

МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ АНАЛИЗА ДВИЖЕНИЯ ПРИЦЕПНОГО УБОРОЧНОГО АГРЕГАТА С ПЕРЕМЕННОЙ МАССОЙ



Леженкин Александр Николаевич

д.т.н., профессор

Таврический государственный агротехнологический университет,
г. Мелитополь, Украина,

Коломиц Сергей Матвеевич

к.т.н., доцент

Таврический государственный агротехнологический университет,
г. Мелитополь, Украина,

MECHANIC-MATHEMATICAL BASIS FOR THE ANALYSIS OF THE MOVEMENT OF A TRAILED HARVESTER WITH A VARIABLE MASS



Lezhenkin Alexander Nikolaevich

doctor of technical sciences, professor,

Taurian state agrotechnological university,
Melitopol, Ukraine

Kolomits Sergey Matveevich

candidate of technical sciences, associate professor

Taurian state agrotechnological university,
Melitopol, Ukraine

АННОТАЦИЯ

В статье рассматривается анализ движения прицепного уборочного агрегата с переменной массой на основании которого составлено дифференциальное уравнение его движения, решение которого позволило определить скорость движения.

Ключевые слова: дифференциальные уравнения, очесывание растений, переменная масса, прицепной уборочный агрегат, реактивная сила, скорость движения.

ABSTRACT

The article deals with the analysis of the motion of a trailed harvester with a variable mass on the basis of which a differential equation of its motion is compiled, the solution of which made it possible to determine the speed of motion

Key words: differential equations, combing of plants, variable mass, trailed harvesting unit, reactive force, speed of movement.

Актуальность темы. На сегодняшний день основной технологией уборки является комбайновая технология. Однако эта технология имеет ряд недостатков.

К недостаткам сложившейся технологии уборки нужно отнести многократность пробега различных машин – жаток, комбайнов, автомобилей и тракторов по полю. Их масса с каждым новым выпуском растет, а следовательно, увеличивается расход топлива на самопередвижение и разрушительное воздействие на почву их ходовых систем. Кроме этого многолетний опыт использования комбайнов в разнообразных условиях уборки позволил установить такие их недостатки, как низкая производительность на уборке влажных хлебов, зависимость качественных показателей уборки от

погодных условий и большие потери зерна, половы и соломы.

Существующие комбайны – сложные, материальноемкие, дорогостоящие машины. Пропорционально росту пропускной способности выпускаемых комбайнов уменьшается возможность их эффективного использования, что удорожает уборочный процесс.

Комбайновая технология не создает необходимых условий для повышения культуры земледелия.

Все эти недостатки вызвали необходимость разработки альтернативных технологий уборки зерновых. Наиболее эффективной из них, на наш взгляд, является технология уборки методом очесывания растений на корню. При этом

приоритетным направлением является разработка стационарной технологии [1, 2].

В этом варианте уборки в поле убирается зерновая часть урожая, а на стационаре идет доработка очесанного вороха. Для сбора

уборочная машина с рабочими органами очесывающего типа [3]. Уборочная машина агрегатируется трактором МТЗ-80, а сзади прицепляется прицеп для сбора очесанного вороха (рис. 1).



очесанного вороха разработана прицепная

Рис. 1. Общий вид прицепного уборочного агрегата

При движении машины по полю очесывающее устройство очесывает растения. Воздушный поток, создаваемый очесывающими барабанами, направляет ворох в приемную камеру. Оттуда он скребковым транспортером подается в пневмотранспортер и под воздействием воздушного потока, созданного центробежным вентилятором, транспортируется в тележку. С течением времени масса тележки увеличивается, т.е. она является телом с переменной массой. Следовательно, весь уборочный агрегат имеет переменную массу. Движение агрегатов такого класса на сегодняшний день мало изучено. Поэтому обоснование режимов движения уборочного агрегата с учетом переменности его массы является актуальным.

