

УДК 004.4

## ФОРМУВАННЯ В - СПЛАЙНОВОЇ КРИВОЇ В СИСТЕМІ SOLIDWORKS

Бобровник Р.В., 11 МБІТ,  
Гавриленко Є.А., к.т.н., доц.  
Таврійський державний агротехнологічний університет  
Тел. (0619) 42-68-62

**Анотація** – В роботі наведені дослідження властивостей В-сплайнової кривої та представлено методику формування В-сплайнів у системі Solid Works.

**Ключові слова** – Одномірні обводи, апроксимація, інтерполяція, дискретні моделі, безперервне геометричне моделювання, В-сплайни.

*Постановка проблеми.* Властивості В-сплайнів визначаються типом вузлів та порядком сплайну –  $k$ .

Вузли бувають двох основних типів: *періодичні* й *неперіодичні* (інша назва – відкриті).

Головна відмінність вузлів різних типів полягає в тому, що перший і останній неперіодичні вузли повторюються  $k$  раз. Повторення вузлів приводить до того, що В-сплайн проходить через першу й останню, точки що його задають, подібно кривій Безьє. У періодичному В-сплайні перша й остання точки впливають на форму кривій точно тією самою мірою, що й усі інші точки, а тому крива не проходить через них.

У періодичних В-Сплайнів стикувальні функції мають однакову форму. Кожна наступна стикувальна функція є зміщеною версією попередньої.

*Аналіз попередніх досліджень та формулювання цілей статті.*

Неперіодичні криві частіше використовуються в системах автоматизованого проектування, оскільки більшості конструкторів зручніше працювати із кривими, що проходять через першу й останню точки.

Якщо відстань між сусідніми вузлами завжди є однаковою й дорівнює одиниці, то такі вузли називаються *однорідними (uniform knots)* (інша назва – *рівномірні*) як і відповідний В-сплайн. Однорідний В-сплайн може бути як періодичним, так і неперіодичним. При зміні форми кривій конструктори часто додають і видаляють вузли, у результаті чого В-Сплайн стає *неоднорідним*. Оскільки однорідність є частним випадком неоднорідності, неоднорідні В-сплайни вважаються узагальненням однорідних. Таким

чином, більшість САПР дозволяють створювати й модифікувати неоднорідні й неперіодичні В-сплайни.

*Основна частина.* Неперіодичні В-сплайни є найбільш використовуваною категорією сплайнових кривих, і функції В-сплайнів широко застосовуються в системах автоматизованого проектування і багатьох пакетах графічного програмування. Подібно до сплайнів Біз'є, В-сплайни генеруються шляхом апроксимації набору **контрольних точок**.

В-сплайни, порядок яких рівний  $k$ , мають наступні властивості:

- Поліноміальна крива, на ділянках, що її складають, має ступень  $k-1$  і безперервність стикування ділянок  $C^{k-2}$  в діапазоні зміни  $u$ .

- При  $n+1$  контрольних точок крива описується  $n+1$  стикувальними функціями.

- Кожна стикувальна функція  $N_{i,k}$  визначена на  $k$  підінтервалах загального діапазону  $u$ , починаючи зі значення вузла  $t_k$ .

- Діапазон параметра  $u$  ділиться на  $n+k$  підінтервалів  $n+k+1$  значеннями, заданими у векторі вузлів.

- Якщо значення вузлів позначити  $\{t_0, t_1, \dots, t_{n+k}\}$ , В-сплайн, що виходить, визначається тільки в інтервалі від значення вузла  $t_{k-1}$  до значення  $t_{n+1}$ . Деякі стикувальні функції поза цим інтервалом не визначені.

- Кожна ділянка сплайна (між двома послідовними значеннями вузлів) визначається  $k$  контрольними точками.

- Будь-яка контрольна точка може впливати на форму максимум  $k$  ділянок кривої.

- В-сплайн лежить усередині опуклої оболонки максимум  $k+1$  контрольних точок.

- Для будь-якого значення  $u$  в інтервалі від вузлового значення  $t_{k-1}$  до  $t_{n+1}$  сума усіх базисних функцій рівна  $1$ .

