



УДК 631.3 001.8

СТОХАСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ СИЛ, ДЕЙСТВУЮЩИХ НА РАБОЧИЕ ОРГАНЫ ДИСКАТОРА

Кушнарєв А.С., д.т.н.,

Бобровный Е. В., ас.

УкрНИИПИТ им.Л.Погорелого

Шевченко И.А., к.т.н.,

Запорожская государственная инженерная академия

Кушнарєв С. А., к.т.н.,

УкрНИИПИТ им.Л.Погорелого

Неженского агротехнологического института

Тел.: (0619) 42-11-72

Аннотация - рассмотрен алгоритм вычисления автокорреляционной функции процесса взаимодействия рабочих органов сельскохозяйственных орудий как случайного процесса, описано устройство экспериментальной установки.

Ключевые слова – случайный процесс, случайная функция, автокорреляционная функция, тяговое сопротивление.

Постановка проблемы. Эффективность тракторных агрегатов является функцией комплекса показателей трактора, сельскохозяйственной машины и состояния поля.

Ряд показателей формируются в результате взаимодействия трактора и рабочих органов сельскохозяйственных машин с почвой и сельскохозяйственной средой. К ним относятся тяговое сопротивление рабочих органов и орудия в целом, буксование движителей трактора и коэффициент сопротивления перемещению агрегата.

Этот показатель оценивается в виде случайных процессов. Немного об определениях: «случайной» называется функция, ординаты которой для любых фиксированных значений аргументов являются случайными величинами [2]. Задачу моделирования случайных функций нельзя свести к имитации случайных величин для каждого значения аргумента, так как между ординатами существует корреляционная зависимость. Случайным процессом называется случайная функция, аргументом которой является время t . [1-6]

Автокорреляционные функции широко применяются в обнаружении периодических сигналов на фоне помех, обнаружения скрытых периодичностей, нахождения переходных функций динамических систем.

Отметим одно эмпирическое правило, что классическая выборочной оценки корреляционных функций надежна лишь на сдвигах в одну десятую длины используемых для расчета данных и абсолютно не надежна на сдвигах, превышающих половину этой длительности [2].

Необходимо обратить внимание на два свойства случайных процессов – стационарность и эргодичность.

Стационарные процессы – важный специальный класс случайных процессов, часто встречающихся в приложениях теории вероятности к различным разделам естествознания и техники, в том числе в земледельческой механике. «Случайный процесс» $x(t)$ называется стационарным, если все его вероятностные характеристики не меняются с течением времени t [1-2], если одномерная плотность распределения вероятности и, следовательно, среднее значение и дисперсия случайного процесса не зависят от времени, а двумерная плотность распределения вероятности и автокорреляционная функция зависят только от разности временных аргументов $B(t_1-t_2)$.

Случайный процесс называется эргодическим первого порядка, если его первый момент, **полученный усреднением по множеству реализаций** (1.2), с вероятностью сколь угодно близкой к единице совпадает со средним значением, полученным усреднением по времени **одной** достаточно **длинной реализации**.

Анализ последних исследований. Наличие или отсутствие зависимости вероятностных характеристик от времени или от номера реализации определяет такие фундаментальные свойства процесса, как стационарность и эргодичность. Следовательно стационарным называется процесс, вероятностные характеристики которого не зависят от времени, соответственно эргодическим называется процесс, вероятностные характеристики которого не зависят от номера реализации.

Выделим следующие признаки случайных процессов - стационарный неэргодический случайный процесс – это такой процесс, у которого эквивалентны временные сечения (вероятностные характеристики не зависят от текущего времени), но не эквивалентны реализации (вероятностные характеристики зависят от номера реализации). Нестационарный эргодический процесс – это процесс, у которого эквивалентны реализации (вероятностные характеристики не зависят от номера реализации), но не эквивалентны временные

сечения (вероятностные характеристики зависят от текущего времени).

Классифицируя случайные процессы на основе этих признаков (стационарность и эргодичность), получаем следующие четыре класса процессов: стационарные эргодические, стационарные неэргодические, нестационарные эргодические, нестационарные неэргодические.