Анализ последних исследований. Теоретические основы устойчивости движения заложены Ляпуновым А.М. в работе [4]. Применительно к условиям сельскохозяйственного производства устойчивость движения агрегата рассмотрена Василенко П.М. в работе [5], а так же Гачевым Л.В. в [6, 7]. Динамика и устойчивость движения прицепного зерноуборочного агрегата приведена в [8, 9]. Критическая скорость движения прицепного зерноуборочного агрегата обоснована в работе [10]. Однако в этой работе не учитывается изменчивость массы агрегата. Основы динамики тел переменной массы заложены Мещерским И.В. [11], однако применительно к сельскохозяйственным агрегатам необходимы дополнительные исследования.

Основная часть. Рассмотрим, предложенное Мещерским И.В. [11], дифференциальное уравнение движения тела переменной массы

$$m \cdot \frac{d\bar{V}}{dt} = \bar{F} + \bar{\Phi}, \quad (1)$$

где m – масса точки;

\bar{V} – скорость движения точки;

\bar{F} – главный вектор сил приложенных к точке;

$\bar{\Phi}$ – реактивная сила, которая появляется за счет переменности масс.

Реактивная сила $\bar{\Phi}$ определяется из уравнения [11]

$$\bar{\Phi} = \frac{dm}{dt} \cdot (\bar{u} - \bar{V}), \quad (2)$$

где $\frac{dm}{dt}$ – секундная подача присоединяющихся частиц;

\bar{u} – скорость движения присоединяющихся частиц.

Уборочный агрегат можно рассматривать как механическую систему с переменной массой. Применим теорему о движении центра масс механической системы с переменной массой [11]

$$m \frac{d\bar{V}_s}{dt} = \bar{F} + \bar{\Phi} + m \frac{d\bar{V}_{Som}}{dt} + m \frac{d\bar{V}_{Imp}}{dt}, \quad (3)$$

где $\bar{F} = \sum_{k=1}^n F_k$ – главный вектор внешних активных сил;

$\bar{\Phi} = \sum_{k=1}^n \bar{\Phi}_k$ – главный вектор реактивных сил, связанных с присоединением частиц;

$\frac{d\bar{V}_{Som}}{dt}$ – относительное ускорение центра масс;

$$\frac{d \cdot \bar{V}_{\text{кор}}}{dt} - \text{кориолисово ускорение центра масс.}$$

Главный вектор внешних активных сил равен сумме сил сопротивления перекатыванию, движений силы трактора и силы сопротивления очесыванию растений.

Рассмотрим более подробно эти силы.

На передние колеса трактора действуют силы сопротивления перекатыванию \bar{S}_{A_1} и \bar{S}_{A_2} , их можно заменить главным вектором сил сопротивления передних колес, который равен $\bar{S}_A = \bar{S}_{A_1} + \bar{S}_{A_2}$ (рис. 2) [12]. На задние колеса трактора действуют силы сопротивления перекатыванию задних колес \bar{S}_{B_1} и \bar{S}_{B_2} . Эти силы заменим главным вектором сил сопротивления перекатыванию задних колес $\bar{S}_B = \bar{S}_{B_1} + \bar{S}_{B_2}$. Общее сопротивление перекатыванию передних и задних колес трактора будет равно $\bar{S}_T = \bar{S}_A + \bar{S}_B$. Силы сопротивления перекатыванию уборочной машины равны \bar{S}_{L_1} и \bar{S}_{L_2} , заменим их главным вектором сил сопротивления перекатыванию $\bar{S}_L = \bar{S}_{L_1} + \bar{S}_{L_2}$ (рис. 2).

На передние колеса тележки действуют силы сопротивления перекатыванию \bar{S}_{N_1} и \bar{S}_{N_2} , главный вектор которых $\bar{S}_N = \bar{S}_{N_1} + \bar{S}_{N_2}$, а на задние колеса – \bar{S}_{K_1} и \bar{S}_{K_2} при этом главный

где $\frac{dm}{dt}$ – секундная подача, кг/с,

вектор сил сопротивления перекатыванию задних колес $\bar{S}_K = \bar{S}_{K_1} + \bar{S}_{K_2}$.

Главный вектор сил перемещения прицепа будет равен $\bar{S}_n = \bar{S}_N + \bar{S}_K$.

При очесывании растений возникают силы сопротивления их очесыванию, главный вектор которых будет равен \bar{R}_o (рис. 2).