Неперіодичні однорідні В-сплайни мають характеристики, дуже подібні до характеристик сплайнів Без'є. Фактично при  $k = n + 1$  (ступень полінома дорівнює  $n$ ) неперіодичні В-сплайни зводяться до сплайнів Без'є, і усі значення вузлів дорівнюють  $0$  або  $1$ . Наприклад, при кубічному неперіодичному В-сплайні ( $k = 4$ ) і чотирьох контрольних точках вектор вузлів рівний:

$$\{0,0,0,0,1,1,1,1\}.$$

Поліноміальна крива для неперіодичного В-сплайну сполучає першу і останню контрольну точку. Крім того, параметрична дотична кривої в першій контрольній точці паралельна прямій лінії, сформованій першими двома контрольними точками, а параметрична дотична в останній контрольній точці паралельна лінії, яка

визначається двома останніми контрольними точками. Таким чином, геометричні умови для узгодження ділянок кривої не відрізняються від умов для кривих Біз'є.

Як і для кривих Без'є, завдання декількох співпадаючих контрольних точок притягає В-сплайн до даної точки. Оскільки відкриті В-сплайни починаються в першій контрольній точці й закінчуються в останній, замкнену криву можна визначити, задавши першу й останню контрольну точку з однаковими координатами.

Дослідження властивостей В - сплайнової кривої, яка формується в системі Solid Works починається зі формування В - сплайну, що складається з одного відсіку.

Крива лінія сплайна визначається контрольним багатокутником, що сполучає чотири контрольні точки. Спочатку, усі чотири контрольні точки розташовані на одній прямій. Захопивши курсором одну з контрольних точок модифікують форму В - сплайна змінюючи конфігурацію контрольного багатокутника (рисунок 1).

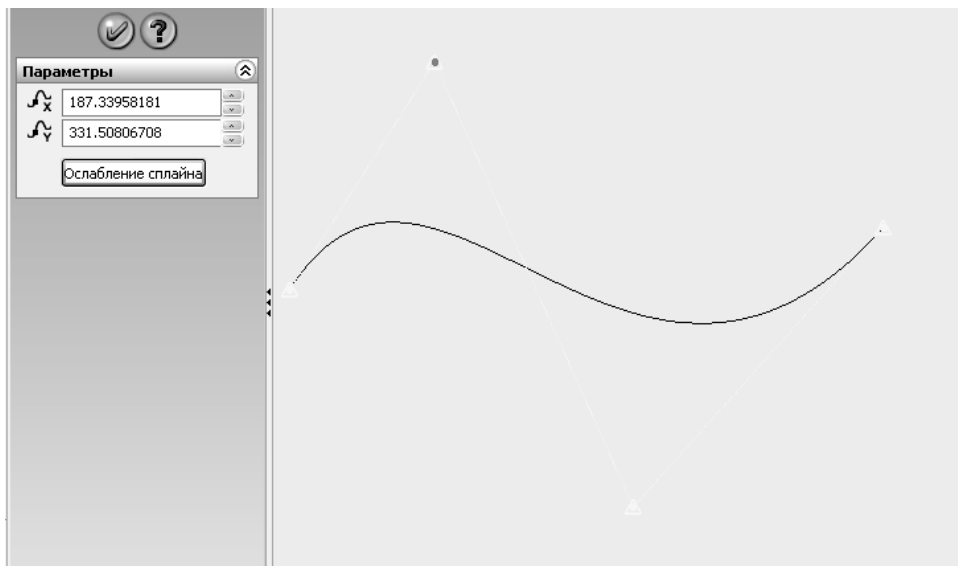


Рисунок 1 – Змінена конфігурація контрольного багатокутника

Виділивши одну з контрольних точок можна змінити конфігурацію контрольного багатокутника з допомогою функцій «Координата X» і «Координата Y», розташованих в вікні «Сплайн – багатоугольник», отримавши при цьому В-сплайн, що складається з двох відсіків.

При виділеному В-сплайні точка, що розділяє відсіки відбивається у вигляді ромба (рисунок 2).