В теории случайных процессов наиболее общей классификацией является классификация «по времени» и по состоянию (Вентцель, Овчаров, 2000. Коваленко и др., 1983). По этим признакам можно выделить четыре класса:

- процессы с дискретным состоянием и дискретным временем;
- процессы с дискретным состоянием и непрерывным временем;
- процессы с непрерывным состоянием и дискретным временем;
- процессы с непрерывным состоянием и непрерывным временем.

Цель работы. Процессы взаимодействия рабочих органов сельскохозяйственных орудий представляет собой случайные процессы с непрерывным состоянием и непрерывным временем.

Основная часть. Условия стационарности в широком смысле ограничиваются требованиями независимости от времени математического ожидания $M[x(t)]$, дисперсии $D[x(t)]$ и зависимости корреляционной функции лишь от времени сдвига τ , то есть;

$$\begin{aligned} M[x(t)] &= const, \quad D[x(t)] = const, \\ R_x(t_1, t_2) &= R_x(\tau), \quad \tau = |t_2 - t_1|. \end{aligned} \quad (1)$$

Для стационарных эргодичных случайных процессов дисперсия и математическое ожидание являются величины, полученные в результате статистической обработки массива материалов наблюдений и не зависят от времени.

Для сравнения двух реализаций на эргодичность и стационарность используются следующие приёмы.

Сравнение двух средних $M[x(t)] = const$: при известных дисперсиях осуществляется при помощи критерия Стьюдента; при неизвестных равных дисперсиях осуществляется при помощи критерия Стьюдента; при неизвестных неравных дисперсиях осуществляется при помощи модификаций критерия Стьюдента: критерий Кохрена-Кокса, Критерий Сатервайта, критерий Уэлча; сравнение двух выборочных средних в связанных выборках осуществляется при помощи критерия Стьюдента.

Критерий Уолша позволяет проверять гипотезу о принадлежности одного наблюдения нормальному распределению, генерирующему выборку. Двухступенчатый двухвыборочный

медианный критерий Волфа. Критерий Фишера для сравнения двух средних с одинаковыми дисперсиями. Эквивалентен критерию Стьюдента и основан на связи между распределениями Стьюдента и Фишера.

Сравнение двух дисперсий $D[x(t)] = const$: критерий Фишера; критерий Романовского; критерий отношения размахов; критерий стьюдентизированного размаха; критерий Аризона-Охты.

Сравнение двух автокорреляционных функций

В статистике имеется несколько выборочных оценок теоретических значений автокорреляции процесса по конечному временному ряду из n наблюдений. Наиболее популярной оценкой является нециклический коэффициент автокорреляции с задержкой n

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} x_t x_{t+k} - \sum_{t=1}^{n-k} x_t \sum_{t=k+1}^n x_t / (n-k)}{\sqrt{\left[\sum_{t=1}^{n-k} x_t^2 - \left(\sum_{t=1}^{n-k} x_t \right)^2 / (n-k) \right] \cdot \left[\sum_{t=k+1}^n x_t^2 - \left(\sum_{t=k+1}^n x_t \right)^2 / (n-k) \right]}}. \quad (2)$$

Главным из различных коэффициентов автокорреляции является первый – r_1 , измеряющий тесноту связи между уровнями $x(1)$, $x(2), \dots, x(n)$.

Распределение коэффициентов автокорреляции неизвестно, поэтому для оценки их правдивости иногда используют непараметрическую теорию Андерсона (1976), предложившего статистику

$$t = r_1(n-1) \cdot 0,5,$$

которая при достаточно большой выборке распределена нормально, имеет ненулевую среднюю и дисперсию, равную единице (Тинтнер, 1965).

Более полную информацию о динамических свойствах процесса можно получить по автокорреляционной функции. Так:

- наличие колебательности автокорреляционной функции свидетельствует о периодичности случайного процесса;
- апериодическое затухание автокорреляционной функции – процесс широкополосный;
- треугольное – многополосный случайный процесс;
- автокорреляционные функции, включающие экспоненту с отрицательным аргументом – признак эргодичности;
- стремление корреляционной к некоторой постоянной величине, отличного от нуля, являются признаком неэргодичности процесса.