Для исследования движения уборочного агрегата примем следующие допущения:

- технологический процесс уборочного агрегата осуществляется при прямолинейном движении центра масс трактора;
- возможные изменения положения центра масс не учитываются;
- действием сил инерции при возможном относительном движении очесанного вороха внутри агрегата пренебрегаем;
- силами упругости шин, вызывающими их поперечный свинг пренебрегаем.

С учетом сделанных допущений получаем, что кориолисово ускорение центра масс $\frac{d \cdot \bar{V}_{\text{кор}}}{dt} = 0$ и относительное ускорение центра масс $\frac{d \cdot \bar{V}_{\text{отн}}}{dt} = 0$, вследствие прямолинейности движения центра масс агрегата. Далее, главный вектор сил инерции относительного движения – частиц вороха с относительным ускорением \bar{a} , также равняется нулю ввиду сделанного допущения о пренебрежении действием сил инерции, тогда

$$m \frac{d\bar{V}}{dt} = \bar{F} + \frac{dm}{dt} (\bar{u} - \bar{V}), \quad (4)$$

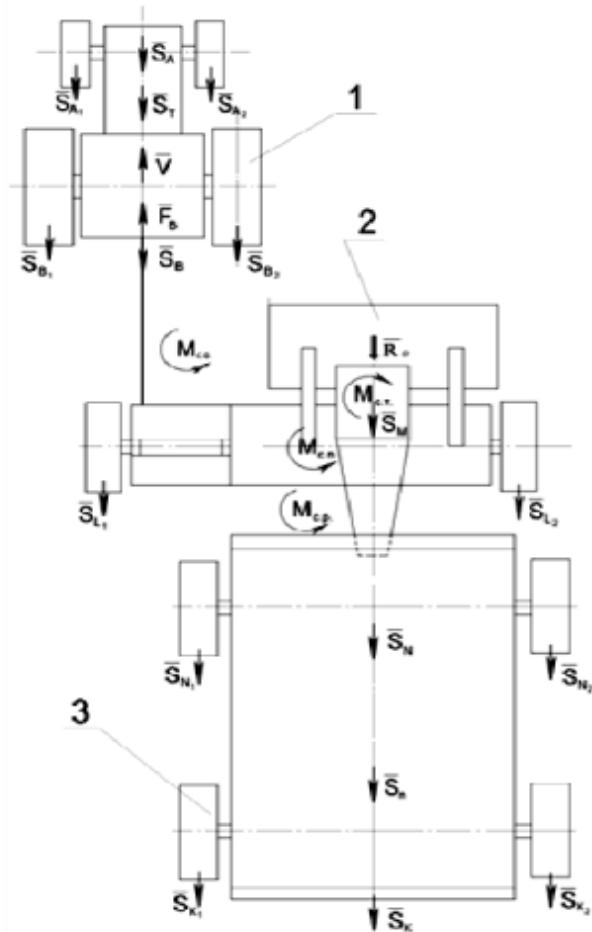


Рис. 2. Схема активных сил, действующих на уборочный агрегат

$$\frac{dm}{dt} = B \cdot \bar{V} \cdot Q \cdot k \quad (5)$$

k – коэффициент, учитывающий содержание соломы в ворохе;

Q – урожайность зерна, кг/м².

Подставим (5) в (4), получаем

$$m \frac{dV}{dt} = F + B \cdot V \cdot Q \cdot k u - B Q V^2 k. \quad (6)$$

где V – скорость движения уборочного агрегата, м/с;

F – главный вектор сил, приложенных к уборочному агрегату, Н;

u – ширина захвата очесывающего устройства, м;

Q – урожайность зерна, кг/м²;

k – коэффициент, учитывающий содержание соломы в ворохе;

u – скорость движения присоединяющихся частиц, м/с².

Анализ полученного уравнения дает возможность определить максимально допустимую скорость движения агрегата при изменяющейся массе транспортного средства.

Для чего решим дифференциальное уравнение (6).

