

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ТАВРІЙСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ АГРОТЕХНОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ДМИТРА МОТОРНОГО**

**МАЦУЛЕВИЧ О. Є.
АНТОНОВА Г. В.
СУПРУН М. В.**

ІНЖЕНЕРНА МЕХАНІКА

Навчальний посібник

**ЗАПОРІЖЖЯ
2025**

УДК 531(075.8)
МЗ6

*Рекомендовано Вченою радою
Таврійського державного агротехнологічного університету
імені Дмитра Моторного
(Протокол № 11 від 30 червня 2025 р.)*

Рецензенти:

Братішко В. В., доктор технічних наук, професор, декан механіко-технологічного факультету Національного університету біоресурсів і природокористування України

Єрошенко А. М., кандидат технічних наук, доцент, завідувач кафедри «Технологія машинобудування та деревообробки» Національного університету «Чернігівська політехніка».

Чижиков І. О., кандидат технічних наук, доцент кафедри «Мехатронні системи тракторів та сільськогосподарських машин» Таврійського державного агротехнологічного університету імені Дмитра Моторного.

Мацулевич О. Є.

МЗ6 Інженерна механіка: навч. посібник для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти зі спеціальності G3 «Електрична інженерія» / О. Є Мацулевич, Г. В. Антонова, М. В. Супрун; ТДАТУ. - Запоріжжя, 2025. 219 с.

ISBN

В даний час розрив між обсягом та змістом навчальної літератури з одного боку, і лекційних курсів з іншого досягнув такої величини, що використання студентами солідних підручників на базі вкорочених лекцій стало майже неможливим. У цих умовах найбільш доцільним є видання та використання навчальної літератури, що відображає лише програмні питання.

Відповідно до робочої програми дисципліни матеріал навчального посібника теоретично послідовно поділений на 10 лекційних блоків, що дозволяє студентам спеціальності G3 «Електрична інженерія» легко в ньому орієнтуватися і регулярно опрацьовувати потрібні лекції протягом семестру. Навчальний посібник з інженерної механіки буде корисним для самостійної роботи при здобутті вищої освіти за очною та заочною формами навчання, допоможе систематизувати отримані раніше знання та успішно скласти іспит з дисципліни «Інженерна механіка».

ISBN

УДК 531(075.8)

© Мацулевич О.Є., Антонова Г.В., Супрун М.В.

© Таврійський державний агротехнологічний
Університет імені Дмитра Моторного, 2025

ЗМІСТ

ВСТУП	5
МОДУЛЬ 1. СТАТИЧНА ВЗАЄМОДІЯ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ.....	6
ТЕМА 1. ПЛОСКА СИСТЕМА СИЛ, ЩО СХОДЯТЬСЯ. РОЗРАХУНОК ФЕРМ	6
1.1 Основні положення статyki	6
1.2 Система сил, що сходяться	14
1.3 Теорія пар сил.....	18
1.4 Плоска система довільно розташованих сил	22
1.5 Загальні відомості про ферми.....	25
1.6 Розрахунок плоскої ферми аналітичним та графічним методом. Метод Ріттера	30
ТЕМА 2 КІНЕМАТИКА	40
2.1 Введення в кінематику	40
2.2 Способи завдання руху точки.....	41
2.3 Швидкість точки	44
2.4 Прискорення точки	46
2.5 Кінематика твердого тіла. Найпростіші рухи твердого тіла	55
2.6 Кінематичні характеристики тіла, що обертається	60
ТЕМА 3. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ МІЦНІСНОЇ НАДІЙНОСТІ ТИПОВИХ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ	64
3.1 Загальні поняття.....	64
3.2 Поздовжні сили та напруження в поперечних перерізах стрижнів. Пружні деформації.....	68
3.3 Розрахунок на міцність.....	69
3.4 Розрахунок провідів на міцність	71
ТЕМА 4. МЕХАНІЧНІ ВИПРОБУВАННЯ МЕТАЛІВ	75
4.1 Основні поняття	75
4.2 Види та методи випробувань	75
4.3 Випробування на розтяг	77
4.4 Визначення характеристик міцності	78
4.5 Визначення характеристик пластичності	80
4.6 Випробувальні машини	82
ТЕМА 5 НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНІЙ СТАН ПІД ЧАС ПРЯМОГО ПОПЕРЕЧНОГО ЗГИНУ	94
5.1 Загальні відомості	94
5.2 Епюри поперечних сил і згинальних моментів. Загальні положення	97
5.3 Розрахунок балок на міцність і жорсткість.....	101
5.4 Переміщення під час згину. Розрахунок балок на жорсткість.....	103
МОДУЛЬ 2. ОСНОВИ РОЗРАХУНКУ ТА ПРОЄКТУВАННЯ МЕХАНІЗМІВ	105

ТЕМА 6. ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ ПРО ПЕРЕДАЧІ. КЛАСИФІКАЦІЯ ПЕРЕДАЧ.....	105
6.1 Загальні вимоги до машин	105
6.2 Основні поняття і показники надійності	107
6.3 Типові групи передач	112
6.4 Передачі обертального руху	114
6.5 Умовні позначення в графічних схемах	128
ТЕМА 7. МЕХАНІЧНІ ПЕРЕДАЧІ. ОСНОВНІ КІНЕМАТИЧНІ ТА СИЛОВІ ВІДНОШЕННЯ В ПЕРЕДАЧАХ.....	131
7.1 Загальні відомості	131
7.2 Класифікація механічних передач	134
7.3 Основні характеристики передач	140
ТЕМА 8. ЦИЛІНДРИЧНІ ЗУБЧАСТІ ПЕРЕДАЧІ. ПАСОВІ ПЕРЕДАЧІ	148
8.1 Загальні відомості і класифікація зубчастих передач. Параметри евольвентного зачеплення.....	148
8.2 Матеріали зубчастих коліс. Методи виготовлення зубчастих коліс, їх конструкції та матеріали заготовок	160
8.3 Передачі прямозубими циліндричними колесами. Загальні відомості про передачу.....	163
8.4 Геометричні параметри передач. Сили в зачепленні прямозубих коліс	163
8.5 Косозубі циліндричні передачі.....	167
8.6 Пасові передачі. Загальна характеристика.....	172
8.7 Сили та напруження у вітках пасової передачі	179
ТЕМА 9. ВАЛИ ТА ОСІ.....	183
9.1 Загальні відомості	183
9.2 Класифікація валів і осей. Основні конструктивні елементи валів. Матеріали валів та осей.....	184
9.3 Розрахунки валів і осей	189
ТЕМА 10. ОПОРИ ВАЛІВ	197
10.1 Загальні відомості і класифікація.....	197
10.2 Підшипники ковзання. Загальні відомості. Класифікація. Матеріали підшипників ковзання	199
10.3 Підшипники кочення. Система умовних позначень підшипників кочення. Характеристика підшипників кочення. Вибір підшипників кочення.....	203
10.4 Розрахунки підшипників кочення.....	212
СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ	219

ВСТУП

Розпочинаючи вивчення нової навчальної дисципліни, корисно відповісти на запитання: що вона вивчає, який метод дослідження застосовує, а також яке місце посідає в системі природознавства та освіти серед інших наук і дисциплін.

У природі, що оточує нас, усі матеріальні тіла взаємодіють одне з одним. Характер цієї взаємодії може проявлятися по-різному. Наприклад, у передачі якоїсь кількості теплоти або електрики тощо. У механіці вивчають тільки механічні взаємодії, тобто такі взаємодії, у результаті яких відбувається зміна руху тіл або зміна їхньої форми (деформація).

Основне завдання курсу інженерної механіки – вивчення загальних закономірностей механічного руху і рівноваги матеріальних тіл, проведення інженерних розрахунків з теоретичної механіки, механіки матеріалів та конструкцій; складання розрахункових схем і застосування відповідних алгоритмів рішень. Оскільки механічний рух ми постійно й усюди спостерігаємо і в природі, і в техніці, то зрозуміла та роль для сучасного природознавства й техніки, яку відіграє теоретична механіка. Уся історія розвитку цієї науки відображає її взаємний зв'язок із проблемами техніки. Своєю чергою, великий вплив на розвиток різних галузей техніки чинить інженерна механіка, чим і пояснюється її важливе значення в підготовці інженерних кадрів, покликаних творчо опрацьовувати нові дослідні дані, опановувати інноваційні галузі науки та техніки, на основі міцних теоретичних знань створювати новітні прилади та машини, що забезпечують швидкі темпи зростання продуктивності праці.

Інженерна механіка є однією з найважливіших дисциплін, що вивчаються у вищій технічній школі; її закони та висновки широко застосовуються в низці інших дисциплін для розв'язання найрізноманітніших і складних технічних завдань; усі технічні розрахунки під час побудови різних споруд, проектування машин, вивчення польотів снарядів, ракет, штучних супутників тощо засновані на її законах. Значення теоретичної механіки полягає не тільки в тому, що вона є науковою базою багатьох галузей сучасної техніки, а й у тому, що її закони і методи дають змогу вивчити й пояснити низку важливих явищ у навколишньому світі, сприяють подальшому зростанню і розвитку природознавства загалом, а також виробленню правильного світогляду.

МОДУЛЬ 1. СТАТИЧНА ВЗАЄМОДІЯ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ

ТЕМА 1. ПЛОСКА СИСТЕМА СИЛ, ЩО СХОДЯТЬСЯ. РОЗРАХУНОК ФЕРМ

План

- 1.1 Основні положення статyki
- 1.2 Система сил, що сходяться
- 1.3 Теорія пар сил
- 1.4 Плоска система довільно розташованих сил
- 1.5 Загальні відомості про ферми
- 1.6 Розрахунок плоскої ферми аналітичним та графічним методом.

Метод Ріттера

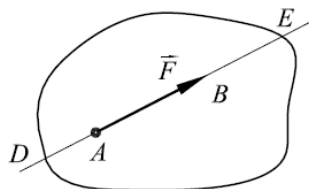
1.1 Основні положення статyki

Основні поняття статyki

Перш ніж перейти до розгляду *аксіом статyki*, пояснимо основні поняття, з якими ми там зустрінемося [2, 5].

Статика – це розділ теоретичної механіки, що вивчає умови рівноваги систем сил і методи заміни цих систем еквівалентними.

Сила - векторна величина, що характеризує вплив на тіло іншого матеріального об'єкта. Сила визначається трьома чинниками:



- точкою прикладання A ,
- лінією дії або напрямком DE ,
- модулем або величиною.

Системою називається сукупність сил, прикладених до одного твердого тіла.

Еквівалентними називаються системи сил, що чинять на тіло однаковий вплив.

Умову еквівалентності систем сил записуватимемо у вигляді:

$$(\vec{P}_1, \vec{P}_2, \dots, \vec{P}_m) \sim (\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n)$$

Рівнодіючою називається сила, еквівалентна системі сил:

$$(\vec{R}) \sim (\vec{P}_1, \vec{P}_2, \dots, \vec{P}_n)$$

Врівноваженою називається система сил, рівнодійна якої існує і дорівнює нулю:

$$(\vec{P}_1, \vec{P}_2, \dots, \vec{P}_n) \sim 0$$

Врівноважувальною називається сила, що дорівнює і протилежна за напрямком рівнодійній.

Усі тіла в механіці поділяють на **вільні** та **невільні**.

Вільне тіло може переміщатися в просторі в будь-якому напрямку.

Невільним називається тіло, переміщення якого обмежені накладеними на нього в'язями, тобто іншими тілами, що обмежують свободу переміщень першого тіла.

Усі сили в механіці поділяються на **активні** та **реакції в'язей** або **реактивні**.

Останні можуть з'являтися тільки у відповідь на дію активних сил.

Зазначимо, що реакція в'язі спрямована в бік, протилежний тому напрямку, куди тіло не може переміщатися внаслідок накладеного на нього зв'язку.

Примітки:

Відповідно до наведеного визначення сила є точковим вектором на відміну від векторів у математиці, де вектори є вільними.

Поняття «лінія дії» і «напрямок» близькі, але не тотожні. Очевидно, що за лінією дії можна визначити напрямок з точністю до протилежного. Аналогічно пов'язані поняття «модуль» і «величина» для вектора.

Розв'язання задач статки можливе лише після того, як добре вивчені **аксіоми статки**.

Аксіоми статки

Систему аксіом статки, про яку ми вже згадували, було сформульовано І. Ньютоном у 1687 р. в його праці «Математичні основи натуральної філософії». Частина цих аксіом відома зі шкільного курсу фізики як закони Ньютона, хоча перший із них - закон інерції - був сформульований ще Г.Галілеєм [7].

1 Аксіома інерції. Під дією врівноваженої системи сил тіло рухається прямолінійно й рівномірно або перебуває в стані спокою.

2 Аксіома рівноваги системи двох сил. Система двох сил урівноважена в тому і тільки в тому випадку, якщо ці сили:

- діють по одній прямій, що з'єднує точки їхнього прикладання;
- рівні за модулем;
- спрямовані в протилежні боки (рисунок 1.1).

Зазначимо, зокрема, що з умови $(\vec{P}_1, \vec{P}_2) \sim 0$ випливає, що $\vec{P}_1 = -\vec{P}_2$

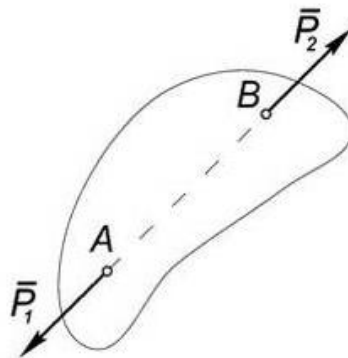


Рисунок 1.1 – Аксіома рівноваги

3 Аксиома приєднання або виключення рівноваженої системи сил. Дія системи сил на тіло не зміниться, якщо до неї приєднати (виключити з неї) рівноважену систему сил.

Наслідком цієї аксиоми є наступна

Теорема 1. Дія сили на тверде тіло не зміниться, якщо цю силу перенести вздовж лінії дії в будь-яку точку цього тіла.

Формулювання теореми означає, що сила $\vec{P}$ прикладена в точці А твердого тіла, еквівалентна силі $\vec{P}'$ прикладеній у точці В того самого тіла, що лежить на лінії дії сили $\vec{P}$. При цьому вектор $\vec{P}$ дорівнює вектору $\vec{P}'$, тобто $\vec{P} = \vec{P}'$ (рисунок 1.2 а,в).

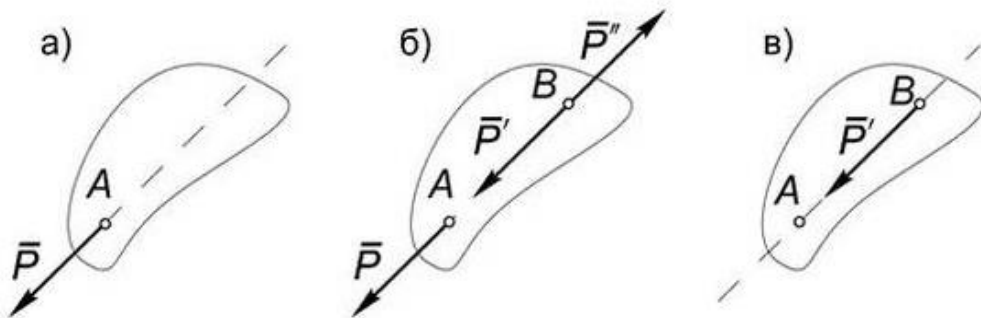


Рисунок 1.2 – Аксиома приєднання

Для доказу приєднаємо до системи, що складається з єдиної сили $\vec{P}$, рівноважену систему сил, прикладених у точці В: $\vec{P}', \vec{P}'' \sim 0$, вибравши $\vec{P}', = \vec{P} = -\vec{P}''$ (рисунок.1.2б).

Тоді через **аксиоми 2 і 3**:

$$(\vec{P}) \sim (\vec{P}, (\vec{P}', \vec{P}'')) \sim ((\vec{P}, \vec{P}''), \vec{P}') \sim (\vec{P}')$$

оскільки сили $(\vec{P}', \vec{P}'')$ також утворюють урівноважену систему.

Теорему доведено.

4 Аксиома паралелограма. Рівнодіюча двох сил, що перетинаються, прикладена в точці перетину їхніх ліній дії й зображується діагоналлю паралелограма, побудованого на цих силах як на сторонах.

Зазначимо, що математично розглянута процедура визначення рівнодіючої відповідає знаходженню суми векторів (рисунок 1.3):

Для визначення модуля рівнодіючої зведемо останній вираз у квадрат:

$$|\vec{R}|^2 = R^2 = (\vec{P}_1^2 + \vec{P}_2^2) = P_1^2 + P_2^2 + 2(\vec{P}_1 \cdot \vec{P}_2) = P_1^2 + P_2^2 + 2P_1P_2 \cdot \cos(\vec{P}_1 \cdot \vec{P}_2)$$

звідки отримаємо шуканий вираз:

$$R = \sqrt{P_1^2 + P_2^2 + 2P_1P_2 \cdot \cos(\alpha)}$$

де α кут між векторами $\vec{P}_1$ та $\vec{P}_2$.

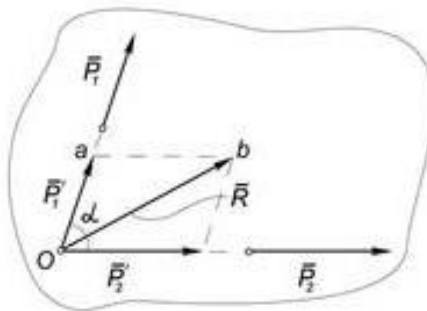


Рисунок 1.3 – Аксиома паралелограма

Побудову паралелограма можна, очевидно, замінити побудовою *силового трикутника* Oab .

5. Аксиома дії та протидії. Два тіла взаємодіють із силами $\vec{P}_1$ та $\vec{P}_2$, рівними за величиною і протилежними за напрямком:

$$\vec{P}_1 = -\vec{P}_2$$

Зазначимо, що ці сили на відміну від сил, про які йдеться в *аксіомі 2*, системи не утворюють, оскільки прикладені до різних тіл.

6. Аксиома затвердіння. Рівновага деформованого тіла не порушиться, якщо його вважати абсолютно твердим.

Ця аксіома дає змогу розглядати рівновагу не тільки абсолютно твердих, а й деформованих тіл і навіть рідини. Наприклад - у гідростатиці.

7. Аксиома звільнення від в'язей. Невільне тіло можна вважати вільним, якщо разом з активними силами докласти до нього реакції відкинутих в'язей.

Зазначимо, що в усіх попередніх аксіомах розглядалися вільні тіла. Відповідно для вільних тіл згодом будуть отримані умови рівноваги і теореми статки. Водночас усі конструкції та споруди, що оточують нас, являють собою приклади тіл невольних. Звідси зрозуміла значущість останньої аксіоми, яка дає змогу від невольних тіл переходити до вільних, а також необхідність уміння визначати реакції цих в'язей.

Примітки:

Аксиома 1 справедлива тільки для окремого випадку твердого тіла – матеріальної точки.

На підставі наслідку з аксіоми 3 сила в ІМ є не точковим, а ковзним вектором, тому на практиці точка твердого тіла, до якого прикладена сила, може збігатися як з початком, так і з кінцем цього вектора.

За допомогою аксіоми 4 можна виконати і зворотну операцію: розкласти силу на дві складові за двома заздалегідь обраними напрямками.

Аксиоми статки – це основні положення, на яких заснована теорія рівноваги. Вони встановлюють основні властивості сил, прикладених до тіла.

Особливу увагу слід звернути на аксіому про рівність сил дії та протидії. Ця аксіома розглядає взаємодію двох сил. Сила дії прикладена до одного тіла, а сила протидії – до іншого, тому вони не можуть урівноважуватися, оскільки ефект дії сил різний для кожного тіла. На підставі аксіоми про рівність дії та протидії опори тіл або, як кажуть, їхні в'язі, можна замінити силами. Одним із найважливіших завдань при цьому є вміння правильно визначити напрям сили реакції опори. Для цього потрібно уважно розібратися в будові тієї чи іншої опори та схематично зобразити опорні поверхні.

Найпростіші типи в'язей [2, 5, 7]

Гнучка нерозтяжна нитка (трос, канат, ланцюг, ремінь).

Реакція $\vec{R}_A$ і $\vec{R}_B$ спрямовані вздовж нитки до точки підвісу (рисунок 1.1).

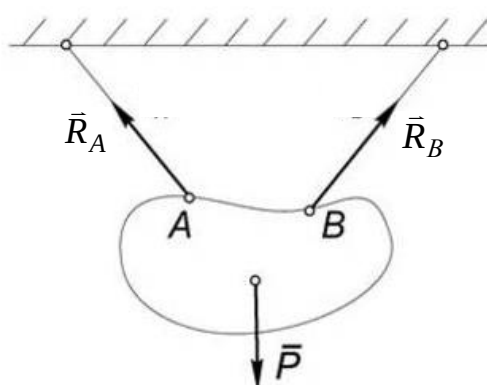


Рисунок 1.1 – Гнучка нерозтяжна нитка

Невагомий жорсткий стержень. Невагомим називається стержень, масою якого можна знехтувати. В'язь здійснюється за допомогою жорсткого стержня, кінці якого закріплені шарнірно, наприклад, як стрижні A і B на рисунку 1.2. Реакції $\vec{R}_A$ і $\vec{R}_B$ спрямовані вздовж прямої, що з'єднує центри шарнірів.

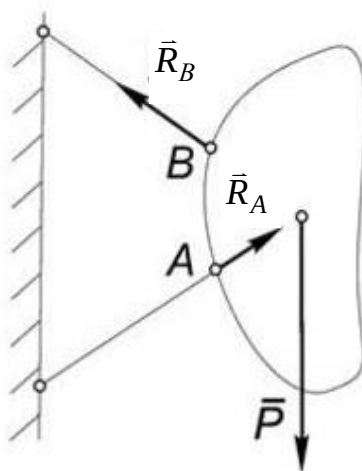


Рисунок 1.2 – Невагомий жорсткий стержень

Гладка поверхня. Поверхні називають гладкими, якщо силами тертя, що виникають у точках їхнього контакту, можна знехтувати. Реакція R

гладкої поверхні або опори спрямована за загальною нормаллю до поверхонь тіл у точці їхнього торкання і прикладена в тій самій точці (рисунок 1.3 а,б).

Якщо одна з поверхонь, що дотикаються, є точкою, має загострення або ребро, то реакція $\vec{R}_A$ або $\vec{R}_B$ спрямована за нормаллю до іншої поверхні (рисунок 1.3 в).

Отже, щодо цього типу зв'язку можна зробити такий висновок: *реакція ідеально гладкої поверхні прикладена в точці торкання і спрямована за нормаллю до поверхні тіла або зв'язку.*

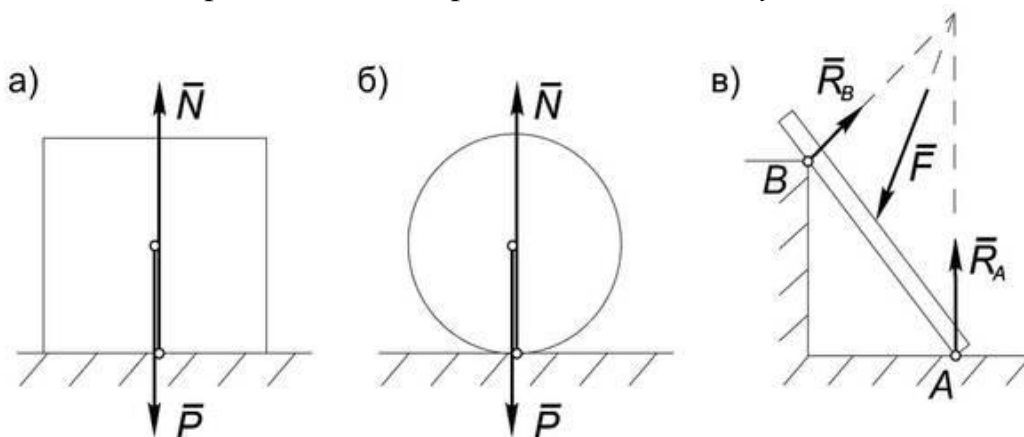


Рисунок 1.3 – Гладка поверхня

Шорстка поверхня (рисунок 1.4).

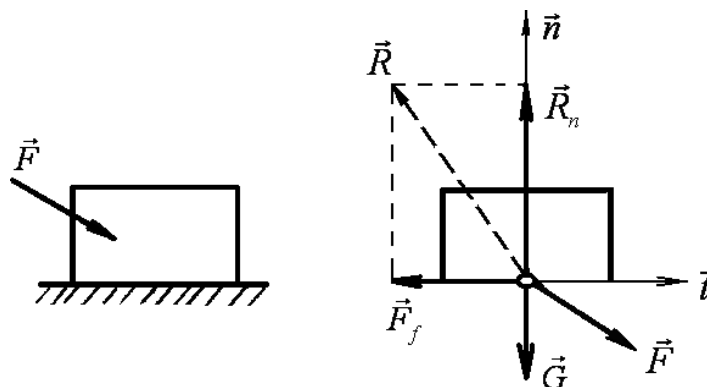


Рисунок 1.4 - Нормальна реакція $\vec{R}_n$ шорсткої поверхні та сила тертя $\vec{F}_f$

Напрямок реакції $\vec{R}$ такої в'язі заздалегідь невідомий, тому зазвичай визначають дві її складові: нормальну реакцію $\vec{R}_n$ і дотичну - силу тертя $\vec{R}_f$:

$$\vec{R} = \vec{R}_n + \vec{F}_f.$$

Сила тертя діє в площині, дотичній до поверхонь, що стикаються у точці їхнього контакту, і спрямована в бік, протилежний тому, куди

активні сили прагнуть зрушити тіло. Сила тертя може набувати будь-яких значень від нуля до максимального значення, яке досягається в момент виходу тіла з положення рівноваги:

$$0 \leq F_f \leq F_{f \max}.$$

Максимальна сила тертя ковзання дорівнює добутку статичного коефіцієнта тертя f на нормальну реакцію:

$$F_{f \max} = f \cdot R_n, \quad (1.1)$$

Під час ковзання одного тіла поверхнею іншого сила тертя спрямована в бік, протилежний напрямку руху, і дорівнює добутку динамічного коефіцієнта тертя f_v на нормальну реакцію:

$$F_f = f_v \cdot R_n$$

Значення коефіцієнтів тертя для різних матеріалів наводяться в довідниках.

Під час практичних розрахунків розглядають граничну рівновагу тіла, коли сила тертя дорівнює $F_{f \max}$. При цьому рівняння рівноваги доповнюють рівністю (1.1).

Визначивши реакції в'язей із рівнянь рівноваги тіла, отримують вихідні дані, необхідні, наприклад, для розрахунку елементів конструкції на міцність.

Рухомий шарнір (шарнірно-рухома опора). Нижню обойму в опорі А (рисунок 1.5 а) встановлено на циліндричні котки. Завдяки цьому балка має можливість повертатися відносно осі шарніра і переміщатися вздовж опорної площини котків. Реакція зв'язку R спрямована перпендикулярно до опорної площини котків.

Умовні зображення шарнірно-рухомої опори показано на рисунку 1.5 б).

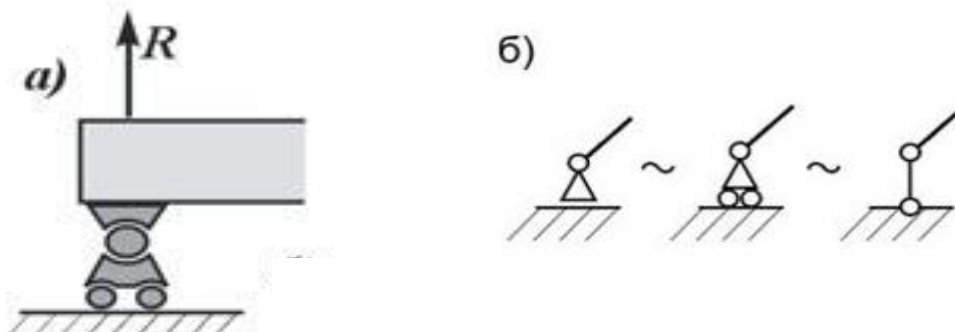


Рисунок 1.5 – Рухомий шарнір (шарнірно-рухома опора)

Нерухомий шарнір (шарнірно-нерухома опора). Така опора складається з двох обойм, між якими розташовано циліндричний стержень. Одна обойма (рисунок 1.6а) закріплена на балці, а інша - на нерухомій основі.

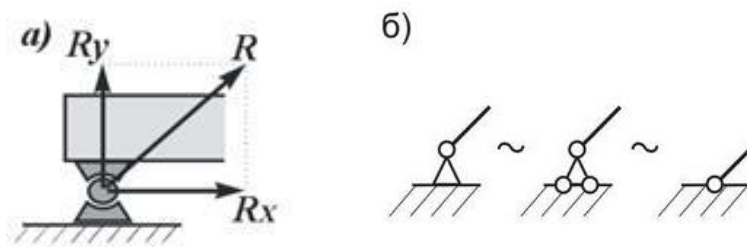


Рисунок 1.6 – Нерухомий шарнір (шарнірно-нерухома опора)

Крім того, шарнірне з'єднання може виконуватися за допомогою пальця, вставленого в циліндричні отвори стержня і опори. Балка і стержень можуть тільки повертатися відносно осі шарніра. Інші переміщення виключені.

Напрямок реакції зв'язку заздалегідь невідомий. Реакція зв'язку діє в площині, перпендикулярній до осі шарніра. Для нерухомого шарніра вона може бути представлена двома складовими по координатних осях:

$$\vec{R} = \vec{R}_x + \vec{R}_y.$$

Умовні зображення шарнірно-нерухомої опори показано на рисунку 1.6 б.

Нерухома защемлювальна опора або жорстке закладення (рисунок 1.7 а). Це з'єднання виключає можливість будь-яких переміщень абсолютного твердого тіла. Балка, зображена на рисунку 1.7а, жорстко закладена в стіну в точці A . Переміщенню її у вертикальному напрямку перешкоджає реакція R_y , переміщенню в горизонтальному напрямку перешкоджає реакція R_x і повороту навколо точки A - опорний момент M_A . Характерним для цієї опори є наявність опорного моменту сил, що унеможливорює обертання тіла навколо будь-якої осі. Схематичне зображення такої опори показано на рисунку 1.7 б. Якщо під таку балку де-небудь у точці B підвести ще одну опору, то балка стане статично невизначеною.

За допомогою зазначених опорних зв'язків споруди прикріплюються до фундаментів або окремі елементи з'єднуються між собою.

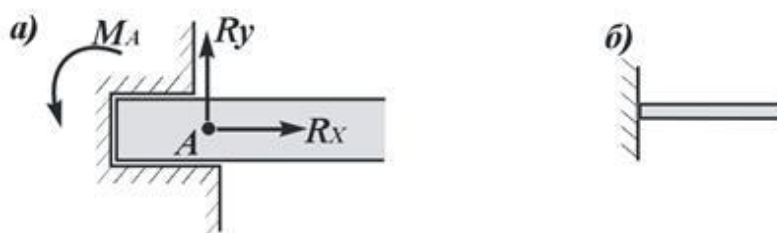


Рисунок 1.7 – Жорстке закладення

Відповідно до аксіоми 7 на схемах потрібно зображати одне з двох: або в'язі, або реакції відкинутих в'язей. На практиці реакції в'язей нерідко зображують одночасно зі в'язями.

В'язі, як і інші поняття, що трапляються в аксіомах, є абстракціями, які вельми умовно відображають властивості реальних об'єктів. Наприклад, розглянута вище гнучка невагома нитка може бути моделлю підвісних систем, у яких маса погонного метра троса становить десятки і сотні кілограмів. Однак зусилля, що виникають у таких тросах, у стільки разів більші за їхню власну вагу, що під час розрахунку останньою можна знехтувати, вважаючи їх невагомими.

1.2 Система сил, що сходяться

Визначення та теорема про три сили

Визначення 1. Силами, що сходяться, називаються сили, лінії дії яких перетинаються в одній точці, званій центром системи.

Через теорему сили, що сходяться, не зменшуючи загальності, можна вважати прикладеними в центрі системи [2, 5, 7].

Теорема 1. Урівноважена плоска система трьох непаралельних сил є такою, що сходиться.

Для доведення розглянемо врівноважену плоску систему трьох непаралельних сил:

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3) \sim 0$$

Нехай для визначеності сили $\vec{F}_1$ і $\vec{F}_2$ непаралельні (рисунок 1.8).

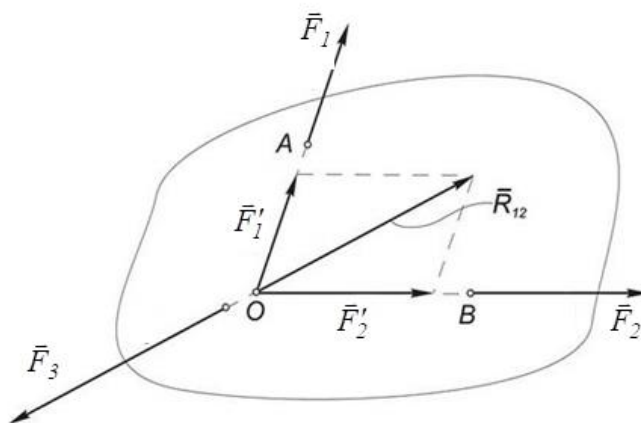


Рисунок 1.8 – Система сил, що сходяться

Тоді вони будуть такими, що сходяться, і за аксіомою 4 їх можна замінити рівнодійною $\vec{R}_{12}$, прикладеною в точці O, де перетинаються їхні лінії дії:

$$0 \sim (\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3) \sim (\vec{R}_{12}, \vec{F}_3)$$

Звідси випливає, що $(\vec{R}_{12}, \vec{F}_3) \sim 0$, але тоді за аксіомою 2 про рівновагу системи двох сил лінія дії $\vec{F}_3$ повинна пройти через точку О, а це й означає, що в цій точці перетинаються лінії дії всіх трьох сил.

Графічне визначення рівнодійної сил, що сходяться

Теорема 1: Рівнодійна системи сил, що сходяться, існує, прикладена в центрі системи, дорівнює їхній геометричній (векторній) сумі та зображується замикаючою стороною силового багатокутника.

Для доказу розглянемо систему сил, що сходяться, прикладених у центрі О: (рисунок 1.9).

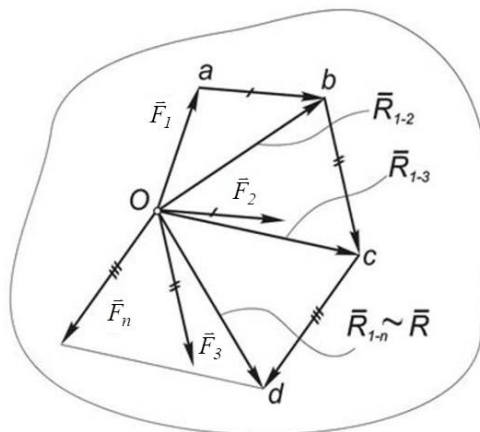


Рисунок 1.9 – Графічне визначення рівнодійної сил, що сходяться

За аксіомою паралелограма дві перші сили цієї системи можна замінити рівнодійною $\vec{R}_{1-2}$, яка зображується замикаючою стороною силового трикутника Oab і як вектор дорівнює сумі векторів $\vec{F}_1$ і $\vec{F}_2$:

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2) \sim \vec{R}_{1-2} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

Потім точно так само можна знайти рівнодійчу сили $\vec{R}_{1-2}$ і сили $\vec{F}_3$, відкладаючи від точки b вектор $bc = \vec{F}_3$:

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3) \sim (\vec{R}_{1-2}, \vec{F}_3) \sim \vec{R}_{1-3} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3.$$

Продовжуючи цю процедуру, ми знайдемо рівнодійну всієї системи:

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \sim (\vec{R}_{1-(n-1)}, \vec{F}_n) \sim (\vec{R}_{1-n}) \sim \vec{R} = \sum_{i=1}^{i=n} \vec{F}_i, \quad (1.2)$$

яка зображується замикаючою стороною силового багатокутника $Oabcd$.

Зазначимо, що в загальному випадку цей багатокутник буде просторовою фігурою, тому графічний метод визначення рівнодійної зручний тільки для плоскої системи сил.

Універсальним для визначення рівнодійної системи сил, що сходяться, є аналітичний метод, до розгляду якого ми й переходимо.

Примітки:

Результат графічного визначення рівнодійної не зміниться, якщо сили підсумувати в іншій послідовності, хоча при цьому ми отримаємо інший силовий багатокутник - відмінний від першого.

Фактично силовий багатокутник, складений із векторів сил заданої системи, є ламаною лінією, а не багатокутником у звичному сенсі цього слова.

Аналітичне завдання сили

Термін «аналітичний» у механіці, як і в аналітичній геометрії, означає застосування системи координат під час розв'язання тієї чи іншої проблеми.

Визначення. Проекцією сили $\vec{F}$ на вісь Ox називається взята зі знаком $\pm$ довжина відрізка цієї осі, укладена між проекціями на неї початку і кінця вектора сили.

Цю проекцію зазвичай позначають як $\vec{F}_X$ або X . Відповідно до визначення вона дорівнює:

$$F_X = X = |\vec{F}| \cdot \cos(\vec{F}, \vec{i}) = F \cdot \cos \alpha = (\vec{F} \cdot \vec{i}), \quad (1.3)$$

де $\vec{i}$ - одиничний вектор осі Ox ;

α - кут між ним і силою $\vec{F}$ (рисунок 1.10)

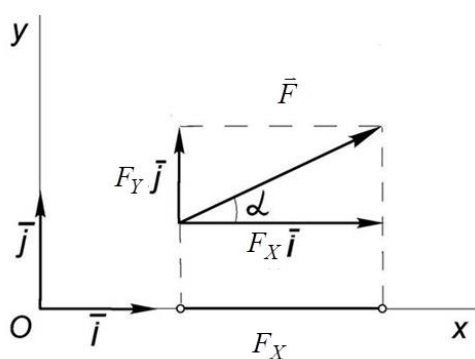


Рисунок 1.10 – Аналітичне завдання сили

Таким чином:

$$F_X = \begin{cases} > 0, \text{ якщо } 0 \leq \alpha < \frac{\pi}{2} \\ = 0, \text{ якщо } \alpha = \frac{\pi}{2} \\ < 0, \text{ якщо } \frac{\pi}{2} < \alpha \leq \pi \end{cases}, \quad (1.4)$$

Аналогічно знаходиться проекція сили F на вісь Oy .

Аналітичне визначення рівнодійної сил, що сходяться [7]

Нехай система сил, що сходяться, задана аналітично, тобто, відомі координати центру системи $A(x, y, z)$ і проекції кожної сили на осі координат: X_i, Y_i, Z_i , де індекс i набуває значень від 1 до n .

Згідно з теоремою рівнодійна системи прикладена в точці A і дорівнює геометричній сумі цих сил:

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \sim \vec{R} = \sum_{i=1}^{i=n} \vec{F}_i, \quad (1.5)$$

Уявімо кожну силу системи у вигляді суми її складових по осях координат:

$$\vec{F}_i = X_i \cdot \vec{i} + Y_i \cdot \vec{j} + Z_i \cdot \vec{k}.$$

В аналогічній формі запишемо невідому поки що рівнодійну $\vec{R}$:

$$\vec{R} = R_x \cdot \vec{i} + R_y \cdot \vec{j} + R_z \cdot \vec{k}.$$

Підставляючи останні два в перше і прирівнюючи коефіцієнти при однакових ортах в обох частинах останнього співвідношення, отримаємо шукані вирази проекцій рівнодійної:

$$\begin{aligned} R_x &= \sum_{i=1}^{i=n} X_i; \\ R_y &= \sum_{i=1}^{i=n} Y_i; \\ R_z &= \sum_{i=1}^{i=n} Z_i. \end{aligned} \quad (1.6)$$

Отримані залежності можна сформулювати у вигляді такої **теорему**: *проекція рівнодійної системи на будь-яку вісь дорівнює сумі проекцій усіх сил системи на цю вісь.*

Умови та рівняння рівноваги системи сил, що сходяться

Для того щоб система сил, що сходяться, була врівноваженою, її рівнодійна повинна дорівнювати нулю. Через теорему звідси випливає умова рівноваги системи сил, що сходяться:

$$R = \sum \vec{F}_i = 0, \quad (1.7)$$

Цю умову можна інтерпретувати графічно або аналітично.

Графічно це означає, що під час побудови силового багатокутника кінець останнього вектора співпадає з початком першого. Це називається замкнутістю силового багатокутника.

Аналітично з умови з урахуванням формул виходять рівняння рівноваги довільної просторової системи сил, що сходяться:

$$\begin{aligned}\sum X_i &= 0; \\ \sum Y_i &= 0; \\ \sum Z_i &= 0.\end{aligned}$$

Для плоскої системи сил, що сходяться, які лежать у площині Oxy , відповідні рівняння рівноваги матимуть вигляд:

$$\begin{aligned}\sum X_i &= 0; \\ \sum Y_i &= 0.\end{aligned}$$

1.3 Теорія пар сил

Момент сили відносно центру [2, 5, 7]

Розглянемо тіло, що закріплене в центрі O і може повертатися навколо осі, яка проходить через точку O та перпендикулярна до площини креслення. Прикладемо в точці A цього тіла силу F і з'ясуємо, чим визначається обертальна дія цієї сили (рисунок 1.11).

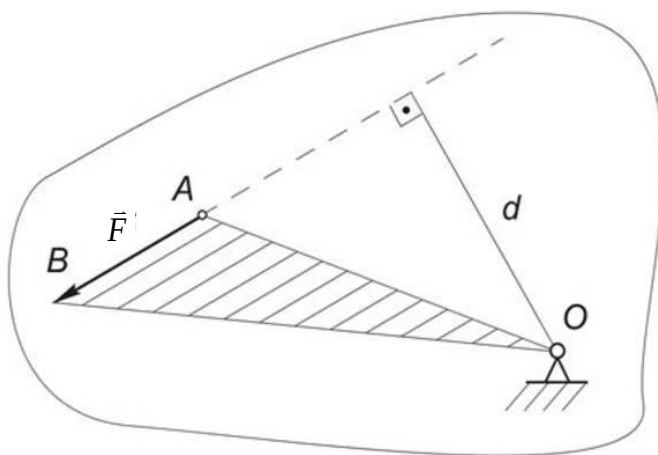


Рисунок 1.11 - Момент сили відносно центру

Очевидно, що дія сили на тіло залежатиме не тільки від її величини, а й від того, як вона спрямована, і зрештою визначатиметься її *моментом відносно центру* O .

Визначення 1. Моментом сили F відносно центра O називається взятий зі знаком $\pm$ добуток модуля сили на її плече - тобто довжину перпендикуляра, опущеного з моментної точки на лінію дії сили.

Правило знаків: момент сили вважається *додатним*, якщо сила прагне повернути тіло *проти ходу годинникової стрілки* і *від'ємним*, якщо вона обертає тіло *за ходом годинникової стрілки*.

Зазначимо, що момент сили відносно точки O дорівнює нулю, якщо лінія дії сили проходить через моментну точку.

Розглянуте визначення моменту сили підходить тільки для плоскої системи сил. У загальному випадку для однозначного опису обертальної дії сили введемо таке визначення.

Визначення 2. Вектор-моментом сили F відносно центра O називається вектор, який:

- ♦ прикладений у моментній точці O перпендикулярно до площини трикутника, побудованого на векторі сили з вершиною в моментній точці;
- ♦ спрямований за правилом право гвинта;
- ♦ дорівнює за модулем моменту сили F відносно центру O (рисунок 1.12а).

Правило правого гвинта, відоме також із курсу фізики як *правило буравчика*, означає, що якщо дивитися назустріч вектор-моменту $\vec{M}_o(\vec{F})$, ми побачимо обертання силою $\vec{F}$ площини своєї дії, що відбувається проти ходу годинникової стрілки.

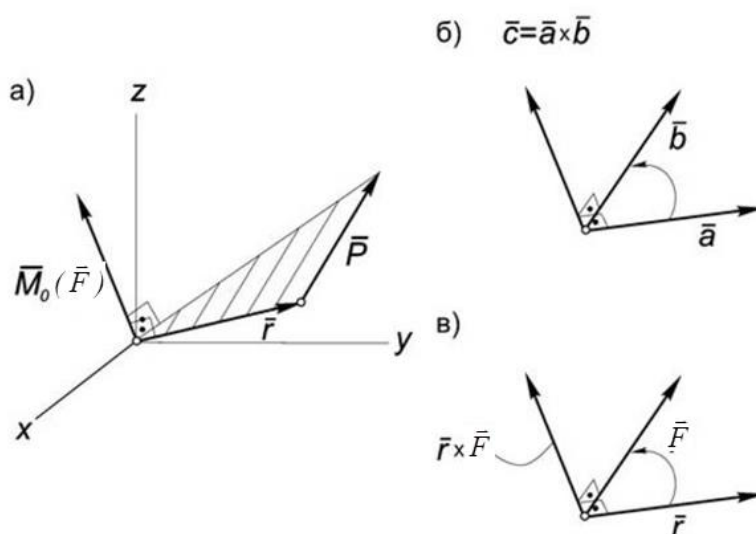


Рисунок 1.12 – Векторний добуток векторів

Позначимо через $\vec{r}$ радіус-вектор точки прикладання сили $\vec{F}$ і доведемо, що справедлива наступна теорема/

Теорема 1. Вектор-момент сили $\vec{F}$ відносно центру O дорівнює векторному добутку радіус-вектора $\vec{r}$ і вектора сили $\vec{F}$:

$$\vec{M}_o(\vec{F}) = (\vec{r} \times \vec{F})$$

Нагадаємо, що векторним добутком векторів $\vec{a}$ і $\vec{b}$ називається вектор $\vec{c}$, який (рисунок 1.12 б):

- перпендикулярний до векторів $\vec{a}$ і $\vec{b}$;
- утворює з ними праву трійку векторів, тобто, спрямований так, що, дивлячись назустріч цьому вектору, ми побачимо поворот від вектора $\vec{a}$ до вектора $\vec{b}$ на найменший кут, що відбувається проти ходу годинникової стрілки;
- дорівнює за модулем подвоєній площі трикутника, побудованого на цих векторах.

Теорема Варіньона (про момент рівнодійної сил, що сходяться).

Вектор-момент рівнодійної системи сил, що сходяться, відносно довільного центру O дорівнює геометричній сумі вектор-моментів усіх сил системи відносно цього центру:

$$\vec{M}_O(\vec{R}) = \sum_{i=1}^{i=n} \vec{M}_{Oi}(\vec{F}_i), \quad (1.8)$$

Справді, момент рівнодійної, з урахуванням *теорему 1* і аналітичного визначення рівнодійної сил, що сходяться, дорівнюватиме:

$$\begin{aligned} \vec{M}_O(\vec{R}) &= (\vec{r} \times \vec{R}), \quad \vec{M}_O(\vec{F}) = (\vec{r} \times \vec{F}); \\ \vec{r} \times \vec{R} &= \vec{r} \times \sum_{i=1}^{i=n} \vec{F}_i, \quad \text{так як } (\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \sim \vec{R} = \sum_{i=1}^{i=n} \vec{F}_i; \\ \vec{r} \times \sum_{i=1}^{i=n} \vec{F}_i &= \sum_{i=1}^{i=n} (\vec{r} \times \vec{F}_i) = \sum_{i=1}^{i=n} \vec{M}_{Oi}(\vec{F}_i). \end{aligned}$$

Для плоскої системи сил, що сходяться, геометрична сума в теоремі Варіньона переходить в алгебраїчну:

$$M_O(F) = \sum_{i=1}^{i=n} \vec{M}_{Oi}(\vec{F}_i), \quad (1.9)$$

Пара сил та її властивості

Визначення. *Парою називається система двох сил, які рівні за модулем, паралельні та спрямовані в протилежні боки.*

Пара, прикладена до TT , прагне спричинити його обертання. Обертальна дія пари визначається її моментом, який дорівнює добутку однієї з сил пари на її плече, тобто відстань між лініями дії сил пари:

$$M_O(F, F') = F \cdot d = F' \cdot d, \quad (1.10)$$

Неважко переконатися у справедливості таких тверджень:

- ♦ Сума проекцій сил пари на будь-яку вісь дорівнює нулю;
- ♦ Сума моментів сил пари відносно будь-якої точки дорівнює

моменту цієї пари.

У загальному випадку дія пари сил на ТТ визначається трьома факторами:

- 1 площиною дії;
- 2 напрямком обертання в цій площині;
- 3 величиною моменту.

Щоб однозначно визначити всі ці чинники, вводять поняття вектор-моменту пари.

Визначення. Вектор-моментом пари сил називається вектор, який:

- перпендикулярний площині дії пари;
- спрямований за правилом правого гвинта;
- дорівнює за модулем моменту пари (рисунок 1.13).

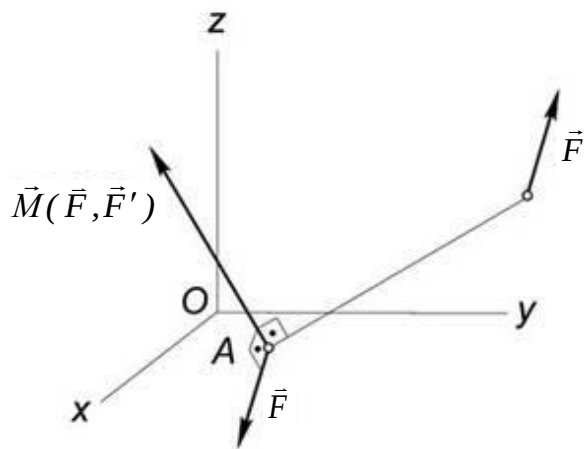


Рисунок 1.13 – Вектор-моментом пари сил

Рівновага систем пар

Система пар сил, прикладених до ТТ, буде врівноважена, якщо момент результуючої пари дорівнює нулю.

Таким чином, зі співвідношень системи пар випливають:

умови рівноваги системи пар:

- Необхідною і достатньою умовою рівноваги системи пар у просторі є рівність нулю геометричної суми вектор-моментів пар, що складаються:

$$\sum_{i=1}^{i=n} \vec{M}_i = 0.$$

- Необхідною і достатньою умовою рівноваги системи пар на площині є рівність нулю алгебраїчної суми моментів складових пар:

$$\sum_{i=1}^{i=n} M_i = 0, \quad (1.11)$$

Умова 1 має геометричну інтерпретацію і означає замкнутість многокутника, утвореного з векторів моментів пар.

Теорема про паралельне перенесення сили (метод Пуансо)

Нехай на тіло діє сила $\vec{F}$, прикладена в точці А (рисунок 1.14).

Дія цієї сили не зміниться (згідно з другою аксіомою статки), якщо в довільній точці В тіла прикласти дві врівноважені сили $\vec{F}'$ та $\vec{F}''$, такі, що $|\vec{F}'| = |\vec{F}|$, $\vec{F}'' = -\vec{F}$. Отримана система трьох сил і являє собою силу $\vec{F}'$, рівну $\vec{F}$, але прикладену в точці В і пару $(\vec{F}, \vec{F}'')$, момент якої дорівнює $m = m_B(\vec{F})$.