Процедура вычисления автокорреляционной функции.

Автокорреляционная функция дает ответ на вопрос, проявляются ли в процессе скрытые периодичности, обусловленные фазами взаимодействия (последовательность смены фаз), неравномерным распределением плотности (твердости) среды в пространстве и конструктивными особенностями рабочего органа, как например, вырезы в сферических дисках, расположение ножей на почвенных фрезах и т.д.

Поэтому немного остановимся на методах вычисления автокорреляционной функции.

В процессе замера действующих воздействий (сила, момент, скорость, угловая скорость и т.д.), современное цифровое оборудование позволяет получить последовательность ординат изучаемого процесса во времени. Каждому моменту времени t_i соответствует значение исследуемого параметра x_i . Возникает вопрос, имеется ли корреляция между ординатами x_i , отстоящими друг от друга на интервале времени $k\Delta t$. Для этого производим следующую процедуру. Строим таблицу 1, в первой колонке которого отмечается время замера информации (в нашем случае через 0,02 секунды)

Таблица 1

$t, c (x)$	$P_k, кг$	P_{k+1}	P_{i+2}	P_{i+3}	P_{i+4}
	P_0	P_1	P_2	P_3	P_4
1	2	3	4	5	6
0	451,2937	411,3576	381,0062	379,4087	409,7602
0,02	411,3576	381,0062	379,4087	409,7602	442,2415
0,04	381,0062	379,4087	409,7602	442,2415	443,3065
0,06	379,4087	409,7602	442,2415	443,3065	425,2021
0,08	409,7602	442,2415	443,3065	425,2021	412,4226
0,1	442,2415	443,3065	425,2021	412,4226	412,955
0,12	443,3065	425,2021	412,4226	412,955	426,7996
0,14	425,2021	412,4226	412,955	426,7996	434,2543
0,16	412,4226	412,955	426,7996	434,2543	425,2021
0,18	412,955	426,7996	434,2543	425,2021	409,7602
0,2	426,7996	434,2543	425,2021	409,7602	402,3054
0,22	434,2543	425,2021	409,7602	402,3054	402,3054
0,24	425,2021	409,7602	402,3054	402,3054	407,0977
0,26	409,7602	402,3054	402,3054	407,0977	417,2149
0,28	402,3054	402,3054	407,0977	417,2149	420,9423
0,3	402,3054	407,0977	417,2149	420,9423	
0,32	407,0977	417,2149	420,9423		
0,34	417,2149	420,9423			
0,36	420,9423				

В столбец 1 размещаем значения времени начала измерения t_i (с), в графу 2 – тяговое сопротивление, соответствующее времени t_i . В графе 3 разместим смещенные на $\Delta t = 0,02$ сек. по времени значения тягового сопротивления (P_{i+1}). Затем определим коэффициенты корреляции между значениями P_0 и P_i (ряды 2 и 3).

По формулам

$$r_1 = \frac{\sum_{t=2}^n (y_t - \bar{y}_1)(y_{t+1} - \bar{y}_2)}{\sqrt{\sum_{t=2}^n (y_t - \bar{y}_1)^2 \sum_{t=2}^n (y_{t+1} - \bar{y}_2)^2}}, \quad (3)$$

$$\bar{y}_1 = \frac{\sum_{t=2}^n y_t}{n-1}, \quad \bar{y}_2 = \frac{\sum_{t=2}^n y_{t+1}}{n-1}.$$

На графике $t=r$ отметим при значении аргумента $0,02t$ с ординату, равную r_1 . В графе 4 разместим значение второй колонки, смещенной вверх на шаг равный $0,04$ с. Проведем вычисление коэффициента корреляции между парами сопротивлений P_0 и P_2 (ряд 2 и 4).

