УДК 514.18

ОБЛАСТЬ ВОЗМОЖНОГО РАСПОЛОЖЕНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ОДНОМЕРНОГО ОБВОДА

Гавриленко Е.А., к.т.н.,
Холодняк Ю.В., к.т.н.
Мелитопольская школа прикладной геометрии,
Таврический государственный агротехнологический университет (г. Мелитополь, Украина)

В работе представлено обвод, который формируется сгущением исходного точечного ряда по участкам постоянного хода с монотонным изменением радиусов кривизны и соприкасающихся сфер. Точки сгущения назначаются внутри области возможного решения.

Ключевые слова: дискретно представленная кривая (ДПК), соприкасающаяся окружность, соприкасающаяся сфера.

Постановка проблемы. Формирование одномерных обводов по заданным условиям – одна из наиболее востребованных задач геометрического моделирования. Одномерные обводы могут использоваться для приближенных вычислений, построения графиков, описывающих явления и процессы, в качестве линейных элементов определителя поверхности. Условиями, определяющими обвод, является исходный точечный ряд, фиксированные геометрические характеристики, назначенные в исходных точках, заданная закономерность изменения характеристик вдоль обвода.

На данный момент наиболее разработаны методы моделирования одномерных обводов участками аналитически заданных кривых, состыкованных в исходных точках с обеспечением заданного порядка гладкости. Наращивание условий, накладываемых на участок обвода, требует увеличения параметрического числа формирующей его кривой. При этом неизбежно возникают особые точки: точки перемены возрастания-убывания кривизны и кручения, точки перегиба и самопересечения кривой. Неконтролируемое возникновение особых точек снижает качество получаемого решения. Особенно важен контроль возникновения особых точек при моделировании динамических поверхностей, функциональное назначение которых – взаимодействие со средой. Основное требование к линейным элементам моделей таких поверхностей – закономерное, желательно монотонное изменение дифференциально-геометрических характеристик вдоль кривой. Задача может быть решена вариативным дискретным геометрическим моделированием, которое предполагает формирование для исходного ряда промежуточных точек сгущения. Дискретная модель кривой состоит из точечного ряда, заданных геометрических характеристик и алгоритма сгущения. Основная проблема вариативного подхода к формированию обводов в том, что кривая и ее характеристики не определены однозначно на всех этапах моделирования.

Разработка алгоритмов формирования одномерных обводов, не требующих аналитического представления его участков, способных обеспечить заданные геометрические свойства кривой даст эффективный инструмент решения задач геометрического моделирования.

Анализ последних исследований и публикаций. Способ формирования гладкой ДПК постоянного хода предложен в [1,2]. ДПК формируется на основе исходного точечного ряда назначением промежуточных точек сгущения. Каждые три последовательные точки определяют прилегающую плоскость (ПП). Четыре последовательные ПП, проходящие через i-ю и $i+1$-ю точки ограничивают тетраэдр. Цепочка последовательных тетраэдров, определенных на всех участках, является областью расположения гладкой кривой линии постоянного хода, интерполирующей исходный точечный ряд. Кручение на участках ДПК оценивается величиной (B_i^{φ}) отношения угла между соседними ПП (φ_i) к длине соответствующей хорды сопровождающей ломаной линии ($h_i = |i;i+1|$). Точка сгущения назначается внутри тетраэдра расположения ДПК. В результате последовательных сгущений, в пределе, получим непрерывный обвод постоянного хода, в каждой точке которого существует единственное положение основного трёхгранника. Выполнение при каждом сгущении условия $B_{i-1}^{\varphi} > B_i > B_i^{\varphi}$ обеспечивает регулярность значений кручения (B_i) в точках обвода.

Наложение на формируемую ДПК дополнительных условий требует определения соответствующей области возможного решения внутри тетраэдра расположения ДПК.

Формулировка целей статьи. Исследовать условия формирования ДПК постоянного хода с монотонным изменением радиусов соприкасающихся окружностей и сфер.

Основная часть. Рассмотрим точечный ряд, расположенный на кривой линии l постоянного хода, вдоль которой радиусы соприкасающихся окружностей и сфер монотонно возрастают в одном направлении. Каждые четыре последовательные точки определяют сферу – $Сф_i(i\text{-}1, i, i+1, i+2)$ и две принадлежащие ей окружности –

$Окр_i(i\text{-}1, i, i+1)$ и $Окр_{i+1}(i, i+1, i+2)$ (рис. 1).

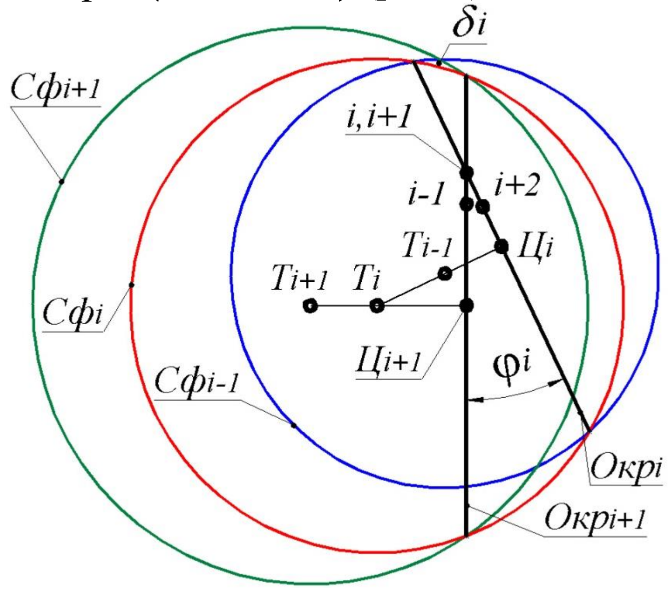

Рис.1.