Отже, силу, прикладену до абсолютно твердого тіла, можна не змінюючи дії, що надається нею, переносити паралельно їй самої з даної точки в будь-яку іншу точку тіла, додаючи при цьому пару з моментом, рівним моменту сили, що переноситься відносно точки, куди ця сила переноситься. Тоді $\vec{F} \propto [\vec{F}', m]$, где $\vec{F}' = -\vec{F}$, $m = m_B(\vec{F})$.

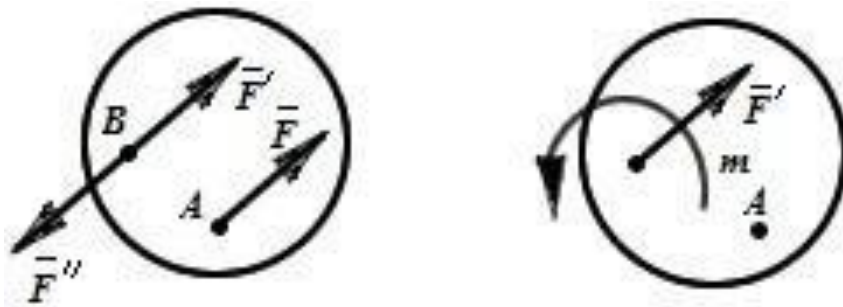


Рисунок 1.14 - Теорема про паралельне перенесення сили

1.4 Плоска система довільно розташованих сил

Система сил, довільно розташованих на площині, являє собою сукупність сил, лінії дії яких можуть бути розташовані будь-яким чином.

Нехай на тверде тіло (рисунок 1.15) діє плоска система довільно розташованих сил $F_1, F_2, \dots, F_n$. Виберемо на площині довільну точку О і, використовуючи теорему про паралельне перенесення сил, перенесемо до неї всі сили системи. В результаті приведення отримаємо систему збіжних сил точці О та систему приведених пар з моментами (рисунок 1.16):

$$M_1 = F_1 \cdot h_1, M_2 = F_2 \cdot h_2, \dots, M_n = F_n \cdot h_n, \quad (1.12)$$

де $h_1, h_2, \dots, h_n$ – плечі пар сил (рисунок 1.15).

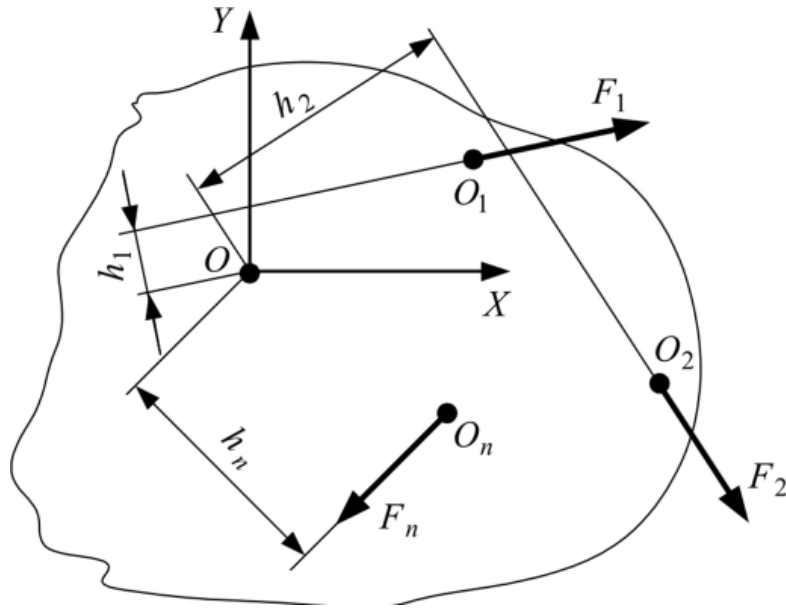


Рисунок 1.15 – Система сил

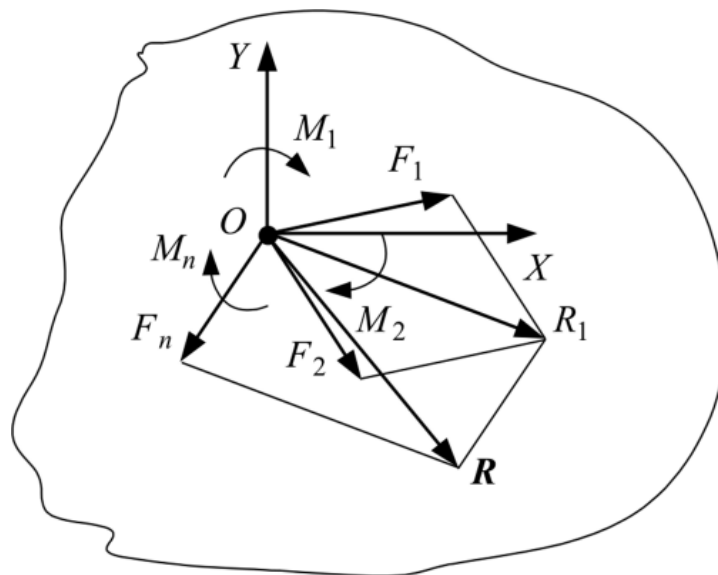


Рисунок 1.16 – Приведення сил до центру

Сили, прикладені в центрі, можна замінити рівнодієюю R , прикладеної в тому ж центрі і визначеною за формулою:

$$R = \sum \vec{F}_i' = \sum F_i \quad (1.13)$$

По теоремі про складання пар усі пари можна замінити однією парою, що лежить у тій самій площині, момент якої:

$$M = \sum M_0(F_i), \quad (1.14)$$

Величина R , що дорівнює геометричній сумі всіх сил системи,

називається **головним вектором системи**.

Величина M , що дорівнює сумі моментів всіх сил системи відносно центру O , називається **головним моментом системи** відносно центру O .

Таким чином, будь-яка плоска система сил, що діють на абсолютно тверде тіло, при приведенні до довільно взятого центру O замінюється однією силою R , яка зветься головним вектором системи, і однією парою з моментом M - головним моментом системи відносно центру O .

Дві системи, що мають однакові головні вектори та головні моменти, статично еквівалентні. Отже, для завдання плоскої системи довільно розташованих сил достатньо задати її головний вектор і головний момент відносно деякого центру O .

Отже, якщо плоску систему довільно розташованих сил можна звести до головного вектора R і головного моменту системи M , така система сил буде в рівновазі, якщо:

$$R = \sum F_i = 0; \quad M = \sum M_0(F_i) = 0, \quad (1.15)$$

З цих рівностей витікають **аналітичні умови рівноваги**.

Перша (основна) форма умови рівноваги. Так як

$$R = \sum F_i = \sqrt{(F_x)^2 + (F_y)^2} = 0,$$

то для рівноваги плоскої системи довільно розташованих сил необхідно і достатньо, щоб суми проекцій усіх сил на кожну з координатних осей і сума моментів відносно будь-якого центру, що лежить у площині дії сил, дорівнювали нулю, тобто.

$$\sum F_i(x) = 0; \quad \sum F_i(y) = 0; \quad \sum M_0(F_i) = 0, \quad (1.16)$$

Друга форма умов рівноваги: для рівноваги довільної плоскої системи сил необхідно і достатньо, щоб суми моментів усіх сил відносно якихось двох центрів A і B та сума їх проекцій на вісь O_x , яка не перпендикулярна до прямої AB , дорівнювали нулю:

$$\sum M_A(F_i) = 0; \quad \sum M_B(F_i) = 0; \quad \sum F_i(x) = 0, \quad (1.17)$$

Третя форма умов рівноваги (рівняння моментів): для рівноваги довільної плоскої системи сил необхідно і достатньо, щоб сума моментів усіх сил відносно будь-яких трьох центрів A , B і C , що не лежать на одній прямій, дорівнювали нулю:

$$\sum M_A(F_i) = 0; \quad \sum M_B(F_i) = 0; \quad \sum M_C(F_i) = 0, \quad (1.18)$$

Для рівноваги довільної просторової системи сил необхідно і

достатньо, щоб суми проекцій цих сил на кожен з трьох координатних осей та суми їх моментів щодо цих осей дорівнювали нулю:

$$\sum F_i(x) = 0; \quad \sum F_i(y) = 0; \quad \sum F_i(z) = 0, \quad (1.18)$$

$$\sum M_x(F_i) = 0; \quad \sum M_y(F_i) = 0; \quad \sum M_z(F_i) = 0, \quad (1.19)$$

При вирішенні завдань статички аналітичним способом доцільно складати рівняння рівноваги так, щоб у кожному з них було якнайменше невідомих (в ідеалі – лише одна невідома величина). У багатьох випадках цього можна досягти раціональним вибором осей координат та центрів моментів.

1.5 Загальні відомості про ферми

Ферма (фр. *ferme*, від лат. *firme* міцно). Ще римляни володіли мистецтвом створювати з дерев'яних, складених трикутниками і укріплених розпірками балок стійкі конструкції [2, 5].

Отже, **фермою** називається жорстка (кінематична незмінна) конструкція, що складається з прямолінійних стержнів, з'єднаних на кінцях шарнірами. Місця з'єднання стержнів називаються **вузлами**, до яких прикладаються зовнішні сили. Вагою стержнів і тертям у шарнірах нехтують. У разі потреби врахування їх ваги вага стержнів розподіляють по вузлах. Отже, на кожний стержень ферми діють лише дві сили, прикладені по його кінцях. Тому стержні працюють або на розтяг, або на стиск. Таким чином, на кожен вузол діє система схожих сил. Якщо стержні розташовані в одній площині, така ферма називається плоскою.

У плоскій фермі розрізняють такі елементи: верхній пояс, нижній пояс, стійки, розкоси, вузли, панелі (рисунк 1.17).

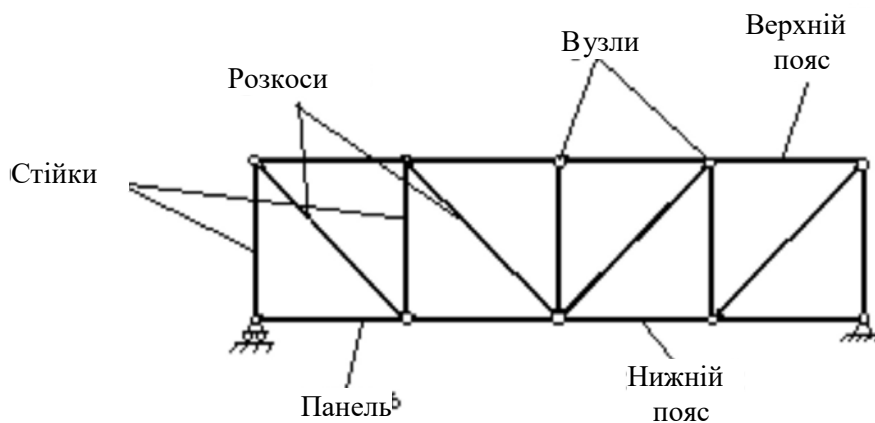


Рисунок 1.17 – Елементи ферми

Стержні, що знаходяться на верхньому контурі ферми, утворюють *верхній пояс*, а на нижньому контурі – *нижній пояс*. Стержні, що з'єднують *вузли* панелі, утворюють *решітку* ферми, при цьому похилі стержні

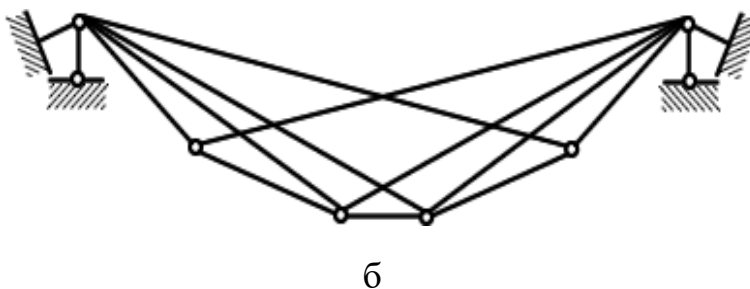
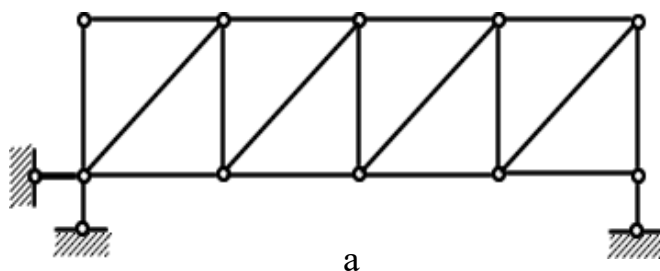
називаються *розкосами*, а вертикальні стержні – *стійками*. Частина ферми, що знаходиться між вузлами поясів, називається *панеллю*.

В інженерній практиці стержні зазвичай жорстко з'єднані у вузлах за допомогою зварних, заклепкових або болтових з'єднань, при цьому в жорстких вузлах виникають згинальні моменти. Однак напруження згину, порівняно з нормальним напруженням, дуже малі, тому ними при розрахунку ферми, як правило, нехтують.

Ферми використовуються при влаштуванні мостових переходів, перекриттів великопролітних будівель, створенні вантажопідйомних пристроїв (наприклад, будівельних кранів).

Велика різноманітність конструктивних рішень ферм ускладнює їхню класифікацію. В даний час ферми класифікують за такими ознаками:

- ▲ за характером зусиль – ферми:
 - балочні (рисунок 1.18а);
 - висячі (рисунок 1.18б),
 - комбіновані (рисунок 1.18в).
- ▲ за обрисом поясів – ферми:
 - з паралельними поясами (рисунок 1.18а);
 - з полігональними поясами (рисунок 1.19б);
 - трикутними поясами (рисунок 1.19в).
- ▲ по конфігурації решітки:
 - розкісні (рисунок 1.18а);
 - з трикутними решітками (рисунок 1.20а);
 - напіврозкосні (рисунок 1.20б);
 - багаторозкосні (рисунок 1.20в);
 - решітчаті (рисунок 1.20г).



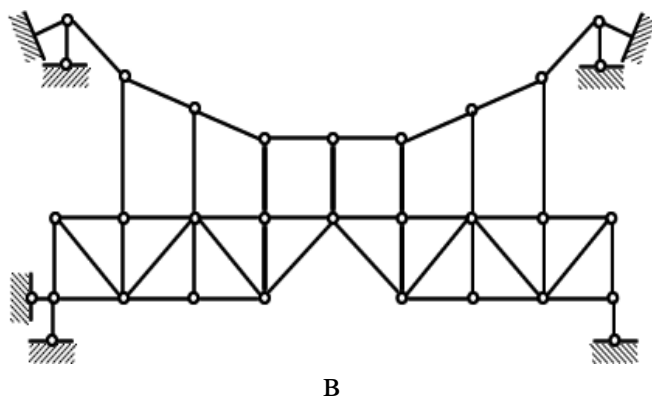


Рисунок 1.18 – Класифікація ферм за характером зусиль

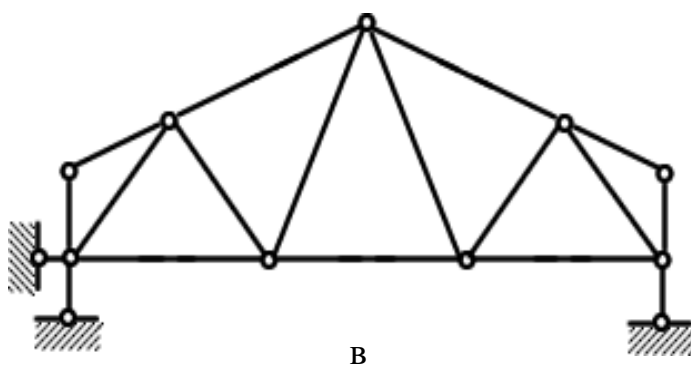
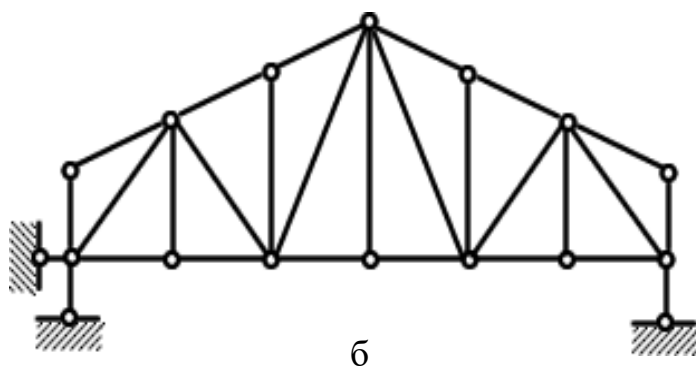
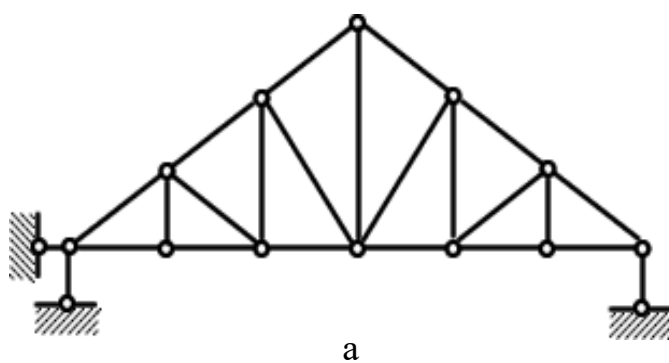


Рисунок 1.19 – Класифікація ферм за обрисом поясів

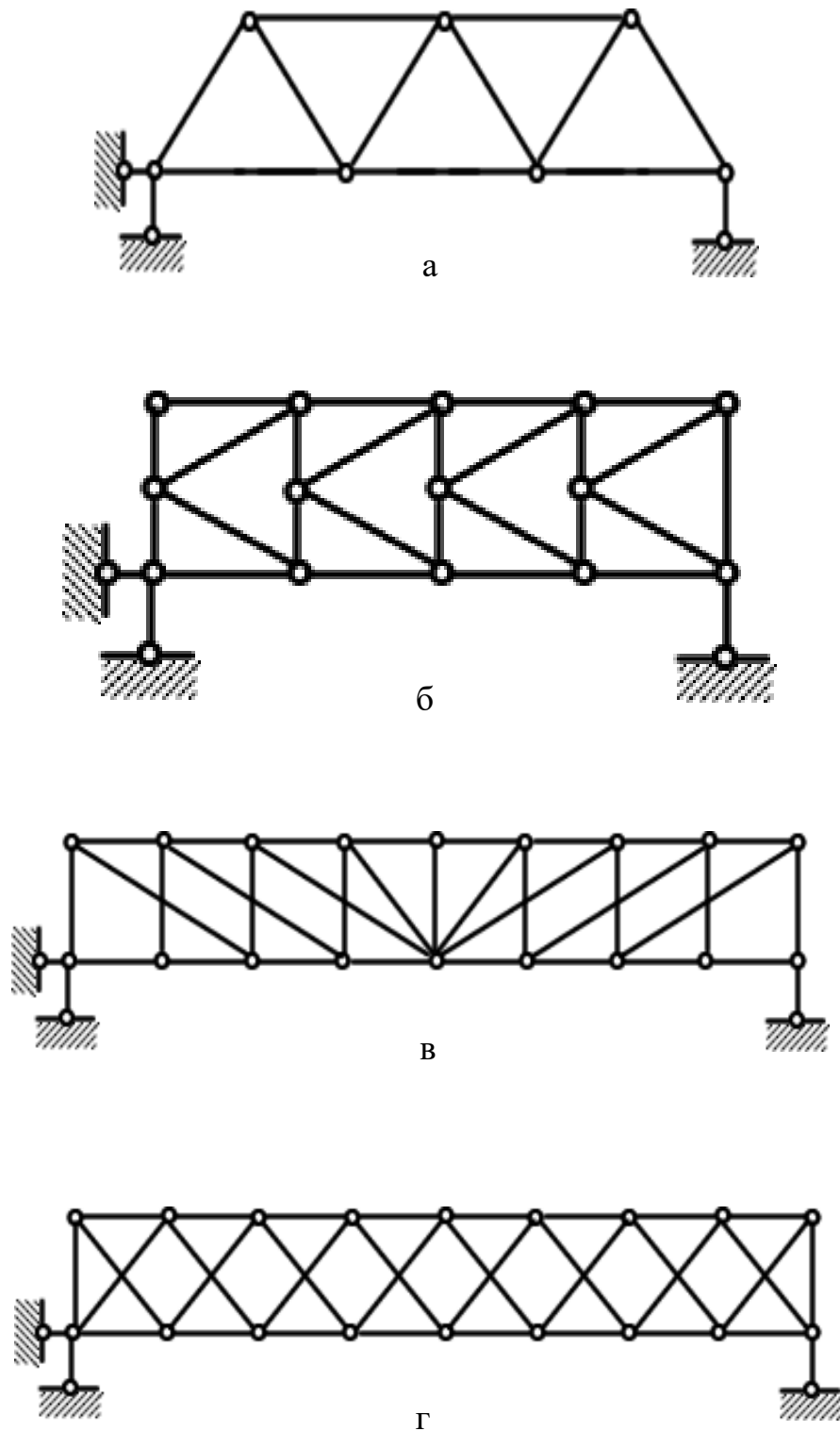


Рисунок 1.20 - Класифікація ферм по конфігурації решітки

Ферми зі складовими решітками називаються *шпренгельними* фермами. Шпренгелями називають додаткові малі фермочки, які можна розглядати як елементи верхнього чи нижнього поясів ферми (рисунок 1.21).

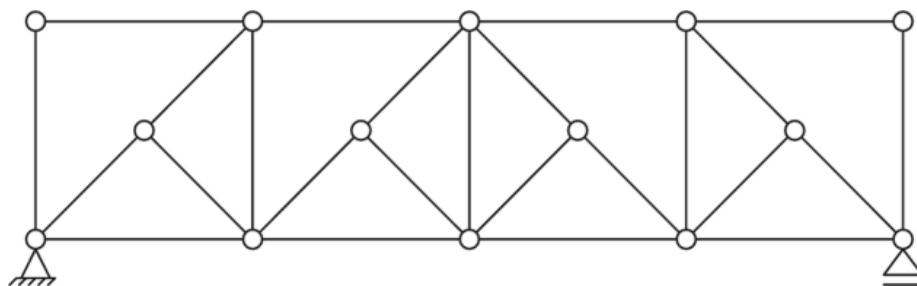


Рисунок 1.21 - Шпренгельна ферма

При влаштуванні мостових переходів ферми виконують не тільки як своє функціональне призначення, а й можуть бути архітектурно - художнім пам'ятником інженерного творчості. Прикладом нестандартного рішення конфігурації ферми може бути Ейфелева вежа, «Небесне дерево» (Токіо), Крайслер-білдинг, Нью-Йорк.

Для плоскої статично визначеної ферми повинна виконуватися умова:

$$C = 2 \cdot Y - 3, \quad (1.20)$$

де Y – число вузлів ферми;

C – число стержнів.

- Якщо $C > 2 \cdot Y - 3$, то ферма статично невизначена;
- Якщо $C < 2 \cdot Y - 3$, то конструкція є кінематичною системою, що змінюється.

Розрахунок ферми

Приступаючи до розрахунку ферми необхідно встановити, чи немає серед стержнів таких, зусилля яких рівні нулю, тобто є «нульовими».

Визначення «нульових» стержнів проводиться згідно з лемами про «нульові» стержні.

Лема I. Якщо у ненавантаженому вузлі плоскої ферми сходяться два стержні, то зусилля у цих стержнях дорівнюють нулю (рисунок 1.22а).

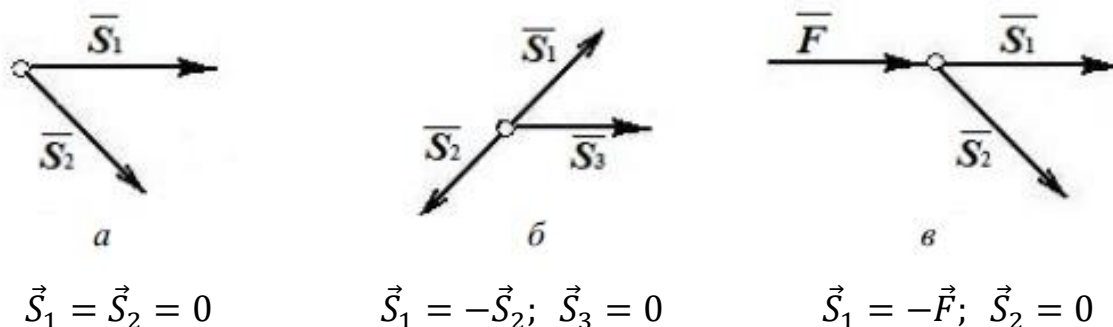


Рисунок 1.22 - «Нульові» стержні ферми

Лема II. Якщо в ненавантаженому вузлі плоскої ферми сходяться три стержні, з яких два розташовані на одній прямій, то зусилля в третьому стержні дорівнює нулю, а зусилля в перших двох стержнях рівні між

собою (рисунок 1.226).

Лема III. Якщо у вузлі плоскої ферми сходяться два стержні і до вузла прикладена сила, лінія дії якої збігається з віссю одного зі стержнів, то зусилля в цьому стержні по модулю дорівнює прикладеній силі, а зусилля в іншому стержні дорівнює нулю.

Розрахунок плоских ферм полягає у визначенні реакцій зовнішніх в'язей (опорних вузлів) та зусиль у стержнях.

Порядок розв'язання задач

1. Перевірити, чи виконується умова статичної визначення ферми:

$$C = 2 \cdot Y - 3,$$

де C – число стержнів ферми;

Y – кількість вузлів.

2. Відкинути в'язі, додавши відповідні реакції. Скласти рівняння рівноваги для всієї ферми, у тому числі визначити реакції в'язей. Виконати перевірку правильності розв'язання, склавши рівняння рівноваги моментів сил відносно точки.

3. Відповідно до леми про «нульові» стержні слід видалити стержні, зусилля в яких дорівнюють нулю. Пронумерувати стержні, що залишилися, і перевірити «виправлену» ферму на статичну визначність.

4. Застосувати спосіб вирізання вузлів. Скласти рівняння рівноваги для кожного вузла ферми.

5. Спільно вирішити отриману систему рівнянь відносно невідомих зусиль у стержнях ферми. Якщо в результаті розрахунку значення зусиль в стержні буде негативним, це означає, що даний стержень *стиснутий*.

6. Перевірити результати розрахунку ферми методом перерізів (Ріттера). Для цього ферму в якомусь місці розсікти площиною, дію стержнів замінити їх реакціями та скласти рівняння рівноваги відсіченої частини. Рівняння рівноваги у формі сил чи моментів слід складати так, щоб ці рівняння містили б не більше однієї невідомої сили.

Розрахунок плоскої ферми можна здійснити як *аналітичним*, так і *графічним* способом. До аналітичних методів розрахунку ферми відносяться спосіб вирізування вузлів та спосіб перерізів (Ріттера).

1.6 Розрахунок плоскої ферми аналітичним та графічним методом. Метод Ріттера

Розрахунок ферми зводиться до визначення опорних реакцій та зусиль у її стержнях.

Розрахунок плоскої ферми методом вирізування вузлів

Спосіб вирізування вузлів зводиться до послідовного розгляду умов рівноваги сил, що сходяться у кожному з вузлів. Для цього як об'єкт дослідження один за одним вибирають усі вузли ферми. Для кожного з них складають розрахункову схему сил та рівняння рівноваги. Спосіб вирізування вузлів зручно користуватися, коли потрібно знайти зусилля у всіх стержнях ферми.

Приклад. До вузлів плоскої ферми (рисунок 1.23) додані зовнішні сили: $P_1 = 1$ кН; $P_2 = 5$ кН; $P_3 = 2$ кН; $P_4 = 2$ кН; $P_5 = 3$ кН; $P_6 = 3$ кН. Необхідно визначити зусилля у стержнях ферми.

Розв'язання

1. Стержні ферми заздалегідь вважатимемо розтягнутими, тоді позитивним зусиллям відповідають розтягнуті стержні, негативним – стислі. Стержні ферми пронумеруємо арабськими цифрами (1, 2...9), вузли – римськими цифрами (I, II...VI) (рисунок 1.23). У фермі, що розглядається, число вузлів $Y = 15$, число стержнів $C = 27$.

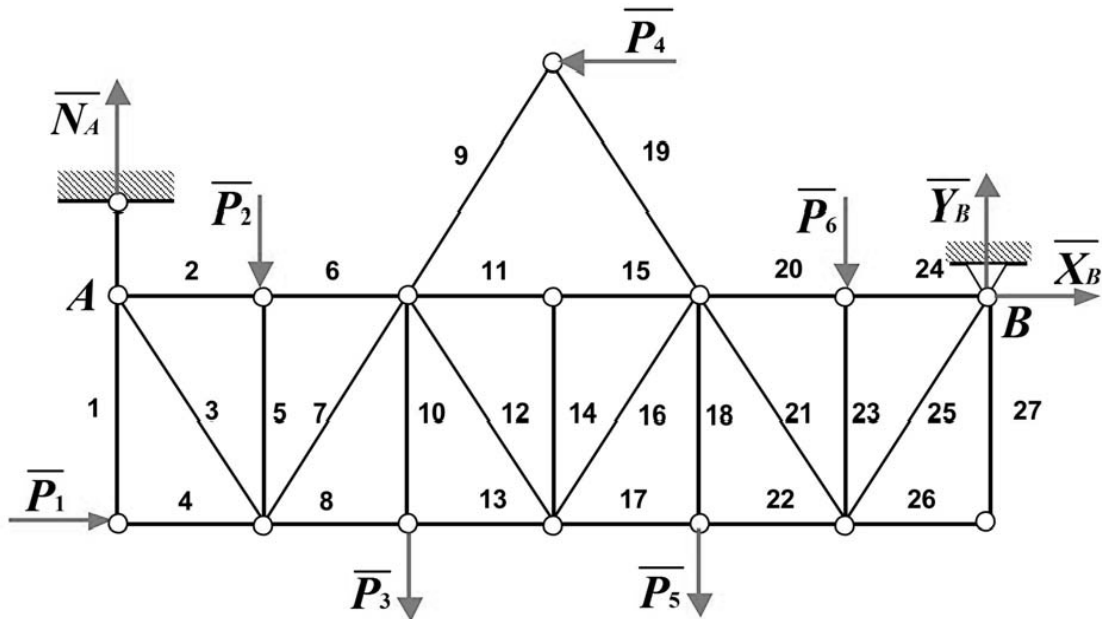


Рисунок 1.23 – Розрахункова схема

Умова статичної визначення ферми:

$$C = 2 \cdot Y - 3;$$

$$27 = 2 \cdot 15 - 3.$$

Умова статичної визначності виконується. Ферма статично визначена.

2. Відкинемо зовнішні в'язі та складемо рівняння рівноваги для всієї ферми:

$$\sum F_{ix} = 0; \quad X_B + P_1 - P_4 = 0, \quad (1)$$

$$\sum F_{iy} = 0; \quad N_A - P_2 - P_3 - P_5 + Y_B = 0, \quad (2)$$

$$Y_B = P_2 + P_3 + P_5 + P_6 - N_A.$$

$$M_B(F_i) = 0;$$

$$P_1 \cdot 2a + P_2 \cdot 5a + P_3 \cdot 4a + P_4 \cdot 2a + P_5 \cdot 2a + P_6 \cdot a - N_A \cdot 6a = 0, \quad (3)$$

З рівняння (1) знаходимо $X_B = P_4 - P_1 = 2 - 1 = 1$ кН.

З рівняння (3) знаходимо $N_A = 8$ кН.

З рівняння (2) знаходимо $Y_B = 5$ кН.

Перевірка. Складемо рівняння рівноваги моментів сил відносно точки А:

$$M_A(F_i) = 0;$$

$$Y_B \cdot 6a + P_1 \cdot 2a - P_2 \cdot a - P_3 \cdot 2a + P_4 \cdot 2a + -P_5 \cdot 4a - P_6 \cdot 5a = 0$$

$$(5 \cdot 6 + 1 \cdot 2 - 2 \cdot 2 + 2 \cdot 2 - 3 \cdot 4 - 3 \cdot 5 - 5) \cdot a = (36 - 36) \cdot a = 0.$$

Висновок. Опорні реакції визначені правильно.

3. Відповідно до леми про «нульові» стержні за ознакою I зусилля в стержнях 26 і 27 дорівнюють нулю, тому ці стержні слід видалити. За ознакою 2 леми стійка 14 – «нульова»; зусилля в стержні 1 дорівнює нулю за ознакою 3. Видалимо зі схеми ферми всі «нульові» стержні, а силу P_1 як ковзний вектор уздовж лінії її дії та прикладемо до вузла III.

4. Пронумеруємо стержні, що залишилися та перевіримо «виправлену» ферму на статичну визначеність (рисунок 1.24).

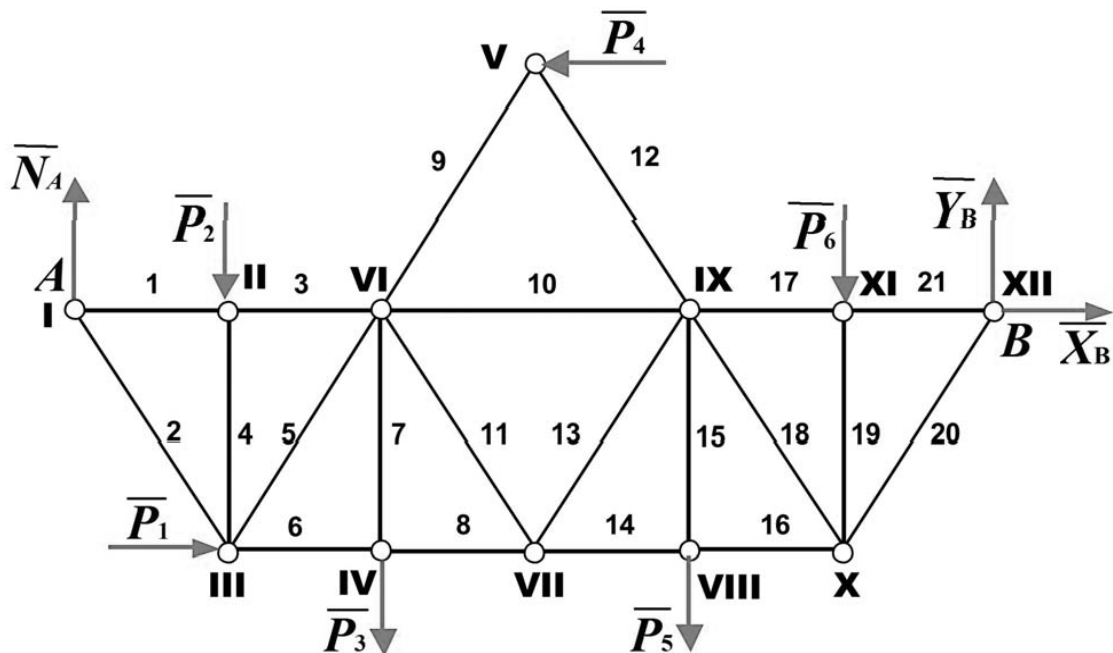


Рисунок 1.24 - Перевірка «виправленої» ферми на статичну визначеність

Арабськими цифрами позначені номери стержнів, римськими цифрами – номери вузлів. Число вузлів дорівнює 12, число стержнів дорівнює 21. Умову статичної визначності запишемо у вигляді:

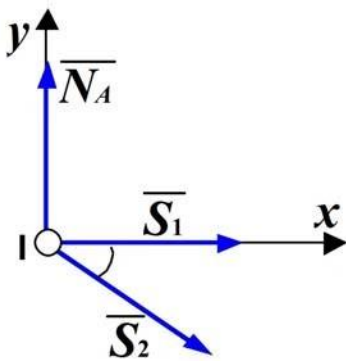
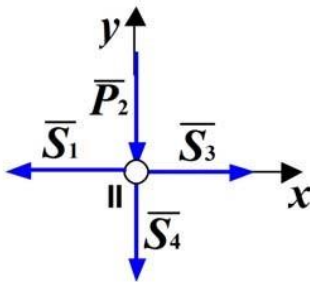
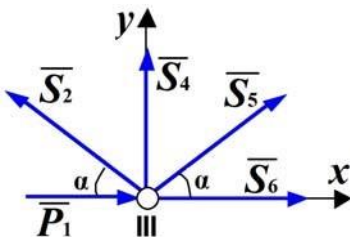
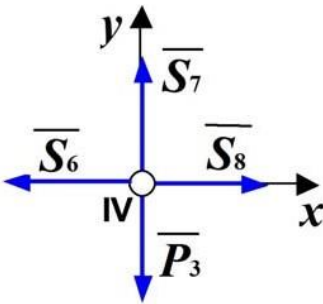
$$C = 2 \cdot Y - 3 = 2 \cdot 12 - 3 = 21.$$

Ферма жорстка, статично визначна.

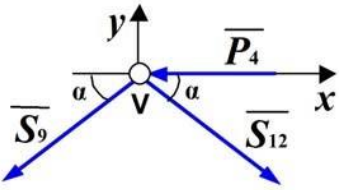
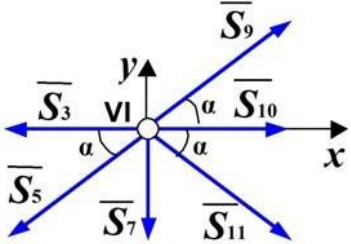
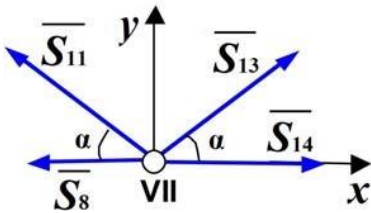
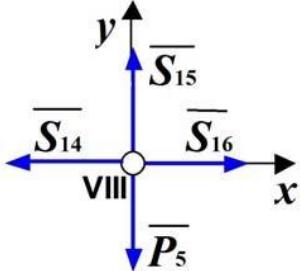
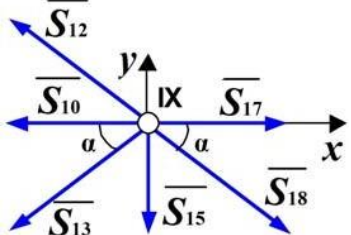
5. Застосуємо спосіб вирізування вузлів. Складемо рівняння рівноваги для кожного вузла ферми.

Результати запишемо у вигляді таблиці 1.1.

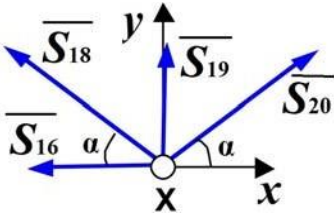
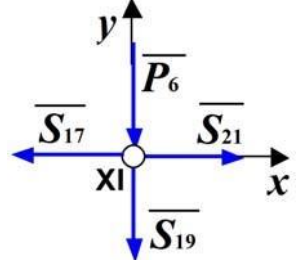
Таблиця 1.1 - Результати розрахунків

Рисунок	Рівняння рівноваги
1	2
	Рівняння рівноваги для першого вузла ферми: $\sum F_{ix} = 0; S_1 + S_2 \cdot \cos\alpha = 0;$ $\sum F_{iy} = 0; N_A - S_2 \cdot \sin\alpha = 0,$ де: $\cos\alpha = \frac{a}{\sqrt{(2a)^2 + a^2}} = \frac{1}{\sqrt{5}} = 0,447214$ $\sin\alpha = \frac{2a}{\sqrt{(2a)^2 + a^2}} = \frac{2}{\sqrt{5}} = 0,894427$
	Рівняння рівноваги для другого вузла ферми: $\sum F_{ix} = 0; S_3 - S_1 = 0;$ $\sum F_{iy} = 0; -P_2 - S_4 = 0,$
	Рівняння рівноваги для третього вузла ферми: $\sum F_{ix} = 0; P_1 + S_6 + (S_5 - S_2) \cdot \cos\alpha = 0$ $\sum F_{iy} = 0; S_4 + (S_2 - S_5) \cdot \sin\alpha = 0.$
	Рівняння рівноваги для четвертого вузла ферми: $\sum F_{ix} = 0; -S_6 + S_8 = 0;$ $\sum F_{iy} = 0; S_7 + P_3 = 0.$

Продовження таблиці 5.1

1	2
	Рівняння рівноваги для п'ятого вузла ферми: $\sum F_{ix} = 0; \quad -P_4 + (S_{12} - S_9) \cdot \cos\alpha = 0;$ $\sum F_{iy} = 0; \quad (S_{12} + S_9) \cdot \sin\alpha = 0.$
	Рівняння рівноваги для шостого вузла ферми: $\sum F_{ix} = 0;$ $-S_3 + (S_{11} + S_9 - S_5) \cdot \cos\alpha + S_{10} = 0;$ $\sum F_{iy} = 0;$ $(S_9 - S_5 - S_{11}) \cdot \sin\alpha - S_7 = 0.$
	Рівняння рівноваги для сьомого вузла ферми: $\sum F_{ix} = 0;$ $-S_8 + S_{14} + (S_{31} - S_{11}) \cdot \cos\alpha = 0;$ $\sum F_{iy} = 0; \quad (S_{11} + S_{13}) \cdot \sin\alpha = 0.$
	Рівняння рівноваги для восьмого вузла ферми: $\sum F_{ix} = 0; \quad -S_{16} - S_{14} = 0;$ $\sum F_{iy} = 0; \quad S_{15} - P_5 = 0.$
	Рівняння рівноваги для дев'ятого вузла ферми: $\sum F_{ix} = 0;$ $S_{17} + (S_{18} - S_{13} - S_{12}) \cdot \cos\alpha + S_{10} = 0;$ $\sum F_{iy} = 0;$ $(S_{12} - S_{13} - S_{18}) \cdot \sin\alpha - S_{15} = 0.$

Продовження таблиці 1.1

1	2
	Рівняння рівноваги для десятого вузла ферми: $\sum F_{ix} = 0; (S_{20} - S_{18}) \cdot \cos\alpha - S_{16} = 0;$ $\sum F_{iy} = 0; S_{19} + (S_{18} + S_{20}) \cdot \sin\alpha = 0.$
	Рівняння рівноваги для десятого вузла ферми: $\sum F_{ix} = 0; S_{21} - S_{17} = 0$ $\sum F_{iy} = 0; -S_{19} - P_5 = 0$

Спільно вирішимо отриману систему рівнянь відносно невідомих ($\vec{S}_1, \vec{S}_2, \dots, \vec{S}_{21}$).

Результати рішення:

$S_1 = -4$ кН; $S_2 = 8,94$ кН; $S_3 = -4$ кН; $S_4 = -5$ кН; $S_5 = -3,35$ кН;

$S_6 = 4,5$ кН; $S_7 = 2$ кН; $S_8 = 4,5$ кН; $S_9 = -2,24$ кН; $S_{10} = -4$ кН;

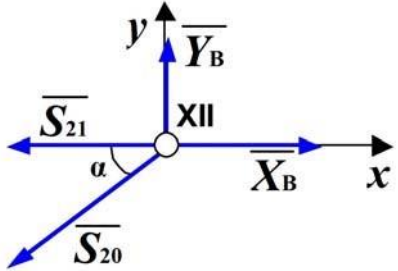
$S_{11} = -1,12$ кН; $S_{12} = 2,24$ кН; $S_{13} = 1,12$ кН; $S_{14} = 3,5$ кН;

$S_{15} = 3$ кН; $S_{16} = 3,5$ кН; $S_{17} = -1,5$ кН; $S_{18} = -2,24$ кН;

$S_{19} = -3$ кН; $S_{20} = 5,59$ кН; $S_{21} = -1,5$ кН.

Якщо в результаті розрахунку значення зусилля в стержні буде негативним, це означає, що даний стержень стиснутий.

Перевірка правильності розв'язання.

	Рівняння рівноваги для дванадцятого вузла ферми: $\sum F_{ix} = 0; X_B - S_{21} - S_{20} \cdot \cos\alpha = 0;$ $\sum F_{iy} = 0; Y_B - S_{20} \cdot \sin\alpha = 0.$ $1 - (-1,5) - 5,59 \cdot 0,447214 = 0;$ $5 - 5,59 \cdot 0,894427 = 0.$
---	--

Розрахунок зроблений правильно.

**Перевірка результатів розрахунку ферми методом перерізів.
Метод Ріттера**

Розглянемо другий аналітичний метод визначення зусиль у стрижнях плоскої ферми. Це метод Ріттера, чи метод перерізів.

Цей метод має кілька переваг у порівнянні з розглянутим раніше

методом вирізування вузлів. Тут немає необхідності складати велику кількість рівнянь рівноваги вузлів, особливо коли багатостержнева ферма. Крім того, у разі неточності розрахунку якогось стержня, надалі ця помилка накопичується при розрахунках інших стрижнів. Метод Ріттера позбавлений цих незручностей.

Метод Ріттера є точним і простим способом визначення зусиль у стержнях за рахунок спеціального розрізу (перетину) ферми. Розріз при цьому має відповідати певним умовам:

- ◆ поділити ферму на дві незв'язані частини;
- ◆ перетинати максимально три допустимі стрижні;
- ◆ у кожній з частин необхідно наявність хоча б одного стержня.

У бік перерізу направляються шукані (невідомі) реакції розрізаних стержнем, що відповідатиме позитивним зусиллям розтягнутих стрижнів. Стиск стержня характеризує зусилля з негативним знаком.

Уявному розрізанню ферми та позначенню зусиль передую складання рівнянь рівноваги для обраної частини ферми:

$$\sum M = 0 \text{ (відносно точки Ріттера)}$$

Рівняння вигідно записувати у вигляді рівності нулю суми моментів всіх сил відносно трьох різних центрів, які є точками, у яких попарно перетинаються розрізані стержні чи його продовження. Ці точки звуться **точками Ріттера**. Її місцезнаходження відзначено перетином ліній дії зусиль у двох інших стрижнях. При цьому точка може бути або на фермі, або безпосередньо на продовженні стержнем (що далеко за межами ферми). Якщо така точка відсутня (при паралельності стержнів), то рівняння моментів замінює рівняння проекцій на вісь, яка перпендикулярна до паралельних стержнів.

Метод Ріттера не вважається універсальним. Так, трапляються випадки відсутності перерізу Ріттера для конкретного стержня. Головним у цьому методі є існування незалежного способу визначення зусиль в такий спосіб, щоб виключити вплив значення одного на значення іншого.

Отже, для перевірки розрахунку застосуємо спосіб перерізів (Ріттера).

Для цього ферму в якомусь місці розсікти площиною, дію стержнів замінити їх реакціями та скласти рівняння відсіченої частини. Рівняння рівноваги у формі сил чи моментів слід складати так, щоб ці рівняння містили б не більше однієї невідомої сили.

Наприклад, провівши перетин I–I, можна розглянути рівновагу правої та лівої її частин. Доцільно розглянути рівновагу лівої частини, тому що тут менше сил (рисунок 1.25).

Складемо рівняння рівноваги для лівої частини:

$$\sum F_{iy} = 0; \quad N_A - P_2 + S_5 \cdot \sin \alpha = 0, \quad (1)$$

$$M_L(F_i) = 0; \quad P_2 \cdot a + P_1 \cdot 2a + S_6 \cdot 2a - N_A \cdot 2a = 0, \quad (2)$$

$$M_K(F_i) = 0; \quad -N_A \cdot a - S_3 \cdot 2a = 0. \quad (3)$$

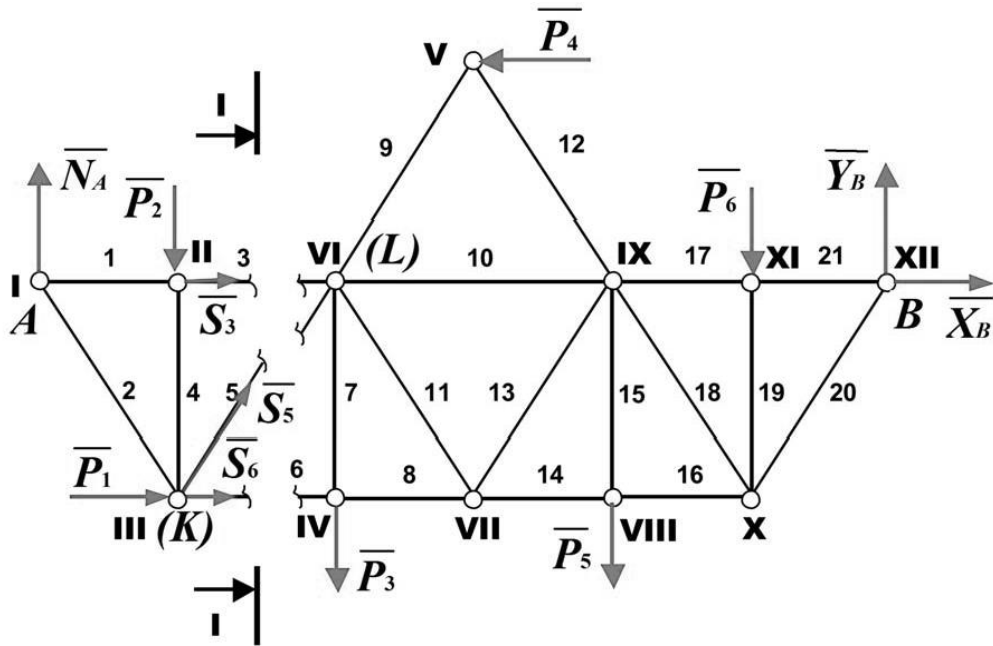


Рисунок 1.25 – Метод Ріттера

$$\text{З рівняння (1): } S_5 = \frac{P_2 - N_A}{0,894427} = \frac{5 - 8}{0,894427} = -3,35 \text{ кН.}$$

$$\text{З рівняння (2): } S_6 = \frac{N_A - P_1 - P_2}{2} = \frac{8 - 1 - 5}{2} = 1,5 \text{ кН}$$

$$\text{З рівняння (3): } S_3 = \frac{-N_A}{2} = \frac{-8}{2} = -4,0 \text{ кН.}$$

Перевірка показала, що розрахунок сил у стрижнях 3, 5 і 6 здійснено правильно.

Графічний метод. Побудова діаграми Максвелла-Кремони

Діаграмою Максвелла - Кремони називається застосовуваний графічний метод визначення зусиль статично визначних плоских ферм. Його розробниками були англійський фізик Дж Максвелл та італійський математик Л Кремона.

Діаграма Максвелла - Кремони дає наочне уявлення про сили в стрижнях ферми, ступеня нерівномірності навантаження та характер їх роботи (розтяг або стиск). Крім того, діаграма Максвелла - Кремони дозволяє виконати загальну перевірку розрахунку ферми: якщо розрахунок виконано правильно, то діаграма буде замкнута, якщо ж в розрахунку були допущені помилки, то діаграма не замкнеться.

При побудові діаграми рекомендується використовувати наступну систему позначень стрижнів. Зовнішні поля, тобто частини площини поза фермою, обмежені лініями дії зовнішніх сил, і внутрішні поля, обмежені стрижнями, будемо позначати великими літерами латинського алфавіту (рисунок 1.26).