Проведем аналогичные процедуры, только с учетом сдвига ординат по времени на $t=2\Delta t$.

$$r_2 = \frac{\sum_{t=3}^n (y_t - \bar{y}_3)(y_{t+2} - \bar{y}_4)}{\sqrt{\sum_{t=3}^n (y_t - \bar{y}_3)^2 \sum_{t=2}^n (y_{t+2} - \bar{y}_4)^2}}, \quad (4)$$

где

$$\bar{y}_3 = \frac{\sum_{t=3}^n y_t}{n-2}, \quad \bar{y}_4 = \frac{\sum_{t=3}^n y_{t+2}}{n-2}.$$

Такие же действия проведем с новыми парами рядов цифр, определив r_1 и получим график автокорреляционной функции (рис. 1).

Установка для определения тягового сопротивления сферического диска дискатора

Для определения тягового сопротивления дисков дискатора в зависимости от угла атаки (α) и угла наклона (β), скорости и глубины хода нами разработана лабораторно-полевая установка, которая удовлетворяет следующим требованиям:

Установка обеспечивает регулировку положения сферического диска (угол атаки α в диапазоне $0 \pm 30^\circ$ и угол наклона β в диапазоне $0 \pm 30^\circ$. Тяговое усилие измеряется до 5000 Н. Поступательная скорость установки v_m до 3 м. Установка позволяет по возможности наблюдать с помощью видеосъемки процесс воздействия диска на почву.

Регистрация информации ведется на Note-book с возможностью последующей обработкой информации «безбумажном» варианте.

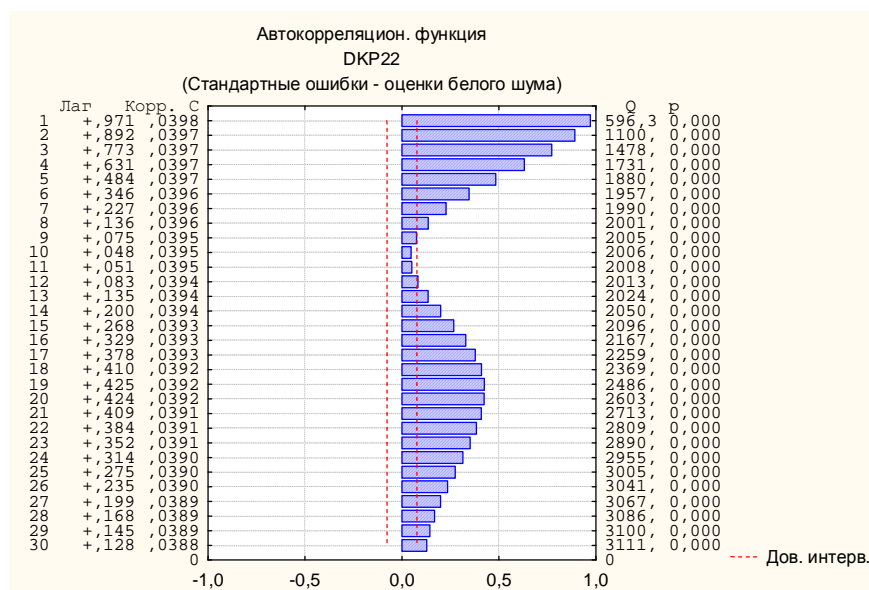


Рис. 1. Построение автокорреляционной функции

Для установки дисков под изменяемые углы α и β разработана конструкция крепления диска к раме установки, обеспечивающая требуемый диапазон изменения α и β . Общий вид конструкции приведен на рис.2.



Рис. 2. Конструктивное решение установки углов α и β сферических дисков на раме полевой установки: а) регулирование угла атаки α диска; б) регулировка угла наклона β диска.

Для измерения тягового сопротивления полевой лабораторной установки использовано тензозвено ВИСХОМ, измеряемым усилием до 5000 Н. Для измерения поступательной скорости полевой лабораторной установки используется «пятое колесо» с датчиком пути ДУВ-1.

Для визуального наблюдения за процессом взаимодействия сферического диска с почвой на раме жестко устанавливается WEB-

камера Microsoft lifeCam VX-70. На рисунке 3 отражены измерительные элементы.