Разделим левую и правую часть уравнения (6) на m

$$\frac{dV}{dt} = \frac{1}{m} F + \frac{1}{m} \cdot B \cdot V \cdot Q \cdot k \cdot u - B \cdot Q \cdot V^2 \cdot k \quad (7)$$

Для упрощения уравнения (2) введем обозначения

$$\begin{aligned} b &= B \cdot Q \cdot k \\ a &= F \end{aligned} \quad (8)$$

Подставляем в уравнение (7) выражения (8)

$$\frac{dV}{dt} = -bV^2 + b \cdot u \cdot V + a \quad (9)$$

Решим дифференциальное уравнение (9) для чего используем рекомендации [13].

Выполним алгебраические преобразования в правой части уравнения (9)

$$\frac{dV}{dt} = - (bV^2 - b \cdot u \cdot V - a) \quad (10)$$

Разделим переменные, для чего умножим левую и правую части уравнения (10) на dt

$$dV = - (bV^2 - b \cdot u \cdot V - a) \cdot dt \quad (11)$$

Разделим левую и правую части уравнения (11) на $(bV^2 - b \cdot u \cdot V - a)$.

$$\frac{dV}{bV^2 - b \cdot u \cdot V - a} = -dt \quad (12)$$

Пронтегрируем левую и правую части уравнения (12)

$$\int \frac{dV}{bV^2 - b \cdot u \cdot V - a} = -dt \quad (13)$$

В результате получим выражение

$$= -t + c \quad (14)$$

Для интегрирования левой части уравнения (14) выполним в ней алгебраические преобразования

$$= -t + c \quad (15)$$

$$= -t + c \quad (16)$$

$$= -t + c \quad (17)$$

Возьмем интеграл от левой части выражения (17) [14]

$$= -t + c \quad (18)$$

$$\ln \left| \frac{V - \frac{u}{2} - \sqrt{\frac{u^2 \cdot b + 4a}{4b}}}{V - \frac{u}{2} + \sqrt{\frac{u^2 \cdot b + 4a}{4b}}} \right| = (c - t) \cdot 2b \quad (19)$$

Потенцируем левую и правую части выражения (19)

$$\frac{V - \frac{u}{2} - \sqrt{\frac{u^2 \cdot b + 4a}{4b}}}{V - \frac{u}{2} + \sqrt{\frac{u^2 \cdot b + 4a}{4b}}} = e^{\frac{2b}{4b}(c-t)} \quad (20)$$

С целью упрощения выражения (20) введем следующие обозначения

$$n = -\frac{u}{2} - \sqrt{\frac{u^2 \cdot b + 4a}{4b}}$$

$$\begin{aligned} l &= 2b \sqrt{\frac{u^2 \cdot b + 4a}{4b}} \\ f &= -\frac{u}{2} + \sqrt{\frac{u^2 \cdot b + 4a}{4b}} \end{aligned} \quad (21)$$

С учетом обозначений (21) уравнение (20) принимает вид

$$\frac{V + n}{V + f} = e^{l(c-t)} \quad (22)$$

Умножим левую и правую часть уравнения (22) на $(V + f)$

$$V + n = (V + f) \cdot e^{l(c-t)} \quad (23)$$

В правой части уравнения (23) раскрываем скобки

$$V + n = V \cdot e^{l(c-t)} + f \cdot e^{l(c-t)} \quad (24)$$

Выполним алгебраические преобразования выражения (24) и в результате определим скорость движения

$$V \cdot (1 - e^{l(c-t)}) = f \cdot e^{l(c-t)} - n \\ V \cdot \frac{f \cdot e^{l(c-t)} - n}{1 - e^{l(c-t)}} \quad (25)$$