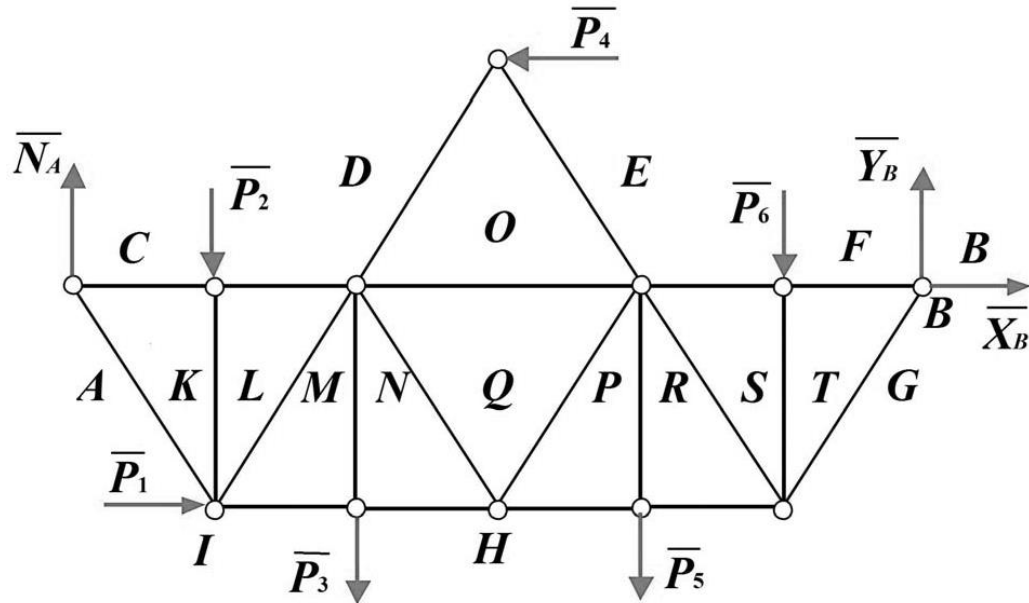


Рисунок 1.26 - Система позначень стержнів

Вектори сил на діаграмі прийнято позначати двома малими літерами, відповідними позначенням тих полів, для яких лінія дії сили або стержень є границя.

Будується спочатку багатокутник зовнішніх сил $acdefbghi$ (рисунк 1.27). Сили в цьому багатокутнику відкладаються в тому порядку, в якому вони зустрічаються при обході контуру ферми за годинниковою стрілкою.

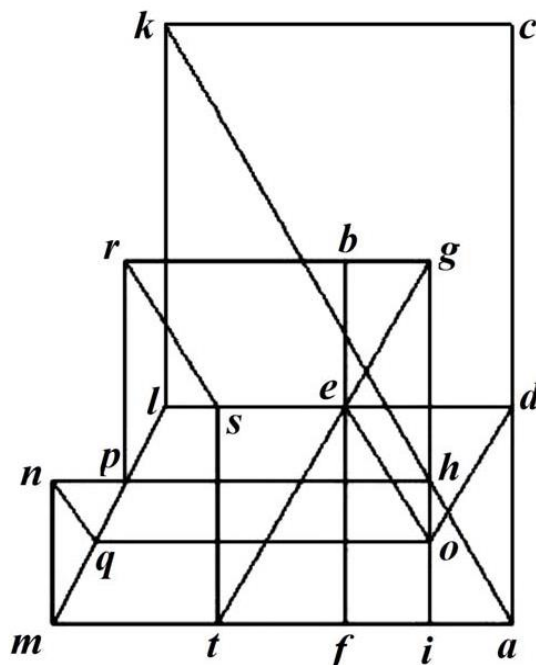


Рисунок 1.27 - Діаграма Максвелла – Кремони

Початок і кінець кожної сили позначаються тими самими літерами, якими позначено дві суміжні області, розмежовані лінією дії цієї сили. При

цьому послідовність букв від початку до кінця сили повинна відповідати прийнятому напрямку обходу. Наприклад, сила $\vec{P}_1$ позначена літерами *ia*, сила реакції в'язі в точці А $\vec{N}_A$ позначена літерами *ac*, сила $\vec{P}_2$ позначена *cd* і т.д

До цього багатокутника зовнішніх сил послідовно прибудовуються силові трикутники для вузлів I – XI, починаючи з вузла, у якому сходиться трохи більше двох стержнів. Наприклад, на вузол I діє одна зовнішня сила $\vec{N}_A$ та реакції стержнів 1 та 2. Провівши через точку А пряму, паралельну стержню 2, а через точку С – пряму, паралельну стержню 1, отримаємо силовий трикутник АСК, в якому СК – реакція стержня 1, а АК – реакція стержня 2. Далі будуються силові трикутники для інших вузлів ферми.

Зазначене правило побудови плану сил дозволяє визначити як величину сили, а й її знак, тобто встановити, чи буде даний стержень розтягнутий чи стиснутий. Обходячи, наприклад, вузол 3 по ходу стрілки годинника, зустрічаємо стержень 5 (*lm*). Перша літера *l*, друга – *m*. Отже, стержень 5 стиснутий, тому що вектор *lm* спрямований до вузла. Якщо виникає необхідність визначити знак сили в стержні 13 (*qp*), роблять обхід вузла 7. Перша буква *q*, друга – *p*. Вектор згідно діаграми Максвелла спрямований від вузла. Отже, стержень 13 розтягнутий.

Аналогічно визначаються знаки зусиль і в інших стержнях ферми.

У практичних розрахунках ферм на даний час цей метод не застосовується як застарілий. На зміну йому прийшли аналітичні (метод вирізування вузлів, метод Ріттера) та комп'ютерні методи.

Питання для самоперевірки

- 1.1 Що таке матеріальна точка?
- 1.2 Що таке абсолютно тверде тіло?
- 1.3 Що таке сила?
- 1.4 Якими приладами вимірюють чисельне значення сили?
- 1.5 Якими одиницями вимірюється сила в Міжнародній системі (СІ)?
- 1.6 Що таке система сил?
- 1.7 Які системи сил називаються еквівалентними?
- 1.8 Що таке рівнодіюча та врівноважувальна сила?
- 1.9 У чому схожість між рівнодіальною та врівноважувальною силами і чим вони одна від одної відрізняються?
- 1.10 Сформулюйте першу, другу, третю та четверту аксіоми статички.
- 1.11 Сформулюйте п'яту аксіому статички.
- 1.12 Які різновиди зв'язків розглядають у статиці?
- 1.13 Яка система сил називається такою, що сходиться?
- 1.14 Як визначити рівнодіючу системи сил, що сходяться, шляхом побудови силового багатокутника?

ТЕМА 2 КІНЕМАТИКА

План

- 2.1 Введення в кінематику.
- 2.2 Способи завдання руху точки
- 2.3 Швидкість точки
- 2.4 Прискорення точки
- 2.5 Кінематика твердого тіла. Найпростіші рухи твердого тіла
- 2.6 Кінематичні характеристики тіла, що обертається

2.1 Введення в кінематику

Кінематикою називається розділ механіки, в якому вивчається рух матеріальних тіл в просторі з геометричної точки зору, поза зв'язком з силами, що визначають цей рух [2, 5, 7].

У кінематиці вивчається рух точки або тіла незалежно від причин, що викликають або змінюють його, тобто незалежно від тел.

Під **рухом точки**, механічним рухом, розуміють зміну положення точки або тіла в просторі. Рух точки або тіла відбувається в просторі із зміною часу. При цьому простір передбачається тривимірним евклідовим. Його властивості в усіх точках і напрямках однакові і не залежать від тіл, що знаходяться в ній, і від їх рухів. Такий простір називають **абсолютним**.

Щоб характеризувати рух якої-небудь точки або тіла, треба порівняти їх положення з положенням якого-небудь іншого тіла, званого тілом відліку.

Систему координат, незмінно пов'язану з тілом відліку, називають **системою відліку**.

Якщо положення точки або тіла у вибраній системі відліку не змінюється, тобто не змінюються координати точки або координати усіх точок тіла, то точка або тіло відносно узятій системи відліку знаходиться у спокої. Якщо ж положення точки або тіла відносно вибраної системи відліку змінюється, тобто змінюються координати точки або координати яких-небудь точок тіла, то точка або тіло по відношенню до узятій системи відліку рухається.

Рух точки або тіла завжди є відносним рухом (відносно якої-небудь системи відліку). Наприклад, якщо положення точки задається трьома декартовими координатами в системі координат, незмінно пов'язаній із Землею, то при зміні цих координат точка рухається відносно Землі.

Час прийнято вважати однаковим в усіх системах відліку, незалежно від їх руху. Цей час називають абсолютним. Початок відліку часу, тобто той момент часу, з якого починається його рахунок, можна вибирати стосовно умов завдання.

Одиниці для виміру відстані і часу також можна вибирати стосовно умов завдання. Основною одиницею часу є секунда (с), відстані - метр (м).

У кінематиці рух задають відносно якої-небудь системи відліку.

Задати рух точки або тіла відносно якої-небудь системи відліку - означає дати умови, що дозволяють знайти положення точки або тіла у будь-який момент часу відносно цієї системи відліку.

Кінематика розділяється на **кінематику точки** і **кінематику твердого тіла**.

Для вирішення завдань кінематики потрібно, щоб рух тіла, що вивчається, був якимось заданий.

Кінематично задати рух або закон руху тіла (точки) - означає задати положення тіла (точки) відносно цієї системи відліку у будь-який момент часу.

Встановлення математичних способів завдання руху точок і тіл є одним з важливих завдань кінематики.

Основне ж завдання кінематики точки і твердого тіла полягає в тому, щоб, знаючи закон руху точки (тіла), встановити методи визначення усіх кінематичних величин, що характеризують цей рух.

Перейдемо до вивчення кінематики точки.

Основні завдання кінематики точки

Кінематика точки розглядає дві основні задачі.

1. Задача завдання руху точки. Рух точки в просторі вважається заданим, якщо знайдено спосіб, за допомогою якого кожному моменту часу t однозначно ставиться у відповідність положення точки в просторі.

2. Задача визначення кінематичних характеристик руху точки - швидкості точки і прискорення точки.

Існує три способи завдання руху точки: **векторний**, **координатний** і **природний**.

2.2 Способи завдання руху точки

Векторний спосіб задавання руху точки

Розглянемо рух матеріальної точки M відносно деякого тіла, яке вважається нерухомим. Нехай O - точка, що належить цьому тілу (рисунок 2.1).

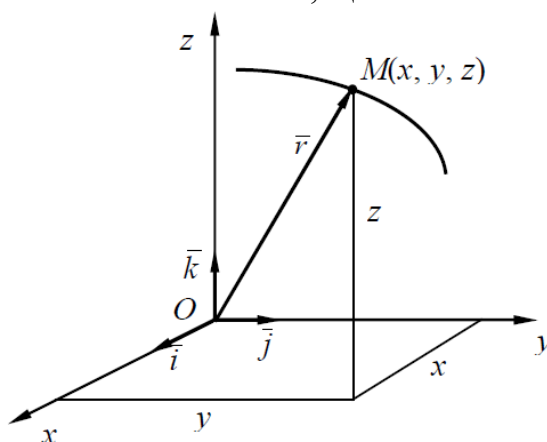


Рисунок 2.1 - Векторний спосіб задавання руху точки

Радіус-вектор $\vec{r}$ рухомої точки M відносно точки O можна задати як вектор-функцію часу t :

$$\vec{r} = \vec{r}(t), \quad (2.1)$$

Рівність (2.1) називається **векторним рівнянням руху точки** або **законом руху точки у векторній формі**.

Крива, якою рухається точка в просторі, називається **траєкторією** точки. *Траєкторія* – це годограф радіус-вектора точки.

Координатний спосіб завдання руху точки

Нехай тепер вектор $\vec{r}(t)$ задано в декартовій системі координат, а $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ - орти осей Ox, Oy, Oz . Тоді вектор-функція $\vec{r}(t)$ може бути задана трьома скалярними функціями $x(t), y(t), z(t)$:

$$\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$$

Таким чином, для того, щоб рух точки було задано координатним способом, мають бути задані функції:

$$x = x(t); \quad y = y(t); \quad z = z(t), \quad (2.2)$$

Рівності (2.2) називаються **рівняннями руху точки** або **законом руху точки в координатній формі**.

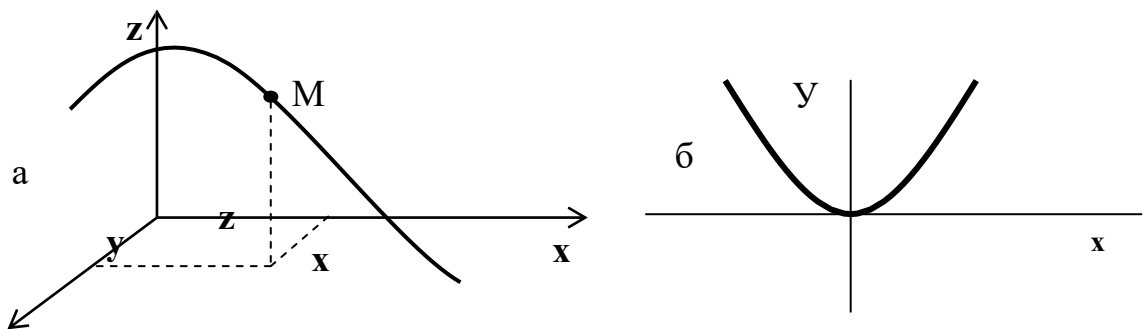


Рисунок 2.2 - Координатний спосіб завдання руху точки

Якщо рух відбувається в одній і тій же площині (рисунок 2.2б), наприклад Oxy , то рух описується двома рівняннями:

$$x = x(t); \quad y = y(t).$$

Якщо рух прямолінійний (рисунок 2.3), то він описується одним рівнянням:

$$x = x(t).$$

Рисунок 2.3 – Прямолінійний рух

Приклад: Нехай рух описується рівняннями: $x = 2 \cdot t$; $y = 12 \cdot t^2$.

По цих рівняннях можна знайти, що в момент часу $t = 0$ точка знаходиться в положенні $M_0 (0;0)$, при $t_1 = 1c$ у положенні $M_1(2;12)$ і т.д., тобто, даючи різноманітні значення t можна побудувати траєкторію руху.

Можна цю траєкторію побудувати іншим шляхом вилучивши t з обох рівнянь $t = x/2$; $y = 3x^2$, тобто траєкторією є парабола з вершиною на початку координат (рисунок 2.2 б).

Природний спосіб завдання руху точки

Цей спосіб застосовується у випадку, коли траєкторія точки відома заздалегідь. Траєкторія точки може бути задана різними способами: словесно (наприклад, можна сказати, що траєкторією точки є коло такого-то радіусу), графічно в якомусь масштабі або рівняннями, наприклад, у загальному вигляді як лінія перетину поверхонь:

$$F_1(x, y, z) = 0; \quad F_2(x, y, z) = 0$$

або іншими рівняннями.

Для завдання закону руху точки траєкторією необхідно вибрати на траєкторії точку M_0 , яку приймають за початок відліку дугової координати, і задати позитивний напрямок відліку (рисунок 2.4).

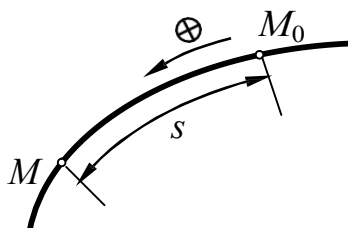


Рисунок 2.4 – Природний спосіб завдання руху точки

Під час руху точки M відстань від неї до початкової точки змінюється з плином часу, отже, дугову координату необхідно задати як функцію часу:

$$s = s(t), \quad (2.3)$$

Залежність (2.3) називається *законом руху точки*. Отже, для того, щоб рух точки було задано природним способом, мають бути задані:

- 1) траєкторія точки;
- 2) закон руху точки $s = s(t)$,
- 3) початок відліку M_0 ;
- 4) позитивний напрямок відліку дуги s .

При цьому потрібно відрізнити дугу s і пройдений точкою шлях. Якщо точка рухається траєкторією весь час в одному напрямку, то дуга і шлях збігаються. Але якщо, наприклад, закон руху точки дорівнює $s = a \cdot \sin t$ і точка здійснює гармонійні коливання кривою, то дуга і шлях

збігаються тільки до досягнення дуги свого максимального значення a . Далі шлях на відміну від дуги буде весь час збільшуватися.

Приклад 2.1

Визначити траєкторію точки, якщо рух точки задано рівняннями

$$x = 2t^2 - 3t + 1; \quad y = 4t^2 - 6t - 2, \quad (2.4)$$

Розв'язання

Рівняння руху (2.4) є також рівняннями траєкторії точки, заданої в параметричному вигляді, де параметром є час t . Позбудемося параметра t . Із рівнянь (2.4) видно, що коефіцієнти при t^2 і t доданків правих частин рівнянь пропорційні. Отже, множачи перше рівняння на два і віднімаючи від нього друге рівняння, отримаємо:

$$2x - y = 4$$

Таким чином, траєкторією точки є пряма $y = 2x - 4$.

Приклад 2.2

Визначити траєкторію точки, якщо рух точки задано рівняннями

$$x = 2 \cos \frac{\pi \cdot t}{3}; \quad y = 3 \sin \frac{\pi \cdot t}{3}, \quad (2.5)$$

Розв'язання

Щоб позбутися параметра t в рівняннях (2.5), виконаємо такі математичні перетворення. Поділимо перше рівняння на два, а друге на три:

$$\frac{x}{2} = \cos \frac{\pi \cdot t}{3}; \quad \frac{y}{3} = \sin \frac{\pi \cdot t}{3}.$$

Потім підведемо кожне рівняння до квадрата і складемо отримані рівняння. Враховуючи, що

$$\sin^2 \frac{\pi \cdot t}{3} + \cos^2 \frac{\pi \cdot t}{3} = 1,$$

отримаємо

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1.$$

Отже, траєкторією точки є еліпс із центром на початку координат і півосями $a = 2$, $b = 3$.

ШВИДКІСТЬ І ПРИСКОРЕННЯ ТОЧКИ

2.3 Швидкість точки

Однією з основних кінематичних характеристик руху точки є векторна величина - *швидкість точки* [2].

Дамо спочатку визначення середньої швидкості точки за якійсь проміжок часу t . Скористаємося векторним способом завдання руху точки.

Нехай у момент часу t точка знаходилась в положенні M і задавалася $\vec{r}$ (радіусом-вектором), а в момент t_1 приходить у положення M_1 обумовленого радіус-вектором $\vec{r}_1$ (рисунок 2.5).

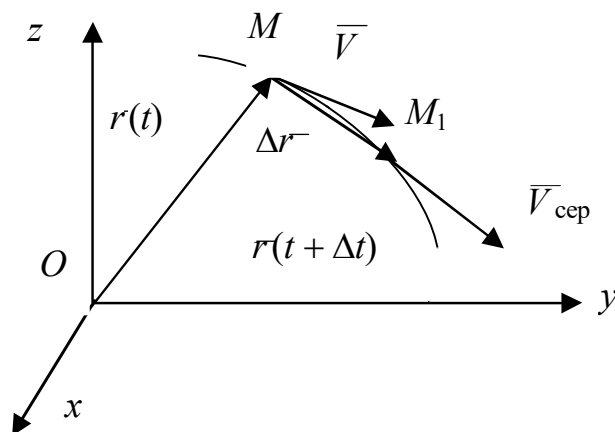


Рисунок 2.5 – Направлення вектору швидкості при криволінійному русі

Тоді переміщення точки за час $\Delta t = t_1 - t$ визначиться вектором MM_1 , який називається **вектором переміщення точки**, він спрямований по хорді. При криволінійному русі із ΔOMM_1 знайдемо:

$$\vec{r} + \vec{MM_1} = \vec{r}_1 \quad \text{або} \quad \vec{MM_1} = \vec{r}_1 - \vec{r} = \Delta \vec{r}.$$

Відношення вектора переміщення точки до відповідного проміжку часу дає векторну величину, яку називають середньою по модулю і напрямку швидкістю точки: $V_{\text{сеп}} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$

Вектор швидкості спрямований по напрямку вектора переміщення точки. Очевидно, що чим менше буде проміжок Δt , тим величина $\vec{V}_{\text{сеп}}$ буде точніше характеризувати рух точки. Точна величина яка характеризує рух точки, називають **швидкістю точки в даний момент часу**:

$$\vec{V} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} (\vec{V}_{\text{сеп}}) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}, \quad (2.6)$$

Тобто вектор швидкості точки в даний момент часу дорівнює похідної від радіуса-вектора точки за часом.

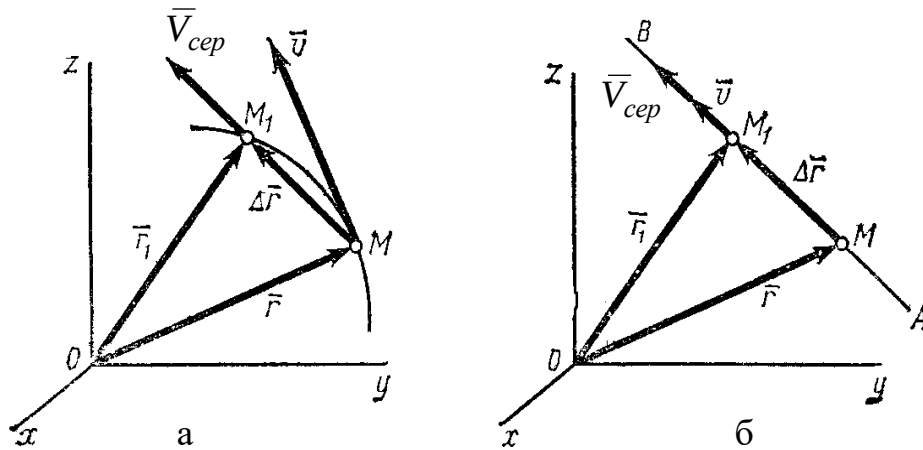


Рисунок 2.6 - Напрямок вектору швидкості:
а) при криволінійному русі; б) при прямолінійному русі

Вектор швидкості завжди спрямований по дотичній до траєкторії руху точки в бік руху (рисунок 2.6 а).

При криволінійному русі змінюється як напрямок так і величина $\bar{V}$.

При прямолінійному русі вектор швидкості $\bar{V}$ весь час спрямований вздовж прямої (рисунок 2.6 б), по якій рухається точка і змінюється лише чисельно.

Таким чином, **швидкість точки** – це векторна величина, що характеризує швидкість зміни радіус-вектора точки і спрямована по дотичній до траєкторії в бік руху точки. Одиницею вимірювання швидкості в системі СІ є м/с.

2.4 Прискорення точки

Нехай тепер відома функція $\bar{V} = \bar{V}(t)$. На рисунку 2.7 $\bar{V}(t)$ і $\bar{V}(t + \Delta t)$ вектори швидкості рухомої точки в моменти t і Δt . Щоб отримати приріст вектора швидкості $\Delta \bar{V}$ перенесемо паралельно вектор $\bar{V}(t + \Delta t)$ в точку M .

$$\Delta \bar{V} = \bar{V}(t + \Delta t) - \bar{V}(t).$$

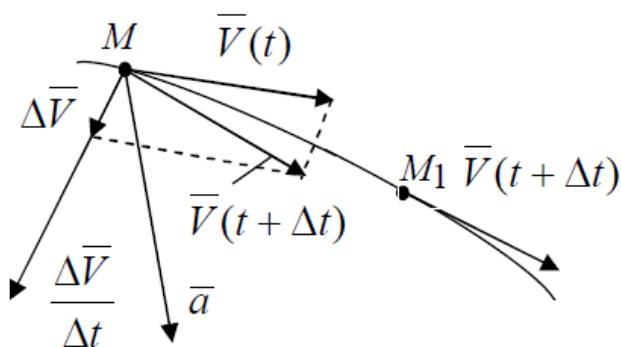


Рисунок 2.7 – Середнє прискорення точки

Середнім прискоренням точки за проміжок часу Δt називається відношення приросту вектора швидкості $\Delta \bar{V}$ до проміжку часу Δt :

$$\bar{a}_{сер} = \frac{\Delta \bar{V}}{\Delta t}.$$

Прискоренням $\bar{a}$ точки в даний момент часу називається межа відношення приросту швидкості $\Delta \bar{V}$ до приросту часу Δt при прагненні останнього до нуля, тобто

$$\bar{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \bar{V}}{\Delta t} = \frac{d\bar{V}}{dt} = \frac{d^2 \bar{r}}{dt^2}.$$

Отже, прискорення точки в даний момент часу дорівнює першій похідній за часом від вектора швидкості точки або другій похідній радіус-вектора за часом:

$$\bar{a} = \frac{d\bar{V}}{dt} = \frac{d^2 \bar{r}}{dt^2}, \quad (2.7)$$

Прискорення точки – це векторна величина, що характеризує швидкість зміни вектора швидкості в часі.

Побудуємо годограф швидкості (рисунок 2.8).

Годографом швидкості за визначенням є крива, яку викреслює кінець вектора швидкості під час руху точки, якщо вектор швидкості відкладається з однієї й тієї самої точки.

Очевидно, що швидкість точки, що викреслює годограф швидкості, дорівнюватиме прискоренню точки під час її руху по траєкторії.

Одиницею вимірювання прискорення в системі СІ є м/с^2 .

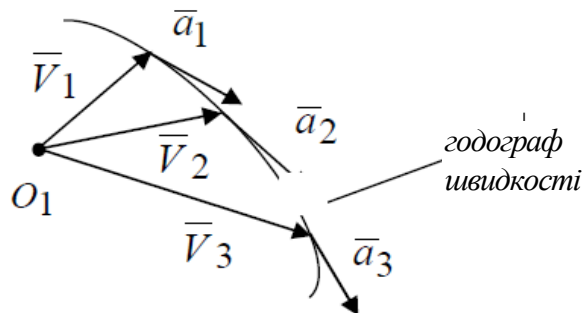


Рисунок 2.8 – Годограф швидкості

Визначення швидкості точки за координатного способу завдання її руху при руху

Нехай рух точки задано координатним способом у декартовій системі координат (рисунок 2.9):

$$x = x(t), \quad y = y(t), \quad z = z(t).$$

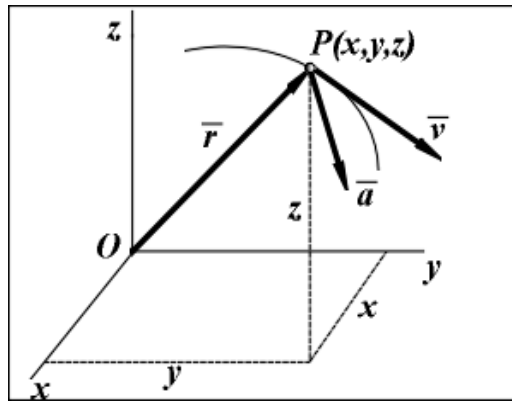


Рисунок 2.9 – Швидкість та прискорення при координатному способі

Радіус-вектор точки дорівнює:

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}.$$

Оскільки одиничні вектори $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ постійні, то за визначенням:

$$\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k}, \quad (2.8)$$

Позначимо проекції вектора швидкості на осі O_x , O_y та O_z через V_x , V_y , V_z відповідно і розкладемо вектор швидкості по осях:

$$\vec{V} = V_x\vec{i} + V_y\vec{j} + V_z\vec{k}, \quad (2.9)$$

Порівнюючи рівності (2.8) і (2.9), отримаємо

$$V_x = \frac{dx}{dt}, \quad V_y = \frac{dy}{dt}, \quad V_z = \frac{dz}{dt}, \quad (2.10)$$

Надалі, слідуючи Ньютону, похідну за часом будемо позначати точкою зверху, тобто:

$$V_x = \dot{x}, \quad V_y = \dot{y}, \quad V_z = \dot{z}.$$

Модуль швидкості точки визначається формулою:

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}, \quad (2.11)$$

Напрямок вектора швидкості визначається напрямними косинусами:

$$\cos(\vec{V}, \vec{i}) = \frac{V_x}{V}; \quad \cos(\vec{V}, \vec{j}) = \frac{V_y}{V}; \quad \cos(\vec{V}, \vec{k}) = \frac{V_z}{V}$$

Визначення прискорення точки при координатному способі задавання її руху (рисунок 2.9)

Вектор швидкості в декартовій системі координат дорівнює:

$$\vec{V} = V_x \vec{i} + V_y \vec{j} + V_z \vec{k}.$$

За визначенням

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{dV_x}{dt} \vec{i} + \frac{dV_y}{dt} \vec{j} + \frac{dV_z}{dt} \vec{k} = \ddot{x} \vec{i} + \ddot{y} \vec{j} + \ddot{z} \vec{k}, \quad (2.12)$$

Позначимо проекції вектора прискорення на осі O_x , O_y та O_z через a_x , a_y , a_z відповідно та розкладемо вектор швидкості по осях:

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}, \quad (2.13)$$

Порівнюючи рівності (2.12) і (2.13), отримаємо:

$$a_x = \dot{V}_x = \ddot{x}; \quad a_y = \dot{V}_y = \ddot{y}; \quad a_z = \dot{V}_z = \ddot{z}, \quad (2.14)$$

Модуль вектора прискорення точки обчислюється аналогічно модулю вектора швидкості точки:

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}, \quad (2.15)$$

а напрямки вектора прискорення – напрямними косинусами:

$$\cos(\vec{a}, \vec{i}) = \frac{a_x}{a}; \quad \cos(\vec{a}, \vec{j}) = \frac{a_y}{a}; \quad \cos(\vec{a}, \vec{k}) = \frac{a_z}{a}$$

Визначення швидкості та прискорення точки при природному способі завдання руху точки (рисунок 2.10)

При цьому способі використовуються природні осі з початком у поточному положенні точки M на траєкторії (рисунок 2.10) і одиничними векторами $\vec{\tau}$, $\vec{n}$, $\vec{b}$. Одиничний вектор $\vec{\tau}$ спрямований по дотичній до траєкторії в бік позитивного відліку дуги, одиничний вектор $\vec{n}$ спрямований за головною нормалі траєкторії в бік її увігнутості, одиничний вектор $\vec{b}$ спрямований по бінормалі до траєкторії в точці P .

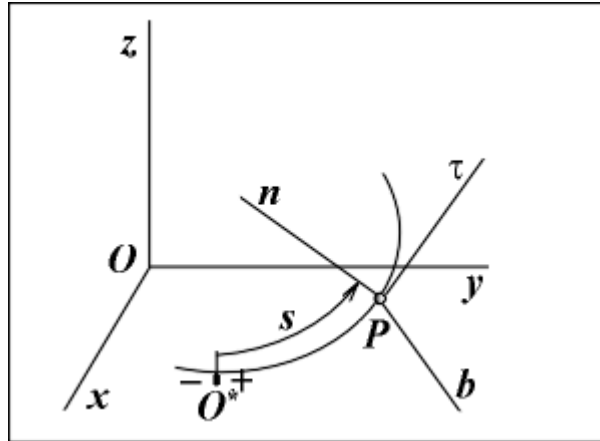


Рисунок 2.10 – Швидкість та прискорення при природному способі

Орти $\vec{\tau}$ і $\vec{n}$ лежать у дотичній площині, орти $\vec{n}$ і $\vec{b}$ - у нормальній площині, орти $\vec{\tau}$ і $\vec{b}$ - у спрямлювальній площині.

Отриманий тригранник називається *природним*.

Нехай задано закон руху точки $s = s(t)$.

Радіус-вектор $\vec{r}$ точки P відносно будь-якої фіксованої точки буде складною функцією часу $\vec{r}(t) = \vec{r}(s(t))$.

З диференціальної геометрії відомі формули Серре-Френе, що встановлюють зв'язки між одиничними векторами природних осей і вектор-функцією кривої:

$$\frac{d\vec{r}}{ds} = \vec{\tau}; \quad \frac{d\vec{\tau}}{ds} = \frac{1}{\rho} \vec{n}, \quad (2.16)$$

де ρ – радіус кривизни траєкторії.

Використовуючи визначення швидкості та формули Серре-Френе, отримаємо:

$$\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{r}}{ds} \cdot \frac{ds}{dt} = \frac{ds}{dt} \cdot \vec{\tau}, \quad (2.17)$$

Позначаючи проекцію швидкості на дотичну V_τ і враховуючи, що вектор швидкості спрямований по дотичній, маємо:

$$\vec{V} = V_\tau \cdot \vec{\tau}, \quad (2.18)$$

Порівнюючи рівності (2.17) і (2.18), отримаємо формули для визначення вектора швидкості за величиною та напрямком:

$$V_\tau = s; \quad V = |V_\tau|; \quad \vec{V} = V_\tau \cdot \vec{\tau}, \quad (2.19)$$

Величина V_τ позитивна, якщо точка P рухається в позитивному

напрямку відліку дуги s і від'ємна в протилежному випадку.

Використовуючи визначення прискорення і формули Серре-Френе, отримаємо:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d}{dt}(V_\tau \cdot \vec{\tau}) = \frac{dV_\tau}{dt} \cdot \vec{\tau} + V_\tau \frac{d\vec{\tau}}{ds} \cdot \frac{ds}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2} \cdot \vec{\tau} + \frac{V^2}{\rho} \cdot \vec{n}, \quad (2.20)$$

Позначимо проекцію прискорення точки $\vec{a}$ на дотичну $\vec{\tau}$, головну нормаль і бінормаль a_τ , a_n , a_b відповідно.

Тоді прискорення дорівнює:

$$\vec{a} = a_\tau \cdot \vec{\tau} + a_n \cdot \vec{n} + a_b \cdot \vec{b}, \quad (2.21)$$

З формул (2.20) і (2.21) випливає, що вектор прискорення завжди лежить у дотичній площині й розкладається за напрямками $\vec{\tau}$ і $\vec{n}$:

$$\vec{a} = a_\tau \cdot \vec{\tau} + a_n \cdot \vec{n}.$$

Порівнюючи формули (2.20) і (2.21), отримаємо:

$$a_\tau = \dot{V}_\tau; \quad a_n = \frac{V^2}{\rho}, \quad (2.22)$$

Проекція прискорення на дотичну $a_\tau = \frac{dV_\tau}{dt}$ називається **дотичним** або **тангенціальним прискоренням**. Воно характеризує зміну величини швидкості.

Проекція прискорення на головну нормаль $a_n = \frac{V^2}{\rho}$ називається **нормальним прискоренням**. Воно характеризує зміну вектора швидкості за напрямом.

Модуль вектора прискорення дорівнює

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$$

Якщо V_τ і a_τ одного знака, то рух точки буде *прискоренням*.

Якщо V_τ і a_τ різних знаків, то рух точки буде *сповільненням*.

Швидкість і прискорення при векторному способі (рисунок 2.11)

Швидкістю точки в даний момент часу називається вектор $\vec{V}$, рівний першою похідною від її радіусу-вектора $\vec{r}$ за часом:

$$\vec{V} = \frac{dr}{dt}, \quad (2.23)$$

Вектор швидкості, що характеризує зміну з часом модуля і напрямку радіусу-вектора точки, спрямований по дотичній до траєкторії точки у бік її руху.

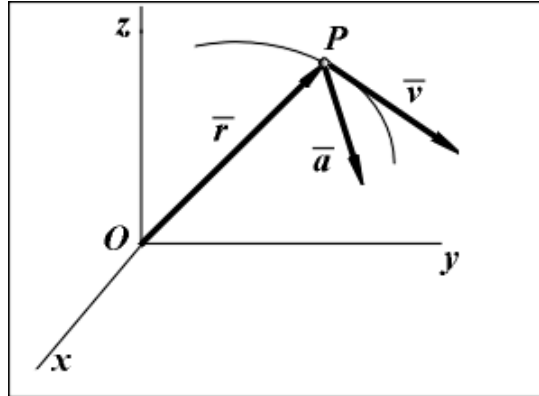


Рисунок 2.11 – Швидкість та прискорення при векторному способі

При прямолінійному русі вектор швидкості $\vec{V}$ увесь час спрямований уздовж прямої, по якій рухається точка, і може змінюватися лише за величиною; при криволінійному русі окрім модуля увесь час змінюється і напрям вектора швидкості точки.

Як одиниці виміру швидкості застосовують зазвичай м/с або км/ч.

Прискоренням точки в даний момент часу називається вектор $\vec{a}$, рівний першою похідною від вектора швидкості $\vec{V}$ або другій похідній від її радіусу-вектора $\vec{r}$ за часом:

$$\vec{a} = \frac{dV}{dt} = \frac{d^2 r}{dt^2}, \quad (2.24)$$

Прискорення точки, як векторна величина, характеризує зміну з часом модуля і напрямку вектора швидкості точки.

Розглянемо, як розташовується вектор $\vec{a}$ по відношенню до траєкторії точки. При прямолінійному русі вектор $\vec{a}$ спрямований уздовж прямої, по якій рухається точка. Якщо траєкторією є просторова крива, то вектор $\vec{a}$ спрямований у бік угнутості траєкторії і лежить в дотичній площині. Як одиниця виміру прискорення застосовується зазвичай м/с².

Окремі випадки руху точки

Про характер руху точки судять за значеннями дотичного та нормального прискорень. Розглянемо такі випадки.

1. Рівномірний криволінійний рух

$$a_\tau \equiv 0.$$

У цьому випадку дотичне прискорення протягом розглянутого проміжку часу дорівнює нулю, і з його визначення випливає, що величина

швидкості буде постійною. Оскільки нормальне прискорення в цьому випадку не дорівнює нулю, то з визначення нормального прискорення випливає, що напрям вектора швидкості буде змінюватися і, отже, точка рухатиметься криволінійно рівномірно. Визначимо закон руху точки в цьому випадку.

Нехай $s|_{t=0} = s^0$ $V_\tau|_{t=0} = V_\tau^0$.

Тоді з $\frac{dV_\tau}{dt} = 0$ випливає

$$V_\tau = \text{const} = V_\tau^0.$$

Враховуючи, що $V_\tau = \frac{ds}{dt} = V_\tau^0$, розділяючи змінні та інтегруючи, отримаємо

$$\int_{s_0}^s ds = \int_{t_0}^t V_\tau^0 dt,$$

звідки $s = s_0 + V_\tau^0 \cdot t$

Таким чином, якщо рух точки рівномірний, то дугова координата змінюється за лінійним законом.

2. Рівномірний прямолінійний рух

$$a_\tau = 0; \quad a_n = 0.$$

У цьому випадку, оскільки $a_n = 0$, рух точки є прямолінійним, а оскільки $a_\tau = 0$, то він є і рівномірним. Це єдиний рух, за якого повне прискорення дорівнює нулю $a = 0$.

3. Рівнозмінний рух

$$a_\tau = \text{const} = a_\tau^0.$$

У цьому випадку величина дотичного прискорення протягом розглянутого проміжку часу постійна. Отже, $\frac{dV_\tau}{dt} = a_\tau^0$. Визначимо закон руху точки.

Поділяючи змінні та інтегруючи $\int_{V_0}^V dV_\tau = \int_0^t a_\tau^0 dt$, отримаємо:

$$V_\tau = V_\tau^0 + a_\tau^0 \cdot t \quad \text{або} \quad \frac{ds}{dt} = V_\tau^0 + a_\tau^0 \cdot t.$$

Знову розділяючи змінні та інтегруючи $\int_{s_0}^s ds = \int_{t_0}^t (V_\tau^0 + a_\tau^0 \cdot t) dt$,

отримаємо закон рівнозмінного руху точки:

$$s = s_0 + V_\tau^0 \cdot t + a_\tau^0 \cdot t^2.$$

При цьому, якщо $a_\tau \cdot V_\tau > 0$ (тобто a_τ і V_τ одного знака), то рух буде рівноприскореним. Якщо $a_\tau \cdot V_\tau < 0$ (тобто a_τ і V_τ різного знака), то рух буде рівносповільненим.

Приклад 2.1

Визначити швидкість точки через одну секунду після початку руху, якщо рух точки задано рівняннями

$$x = 2 \cos \frac{\pi \cdot t}{6}; \quad y = \sin \frac{\pi \cdot t}{6}$$

Розв'язання

За формулами (2.8) визначимо проекції вектора швидкості на координатні осі:

$$V_x = \dot{x} = -\frac{\pi}{3} \sin \frac{\pi \cdot t}{6}; \quad V_y = \dot{y} = \frac{\pi}{6} \cos \frac{\pi \cdot t}{6}$$

Обчислимо значення проекцій швидкості через одну секунду:

$$V_x = -\frac{\pi}{6} = -52 \text{ м/с}; \quad V_y = \frac{\sqrt{3}\pi}{12} = 0,45 \text{ м/с}.$$

Модуль швидкості визначимо за формулою (2.11):

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{(-52)^2 + 0,45^2} = 0,69 \text{ м/с}.$$

Приклад 2.2

Визначити прискорення точки через 2 с після початку руху, якщо точка рухається по колу радіуса 4 м за законом:

$$s(t) = 2 - 4 \cdot t + 3 \cdot t^2 \text{ (м)}$$

Розв'язання

Визначимо проекцію швидкості на дотичну до траєкторії за формулою:

$$V_\tau = \dot{s} = -4 + 6 \cdot t.$$

Значення проекції швидкості через дві секунди дорівнює $V_\tau = 8$. Отже, швидкість точки в цей момент часу дорівнює $V = 8 \text{ м/с}$. Дотичне та нормальне прискорення обчислимо за формулами (2.22).

Дотичне прискорення точки буде постійним і дорівнюватиме:

$$a_\tau = \dot{V}_\tau = 6.$$

Нормальне прискорення точки дорівнює $a_n = \frac{V^2}{R} = 16$.

Повне прискорення точки обчислимо за формулою

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = \sqrt{6^2 + 16^2} = 17,9 \text{ м/с}^2.$$

2.5 Кінематика твердого тіла. Найпростіші рухи твердого тіла

Абсолютно твердим тілом або незмінною системою називається механічна система, відстані між точками якої незмінні під час будь-яких рухах.

Основними завданнями кінематики твердого тіла є:

- 1) задача завдання руху тіла;
- 2) завдання визначення кінематичних характеристик твердого тіла - кутової швидкості та кутового прискорення тіла;
- 3) завдання визначення кінематичних характеристик окремих точок тіла - задача розподілу швидкостей і прискорень.

Перша задача кінематики твердого тіла

Рух твердого тіла буде заданим, якщо є спосіб визначення положення будь-якої його точки в будь-який момент часу відносно деякої системи відліку. Для цього немає необхідності задавати рух кожної його точки, оскільки координати точок твердого тіла пов'язані співвідношеннями незмінності відстаней між ними. Для вільного твердого тіла достатньо задати шість незалежних параметрів.

Покажемо це. Візьмемо три точки тіла M_1, M_2, M_3 (рисунок 2.12), що не лежать на одній прямій.

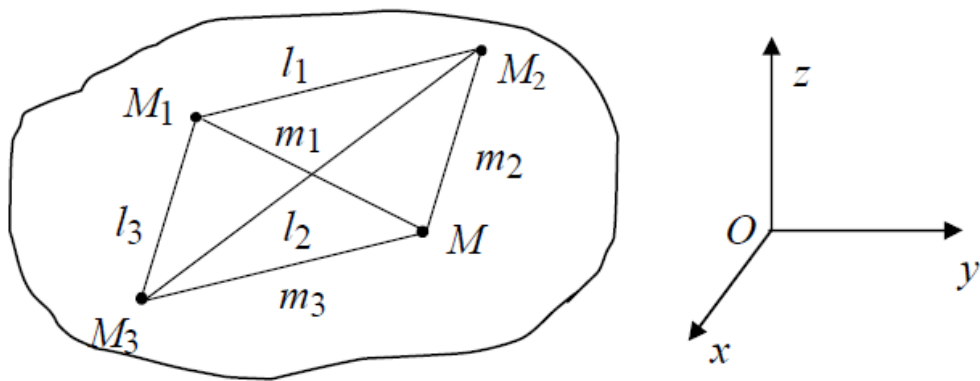


Рисунок 2.12 – Перша задача кінематики твердого тіла

Дев'ять декартових координат цих точок пов'язані між собою співвідношеннями незмінності відстані l_1, l_2, l_3 між точками:

$$\begin{cases} (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 = l_1^2; \\ (x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2 + (z_3 - z_2)^2 = l_2^2; \\ (x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2 + (z_3 - z_1)^2 = l_3^2. \end{cases} \quad (2.25)$$

Тому положення трьох точок тіла визначається шістьма незалежними координатами.

Якщо тепер додати ще одну точку M , то її положення визначається координатами x, y, z , які, однак, пов'язані трьома умовами незмінності відстаней m_1, m_2, m_3 від точки M до точок M_1, M_2, M_3 :

$$\begin{cases} (x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2 = m_1^2; \\ (x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 + (z - z_2)^2 = m_2^2; \\ (x - x_3)^2 + (y - y_3)^2 + (z - z_3)^2 = m_3^2. \end{cases} \quad (2.26)$$

Таким чином, число незалежних параметрів, що визначають положення чотирьох точок, залишається рівним шести. Отже, воно залишиться рівним шести і для будь-якої кількості точок.

*Число незалежних параметрів, завдання яких визначає положення твердого тіла в просторі, називається **числом ступенів свободи** тіла.*

Таким чином, вільне тверде тіло має шість ступенів свободи.

Якщо тверде тіло закріпити в будь-якій точці, то воно вже матиме $K = 6 - 3 = 3$ ступені свободи.

Задавати рух твердого тіла не обов'язково декартовими координатами. Надалі буде показано, що існують більш зручніші параметри, що визначають положення тіла в просторі.

Розглянемо загальну теорему кінематики, справедливу для будь-якого руху твердого тіла.

Теорема про проекції швидкостей двох точок тіла

За будь-якого руху твердого тіла проекції швидкостей двох точок тіла на пряму, що з'єднує ці точки, рівні.

Доказ. Візьмемо довільні точки тіла A і B , швидкість яких у деякий момент часу позначимо $\vec{V}_A$ і $\vec{V}_B$ (рисунок 2.13).

Виберемо довільну нерухому точку O . Радіус-вектори точок A і B будуть вектор-функціями $\vec{r}_A = \vec{r}_A(t)$ і $\vec{r}_B = \vec{r}_B(t)$.

З рисунку 2.13 випливає, що:

$$\vec{r}_B = \vec{r}_A + \overline{AB}, \quad (2.27)$$

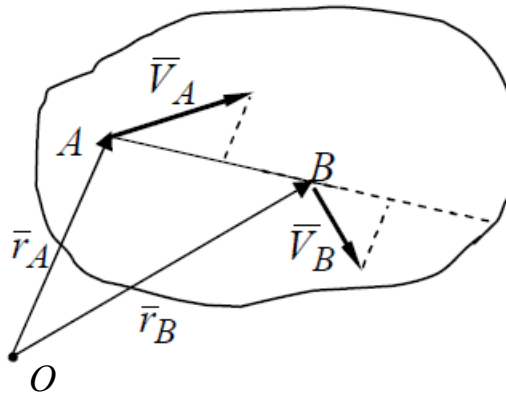


Рисунок 2.13 - Теорема про проєкції швидкостей двох точок тіла

Продиференціюємо за часом обидві частини рівності (2.27):

$$\frac{d\vec{r}_B}{dt} = \frac{d\vec{r}_A}{dt} + \frac{d\overline{AB}}{dt},$$

або

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \frac{d\overline{AB}}{dt}, \quad (2.28)$$

Оскільки під час руху тіла довжина відрізка AB не змінюється, тобто $|\overline{AB}| = \text{const}$, то з другої властивості похідної вектора за скалярним аргументом:

$$\frac{d\overline{AB}}{dt} \perp \overline{AB}.$$

Проектуючи тепер векторну рівність (2.28) на напрямок вектора $\overline{AB}$, отримуємо:

$$(\vec{V}_A)_{AB} = (\vec{V}_B)_{AB}, \quad (2.29)$$

Найпростіші рухи твердого тіла

Існують два найпростіші види руху твердого тіла, комбінуванням яких можна отримувати інші, більш складні його рухи. Такими рухами твердого тіла є **поступальний рух** і **обертання навколо нерухомої осі**.

Поступальний рух твердого тіла

Поступальним рухом твердого тіла називається такий його рух, за якого будь-яка пряма, проведена в тілі, залишається паралельною своєму первісному положенню.

Теорема. Якщо тверде тіло рухається поступально, то:

- 1) траєкторії всіх його точок однакові;
- 2) швидкості та прискорення всіх точок тіла в кожен момент часу рівні між собою.

Доказ. Якщо вибрати дві точки A і B (рисунок 2.14) твердого тіла, то радіуси-вектори цих точок задовольняють умові (2.27):

$$\vec{r}_B = \vec{r}_A + \overline{AB}$$

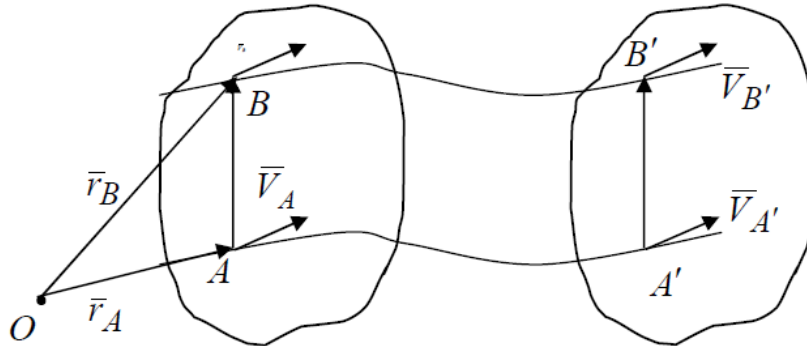


Рисунок 2.14 - Поступальний рух твердого тіла

Під час поступального руху вектор AB є постійним і за модулем, і за напрямком у будь-який момент часу.

Рівняння (2.27) показує, що годограф радіус-вектора точки B , який є траєкторією цієї точки, зсунутий стосовно годографа радіус-вектора точки A (траєкторія точки A) на постійний вектор $\overline{AB}$. Якщо цей зсув здійснити, то обидві траєкторії збігаються всіма своїми точками. Такі траєкторії вважаються однаковими. Отже, перший пункт теореми доведено.

Далі продиференціюємо за часом вираз (2.27):

$$\frac{d\vec{r}_A}{dt} = \frac{d\vec{r}_B}{dt} + \frac{d\overline{AB}}{dt}, \quad (2.30)$$

За першою властивістю похідної вектор-функції скалярного аргументу $\frac{d\overline{AB}}{dt} = 0$, оскільки $|\overline{AB}| = \text{const}$ і оскільки $\frac{d\vec{r}_B}{dt} = \vec{V}_B$ і $\frac{d\vec{r}_A}{dt} = \vec{V}_A$, то з (2.30) маємо:

$$\vec{V}_A = \vec{V}_B, \quad (2.31)$$

Диференціюючи за часом (2.31) і враховуючи, що

$$\frac{d\vec{V}_B}{dt} = \vec{a}_B \quad \text{та} \quad \frac{d\vec{V}_A}{dt} = \vec{a}_A,$$

отримаємо:

$$\vec{a}_A = \vec{a}_B, \quad (2.32)$$

Теорему доведено.

Оскільки всі точки твердого тіла під час поступального руху рухаються однаково, то поступальний рух повністю характеризується рухом однієї точки тіла. Для завдання цього руху достатньо знати координати будь-якої точки тіла, як функції часу:

$$x = x(t); \quad y = y(t); \quad z = z(t), \quad (2.33)$$

Отже, тверде тіло, що здійснює поступальний рух, має три ступені свободи ($K = 3$).

Рівняння (2.33) є рівняннями поступального руху твердого тіла. Для вивчення поступального руху достатньо використовувати кінематику точки.