Рис.3. Общий вид лабораторно-полевой установки: а) лабораторно-полевая установка; б) установка WEB-камеры.

Вся информация с датчиков переводится в цифровой код при помощи цифрового усилителя-преобразователя, затем с шагом 0,02 с регистрируется и хранится в памяти Note-book omnibook-600 (рис.4).

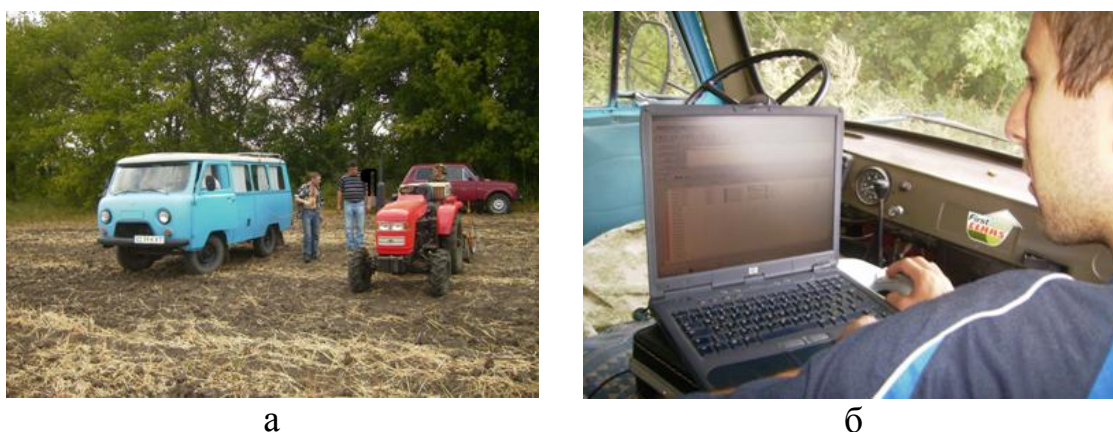


Рис.4. Проведение полевого эксперимента: а) измерительный комплекс; б) регистрация информации на Note-book.

Все действия с вводом, хранением и переработкой информации стали возможным благодаря программному обеспечению Catman Express.

Учитывая определенную сложность оценки адекватности модели, представляется целесообразным использовать нелинейные планы даже в тех случаях, когда нелинейность статистических характеристик едва заметны. О степени нелинейности можно судить по величине коэффициентов при квадратичных членах полинома. Отметим, что нелинейные планы более универсальны.

ОЦК план второго порядка двух факторов представлен в таблице 2 ($x_1 = \alpha$; $-1 = 10^0$; $0 = 20^0$; $+1 = 30^0$; $x_2 = \beta$; $-1 = 10^0$; $0 = 20^0$; $+1 = 30^0$).

Таблиця 2

ЩЦК-план второго порядка для 2-х факторов.

№ эксперимента	X ₁	X ₂
1	-1	-1
2	-1	+1
3	+1	+1
4	+1	-1
5	+1	0
6	-1	0
7	0	+1
8	0	-1
9	0	0

Результаты экспериментов, проведенные в соответствии плана эксперимента приведены в таблице 3 (4-я колонка).

Результаты экспериментов

Полученная в результате экспериментов информация по тяговому сопротивлению как случайному процессу представлена в виде гистограмм тяговых сопротивлений, графиков автокорреляционной функции.

Сравнение гистограмм (рис. 5) тягового сопротивления двум реализациям показывает, что по средним величинам и дисперсии не различаются.

Сравнение автокорреляционных функций и спектральных плотностей (рис 6) двух реализаций также показывают не отсутствия существенной разницы автокорреляционных функций и спектральных плотностей. Следовательно процесс взаимодействия сферических дисков дискаторов с почвой можно рассматривать как стационарный и эргодический процесс.

Полиномиальное уравнение, описывающее процесс влияния углов α и β на тяговое сопротивление при установленной передаче имеет вид

$$P = 181,53 + 20,67x_1 + 40,05x_2 + 5,18x_1^2 + 6,89x_2^2 - 12x_1x_2$$

и представлено на рисунке 7.

