

диапазонов (возможных по условиям задачи) значений радиусов кривизны и кручения. В процессе последовательных сгущений диапазоны кривизны и кручения уменьшаются и сходятся к значениям, закономерно изменяющимся вдоль ДПК.

Полученные алгоритмы могут быть основой для создания программного обеспечения, совместимого с существующими САД-пакетами через интерфейс API.

### **Список литературы:**

1. Найдиш В.М. Дискретна інтерполяція: учеб. пособие. Мелітополь, 2008. — 250 с.
2. Осипов В.А. Машинные методы проектирования непрерывно-каркасных поверхностей. М.: Машиностроение, 1979. — 248 с.

## **МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИСКРЕТНО ПРЕДСТАВЛЕННЫХ КРИВЫХ С МОНОТОННЫМ ИЗМЕНЕНИЕМ КРИВИЗНЫ**

***Холодняк Юлия Владимировна***

*аспирант кафедры прикладной геометрии*

*Таврического государственного агротехнологического университета,*

*г. Мелитополь (Украина)*

*E-mail: [yuliya\\_holodnyak@mail.ru](mailto:yuliya_holodnyak@mail.ru)*

***Найдыш Андрей Владимирович***

*д-р техн. наук, профессор Мелитопольского государственного*

*педагогического университета им. Богдана Хмельницкого,*

*г. Мелитополь (Украина)*

*E-mail: [nav1304@ukr.net](mailto:nav1304@ukr.net)*

# MODELING OF THE DISCRETELY REPRESENTED CURVES WITH MONOTONOUS CHANGE OF CURVATURE

*Yuliya Kholodnyak*

*postgraduate student of department of applied geometry  
of Tavria State Agrotechnological University,  
Melitopol (Ukraine)*

*Andrew Naydysh*

*doctor of Technical Sciences, Professor of Melitopol State  
Pedagogical University named after Bogdan Khmelnytsky,  
Melitopol (Ukraine)*

## АННОТАЦИЯ

В работе предложен алгоритм формирования кривой с монотонным изменением кривизны по заданным дифференциально-геометрическим условиям. Разработанный алгоритм позволяет обеспечить непрерывность скорости изменения кривизны вдоль обвода за счет корректировки положений точек и касательных сгущения.

## ABSTRACT

The algorithm of formation of a curve with the monotonous change of curvature on the set of differential-geometric conditions is suggested in this article. This algorithm allows to provide the continuity of speed of change of curvature along the contour through the adjustment of positions thickening points and tangents.

**Ключевые слова:** дискретно представленная кривая; касательная; базисный треугольник; радиус кривизны; монотонное изменение кривизны.

**Keywords:** discretely represented curve; tangent; basic triangle; radius of curvature; monotonous change of curvature.

Задача конструирования изделий, назначение которых — взаимодействие со средой, требует моделирования поверхностей с повышенными динамическими качествами. Хорошие динамические качества обеспечивают поверхности с плавным, закономерным изменением дифференциально-геометрических характеристик. С геометрической точки зрения динамические качества можно обеспечить характеристиками кривых, которые входят в определитель поверхности. Это, прежде всего, положения касательных и значения

радиусов кривизны. Сложные геометрические поверхности могут быть сформированы на основе каркаса, элементами которого являются плоские кривые. Таким образом, разработка методов формирования плоских обводов по заданному закону изменения дифференциально-геометрических характеристик является актуальной задачей геометрического моделирования.

Наиболее широкие возможности для решения этой задачи дают методы вариативного дискретного геометрического моделирования, принципами которого являются: дискретное представление исходных данных и результата моделирования; вариативность решения; пошаговый контроль результатов; отсутствие осцилляции; локальность расчетов и управления формой кривой [2].

Исходными данными для моделирования кривой является упорядоченный точечный ряд, который будем называть дискретно представленной кривой (ДПК). Кроме исходного ряда в определитель ДПК входят ее геометрические характеристики, которые необходимо обеспечить в процессе моделирования.

В результате анализа исходного точечного ряда определяются участки, на основе которых можно сформировать кривую, вдоль которой значения радиусов кривизны монотонно возрастают (убывают) [1]. Каждая монотонная кривая моделируется по участкам, ограниченными соседними точками.

Рассмотрим участок монотонной ДПК  $i...i+1$ . Обозначим касательные, которые проходят через точки  $i$  и  $i+1$ , как  $t_i$  и  $t_{i+1}$  (рисунок 1). В граничных точках заданы значения радиусов кривизны, которые необходимо обеспечить в процессе моделирования,  $R_i$  и  $R_{i+1}$  соответственно.

Участок кривой формируется внутри базисного треугольника  $i;T;i+1$ , который ограничен касательными, проходящими через последовательные точки ДПК ( $t_i$  и  $t_{i+1}$ ), и хордой  $[i;i+1]$ , которая соединяет эти точки (рис. 1).