Обертання твердого тіла навколо нерухомої осі

Обертанням твердого тіла навколо нерухомої осі називається такий рух, за якого дві точки тіла залишаються нерухомими протягом усього часу руху.

При цьому залишаються нерухомими всі точки тіла, розташовані на прямій, що проходить через нерухомі точки. Ця пряма називається віссю обертання тіла. Побудуємо нерухому площину, що проходить через вісь обертання Π_1 , і рухому площину Π , скріплену з тілом, що обертається тілом і також проходить через вісь обертання (рисунок 2.15).

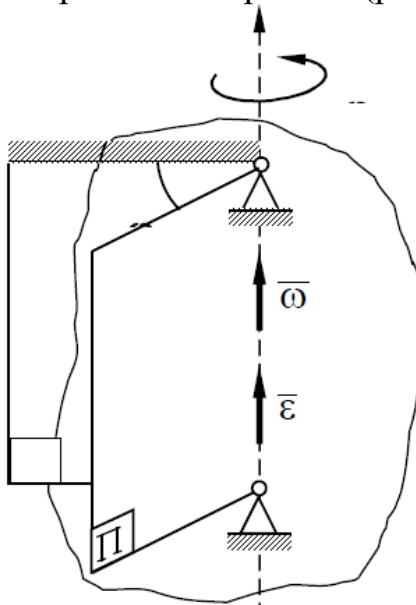


Рисунок 2.15 – Обертання твердого тіла навколо нерухомої осі

Нехай у початковий момент обидві площини збігаються. Тоді в момент часу t положення рухомої площини й самого обертового тіла можна визначити двограним кутом між площинами. Відповідний лінійний кут φ між прямими, розташованими в цих площинах і перпендикулярними осі обертання, називається **кутом повороту тіла**.

Положення тіла відносно обраної системи відліку повністю

визначається в будь-який момент часу, якщо задано рівняння:

$$\varphi = \varphi(t), \quad (2.34)$$

Залежність (2.34) виражає закон обертального руху твердого тіла навколо нерухомої осі.

У тіла, що здійснює обертання навколо нерухомої осі, один ступінь свободи, оскільки його положення визначається завданням одного параметра – кута φ ($K = 1$).

Кут φ зазвичай задають позитивним, якщо він відкладається від нерухомої площини проти ходу годинникової стрілки, і негативним – в іншому випадку, якщо дивитися з кінця осі z . Дугова стрілка на рисунку 2.15 показує напрямок позитивного відліку кута φ .

Траєкторіями точок тіла під час його обертання навколо нерухомої осі є кола, розташовані в площинах, перпендикулярних до осі обертання.

2.6 Кінематичні характеристики тіла, що обертається

Кутова швидкість тіла

Нехай у момент часу t тіло повернулося на кут $\varphi(t)$, а в момент часу $t + \Delta t$ на кут $\varphi(t + \Delta t)$. Тоді

$$\Delta\varphi = \varphi(t + \Delta t) - \varphi(t) - \text{прирост кута за час } \Delta t.$$

Відношення приросту кута $\Delta\varphi$ до проміжку часу Δt називається **середньою кутовою швидкістю тіла** за проміжок часу Δt

$$\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = (\omega_z)_{\text{сеп}}$$

Алгебраїчною кутовою швидкістю тіла в даний момент часу називається межа відношення приросту кута повороту тіла до проміжку часу, за який це прирощення відбулося при прагненні останнього до нуля:

$$\omega_z = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt}, \quad (2.35)$$

Таким чином, алгебраїчна кутова швидкість тіла в даний момент часу дорівнює першій похідній за часом від кута повороту в цей момент:

$$\omega_z = \frac{d\varphi}{dt} = \dot{\varphi}, \quad (2.36)$$

Вона є величиною позитивною при обертанні тіла проти ходу годинникової стрілки, оскільки при цьому кут повороту зростає з

перебігом часу, і від'ємною – при обертанні тіла за ходом годинникової стрілки, якщо позитивний кут відкладати проти ходу годинникової стрілки.

Абсолютне значення кутової швидкості позначається ω :

$$\omega = \left| \frac{d\varphi}{dt} \right|.$$

Одиниця вимірювання кутової швидкості в системі СІ - рад/с.

Кутова швидкість тіла характеризує швидкість зміни кута повороту тіла з перебігом часу.

Кутове прискорення тіла

Нехай тепер відомий закон зміни кутової швидкості:

$$\omega_z = \omega_z(t),$$

і в момент часу t кутова швидкість тіла дорівнює $\omega_z(t)$, а в момент часу $t + \Delta t$ – $\omega_z(t + \Delta t)$.

Тоді $\Delta\omega_z = \omega_z(t + \Delta t) - \omega_z(t)$ - прирощення кутової швидкості за час Δt .

Середнім кутовим прискоренням тіла за проміжок часу Δt називається відношення приросту кутової швидкості до проміжку часу, за який ця зміна відбулася, тобто

$$(\varepsilon_z)_{\text{сеп}} = \frac{\Delta\omega_z}{\Delta t}.$$

Алгебраїчним кутовим прискоренням тіла в даний момент часу називається границя відношення приросту алгебраїчної кутової швидкості до проміжку часу, за який це прирощення відбулося, при прагненні останнього до нуля.

$$\varepsilon_z = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega_z}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\omega_z(t + \Delta t) - \omega_z(t)}{\Delta t} = \frac{d\omega_z}{dt}, \quad (2.37)$$

Таким чином, алгебраїчне кутове прискорення тіла в даний момент часу дорівнює першій похідній за часом від алгебраїчної кутової швидкості або другої похідної від кута повороту:

$$\varepsilon_z = \frac{d\omega_z}{dt} = \dot{\varepsilon}, \quad (2.38)$$

Кутове прискорення тіла характеризує швидкість зміни кутової швидкості тіла з плином часу.

Якщо знаки ω_z і ε_z збігаються, тобто $\omega_z \cdot \varepsilon_z > 0$, то обертання тіла

називається **прискоренням**.

Якщо знаки ω_z і ε_z не збігаються, тобто $\omega_z \cdot \varepsilon_z < 0$, то обертання тіла називається **уповільненням**.

Абсолютне значення кутового прискорення будемо позначати ε :

$$\varepsilon = \left| \frac{d\omega_z}{dt} \right|$$

Одиниця вимірювання кутового прискорення тіла в системі СІ - рад/с².

Окремі випадки

1. Рівномірне обертання

$\varepsilon_z \equiv 0$ - умова рівномірного обертання.

Визначимо закон руху.

Нехай при $t = 0$: $\varphi|_{t=0} = \varphi_0$; $\varphi_z|_{t=0} = \varphi_z^0$; $\varepsilon_z|_{t=0} = \varepsilon_z^0$.

З умови рівномірного обертання випливає:

$$\omega_z = \frac{d\varphi}{dt} = \text{const} = \omega_z^0$$

звідки $\int_{\varphi_0}^{\varphi} d\varphi = \int_0^t \omega_z^0 dt$, отже, закон рівномірного обертання тіла:

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_z^0 t.$$

2. Рівнозмінне обертання твердого тіла

$\varepsilon_z = \text{const} = \varepsilon_z^0$ - умова рівнозмінного обертання.

Із цієї умови випливає:

$$\int_{\omega_z^0}^{\omega} d\omega = \int_0^t \varepsilon_z^0 dt = \varepsilon_z^0 t$$

звідки $\omega_z = \frac{d\varphi}{dt} = \varepsilon_z^0 t + \omega_z^0$. З останнього випливає:

$$\int_{\varphi_0}^{\varphi} d\varphi = \int_0^t (\varepsilon_z^0 t + \omega_z^0) dt = \varepsilon_z^0 \cdot \frac{t^2}{2} + \omega_z^0 t + \varphi_0$$

Отже, закон рівнозмінного обертання тіла має вигляд:

$$\varphi = \frac{\varepsilon_0 t^2}{2} + \omega_z^0 t + \varphi_0$$

При цьому, якщо знаки ε_z^0 і ω_z збігаються, то обертання називається **рівноприскоренням**, якщо знаки ε_z^0 і ω_z різні, то обертання називається **рівносповільненням**.

Примітка. Кутова швидкість і кутове прискорення можуть бути тільки в тіла. Не можна говорити кутова швидкість або кутове

прискорення точки. На лекції №1 ми визначили, що під матеріальною точкою розуміють найпростішу модель матеріального тіла будь-якої форми, розмірами і обертанням якого можна знехтувати. У точки є тільки швидкість і прискорення.

Таким чином, кутова швидкість і кутове прискорення є кінематичними характеристиками твердого тіла.

Питання для самоперевірки

- 2.1 Які основні завдання розв'язує кінематика точки?
- 2.2 Що називається похідною змінного вектора за скалярним аргументом?
- 2.3 Перелічіть властивості похідної вектора за скалярним аргументом.
- 2.4 Які способи завдання руху точки існують?
- 2.5 У чому полягає векторний спосіб завдання руху точки?
- 2.6 Запишіть рівняння руху точки за координатного способу завдання її руху.
- 2.7 Як визначити траєкторію точки за координатного способу завдання її руху?
- 2.8 У чому полягає природний спосіб завдання руху точки?
- 2.9 Як визначаються швидкість і прискорення точки?
- 2.10 Запишіть формулу для визначення швидкості та прискорення точки при координатному способі завдання її руху.
- 2.11 Запишіть формули для визначення швидкості та прискорення точки при природному способі її завдання.
- 2.12 Чому дорівнює дотичне прискорення точки в разі криволінійного рівномірного русі точки?
- 2.13 Перелічіть основні завдання кінематики твердого тіла.
- 2.14 У чому полягає перша задача кінематики твердого тіла?
- 2.15 Що називається числом ступенів свободи твердого тіла?
- 2.16 Сформулюйте теорему про проекції швидкостей двох точок тіла.
- 2.17 Який рух твердого тіла називається поступальним?
- 2.18 Сформулюйте теорему поступального руху твердого тіла.
- 2.19 Як задати поступальний рух твердого тіла?
- 2.20 Який рух твердого тіла називається обертальним?
- 2.21 Запишіть закон обертального руху твердого тіла.
- 2.22 Що називається алгебраїчною кутовою швидкістю тіла?
- 2.23 Як визначається кутове прискорення тіла?
- 2.24 Запишіть формулу для визначення величини швидкості точки при обертальному русі тіла.
- 2.25 Запишіть формулу для визначення величини прискорення точки при обертальному русі тіла.

ТЕМА 3. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ МІЦНІСНОЇ НАДІЙНОСТІ ТИПОВИХ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ

План

- 3.1 Загальні поняття
- 3.2 Поздовжні сили та напруження в поперечних перерізах стержнів.
- Пружні деформації
- 3.3 Розрахунок на міцність
- 3.4 Розрахунок проводів на міцність

Основами розрахунку елементів конструкцій називається наука про міцність, жорсткість і стійкість елементів машин і споруд. Основною метою є створення практично прийнятних і простих прийомів розрахунку типових елементів конструкцій, що найчастіше зустрічаються.

3.1 Загальні поняття

Реальні об'єкти часто мають вельми складну форму і виготовлені з матеріалів з різними фізико-механічними властивостями. Тому доводиться в допустимих межах відступати від реальних умов їхньої роботи [1, 3, 6].

Реальний об'єкт, звільнений від несуттєвих особливостей, називають *розрахунковою схемою об'єкта*. Як для однієї й тієї самої конструкції може бути запропоновано кілька розрахункових схем, так і одну розрахункову схему може бути поставлено у відповідність різним конструкціям.

Усе різноманіття деталей можна звести до таких типів: *брус*, *оболонка* і *масив*.

Брусом (стрижнем або балкою) називають тіло, розміри поперечного перерізу якого малі порівняно з довжиною. Вісь бруса - лінія, що з'єднує центри ваги його поперечних перерізів.

Оболонка - тіло, один із розмірів якого набагато менший за інші (товщина).

Масив - тіло, усі розміри якого одного порядку.

Сила - міра механічної взаємодії тіл.

Якщо конструкцію розглядають ізольовано від навколишніх тіл, то дії останніх на конструкцію замінюють силами, які називають *зовнішніми*.

Зовнішні сили за способом прикладання можуть бути *зосередженими* і *розподіленими*. **Розподілені** навантаження характеризуються інтенсивністю, тобто значенням навантаження, що припадає на одиничну довжину або площу. За характером впливу навантаження бувають:

статичними (які при зростанні від нуля до кінцевого значення викликають несуттєві прискорення елементів конструкції);

динамічними (викликають у конструкції такі прискорення, якими нехтувати не можна).

Усі тверді тіла складаються з дрібніших частинок, що утримуються на деякій відстані одна від одної силами взаємодії. Під час навантаження в матеріалі виникають **внутрішні сили**, що чинять опір цьому навантаженню.

Для бруса, до якого застосовано систему зовнішніх сил, що відповідає умовам рівноваги, можна виявити внутрішні сили, якщо розсікти подумки брус площиною A і розглянути рівновагу однієї з частин.

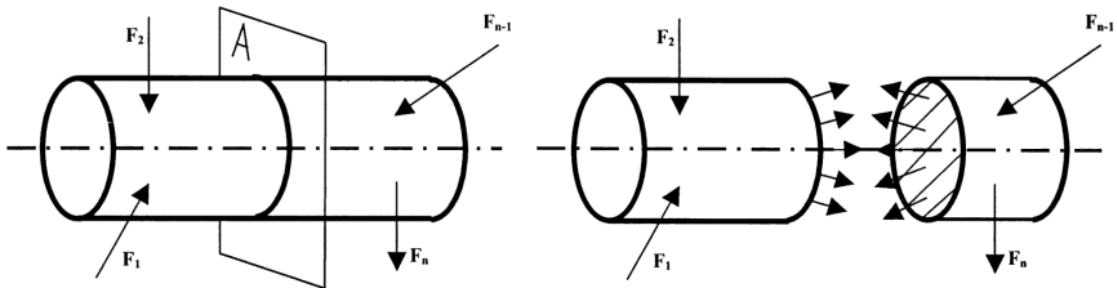


Рисунок 3.1 – Метод перерізів.

Взаємодію лівої та правої частин замінити системою внутрішніх сил, розподілених по перерізу. Таким чином, сили, що є внутрішніми для тіла в цілому, стають зовнішніми для однієї з його частин.

Систему внутрішніх сил приводять до центру ваги перерізу. У результаті отримаємо **головний вектор** і **головний момент**. Спроектувавши їх на осі координат, отримаємо в загальному випадку навантаження тіла в його поперечному перерізі шість внутрішніх силових чинників:

- поздовжня сила N_z ;
- дві поперечні сили Q_x і Q_y ;
- два згинальних моменти M_x і M_y ;
- крутильний момент M_z .

Кожен із внутрішніх силових чинників пов'язаний із певним видом деформації.

Внутрішні силові чинники в довільному перерізі знаходять за допомогою **методу перерізів**, який полягає в такому:

1. Подумки розсікаємо площиною тіло в тому місці, де потрібно визначити внутрішні сили.

2 Відкидаємо одну з частин (зручніше відкидати ту частину, на яку діє більша кількість зовнішніх сил).

3 Щоб рівновага не порушилася, замінюємо дію відкинутої частини на ту, що залишилася, внутрішніми силами.

4. Складаючи рівняння рівноваги всіх сил, що діють на залишену частину тіла, і розв'язуючи їх, знаходимо невідомі внутрішні сили через зовнішні сили.

Напруження

Щоб характеризувати закон розподілу внутрішніх сил за перерізом, необхідно ввести для них числову міру. За таку міру приймається **напруження**. За середнє напруження на площадці ΔA приймаємо відношення внутрішньої сили ΔR до ΔA , тобто:

$$p_{\text{сер}} = \frac{\Delta R}{\Delta A}, \quad (3.1)$$

При $\Delta A \rightarrow 0$

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta R}{\Delta A} = \frac{R}{A}, \quad (3.2)$$

Векторна величина p являє собою повне напруження в точці перерізу A (p вимірюють у МПа = Н/мм²).

Повне напруження σ розкладають на три складові:

- за нормаллю до площини перерізу (позначають σ і називають нормальним напруженням);
- за двома осями в площині перерізу (τ - дотичні напруження).

Сукупність напружень утворює **напружений стан** у точці.

Елемент вважається досить міцним, якщо максимальне розрахункове напруження в небезпечній точці менше за граничне напруження в певне число разів. Число, що показує, у скільки разів максимальна розрахункова напруга менша за граничну для матеріалу деталі, яку розраховують, називається **коефіцієнтом запасу міцності** деталі або просто **запасом міцності** й позначається S .

Деталь міцна в тому разі, якщо запас міцності не менший від необхідного (нормативного) запасу, що позначається $[S]$ і залежить від відповідальності деталі, терміну служби, точності розрахунку та інших чинників. Таким чином, умова міцності запишеться:

$$S > [S].$$

Часто умову міцності записують через допустимі напруження $[\sigma]$. **Допустимим напруженням** називається максимальне значення напруження, яке можна допустити під час роботи конструкції і за якого гарантуватиметься міцність деталі:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{\text{гран}}}{[S]}, \quad (3.3)$$

Умова міцності через допустиме напруження матиме вигляд:

$$\sigma_{\text{max}} \leq [\sigma], \quad (3.4)$$

Незначне перевищення розрахункового напруження (у межах 5-6%) вважається безпечним.

Переміщення та деформації.

Під дією зовнішніх сил реальне тіло деформується. Змінюється початкове положення його перерізів. **Лінійним називається** переміщення, якщо переріз зрушився вздовж прямої, **кутовим** - переміщення, що спричиняє поворот ліній і площин (рисунок 3.2). Поняття деформація введено для характеристики інтенсивності зміни лінійних і кутових переміщень.

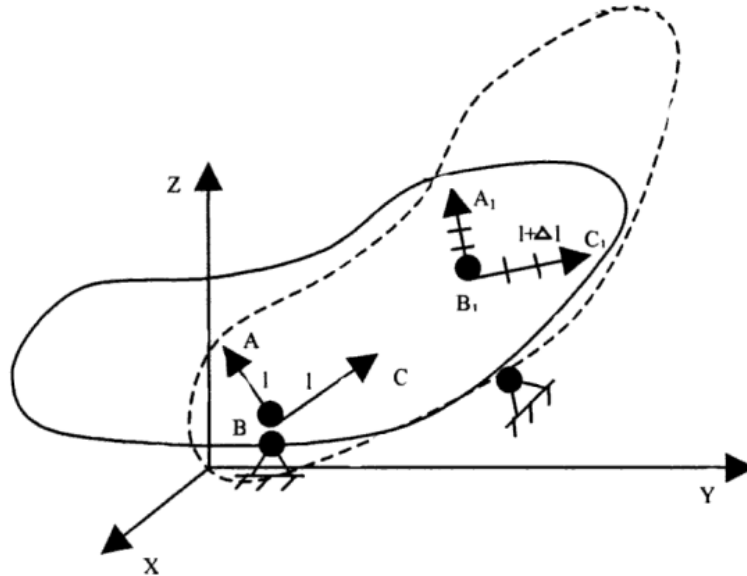


Рисунок 3.2 – Приклад кутової деформації

Після зняття навантаження деформації зникають, вони називаються **пружними**, такі, що не зникають, - **залишковими**.

Границю відношення приросту довжини відрізка до початкової довжини називають відносною лінійною деформацією:

$$\lim_{\ell \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta \ell}{\ell} \right) = \varepsilon_{AB}, \quad (3.5)$$

Деформації в напрямку координатних осей позначають ε_x , ε_y , ε_z .

Кутовою деформацією або кутом зсуву називають:

$$\gamma_{ABC} = \lim_{\ell \rightarrow 0} (ABC - A_1B_1C_1), \quad (3.6)$$

У координатних площинах кути зсуву мають позначення γ_{xy} , γ_{xz} , γ_{yz} .

Деформований стан тіла в точці характеризує сукупність лінійних і кутових деформацій.

У розрахунках на жорсткість визначають максимальні переміщення, що відповідають даному виду деформації, і порівнюють із допустимим значенням переміщення. Жорсткість елемента вважається забезпеченою,

якщо максимальне переміщення не перевищує допустимого.

Загальні принципи розрахунку.

Залежно від постановки задачі, її вихідних даних існує три види розрахунків на міцність, жорсткість і стійкість: перевірочний, проєктний і визначення допустимого навантаження. Визначаючи з умови міцності і жорсткості необхідні розміри розраховуваної деталі, можна отримати два значення розміру. Як остаточне слід вибрати більше.

Незалежно від виду деформації розрахунок на міцність можна схематично представити у вигляді таких етапів:

1. Відшукують небезпечний переріз елемента, що розраховується, для чого за допомогою методу перерізів будують епюри внутрішніх силових чинників, що відповідають даному виду деформації.

2. Знаючи закон розподілу напружень по площі поперечного перерізу за даного виду деформації, визначається напруга в небезпечній точці.

3. Для небезпечної точки записується умова міцності, а потім, залежно від вихідних даних задачі, проводиться один із зазначених вище розрахунків на міцність.

3.2 Поздовжні сили та напруження в поперечних перерізах стержнів. Пружні деформації

Осьове центральне розтягнення або стиснення прямого бруса викликається зовнішніми силами, вектор рівнодійної якої збігається з віссю бруса. Цю рівнодійну називають поздовжньою силою й позначають буквою N_z .

У окремому випадку, коли стержень розтягується або стискається двома рівними силами F , прикладеними вздовж осі стрижня, поздовжня сила в усіх поперечних перерізах дорівнює F .

Величина поздовжньої сили не залежить від площі поперечного перерізу стержня. У разі стиску поперечну силу вважають від'ємною, у разі розтягування - позитивною.

Щоб виявити ділянки бруса або його перерізу, де його поздовжня сила має найбільше значення, будують *епюру поздовжніх сил* на базисній лінії паралельно осі бруса.

Нормальні напруження в поперечних перерізах стержня, достатньо віддалених від точок прикладання діючих сил, під час розтягування або стиснення розподіляються рівномірно за перерізом:

$$\sigma = \frac{N_z}{A}, \quad \left[\frac{H}{m^2} \right], \quad (3.7)$$

де A - площа поперечного перерізу стрижня, m^2 .

Епюрою нормальних напружень називають графік, що показує закон зміни напруження в поперечному перерізі по довжині бруса.

Пружні деформації

Поздовжні та поперечні пружні деформації, що виникають під час розтягування або стиску, пов'язані одна з одною залежністю

$$\varepsilon' = -\mu \cdot \varepsilon, \quad (3.8)$$

де ε' і ε - відповідно поперечна і поздовжня деформація;
 μ - коефіцієнт Пуассона.

Залежність між напруженням і поздовжньою деформацією виражається *законом Гука*:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon, \quad (3.9)$$

де E - модуль поздовжньої пружності матеріалу стрижня, Н/м².

Подовження або скорочення (зміна довжини) ділянки бруса визначається за формулою:

$$\Delta l = \frac{N_z \cdot l}{E \cdot A}, \quad (3.10)$$

де $E \cdot A$ - жорсткість стрижня під час розтягування або стискання;
 l - довжина ділянки бруса, м.

Наведена формула для визначення зміни довжини Δl справедлива, якщо поздовжня сила N і жорсткість $E \cdot A$ постійні по всій довжині стержня. В іншому разі стержень розбивають на ділянки, для кожної з яких зазначена вимога дотримується, і зміну довжини стержня визначають, як суму змін довжин ділянок:

$$\Delta l = \sum_{i=1}^n \frac{N_{zi} \cdot l_i}{E \cdot A_i}, \quad (3.11)$$

Напруження і деформації під час розтягування і стиску виникають як від дії зовнішніх сил, так і від дії сили тяжіння стержня. У переважній більшості елементів машинобудівних конструкцій напруження і переміщення, що виникають під дією сили тяжіння, дуже малі порівняно з напруженнями і переміщеннями, що виникають від дії зовнішніх сил, і їх, як правило, в розрахунок не приймають.

3.3 Розрахунок на міцність

Умова міцності в разі осьового розтягування або стиску має вигляд:

$$\sigma_{\max} \leq [\sigma], \quad (3.12)$$

де $\sigma_{\max}$ - найбільше напруження в деякій точці деталі від найбільшого

очікуваного навантаження;

$[\sigma]$ – допустиме напруження під час розтягування або стиску.

Величину допустимих напружень при розтягуванні або стиску приймають як деяку частину від граничних напружень матеріалу. Для пластичних матеріалів за граничне напруження приймають границю текучості σ_T , а для крихких матеріалів – границю міцності σ_B , тобто для пластичних матеріалів [3].

$$\sigma \leq \frac{\sigma_T}{[S_T]}, \quad (3.13)$$

для крихких:

$$\sigma \leq \frac{\sigma_B}{[S_B]}, \quad (3.14)$$

де $[S_T]$ і $[S_B]$ - нормативні коефіцієнти запасу міцності.

Розрізняють три види розрахунку на міцність:

- перевірочний - перевірка міцності;
- проєктний - підбір перерізу;
- визначення допустимого навантаження.

Перевірка міцності. Під час перевірконого розрахунку визначають найбільше напруження в небезпечному перерізі та порівнюють із допустимим:

$$\sigma_{\max} = \frac{N_z}{A} \leq [\sigma], \quad (3.15)$$

Найбільше робоче напруження не повинне перевищувати допустиме напруження більше ніж на 3 - 5%.

Під час перевірконого розрахунку часто порівнюють фактичний запас міцності з нормальним коефіцієнтом запасу міцності:

$$S = \frac{\sigma_{\text{гран}}}{\sigma} \geq [S], \quad (3.16)$$

де $\sigma_{\text{гран}}$ - граничне напруження для даного матеріалу.

Проектний розрахунок. Визначають необхідну площу поперечного перерізу елемента конструкції при заданих матеріалі та навантаженнях:

$$A \geq \frac{N_z}{[\sigma]}, \quad (3.17)$$

Визначення допустимого навантаження. За відомою площею

поперечного перерізу і матеріалом визначають допустиме значення поздовжніх сил:

$$[N_z] \leq A \cdot [\sigma], \quad (3.18)$$

Знайшовши допустиме значення поздовжньої сили, визначають допустиме значення зовнішнього навантаження.

3.4 Розрахунок проводів на міцність

Розрахунок проводів ґрунтується на таких міркуваннях. При підвішуванні будь-якого проводу між двома ізоляторами A і B , розташованими на одному горизонтальному рівні (рисунок 3.3), він ніколи не буде прямолінійним, а набуде вигляду дуги «ланцюгової лінії», яку наближено можна вважати параболою. Причиною кривизни є два фактори: подовження від зміни температури та пружне подовження під дією зовнішніх навантажень, які складаються з сили тяжіння самого дроту, ваги ожеледиці та тиску вітру [1, 3, 6].

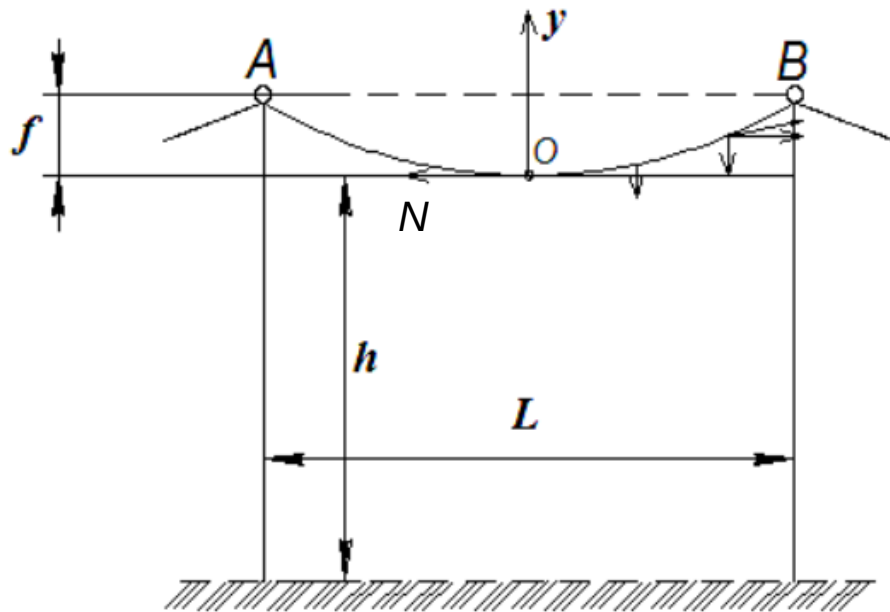


Рисунок 3.3 – Схема підвіски дроту між ізоляторами

Температурне подовження визначається формулою Гей-Люссака

$$\Delta l_t = l \cdot \alpha \cdot \Delta t, \quad (3.19)$$

де l - довжина прольоту (хорда параболі);

α - коефіцієнт лінійного розширення;

Δt - зміна температури.

Пружне подовження визначається формулою Гука:

$$\Delta l_{np} = \frac{N \cdot l}{E \cdot A},$$

де N - поздовжнє зусилля (так зване «тяжіння» дроту, рисунок 3.4)

E - модуль поздовжньої пружності (модуль Юнга);

A - площа поперечного перерізу дроту.

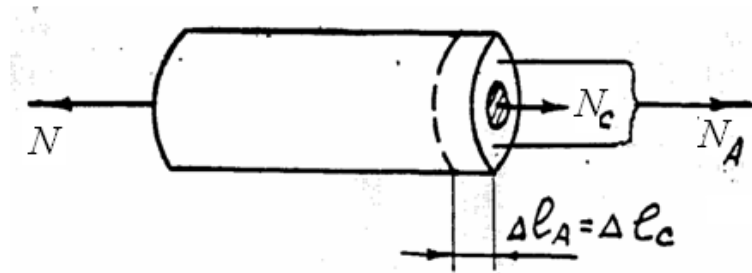


Рисунок 3.4 – Розподіл розтягувального зусилля за матеріалами дроту

Крім того, з курсу математики відомо, що довжина дуги параболи перевищує довжину хорди на величину $\frac{8 \cdot f^2}{3 \cdot l}$, де f – стріла провисання.

Об'єднавши попередні вирази в одне рівняння, отримаємо:

$$\frac{8 \cdot f^2}{3 \cdot l} = \frac{N \cdot l}{E \cdot A} + l \alpha \Delta t$$

Оскільки відношення поздовжньої сили N до площі поперечного перерізу A визначає напруження, що розтягує σ , попереднє рівняння можна записати так:

$$\frac{8 \cdot f^2}{3 \cdot l} = \frac{\sigma \cdot l}{E} + l \alpha \Delta t$$

а після низки перетворень можна отримати найпростішу формулу, яку називають «**рівнянням стану дроту**»:

$$\sigma_1 = \frac{B_1}{\sigma_1^2} - C$$

де σ_1 - невідоме напруження, що розтягує дріт у літніх умовах (точніше - в умовах температури й навантаження в момент підвішування проводів);

B_1 і C - допоміжні коефіцієнти;

$$B_1 = \frac{E_{np} \cdot \gamma_1^2 \cdot l^2}{24}$$

$$C = \frac{B_2}{[\sigma]^2} - [\sigma] + E_{np} \cdot \alpha_{np} \cdot (t_1 - t_2)$$

де, своєю чергою, допоміжний коефіцієнт B_2 :

$$B_2 = \frac{E_{np} \cdot \gamma_2^2 \cdot l^2}{24}$$

$$\gamma_2 = k_1 \cdot \gamma_1$$

(коефіцієнт k_1 - коефіцієнт перевантаження в зимових умовах, задається в умові завдання);

$$\gamma_1 = \frac{\gamma_A \cdot A_A + \gamma_C \cdot A_C}{A_A + A_C}$$

де γ_A і γ_C - одиничні навантаження в перерізах окремо взятих алюмінієвого і сталевих проводів. Вони виражаються в одиницях $\frac{H}{м \cdot мм^2}$, (те саме, що $\frac{H}{см^3}$). Тим самим γ_A і γ_C збігаються з величиною питомої ваги матеріалів проводів. Величина γ_1 являє собою «приведене» одиничне навантаження біметалевого дроту, а γ_2 - більша за цю величину за рахунок ожеледного і вітрового навантажень.

Величина $[\sigma]$ є «приведене» допустиме напруження в зимових умовах, що обчислюється за формулою

$$[\sigma] = \frac{\sigma_b^A \cdot A_A + \sigma_b^C \cdot A_C}{(A_A + A_C) \cdot [S]}$$

де $[S]$ - заданий коефіцієнт запасу міцності;

σ_b^A і σ_b^C - границі міцності матеріалів дроту;

E_{np} - «приведений» модуль пружності, що визначається формулою

$$E_{np} = \frac{E_A \cdot A_A + E_C \cdot A_C}{(A_A + A_C)}$$

α_{np} - «приведений» коефіцієнт лінійного розширення, що визначається формулою

$$\alpha_{np} = \frac{\alpha_A \cdot E_A \cdot A_A + \alpha_C \cdot E_C \cdot A_C}{E_A \cdot A_A + E_C \cdot A_C}$$

Механічні характеристики алюмінію і сталі наведено в таблиці 3.1.

Таблиця 3.1 - Механічні характеристики алюмінію та сталі

Модуль пружності, Н/мм ²		Коефіцієнт розширення, 1/град		Границі міцності, Н/мм ²		Питомі ваги Н/см ³ = Н/м·мм ²	
E_A	E_C	α_A	α_C	σ_b^A	σ_b^C	γ_A	γ_C
$7 \cdot 10^4$	$21 \cdot 10^4$	$25 \cdot 10^{-6}$	$12,5 \cdot 10^{-6}$	200	800	$27 \cdot 10^{-3}$	$78 \cdot 10^{-3}$

Питання для самоперевірки

- 3.1 Які деформації називаються пружними?
- 3.2 Які деформації називаються пластичними?
- 3.3 Що характеризують напруження в поперечному перерізі?
- 3.4 Яким символом позначається нормальні напруження?
- 3.5 У чому полягає суть методу перетинів?
- 3.8 Що характеризує модуль пружності I роду (E)?
- 3.9 Що називається коефіцієнтом Пуассона?
- 3.10 За якою формулою знаходять абсолютну деформацію при розтягу – стиску?
- 3.11 Як визначаються нормальні допустимі напруження для пластичних матеріалів?
- 3.12 Як визначаються нормальні допустимі напруження для крихких матеріалів?
- 3.13 Від чого залежать допустимі напруження?
- 3.14 Як визначається зміна довжини стержня при розтягу - стиску?
- 3.15 Як визначається відносна деформація?
- 3.16 У яких одиницях вимірюється нормальні напруження (σ)?

ТЕМА 4. МЕХАНІЧНІ ВИПРОБУВАННЯ МЕТАЛІВ

План

- 4.1 Основні поняття
- 4.2 Види та методи випробувань
- 4.3 Випробування на розтяг
- 4.4 Визначення характеристик міцності
- 4.5 Визначення характеристик пластичності
- 4.6 Випробувальні машини

4.1 Основні поняття

Механічні властивості - це характеристики матеріалу, що визначають його поведінку під дією прикладених зовнішніх механічних сил [1, 3, 6].

Механічні властивості металів визначають випробуваннями спеціальних зразків.

Як оцінити якість представленого сплаву? Чи можна зі 100% упевненістю на око визначити міцність металу? Ні. І щоб уникнути можливих подальших руйнувань, аварій, ненадійності споруди, варто проводити механічні випробування металів. Такі маніпуляції дають змогу перевірити сплав на ударну в'язкість, твердість, розтягнення, загин, сплющування тощо. Якість металевих матеріалів оцінюється під час таких випробувань. Підтвердження механічних властивостей зразків - важливий етап надійності майбутніх машин, будівель, споруд, технічних пристроїв.

Механічні випробування металів - це низка досліджень, що проводяться у випробувальній лабораторії на спеціальному обладнанні з метою визначення фізико-механічних властивостей матеріалів.

4.2 Види та методи випробувань

Випробування механічних властивостей проводять за різних навантажень - статичних, динамічних і циклічних. Статичні навантаження повільно зростають від нуля до максимальної величини; динамічні зростають швидко, за частки секунд; циклічні навантаження характеризуються багаторазовою зміною за напрямком або за величиною. Відповідно до характеру діючих навантажень розрізняють статичні, динамічні та втомні випробування [6].

До статичних випробувань зазвичай відносять випробування на розтяг, стиск, згин і на твердість; до динамічних - випробування на удар; циклічним способом проводять різні випробування металу на втому.

За тривалістю прикладання навантаження механічні випробування поділяють на короткочасні та тривалі. У більшості випадків проводять короткочасні випробування тривалістю кілька хвилин. Тривалі випробування проводять, як правило, для визначення механічних властивостей металів, яким належить працювати в особливо

відповідальних конструкціях і складних умовах протягом тривалого періоду часу.

Визначення твердості

Найчастіше проводяться механічні випробування металів на твердість. Ця характеристика показує здатність матеріалу чинити опір проникненню в нього більш твердого об'єкта. Існує кілька методик проведення експертизи: вдавлювання в поверхню сталеві кульки (за Брінелем), алмазного конуса (за Роквеллом), 4-гранної алмазної піраміди (за Віккерсом).

Істотною перевагою цієї методики є простота проведення досліду. При цьому випробуваний виріб не руйнується і може надійти в продаж. За результатами визначення твердості можна зробити висновок про приблизну межу міцності металу при розтягу.

Випробування на розтяг

Затребуваний вид механічних випробувань металів, який дає змогу визначити такі найважливіші характеристики, як межа міцності, відносне подовження, межа пружності, межа тягучості. Для дослідження беруть зразки з круглим або прямокутним перерізом, які закріплюють на лабораторній машині і розтягують з постійною швидкістю. У процесі механічних випробувань сталі та інших пластичних матеріалів фіксується зміна деформації, потім математичними обчисленнями визначаються необхідні показники.

Випробування на тиск

Будь-яка акредитована випробувальна лабораторія проводить експертизу і на визначення цієї характеристики. Щоправда, варто мати на увазі, що отримати достовірні відомості за цим параметром під час дослідження крихких металів можна тільки цією методикою. Цей вид експертизи буде доречний і в тому варіанті, коли в реальних умовах виробництва на елемент діють навантаження стискаючого типу. Обраний зразок встановлюється між пресом, і платформи чинять на нього тиск. Фахівці дивляться на те, чи руйнується метал, чи деформується основа.

Випробування на кручення

Випробування на кручення виконують як для крихких, так і для пластичних матеріалів. Вони доцільні для визначення меж міцності, плинності матеріалів, з яких виготовляють деталі, що працюють на кручення (наприклад, торсіонні вали). Стандартні випробування проводять на циліндричних зразках із головками.

Визначення ударної в'язкості

В умовах експлуатації конструкційні матеріали зазнають складнішого навантаження, ніж під час статичних випробувань гладких зразків. Особливо це стосується металів, які під впливом певних умов служби схильні переходити в крихкий стан під дією низьких температур, наявності концентраторів напружень, збільшення абсолютних розмірів, підвищення швидкості деформації та інших чинників.

Ударні випробування надрізаних зразків проводять для оцінки в'язкості матеріалів і встановлення схильності його до переходу в крихкий стан.

Визначення границі витривалості

Багато деталей машин і механізмів у процесі експлуатації піддаються повторно-змінним (циклічним) напруженням, що може викликати утворення тріщин і руйнування навіть за напружень, нижчих за $\sigma_{0,2}$.

Руйнування металів і сплавів унаслідок багаторазового повторно-змінного напруження має назву втоми, а властивість металів чинити опір втомі називається витривалістю.

4.3 Випробування на розтяг [7]

Спостереження за поведінкою матеріалу і визначення його характеристик міцності і пластичності при розтягу - один із основних і найбільш розповсюджених видів випробувань. Отримані в результаті експерименту характеристики дозволяють робити висновки про міцність матеріалу при статичних навантаженнях, вибирати матеріал для проектованої конструкції і вважаються основними при розрахунках деталей машин, елементів конструкцій і споруд на міцність [7].

Основні параметри визначають із діаграми розтягу $F - \Delta \ell$ (рисунок 4.1), яку отримують за допомогою пристрою, що записує на випробувальній машині.

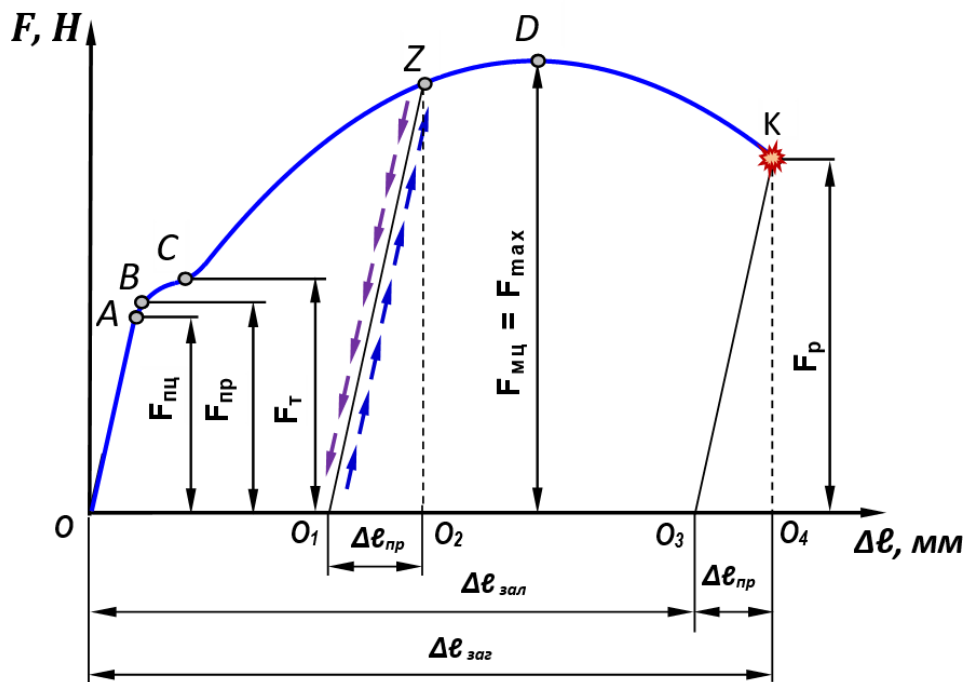


Рисунок 4.1 – Діаграма розтягу маловуглицевої сталі

Діаграма розтягу потрібна для того, щоб вивчити внутрішні властивості матеріалу, тобто вона є наочним представленням того, що відбувається з матеріалом усередині.

Для вивчення основних механічних характеристик міцності існує діаграма напружень (рисунок 4.2). Розглянемо обидві діаграми зіставляючи відповідні точки.

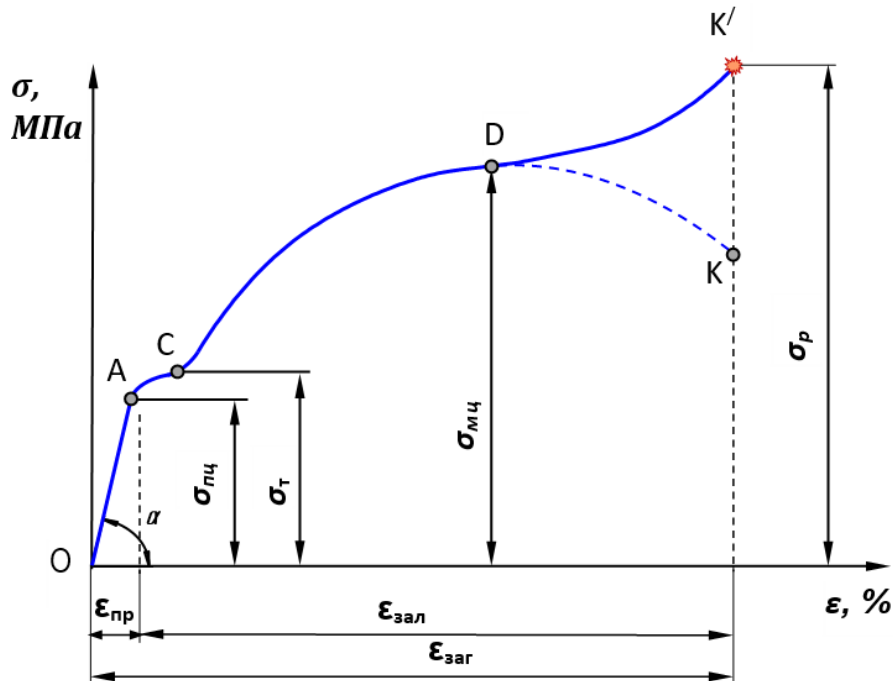


Рисунок 4.2 – Діаграма напружень маловуглицевої сталі

4.4 Визначення характеристик міцності

На етапі навантаження до деякої сили $F_{пц}$ (точка A) спостерігається пряма пропорційна залежність між видовженням зразка і силою, що його викликала і зворотня пропорційна залежність площі поперечного перерізу A. Позначаючи через $\Delta \ell$ приріст довжини від сили F , можемо записати формулу, що зв'язує ці данні, яка носить назву **закон Гука** [7]:

$$\Delta \ell = \frac{F \cdot \ell}{E \cdot A}, \quad (4.1)$$

де: E – коефіцієнт пропорційності, який характеризує жорсткість матеріалу, МПа;

$\Delta \ell$ - величина абсолютного видовження стержня, мм;

$$\Delta \ell = \ell_1 - \ell_0, \quad (4.2)$$

де: ℓ_1 – довжина зразка після руйнування, мм;

ℓ_0 - довжина зразка до руйнування, мм;

A – площа поперечного перерізу, мм².

Взагалі величина $E \cdot A$ характеризує жорсткість стержня при розтягу (стиску). Після розвантаження початкова довжина зразка відновлюється, тобто деформація зникає. Ця властивість називається **пружністю**.

Відношення:

$$\sigma_{mц} = \frac{F_{mц}}{A_0}, \quad (4.3)$$

називають *границею пропорційності* $\sigma_{mц}$. Це і є те напруження, вище якого матеріал перестає підкорятися закону Гука.

При подальшому навантаженні починається незначне відхилення від прямої лінії, після розвантаження деформація зникає не повністю, тобто з'являється *залишкова деформація*. Сила F_{np} (точка B) викликає у зразка залишкову деформацію 0,001-0,005%. Відношення:

$$\sigma_{np} = \frac{F_{np}}{A_0}, \quad (4.4)$$

називають *границею пружності* σ_{np} . Це те напруження, після якого з'являються залишкові деформації.

По досягненню навантаженням деякого значення F_m (точка C) зразок видовжується («тече») без збільшення, а інколи і при зменшенні навантаження. На діаграмі з'являється так звана «площадка текучості». Після розвантаження є в наявності значна залишкова деформація. Відношення:

$$\sigma_m = \frac{F_m}{A_0}, \quad (4.5)$$

називають *границею текучості* σ_m (фізичною). Наявність «площадки текучості» є свідомством того, матеріал має властивості текучості.

Щоб зразок деформувався дедалі більше, потрібно збільшувати навантаження, матеріал знову здатний чинити опір розтягу. Пояснюється це явище зміцненням матеріалу. Якщо із зразка повністю зняти навантаження F_T , то пружна деформація $\Delta \ell_{np}$ зникне, а залишкова $\Delta \ell_{зал}$ залишиться, перо самописа прокреслить пряму лінію ZO_I , яка буде паралельна пропорційній ділянці OA . При повторному навантаженні, яке буде зразу після розвантаження, перо спочатку накреслить лінію $O_I Z$, а із збільшенням навантаження переміститься далі по ділянці ZD . Властивості матеріалу змінюються: пластичні властивості погіршуються, а твердість підвищується. Відбуваються зміни в кристалічній решітці матеріалу, він зміцнює сам себе. Це призводить до появи явища поверхневого наклепу, тобто об'ємного зміцнення. В одних випадках ці зміни корисні, в інших шкідливі і їх усувають. Подальше збільшення навантаження призводить до появи «шийки» на зразку і руйнування (рисунок 4.3б). До моменту появи «шийки» навантаження на зразок досягає свого максимального значення $F_{mц}$ або $F_{mл}$ (точка D) [7].

Відношення

$$\sigma_{мц} = \frac{F_{мц}}{A_0}, \quad (4.6)$$

називають **границею міцності** $\sigma_{мц}$ матеріалу або **тимчасовим опором** $\sigma_{т.м.}$.

Як тільки на зразку утворюються «шийка» (точка D), навантаження зменшується і подальше деформування зразка проходить за рахунок видовження в зоні «шийки» (ділянка DK). Відношення навантаження F_p в момент розриву до площі шийки $A_{ш}$ в місці розриву:

$$\sigma_p = \frac{F_p}{A_{ш}}, \quad (4.7)$$

називають істинним **опором розриву**.

При розрахунках інженерних конструкцій використовують в основному границю текучості та границю міцності. Визначені у роботі напруження, що відповідають границі пропорційності та істинному опору розриву зразка (умовні і справжні), не характеризують властивості міцності матеріалу і тому мають чисто теоретичний інтерес

4.5 Визначення характеристик пластичності

До моменту розриву робоча частина зразка ℓ_0 видовжилась на величину загальної деформації $\Delta\ell_{заг}$. Після розриву пружна частина загальної деформації зникне, залишиться залишкова деформація $\Delta\ell_{зал}$.

Відношення приросту подовження зразка $\Delta\ell$ до його початкової довжини ℓ_0

$$\varepsilon = \frac{\Delta\ell}{\ell_0} \cdot 100\%, \quad (4.8)$$

називають **відносним залишковим видовженням**, або **подовжнею деформацією**.

На місці утворення «шийки» переріз зразка зменшується. Відношення зменшення площі поперечного перерізу в місці розриву $\Delta A = A_0 - A_{ш}$ до початкової площі A_0 поперечного перерізу зразка

$$\psi = \frac{\Delta A}{A_0} \cdot 100\%, \quad (4.9)$$

називають **відносним залишковим звуженням**, або **поперечною деформацією**.

По величинах ε і ψ оцінюють пластичні властивості матеріалу при випробуванні на розтяг.

Якщо обидві частини формули (4.1) розділити на ℓ , отримаємо

$$\frac{\Delta \ell}{\ell} = \frac{F \cdot \ell}{E \cdot A \cdot \ell}, \quad (4.10)$$

Зробимо необхідні перетворення: права частина це є відносне видовження ε , в лівій частині відношення F/A це є напруження σ , отримаємо інше вираження закону Гука:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} \quad \text{або} \quad \sigma = \varepsilon \cdot E, \quad (4.11)$$

Таким чином нормальне напруження при розтягу (стиску) прямо пропорційне відносному видовженню з урахуванням **коефіцієнта пропорційності E** , який називається **модулем пружності 1-го роду** і характеризує опір матеріалу пружній деформації. Його значення залежить від кута нахилу пропорційної ділянки до горизонтальної осі діаграми. Чим більше це значення, тим менше розтягується (стискається) стержень.

Руйнування крихких матеріалів відрізняється тим, що воно відбувається вже при невеликих деформаціях. При розтягу чавунного зразка, до моменту розриву виникають невеликі деформації, руйнування відбувається раптово, величини відносного звуження і відносного подовження є дуже малими. Як правило, крихкі матеріали погано опираються розтягу, їх границя міцності має невелике значення в порівнянні із границею міцності пластичних матеріалів. Якщо розглядати діаграму розтягу крихких матеріалів, то можна відмітити, що вона не має чітко вираженої прямої лінії, яка є на частині пропорційності для пластичних матеріалів. Тому можна сказати, що крихкі матеріали не підкоряються закону Гука [7].