Следующий этап – определение насколько адекватна модель реальному процессу. Для этого определим расчетные (теоретические) значения P в точках проведения экспериментов и сведем их в графу 13 в таблице 3. В таблице приведем расчетные и экспериментальные, а по величине расхождения получим фактические отклонения по точкам. Как видно из анализа таблицы и графика, максимальное отклонение получено в точке $\alpha=10^0$; $\beta=20^0$ и составляет 10,7%.

Таблица 3

Таблица расчёта коэффициента полинома

№ п/п	X_1	X_2	P_{3i}	$(X_1^2 - 2/3)^7$	$(X_2^2 - 2/3)^8$	$(X_1^2 - 2/3)P_i$	$(X_2^2 - 2/3)P_i$	X_1P_i	X_2P_i	X_1X_2	$X_1X_2P_i$	P_{Ti}	$P_{Ti}P_{3i}$	Ошибка, %
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	-1	-1	123	1/3	1/3	-40,96	40,96	-123	-123	+1	123	122,4	+0,6	0,48
2	-1	+1	217	1/3	1/3	72,26	72,26	-217	217	-1	-217	227,41	-10,41	4,7
3	+1	+1	240	1/3	1/3	79,92	79,92	240	240	+1	240	244,22	-4,2	1,75
4	+1	-1	170	1/3	1/3	56,61	56,61	170	-170	-1	-170	187,74	-17,74	10,4
5	+1	0	204	1/3	-2/3	-136,07	-136,07	204	0	0	0	209,35	-5,35	2,6
6	-1	0	150	1/3	-2/3	-100,05	-100,05	-125	0	0	0	168	-18	10,7
7	0	+1	220	-2/3	1/3	73,26	73,26	0	230	0	0	230,9	-10,89	4,9
8	0	-1	141	-2/3	1/3	46,95	46,95	0	-141	0	0	149,81	-8,89	6,3
9	0	0	180	-2/3	-2/3	-120,06	-120,-6	0	0	0	0	183,5	-3,5	1,9
Итого	3		1645			+0,36	13,78	124	243		-24			