На рис. 1 кривая l расположена таким образом, что взгляд наблюдателя направлен вдоль прямой $(i, i+1)$. Контуры $Сф_{i-1}$, $Сф_i$, $Сф_{i+1}$ – окружности максимального радиуса, расположенные в плоскости P_i, проходящей перпендикулярно хорде $[i, i+1]$ через ее середину. $Окр_i$ и $Окр_{i+1}$ проецируются в хорды контура $Сф_i$.

Когда расстояние между точками $i\text{-}1$, i, $i+1$, $i+2$ бесконечно мало, то они определяют соприкасающуюся сферу ($ССф_i$) и соприкасающиеся окружности ($СО_i$ и $СО_{i+1}$). Взаимное расположение центров соприкасающихся сфер (T_i) и соприкасающихся окружностей ($Ц_i$) в соответствии с условием $|Ц_i, T_i| > |Ц_i, T_{i-1}|$ означает монотонное возрастание вдоль l радиусов соприкасающихся сфер ($R_i^{сф}$), а выполнение условия $|Ц_i, T_i| < |Ц_{i+1}, T_i|$ означает возрастание радиусов кривизны (R_i).

$ССф_{i+1}$ определим прохождением через $СО_{i+1}(i, i+1, i+2)$ и бесконечно близкую точку $i+3$. Монотонное возрастание $R_i^{сф}$ означает, что точка $i+3$ расположена за пределами $ССф_i$. Точки $i+1$, $i+2$, $i+3$ определяют $СО_{i+2}$ и при этом $R_{i+2} > R_{i+1}$.

Таким образом, кривая линия постоянного хода, вдоль которой радиусы соприкасающихся окружностей и сфер монотонно возрастают в одном направлении, располагается за пределами своих соприкасающихся сфер. В результате аналогичных рассуждений можно показать, что кривая постоянного хода, вдоль которой радиусы кривизны и радиусы соприкасающихся сфер возрастают в различных направлениях, расположена внутри своих соприкасающихся сфер.

При увеличении расстояний между последовательными точками, принадлежащими l, определяемые этими точками окружности и сферы ($Окр_i$ и $Сф_i$) будут пересекать кривую. $Сф_i$ пересекает l в точках i-1, i, $i+1$, $i+2$. Участки кривой ...i-1, i–$i+1$, $i+2$... расположены за пределами $Сф_i$, а участки i-1–i и $i+1$–$i+2$ – внутри нее. Из этого следует, что последовательные $Сф_{i-1}$, $Сф_i$, $Сф_{i+1}$ ограничивают область (δ_i), внутри которой расположен участок i–$i+1$ кривой l. На рис. 1 показано сечение δ_i плоскостью P_i.

Аналогичные области, определенные на остальных участках, составляют область возможного расположения ДПК. Все кривые линии, интерполирующие точечный ряд, характеристики которых соответствуют характеристикам l, находятся внутри области возможного расположения ДПК. Для кривой l область δ_i расположена за пределами $Сф_i$, а для кривой, вдоль которой радиусы соприкасающихся окружностей и сфер возрастают в противоположных направлениях, δ_i расположена внутри $Сф_i$.

Кривую линию постоянного хода, вдоль которой радиусы кривизны и соприкасающихся сфер монотонно возрастают или убывают, будем называть монотонной. Возможны восемь различных вариантов сочетаний указанных характеристик кривой. Любую кривую линию можно рассматривать как состоящую из участков монотонных кривых.

Монотонные участки ДПК формируются назначением точек сгущения внутри области возможного по условиям задачи решения.

Выводы. Предложен способ формирования на основе точечного ряда произвольной конфигурации дискретно представленной кривой (ДПК) с регулярным изменением кручения, радиусов соприкасающихся окружностей и сфер. ДПК формируется по участкам, вдоль которых обеспечивается монотонное изменение геометрических характеристик кривой.

Монотонные участки формируются сгущением исходного точечного ряда и не требуют аналитического представления. Определение области возможного по условиям задачи расположения кривой позволяет оценивать максимальную абсолютную погрешность, с которой ДПК представляет формируемый обвод.

Литература

1. Гавриленко Е.А. Вариативное дискретное геометрическое моделирование на основе пространственных угловых параметров

дискретно представленной кривой второго порядка гладкости / Е.А. Гавриленко, А.В. Найдыш // Прикладна геометрія та інженерна графіка: міжвід. наук.-техн. збірник / КНУБА. – Київ, 2013. – Вип. 91. – С. 69-75.
2. Гавриленко Е.А. Формирование геометрических характеристик монотонной кривой линии / Е.А. Гавриленко, Ю.В. Холодняк, В.А. Пахаренко // Вісник Херсонського національного технічного університету / ХНТУ. – Херсон, 2016. – Вип. 3 (58). – С. 492-496.

ОБЛАСТЬ МОЖЛИВОГО РОЗТАШУВАННЯ ПРОСТОРОВОГО ОБВОДУ

Гавриленко Є.А., Холодняк Ю.В.

В роботі представлено обвід, що формується згущенням вихідного точкового ряду по ділянкам сталого ходу з монотонною зміною радіусів кривини та стичних сфер. Точки згущення призначаються всередині області можливого розв'язку.

Ключові слова: дискретно представлені криві (ДПК), стичне коло, стична сфера.

THE AREA OF POSSIBLE LOCATION OF SPATIALLY ONE-DIMENSIONAL CONTOUR

Gavrilenko E., Kholodnyak Yu.

The contour is forming by thickening the initial points set along areas of permanent move with monotonous change of curvature radiuses and osculating spheres. The thickening points are assigned within areas of possible of solving the problem.

Keywords: discrete curves (DC), contiguous circle, contiguous sphere.