

Рис. 3. Локальная модификация поверхности посредством перестройки многогранника и результат сглаживания

V. ВЫВОДЫ И ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье обоснован тот факт, что существующий алгоритм Чайкина является частным случаем вейвлет-восстановления некоторой В-сплайн кривой первого класса гладкости. Используя этот факт, дано обобщение алгоритма Чайкина на случай моделирования кривых и поверхностей произвольного класса гладкости. Результаты применены в CAD/CAM/CAE-системе для изготовления конструкции из композиционных материалов методами намотки и выкладки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Chaikin George M. An algorithm for high speed curve generation // Computer Graphics and Image Processing. 1974. 3(4). P. 346–349.
2. Битюков Ю. И., Калинин В. А. Применение вейвлетов в системах автоматизированного проектирования // Труды МАИ: электрон. журн. 2015. С. 84.
3. Столниц Э., Сализин Т. Д. Вейвлеты в компьютерной графике. Ижевск: НИЦ Регулярная и хаотическая динамика, 2002.
4. Новиков И. Я., Протасов В. Ю., Скопина М. А. Теория всплесков. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005.

УДК 514.18

МОДЕЛИРОВАНИЕ КРИВОЙ ПОСТОЯННОГО ХОДА С МОНОТОННЫМ ИЗМЕНЕНИЕМ РАДИУСОВ СОПРИКАСАЮЩИХСЯ ОКРУЖНОСТЕЙ И СФЕР

Е. А. Гавриленко¹, А. В. Найдыш², Ю. В. Холодняк¹, Ю. А. Дмитриев¹

¹ Таврический государственный агротехнологический университет, г. Мелитополь, Украина

² Мелитопольский государственный педагогический университет им. Б. Хмельницкого, г. Мелитополь, Украина

Аннотация – В статье предложен метод сгущения дискретно представленной кривой, предполагающий определение для исходного точечного ряда промежуточных точек. Дискретная модель кривой состоит из точечного ряда, заданных геометрических характеристик и алгоритма сгущения. Сгущение исходного точечного ряда осуществляется по участкам, которые возможно интерполировать кривой постоянного хода с монотонным изменением радиусов кривизны и соприкасающихся сфер. Назначение точек сгущения внутри области возможного решения, в пределе, обеспечивает формирование кривой линии с регулярным изменением геометрических характеристик и минимальным по условиям задачи числом особых точек. Преимуществом предложенного способа является то, что не требуется аналитическое представление участков формируемого обвода. Алгоритм формирования кривой на основе сгущения точечного ряда обеспечивает устойчивость к изменению исходных условий и сходимости к единственному решению.

Ключевые слова: дискретно представленная кривая (ДПК), соприкасающаяся окружность, соприкасающаяся сфера.

I. ВВЕДЕНИЕ

Формирование одномерных обводов по заданным условиям – одна из наиболее востребованных задач геометрического моделирования. Одномерные обводы могут использоваться для приближенных вычислений, построения графиков, описывающих явления и процессы, в качестве линейных элементов определителя поверхности. Условиями, определяющими обвод, является исходный ряд, фиксированные геометрические характеристики, назначенные в исходных точках, заданная закономерность изменения характеристик вдоль обвода.

На данный момент наиболее разработаны методы моделирования одномерных обводов участками аналитически заданных кривых, состыкованных в исходных точках с обеспечением заданного порядка гладкости. Нарращивание условий, накладываемых на участок обвода, требует увеличения параметрического числа формирующей его кривой. При этом неизбежно возникают особые точки: точки перемены возрастания-убывания кривизны и кручения, точки перегиба и самопересечения кривой. Неконтролируемое возникновение особых точек снижает качество получаемого решения. Особенно важен контроль возникновения особых точек при моделировании динамических поверхностей, функциональное назначение которых – взаимодействие со средой.

Повышенные динамические качества необходимы поверхностям, ограничивающим корпусные изделия авиа-, автомобиле-, судостроения [1, 2], лопасти турбин и смесителей [3], центробежные компрессоры [4], рабочие органы сельскохозяйственных машин [5, 6].

С геометрической точки зрения, хорошие динамические качества обеспечивают поверхности с закономерным, плавным изменением дифференциально-геометрических характеристик [7, 8].

Основное требование к линейным элементам моделей таких поверхностей – закономерное, желательно монотонное изменение дифференциально-геометрических характеристик вдоль кривой.

II. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Задача может быть решена вариативным дискретным геометрическим моделированием, которое предполагает формирование для исходного ряда промежуточных точек сгущения. Дискретная модель кривой состоит из точечного ряда, заданных геометрических характеристик и алгоритма сгущения. Основная проблема вариативного подхода к формированию обводов в том, что кривая и ее характеристики не определены однозначно на всех этапах моделирования.

Разработка алгоритмов формирования одномерных обводов, не требующих аналитического представления его участков, способных обеспечить заданные геометрические свойства кривой, даст эффективный инструмент решения задач геометрического моделирования.

Целью данной статьи является исследование условий формирования дискретно представленных кривых (ДПК) постоянного хода с монотонным изменением радиусов соприкасающихся окружностей и сфер.