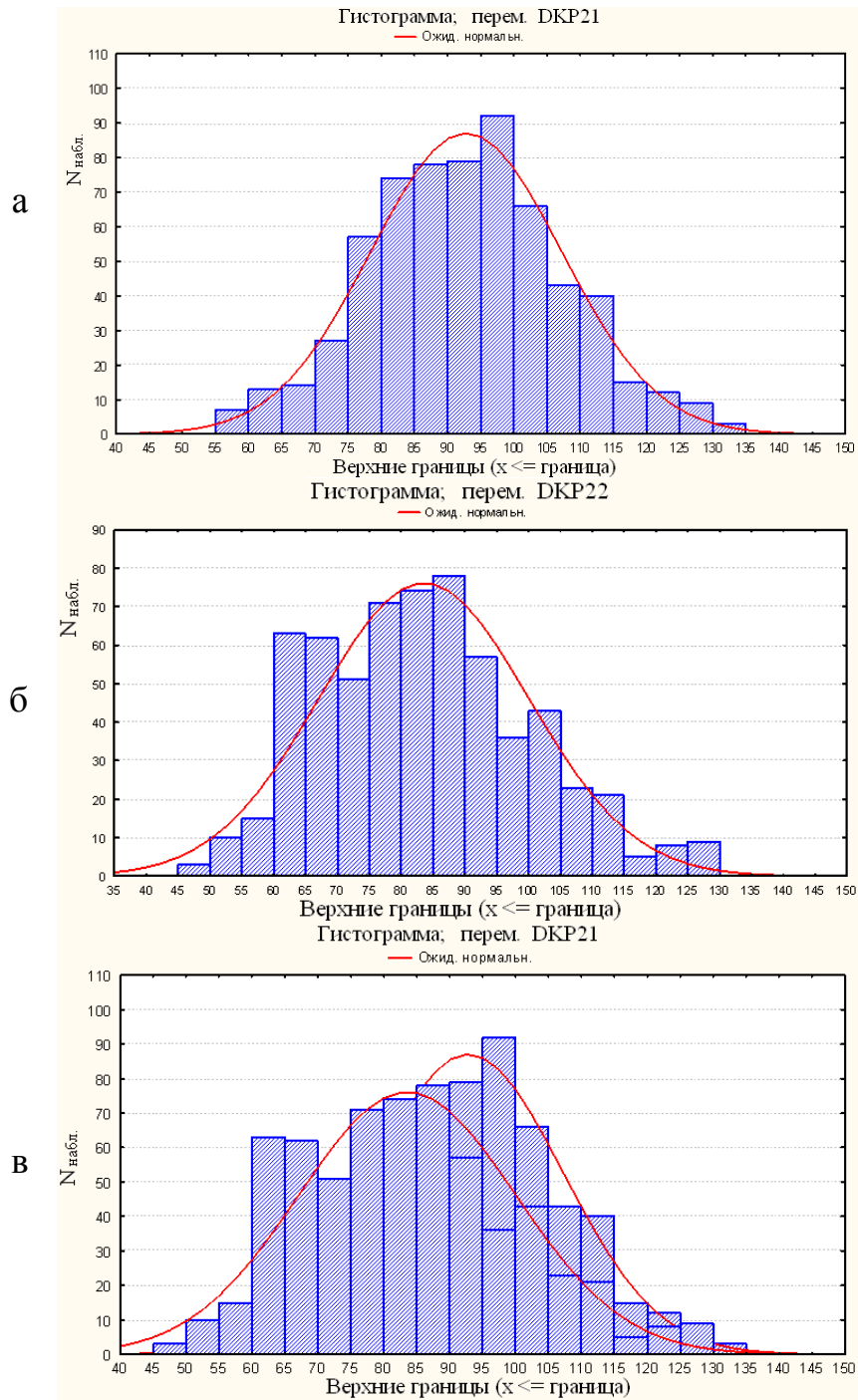


Рисунок 5. Сравнение гистограмм двух реализаций:
 а – первая реализация;
 б – вторая реализация;
 в - совмещение двух гистограмм.

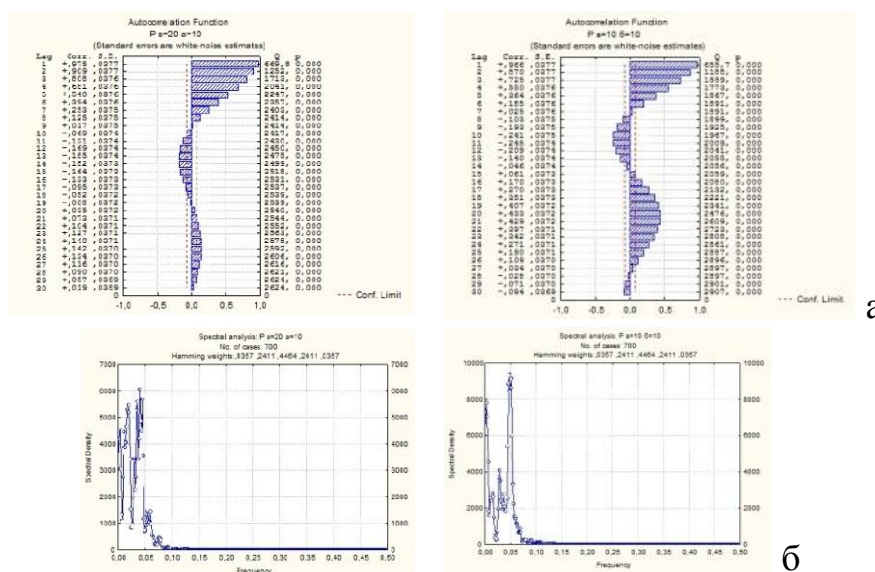


Рисунок 6 Сравнение автокорреляционных функций и спектральных плотностей двух реализаций: а) автокорреляционные функции; б) спектральные плотности.