Находим постоянную интегрирования с, для чего используем начальные условия

$$\begin{aligned} t_0 &= 0, V = V_0 \\ \mathbf{f} \cdot e^{l(c-t)} - n &= V_0 \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} V_0 &= \frac{1}{1 - e^{l(c-t)}} \\ V_0 &= (1 - e^{lc}) - f \cdot e^{lc} - n \\ V_0 - V_0 \cdot e^{lc} &= f \cdot e^{lc} - n \\ V_0 \cdot n &= V_0 \cdot e^{lc} + f \cdot e^{lc} \\ e^{lc} (V_0 + f) &= V_0 + n \\ \frac{V_0 + n}{e^{lc}} &= \frac{V_0 + f}{V_0 + n} \\ e^{lc} &= \frac{V_0 + f}{V_0 + n} \\ \ln e^{lc} &= \ln \frac{V_0 + f}{V_0 + n} \\ V_0 + n &= \ln \frac{V_0 + f}{V_0 + n} \\ l \cdot c &= \ln \frac{V_0 + f}{V_0 + n} \\ \frac{V_0 + n}{V_0 + f} &= c = \ln \frac{V_0 + f}{V_0 + n} \end{aligned} \quad (27)$$

В результате решения дифференциального уравнения (6) получаем выражение скорости движения

$$V = \frac{\mathbf{f} \cdot e^{l(c-t)} - n}{1 - e^{l(c-t)}} \quad (28)$$

где

$$\begin{aligned} u &- \sqrt{\frac{u^2 \cdot b + 4a}{4b}} \\ f &= -\sqrt{\frac{u^2 \cdot b + 4a}{4b}} \\ b &= B \cdot Q \cdot k \end{aligned}$$

$$a = \frac{u}{2} + \sqrt{\frac{u^2 \cdot b + 4a}{4b}}$$

$$l = 2b \cdot F$$

При $t_0 = 0$, $V = V_0$

Выводы

$c =$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Леженкин А.Н. Перспективная технология уборки зерновых для фермерских и крестьянских хозяйств юга Украины / А.Н. Леженкин //Актуальные проблемы инженерного обеспечения АПК: междунар. науч. конф. – Ярославль, 2003. – С. 28-29.
2. Леженкин А.Н. Уборка зерновых методом очеса / А.Н. Леженкин // Сел. механизатор. – 2004. – №11. – С. 27.
3. Леженкин А.Н. Машин с очесывающим устройством / А.Н. Леженкин // Сел. механизатор. – 2004. – №12. – С. 2.
4. Лищуков А.М. Общий задача об устойчивости движения / А.М. Лищуков. – М.: Гостехиздат, 1950. – 479 с.
5. Василенко П.М. Элементы теории устойчивости движения принципиальных сельскохозяйственных машин и орудий / П.М. Василенко // Сборник трудов по земледельческой механике. – М., 1954. – С. 73-92.
6. Гачев Л.В. Устойчивость движения сельскохозяйственных машин и агрегатов / Л.В. Гачев. – М.: Машиностроение, 1981. – 206 с.
7. Гачев Л.В. Динамика машино-тракторных и автомобилевых агрегатов / Л.В. Гачев. – Ростов-на-Дону: РГУ, 1976. – 192 с.
8. Леженкин А.Н. Динамика очесывающего агрегата при уборке зерновых культур / А.Н. Леженкин // Механиз. и электриф. сел. х-ва. – 2004. – №12. – С. 24-25.
9. Леженкин О.М. Стойкість руху причіпного збирального агрегату очесуючого типу / О.М. Леженкин // Проб. ТДАТА. – Мелітополь, 2005. – Вип. 33. – С. 26-46.
10. Леженкин А.Н. К обоснованию максимальной критической скорости движения причепного зернуборочного агрегата очесывающего типа / А.Н. Леженкин // Механизация и электриф. сел. х-ва. – 2006. – №11. – С. 29-32.
11. Мешерский И.В. Работы по механике тел переменной массы / И.В. Мешерский. – М.-Л: Изд. технико-теоретической литературы, 1949. – 275 с.
12. Леженкин А.Н. Методика расчета энергетических показателей уборочного агрегата для фермерских и крестьянских хозяйств / А.Н. Леженкин, С.М. Григоренко // Конструирование, виробництво та експлуатація с.-г. машин. Завданнями: міжідомч. науково-техніч. зб. – Кіровоград, 2004. – Вип. 34. – С. 167-174.
13. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям / Э. Камке; пер. с нем. – М.: Изд. физико-математической литературы, 1961. – 703 с.
14. Выгодский М. Я. Справочник по высшей математике / М. Я. Выгодский. – М.: Наука, 1973. – 870 с.