III. ТЕОРИЯ

Способ формирования гладкой ДПК постоянного хода предложен в [7, 8]. ДПК формируется на основе исходного точечного ряда назначением промежуточных точек сгущения. Каждые три последовательные точки определяют прилегающую плоскость (ПП). Четыре последовательные ПП, проходящие через i -ю и $i+1$ -ю точки, ограничивают тетраэдр. Цепочка последовательных тетраэдров, определенных на всех участках, является областью расположения гладкой кривой линии постоянного хода, интерполирующей исходный точечный ряд. Кручение на участках ДПК оценивается величиной (B_i^φ) отношения угла между соседними ПП (φ_i) к длине соответствующей хорды сопровождающей ломаной линии ($h_i = |i; i+1|$). Точка сгущения назначается внутри тетраэдра расположения ДПК. В результате последовательных сгущений, в пределе, получим непрерывный обвод постоянного хода, в каждой точке которого существует единственное положение основного трёхгранника. Выполнение при каждом сгущении условия $B_{i-1}^\varphi > B_i > B_i^\varphi$ обеспечивает регулярность значений кручения (B_i) в точках обвода.

Наложение на формируемую ДПК дополнительных условий требует определения соответствующей области возможного решения внутри тетраэдра расположения ДПК.

IV. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

В результате проведенных исследований разработан способ моделирования пространственной кривой линии, интерполирующей упорядоченное множество исходных точек и соответствующей заранее заданным геометрическим условиям. Условиями, накладываемыми формируемую кривую, являются регулярность изменения кривизны, кручения, радиусов соприкасающихся сфер.

Рассмотрим точечный ряд, расположенный на кривой линии l постоянного хода, вдоль которой радиусы соприкасающихся окружностей и сфер монотонно возрастают в одном направлении. Каждые четыре последовательные точки определяют сферу $-C\phi_i(i-1, i, i+1, i+2)$ и две принадлежащие ей окружности $-Okr_i(i-1, i, i+1)$ и $Okr_{i+1}(i, i+1, i+2)$ (рис. 1).

На рис. 1 кривая l расположена таким образом, что взгляд наблюдателя направлен вдоль прямой $(i, i+1)$. Контуры $S\phi_{i-1}, S\phi_i, S\phi_{i+1}$ – окружности максимального радиуса, расположенные в плоскости P_i , проходящей перпендикулярно хорде $[i, i+1]$ через ее середину. $Окр_i$ и $Окр_{i+1}$ прецируются хорды контура $S\phi_i$.

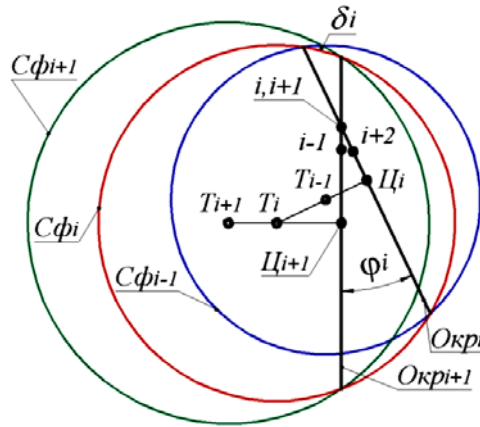


Рис. 1

Когда расстояние между точками $i-1, i, i+1, i+2$ бесконечно мало, то они определяют соприкасающуюся сферу ($СС\phi_i$) и соприкасающиеся окружности (CO_i и CO_{i+1}). Взаимное расположение центров соприкасающихся сфер (T_i) и соприкасающихся окружностей ($Ц_i$) в соответствии с условием $|Ц_i, T_i| > |Ц_i, T_{i-1}|$ означает монотонное возрастание вдоль l радиусов соприкасающихся сфер ($R_i^{c\phi}$), а выполнение условия $|Ц_i, T_i| < |Ц_{i+1}, T_i|$ означает возрастание радиусов кривизны (R_i).

$СС\phi_{i+1}$ определим прохождением через $CO_{i+1}(i, i+1, i+2)$ и бесконечно близкую точку $i+3$. Монотонное возрастание $R_i^{c\phi}$ означает, что точка $i+3$ расположена за пределами $СС\phi_i$. Точки $i+1, i+2, i+3$ определяют CO_{i+2} и при этом $R_{i+2} > R_{i+1}$.

Таким образом, кривая линия постоянного хода, вдоль которой радиусы соприкасающихся окружностей и сфер монотонно возрастают в одном направлении, располагается за пределами своих соприкасающихся сфер. В результате аналогичных рассуждений можно показать, что кривая постоянного хода, вдоль которой радиусы кривизны и радиусы соприкасающихся сфер возрастают в различных направлениях, расположена внутри своих соприкасающихся сфер.

При увеличении расстояний между последовательными точками, принадлежащими l , определяемые этими точками окружности и сферы ($Окр_i$ и $S\phi_i$) будут пересекать кривую. $S\phi_i$ пересекает l в точках $i-1, i, i+1, i+2$ (рис. 2).