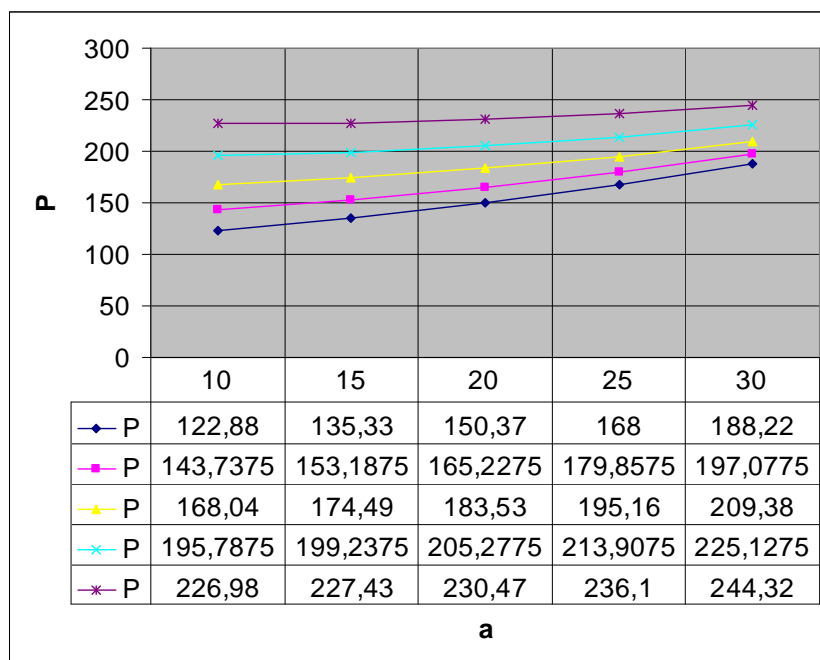


Рисунок 7. Тяговое сопротивление сферических дисков в зависимости от угла атаки α и угла установки β .

Выводы

1. По результатам экспериментов установлено, что процесс взаимодействия сферических дисков дискаторов с почвой можно рассматривать как случайный, стационарный, эргодичный.

2. Статистическая модель влияния углов установки диска (α и β) на тяговое сопротивление может быть представлен как полиномиальное уравнение второго порядка.

Литература

1. Халафян А.А. Statistica 6. Статистический анализ данных / А.А. Халафян. М: Изд-во Бином, 2007. - 512 с.
2. Отнес Р. Прикладной анализ временных рядов / Р. Отнес, Л. Эннсон. М.: Мир, 1982. – 250 с.
3. Боровиков В. Statistica. Искусство анализа данных на компьютере / В. Боровиков. Изд-во Питер, 2003. – 688 с.
4. Буреева Н.Н. Многомерный статистический анализ с использованием ППП STATISTICA / Н.Н. Буреева. Н.Н. НИЖНИЙ Новгород, 2007. – 240 с.
5. Калинина В.Н. Введение в многомерный статистический анализ. Учебное пособие ГУУ/ В.Н. Калинина, В.И. Соловьев. –М: ГУУ, 2003. – 66 с.
6. Баркова Л.Н. Компьютерный практикум в пакете Statistica/ Л.Н. Баркова, С.А. Ткачева. Воронеж: Изд-во ВГУ, 2005. – 51 с.

СТОХАСТИЧНИЙ АНАЛІЗ СИЛ, ЯКІ ДІЮТЬ НА РОБОЧІ ОРГАНИ ДИСКА ТОРА

Кушнар'єв А.С., Бобровний Є.В., Шевченко І.О., Кушнар'єв С.А.

Анотація

Розглянутий алгоритм визначення авто кореляційної функції процесу взаємодії робочих органів сільськогосподарських засобів як випадкового процесу, також описана експериментальна установка.

THE STOCHASTIC ANALYSIS OF FORCES, OPERATING ON DISK WORKING ORGAN

Kushnarev A., Shevchenko I., Bobrovniy E., Kushnarev S.A.

Summary

The algorithm of autocorrelation function calculation of agricultural tools working bodies interaction process as casual process is considered and the experimental installation device is described in this article.