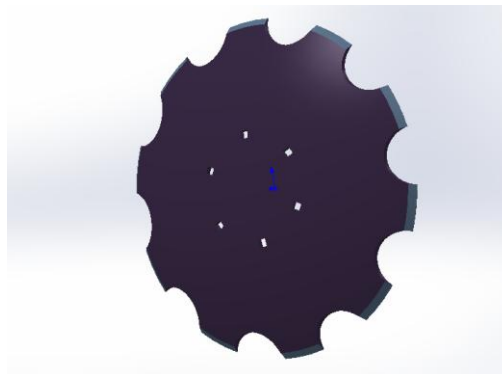


Рис. 2. Поверхня диску з посадочними отворами

Розрахунок побудови кривини диску дискретним методом найменших квадратів. При розрахунку апроксимації [3] ДПК (дискретно представленої кривої) методом ДМНК (дискретним методом найменших квадратів) виявлено, що значення МНК - критерію сильно залежить від того наскільки множина значення різниці вихідної ДПК відповідає безлічі однакових значень апроксимуючій ДПК, і останнє визначається властивостями апроксимуючих функцій.

Алгоритм дискретної апроксимації за критерієм ДМНК.

1. Вибіраються залежність між ординатами моделює ДПК і визначальними її параметрами [3].

$$q = q(y_0, y_1, y_2, \dots, y_n, m_0, m_1, \dots, m_k) \quad (1)$$

2. Назначається, які з параметрів є визначальними і визначаються ординати y_i кожній з точок аппроксимирующего ряду в залежності від цих $(k+1)$ параметрів

$$y_i = y_i(y_0, y_1, \dots, y_n, m_0, m_1, \dots, m_k); \quad i = \overline{0, m}, \quad i = \overline{0, k} \quad (2)$$

3. Записується умова ДМНК

$$F = \sum_{i=0}^n (y_i - \bar{y}_i)^2 = \min \quad (3)$$

4. Диференціюється (1) по кожному з параметрів і складається система нормальних рівнянь.

$$\frac{\partial F}{\partial m_0} = 0, \quad \frac{\partial F}{\partial m_1} = 0, \dots, \frac{\partial F}{\partial m_k} = 0 \quad (4)$$

5. Вирішується система нормальних рівнянь (4) і визначаються значення керуючих параметрів m_0, m_1, \dots, m_k . Матриця системи (4) є симетричною, тому рішення завжди існує [1].

6. Отримані значення параметрів m_0, m_1, \dots, m_k підставляються в (2) і визначаються ординати точок аппроксимирующего ряду.

Радіус кривизни робочої поверхні диска є одним з найважливіших параметрів, що визначають якість обробки ґрунту [1]. Чим менше радіус кривизни, тим диск інтенсивніше впливає на ґрунтовий пласт, краще його обертає і сильніше руйнує.

В якості розрахункової області беремо апроксимацію вихідної ДПК профілю диска (таблиця 1) 2-параболою, визначальними точками якої є y_0, y_1 и y_2 .

Таблиця 1 - Координати точок вихідного ряду

i	0	1	2	3	4	5
x	2	3	4	5	6	7
y	0	3	4	4	3	1

1. Ордината довільної точки 2 - параболи з урахуванням кроку сітки h дорівнює:

$$\bar{y}_3 = \bar{y}_0 - 3\bar{y}_1 + 3\bar{y}_2; \quad \bar{y}_4 = 3\bar{y}_0 - 8\bar{y}_1 + 6\bar{y}_2; \quad \bar{y}_5 = 6\bar{y}_0 - 15\bar{y}_1 + 10\bar{y}_2. \quad (5)$$

2. В якості керуючих параметрів у п. 1 вибрані y_0, y_1 і y_2 .

3. Умова ДМНК має вигляд

$$F = (y_0 - \bar{y}_0)^2 + (y_1 - \bar{y}_1)^2 + (y_2 - \bar{y}_2)^2 + (y_3 - \bar{y}_0 + 3\bar{y}_1 - 3\bar{y}_2)^2 + (y_4 - 3\bar{y}_0 + 8\bar{y}_1 - 6\bar{y}_2)^2 + (y_5 - 6\bar{y}_0 + 15\bar{y}_1 - 10\bar{y}_2)^2; \quad (6)$$

4. Диференціюємо (6) по \bar{y}_0 , \bar{y}_1 і \bar{y}_2 .

$$\frac{\partial F}{\partial \bar{y}_0} : 47\bar{y}_0 - 117\bar{y}_1 + 81\bar{y}_2 = y_0 + y_3 + 3y_4 + 6y_5 = 19;$$

$$\frac{\partial F}{\partial \bar{y}_1} : -177\bar{y}_0 + 229\bar{y}_1 - 207\bar{y}_2 = y_1 - 3y_3 - 8y_4 - 15y_5 = -48; \quad (7)$$

$$\frac{\partial F}{\partial \bar{y}_2} : 81\bar{y}_0 - 207\bar{y}_1 + 146\bar{y}_2 = y_2 + 3y_3 + 6y_4 + 10y_5 = 44.$$