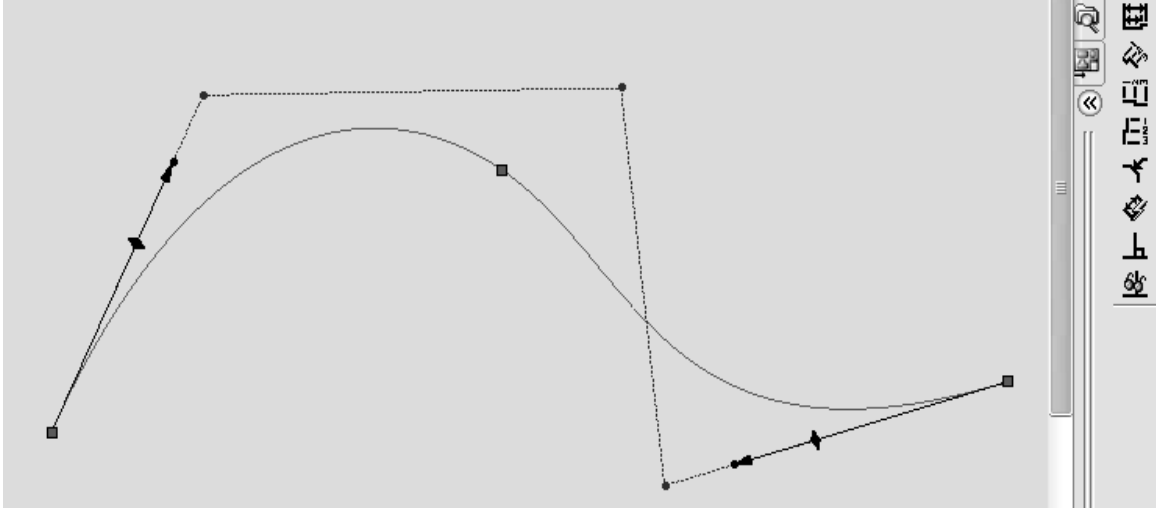


Рисунок 2 – Точка, що розділяє відсіки В-сплайна

Створений В-сплайн визначається багатокутником, що сполучає п'ять контрольних точок.

Аналогічними діями створюються сплайни, що складається з трьох ділянок.

Наступним етапом формування В-сплайна є визначення дотичної відносно сторін заданого багатокутника. Змінюючи форму задаючого багатокутника, встановлюють розташування дотичної відносно його сторін (Рисунок 3).

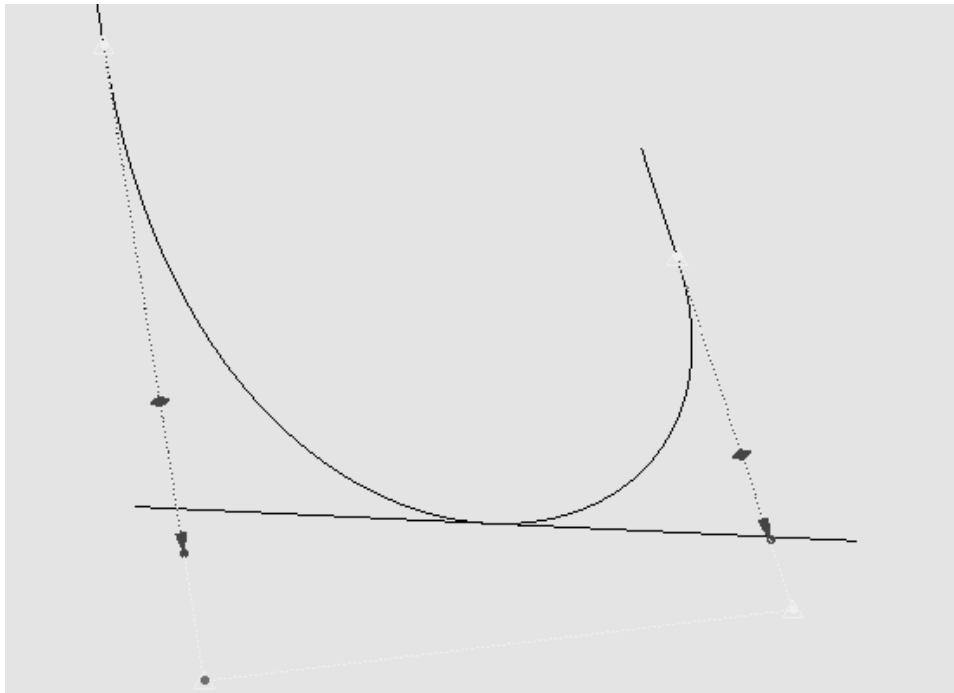


Рисунок 3 – Визначення положення дотичної

Змінюючи конфігурацію сплайнових кривих аналізується закономірність зміни кривини (рисунок 4).