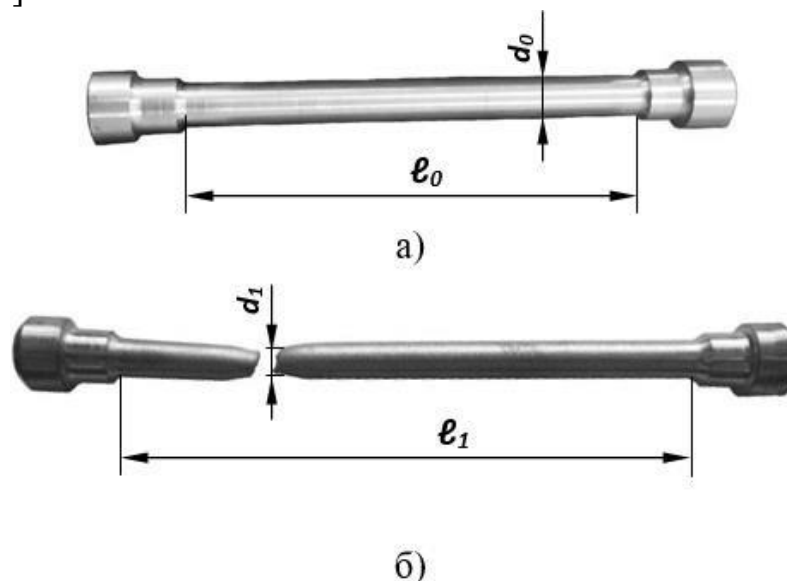


Рисунок 4.3 – Ескіз зразка до (а) і після (б) випробування

При випробуванні на розтяг для забезпечення можливості порівняти результати застосовують пропорційні циліндричні зразки семи типів і плоскі зразки двох типів. Найбільш розповсюджені випробування на циліндричних зразках (рисунк 4.3а). Після випробувань зразок видовжується на довжину ℓ_1 і ми отримуємо зруйнований зразок, на якому є в наявності звужене місце, яке має назву «шийка». Воно може з'явитися в будь якій послабленій точці по розрахунковій довжині ℓ_0 зразка, це залежить від кількох факторів, які обумовлюють умови виробництва зразка та ін. [7]

4.6 Випробувальні машини

Випробувальні машини та прилади використовують для аналізу фізичних властивостей матеріалів. Вони застосовуються як для контролю якості, так і в галузі досліджень і розробок, щоб визначати навантажувальність, міцність, деформованість, твердість та інші механічні властивості матеріалів або готових виробів [7].

Машини для випробування на розтяг і стиск

Розрізняють три види машин для випробувань на розтяг і стиск [7]:

- ♦ розривні машини, що дозволяють прикладати до зразка тільки розтягуючі зусилля (для стиску зразків на т аких машинах потрібне додаткове пристосування);
- ♦ преси для отримання тільки стискаючих зусиль (наприклад, твердомірів ТК і ТШ);
- ♦ універсальні машини, на яких можна здійснювати як випробування на розтяг, так і стиск, а також згинання.

За способом створення зусилля випробувальні машини можна розділити на два основних типи:

- а) машини з механічним навантаженням, які, в свою чергу, діляться на гвинтові і важільні;
- б) машини з гідравлічним навантаженням.

Машини з гідравлічним приводом [7]

Найбільш поширеним обладнанням для випробування на розрив є машини з гідравлічним приводом. У лабораторії інженерної механіки є в наявності вертикальна універсальна випробувальна машина УИМ-50, яка розрахована на граничне навантаження 50 тонн. Силівимірювач цієї машини являє собою комбінацію гідравлічного силівимірювального циліндра з важільно-маятниковою системою і має чотири шкали з максимальним навантаженням: 5т, 10т, 25т і 50т. Ця машина призначена головним чином для статичних випробувань металів на розтяг, стиск та згин. Загальний вид машини наведено на рисунку 4.4.

Розривна машина призначена для випробування металів, бетону та ін. матеріалів на розтяг, стиск і згин. Розривна машина також служить для випробування деталей і матеріалів шляхом руйнування або пошкодження. Розривна випробувальна машина використовується для визначення

механічних властивостей матеріалів. Зокрема, розривна машина може бути застосована для: перевірки зразків розтягу-стиску, випробування на розрив, випробування на вигин, випробування на загин, випробування на малоциклову втому, переміщення, деформацію. Універсальна розривна машина представляє велику кількість можливостей для різного кола фахівців.



Рисунок 4.4 – Загальний вигляд універсальної розривної машини УИМ-50

Універсальна випробувальна машина складається з трьох частин: робочої частини (гідравлічний прес) I, силовимірювального пристрою II та силового агрегата (насосної станції) III з регулятором і пусковою апаратурою.

На чавунній основі машини 1 встановлені чотири колони 2, що з'єднані зверху нерухомою поперечиною 7, на якій міститься робочий циліндр 8 із поршнем 9, що при підкачуванні мастила піднімає траверсу 6 (рисунок 4.5).

Робоча частина складається з двох траверс: нижня 10 – нерухома, а верхня 6 – рухома. Нерухому траверсу 10 встановлюють по висоті (залежно від довжини зразка, за допомогою переміщення механічного приводу установчого захвату.

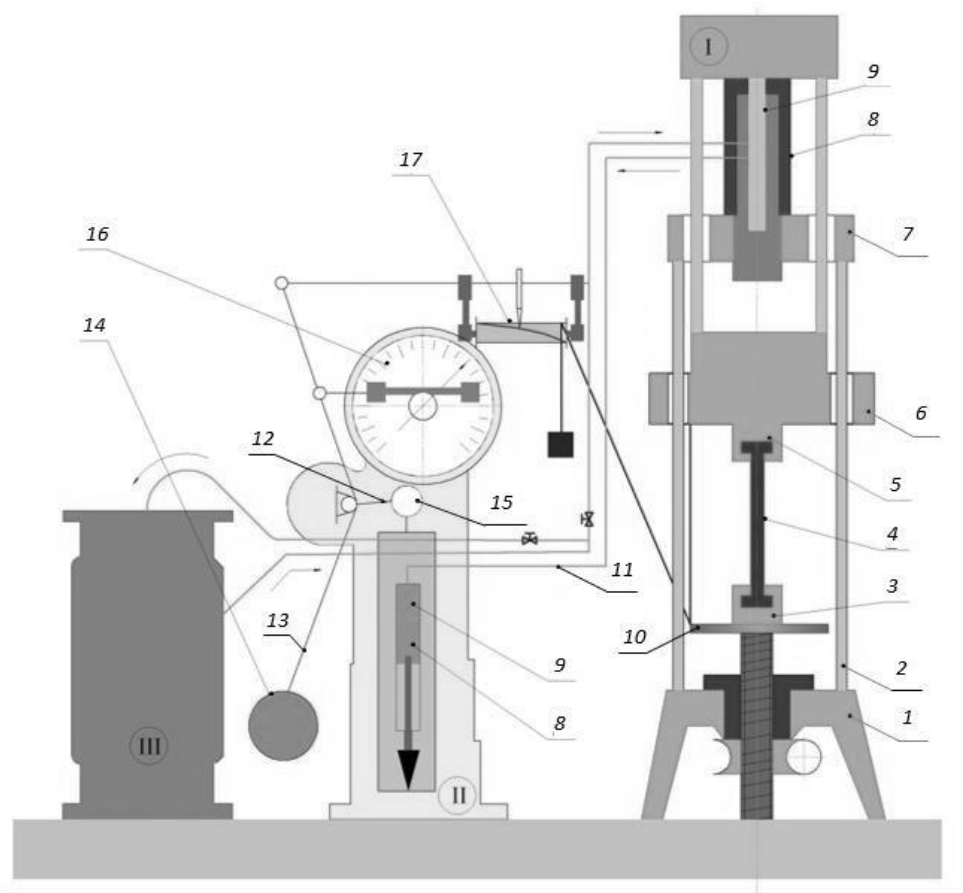


Рисунок 4.5 – Схема універсальної випробувальної машини УВМ-50.

Рухома траверса 6 переміщується тільки вгору за рахунок гідравлічної системи навантаження. Для проведення досліджень на стиск у комплекті машини передбачено спеціальні опори, а на згин – переставні полозки, для встановлення на низ дослідних зразків.

На машинах з гідроприводом важче підтримувати задану швидкість деформування зразка, ніж під час використання механічного приводу

Зі збільшенням опору деформуванню матеріалу зразка зростає тиск мастила в робочому циліндрі. При цьому посилюється просочування рідини через зазор між циліндром і поршнем та швидкість деформування зменшується. Для її підтримки на постійному рівні необхідно збільшити подачу рідини в циліндр пропорційно до її витікання. Цей недолік машин з гідроприводом досить великий, коли механічні властивості випробувального матеріалу помітно залежать від швидкості деформації, наприклад, при підвищених температурах. Мастило, що накопичується між робочим поршнем і циліндром, виводиться по мастилопроводу.

Навантаження, що діє на зразок, вимірюється маятниковим сило-вимірювальним пристроєм. Зміна тиску мастила в робочому циліндрі передається по трубопроводу 11 поршню 8, який переміщуючись, викликає поворот важеля 12. Коли важіль 12 обертається, штанга 13 маятника 14 відхиляється доти, поки його момент врівноважить момент сили,

прикладеної від поршня 8 до важеля 12. Штовхач 15 переміщує зубчасту рейку, що обертає шестерню, на вісь якої насаджені дві стрілки шкали 16 силовимірjuвального пристрою. Одна з них має фіксатор для другої, яка призначена для того, щоб зафіксувати значення навантаження, при якому відбувається руйнування.

Діаграмний апарат машини 17 призначений для автоматичного записування діаграми розтягу в процесі випробування. Він складається з барабану, який з'єднано з верхньою траверсою 6 шляхом блоку ниток, і самозаписувача, який з'єднано зі стрілкою силовимірjuвача. Лінійне переміщення траверси 6 перетворюється в обертальний рух барабану 17. На барабані закріплюється паперова стрічка для запису діаграми розтягу. Самозаписувач, жорстко насаджений на зубчасту рейку, повністю повторює її рух, будуючи силову лінію діаграми у певному масштабі. У той самий час по осі абсцис (теж у масштабі) відкладається подовження зразка.

Машини з механічним приводом [7]

Машини з механічним приводом зазвичай мають відносно невелику потужність і, як правило, розраховані на руйнівне зусилля не більше 5-10 тон. Особливості конструкції такого типу установок розглянемо на прикладі машини типу УММ-5 (рисунок 4.6).



Рисунок 4.6 – Загальний вигляд універсальної розривної машини УММ-5.

Випробувальна машина двоколонна, вертикальна, з механічним переміщенням рухомої траверси нижнього затискача і маятниковим силовимірjuвачем. Дозволяє проводити випробування з максимальним навантаженням 5 тонн.

Машина призначена для випробування зразків на розтяг, стиск і згин при нормальній температурі навколишнього середовища. Має електромеханічний привод активного затискання і важільно-маятниковий силовимірювач та робочу частину. Блок приводу плавно регулює кутову швидкість двигуна з кратністю 1:100, що дозволяє змінювати швидкість руху активного захвату машини від 1 до 100 мм/хв. Принципова схема машини зображена на рисунку 4.7.

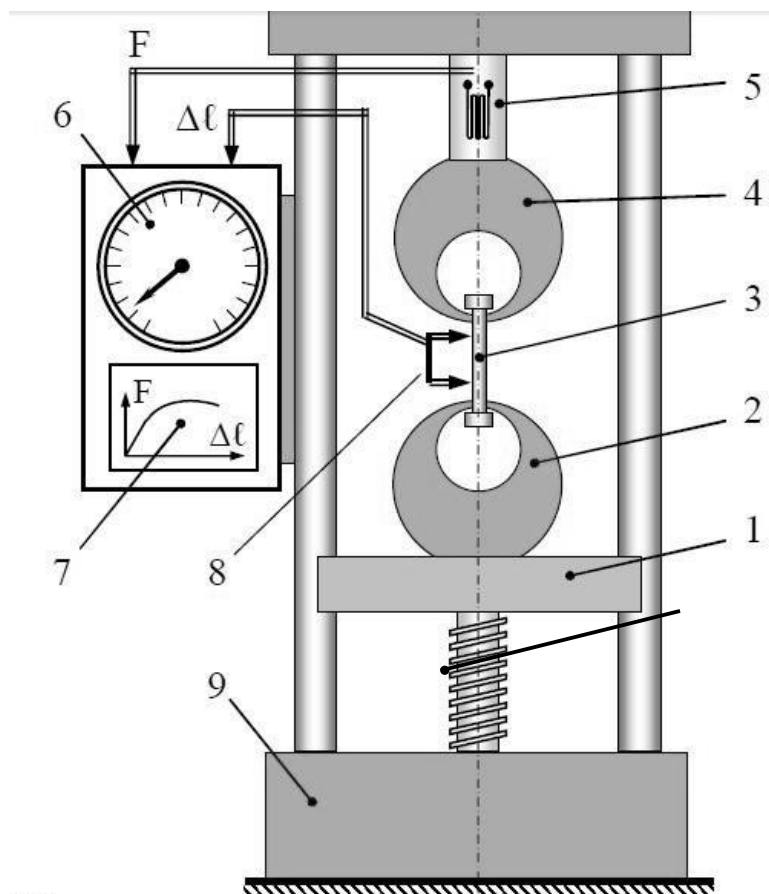


Рисунок 4.7 – Схема універсальної розривної машини УММ-5.

На чавунній литій станині 9 є направляючі, по яких може переміщатися у вертикальному напрямку нижня траверса машини 1, на якій встановлено нижній затискач 2. Верхній затискач 4 закріплений у верхній частині станини 5 є нерухомим. Він з'єднаний з динамометричним пристроєм, призначеним для визначення навантаження.

Характер деформації визначається напрямком переміщення нижнього затискача 2. Під час розтягування в затискачі 2 і 4 встановлюється випробовувальний зразок 3. Поступальне переміщення (вгору або вниз) траверса 1 отримує за допомогою вантажного гвинта 10 за рахунок обертання черв'ячного редуктора, розташованого усередині фундаменту машини 9. Робоче обертання черв'ячного редуктора здійснюється асинхронним електродвигуном через коробку передач.

Опускання нижнього затискача при нерухомому верхньому викликає

розтяг зразка 8. Рух нижнього затискача через зразок передається на верхній затискач машини. Переміщення викликає відхилення важеля 5 маятника 4, з яким вони з'єднані шарніром. При відхиленні важеля, маятник повертається і займає похиле положення, яке і визначає навантаження на зразок.

Машина має силовимірювач 6 та діаграмний апарат барабанного типу 7, що дозволяє записувати у великому масштабі діаграму навантаження зразків.

Машини для випробувань на кручення [7]

Для випробування зразків на кручення використовують випробувальну машину з механічним навантаженням, на якій випробовують стандартні зразки з різних матеріалів.

Крутильна машина КМ-50, яка є в наявності в лабораторії кафедри, з максимальним крутильним моментом 500 Н·м, призначена для проведення різних випробувань на кручення зразків круглого, прямокутного і кільцевого перерізів. Загальний вигляд машини показано на рисунку 4.8.

Машина має станину, на якій змонтовані механізми навантаження і силовимірювання. КМ-50 належить до машин з важільним маятниковим силовимірювачем.



Рисунок 4.8 – Загальний вигляд випробувальної машини КМ-50.

Принципово-кінематична схема машини наведена на рисунку 4.9. На станині машини, що складається з основи 15, двох колон 14 і траверси 13, змонтовані усі основні вузли: механізм навантаження,

силовимірювальний механізм, пристрій для розрахунку кутів закручування і самописний діаграмний апарат. Кріплення зразка в затискачах 11 здійснюється за допомогою клиновидних вкладишів з рифленою робочою поверхнею, набір яких для зразків різних розмірів і перерізів входить до комплекту машини. Для установки зразків різної довжини нижній (активний) затискач можна швидко переміщувати, обертаючи маховик 2.

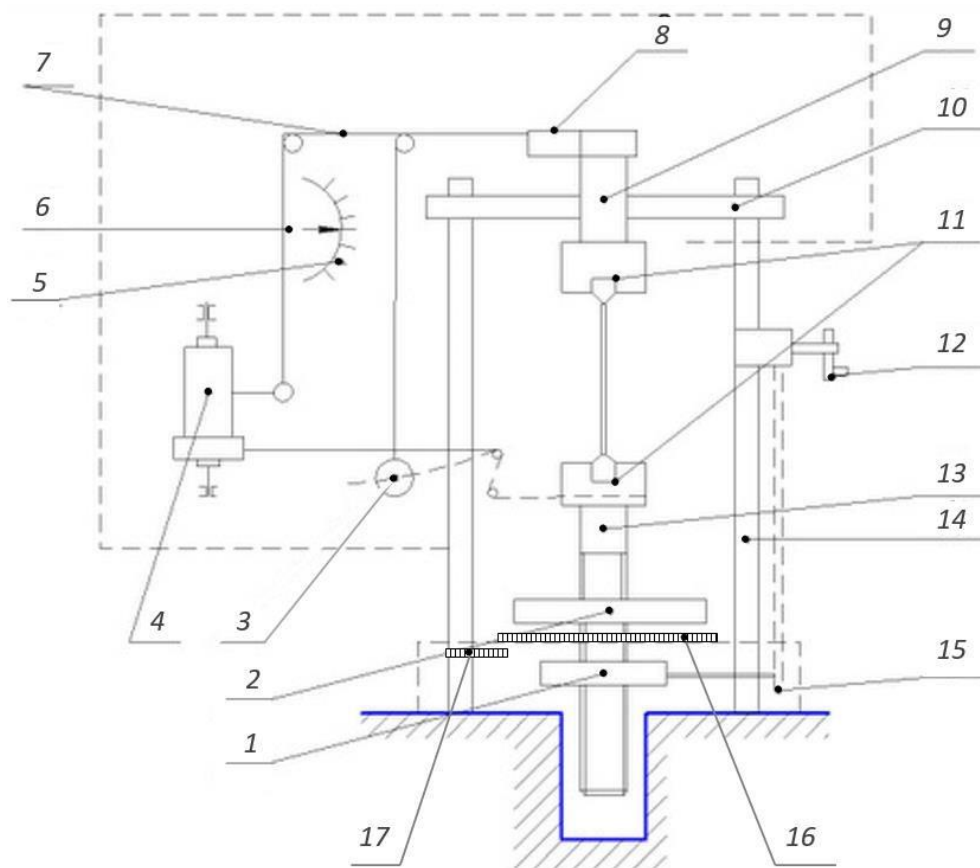


Рисунок 4.9 – Принципово-кінематична схема випробувальної машини КМ-50.

Механізм навантаження [7]. Електродвигун через коробку швидкостей і черв'ячну пару 1 призводить в обертання ходовий гвинт 13 разом з нижнім затискачем 11. Механічний привод передає валу дві швидкості обертання – 0,3 і 0,1 об/хв. Силівимірювальний механізм забезпечує реєстрацію величини крутильного моменту, що передається через зразок, який випробовують до верхнього (пасивного) затискача. При навантаженні зразка верхній затискач разом з валом 10 повертається на невеликий кут, пропорційний величині крутильного моменту, і викликає за допомогою гнучкої тяги 8 відповідне відхилення маятника 3 від вертикального положення.

Кут закручування (кут повороту нижнього затискача відносно верхнього) в межах 360° визначають за шкалою кутів закручування 16 зі стрілочним показчиком. Для відліку цілого числа обертів машина

забезпечена лічильником 17 з межею вимірювання 10 обертів. Показання кута закручування за шкалою 16 відповідають відносному куту закручування нижнього 11 і верхнього 11 затискачів машини.

Механізм силовимірювання. При закручуванні зразка верхній затискач 11 намотує на свій вал 9 тонку гнучку тягу, яка відхиляє маятник 3 до тих пір, поки не буде урівноважений крутильний момент, що виникає в зразку.

При відхиленні маятника 3 через важіль 7 приводиться в рух зубчаста рейка 6, на одному кінці якої закріплюється самозаписувач діаграмного апарату 4, а на іншому зубчаста пара, що переміщає стрілку шкали навантажень 5. Одночасно перо, що закріплене на рейці, записує на діаграмному апараті 4 залежність $M_{кр} - \varphi$. Масштаб запису кута закручування φ : 1град зкручування = 2мм на барабані. Барабан 4 приводиться в обертання від ходового гвинта гнучким зв'язком.

У комплекті для маятника є три різних вантажі, що дозволяють створювати такі границі вимірювання крутильного моменту: 100, 200 і 500 Н·м (10, 20 і 50 кгс·м).

Машини для випробувань на удар

При виборі матеріалу для деталей, або елементів конструкцій, які піддаються динамічним впливам, керуються так званою ударної пробою. Вона полягає в тому, що зразки матеріалу піддають руйнуванню, вимірюючи кількість енергії, витраченої на руйнування зразка.

Ударна в'язкість сильно залежить також від наявності різного роду дефектів у структурі металу (тріщини, порожнечі, неметалеві включення та ін.). Тому випробовування на ударну в'язкість відноситься також до числа поширених технологічних проб, які виявлятимуть якість матеріалу. Такі випробування проводять на ударний розрив або згин.

Руйнування зразків здійснюється зазвичай на маятникових копрах із запасом енергії 300Дж, так як великий надлишок енергії, що залишається після удару, негативно впливає на точність вимірювань.

Випробування на ударний згин [7]

Випробування на ударний згин (злам) надрізаних зразків має великі переваги: воно вимагає більш дешевих і простих машин і дозволяє виявити небезпечну крихкість там, де випробування на розрив дає хороші результати. Для випробування на ударний згин використовують маятникові копри МК-30 (із максимальною енергією удару 30 кгс·м). На рисунку 4.10 наведено схему та загальний вид копра.

На масивній основі 1 (рисунок 4.10 а) встановлено стійки 2 зі швелерів, пов'язаних вгорі поперечиною. До верхньої частини стійок 2 на горизонтальній осі кріпиться маятник 7, що являє собою плоский сталевий диск, який має в середині ніж 8. Підйомна рама 5 може повертатися навколо своєї осі, і її положення фіксується храповиком 4.

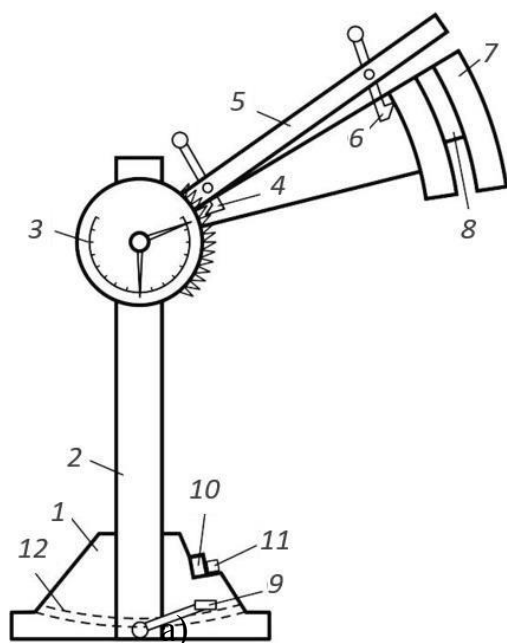


Рисунок 4.10 – Маятниковий копер МК-30: а) схема копра, б) зовнішній вигляд копра.

Маятник 7 відхиляється вручну і за допомогою заціпки 6, яка забезпечена запобіжним стопором, закріплюється на підйомній рамі 5. При підйомі маятника одна зі стрілок шкали 3 відхиляється на кут, відповідний (в поділках шкали) потенційній енергії маятника в зведеному положенні, і вказує запас енергії маятника.

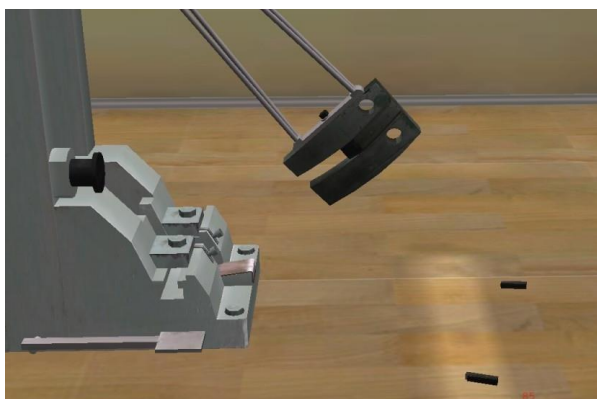


Рисунок 4.11 – Руйнування зразка при ударному згині.

Дослідний зразок 11 встановлюється на опори 10, положення яких можна в певних межах регулювати. Відстань між опорами має бути такою, щоб зруйнований зразок не заклинював ніж 8. Спуск маятника відбувається за допомогою рукоятки заціпки 6. При падінні маятник, пройшовши нижнє положення і зруйнувавши зразок, відхиляє іншу стрілку шкали 3 на кут, що відповідає енергії, збереженої в маятнику після руйнування зразка (в деяких конструкціях маятникових копрів відлік

потенційної енергії здійснюється не по круговій шкалі, а по прямолінійній) (рисунок 4.11).

Робота, витрачена на руйнування зразка, дорівнює різниці енергії маятника до і після удару. Для зупинки маятника при зворотному ході копер обладнаний стрічковим гальмом 12. Перед кожним випробуванням гальмівний пристрій зводиться натисканням педалі 9.

У масових динамічних випробуваннях на згин зразків з надрізом ударна в'язкість – єдина вихідна характеристика випробування. Діаграма деформації зазвичай не записується, так як це пов'язано зі значними експериментальними труднощами. Загальний час випробування вимірюється частками секунди, тому для фіксації залежності навантаження від деформації потрібні малоінерційні чутливі датчики і швидкодіючий прилад для запису діаграм. Зазвичай використовують п'єзокварцеві динамометри і шлейфові осцилографи.

Випробування на ударний розтяг [7]

Один з найважливіших плюсів ударних випробувань, як методу оцінки стану металу, – підвищена чутливість. Так, наприклад, коливання механічних властивостей біля середнього значення для сталі (0,35% С) складають: для ударної в'язкості a_n – 99%, для границі міцності σ_b – 15%, для відносного залишкового подовження ε – 8,8% і для відносного залишкового звуження ψ – 5,7%.

На величину ударної в'язкості часто впливає і спосіб виплавки сталі: електросталь має найбільшу, безсімерівська – найменшу, мартенівська – проміжну величину ударної в'язкості.

Ударна в'язкість в значній мірі відображає стан поверхні зразка, так як деформації в зразку розподіляються нерівномірно і часто бувають зосереджені, в основному, в поверхневих шарах. Наявність твердих поверхневих шарів знижує ударну в'язкість, а м'які поверхневі шари підвищують її.

Випробування на ударний згин проводять на маятникових копрах Шарпі (рисунок 4.12а) із запасом енергії піднятого маятника 300Дж. Копер призначений для проведення випробувань як на ударний розтяг, так і на ударний згин.

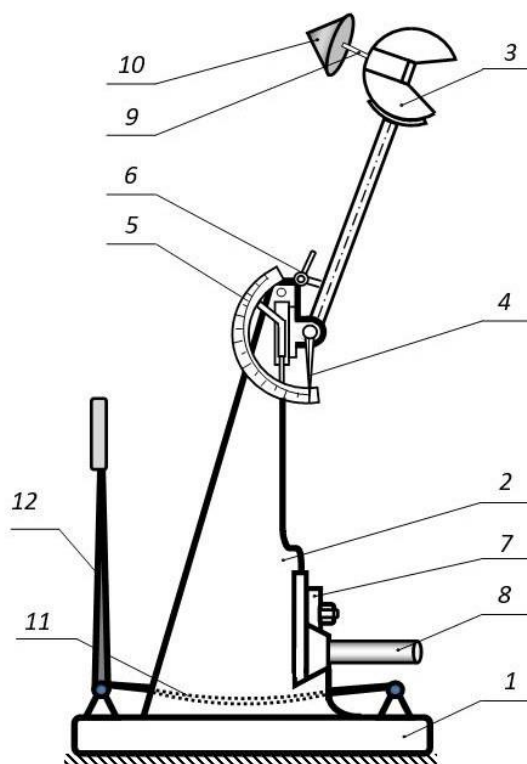
Опис установки для випробувань [7]. Схема маятникового копра Шарпі показана на рисунку 4.12 б. Копер складається з основи 1, на якій кріпиться стояк 2. До верхньої частини стояка на горизонтальній осі підвішений маятник 3, що являє собою плоский сталевий диск з вирізом. З іншого боку маятника є отвір з різьбою для вкручування зразка 9 (при проведенні випробувань на ударний розтяг), на який зверху накручується «тарілка» 10. Крім того, на осі маятника встановлена стрілка 4, навпроти якої до стояка 2 прикріплена шкала 5 для відліку витрат енергії на руйнування зразка. Шкала проградуєвана в градусах від 0^0 до 160^0 .

Для фіксації маятника в вихідному верхньому положенні передбачена заціпка 6. На стояках 2 передбачені опори 7 для установки зразків при

випробувань на ударний згин, а опори 8 – для випробувань на ударний розтяг.



а)



б)

Рисунок 4.12 – Маятниковий копер Шарпі: а) загальний вигляд, б) схема маятникового копра.

При проведенні випробувань маятник 3 піднімають вгору і фіксують заціпкою 6. Стрілку 4 встановлюють на нуль, а в маятник 3 вкручують зразок 9. Потім, повернувши засувку 6, відпускають маятник 3, який при своєму падінні руйнує зразок, вдаряючись «тарілкою» 10 об опори 8. Рухаючись далі, маятник 3 перемістить стрілку 4 по шкалі 5, яка зафіксує кут підйому маятника після удару. Цей кут по спеціальних таблицях переводять в значення роботи руйнування зразка. Маятник після удару зупиняють спеціальним гумовим гальмом 11, натискаючи на рукоятку 12. Зразки для випробувань на ударний розтяг виготовляють механічною обробкою зі стержнів циліндричної форми. При динамічних випробуваннях закон подібності не діє. Тому тут необхідна жорстка уніфікація розмірів зразків і умов проведення випробування.

Поверхня зразків повинна бути гладкою, рівною, без тріщин, сколів, здуття і раковин.

Питання для самоперевірки

- 4.1 Яка мета випробування матеріалів на розтягнення?
- 4.2 Яку форму мають зразки для випробування на розтягнення металів? Чим пояснюється прийнята форма зразків?
- 4.3 Які механічні характеристики матеріалів характеризують його міцність?
- 4.4 Які параметри характеризують пластичні властивості матеріалів?
- 4.5 Чим характеризуються пружні та залишкові деформації?
- 4.6 Як за діаграмою розтягування зразка визначити величину залишкової та пружної деформації в будь-який момент випробування?
- 4.7 Сформулюйте закон Гука. Для якої ділянки діаграми справедливий закон Гука?
- 4.8 Як визначають межу пропорційності, межу плинності, тимчасовий опір?
- 4.9 Що таке умовна межа плинності та як її визначають?
- 4.10 Яка природа виникнення ліній Чернова?
- 4.11 На якій ділянці діаграми в зразку виявляється шийка?
- 4.12 що таке фіктивна та дійсна напруги в момент розриву? Яка з них виявляється більшою?
- 4.13 Як визначається питома робота деформації розтягування і що вона характеризує?
- 4.14 Як визначається за діаграмою розтягування залишкова деформація в момент розриву?
- 4.15 Що таке наклеп і як його можна використовувати в техніці?
- 4.16 Як руйнуються зразки з крихкого та пластичного металів? У чому відмінності між характером руйнування цих матеріалів?
- 4.17 Якими механічними властивостями характеризуються конструкційні матеріали?
- 4.18 Що таке міцність?
- 4.19 Що називається деформацією?
- 4.20 Що називається пружною деформацією?
- 4.21 Що називається пластичною деформацією?
- 4.22 Які характерні ділянки можна виділити на діаграмі розтягування?
- 4.23 Чому пластична деформація йде при зростаючому навантаженні?
- 4.24 Що таке наклеп?
- 4.25 Що таке напруження?
- 4.26 Чому розрізняють справжні й умовні напруження?
- 4.27 Які ви знаєте характеристики пластичності?

ТЕМА 5 НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН ПІД ЧАС ПРЯМОГО ПОПЕРЕЧНОГО ЗГИНУ

План

5.1 Загальні відомості

5.2 Епюри поперечних сил і згинальних моментів. Загальні положення

5.3 Розрахунок балок на міцність і жорсткість

5.4 Переміщення під час згину. Розрахунок балок на жорсткість

5.1 Загальні відомості

Для початку розглянемо прямолінійний призматичний брус із поздовжньою площиною симетрії (рисунок 5.1). Згин бруса силами, перпендикулярними до його осі, що лежать у тій самій площині, через яку проходить вісь бруса, називається **поперечним згином** [1, 3, 6].

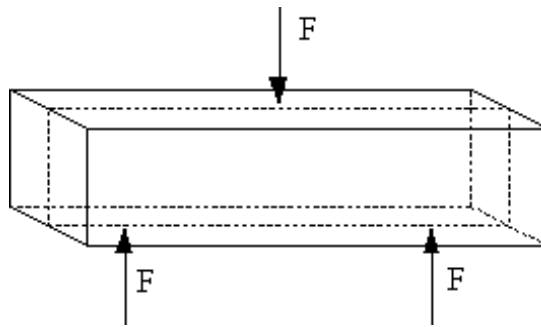


Рисунок 5.1 - Призматичний брус

Такий згин, коли в площині дії зовнішніх навантажень відбувається деформація, називається **плоским згином**.

Згин бруса, який відбувається під дією двох рівних моментів, спрямованих у протилежні боки, називається чистим вигином.

Для наочного розгляду вигину розглянемо призматичний гумовий стрижень (рисунок 5.2). Для проведення експерименту накреслимо на його гранях дві лінії, паралельні одна одній, і перпендикулярні до них осі

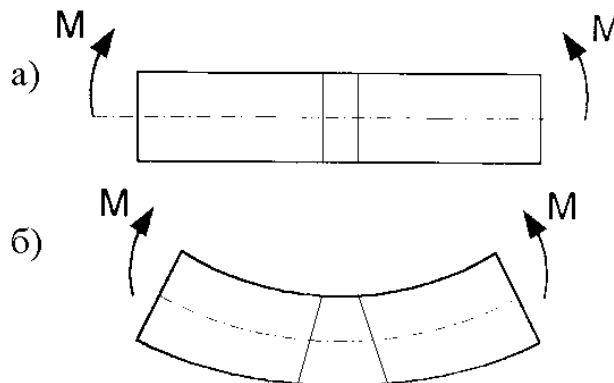


Рисунок 5.2 – Гумовий стрижень

Прикладемо до кінців балки два рівних, але протилежно спрямованих моменти. Стержень під дією прикладених згинальних моментів прогнеться, накреслені нами прямі залишаться прямими й перпендикулярними до зігнутої осі стержня. З цього можна зробити висновок про те, що плоскі поперечні перерізи і після деформації залишаються плоскими. Крім цього, на цій моделі можна показати, що поздовжнє вкорочення волокон на увігнутому боці супроводжується подовженням у поперечному напрямку, а поздовжнє подовження волокон на опуклому боці - звуженням у поперечному напрямку.

Елементи реальних конструкцій часто зазнають деформації згину, тому об'єктом розв'язання в багатьох задачах є балки або балкові системи. **Балкою** називається брус із прямолінійною віссю, покладений на опори, який згинається прикладеними до нього навантаженнями. Балки призначені для передачі діючих на них навантажень на опори. На опорах балки виникають реакції, зі знаходження яких починають розв'язування всіх задач, пов'язаних із згином.

Типи опор

Опори балок поділяють на три основні види:

- а) шарнірно-нерухома опора;
- б) шарнірно-рухома опора;
- в) жорстке закріплення (защемлення).

Шарнірно-нерухома опора (рисунок 5.3) не дає можливості пересуватися кінцю балки. Невідому за величиною і напрямком реакцію R , що діє на балку, можна розкласти на дві реакції: R_{Ay} , R_{Ax} , невідомі за величиною, але відомі за напрямком.

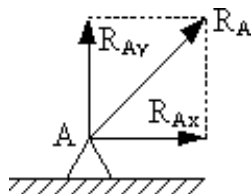


Рисунок 5.3 – Шарнірно-нерухома опора

Шарнірно-рухома опора (рисунок 5.4) відрізняється від шарнірно-нерухомої тим, що вона поставлена на котки і має можливість рухатися. Рухома опора не дає можливості переміщатися кінцю балки в напрямку, перпендикулярному осі балки. Отже, ми можемо сказати, що в шарнірно-рухомій опорі є тільки одна реакція, відома за напрямком і невідома за величиною.

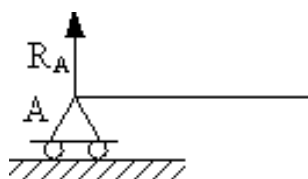


Рисунок 5.4 - Шарнірно-рухома опора

Жорстке закріплення (защемлення) (рисунок 5.5) перешкоджає будь-якому переміщенню балки, її також неможливо обертати. У жорсткому закріпленні виникають реакція, невідома ні за величиною, ні за напрямком, що перешкоджає переміщенню кінця балки, і реактивний момент, що перешкоджає обертанню. Реакцію R ми можемо замінити реакціями R_{Ay} і R_{Ax} . Після цього можемо сказати, що під час жорсткого закріплення виникають три невідомі реакції: R_{Ax} , R_{Ay} , M_A . Найчастіше на практиці стикаються із силами, що діють перпендикулярно до осі балки. У цьому випадку реакція R_{Ax} – горизонтальна складова – не застосовується.

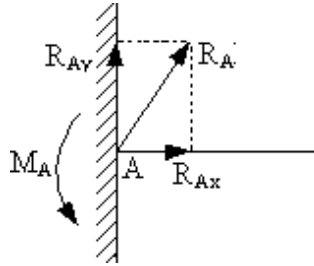


Рисунок 5.5 – Жорстке закріплення

Визначення опорних реакцій

Якщо на балку діють сили, які лежать в одній площині, зі статки маємо три рівняння рівноваги:

$$\Sigma X = 0; \quad \Sigma Y = 0; \quad \Sigma M = 0,$$

тобто для рівноваги балки треба, щоб сума проекцій усіх сил, прикладених до балки, разом із реакціями дорівнювала нулю, а також сума моментів має дорівнювати нулю.

Якщо сили, що діють на балку, перпендикулярні її осі, то рівняння $\Sigma X = 0$ не потрібне, тобто залишаються два рівняння:

$$\Sigma Y = 0; \quad \Sigma M = 0.$$

Якщо балка має такі опори, у яких загальне число в'язей менше або дорівнює двом, то останні завжди можуть бути визначені з рівнянь статки. У цьому випадку балки називаються **статично визначеними балками**. Їх існує всього два види:

- а) балка з одним жорстко закріпленим кінцем і одним вільним;
- б) балка з однією шарнірно-нерухомою та іншою шарнірно-рухомою опорою.

Балка, наведена на рисунку 5.6, називається **консольною**. Звисаючі кінці називають консолями.

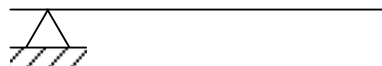


Рисунок 5.6 – Консольна балка

Балки, у яких загальне число реакцій більше числа рівнянь статички, називають **статично невизначеними балками**. У цьому випадку потрібно скласти:

- 1) рівняння статички;
- 2) рівняння деформації балок

Якщо на балку діятиме суцільне рівномірно розподілене навантаження, як ми можемо бачити на рисунку 5.7, то потрібно розглянути поняття «інтенсивність суцільного навантаження» - це величина навантаження, що припадає на одиницю довжини. Якщо F - суцільне навантаження, l - довжина ділянки, то $q = F/l$ - інтенсивність, її розмірність звичайно кН/м.

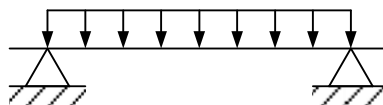


Рисунок 5.7 – Рівномірно розподілене навантаження

За заданих інтенсивності навантаження і довжини ділянки, на якій воно діє, величина сили визначається як добуток інтенсивності на довжину:

$$F = q \cdot l.$$

5.2 Епюри поперечних сил і згинальних моментів. Загальні положення

У загальному випадку прямого згину в поперечних перерізах бруса виникають два внутрішні силові фактори [1]:

- 1) *поперечна сила* Q ;
- 2) *згинальний момент* M

Поперечна сила в будь-якому поперечному перерізі бруса чисельно дорівнює алгебраїчній сумі проекцій на вісь Y усіх зовнішніх сил, що діють по один бік осі перерізу.

Згинальний момент дорівнює сумі моментів, обчислених відносно центру тяжіння перерізу, всіх зовнішніх сил, що діють по один бік від перерізу.

Графіки, що показують закон зміни Q і M по довжині балки, називають **епюрами**. Для побудови епюр існує кілька способів:

- 1) аналітичний;
- 2) за характерними точками;
- 3) шляхом складання сил.

Характер епюр залежить від способу навантаження балки.

Для визначення знаків поперечної сили та згинальних моментів існують такі правила (рисунок 5.8).

Зовнішня сила, що прагне повернути відсічену частину балки за годинниковою стрілкою навколо тієї точки осі, яка відповідає проведеному

перерізу, береться зі знаком «плюс», а зовнішня сила, яка прагне повернути балку проти годинникової стрілки навколо зазначеної точки, викликає негативну поперечну силу, тобто береться зі знаком «мінус».

Зовнішня сила (пара сил), що згинає відсічену частину балки відносно проведеного перерізу опуклістю донизу, дає позитивний згинальний момент, а зовнішня сила, що згинає відсічену частину балки опуклістю догори, дає від'ємний згинальний момент.

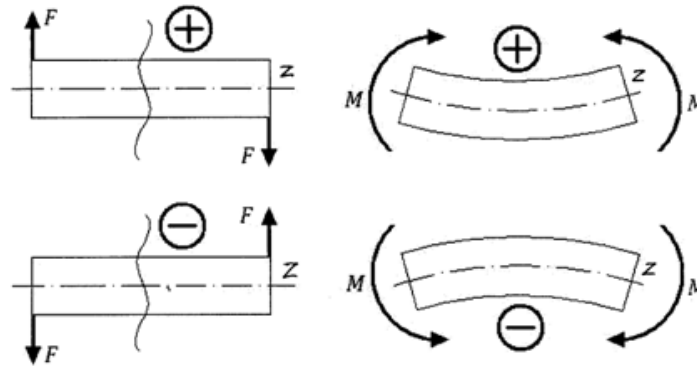


Рисунок 5.8 – Правило знаків

Між згинальним моментом M , поперечною силою Q та інтенсивністю розподілу навантаження існує зв'язок:

$$\frac{dQ}{dx} = q \frac{dM}{dx} = Q, \quad (5.1)$$

отже, якщо $q = 0$, то $Q = \text{const}$;

$$\frac{dM}{dx} = Q = \text{const} \Rightarrow M = Q \cdot x + M_0, \quad (5.2)$$

якщо $q = \text{const}$, то $\frac{dQ}{dx} = q = \text{const}$;

$$\begin{aligned} Q &= q \cdot x + Q_0 \\ \frac{dM}{dx} &= Q = q \cdot x + Q_0 \\ M &= q \frac{x^2}{2} + Q_0 x + M_0, \end{aligned} \quad (5.3)$$

де Q_0 , M_0 - значення поперечної сили та згинального моменту на початку ділянки.

Для балок, що мають багато ділянок навантаження, тобто навантажених комбінацією навантажень, доцільно будувати епюри за

характерними точками, а саме: обчислити поперечні сили та згинальні моменти тільки для перерізів, у яких епюра зазнає змін, і потім, знаючи закон зміни епюри між знайденими точками, з'єднати їх відповідними лініями.

До характерних належать точки, що відповідають перерізам, у яких прикладено зосереджені сили або моменти, а також перерізи, де починається або закінчується розподілене навантаження (рисунок 5.9).

Для того щоб обчислити поперечну силу і згинальний момент у довільному перерізі, необхідно балку в цьому місці подумки розсікти площиною і частину балки (будь-яку), що лежить по один бік від перерізу, що розглядається, відкинути. Потім за зовнішніми силами, що діють на залишену частину балки, треба знайти шукані Q_y і M_x , причому знак останніх треба визначати за тією дією, яку чинять зовнішні сили на залишену частину балки відповідно до прийнятого раніше правила знаків.

Під час побудови епюри зліва направо відкидається права частина балки, Q_y і M_x перебувають за силами, що діють на ліву частину.

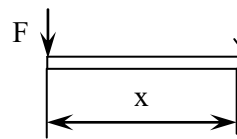
Під час побудови епюри справа наліво, навпаки, відкидають ліву частину, Q_y і M_x визначають за силами, що діють на праву частину балки (рисунок 5.9).

Розглянемо значення поперечних сил і згинальних моментів окремо від кожного зовнішнього силового фактора:

- від зосередженої сили F :

$$Q_x = \pm F,$$

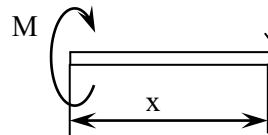
$$M_x = \pm F \cdot x.$$



- від зосередженого моменту M :

$$Q_x = 0,$$

$$M_x = \pm M.$$



- від розподіленого навантаження:

$$Q_x = \pm q \cdot x,$$

$$M_x = \pm q \cdot x \cdot \frac{x}{2} = \pm \frac{q \cdot x^2}{2}.$$

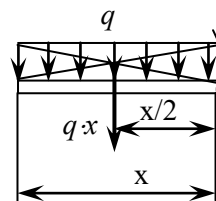


Рисунок 5.9 - Побудова епюр Q_y і M_x

Для побудови епюр необхідно запам'ятати такі правила (рисунок 5.10):

1. На ділянці балки, де відсутнє розподілене навантаження, епюра Q_y – пряма лінія, паралельна осі абсцис, а епюра M_x – похила пряма.

2. Під зосередженою силою на епюрі Q_y спостерігається стрибок на величину прикладеної зовнішньої сили, а на епюрі M_x – злам.

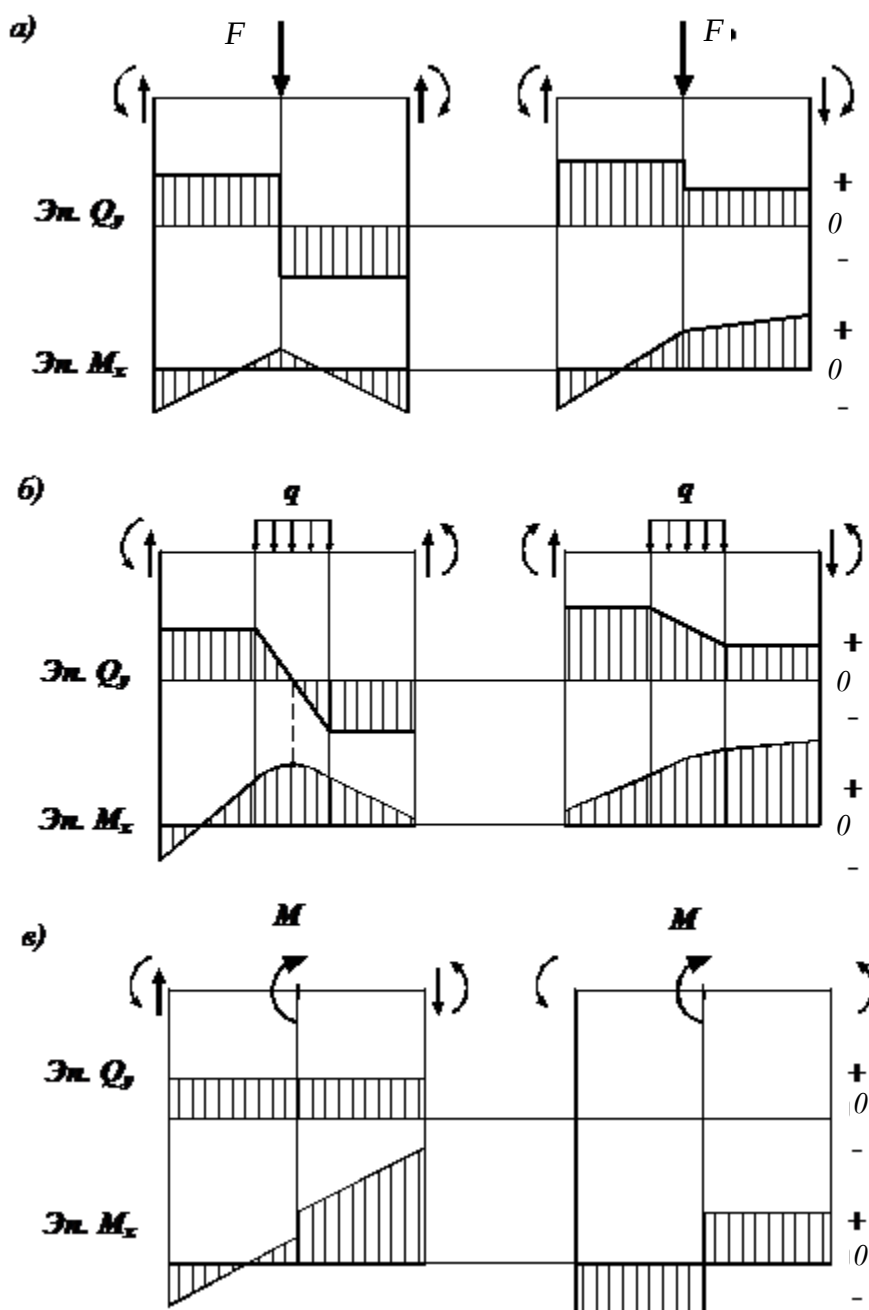


Рисунок 5.10 - Правила узгодження епюр поперечних сил і згинальних моментів

3. У точці прикладання зосередженої пари сил на епюрі M_x моментів спостерігається стрибок на величину моменту цієї пари, а епюра Q_y не змінюється.

4. На ділянці дії рівномірно розподіленого навантаження епюра Q_y зображується похилою прямою, а епюра M_x - параболою, зверненою опуклістю назустріч стрілкам розподіленого навантаження.

5. Якщо на ділянці дії розподіленого навантаження епюра Q_y перетинає вісь абсцис, то в цьому перерізі згинальний момент набуває екстремального значення (точка перегину на епюрі M_x).

6. Якщо на гранці дії розподіленого навантаження не прикладено

зосереджених сил, то на епюрі Q_y ділянка, паралельна до осі абсцис, переходить у похилу без стрибка, а параболічна і похила частини епюрі M_x сполучаються плавно, без зламу.

7. Згинальний момент у кінцевих перерізах балки завжди дорівнює нулю, за винятком випадку, коли в кінцевому перерізі – зосереджена пара сил. У цьому випадку згинальний момент у кінцевому перерізі балки дорівнює моменту діючої пари.

8. У перерізі, що відповідає закладенню, Q_y і M_x чисельно дорівнюють опорній реакції та реактивному моменту.

5.3 Розрахунок балок на міцність і жорсткість

Під час плоского вигину в поперечному перерізі виникають нормальні (σ) і дотичні (τ) напруження.