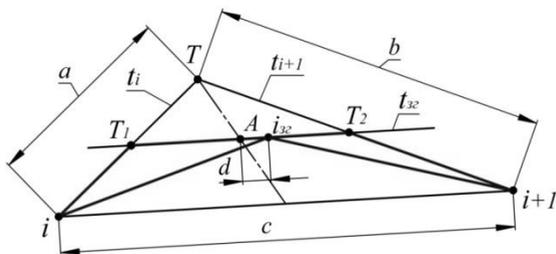


Рисунок 1. Схема формирования участка ДПК

Радиусы кривизны в точках ДПК оцениваются с помощью радиусов кривизны кривой Безье ( $\bar{R}_i, \bar{R}_{i+1}$ ), для которой вершины задающего многоугольника совпадают с вершинами базисного треугольника:

$$\bar{R}_i = \frac{a^3}{S}, \bar{R}_{i+1} = \frac{b^3}{S}, \quad (1)$$

где:  $a = |i; T|$  и  $b = |T; i+1|$  — длины сторон базисного треугольника  $i; T; i+1$ ;

$S$  — площадь базисного треугольника  $i; T; i+1$ .

Внутри базисного треугольника  $i; T; i+1$  назначается положение касательной сгущения ( $t_{ce}$ ) и точки сгущения на ней ( $i_{ce}$ ). Касательная  $t_{ce}$  проводится параллельно хорде  $[i; i+1]$ . В результате получим два новых базисных треугольника сгущения  $i; T_1; i_{ce}$  и  $i_{ce}; T_2; i+1$ .

Монотонное изменение радиусов кривизны на участке ДПК контролируется соотношением сторон базисных треугольников сгущения:  $|i; T_1| < |T_1; i_{ce}|$  и  $|i_{ce}; T_2| < |T_2; i+1|$ .

Предварительно положение точки сгущения назначается на медиане базисного треугольника (на рисунке 1 — точка А). Назначенные значения радиусов кривизны достигаются в процессе дальнейших сгущений за счет выбора положений точки сгущения и касательной, которая через нее проходит.

Необходимая корректировка положений точки и касательной сгущения выполняется внутри диапазонов, обеспечивающих второй порядок гладкости и монотонное изменение радиусов кривизны вдоль кривой:

$$\bar{R}_i = \frac{|i; T_1|^3}{S_1} < \frac{|T_1; i_{ce}|^3}{S_1} = \frac{|i_{ce}; T_2|^3}{S_2} < \frac{|T_2; i+1|^3}{S_2} = \bar{R}_{i+1}, \quad (2)$$

где:  $S_1$  и  $S_2$  — площади базисных треугольников  $i; T_1; i_{ce}$  и  $i_{ce}; T_2; i+1$ .

Минимальное число шагов сгущения, в результате которых можно обеспечить назначенные значения радиусов кривизны  $\bar{R}_i = R_i$

и  $\bar{R}_{i+1} = R_{i+1}$ , равно двум. При этом получаем участок ДПК представленный цепочкой, состоящей из четырех базисных треугольников.

В процессе дальнейших сгущений проводится выравнивание значений скорости изменения радиусов кривизны в точках стыковки участков кривой. Для оценки скорости изменения радиусов кривизны предложен критерий

$$\sigma_i = \frac{\bar{R}'_{c2} - \bar{R}_i}{l_i}, \quad (3)$$

где:  $\bar{R}_i$  и  $\bar{R}'_{c2}$  — радиусы кривизны в точке  $i$  и ближайшей к ней точке сгущения  $i'_{c2}$ ;  $l_i$  — длина участка  $i \dots i'_{c2}$ .

Разработанный алгоритм формирования ДПК содержит способ, позволяющий обеспечить непрерывный график изменения критерия  $\sigma_i$  внутри участка кривой. При этом разрыв значений скорости изменения кривизны между соседними участками ДПК концентрируется в точках стыковки. Алгоритм обеспечивает на каждом шаге сгущения уменьшение величины разрыва значений критерия  $\sigma_i$  в граничных точках за счет его возникновения внутри участка — в точках стыковки базисных треугольников сгущения.

После достижения разрывов значений скорости изменения кривизны, величина которых не превышает заданное значение, участки ДПК моделируются по алгоритму, обеспечивающему непрерывность значений критерия  $\sigma_i$  внутри участка. В процессе сгущений получаем ДПК, у которой график скорости изменения кривизны стремится к непрерывному.

В результате проведенных исследований разработан алгоритм моделирования кривой второго порядка гладкости с монотонным изменением кривизны. Предложенный алгоритм позволяет обеспечить непрерывность скорости изменения кривизны вдоль обвода.

Применение разработанного способа моделирования кривой позволяет повысить качество формирования функциональных поверхностей изделий при решении задач обратного инжиниринга, а также при формировании поверхностей изделий, которые взаимодействуют со средой (лопаток турбин, рабочих органов сельскохозяйственных машин, каналов двигателей внутреннего сгорания и др.). Указанный эффект достигается за счет того, что при моделировании ДПК параметрами, управляющими формой кривой, являются

положения касательных и значения радиусов кривизны. На основе предложенного алгоритма может быть разработано специализированное программное обеспечение, адаптированное под САД-пакеты с помощью интерфейса API (application programming interface).

### **Список литературы:**

1. Гавриленко Е.А. Дискретное интерполирование плоских одномерных обводов с закономерным изменением кривизны: дис. канд. техн. наук. Мелитополь, 2004. — 182 с.
2. Найдиш В.М., Верещага В.М., Найдиш А.В., Малкіна В.М. Основи прикладної дискретної геометрії: навчальний посібник. Мелітополь: Люкс, 2007. — 193 с.