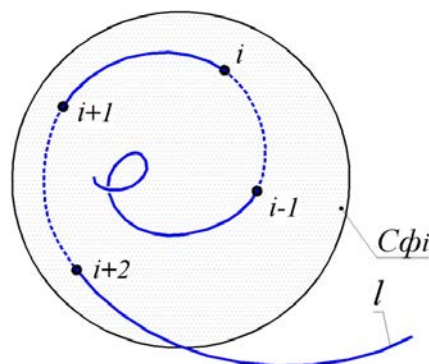


Рис. 2

Участки кривой $\dots i-1, i-i+1, i+2\dots$ расположены за пределами $S\phi_i$, а участки $i-1-i$ и $i+1-i+2$ – внутри нее. Из этого следует, что последовательные $S\phi_{i-1}, S\phi_i, S\phi_{i+1}$ ограничивают область (δ_i) , внутри которой расположен участок $i-i+1$ кривой l .

На рис. 1 показано сечение δ_i плоскостью P_i .

Аналогичные области, определенные на остальных участках, составляют область возможного расположения ДПК. Все кривые линии, интерполирующие точечный ряд, характеристики которых соответствуют характеристикам l , находятся внутри области возможного расположения ДПК. Для кривой l область δ_i расположена за пределами $S\phi_i$, а для кривой, вдоль которой радиусы соприкасающихся окружностей и сфер возрастают в противоположных направлениях, δ_i расположена внутри $S\phi_i$.

Кривую линию постоянного хода, вдоль которой радиусы кривизны и соприкасающихся сфер монотонно возрастают или убывают, будем называть монотонной. Возможны восемь различных вариантов сочетаний указанных характеристик кривой. Любую кривую линию можно рассматривать как состоящую из участков монотонных кривых.

Монотонные участки ДПК формируются назначением точек сгущения внутри области возможного по условиям задачи решения.

V. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Предложен способ формирования на основе точечного ряда произвольной конфигурации дискретно представленной кривой (ДПК) с заданными геометрическими свойствами. ДПК задана упорядоченным множеством принадлежащих ей точек и дифференциально-геометрическими характеристиками кривой. Эти характеристики формируются в процессе моделирования. В процессе последовательных сгущений точечного ряда, в пределе, получаем кривую линию с регулярным изменением кривизны, кручения, радиусов соприкасающихся сфер и минимальным по условиям задачи числом особых точек.

VI. ВЫВОДЫ И ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенный способ формирования одномерных обводов основан на сгущении точечного ряда и не требует аналитического представления участков обвода. Необходимым этапом формирования обвода является анализ, в результате которого определяется область возможного расположения кривой и диапазоны возможных значений ее геометрических характеристик.

Определение области возможного расположения кривой позволяет оценить абсолютную погрешность, с которой формируемая ДПК представляет обвод, отвечающий условиям задачи.

Формирование обвода по участкам с монотонным изменением геометрических характеристик обеспечивает устойчивость алгоритмов к изменению исходных условий.

Последовательная локализация области расположения кривой и диапазонов значений ее характеристик гарантирует сходимость процесса моделирования к единственному решению – непрерывному множеству точек с заданными геометрическими свойствами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Qingyao Han, Jun Jia, Ying Yue Application of NURBS Curve Interpolation Algorithm in Steam Turbine Blade NC Machining // Information and Computing: 2011 Fourth International Conference on Information and Computing. Phuket Island, Thailand, 2011. P. 83–86.
2. Wen A. S., Shamsuddin S. M. H., Samian H. Y. Ship hull fitting using NURBS // International Conference on Computer Graphics, Imaging and Visualization. – Computer Graphics, Imaging and Vision: New Trends. Washington, Brussels, Tokyo, 2005. P. 431–436.
3. Ampofo J., Ferguson F. Optimal design of aircraft wing structures: a computer aided design method // Robotics, automation, control and manufacturing: trends, principles and applications. Greensboro, USA. 2002. Vol. 14. P. 471–480.
4. Zhou Y., Schulze J., Schaffler S. Flank millable blade design for centrifugal compressors // Control and Automation. Thessaloniki, Greece, 2009. P. 646–650.
5. Hongli W., Zhang Wei Z. Modeling of the no-tillage planter and simulation of the cutting-stubble knife // System Science, Engineering Design and Manufacturing Informatization. Chengdu, China, 2012. P. 335–338.
6. Wang R., Zhang Y., Huang Yi. [et al.]Mechanization of deep tillage and mulching to improve soil water content and spring maize yield // Electronic & Mechanical Engineering and Information Technology. Harbin, China, 2011. Vol. 9. P. 2098–2101.
7. Гавриленко Е. А., Дмитриев Ю. А. Дискретное геометрическое моделирование пространственных одномерных обводов по заданным условиям // Динамика систем, механизмов и машин. 2014. № 3. С. 150–152.
8. Gavrilenko E. A., Kholodnyak Yu. V. Discretely geometrical modelling of one-dimensional contours with a regular change of differential-geometric characteristics // Dynamics of Systems, Mechanisms and Machines. 2014. P. 1–5.