Нормальні напруження в поперечному перерізі балки під час згинання

$$\sigma = \frac{M_x}{J_x} \cdot y_{\max}, \text{ Н/м}^2, \quad (5.4)$$

де M_x - згинальний момент у перерізі балки, Н·м;

$y_{\max}$ – відстань від нейтральної осі до розглянутого шару волокон, м;

J_x – осьовий момент інерції перерізу балки, м⁴.

Найбільші нормальні напруження під час згину балки з перерізом, симетричним щодо центральної осі:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{x\max}}{W_x}, \text{ Н/м}^2, \quad (5.5)$$

де W_x - осьовий момент опору перерізу балки, м³.

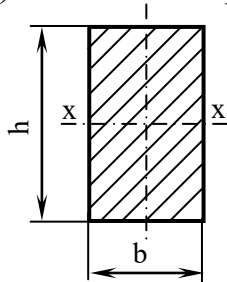
Міцність балки, що працює на згин, перевіряється за найбільшими нормальними напруженнями:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{x\max}}{W_x} \leq [\sigma], \quad (5.6)$$

де $[\sigma]$ - допустима напруга при вигині, МПа.

Для розв'язання задач наведемо моменти опорів перерізів, що найчастіше зустрічаються.

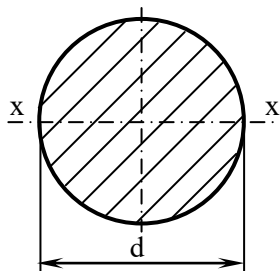
а). Момент опору прямокутного перерізу



$$W_x = \frac{J_x}{y_{\max}},$$

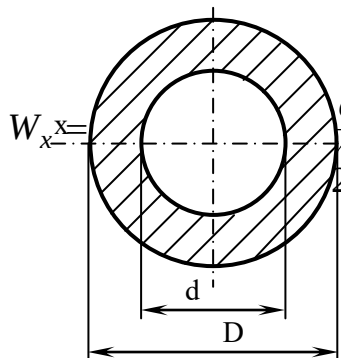
$$W_x = \frac{J_x}{h/2} = \frac{b \cdot h^3}{12 \cdot \frac{h}{2}} = \frac{b \cdot h^2}{6}, \quad (5.7)$$

б). Для круглого перерізу



$$W_x = \frac{J_x}{d/2} = \frac{\pi \cdot d^4}{64 \cdot d/2} = \frac{\pi \cdot d^3}{32} \cong 0,1 \cdot d^3, \quad (5.8)$$

в). Для кільцевого перерізу із зовнішнім діаметром D і з внутрішнім d



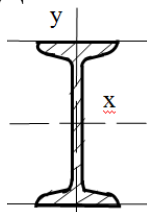
$$W_x = \frac{J_x}{d/2} = \frac{\pi \cdot (D^4 - d^4)}{32 \cdot D} \cong 0,1 \frac{D^4 - d^4}{D}$$

або, якщо $\frac{d}{D} = C,$

$$W_x = 0,1 \cdot D^3 (1 - C^4), \quad (5.9)$$

На практиці дуже часто перерізи балок обирають у вигляді двотавра, швелера, часто застосовують зварні балки – такі балки дають великі моменти опору. Моменти опору стандартних розмірів даються в таблицях.

Дотичні напруження при вигині балки визначаються за формулою:



$$\tau = \frac{Q \cdot S}{b \cdot J_x}, \text{ Н/м}^2, \quad (5.10)$$

Умова міцності при згині балки за дотичними напруженнями

$$\tau_{\max} = \frac{Q_{\max} \cdot S}{b \cdot J_x} \leq [\tau], \text{ Н/м}^2, \quad (5.11)$$

де $\tau_{\max}$ – найбільші дотичні напруження в поперечному перерізі балки, МПа;

Q – поперечна сила в перерізі балки, Н (знаходимо по епюрі поперечних сил);

S – статичний момент відносно нейтральної лінії, м³;

b – ширина перерізу, м;

J_x – осьовий момент інерції поперечного перерізу балки відносно його нейтральної лінії, м⁴;

$[\tau]$ – допустимі дотичні напруження для матеріалу балки, МПа..

Послідовність розв'язання задач

1) визначити реакції опор балки (для визначення реакцій опор рекомендується використовувати два рівняння моментів: одне – відносно лівої опори, друге – відносно правої), а потім обов'язково перевірити правильність розв'язання за рівнянням проекцій на вісь, перпендикулярну балці;

2) побудувати епюру поперечних сил;

3) побудувати епюру згинальних моментів (для побудови епюр доцільно використовувати метод побудови за характерними точками);

4) за епюрою згинальних моментів визначити розрахунковий (найбільший за абсолютним значенням) згинальний момент, виразивши його в Н·мм;

5) у виразі умови міцності

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{x\max}}{W_x} \leq [\sigma],$$

прийняти, що $\sigma = [\sigma]$, і визначити необхідний осьовий момент опору поперечного перерізу балки;

6) виразити значення W_x у см³ (у разі підстановки в розрахункову формулу $W_x = \frac{M_x}{[\sigma]}$ величини M_x – у Н·мм і $[\sigma]$ – у Н/мм², значення W_x вийде, як легко бачити, у мм³), а потім за допомогою таблиць відповідних стандартів за знайденим значенням підбирати потрібний номер профілю швелера або двотавра.

5.4 Переміщення під час згину. Розрахунок балок на жорсткість

Під дією зовнішнього навантаження вісь балки викривляється (рисунок 5.11). У результаті точки, що лежать на осі балки, переміщуються по вертикалі, а поперечні перерізи, залишаючись плоскими, повертаються на деякий кут відносно початкового положення.

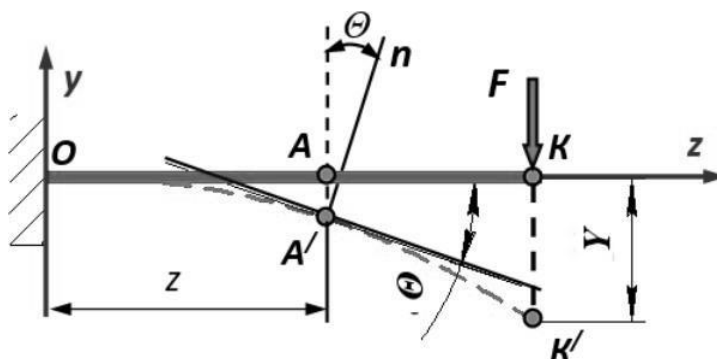


Рисунок 5.11 – Лінійне та кутове переміщення перерізу

Прогином Y балки в будь-якому перерізі на відстані z від початку координат називають вертикальне переміщення точки, що лежить на осі балки в цьому перерізі.

Кутом повороту θ поперечного перерізу балки буде кут нахилу дотичної до осі балки в цьому перерізі до початкового положення цієї осі.

Розрахунок балок на жорсткість

У багатьох випадках деформації балок можуть порушити нормальну експлуатацію машин або конструкції. Наприклад, великий прогин валів зубчастих передач може зумовити вихід із зачеплення зубчастих коліс. Під час токарного оброблення деталі в центрах за великих деформацій не досягається необхідна точність її виготовлення. Отже, поряд із міцністю в низці випадків деталі машин і елементи конструкцій повинні мати необхідну **жорсткість**.

Під час розрахунку балок на жорсткість під час згину визначають найбільший **прогин** і порівнюють його з допустимим: $f \leq [f]$, тобто максимальний прогин (стріла прогину) не повинен перевищувати допущеного значення $[f]$. Допустимий прогин залежить від умов роботи конструкцій і зазвичай призначається залежно від прольоту – відстані між опорами l . Для балок, застосовуваних у будівельних конструкціях і машинобудуванні, він становить $(0,001 \dots 0,05) l$.

Для раціонального вибору опорних пристроїв, забезпечення нормальної роботи підшипників ковзання в деяких випадках вводять додаткову умову жорсткості конструкції: **кут повороту** опорного перерізу не повинен перевищувати допустимого значення.

Питання для самоперевірки

- 5.1 Що таке поперечний вигин? плоский? чистий?
- 5.2 Скільки реакцій виникає в шарнірно-нерухомій опорі? шарнірно-рухомій? жорсткому закладенні?
- 5.3 Які балки називаються статично визначеними?
- 5.4 Які силові чинники виникають у загальному випадку прямого вигину?
- 5.5 У якому випадку зовнішня сила дає позитивний згинальний момент? негативний?
- 5.6 Сформулюйте основні правила, необхідні для побудови епюр.
- 5.7 За якою формулою перевіряється міцність балки?
- 5.8 У якій послідовності розв'язуються задачі?
- 5.9 Що таке прогин балки? кут повороту?
- 5.10 Як балки розраховуються на міцність?
- 5.11 Що називають жорсткістю балки при згині?
- 5.12 В яких одиницях визначається кут повороту?
- 5.13 Які деформації перерізів визначають у балках при згині?
- 5.14 Яка величина найбільше впливає на значення прогину балки?

МОДУЛЬ 2. ОСНОВИ РОЗРАХУНКУ ТА ПРОЄКТУВАННЯ МЕХАНІЗМІВ

ТЕМА 6. ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ ПРО ПЕРЕДАЧІ. КЛАСИФІКАЦІЯ ПЕРЕДАЧ

План

- 6.1 Загальні вимоги до машин
- 6.2 Основні поняття і показники надійності
- 6.3 Типові групи передач
- 6.4 Передачі обертового руху
- 6.5 Умовні позначення в графічних схемах

6.1 Загальні вимоги до машин [8]

Головною метою проектування і конструювання механічних систем є створення машини, агрегату чи іншого виробу, які дають найбільший економічний ефект і мають високі техніко-економічні показники: високу продуктивність, надійність, технологічність, компактність, малу металомісткість і енергоємність, високий моральний ресурс, зручність експлуатації [8, 9, 11, 12].

Механізмом називають систему твердих тіл, призначену для перетворення руху одного або кількох тіл у необхідний рух інших тіл (редуктор, коробка передач, варіатор і ін.).

Машиною називають механізм або пристрій, що виконує механічний рух і застосовується для перетворення енергії, матеріалів або інформації з метою полегшення або заміни фізичної чи розумової праці людини і підвищення її продуктивності.

Будь-яка машина складається з деталей.

Деталь - частина машини, яку виготовляють без складальних операцій. Деталі можуть бути простими (гвинт, шпонка) або складними (колінчастий вал, станина верстата). Декілька деталей, які зібрано в одне ціле, утворюють **складальну одиницю** або **вузол**.

Складальна одиниця – виріб, складові частини якого підлягають з'єднанню між собою за допомогою складальних операцій на підприємстві. Часто користуються поняттям «вузол» – сукупність складальних одиниць або деталей, що мають спільне функціональне призначення (редуктор, муфта, підшипник кочення).

Серед множини різноманітних деталей і вузлів можна виділити такі, що застосовують у різних машинах: кріпильні гвинти, зубчасті колеса, вали, підшипники кочення, муфти. Ці деталі (вузли) називають **деталлями (вузлами) загального призначення**. Інші деталі - поршні, шатуни, лопатки турбін та ін. - застосовують тільки в одному або кількох типах машин. Їх відносять до деталей **спеціального призначення** і вивчають у відповідних курсах.

Деталі і вузли загального призначення виготовляють щорічно у великих кількостях (лише в одному легковому автомобілі більш п'яти тисяч типових деталей, більш тридцяти типорозмірів підшипників), тому знання основних методів розрахунку, правил і норм проектування, які підтверджені експлуатацією, дуже важливе для конструкторської підготовки.

Мета курсу – висвітлити методи, правила, норми та рекомендації проектування типових деталей машин таким чином, щоб була забезпечена їх працездатність.

Основними вимогами, які повинні задовольняти деталі (вузли) машин, є:

- міцність;
- жорсткість;
- зносостійкість;
- теплостійкість;
- вібростійкість.

Додаткові вимоги:

- корозійна стійкість;
- зниження маси деталей;
- використання недефіцитних і дешевих матеріалів;
- простота виготовлення і технологічність деталей і вузлів повинні бути предметом особливої уваги;
- зручність експлуатації. При проектуванні необхідно прагнути, щоб окремі вузли і деталі можна було зняти або замінити без порушення з'єднання суміжних вузлів. Усі мастильні пристрої повинні працювати безвідмовно, а ущільнення – не пропускати мастила. Деталі, що рухаються і не містяться в корпусі машини, повинні мати огорожу для безпеки обслуговуючого персоналу;
- транспортабельність машин, вузлів і деталей, тобто можливість і зручність їх перенесення і перевезення;
- стандартизація має велике економічне значення, тому що забезпечує високу якість продукції, взаємозамінність деталей і дозволяє вести складання в умовах серійного виробництва;
- краса форм;
- економічність конструкції визначається широким використанням

Об'єкти вивчення в курсі «Інженерна механіка. Деталі машин»

Деталі передач. У курсі розглядають механічні передачі: зубчасті, планетарні, хвильові, черв'ячні, фрикційні, пасові, ланцюгові, передачі гвинт - гайка.

Деталі, що обслуговують обертальний рух: вали й осі, підшипники кочення і ковзання, муфти приводів.

З'єднання і деталі з'єднань. З'єднання розділяють на роз'ємні і нероз'ємні. Роз'ємні з'єднання допускають багатократне збирання і

розбирання. Їх основні типи: різьбові, шпонкові, шліцьові, клемові, на закріплених конічних втулках, тощо.

Нероз'ємні з'єднання не допускають багатократної перебірки. Для розбирання такого з'єднання його потрібно зруйнувати. Основні типи: зварні, клейові, паяні, заклепкові, з'єднання з натягом. Останні відносять до нероз'ємних умовно, тому що вони дозволяють проводити складання і розбирання, але не багаторазово.

При вивченні кожного з об'єктів будемо розглядати:

- 1) Призначення об'єкта (передачі, муфти, з'єднання).
- 2) Опис конструкції і принцип дії (роботи).
- 3) Області застосування.
- 4) Порівняльні переваги і недоліки.
- 5) Умови роботи і діючі навантаження.
- 6) Характер і причини відмови - критерії працездатності.
- 7) Методи розрахунку і конструювання (розробка розрахункової схеми; проектний і (або) перевірочний розрахунок по основних критеріях працездатності; рекомендації по конструюванню).
- 8) Матеріали, що застосовують і відомості про технологію виготовлення.
- 9) Напрямки удосконалювання конструкції і методів розрахунку.
- 10) Контрольні запитання по темі.

При виконанні курсового проекту додатково вивчають проектування корпусних деталей (корпусів, рам, плит), деталей змащувальних пристроїв, пружних елементів та ін.

При створенні деталей і машин повинні задовольнятися дві основні умови: надійність й економічність. Під економічністю розуміють мінімально необхідну вартість проектування, виготовлення й експлуатації деталей і машин.

6.2 Основні поняття і показники надійності [9, 10, 11]

Надійність - властивість виробу зберігати в часі спроможність до виконання необхідних функцій у заданих режимах і умовах застосування, технічного обслуговування, збереження і транспортування.

Надійність характеризують **станами і подіями**.

Працездатність - **стан** виробу, при якому він здатен нормально виконувати свої функції.

Відмова - подія, що полягає в повній або частковій утраті працездатності.

Показники якості виробу по надійності: **безвідмовність, довговічність і ремонтпригодність**.

Безвідмовність - властивість виробу безупинно зберігати працездатність протягом заданого часу.

Довговічність - властивість виробу довгостроково зберігати працездатність до настання граничного стану при дотриманні норм

експлуатації. Під граничним розуміють такий стан виробу, при котрому його подальша експлуатація неприпустима або недоцільна.

Ремонтопригодність - властивість виробу, що полягає в пристосованості до підтримки і відновлення працездатності шляхом технічного обслуговування і ремонту.

Часові поняття надійності: *наробіток, ресурс і термін служби*.

Наробіток - тривалість або обсяг роботи виробу (у годинах, кілометрах пробігу, числах циклів навантаження).

Ресурс - сумарний наробіток виробу від початку експлуатації до переходу у граничний стан (у годинах, кілометрах пробігу й ін.).

Термін служби - календарна тривалість експлуатації виробу від початку до переходу в граничний стан. Виражають звичайно в роках. Термін служби включає наробіток виробу і час простоїв.

Основними показниками надійності є:

- по **безвідмовності** - ймовірність безвідмовної роботи й інтенсивність відмов;
- по **довговічності** - середній і гама-процентний ресурс;
- по **ремонтопригодності** - ймовірність відновлення.

Під **ймовірністю** $P(t)$ безвідмовної роботи розуміють ймовірність того, що в заданому інтервалі часу або в межах заданого наробітку не виникає відмова виробу.

Для деталей машин у якості показника довговічності використовують **середній ресурс** (математичне чекання ресурсу в годинах роботи, кілометрах пробігу, мільйонах обертів) або **гама-процентний ресурс** (сумарний наробіток, протягом якого виріб не досягає граничного стану з ймовірністю γ , яку виражено у відсотках). Для виробів серійного і масового виробництва найбільше часто використовують гама-процентний ресурс: для підшипників кочення, наприклад, 90 %-вий ресурс.

Під **ймовірністю відновлення** розуміють ймовірність того, що час відновлення працездатного стану виробу не перевищить задане значення.

Основи надійності закладає конструктор при проектуванні виробу (точністю упорядкування розрахункової схеми). Визначення показників надійності виконують методами теорії ймовірностей, їх використовують при виборі оптимальних варіантів конструкції. Надійність залежить також від якості виготовлення (неточності обробки впливають на розподіл навантажень у зоні силової взаємодії) і від дотримання норм експлуатації.

Основні критерії працездатності та розрахунку деталей машин

При конструюванні працездатність деталей забезпечують вибором матеріалу і розрахунком розмірів по основному критерію.

Основними критеріями працездатності і, відповідно, розрахунку деталей машин є міцність, жорсткість, зносостійкість, теплостійкість і вібростійкість.

Вибір критерію для розрахунку обумовлено характером руйнування (видом відмови): для кріпильних гвинтів - міцність, для ходових гвинтів -

зносостійкість, для валів -жорсткість.

Міцність – найбільш поширений критерій працездатності. Міцністю називають здатність деталі протистояти дії навантажень без пошкоджень у вигляді остаточних деформацій чи руйнування її елементів під навантаженням.

Жорсткість – здатність деталей опиратися зміні їх форми і розмірів під дією прикладених навантажень. Поряд з міцністю це один з найважливіших критеріїв працездатності машин. Іноді розміри деталей (таких, як довгі осі, вали тощо) остаточно визначаються розрахунком на жорсткість.

Роль цього критерію працездатності зростає в зв'язку з тим, що характеристики міцності матеріалів (наприклад, сталей) постійно покращують, що дозволяє зменшити розміри деталей, а пружні характеристики (модуль пружності) при цьому не змінюються. Так, за останні 30 років тимчасовий опір σ_B легованих сталей підвищено від 500 до 1500 МПа при незмінному значенні модуля пружності $E = 2 \cdot 10^5$ МПа.

Різна жорсткість деталей з'єднання змінює розподіл навантаження між окремими елементами. Так, через недостатню жорсткість фланців з'єднання навантаження на болти зростає в 4 - 5 рази. У більшості випадків основним критерієм розрахунку валів є жорсткість, а не міцність. Варіюючи жорсткістю окремих елементів механічної системи, можна вийти з зони резонансу.

Практичні розрахунки на жорсткість проводять у формі обмеження пружних деформацій у границях, допустимих для конкретних умов роботи механізму. Такими умовами, наприклад, можуть бути:

1) Обмеження деформацій валів для створення більш сприятливих умов роботи сполучених деталей: зубчастих коліс, підшипників кочення. Рисунок 6.1 ілюструє порушення умов роботи зубчастого зачеплення і підшипників унаслідок прогинів валів під дією сил у зубчастому зачепленні: перекіс (γ_1) коліс викликає концентрацію навантаження по довжині зубів, підвищений місцевий знос або злам, а кут нахилу цапф (γ_2, γ_3) - защемлення тіл кочення в підшипниках, підвищений опір обертанню і нагрівання опори.

2) Обмеження деформацій із метою одержання необхідної точності форми деталі. Так, при обточуванні у центрах циліндричної деталі (вала) утворюється поверхня діжкоподібної форми. Це відбувається унаслідок віджиму заготовки в середній частині і тому більше металу знімається ближче до торців.

3) Вимога загальної високої точності виконавчого органу (наприклад, точність переміщення різця).

У уточнених розрахунках міцності і жорсткості деталей використовують різноманітні методи розв'язання задач теорії пружності, зокрема, метод кінцевих елементів (МКЕ) . Цей метод звичайно реалізують на ЕОМ із великою пам'яттю і високою швидкістю.

Заходи щодо підвищення жорсткості:

1) Рациональне розташування опор. Розташування опор на відстані $0,223l$ від кінців, зменшує максимальний прогин f балки під дією сили ваги в 48 разів. При конструюванні вузла вала конічної шестерні слід витримувати співвідношення $b/a = 2,5$.

2) Застосування матеріалів із високим модулем пружності: сталей, чавунів із кульовидним графітом.

3) Вибір раціональної форми перерізу. Жорсткість бруса з фасонного прокату (двотавра), рівновеликого круглому циліндричному бруса, вище в 26 разів.

4) Підвищення контактної жорсткості у рухливих спряженнях пригінкою і зменшенням шорсткості поверхонь, попереднім натягом.

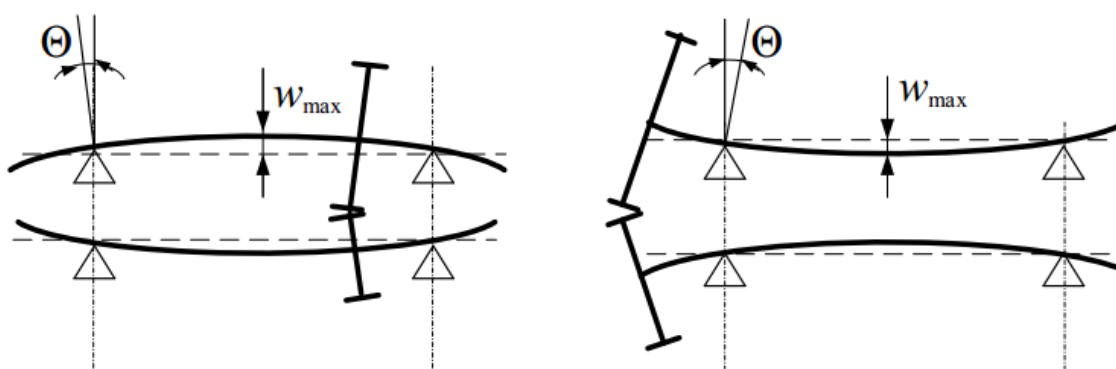


Рисунок 6.1 – Поява кутового контакту зубчастих коліс через прогини валів

Зносостійкість – опір зношуванню деталей машин та інших виробів, що труться. Зношування – процес руйнування поверхневих шарів в умовах тертя, що призводить до поступової зміни розмірів, форми, маси і стану поверхні деталей (зносу). Знос – результат процесу зношування.

Зносостійкість залежить від фізико-механічних властивостей матеріалу, термообробки і шорсткості поверхонь, від значень тиску або контактних напружень, швидкості ковзання, наявності мастильного матеріалу, режиму роботи і т.д. Знос змінює характер спряження, збільшує зазори в рухливих з'єднаннях, викликає шум, зменшує товщину покриття, знижує міцність деталей. Знос можна зменшити, якщо розділити поверхні деталей, мастильним матеріалом. У підшипниках ковзання за допомогою гідродинамічних розрахунків визначають необхідну товщину масляного прошарку. Для деталей, що порівняно повільно переміщуються, (направляючих верстатів, ходових гвинтів) використовують гідростатичні опори, у які мастило подають під тиском.

Універсального і загальноприйнятого методу розрахунку на зношування немає. У більшості випадків розрахунок проводять у формі обмеження діючих тисків p у місцях контакту: $p < [p]$. В ряді випадків (наприклад, при розрахунку ресурсу зубчастих коліс, що працюють у

вакуумі і мають твердозмашувальні покриття робочих поверхонь зубів) у якості числової характеристики використовують інтенсивність зношування J , що у загальному вигляді визначають як відношення зносу h до шляху S тертя: $J = h/S$.

Дослідженнями контактної взаємодії твердих тіл при їх відносному переміщенні займається наука триботехніка.

Заходи щодо зменшення зношування:

1) Варто уникати застосування відкритих поверхонь тертя, що зазнають вплив абразивного середовища. Так, механічні передачі сучасних підйомних кранів, лебідок виконують у закритому виконанні. Закривають телескопічними кожухами направляючі верстатів. Застосовують підшипники кочення із захисними шайбами.

2) Удосконалювання ущільнювальних пристроїв. Введення лабіринтових ущільнень підшипників збільшило їхній ресурс у роликах конвеєрів у 3 - 4 рази.

3) Забезпечення рівномірного розподілу тиску по поверхні: підвищення поверхневої твердості (загартування знижує знос у 2 рази).

4) Забезпечення досконалих видів тертя (гідродинамічного, гідростатичного, тертя кочення, тощо).

5) Заміна зовнішнього тертя внутрішнім. При малих переміщеннях застосовують гумометалеві шарніри, у яких гумова втулка привулканизована до металевих трубок.

Під **теплостійкістю** розуміють здатність деталей зберігати нормальну роботоздатність у припустимих (заданих) межах температурного режиму, викликаного робочим процесом машин і тертям у їхніх механізмах.

Нагрів деталей у процесі роботи машини призводить до:

1. Зниження механічних характеристик матеріалу і до появи пластичних деформацій - повзучості. Сталеві деталі, що працюють при температурах нижче 300 С, на повзучість не розраховують.

2. Зменшення зазорів у рухливих спряженнях деталей і, як слідство, схоплювання, заїдання, заклинювання.

3. Зниження в'язкості мастила і несучої спроможності масляних плівок. З підвищенням температури в'язкість мінеральних нафтових мастил знижується по кубічній параболі - дуже різко.

Для забезпечення нормального теплового режиму роботи проводять теплові розрахунки (черв'ячних і хвильових редукторів, підшипників ковзання). При цьому складають рівняння теплового балансу (тепловиділення за одиницю часу дорівнює тепловіддачі) і визначають середню сталу температуру при роботі машини. З метою підвищення тепловіддачі передбачають охолоджуючі ребра, примусове охолодження або збільшують розміри корпусу.

Вібростійкість - здатність деталей і вузлів працювати в потрібному режимі без недопустимих коливань (вібрацій).

Вібрації знижують якість роботи машин, збільшують шум, викликають додаткові напруження в деталях. Особливо небезпечні резонансні коливання. У зв'язку з підвищенням швидкостей руху машин небезпека вібрацій зростає. Наприклад, за останні 50 років частота обертання двигунів внутрішнього згоряння підвищилася майже на порядок. Тому розрахунки на вібростійкість набувають усе більшого значення. Періодична зміна зовнішніх сил у поршневих машинах або сил від невірноваженності деталей, що обертаються, погіршностей виготовлення викликає вимушені коливання. При збігу або кратності частоти вимушених коливань і частоти власних коливань спостерігають явище резонансу. При резонансі амплітуда коливань досягає великих значень - відбувається руйнування. Працювати можна в до - або в післярезонансній зонах. Перехід через резонансну зону повинен бути здійснений достатньо швидко.

Розрахунки на вібростійкість виконують для машини в цілому. Вони зводяться до визначення частот власних коливань механічної системи і забезпеченню їх несовпадиння із частотою вимушених коливань.

До пристроїв для зниження коливань відносять маховики, пружнодемпфуючі елементи і демпфери, що розсіюють енергію коливань.

6.3 Типові групи передач

У машинах кількість деталей обчислюється сотнями та тисячами. Сучасний автомобіль складається з 15-20 тисяч деталей, з яких 150-300 є найважливішими і потребують найбільших витрат в експлуатації. у Boeing Technical Documentation, в Illustration Part catalog зазначено від 3 до 7 мільйонів деталей, залежно від моделі. Кількість складань на порядок менша, "надскладання" - ще на порядок, вузлів та агрегатів - від 4 до 9 тисяч, кількість підсистем близько 600, систем – близько 60.

Незважаючи на різне конструктивне оформлення та призначення машин, більшість деталей та складальних одиниць (вузлів) у них є типовими [9, 10, 11].

Типовими називають деталі, які зустрічаються практично в будь-якій машині та незалежно від призначення машини виконують однакові функції.

Немає абсолютної, повної і завершеної класифікації всіх існуючих деталей машин, так як конструкції їх різноманітні і до того ж постійно розробляються нові.

Для орієнтування у нескінченному різноманітті деталі машин класифікують на типові групи за характером їх використання.

♦ **ПЕРЕДАЧІ** передають рух від джерела споживачу.

У сучасній техніці існує кілька типів передач - електричні, гідродинамічні, гідростатичні, пневматичні та ряд інших, другорядних за призначенням. Але в більшості випадків вони не обходяться без присутності механічних передач. У курсі «Інженерна механіка. Деталі

машин» розглядаються лише механічні передачі, часто їх називають просто «передачі».

Призначення передач в основному полягає у зниженні або підвищенні частоти обертання двигуна або іншого джерела обертального руху з відповідним підвищенням або зниженням моменту, що обертає.

Для чого це робиться? Адже існують двигуни як швидкохідні, так і тихохідні, і, в принципі, вони могли б безпосередньо надавати рух робочому органу. Існують і використовуються теплові двигуни та електричні, вали яких здатні обертатися з частотами обертання від десятків до десятків тисяч обертів за хвилину (від одиниць до тисяч радіан за секунду). Ці частоти обертання могли б задовольнити будь-який робочий орган – від тягової зірочки конвеєра до шліфувального кола. Але тихохідні двигуни через величезний крутильний момент дуже великі і важкі, а швидкохідні – зазвичай унікальні або неекономічні. А найбільш вживані та дешеві електродвигуни – асинхронні – забезпечують обертання з частотами 1000... 3000 (у ряді країн 1200... 3600) хв^{-1} , менші частоти вже малоефективні.

Майже так само і з найбільш поширеними автотракторними двигунами внутрішнього згоряння, частота обертання яких зазвичай знаходиться в межах від 1500 до 6000 хв^{-1} .

Більшість робочих органів машин вимагає нижчих частот обертання, що викликає необхідність знищуючих передач (редукторів).

Рідше зустрічається необхідність підвищувати частоту обертання двигунів. Найбільш вражаючим прикладом є привід для вітроелектростанцій, яких у світі налічується вже десятки тисяч. Вітроколесо такої електростанції потужністю, наприклад, 5 МВт (5.106 Вт) робить близько 15 оборотів на хвилину, а генератор, з'єднаний з вітроколесом механічною передачею, – 1500. Отже, між вітроколесом і генератором знаходиться мультиплікатор – передача, що підвищує частоту. Такий мультиплікатор – велика споруда масою в десяток тонн.

Крім простого перетворення частоти обертання та крутильного моменту двигуна в якесь конкретне число разів передачі можуть:

- регулювати ступінчасто чи безступінчасто частоту обертання робочого органу машин;
- реверсувати рух, тобто забезпечувати прямий та зворотний хід;
- перетворювати один вид руху в інший (наприклад, обертальне в прямолінійне, коливальне, переривчасте тощо);
- розподіляти рух між декількома виконавчими органами машини (наприклад, наводити на рух кілька верстатів або провідних коліс автомобіля від одного двигуна).

Передачі класифікуються за двома основними ознаками:

► залежно від способу передачі обертання:

- на передачі зачепленням (зубчасті, черв'ячні, ланцюгові, зубчастими пасами, гвинтові);

- передачі тертям (фрикційні, з гладкими ремнями);
 - ▶ залежно від способу з'єднання ведучого та веденого ланок:
- передачі з безпосереднім контактом (зубчасті, черв'ячні, гвинтові, фрикційні);
- з гнучким додатковим зв'язком (пасові, ланцюгові).

У зв'язку з багатоваріантністю вибору передач конструктором і великою важливістю саме цього первинного обґрунтованого вибору типу передачі нижче наводиться короткий опис передач, а також аналіз їх переваг, недоліків, перспектив, кращі сфери застосування кожної передачі. Адже обґрунтований вибір типу передачі для того чи іншого конкретного призначення – це творчий процес, який насамперед має опанувати молодий спеціаліст-конструктор. Подальші розрахунки передач, хоч би важливими вони були, все-таки вторинні, і успіх технічного рішення переважно залежить від успішного вибору варіанта передачі.

Отже, розглянемо у згаданому аспекті наступні найбільш поширені механічні передачі, а також проведемо їх порівняння за основними показниками.

6.4 Передачі обертального руху

У техніці найбільш поширений обертальний рух, тому передачі для перетворення цього руху застосовуються дуже широко. Перетворення швидкості обертального руху супроводжується зміною моменту, що обертає [9, 10, 11].

Застосування передач пов'язане з тим, що стандартні двигуни з метою зниження маси, габаритів та вартості виконують швидкохідними з вузьким діапазоном регулювання швидкості, а виконавчі органи повинні мати малі швидкості, причому часто потрібне розгалуження потоків енергії та одночасна передача руху з різними параметрами до кількох виконавчих органів.

За фізичними умовами передачі руху розрізняють:

- ▶ передачі на основі зачеплення (рисунок 6.2) (б – зубчасті; в – черв'ячні, ланцюгові - д; гвинт-гайка – е, зубчасто-пасові);
- ▶ передачі тертям, що передають енергію за рахунок тертя, що викликається притисканням однієї ковзанки до іншої (фрикційні передачі, рисунок 6.2 а) або початковим натягом паса (пасові передачі, рисунок 6.1 г).

Основними перевагами зубчастих передач у порівнянні з іншими видами механічних передач є: малі габарити, високий ккд, велика довговічність та надійність, сталість передавального відношення, можливість застосування у широкому діапазоні швидкостей, моментів, потужностей.

Недоліки: підвищені вимоги до точності виготовлення та монтажу, шум при високих швидкостях.

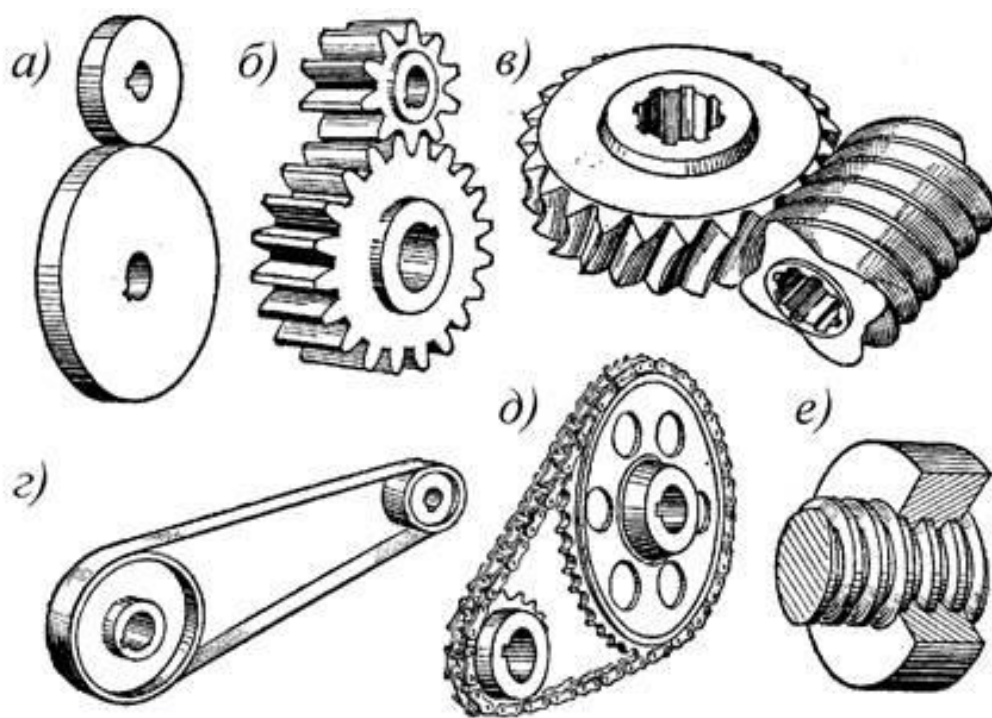


Рисунок 6.2 – Механічні передачі:

а – фрикційні; б – зубчасті; в – черв'ячні, г – пасові; д – ланцюгові; е – гвинт-гайка

Передача із зачепленням М. Л. Новікова

У 1954 р. з'явилося нове вдале зубчасте зачеплення, на відміну від безлічі інших, що не проявили себе з позитивного боку – зачеплення М.Л. Новікова (рисунок 6.3). Зуби, за М.Л.Новіковим, профілюються по дугах кіл, причому опуклість на одному зубі сполучається з увігнутістю на іншому. При цьому зубці виконуються гвинтовими, а отже, робочі поверхні зубів можна охарактеризувати як кругові. Навантажувальна здатність такої передачі в 1,5... 1,7 рази вище, ніж у аналогічної за розмірами та матеріалом евольвентної косозубої передачі. Недоліки - чутливість до зміни міжосьової відстані, складність інструменту для нарізування зубів.

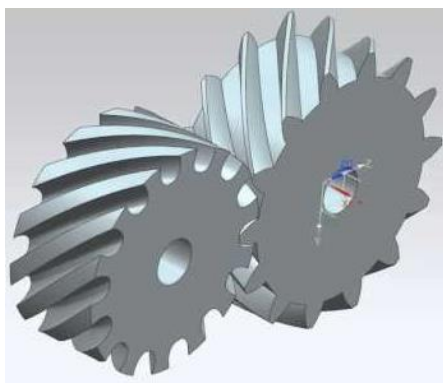


Рисунок 6.3 – Передача М.Л. Новікова

Планетарні та хвильові передачі

У порівнянні з іншими зубчастими передачами планетарні та хвильові передачі з'явилися порівняно недавно. Планетарну передачу запропонував у 1781 р. винахідник парової машини Дж. Уатт, причому не зовсім за її прямим призначенням, а для того, щоб замінити кривошипно-шатунний механізм, запатентований для парової машини іншим винахідником. Проте через століття планетарна передача стала активно використовуватися за своїм прямим призначенням в трансмісіях машин.

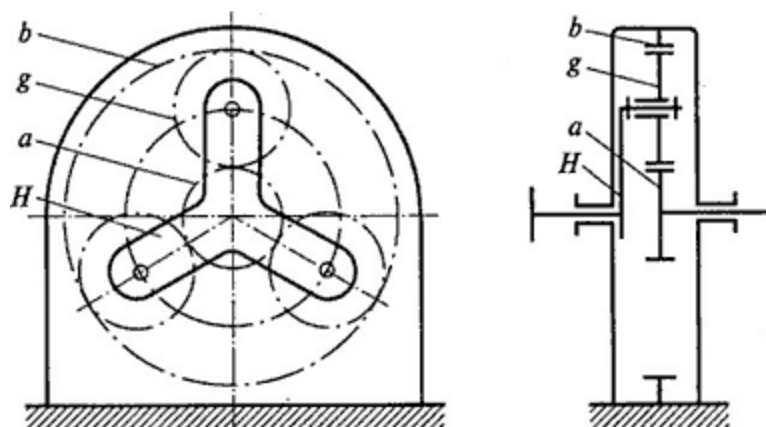


Рисунок 6.4 – Схема планетарної передачі: а - центральне колесо зовнішнього зачеплення; b - центральне колесо внутрішнього зачеплення; g - сателіти; Н - водило

Планетарними називаються передачі, що мають зубчасті колеса з рухомими осями. Ці передачі (рисунок 6.4) складаються з центральних коліс зовнішнього а та внутрішнього b зачеплення (часто використовуються застарілі назви, відповідно сонячне колесо та епіцикл). Центральні колеса а та b знаходяться в зачепленні із сателітами g, що обертаються навколо осей, встановлених у водилі Н, яке також обертається. Сателіти, обертаючись навколо власних осей, обертаються, крім того, і навколо центрального колеса, подібно до планет навколо Сонця. Звідси і назва передачі.

Провідним у планетарній передачі може бути як центральне колесо а, так і водило Н при зупиненому колесі b. Можна обертати колесо b при зупиненому колесі а. При цьому виходять різні передавальні відносини в одній і тій же передачі. Для отримання ходу назад (реверсу) зупиняють водило Н і обертають центральні колеса - або b. При цьому і на задньому ходу набувають різних передаточних відносин.

Позитивні якості: мала маса і габарити конструкції, можливість отримання великих передатних чисел (до 1000 і більше), а також здатність розподіляти потужність на кілька потоків. Недоліки: підвищені вимоги до точності виготовлення та збирання конструкції, а також порівняно низький к.к.д. Планетарні передачі широко застосовують у машинобудуванні та приладобудуванні.

Наймолодшою із зубчастих передач є **хвильова передача**. Вперше така передача була запатентована США інженером Массером в 1959 р. і за досить короткий термін широко поширилася в багатьох галузях техніки.

Хвильові передачі кінематично є планетарні передачі з одним сателітом у вигляді гнучкого вінця g (рисунок 6.5). Цей гнучкий вінець пружно деформується генератором хвиль H (у разі спеціальним гнучким підшипником l) і входить у зачеплення з жорстким центральним колесом b , у разі у двох зонах. Як видно, в зачеплення входять багато зубів, до 50% всіх зубів колеса, з чим пов'язана висока здатність, що несе хвильової передачі. Адже у звичайних зубчастих передач в зачеплення входять лише 1...2% зубів.

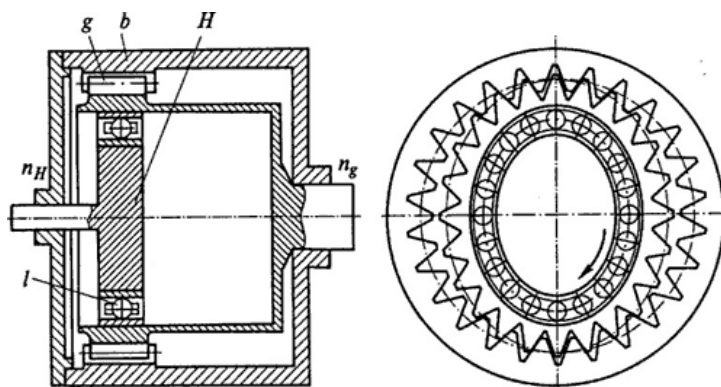


Рисунок 6.5 – Схема хвильової передачі:

b - центральне колесо; g - вінець; l - підшипник; H - генератор хвиль;
 n_H - частота обертання провідної ланки; n_g - частота обертання веденої ланки

Хвильові передачі слід використовувати у сервоприводах (сервоприводом є будь-який тип механічного приводу (пристрою, робочого органу), що має у складі датчик (положення, швидкості, зусилля тощо) і блок управління приводом (електронну схему або механічну систему тяг), що автоматично підтримує необхідні параметри на датчику (і, відповідно, на пристрої відповідно до заданого зовнішнього значення (положення ручки управління або чисельного значення від інших систем) та інших випадках, що не потребують високих потужностей та частот обертання. Зокрема, якщо потрібна висока компактність передачі, точність та плавність роботи, а також можливість передачі обертання в герметизований простір. Хвильові передачі, якщо дозволяє компоновання, слід сміливіше використовувати замість черв'ячних передач середньої потужності в сервоприводах, лебідках, мотор-редукторах з високими передавальними відносинами та інших випадках, тому що перші набагато компактніші і мають незрівнянно високий ККД.

Черв'ячна передача відноситься до зубчато-гвинтових передач (рисунок 6.6). Гвинтом є черв'як, а зубчастим колесом – черв'ячне колесо. Перевага черв'ячної передачі перед гвинтовою зубчатою проявляється в

тому, що початковий контакт ланок відбувається по лінії, а не в точці. Черв'ячна передача відноситься до передач з осями валів, що перехрещуються. Кут перехрещення зазвичай дорівнює 90° . Зуби черв'ячного колеса мають дугову форму. Це сприяє більшому охопленню черв'яка та збільшенню, відповідно, лінії контакту.

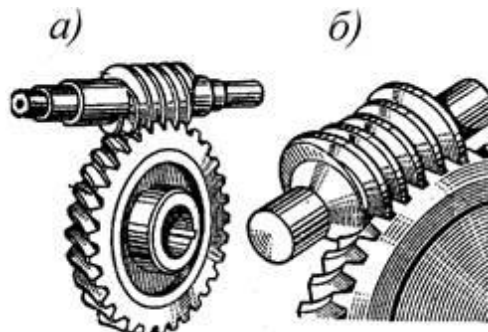


Рисунок 6.6 – Черв'ячні передачі:

а – з циліндричним черв'яком; б - з глобоїдним черв'яком

Черв'ячні передачі широко застосовують у приладобудуванні, підйомно-транспортному устаткуванні, транспортних машинах, також у металорізальних верстатах.

До основних переваг черв'ячних передач можна віднести: компактність конструкції, безшумність і плавність роботи, можливість отримання дуже великого передавального числа в одній парі (до 1000).

До недоліків більшості черв'ячних передач відноситься: підвищена вартість, великі втрати на тертя і низький ккд, необхідність використання дорогих антифрикційних кольорових металів.

Ланцюговою називають передачу зачепленням за допомогою ланцюга. На ведучому та веденому валах передачі встановлюються зірочки (рисунок 6.7), які огинаються гнучким зв'язком – ланцюгом.

Рух у передачі здійснюється за рахунок зачеплення зубів зірочок, що мають спеціальну форму, із шарнірами ланцюга. Останні складаються з зовнішніх і внутрішніх пластин, що чергуються, з'єднаних валиками з одягненими на них втулками. Для зменшення тертя та зносу на втулки із зазором надягаються ролики, такі ланцюги – приводні роликові позначаються ПР.

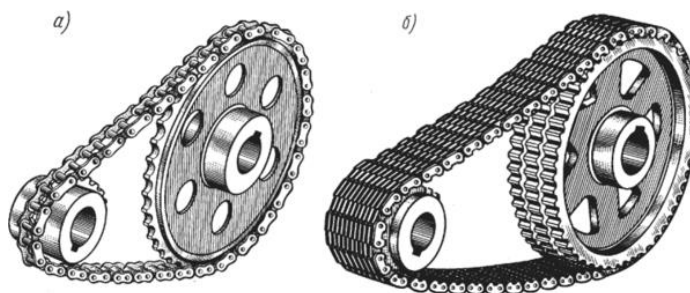


Рисунок 6.7 – Ланцюгова передача:

а – втулковим ланцюгом; б – зубчастим ланцюгом.

Ланцюгові передачі широко застосовуються в приводах роботів, транспортних та сільськогосподарських машин, різних верстатів, де виникає необхідність здійснення передачі між паралельними валами при порівняно великій відстані між ними (до 8 м), а також приводити в рух одним ланцюгом кілька валів. Ланцюгова передача компактніша за ремінну, може працювати при великих навантаженнях без прослизання. У ній менша навантаженість валів, оскільки попереднє натяг ланцюга незначне. Ланцюгова передача має високий ккд (до 0,98).

До недоліків можна віднести: порівняно швидке зношування шарнірів і, як наслідок, подовження ланцюга, що призводить до порушення зачеплення; підвищені вібрації та шум при роботі.

Передачею **гвинт-гайка** називається механічна передача, що складається з гвинта та гайки (рисунок 6.8) і призначена для перетворення обертального руху на поступальне або навпаки.

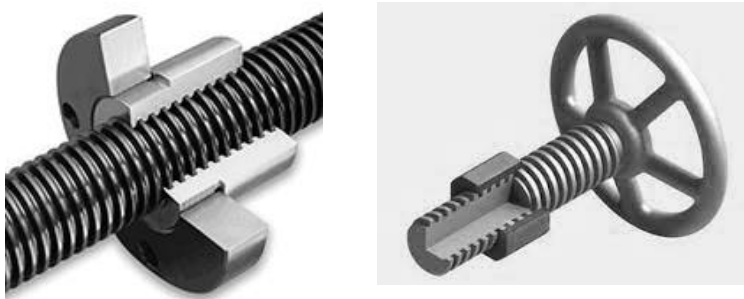


Рисунок 6.8 – Передача гвинт-гайка

Залежно від призначення гвинти цих передач поділяють на ходові (гвинти металорізальних верстатів, приладів) та вантажні (гвинти домкратів, пресів). Широке застосування таких передач у сучасних машинах визначається тим, що при простій та компактній конструкції вдається здійснити повільні та точні переміщення. Також до переваг можна віднести велику здатність навантаження, плавність і безшумність роботи. Недоліки полягають у значному терті в різьбовій парі, що викликає підвищений її зношування і порівняно низький ККД (близько 0,7).

Пасова передача складається з двох шківів і ремня, що їх охоплює (рисунок 6.9).

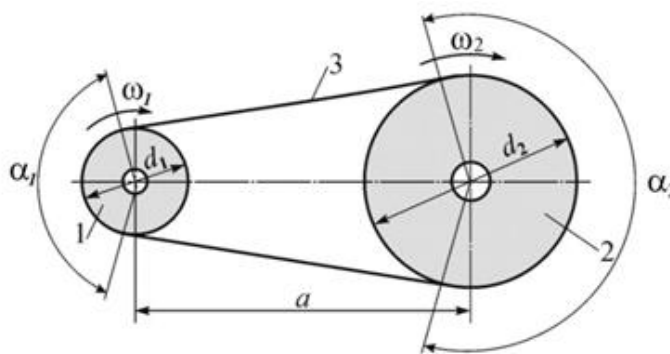


Рисунок 6.9 – Пасова передача

Обертання провідного шківa 1 перетворюється на обертання веденого 2, завдяки тертю між ремнем 3 і шківaми. Тертя зазвичай забезпечується попереднім натягом паса за рахунок регулювання міжосьової відстані.

В даний час пасова передача застосовується майже у всіх галузях машинобудування. Вона використовується там, де вали розташовані на значній відстані один від одного або високі швидкості не дозволяють застосувати інші види передач. Потужність сучасних передач вбирається у 50 кВт.

Основні переваги пасових передач: плавність, безшумність, мінімальна ціна, можливість передачі руху на великі відстані.

До недоліків відносяться: значні габарити, необхідність постійного натягу ременів та мала їх довговічність, великі навантаження на вали.

Фрикційна передача складається з двох стикаються між собою тіл обертання, де обертання одного перетворюється на обертання іншого за рахунок сил тертя. Необхідна сила тертя виникає за рахунок сили, що притискає (рисунок 6.10).

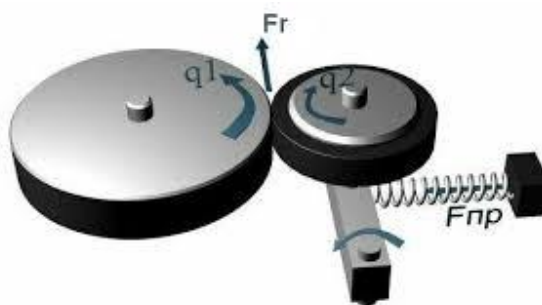


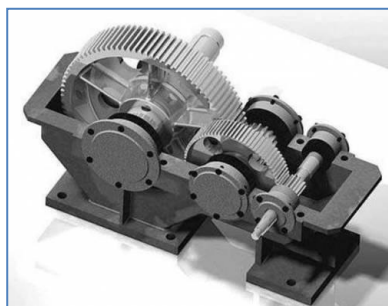
Рисунок 6.10 – Фрикційна передача

Фрикційні передачі використовуються рідко. Їх сфера застосування обмежена кінематичними ланцюгами приладів, де потрібна плавність руху, безшумність, простота конструкції.