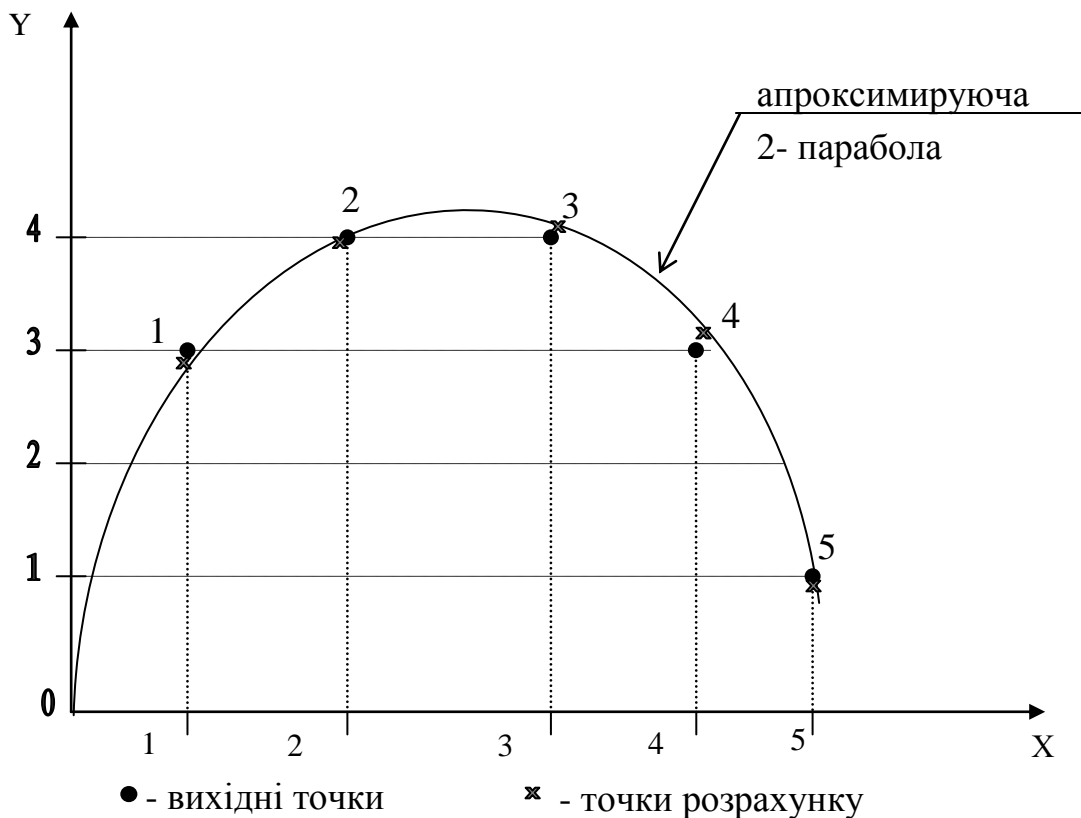


Рис. 3. Дискретна МНК-апроксимація

5. Вирішуємо систему (10) і визначаємо \bar{y}_0 , \bar{y}_1 і \bar{y}_2

$$\bar{y}_0 = 0,1786 \quad \bar{y}_1 = 2,6786 \quad \bar{y}_2 = 4.$$

6. Ординати інших точок апроксимуючої 2-параболи згідно (8) дорівнюють

$$\bar{y}_3 = 4,1428 \quad \bar{y}_4 = 3,107, \quad \bar{y}_5 = 0,8926$$

Результат моделювання зображено на рисунку 3.

Висновок. Під час роботи було виконано наступне: обрано найзручнішу систему тривимірного моделювання; побудовано профіль та тривимірну модель диску; розроблено розрахунок кривини поверхні диску дискретним методом найменших квадратів і отримано екстремальний розв'язок задачі, враховуючи диференціальні характеристики вихідних даних.

Диски із змінною кривиною, утворені обертанням еліпса або параболи, широкого поширення не набули. Основуючись на цьому, було обрано загальновідомий метод побудови дискової поверхні через побудову сфери та вирізного елемента.

Література

1. Кулен А. Сучасна землеробська механіка /А. Кулен, Х. Куіперс// Пер. з англ.-М.:Агропромиздат, 1986. - 349 с.
2. Листопад Г.Е. Сельскохозяйственные и мелиоративные машины. / Г.Е. Листопад // – Н.: Агропромиздат, 1986 – 688 с.
3. Пыхтеева И.В. Моделирование кривых линий на основе дискретного метода наименьших квадратов /И.В.Пыхтеева// //Сб.тр.Тавр. гос.агротехн.академии - Мелитополь: ТГАТА, 1998. - Вып.4. т.4 - С.62-65.
4. Найдыш В.М. Дискретный метод наименьших квадратов. / В.М. Найдыш, И.В. Пыхтеева //Прикл.геом. та інж.граф.- К.: КДТУБА, 1997.- вып.62.-С.19-22.

ДИСКРЕТНЫЙ МЕТОД НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ ПРИ ФОРМИРОВАНИИ КРИВИЗНЫ МОДЕЛИ

Пыхтеева И.В., Брустинов В.М.

Аннотация

Предлагается провести расчет необходимых параметров диска и построить профиль, трехмерную модель диска и определить кривизну построенной поверхности дискретным методом наименьших квадратов.

A DISCRETE METHOD OF LEAST SQUARES IN THE FORMATION OF CURVATURE MODEL

I. Pyhteeva , V.Brusninov,

Summary

It is proposed to calculate the required parameters of the disk and build a profile, three-dimensional model of the disk and determine the curvature of the constructed surface discrete least squares method.