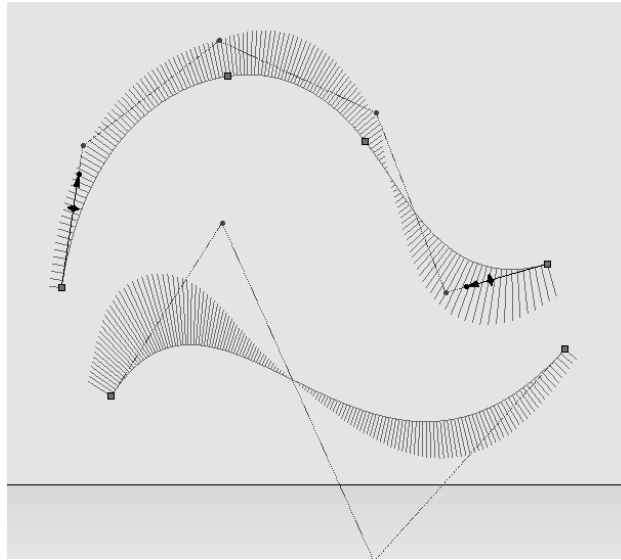


Рисунок 4 – Аналіз закономірності зміни кривини В-сплайна

Число відрізків сплайнової кривої, виражене через порядок сплайна ( $k$ ) і номер останньої контрольної точки ( $n$ ) дорівнює  $n - k + 2$ .

Виходячи із співвідношення між числом відрізків і контрольних точок, сформованих нами сплайнів, можна зробити висновок про порядок В-сплайна, що генерує система Solid Works.

Порядок В-сплайна можна визначити ще одним способом, а саме – число відрізків В-сплайна, на яке впливає положення однієї контрольної точки дорівнює порядку сплайна.

Для кожної точки, що розділяє відріки сплайна, створюють відрізок прямої лінії, середня точка якої співпадає з вказаною точкою (рисунок 5).

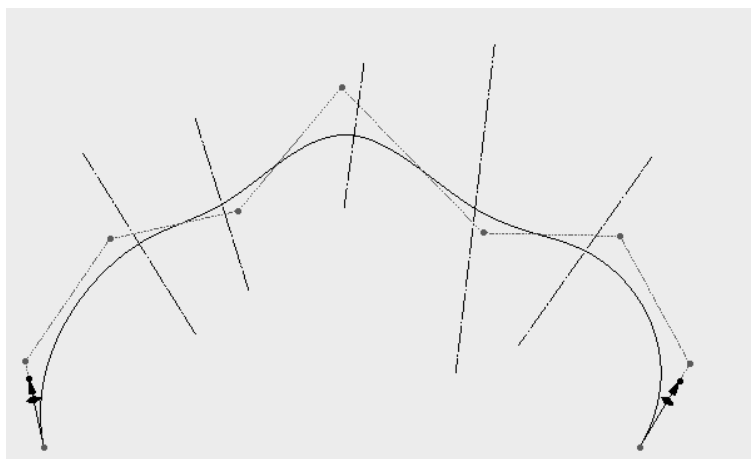


Рисунок 5 – Відсіки В-сплайна

Для управління локальними характеристиками B-сплайна в системі Solid Works виділити сплайн, призначити номер контрольної точки та активізувати її.

Початковий сплайн, тим самим, поділяється на два сплайни, зістикованих в точці стикування відсіків. Кожен сплайн визначається чотирма контрольними точками (рисунок 6).