До недоліків цих передач відноситься: порівняно низький ККД (0,8 ... 0,9), нерівномірне зношування тіл кочення, великі навантаження на вали, необхідність застосування спеціальних притискних пристроїв.

- За конструктивним оформленням передачі можуть бути:
- відкритими, бо не мають спільного корпусу;
 - закритими, тобто розміщені в спільному корпусі, який забезпечує герметичність та постійне змащення передачі.

Залежно від кількості окремих передач, які взаємно пов'язані в перетворенні руху, як одна передача, розрізняють передачі одноступінчасті та багаступінчасті (рисунок 6.11) однорідної та неоднорідної структур. Наприклад, передача зубчаста закрыта одноступінчаста, або передача зубчаста закрыта дво-, три-, чотири- та п'ятиступінчаста.



а)



б)

Рисунок 6.11 – Зовнішній вид редуктора: а - редуктор циліндричний двохступінчастий; б - редуктор циліндричний трьохступінчастий

♦ **ВАЛИ І ОСІ** несуть на собі деталі передач, що обертаються.

Вали та осі. Вали служать передачі обертаючого моменту вздовж своєї осі і підтримки деталей передач (зубчасті колеса, шківів зірочки), що встановлюються на валах. Осі служать для підтримки обертових деталей без передачі корисних крутних моментів.

Вали - деталі, призначені для передачі крутильного моменту вздовж своєї осі і для підтримки деталей, що обертаються.

Вали обертаються на підшипниках. Крім крутильних моментів, вали схильні до дії згинальних моментів і поперечних сил. За формою геометричної осі вали бувають прямі (рисунок 6.12 а, б), колінчасті (рисунок 6.12 в) та гнучкі (рисунок 3.11 г). Найпростіші прямі вали мають форму тіл обертання. На рисунку 3.11 показані гладкий (а) та ступінчастий (б) прямі вали.

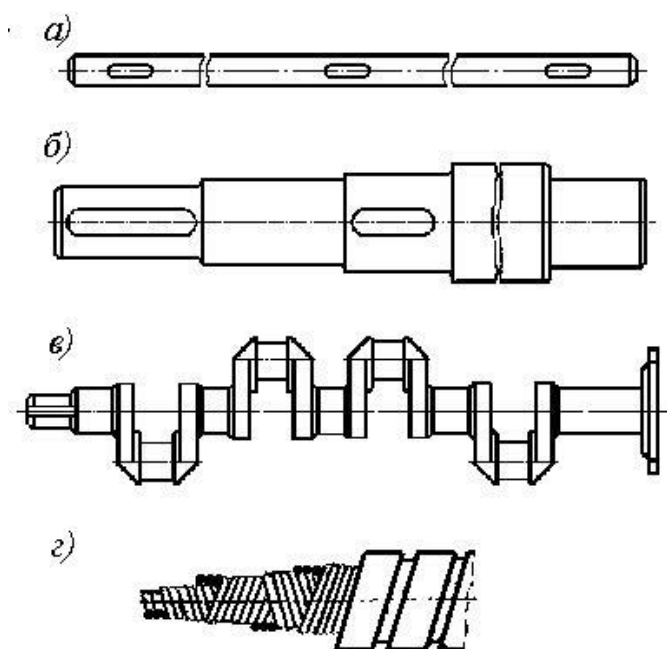


Рисунок 6.12 – Вали:

а, б – прямі (гладкий та ступінчастий відповідно); в – колінчасті; г – гнучкі.

Осі - деталі, які служать для підтримки деталей, що обертаються і не передають крутільний момент. Осі можуть бути обертові та нерухомі (рисунок 6.13). Прикладом осей, що обертаються, можуть служити осі залізничного рухомого складу (рисунок 6.13 б), прикладом необертових - осі блоків вантажопідйомних машин (рисунок 6.13 а), осі передніх коліс автомобіля.

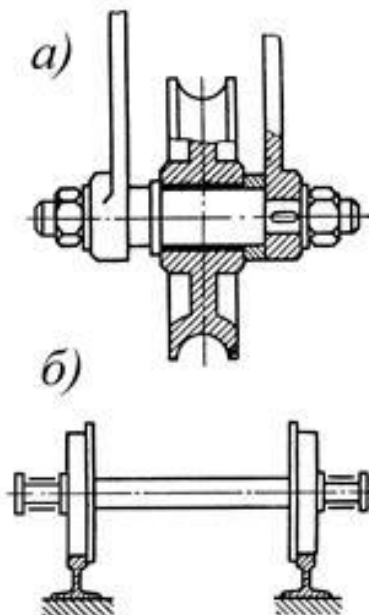


Рисунок 6.13 – Осі:
а – нерухомі осі; б - осі, що обертаються.

♦ **ОПОРИ** служать для встановлення валів та осей.

Підшипники діляться на дві групи залежно від виду тертя у них: а) кочення; б) ковзання.

Підшипники - пристрої, що підтримують вали та осі, - сприймають радіальні та осьові навантаження, прикладені до валу, і передають їх на корпус. Залишають валам та осям лише один ступінь свободи – обертання навколо власної осі. Крім того, підшипник забезпечує фіксацію валу у певному положенні. Крім валів та осей підшипники можуть підтримувати деталі, що обертаються навколо осей або валів, наприклад, шківи, шестірні тощо.

По виду тертя підшипники ділять на підшипники ковзання (рисунок 6.14) і кочення (рисунок 6.15).

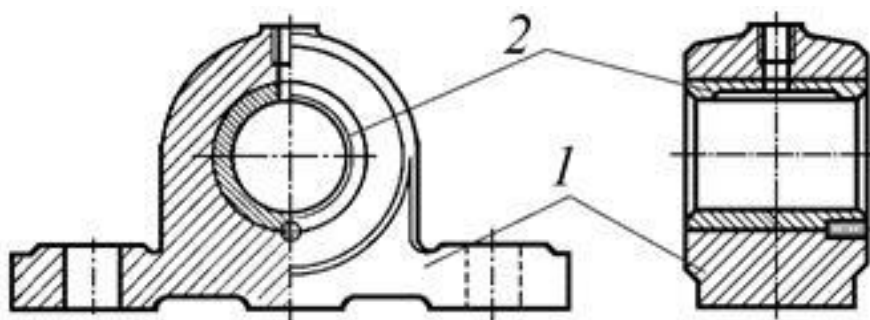


Рисунок 6.14 – Підшипники ковзання

Підшипники ковзання з'явилися значно раніше за опори кочення – при створенні найпростіших машин. У сучасному машинобудуванні підшипники ковзання використовують лише там, де їх застосування є кращим. Наприклад, для підшипників особливо важких валів (для яких підшипники кочення не виготовляють), якщо необхідно роз'ємні підшипники (для колінчастих валів) і т.п.

Підшипники ковзання (рисунок 6.14) складаються з двох основних елементів: корпусу 1 та вкладиша 2. Вкладиш, що є робочим елементом, виконується з антифрикційного матеріалу (бронза, латунь, бабіт, спеціальний чавун, пластмаса). Він знаходиться у безпосередньому зіткненні з цапфою валу і приймає від неї навантаження. Корпус, який може бути роз'ємним та нероз'ємним, призначений для розміщення вкладиша та сприйняття навантажень.

Переваги підшипників ковзання – незначні розміри у радіальному напрямку; простота влаштування, виготовлення та монтажу; низька вартість; мала чутливість до ударів та поштовхів; безшумність роботи. До недоліків слід віднести: значні втрати на тертя, складність системи мастила, високі вимоги до мастила.

У сучасному машинобудуванні найчастіше використовують підшипники кочення. Вони тертя ковзання замінюється тертям кочення з допомогою установки тіл кочення між опорними поверхнями підшипника і валу.

Підшипник кочення (рисунок 6.15) – це готовий вузол, який у більшості випадків складається із зовнішнього 1 і внутрішнього 3 кілець з поглибленнями – доріжками кочення А, тіл кочення 2 (кульок або роликів) та сепаратора 4, що спрямовує та утримує тіла кочення. У деяких типах підшипників для зменшення габаритів одне або обидва кільця відсутні, інколи ж відсутній сепаратор (гольчасті).

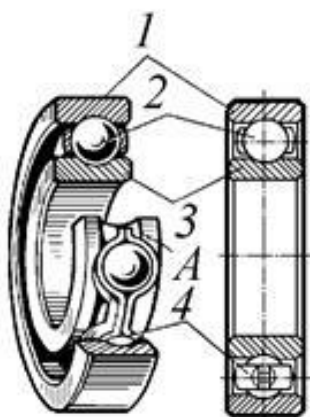


Рисунок 6.15 – Підшипник кочення

Переваги підшипників кочення: малі втрати на тертя та незначне нагрівання, мала витрата мастила, невеликі габарити в осьовому напрямку, невисока вартість (масове виробництво) та високий ступінь

взаємозамінності. До недоліків опор кочення можна віднести збільшені габарити в радіальному напрямку, чутливість до ударних та вібраційних навантажень, деякий шум у роботі та складність монтажу.

Усі підшипники кочення стандартизовані та у масових кількостях випускаються спеціалізованими заводами.

♦ **МУФТИ** з'єднують між собою вали і передають крутний момент.

Муфтами (рисунок 6.16) називають пристрої, призначені для з'єднання валів або інших деталей, що обертаються в цілях передачі крутильного моменту без зміни його значення і напрямку. Потреба у з'єднанні валів пов'язана з тим, що більшість машин компонують із вузлів (складальних одиниць) та механізмів з вхідними та вихідними валами, кінематичний та силовий зв'язок між якими виконується за допомогою муфт. Як правило, вали, що з'єднуються муфтою, розташовані співвісно, рідше – під деяким кутом (карданні).

З'єднання валів, з метою передачі крутильного моменту - основне призначення муфти. Однак зазвичай муфти виконують одну або кілька додаткових функцій: забезпечують увімкнення та вимкнення виконавчого механізму машини при працюючому двигуні (керовані зчіпні); оберігають машину від аварій при перевантаженні (запобіжні); зменшують динамічні навантаження, поглинають поштовхи та вібрації валів, що з'єднуються, і передач (пружні); компенсують монтажні неточності та деформації геометричних осей валів (компенсуючі). Нерозщеплювані (глухі) муфти використовують для з'єднання окремих частин довгих (складових) валів, у цьому випадку вал працює як цілий.

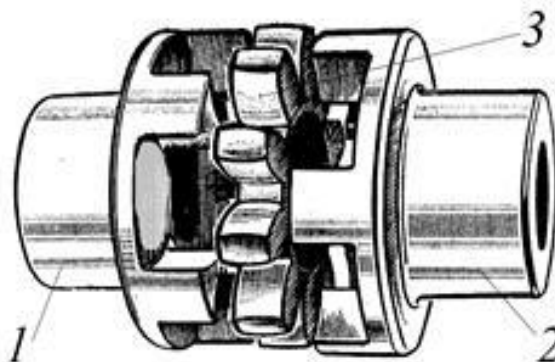


Рисунок 6.16 – Муфта.

У загальному випадку муфта (рисунок 6.16) складається з провідної 1 і веденої 2 напівмуфт і сполучних елементів 3. Як сполучний елемент використовують тверді (жорсткі або пружні) тіла.

Більшість муфт, що застосовуються у машинобудуванні, стандартизовано чи нормалізовано.

♦ **З'ЄДНУВАЛЬНІ ДЕТАЛІ (З'ЄДНАННЯ)** з'єднують деталі між собою.

Під з'єднаннями у машинобудуванні розуміють кріпильні деталі

(заклепки, гвинти тощо) і прилеглі частини з'єднуваних деталей, форма яких підпорядковується завданню з'єднання. У деяких з'єднаннях спеціальні кріпильні деталі можуть бути відсутні. З'єднання призначені для передавання певного навантаження (сил та моментів) між з'єднуваними деталями і виконання інших додаткових функцій (наприклад, забезпечення герметичності).

За ознакою роз'ємності з'єднання поділяють на дві основні групи:

- роз'ємні (рисунок 6.17) – їх можна розібрати без руйнації. До них відносяться різьбові, штифтові, шпонкові, шліцові, профільні;

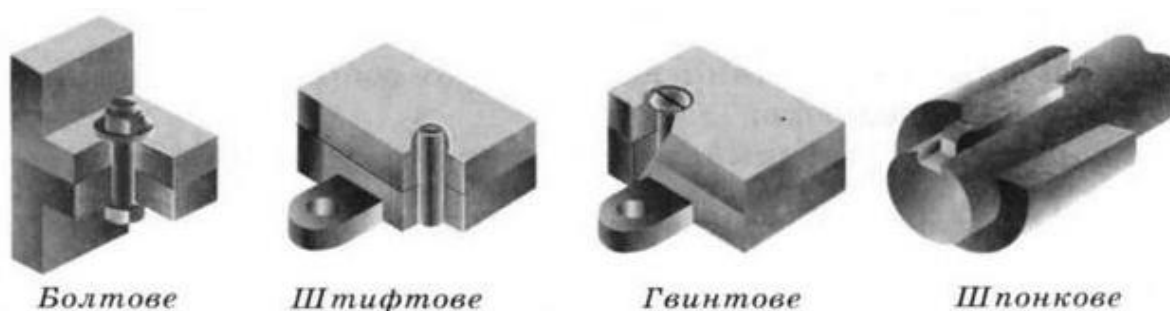


Рисунок 6.17 – Роз'ємні з'єднання

- нероз'ємні (рисунок 6.18) – роз'єднання деталей неможливе без їх руйнування або пов'язане з небезпекою їх ушкодження. До них відносяться зварювальні, клейові, заклепкові, пресові з'єднання.



Рисунок 6.18 – Нероз'ємні з'єднання

♦ **ПРУЖНІ ЕЛЕМЕНТИ** пом'якшують вібрацію та удари, накопичують енергію, забезпечують постійне стиснення деталей.

Їх застосовують:

- а) для захисту від вібрацій та ударів;
- б) для здійснення протягом тривалого часу корисної роботи шляхом попереднього акумулювання або накопичення енергії (пружини в годинах);
- в) для створення натягу, здійснення зворотного ходу у кулачкових та інших механізмах тощо.

В якості пружних пристроїв в підвісках сучасних автомобілів використовують металеві і неметалеві елементи.

Найбільшого поширення набули **металеві пристрої** (рисунок 6.19): а – пружини; б – листові ресори; в – торсіони.

До переваг пружин, що застосовуються в якості пружних елементів підвісок, слід віднести їх малу масу і можливість забезпечення високої плавності ходу автомобіля. У той же час пружина не може передавати зусилля в поперечній площині і її застосування вимагає наявності в підвісці складного направляючого пристрою.

Типова листова ресора складається з набору скріплених між собою листів різної довжини, виготовлених з пружинного сталі. Чим менше довжина листа, тим більше повинна бути його кривизна, що необхідно для більш щільного взаємного прилягання листів в зібраній ресорі. При такій конструкції зменшується навантаження на найдовший лист ресори. Листи ресори скріплюють між собою центральним болтом і хомутами.

Торсіон - металевий пружний елемент, що працює на скручування. Зазвичай торсіон являє собою суцільний металевий стрижень круглого перетину з потовщеннями на кінцях. Зустрічаються підвіски, в яких торсіони виготовлені з набору пластин або стрижнів. Одним кінцем торсіон кріпиться до кузова (рами), а іншим до направляючої пристрою.

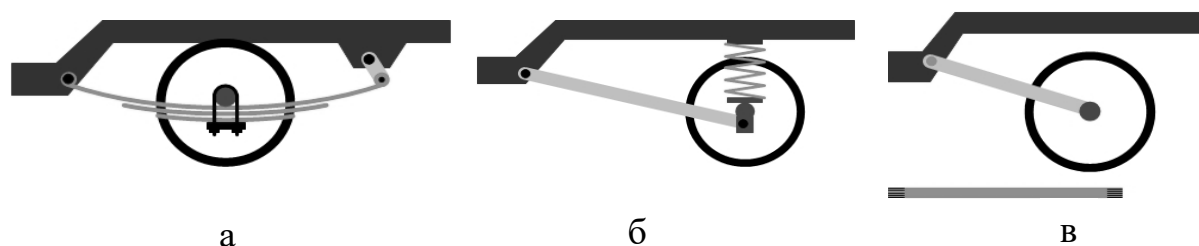


Рисунок 6.19 – Пружні металеві пристрої:
а – пружини; б – листові ресори; в – торсіони.

Неметалеві пружні підвіски (рисунок 6.20) діляться на гумові, пневматичні і гідропневматичні.

Гумові пружні елементи присутні у всіх конструкціях підвісок, але не в якості основних, а як додаткові, що використовуються для обмеження ходу коліс вгору і вниз.

У пневматичних пружних елементах використовуються пружні властивості стиснутого повітря. Пружний елемент являє собою балон, виготовлений з армованої гуми, в який подається під тиском повітря від спеціального компресора. До переваг пневматичних пружних елементів підвісок слід віднести високу плавність ходу автомобіля, невелику масу і можливість підтримки постійним рівня підлоги кузова, незалежно від завантаження автомобіля.

Гідропневматичний пружний елемент являє собою спеціальну камеру, розділену на дві порожнини еластичною мембраною або поршнем.

Одна з порожнин камери заповнена стисненим газом (азотом), а інша

спеціальним маслом. Пружні властивості забезпечуються стисненим газом, оскільки рідина практично не стискається.



Рисунок 6.20 – Неметалеві пружні підвіски

Гідропневматичні підвіски забезпечують високу плавність ходу, можливість регулювання положення кузова і ефективне гасіння коливань.

До основних недоліків такої підвіски відноситься її складність і висока вартість. Вона застосовується на легкових автомобілях (Citroen, Mercedes, Rolls-Royce).

♦ **КОРПУСНІ ДЕТАЛІ** організують у собі простір розміщувати інших деталей, забезпечують їх захист.

Корпусні деталі призначені для розміщення в них складальних одиниць і деталей. Приклади компактних корпусних деталей показані на рисунку 6.21. Вони повинні забезпечувати сталість точності відносного положення деталей і механізмів, як в статичному стані, так і при експлуатації машини, тому володіють достатньою жорсткістю. Корпусні деталі мають основні базують поверхні, як правило, у вигляді площин, якими вони приєднуються до станини та іншим корпусам.



Рисунок 6.21 – Загальний вигляд типових корпусних деталей

Є допоміжні базують поверхні - отворів і площин. Отвори корпусних деталей поділяють на основні (точні) і допоміжні. Перші служать опорами валів і підшипників. Другі призначені для монтажу болтів та ін.

♦ **ДЕТАЛІ СПЕЦИФІЧНІ.** До них можна віднести механізми управління, пристрої захисту від забруднень, для змащування тощо.

Група спеціальних деталей певних класів машин: енергетичних

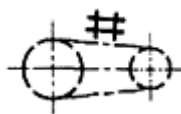
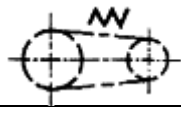
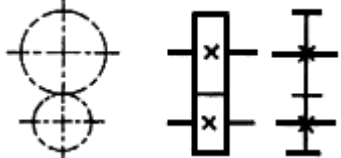
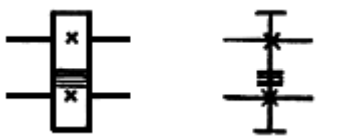
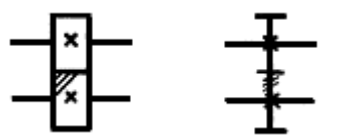
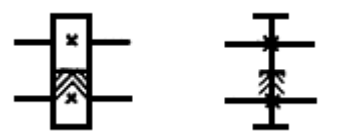
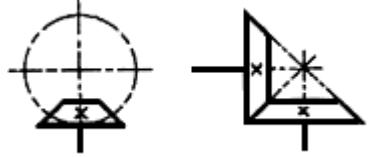
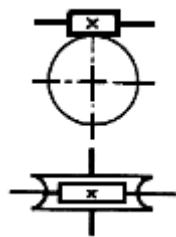
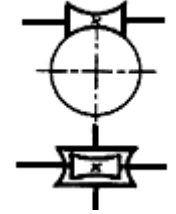
(циліндри, поршні, клапани, лопатки, диски турбін, ротори і статори електричних машин); транспортних (колеса, гусениці, рейки, гвинти водянні та повітряні, гайки, та ін.).

6.5 Умовні позначення в графічних схемах

Таблиця 6.1 – Елементи кінематики

Найменування елементу схеми		Зображення умовного позначення
1		2
Вал, валик, вісь, стержень, шатун, тощо		
Підшипник кочення і ковзання (без уточнення типу)	радіальний	
	упорний	
Муфта (загальне позначення)		
Фрикційна передача	з циліндричними роликами	
	з конічними роликами	
Пасова передача	без уточнення типу паса)	
	плоским пасом	
	клиновим пасом	
	круглим пасом	
	зубчастим пасом	
Ланцюгова передача	без уточнення типу	
	з круглою ланкою	

Продовження таблиці 6.1

1		2
	пластинчастий	
	зубчастий	
Зубчаста циліндрична передача	без уточнення типу зубів	
	прямозуба	
Зубчаста циліндрична передача	косозуба	
	шевронна	
Зубчаста конічна передача	без уточнення типу зубів	
	прямозуба	
	зі спіральним зубом	
	з круговим зубом	
Черв'ячна передача	з циліндричним черв'яком	
	з глобоїдним черв'яком	

Питання для самоперевірки

- 6.1 Для чого необхідні механічні передачі?
- 6.2 За якими ознаками класифікують передачі?
- 6.3 Які види передач набули найбільшого поширення та які їхні основні характеристики?
- 6.4 Яка основна відмінність зубчастої передачі від фрикційної?
- 6.5 Як класифікується зубчаста передача за взаємним розташуванням осей коліс?
- 6.6 Чи застосовуються (як правило) у загальному машинобудуванні для виготовлення зубчастих коліс бронза, латунь?
- 6.7 Яке призначення механічних передач?
- 6.8 Як класифікують зубчасту передачу за принципом передачі руху?
- 6.9 Як називається механізм, що складається із зубчастих або черв'ячних передач, виконаний у вигляді окремого агрегату, який слугує для передачі потужності від двигуна до робочої машини?
- 6.10 Перелічіть передачі зачепленням, передачі тертям.
- 6.11 Яку ланку передачі називають ведучою, яку - веденою?
- 6.12 Як класифікують механічні передачі за принципом дії?
- 6.13 Яке призначення механічних передач?
- 6.14 Який механічний рух найпоширеніший у механізмах і машинах?
- 6.15 Чому обертальний рух найбільш поширений у механізмах і машинах?
- 6.16 Для чого застосовують проміжну передачу між двигуном і робочою машиною?
- 6.17 Від чого залежить вибір механічної передачі?
- 6.18 Які з'єднання належать до нероз'ємних?
- 6.19 Які з'єднання належать до роз'ємних?
- 6.20 Як класифікують механічні передачі?
- 6.21 Скільки видів механічних передач існує?
- 6.22 Скільки існує типів механічної передачі енергії?
- 6.23 У чому різниця між черв'ячною та прямозубою передачею?
- 6.24 Що таке елемент передачі потужності?
- 6.25 До якого виду механічних передач належать ланцюгові передачі?
- 6.26 Яка з передач належить до фрикційних?
- 6.27 Які види механічної передачі ви знаєте?
- 6.28 Які три види механічної енергії?
- 6.29 Які є види механічної енергії?

ТЕМА 7. МЕХАНІЧНІ ПЕРЕДАЧІ. ОСНОВНІ КІНЕМАТИЧНІ ТА СИЛОВІ ВІДНОШЕННЯ В ПЕРЕДАЧАХ

План

- 7.1 Загальні відомості
- 7.2 Класифікація механічних передач
- 7.3 Основні кінематичні параметри передачі
- 7.4 Основні силові параметри передачі

7.1 Загальні відомості

Механічна енергія, яка використовується для руху машини – знаряддя, є енергією обертального руху валу двигуна. Обертальний рух набув найбільшого поширення в механізмах і машинах, оскільки має наступні переваги:

- забезпечує безперервний і рівномірний рух при невеликих втратах на тертя;
- дозволяє мати просту та компактну конструкцію передавального механізму.

Всі сучасні двигуни для зменшення габаритів та вартості виконують швидкохідними з досить вузьким діапазоном зміни кутових швидкостей. Безпосередньо швидкохідний вал двигуна з'єднують із валом машини рідко (вентилятори тощо). У більшості випадків режим роботи машини-знаряддя не збігається з режимом роботи двигуна, тому передача механічної енергії від двигуна до робочого органу машини здійснюється за допомогою різних передач.

У загальному випадку в машині (рисунок 7.1) можна виділити три складові частини: двигун, передачу і виконавчий елемент.

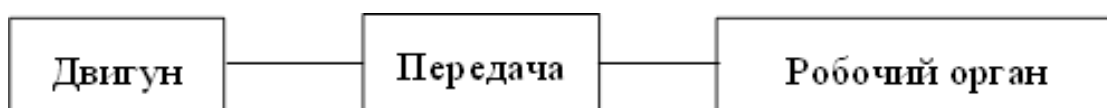


Рисунок 7.1 – Схема передачі

В абсолютній більшості випадків режим роботи робочої машини не збігається з режимом роботи двигуна, тому передача механічної енергії від двигуна до робочого органу машини здійснюється за допомогою різних передач. Необхідність їх застосування зумовлена тим, що:

- необхідні швидкості робочих органів машини часто не збігаються зі швидкостями стандартних двигунів;
- швидкості робочого органу машини часто необхідно регулювати (змінювати) в процесі роботи;
- більшість робочих органів машин повинні працювати за малих швидкостей і забезпечувати великі крутні моменти, а високооборотні двигуни є економнішими;
- двигуни виготовляють для рівномірного обертального руху, а в

машинах інколи потрібен переривчастий поступальний рух зі змінними швидкостями, а також для роботи в умовах, де вони не є постійними;

- двигуни виготовляють для рівномірного обертального руху, а в машинах іноді потрібен переривчастий поступальний рух зі зміною швидкості.

Механічна енергія, що приводить у рух машину, являє собою енергію обертального руху вала двигуна. У якості двигуна частіше усього використовують: електродвигун, двигун внутрішнього згоряння, турбіну. Передачу механічної енергії від двигуна до виконавчого елемента машини здійснюють за допомогою різноманітних передавальних механізмів (надалі просто передач): зубчастих, черв'ячних, пасових, ланцюгових, фрикційних. Приклади виконавчих елементів машин: колеса автомобіля, шпіндель верстата, гвинт корабля.

Оптимальною була б машина без передачі. Прикладом може служити електрошпіндель: електродвигун, на вал якого встановлено шліфувальний круг - передавальний механізм відсутній. Відсутність передавального механізму обумовлено збігом необхідної при роботі частоти обертання шліфувального круга і частоти обертання вала електродвигуна. Проте такий збіг на практиці зустрічається рідко.

Передача це пристрій, призначений для передачі енергії з однієї точки простору в іншу, розташовану на деякій відстані від першої.

У сучасному машинобудуванні залежно від виду енергії, що передається, застосовують механічні, пневматичні, гідравлічні та електричні передачі. У курсі «Деталі машин» розглядають лише найпоширеніші механічні передачі.

Механічними передачами, або просто передачами, називають механізми передачі енергії від машини-двигуна до машини-знаряддя, зазвичай, із перетворенням швидкостей, моментів, а іноді - із перетворенням видів (наприклад, обертальне в поступальний) і законів руху.

Передача (в механіці) з'єднує вал джерела енергії – двигуна та вали споживачів енергії – робочих органів машини, таких, наприклад, як провідні колеса гусеничного трактора або автомобіля.

Механічні передачі відомі з часів зародження техніки, пройшли разом із нею тривалий шлях розвитку та вдосконалення та мають зараз дуже широке поширення. Грамотна експлуатація механічних передач вимагає знання основ та особливостей їх проектування та методів розрахунків.

Вимоги при проектуванні до механічних передач

При проектуванні до механічних передач пред'являються такі вимоги:

- високі навантажувальні здатності при обмежених габаритних розмірах, вазі, вартості;
- сталість передавального відношення;

- забезпечення певного взаємного розташування осей ведучого та веденого валів, зокрема, міжосьової відстані a_w ;
- малі втрати при передачі потужності (високий к.к.д.) і, як наслідок, обмежене нагрівання та знос;
- плавна та безшумна робота;
- міцність, довговічність, надійність.

Передачі мають широке поширення в машинобудуванні з таких причин:

- 1) енергію доцільно передавати при більших частотах обертання;
- 2) необхідні швидкості руху робочих органів машин, як правило, не збігаються з оптимальними швидкостями двигуна; зазвичай нижче, а створення тихохідних двигунів викликає збільшення габаритів та вартості;
- 3) швидкість виконавчого органу у процесі роботи машини-знаряддя необхідно змінювати (наприклад, у автомобіля, вантажопідіймального крана, токарного верстата), а швидкість машини-двигуна частіше постійна (наприклад, у електродвигунів);
- 4) нерідко від одного двигуна необхідно приводити в рух кілька механізмів з різними швидкостями;
- 5) в окремі періоди роботи виконавчому органу машини потрібно передати крутильні моменти, що перевищують моменти на валу машини-двигуна, а це можливо виконати за рахунок зменшення кутової швидкості валу машини-знаряддя;
- 6) двигуни зазвичай виконують для рівномірного обертального руху, а в машинах часто виявляється необхідним поступальний рух із певним законом;
- 7) двигуни не завжди можуть бути безпосередньо з'єднані з виконавчими механізмами через габарити машини, умови техніки безпеки та зручність обслуговування;
- 8) розподіляти роботу двигуна між кількома виконавчими органами машини.

Як правило, кутові швидкості валів більшості використовуваних в даний час у техніці двигунів (поршневих двигунів внутрішнього згорання, газотурбінних, електричних, гідравлічних та пневматичних двигунів) значно перевищують кутові швидкості валів виконавчих або робочих органів машин, часом на 2-3 порядки. Тому доставка (передача) енергії двигуна з допомогою передачі будь-якого типу, зокрема й механічної, відбувається, зазвичай, разом із одночасним перетворенням моментів і кутових швидкостей (у бік підвищення перших і зниження останніх).

Іноді передача механічної енергії двигуна супроводжується також перетворенням виду руху (наприклад, поступального руху у обертальний або навпаки) або законів руху (наприклад, рівномірного руху на нерівномірне).

Широко відомими зразками таких передач є кривошипно-шатунний механізм і привід кулачковий механізму газорозподілу.

7.2 Класифікація механічних передач

Механічні передачі, що застосовуються в машинобудуванні, класифікують:

► за енергетичною характеристикою механічні передачі поділяються на:

- кінематичні (передана потужність $P < 0,1$ кВт),
- силові (передана потужність $P \geq 0,1$ кВт).

► за принципом передачі руху:

• **передачі тертям** (приклади: фрикційна – рисунок 7.2, а та пасова – рисунок 7.3) - діючі за рахунок сил тертя, створюваних між елементами передач;

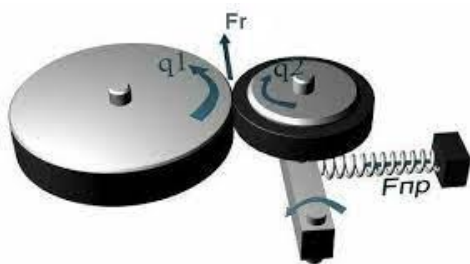


Рисунок 7.2 – Фрикційна передача

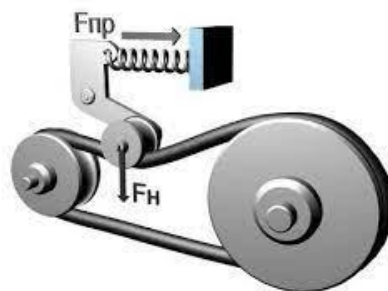


Рисунок 7.3 – Пасова передача



а



б



в



г

Рисунок 7.4 – Передачі зачепленням:

а – зубчасті; б – черв'ячні; г – ланцюгові; д – передачі гвинт-гайка.

• **зачепленням** (приклади: зубчасті – рисунок 7.4 а, черв'ячні – рисунок 7.4 б; ланцюгові – рисунок 7.4 г; передачі гвинт-гайка – рисунок 7.4 д), які працюють в результаті виникнення тиску між зубами, кулачками чи іншими спеціальними виступами на деталях.

Передачі зачепленням поділяються на:

- передачі зачепленням з безпосереднім контактом жорстких ланок (рисунок 7.5) (а – циліндричні, б – конічні, в – черв'ячні);



Рисунок 7.5 – Передачі зачепленням з безпосереднім контактом жорстких ланок: а – циліндричні; б – конічні; в – черв'ячні.

- хвильові передачі зачепленням (рисунок 7.6);

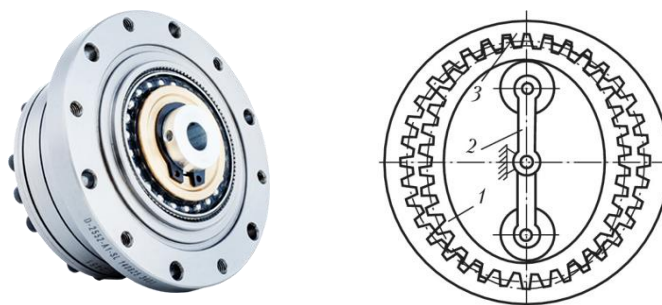


Рисунок 7.6 – Хвильові передачі зачепленням.

- передачі зачепленням з гнучкою ланкою (рисунок 7.7); (а – зубчасто-пасові, б – ланцюгові).



Рисунок 7.7 – Передачі зачепленням з гнучкою ланкою: а – зубчасто-пасова, б – ланцюгова

Як фрикційні, так і зубчасті передачі можуть бути виконані з безпосереднім контактом ведучої та веденої ланок або за допомогою гнучкого зв'язку - паса, ланцюга.

► **за способом з'єднання деталей:**

- передачі з безпосереднім контактом тіл обертання (фрикційні, зубчасті, черв'ячні, передачі гвинт-гайка – див. рисунок 7.2 та рисунок 7.4);
- передачі із гнучким зв'язком (пасова, ланцюгова - див. рисунок 7.3 та рисунок 7.7 б).

► **за характером зміни швидкості**

- знижувальні (редуктори);
- підвищувальні (мультиплікатори);
- регульовані (зі ступінчастим регулюванням та безступінчастим (плавним) регулюванням);
- нерегульовані;

► **за взаємним розташуванням валів у просторі**

- з паралельними валами (рисунок 7.8) – зубчасті з циліндричними колесами – а; фрикційні з циліндричними роликами – б; ланцюгові – в;

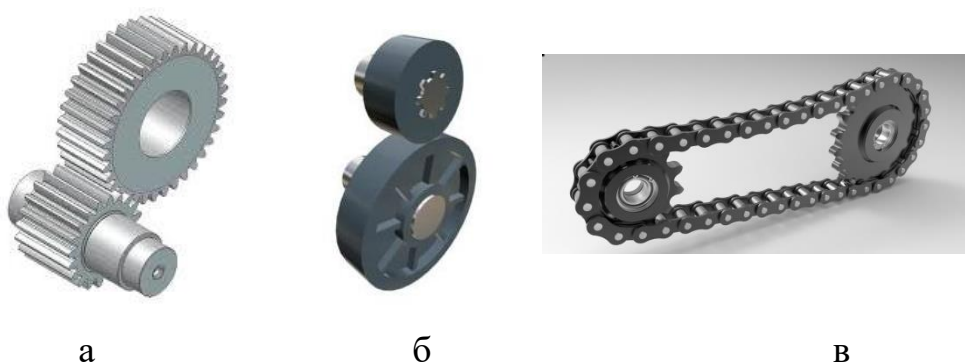


Рисунок 7.8 – З паралельним розташуванням валів у просторі:
а – зубчасті з циліндричними колесами; б – фрикційні з циліндричними роликами; в – ланцюгові.

- з перетинаючими валами (рисунок 7.9) – зубчасті – а та фрикційні конічні – б; фрикційні лобові – в.



Рисунок 7.9 – З перетинаючими валами: а – зубчасті конічні;
б – фрикційні конічні; в – фрикційні лобові;

- з валами, що перехрещуються (рисунок 7.10) – зубчасті – гвинтові – а; черв'ячні – б; гіпоїдна передача – в;



а



б



в

Рисунок 7.10 – З валами, що перехрещуються:
а – зубчасті – гвинтові; б – черв'ячні; в – гіпоїдні;

- з співвісними валами (рисунок 7.11).



Рисунок 7.11 – Співвісний зубчастий редуктор

- **за характером зміни передавального відношення (числа)**
 - передачі з постійним (незмінним) передатним відношенням;
 - передачі зі змінним (змінним або за величиною, або за напрямом або й те й інше разом) передатним відношенням.
- **за характером руху валів:**
 - прості передачі, в яких вали обертаються лише навколо своїх осей, а осі валів та пов'язані з ними деталі залишаються у просторі нерухомими;
 - планетарні передачі, в яких осі та пов'язані з ними деталі (сателіти) переміщуються у просторі. Різновидом планетарних передач є хвильові передачі.
- **за рухливістю осей та валів**
 - передачі з нерухомими осями валів - рядові (коробки швидкостей, редуктори);
 - передачі із рухомими осями валів (планетарні передачі, варіатори з поворотними роликками).
- **за кількістю ступенів** (тобто окремих передач, взаємно пов'язаних і, які одночасно беруть участь у передачі та перетворенні руху)

- одноступінчасті;
- багатоступінчасті.
- ▶ за конструктивним оформленням:
 - відкриті (не мають загального корпусу, що їх закриває);
 - напівзакриті, змонтовані у легкий захисний кожух, який не виконує силових функцій;
 - закриті, укладені в загальний міцний і жорсткий корпус, що поєднує всі підшипникові вузли і виконує герметизацію і постійне змащування передачі.

Передача, в якій енергія з вхідної на вихідну ланку передається через кілька паралельно розташованих механізмів, називається передачею **багатопотоковою**. До таких передач відносяться також розгалужені передачі - приводи від одного двигуна декількох виконавчих механізмів. Багатопотоковими є хвильові зубчасті та планетарні передачі, так звані передачі з багатопарним зачепленням. **Багатопарне зачеплення** - це таке зачеплення, в якому одночасно знаходяться дві і більше пар зубів. У багатопотоковій передачі, завдяки розподілу навантаження між паралельно працюючими механізмами, кінематичними ланцюгами або кінематичними парами, зменшені габаритні розміри та маса.

Функції механічних передач

Передаючи механічну енергію від двигуна до виконавчого елемента передачі одночасно можуть виконувати одну або кілька з наступних функцій.

- **Зниження (або підвищення) частоти обертання від валу двигуна до валу виконавчого елемента.**

Зниження частоти обертання називають **редуцированием**, а закриті передачі, що знижують частоти обертання – **редукторами**.

Пристрої, що збільшують частоти обертання, називають **прискорювачами** або **мультиплікаторами**.

У техніці та машинобудуванні найбільше застосування отримали знижувальні передачі, тому в курсі «Інженерна механіка. Деталі машин» їм приділяється переважна увага. Втім, принципова різниця в розрахунках передач, що редукують, і прискорювачів невелика.

- **Зміна напрямку потоку потужності**

Прикладом може бути зубчаста передача (редуктор) заднього моста автомобіля (рисунок 7.12).



Рисунок 7.12 – Редуктор заднього моста автомобіля.

Вісь обертання валу двигуна у більшості автомобілів складає з віссю обертання коліс прямий кут. Для зміни напрямку потоку потужності у разі застосовують конічну зубчасту передачу.

- **Регулює частоту обертання веденого валу.**

Зі зміною частоти обертання змінюється і крутильний момент: меншій частоті відповідає більший момент. Для регулювання частоти обертання веденого валу застосовують коробки передач (рисунок 7.13) та варіатори (рисунок 7.14).



Рисунок 7.13 – Коробка передач



Рисунок 7.14 – Варіатор

Коробки передач забезпечують ступінчасту зміну частоти обертання веденого валу в залежності від числа щаблів та включеного ступеня.

Варіатори забезпечують безступінчасту зміну частоти обертання веденого валу.

- **Перетворення одного виду руху в інший** (рисунок 7.15) (обертального в поступальне, рівномірне в уривчасте і т.д.).



Рисунок 7.15 - Двигун із зворотно-поступальним рухом поршнів

- **Реверсування руху** – зміна напрямку обертання вихідного валу машини на той чи інший бік залежно від функціональної необхідності.

Рідко вживане у щоденній метушні, але дуже важливе технологічне поняття – реверс двигуна. Воно означає протилежність, рух у зворотний бік. Обивателю це поняття знайоме з бобінних і касетних магнітофонів, у яких плівка перемотувати як по ходу відтворення, так і зворотному напрямку.

Потреба реверсивних моторах з функцією зворотного обертання важко переоцінити. Вони застосовуються в приводах засувки, лебідках, підйомних пристроях та механізмах (ліфтах, кранах тощо).

Існують сфери, у яких електродвигуни можуть використовуватися з обертанням переважно в один бік: привод електротранспорту (трамвай, тролейбус), конвеєри, насоси. При такому застосуванні реверсне підключення використовується рідко для руху задом або в аварійному режимі.

В авіації. Пристрій реактивного двигуна внутрішнього згоряння, який встановлений на літаку, такий, що повітряний потік, що виходить із сопла мотора, служить рушійною силою під час руху сталевих птахів повітряним простором.

Тільки при посадці, у разі використання інтенсивного гальмування авіасудна, застосовуються реверсивні можливості силового агрегату. При маневруванні літаків на місцях стоянки та підході до місця зльоту пілотам також доводиться використовувати реверс двигуна.

У корабельних двигунах внутрішнього згоряння. Технічні можливості двигунів, встановлених на плаваючих суднах, дозволяють колінвалу обертатися як в одному, так і в іншому напрямку. Технічний прогрес не стоїть на місці, і сьогодні рух судна по воді кормою вперед може здійснюватися за рахунок механічної передачі крутильного моменту гвинту зворотного напрямку за допомогою редуктора або зворотної муфти.

Існує особливий вид автотракторної та вантажної техніки, для якої рух уперед і назад несе однакове функціональне навантаження. Цей транспорт обладнано реверсивним двигуном або муфтою, що дозволяє використовувати всі передачі як в одному, так і в іншому напрямку.

• Розподіл енергії двигуна між декількома виконавчими елементами машини.

Так, будь-який сільськогосподарський комбайн вміщує кілька механізмів, що виконують самостійні технологічні операції з збирання врожаю, при цьому кожен з цих механізмів надає руху власний виконавчий елемент (ходову частину, жниварку (рисунки 7.17), молотилку, очищення тощо). Оскільки комбайн, як правило, оснащений однією силовою установкою (двигуном), за допомогою передач його енергія розподіляється між кожним із відокремлених механізмів.

7.3 Основні характеристики передач

У всіх механічних передачах розрізняють дві основні ланки: вхідна (ведене) та вихідна (відоме). Між цими ланками багатоступінчастих передачах розташовуються проміжні ланки. Ланки, що передають крутильний момент, називають ведучими, а ланки, що рухаються від ведучих - веденими.

Прийняті позначення: «ведучий» елемент позначається індексом «1»; «ведений» елемент – індексом «2» (рисунки 7.18) [8].

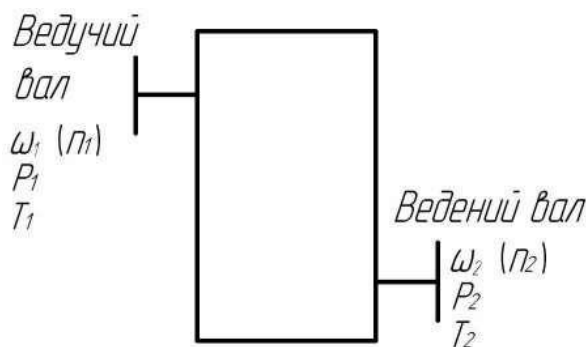


Рисунок 7.18 – Схема механічної передачі

Основні кінематичні параметри передачі (рисунок 7.18):

- діаметри початкових кіл d_1, d_2 , мм ($d_1 \neq d_2$);
- частоти обертання n_1, n_2 , хв^{-1} ($n_1 \neq n_2$);
- кутові швидкості ω_1, ω_2 , с^{-1} ($\omega_1 \neq \omega_2$)

При рівномірному обертальному русі тіла будь-яка точка має постійну кутову швидкість:

$$\omega = \frac{\varphi}{t}, \quad (7.1)$$

де φ - кут повороту;

t - час повороту.

Швидкість обертання також характеризується частотою обертання « n » (об/хв).

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot n \rightarrow \omega = \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{t} = \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60}, \quad (7.2)$$

Остаточно отримаємо:

$$\omega = \frac{\pi \cdot n}{30}, \quad (7.3)$$

Тоді частота обертання:

$$n = \frac{30 \cdot \omega}{\pi}, \quad (7.4)$$

- колові швидкості V_1, V_2 , м/с ($V_1 = V_2$).

Лінійна швидкість (V , м/с) точки визначається залежністю:

$$V = \omega \cdot R = \omega \cdot \frac{d}{2}, \quad (7.5)$$

де d і R – діаметр та радіус точки, де визначають швидкість.

Лінійну швидкість (V) називають **коловою швидкістю**.
Підставимо (7.3) в (7.5), отримаємо:

$$V = \frac{\pi \cdot d \cdot n}{60 \cdot 1000}, \quad (7.6)$$

7.4 Основні силові параметри передачі (рисунок 7.19):

- колові зусилля F_{t1}, F_{t2}, H ($F_{t1} = F_{t2}$);

Сила (F_t), що діє на тіло і викликає його обертання або опір обертанню, називається **коловою силою**.

Колова сила спрямована по дотичній до траєкторії точки її застосування. Зв'язок між коловою силою (F_t), коловою швидкістю (V) та потужністю (P) виражається формулами:

$$P = F_t \cdot V, \quad (7.7)$$

де F_t - колова сила, Н;

V - колова швидкість, м/с.

- момент обертання T , Н·м.

Колова сила (F_t) пов'язана з моментом, що передається (T) наступним чином:

$$F_t = \frac{2 \cdot M}{d}; \quad T = F_t \cdot R = F_t \cdot \frac{d}{2}, \quad (7.8)$$

Момент «активний» якщо T_2 збігається з напрямком обертання на веденому елементі й «реактивний» якщо T_1 спрямований проти обертання ведучого елементу;

- потужності P_1, P_2 , кВт ($P_1 = P_2$ – без урахування втрат на тертя).

Формули, що зв'язують силові характеристики [8]:

$$T = F_t \cdot \frac{d}{2 \cdot 1000}, \quad T = \frac{P}{\omega}, \quad (7.9)$$

$$P = \frac{F_t \cdot V}{1000} = \frac{T \cdot \omega}{1000} = \frac{T \cdot \pi \cdot n}{30 \cdot 1000} = \frac{T \cdot n}{9550}, \quad (7.10)$$

$$F_{t1} = \frac{2 \cdot T_1 \cdot 10^3}{d_1}; \quad F_{t2} = \frac{2 \cdot T_2 \cdot 10^3}{d_2}; \quad F_t = \frac{2 \cdot T \cdot 10^3}{d}, \quad (7.11)$$

$$1 \text{ кВт} = 1000 \text{ Вт} = 1000 \frac{\text{Дж}}{\text{с}} = 1000 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{с}}.$$

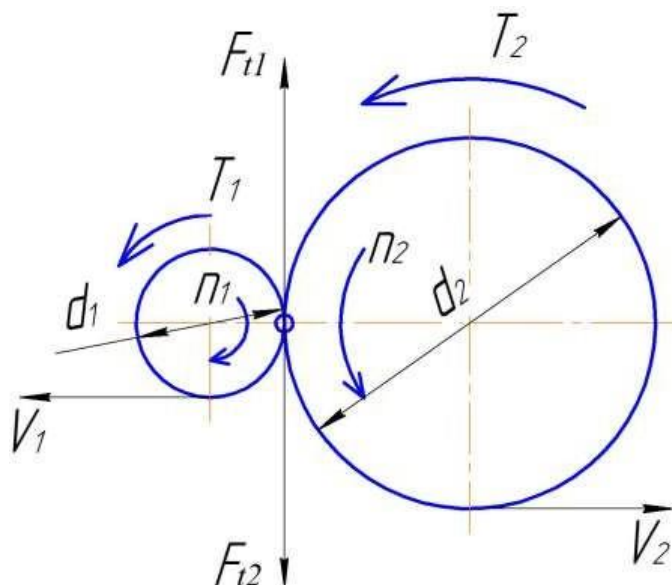


Рисунок 7.19 – Кінематика циліндричної передачі

Передаточне число або відношення

Усі механічні передачі характеризуються передаточним числом або відношенням. Розглянемо роботу двох елементів передачі (рисунок 7.19), один із яких буде ведучим, а другий - веденим.

Введемо позначення: ω_1 і n_1 - кутова швидкість і частота обертання ведучого валу, виражені відповідно в рад/с та в об/хв; ω_2 і n_2 - кутова швидкість та частота обертання веденого валу; d_1 і d_2 - діаметри деталей, що обертаються (шківів, катків тощо); V_1 та V_2 - колові швидкості, м/с.

Передаточне число - відношення кутової швидкості ведучого валу до кутової швидкості веденого валу конкретної передачі. Передатне число не може бути менше одиниці. Воно є абсолютною величиною передаточного відношення. Тобто:

$$u = \frac{\omega_1}{\omega_2}, \quad (7.12)$$

Враховуючи, що $\omega = \frac{\pi \cdot n}{30}$, отримаємо:

$$u = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\pi \cdot n_1 \cdot 30}{\pi \cdot n_2 \cdot 30} = \frac{n_1}{n_2}, \quad (7.13)$$

Приймаючи у точці контакту $V_1 = V_2 = V$, можна записати:

$$\omega_1 \cdot R_1 = \omega_2 \cdot R_2 \rightarrow \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{d_2}{d_1}, \quad (7.14)$$

Діаметр початкових кіл зубчастих коліс зубчастої передачі визначається за формулами:

$$d_1 = m \cdot z_1; d_2 = m \cdot z_2, \quad (7.15)$$

Тоді передаточне число:

$$u = \frac{d_2}{d_1} = \frac{m \cdot z_2}{m \cdot z_1} = \frac{z_2}{z_1}$$

Таким чином, для будь-якої передачі:

$$u = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{z_2}{z_1}, \quad (7.16)$$

Відношення кутових швидкостей ведучого ω_1 і веденого ω_2 ланок називають також передавальним ставленням і позначають i .

$$u = |i|$$

Передаточне число на відміну від передаточного відношення завжди позитивне і не може бути меншим за одиницю. Передаточне число характеризує передачу лише кількісно. Передаточне число та передаточне відношення можуть збігатися лише у передачі внутрішнього зачеплення. У передач зовнішнього зачеплення де вони збігаються, оскільки мають різні знаки: передаточне відношення – негативне, а передаточне число – позитивне. Якщо ведуче та ведене колеса обертаються в один бік (наприклад, у зубчастої передачі з внутрішнім зачепленням), то передаточне відношення вважається позитивним. Якщо ведене та ведуче колеса обертаються у різні боки (наприклад, у зубчастої передачі зовнішнього зачеплення), то передаточне відношення вважається негативним.