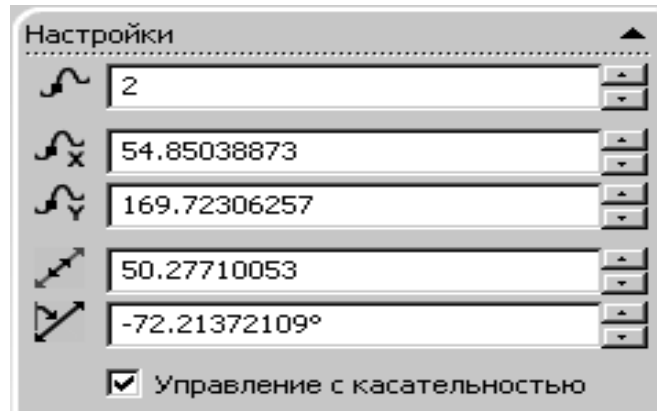




Рисунок 6 – Вікно параметрів керування дотичністю

За допомогою функції  «Величина касательности 1» і  «Величина касательности 2» змінюють вказані величини. При цьому змінюється величина фантомів стрілок, спрямованих уздовж сторін контрольних багатокутників від активізованих точок, а також змінюється графік зміни кривини уздовж кривої. Зміна «Величини касательности» в точці стикування сплайнів, порушує другий порядок гладкості в цій точці (рисунок 7).

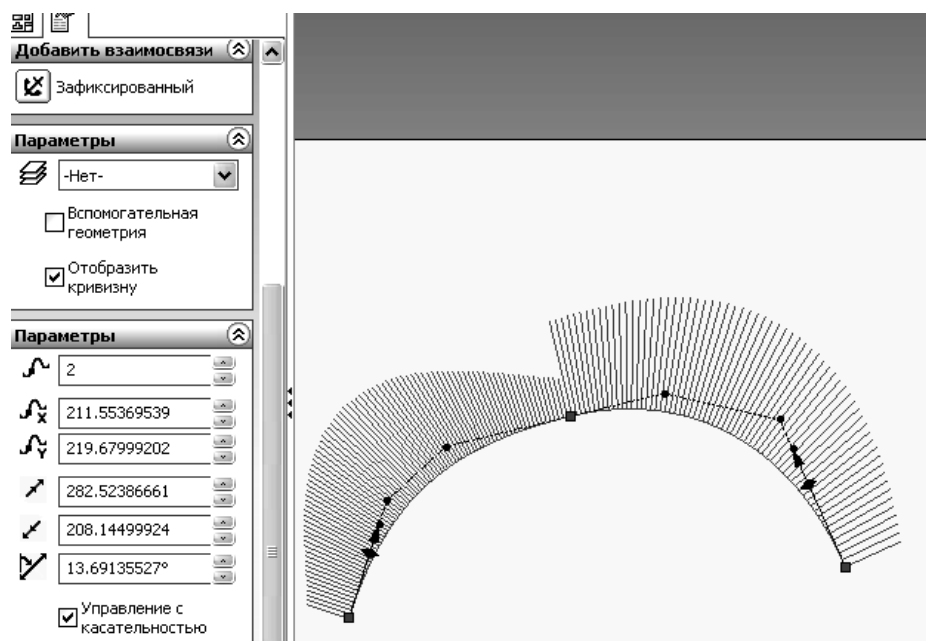


Рисунок 7 – Кінцевий результат дослідження кривини B-сплайнів

*Висновок.* В роботі були наведені дослідження властивостей В-сплайнової кривої та представлено методику формування В-сплайнів у системі Solid Works.

#### Література

1. *Ковальов Ю.М.* Основи геометричного моделювання. / Ю. М.Ковальов. – К.: Вища школа, 2003. – 232 с.
2. *Ли Кунву.* Основи САПР (CAD/CAM/CAE). / Ли Кунву. – Санкт-Петербург. Питер 2004. – 559 с.
3. *Херн Д.* Компьютерная графика и стандарт Open GL. / Херн Д., Бейкер М.П. – М. – С-Пб. – К.: Вильямс, 2005. – 1159 с.

### ФОРМИРОВАНИЕ В-СПЛАЙНОВОЙ КРИВОЙ В СИСТЕМЕ SOLIDWORKS

Бобровник Р.В., Гавриленко Е.А.

#### *Аннотация*

**В работе приведены исследования свойств В-сплайновой кривой и представлена методика формирования В-сплайнов в системе Solid Works.**

### FORMATION B- SPLINE OF THE CURVE IN SYSTEM SOLIDWORKS

R. Bobrovnik, E. Gavrilenko

#### *Summary*

**In work it is resulted analysis properties B- spline of a curve and the technique of formation of B-splines in system Solid Works is submitted.**