Передачі виконують із постійним, змінним або регульованим передаточним відношенням. Як ті, так і інші широко поширені. Регулювання передаточного відношення може бути ступінчастим або безступінчастим. Ступінчасте регулювання реалізується в коробках передач із зубчастими колесами, у пасових передачах із ступінчастими шківками тощо; безступінчасте регулювання – за допомогою фрикційних, пасових або ланцюгових варіаторів. Зауважимо, що ступінчасте регулювання дешевше і здійснюється більш простими та надійними механізмами. Механізми безступінчастого регулювання дозволяють змінювати кутову швидкість на ходу та вибирати оптимальні закони руху. Застосування того чи іншого способу регулювання передаточного відношення залежить від умов роботи машини, яку обслуговує передача. **Загалом передаточне відношення слід вважати основною кінематичною характеристикою передач.**

У приводах з великим передаточним числом (до $i = 1000$ і вище),

складених з кількох послідовно з'єднаних передач (багатоступінчасті передачі), передаточне число дорівнює добутку передавальних чисел кожного ступеня передачі, тобто:

$$u_{\Sigma} = u_1 \cdot u_2 \cdot \dots \cdot u_n, \quad (7.17)$$

де u – передаточне число.

Передаточні числа і редукторів треба вибирати з єдиного ряду (відхилення від номінального значення $\pm 4\%$), що допускається:

1, 1,12; 1,25, 1,4; 1,6, 1,8; 2; 2,24; 2,5, 2,8; 3,15, 3,55; 4, 4,5; 5; 5,6, 6,3; 7,1; 8; 9; 10; 11,2; 12,5; 14; 16; 18,20; 22,4; 25; 28; 31,5; 35,5; 40; 45; 50; 56; 63; 71, 80; 90; 100, 112, 125; 140, 160; 180; 200; 224; 250; 280; 315, 355;

Передаточне число приводу реалізують застосуванням силового ланцюга багатоступінчастих однотипних передач, а також передач різних видів (рисунок 7.20). Навантаженість деталей залежить від місця встановлення передачі в силовому ланцюгу та розподілу загального передаточного числа між окремими передачами. У міру віддалення силового потоку від двигуна в понижуючих передачах навантаженість деталей зростає. Отже, в області малих частот обертання n (і відповідно великих крутильних моментів T) доцільно застосовувати передачі з високою здатністю навантаження (наприклад, зубчасті, ланцюгові).

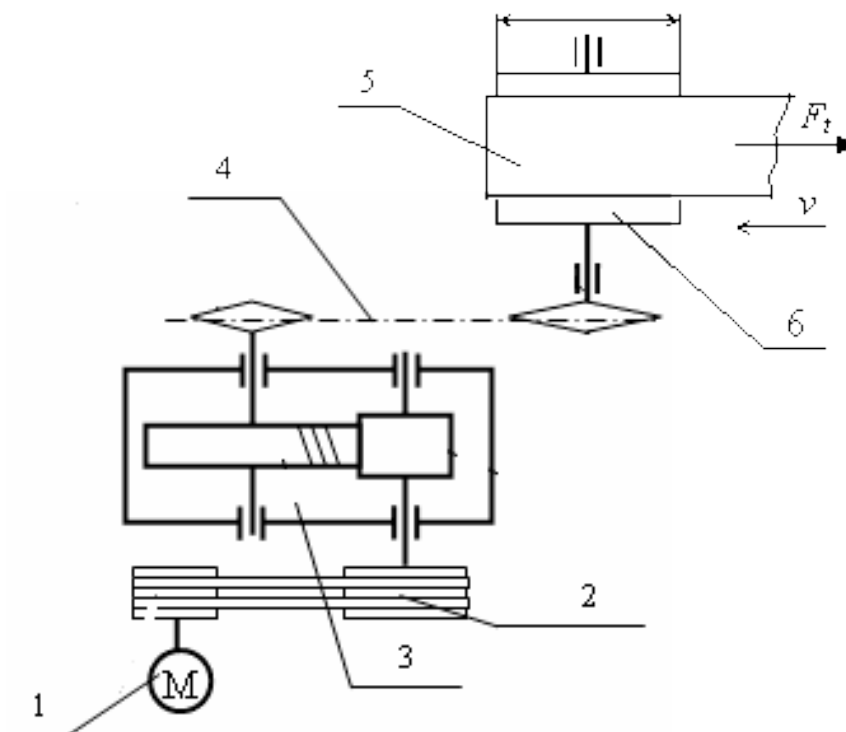


Рисунок 7.20 – Схема приводу стрічкового конвеєра:

1 – електродвигун; 2 – пасова передача; 3 – редуктор циліндричний одноступінчастий; 4 – ланцюгова передача; 5 – стрічка конвеєра;
6 – барабан конвеєра

Так, у приводі на рисунку 7.20, що складається з пасової, зубчастої та ланцюгової передач, варіант розміщення «двигун – пасова – зубчаста – ланцюгова передача – виконавчий орган» переважно інших варіантів.

Остаточне вирішення питання розподілі загального передавального числа і між передачами різних типів вимагає зіставлення результатів розрахунків з урахуванням техніко – економічного аналізу кількох варіантів.

Будь-яка механічна передача характеризується такими основними параметрами (рисунок 7.19): потужністю P_2 - на виході, кВт; швидкохідністю, яка виражається кутовою швидкістю веденого валу ω_2 , рад/с, або частотою обертання n , що вимірюється в об/хв (хв^{-1}), і передаточним відношенням u .

Це три основні характеристики, необхідні для проектування будь-якої передачі.

Коефіцієнт корисної дії (ККД)

Передача потужності від ведучого валу до веденого завжди супроводжується втратою частини потужності, що передається внаслідок наявності шкідливих опорів (тертя в рухомих частинах, опору повітря і ін.).

Якщо P_1 – потужність на провідному валу, P_2 – на веденому валу, то $P_1 > P_2$.

Відношення значень потужності на веденому валу P_2 до потужності на ведучому валу P_1 називають механічним **коефіцієнтом корисної дії (ККД)** і позначають буквою η :

$$\eta = \frac{P_2}{P_1}, \quad (7.18)$$

У послідовному ряду передач сумарний коефіцієнт корисної дії (ККД) дорівнює добутку ККД проміжних передач

$$\eta_{\Sigma} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \dots \cdot \eta_n, \quad (7.19)$$

де $\eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \dots \cdot \eta_n$ - ККД, що враховують втрати в окремих кінематичних парах передачі (підшипники, муфти).

Отже ККД машини, що містить ряд послідовних передач, завжди буде менше ККД будь-якої з цих передач, де η - коефіцієнт корисної дії (ККД).

ККД характеризує якість передачі. Втрата потужності – показник непродуктивних витрат енергії – побічно характеризує знос деталей передачі, оскільки втрачена передачі потужність перетворюється на теплоту і частково йде руйнація робочих поверхонь.

Зі зменшенням корисного навантаження ККД значно знижується,

тому що зростає відносний вплив постійних втрат (близьких до втрат холостого ходу), що не залежать від навантаження.

Відношення втраченої в механізмі (машині) потужності ($P_1 - P_2$) до її вхідної потужності називають коефіцієнтом втрат, який можна виразити так:

$$\omega = \frac{P_1 - P_2}{P_1} = 1 - \frac{P_2}{P_1} = 1 - \eta, \quad (7.20)$$

Отже сума коефіцієнтів корисної дії та втрат завжди дорівнює одиниці:

$$\eta + \omega = 1, \quad (7.21)$$

Передачі з постійним передаточним числом

У завданні на проектування з постійним передаточним числом повинні бути відомі: потужність P , що передається, або крутильний момент T на веденому валу, частота обертання ведучого n_1 і веденого n_2 валів, схема передачі, габарити та режим роботи передачі.

За даними можна спроектувати кілька передач різних типів. Можливі варіанти передач потрібно порівняти між собою за вагою, ККД, габаритами та іншими параметрами і вибрати з них найвигідніший.

Питання для самоконтролю

- 7.1 Яке призначення механічних передач?
- 7.2 Які функції можуть виконувати механічні передачі?
- 7.3 Які передачі належать до передач тертям?
- 7.4 Які передачі належать до передач зачеплення?
- 7.5 Як називається деталь у механізмі, якщо вона підтримує деталі та передає обертальний момент?
- 7.6 Яке з'єднання деталей машин належить до нероз'ємних?
- 7.7 Яке з'єднання деталей машин належить до роз'ємних?
- 7.8 За якою формулою обчислюється передавальне число зубчастої передачі?
- 7.9 Яка з передач належить до передач гнучким зв'язком?
- 7.10 Які деталі належать до кріпильних?
- 7.11 За необхідності передати рух між пересічними осями яку передачу використовують?
- 7.12 За потреби передати рух між осями, що схрещуються, яку передачу використовують?
- 7.13 За потреби передати рух між паралельними осями яку передачу використовують?
- 7.14 Як розташовані осі валів черв'ячної передачі?
- 7.15 Як розташовані осі валів циліндричної передачі?

ТЕМА 8. ЦИЛІНДРИЧНІ ЗУБЧАСТІ ПЕРЕДАЧІ. ПАСОВІ ПЕРЕДАЧІ

План

8.1 Загальні відомості і класифікація зубчастих передач. Параметри евольвентного зачеплення

8.2 Матеріали зубчастих коліс. Методи виготовлення зубчастих коліс, їх конструкції та матеріали заготовок

8.3 Передачі прямозубими циліндричними колесами. Загальні відомості про передачу

8.4 Геометричні параметри передач. Сили в зачепленні прямозубих коліс

8.5 Косозубі циліндричні передачі

8.6 Пасові передачі. Загальна характеристика

8.7 Пружне ковзання паса. Кінематика пасової передачі. Сили та напруження у вітках пасової передачі

8.1 Загальні відомості і класифікація зубчастих передач. Параметри евольвентного зачеплення

Зубчастими називають передачі, у яких передача руху здійснюється за допомогою зубців, які послідовно зачіплюються. Менше зубчасте колесо називається **шестірнею**, більше – **колесом**. Загальний термін – **колесо зубчасте** [8, 9, 11, 12].

Переваги та недоліки зубчастих передач представлені в таблиці 8.1

Таблиця 8.1 – Переваги та недоліки зубчастих передач

Переваги	Недоліки
● висока навантажувальна здатність; ● малі габарити; ● велика довговічність (до 40000 год); ● високий ККД; ● простота експлуатації. Недоліки: ● підвищені вимоги до точності виготовлення і монтажу; ● шум за великих швидкостей; ● складність технології виготовлення.	● необхідність високої точності виготовлення і монтажу; ● шум при роботі передач. Шум обумовлено перемінним значенням миттєвого передаточного числа в межах одного оберту.

Класифікація зубчастих передач [8]

Класифікація зубчастих передач наведена на рисунку 8.1.

1 По розташуванню осей валів у просторі (рисунок 8.2):

- з пар осями (циліндричні) (рисунок 8.2 а);
- з осями, що перетинаються (конічні) (рисунок 8.2 б);
- з осями, що перехрещуються (гвинтові, черв'ячні) (рисунок 8.2 в).

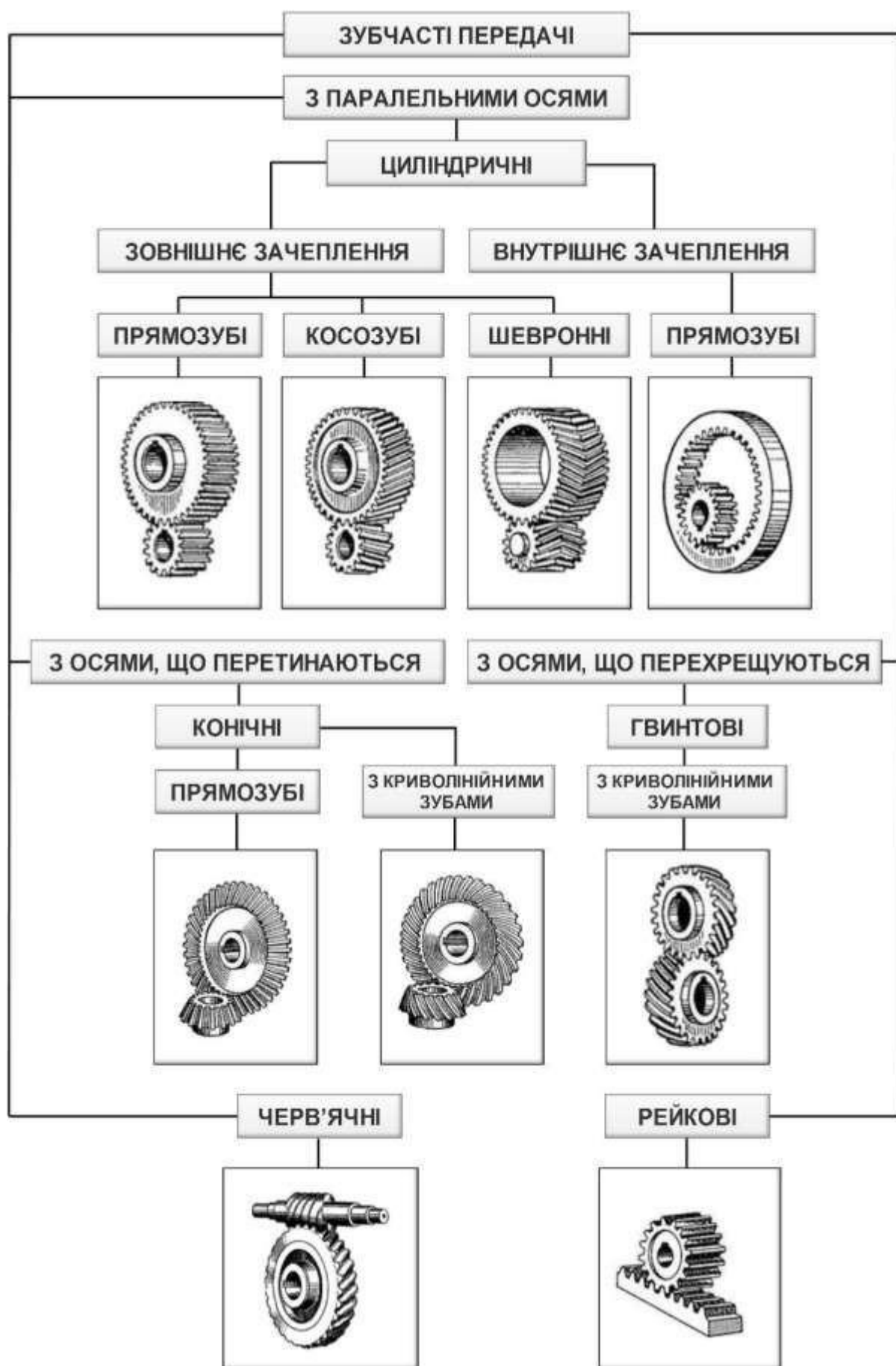


Рисунок 8.1 – Класифікація зубчастих передач

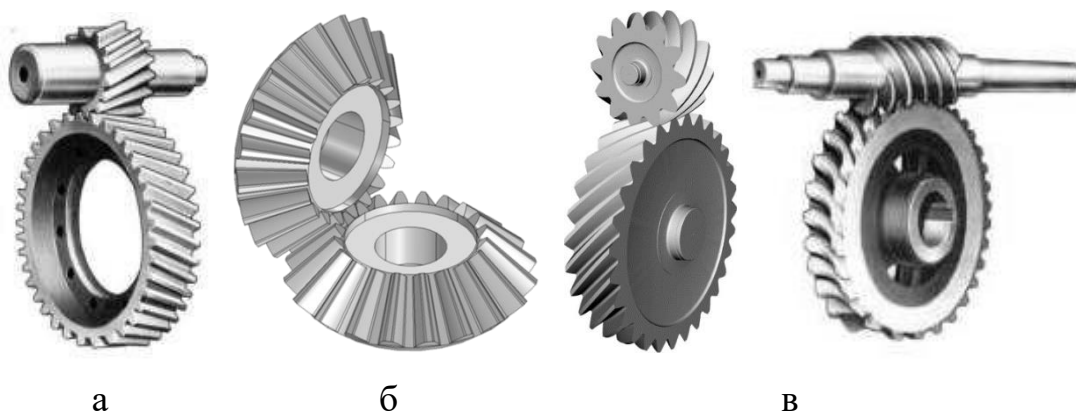


Рисунок 8.2 – По розташуванню осей валів у просторі

2 По розташуванню зубців на колесах (рисунок 8.3) [8]:

- зовнішнє (рисунок 8.3 а);
- внутрішнє (рисунок 8.3 б);
- рейкове зачеплення (рисунок 8.3 в).

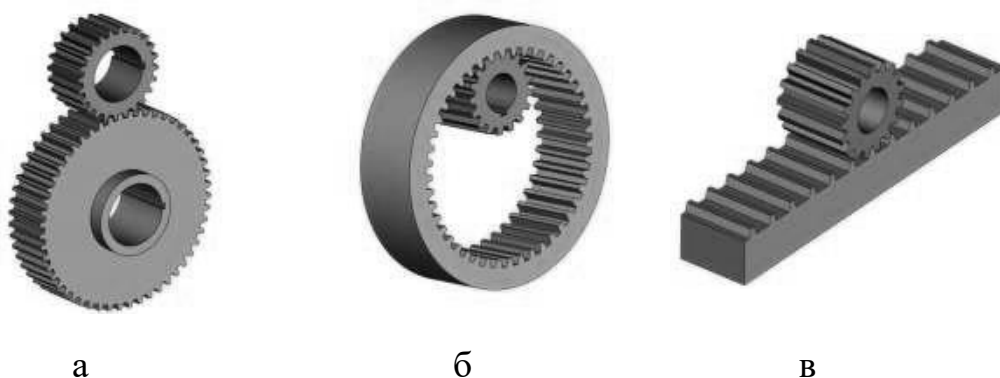


Рисунок 8.3 – По розташуванню зубців на колесах

3 По розташуванню зубців щодо утворюючих коліс (рисунок 8.4) [8]:

- прямозубі (рисунок 8.4 а);
- косозубі (рисунок 8.4 б);
- шевронні (рисунок 8.4 в);
- із криволінійними зубцями (рисунок 8.4 г).

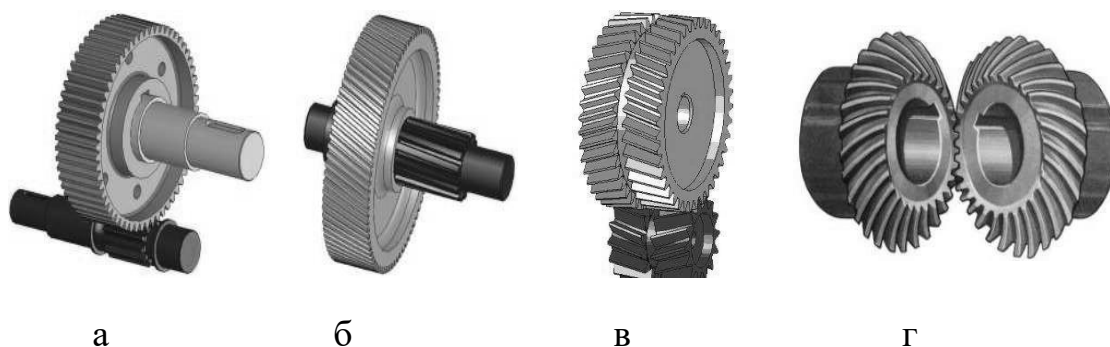


Рисунок 8.4 – По розташуванню зубців щодо утворюючих коліс

З перерахованих вище зубчастих передач найбільше поширення мають циліндричні прямозубі та косозубі передачі, як найбільш прості у виготовленні та експлуатації. Конічні передачі застосовують тільки в тих випадках, коли це необхідно за умовами компоновки машини, гвинтові – лише в спеціальних випадках.

4 По конструктивному оформленню (рисунок 8.5) [8]:

- закриті (що працюють у корпусах, заповнених змащенням);
- відкриті.

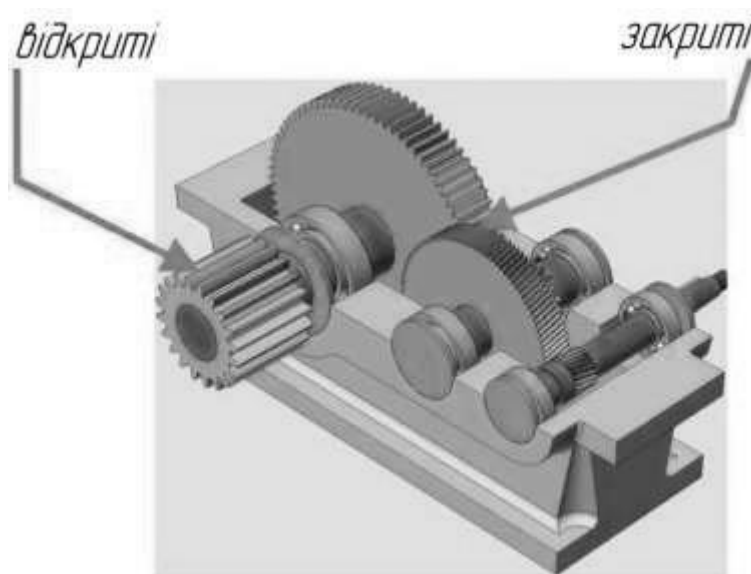


Рисунок 8.5 – По конструктивному оформленню

5 По величині колової швидкості:

- тихохідні (до 3 м/с);
- із середніми швидкостями (3...15 м/с);
- швидкохідні (більш 15 м/с).

6 По числу ступенів:

- одноступінчасті;
- багаступінчасті.

7 За формою профілю зубця:

- евольвентні;
- не евольвентні: з циклоїдальним зачепленням, передачі Новікова.

З теоретично можливих профілів переважне застосування мають евольвентні профілі, як такі що мають більші переваги: простота побудови евольвентних профілів зубців; евольвентні зубці як прямозубих, так і косозубих коліс можуть бути точно нарізані простим інструментом рейкового типу; одним інструментом можна нарізати колеса з різним числом зубців, оскільки профіль евольвентного зубця окреслюється однотипною кривою; правильність евольвентного зачеплення не порушується при відхиленнях міжосьової відстані коліс від розрахункового значення; евольвентне зачеплення допускає виправлення

(коригування) робочого профілю зубців із метою вибору оптимальних відрізків евольвенти, що забезпечує кращу працездатність, ККД та інші характеристики передачі.

У зачепленні Новікова торцеві профілі зубців обкреслені дуга ми кіл. У порівнянні з евольвентними передачі із зачепленням Новікова можуть при тих самих габаритних розмірах передавати в 1,5...2 рази більше навантаження. Але через складність виготовлення й монтажу передачі із зачепленням Новікова знайшли застосування тільки в спеціальному машинобудуванні [8].

8 По точності зачеплення: стандартом передбачено 12 ступенів точності. Практично передачі загального машинобудування виготовляють від шостого до десятого ступеня точності. Передачі, виготовлені по шостому ступеню точності, використовують для найбільш відповідальних випадків.

Параметри евольвентного зачеплення [8]

На рисунку 8.6 представлені параметри зубчатого зачеплення з евольвентним профілем зубців.

т. Р – полюс зачеплення.

1 **Число зубців** шестірні z_1 і колеса z_2 .

2 **Діаметри початкових кіл** шестірні d_{w1} і колеса d_{w2} .

Початковими називають кола, по яким колеса обкочуються одне відносно другого без проковзування.

3 **Діаметри ділильних кіл** шестірні d_1 і колеса d_2 .

Ділильне коло – це базове коло, відносно якого визначаються геометричні параметри зубчастого колеса або коло, по якому обкочується інструмент при нарізанні зубців.

Для передач без зміщення і за сумарного нульового зміщення:

$$d_{w1} = d_1; \quad d_{w2} = d_2, \quad (8.1)$$

4 **Коловий крок** p_t – це відстань по ділильному колу між однойменними профілями сусідніх зубців (крок зачеплення), який дорівнює:

$$p_t = p = \pi \cdot m, \quad (8.2)$$

5 Коловий модуль (модуль зачеплення)

$$m_t = m = \frac{p}{\pi}, \quad (8.3)$$

Модуль є основним параметром зачеплення. Для забезпечення взаємозамінності зубчастих коліс та уніфікації зубонарізного інструменту

значення модуля стандартизовані. В зачепленні можуть бути тільки колеса, що мають однаковий модуль.

Довжина ділильного кола визначається:

$$\pi \cdot d = p_t \cdot z, \quad (8.4)$$

тоді діаметр ділильного кола

$$d = \frac{p_t \cdot z}{\pi} = m \cdot z, \quad (8.5)$$

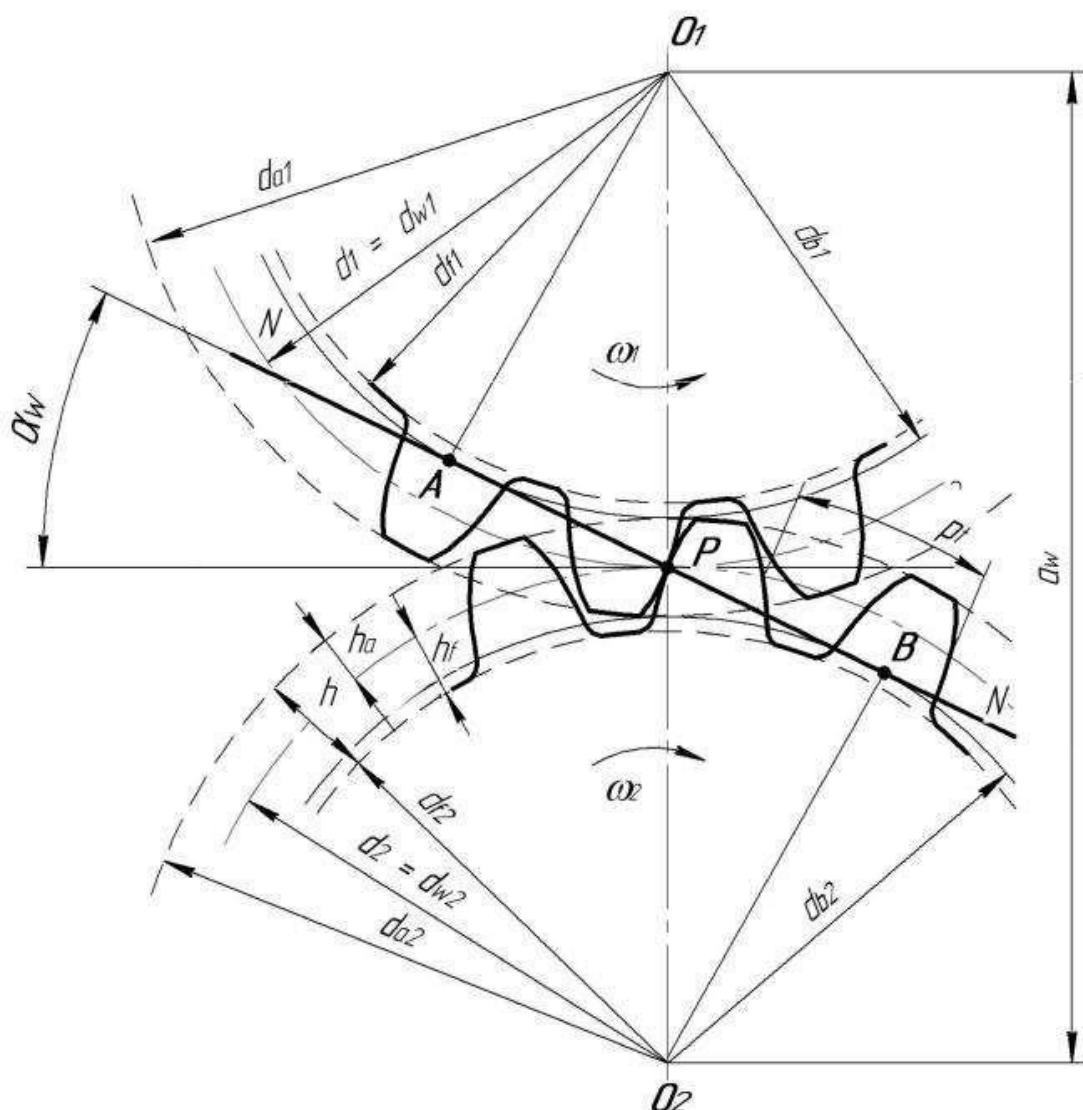


Рисунок 8.6 – Геометричні параметри евольвентного зачеплення

6 **Ділильне коло** ділить зубець на дві частини: ділильну ніжку та ділильну головку.

Висота зубця дорівнює

$$h = h_a + h_f, \quad (8.6)$$

де h_a – висота головки зубця;

h_f – висота ніжки зубця.

7 Діаметр кола вершин зубців

$$d_a = d + 2 \cdot h_a, \quad (8.7)$$

8 Діаметр кола впадин зубців

$$d_f = d - 2 \cdot h_f, \quad (8.8)$$

9 Кут зачеплення (стандартний)

$$\alpha_w = \alpha = 20^\circ, \quad (8.9)$$

10 **Основне коло** – це геометричне місце центрів кривизни профілю зубця. Діаметр основного кола дорівнює:

$$d_b = d \cdot \cos \alpha, \quad (8.10)$$

11 $AP = r_1$; $BP = r_2$ – радіуси кривизни робочих профілів зубців

$$r = \frac{d}{2} \cdot \sin \alpha, \quad (8.11)$$

12 **Міжосьова відстань** a_w – це відстань між центрами обертання зубчастих коліс 1 і 2:

$$a_w = a = \frac{d_2}{2} \pm \frac{d_1}{2} = \frac{m}{2} \cdot (z_2 \pm z_1), \quad (8.12)$$

13 Ширина зубчастого вінця – b_1, b_2

Вплив числа зубців на форму і міцність зубця [8]

Для зменшення габаритів зубчастої передачі використовують колеса з малою кількістю зубців. Зміна кількості зубців призводить до зміни форми зубця. Із зменшенням z збільшується кривизна евольвентного профілю, а товщина зубця біля основи і біля вершини зменшується. При подальшому зменшенні z нижче допустимого з'являється підріз ніжки зубця ріжучою кромкою інструмента, в результаті чого міцність зубця різко зменшується (рисунк 8.7). Мінімальне число зубців, які можна нарізувати інструментальною зубчастою рейкою без підрізання:

- $z_{\min} = 17$ – для прямозубих циліндричних передач;
 - $z_{\min} = 17 \cdot \cos^3 \beta$ – для косозубих циліндричних передач;
 - $z_{\min} = 17 \cdot \cos \delta$ – для конічних прямозубих передач,
- де β – кут нахилу зубця;
 δ – напівкут при вершині начального конуса колеса.

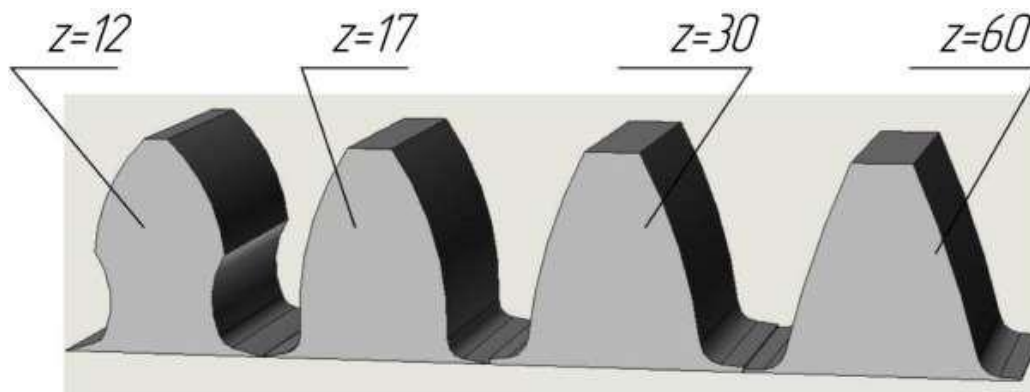


Рисунок 8.7 – Вплив числа зубців на форму зубця

Щоб усунути явище підрізання зубців нормального евольвентного зачеплення, треба використати спеціальні способи виправлення їхнього профілю, які називаються коригуванням зубчастих зачеплень.

Коригуванням зубчастого зачеплення при $z < z_{\min}$ досягається не тільки підвищення міцності зубців на згин, а й контактної міцності.

Види руйнування зубців. Критерії працездатності і розрахунку зубчастих передач [8]

При передачі крутного моменту в зачепленні пари зубців діє **нормальна сила** F_n (рисунок 8.8 а), що направлена перпендикулярно до робочих поверхонь зубців. Ця сила викликає біля ніжки зубця найбільші згинальні напруження σ_F , а у місці контакту – контактні напруження σ_H . Для кожного зубця σ_H та σ_F не є постійними. Вони змінюються в часі за деяким пульсуючим циклом (рисунок 8.8 б). Ці зміни напруження є причиною втомного руйнування зубців (рисунок 8.8 в) [9, 11, 12].

Стандарт рекомендує виконувати такі види розрахунків міцності зубців циліндричних евольвентних передач:

- 1 Розрахунок на контактну витривалість робочих поверхонь.
- 2 Розрахунок на витривалість під час згину.
- 3 Розрахунок на контактну міцність за дії максимального навантаження для запобігання залишкової деформації або крихкого руйнування поверхневого шару зубців.
- 4 Розрахунок на міцність під час згину максимальним навантаженням для запобігання залишкової деформації або крихкої поломки зубців.

Ці напруження є причиною основних видів руйнування зубців:

поломка зубців, викришування робочих поверхонь зубців, знос зубців, пластичні деформації, заїдання та відшарування поверхневих шарів зубців.

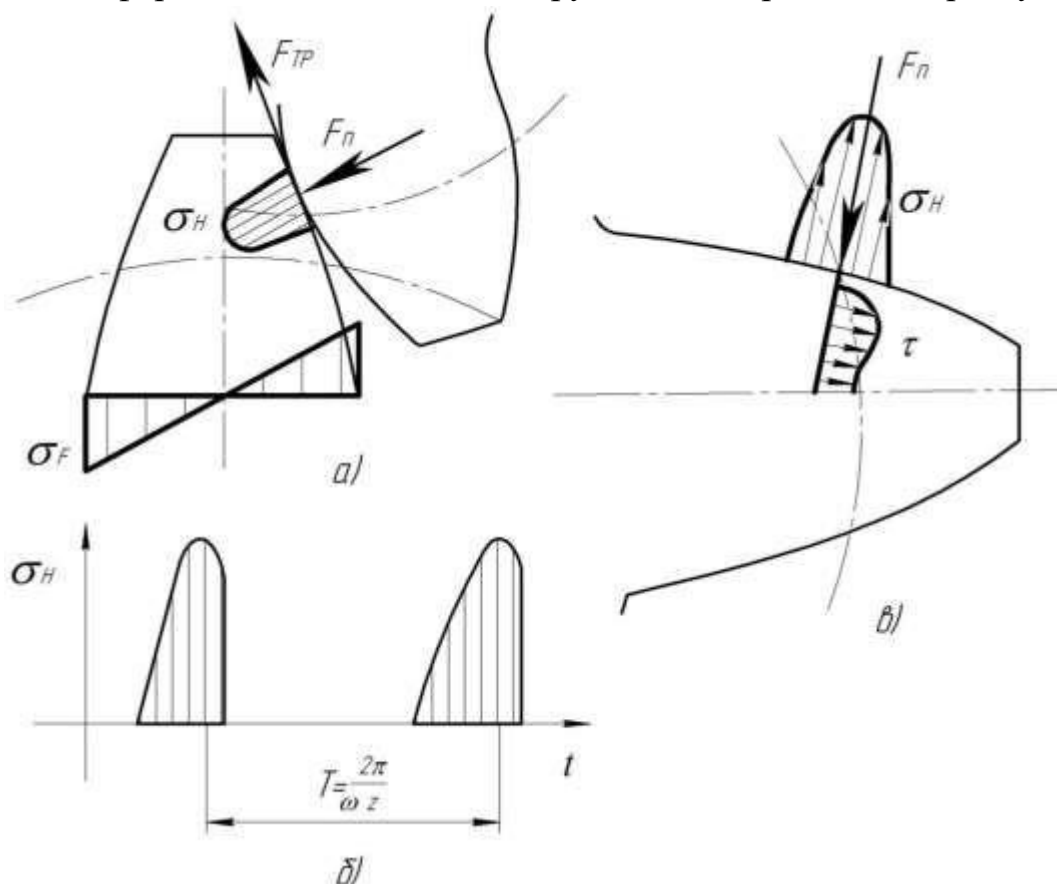


Рисунок 8.8 – Розрахункова схема навантаження зубців

Поломка зубців (рисунок 8.9) є найбільш небезпечним видом руйнування, може виникнути в результаті перевантаження або від втоми матеріалу у разі довготривалої дії змінних напружень згину, що спричиняють появу мікротріщин у зоні перехідної кривої профілю на стороні розтягнутих волокон, де діють найбільші напруження згину.

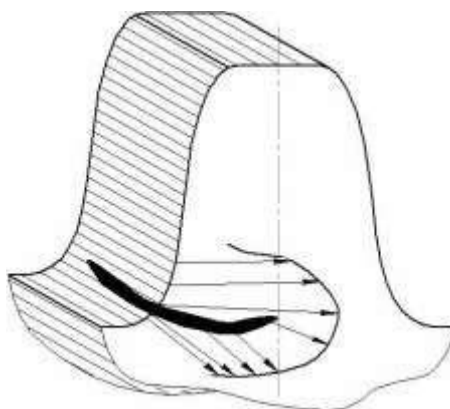


Рисунок 8.9 – Утворення втомної тріщини

Причинами поломок зубців можуть бути виникаючі в процесі

експлуатації нерівномірності розподілу навантаження по ширині зубчатого вінця через перекид осей, викликаного надмірним збільшенням люфтів в підшипниках і в шліцьових з'єднаннях, також різного роду виробничих дефектів (раковини при відливанні деталі, тріщини при термообробці і т. п.). Для попередження поломок зубці розраховуються на згин. Заходи для запобігання поломки зубців: збільшення модуля; позитивне зміщення під час нарізування зубців; термообробка та зміцнення поверхонь зубців; підвищення точності виготовлення та монтажу передачі; захист від перевантажень.

Втомне викришування робочих поверхонь зубців (рисунок 8.10) є найбільш поширеним видом руйнування зубців для більшості добре змащуваних та захищених від забруднення зубчастих коліс (закриті передачі). Пов'язане з дією циклічно змінних контактних напружень, які спричиняють появу втомних тріщин у поверхневих шарах робочих поверхонь зубців, подальший розвиток яких призводить до викришування частинок металу. Викришування починається поблизу полюсної лінії на ніжках зубців, де в зв'язку з малими швидкостями ковзання виникають великі сили тертя, і воно може бути обмеженим або прогресуючим. Небезпечним є прогресуюче викришування. Для попередження викришування зубці розраховують на контактну витривалість робочих поверхонь. У зубчастих колісах, активні поверхні зубців яких мають зміцнений поверхневий шар (цементация, азотування, поверхневе гартування) змінні контактні напруження можуть викликати відшаровування матеріалу.

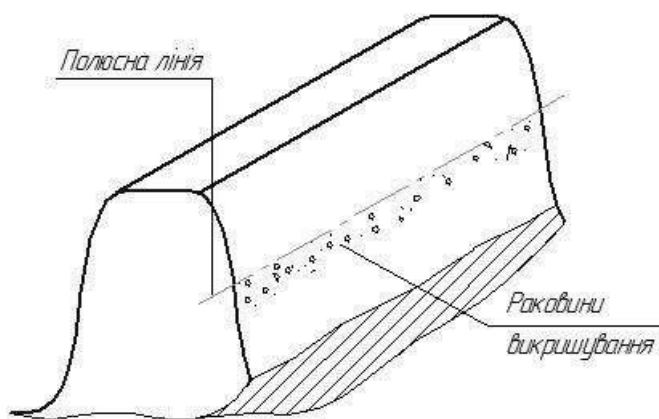


Рисунок 8.10 – Викришування на поверхні ніжок зубців

Знос зубців (рисунок 8.11) полягає в стиранні робочих поверхонь зубців характерний для відкритих передач, в яких колеса не захищені від попадання абразивних часток. Стирання поверхонь буде тим більше, чим більша величина питомого ковзання зубців, тому ніжки піддаються найбільшому зносу.

Мінімальним стирання буде в полюсі зачеплення, оскільки в ньому відсутнє ковзання профілів. Внаслідок нерівномірності зносу

спотворюється евольвентний профіль зубця, зростають динамічні навантаження, ослабляються ніжки зубця. Усе це веде до зростання напруження в основі зубця, зниженню згинної міцності і може привести до поломки зубця. Знос зубців можна зменшити застосовуючи зубчасті колеса з високою твердістю робочих поверхонь, правильним підбором мастила та вирівнюванням величини питомого ковзання за допомогою корекції зубчастих коліс.

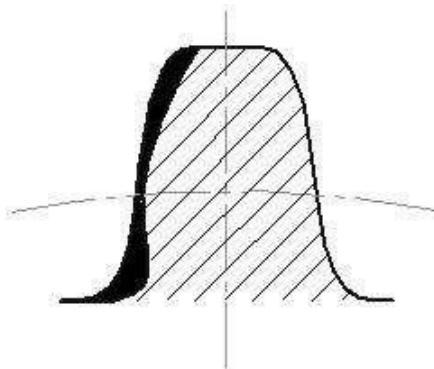


Рисунок 8.11 – Розподіл зносу по висоті зубця

Пластичні деформації (зсуви) (рисунок 8.12) спостерігаються у важко навантажених тихохідних зубчастих колесах, виготовлених з м'якої сталі. При високих контактних напруженнях пластичні деформації можуть досягти значних розмірів і сили тертя викликають великі переміщення часток поверхневих шарів у напрямі ковзання. В результаті, на поверхні ведучих зубців уздовж полюсної лінії утворюється западина, а на поверхні ведених зубців – хребет.

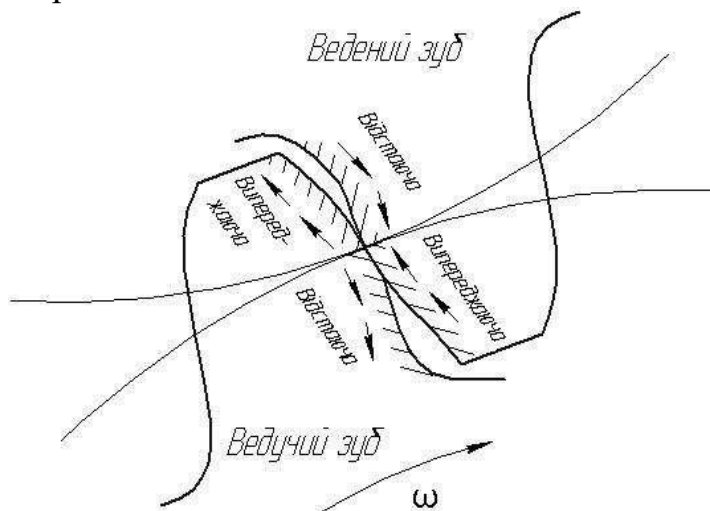


Рисунок 8.12 – Пластичні деформації робочих поверхонь зубців

Пластичні деформації можна усунути з підвищенням в'язкості мастила, оскільки при цьому зменшується коефіцієнт тертя, та з підвищенням твердості робочих поверхонь зубців.

Заїдання (зчеплення) (рисунок 8.13) полягає в тому, що при

наявності ковзання і відсутності умов, що забезпечують непереривну масляну плівку між робочими поверхнями, частинки більш м'якого матеріалу міцно зчіплюються з частинками матеріалу другої поверхні, відриваються від першої і при подальшому русі утворюють борозни на більш м'якій поверхні. Напрямок цих дефектів співпадає з напрямком відносної швидкості руху робочих поверхонь.

При наявності великих тисків між дотичними поверхнями, руйнування масляної плівки і пов'язане з ним заїдання, може відбутися або при високих швидкостях, внаслідок підвищення температури в зоні контакту і втрати в'язкості мастила, або при малих швидкостях, коли відсутні умови для утворення масляного клину.

Викришування, що з'являється на робочих поверхнях кінематичних пар сприяють виникненню заїдання, так як при цьому зменшується поверхня дотику, що призводить до зростання напружень в зоні контакту. При цьому, також зростають сили тертя у зв'язку з тим, що мастило вижимается в утворені при викришуванні ямки.

Зменшення можливості виникнення заїдання досягається зниженням максимальної швидкості ковзання робочих поверхонь (за допомогою кутової корекції або збільшення числа зубців при заданих розмірах передачі), збільшенням твердості робочих поверхонь зубців, підвищенням в'язкості мастила і вживанням поверхнево-активних (протизадирних) мастил, що містять присадки з сірки.

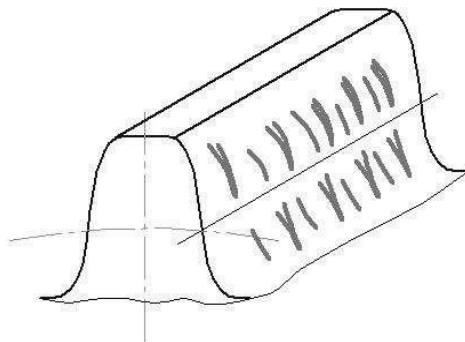


Рисунок 8.13 – Сліди заїдання на робочій поверхні зубця

Відшарування, цей вид руйнування найнебезпечніший для коліс, зубці яких мають поверхневе зміцнення (азотування, цементування, гартування і т.п.). Відшаруванню сприяє дія підвищених навантажень на зубці. Відшарування поверхневих шарів зубців спостерігається у тих випадках, коли під зміцненим поверхневим шаром зубців зведені контактні напруження достатньо великі. Через періодичну дію глибинних напружень під зміцненим шаром матеріалу можуть виникнути втомні тріщини, розвиток яких спричинює відшарування окремих ділянок поверхневого зміцненого шару. Щоб запобігти відшаруванню поверхневих шарів зубців, треба забезпечити відповідну товщину зміцненого шару та достатню міцність серцевини зубця.

8.2 Матеріали зубчастих коліс. Методи виготовлення зубчастих коліс, їх конструкції та матеріали заготовок

Зубчасті колеса в основному виготовляють із сталей, що допускають термічну або хіміко-термічну обробку для забезпечення високої несучої здатності і довговічності зубчастих передач. Залежно від твердості сталеві зубчасті колеса діляться на дві групи [8].

Зубчасті колеса виготовляють з конструкційних сталей, сірого чавуну, бронзи і пластмас. Основними матеріалами для зубчастих коліс є вуглецеві і леговані сталі, які термічно зміцнюються до високої твердості, марок 45, 20Х, 40Х, 40ХН, 35ХМ та ін.

В автотракторобудуванні зубчасті колеса виготовляють з хромомарганцевих сталей 18ХГТ, 30ХГТ, хромомолібденової сталі 30ХМ.

Сталь 18ХГТ завдяки наявності титану має підвищену прогартовуваність, міцність і меншу чутливість до перегріву. Ця сталь відрізняється високим опором до зминання. Сталь 30ХГТ містить дещо більше вуглецю, чим сталь 18ХГТ, і широко застосовується для сильно навантажених зубчастих коліс з модулем понад 5 мм. Вона в термічно обробленому стані має високі показники міцності серцевини в січенні зубців.

Зубчасті колеса, виготовлені з синтетичних матеріалів (текстоліту, нейлону, капрону і ін.), можуть працювати при високих швидкостях (до 40...50 м/с), забезпечують безшумність, плавність передачі і гасіння вібрації.

До основних видів зміцнюючого термічного оброблення зубчастих коліс відносять такі: об'ємне загартування, поверхнєве загартування, хіміко-термічне оброблення, цементация, азотування, нітроцементация.

Чавуни застосовують для виготовлення зубчастих коліс відкритих тихохідних передач. Чавуни проявляють добру стійкість до заїдання, тому чавунні зубчасті колеса можуть працювати без мастила. Для виготовлення чавунних коліс використовують сірі чавуни марок СЧ 25...СЧ 45, а також високоміцні чавуни з кулястим графітом.

Методи виготовлення зубчастих коліс, їх конструкції та матеріали заготовок [8]

Зубчасті колеса невеликого діаметра ($d \leq 200\text{мм}$) можуть виготовлятися із круглого прокату, кованих або штампованих заготовок. Колеса середніх діаметрів ($d \leq 600\text{мм}$) виготовляють із заготовок куванням, штампуванням або литтям. Для великогабаритних передач заготовки для зубчастих коліс виготовляють литтям або зварюванням. При використанні для зубчастих вінців високоякісних сталей інколи застосовують бандажовані зубчасті колеса. У цьому разі зубчастий вінець насаджують на центральну колісну частину з гарантованим натягом і додатково закріплюють гвинтами.

Широке застосування мають два методи нарізування зубців: копіювання та обкочування. Це два принципово різних методи нарізування

зубчастих коліс:

При **копіюванні** різальному інструменту надають форму впадини між зубцями, а потім проводять оброблення. При цьому профіль інструменту копіюється на поверхні, що обробляється. Зубонарізування способом копіювання можна виконувати: послідовним нарізуванням кожного зубця колеса модульною дисковою або пальцевою фрезою на універсальному фрезерному верстаті (рисунок 8.14); одночасним довбанням всіх зубців колеса; одночасним протягуванням всіх зубців колеса; круговими протяжками, фасонними шліфувальними кругами та ін.

Метод копіювання застосовується в одиничному виробництві, а також для нарізування крупномодульних коліс. Він має низьку продуктивність і точність 9...11 ступеня, тому застосовується зазвичай при виготовленні зубчастих коліс невисокої точності.

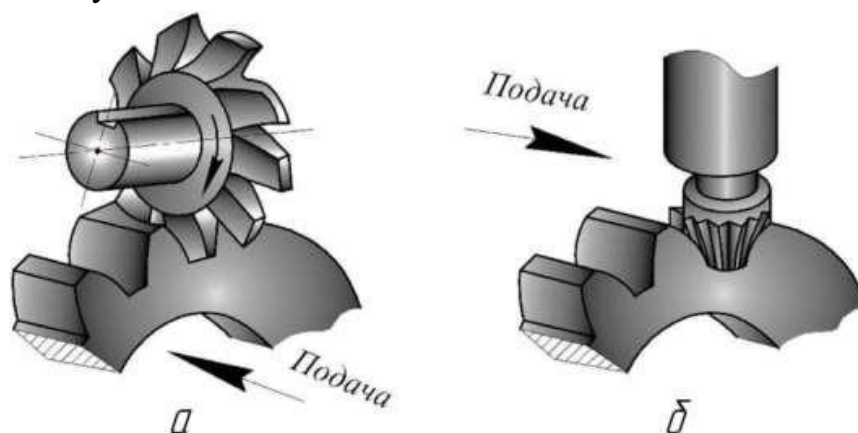


Рисунок 6.14 – Нарізування зубців методом копіювання: а – дисковою фрезою; б – пальцевою фрезою

Сучасним, точним і продуктивним способом виготовлення зубчастих коліс є нарізування зубців способом **обкатування**, який забезпечує високу точність і продуктивність. При нарізуванні зубців методом обкатування імітується процес зубчастого зачеплення. Приклади нарізування зубців методом обкатування зображені на рисунку 8.15.

При методі обкатування профіль бічних поверхонь зубців колеса виходить як огинання визначеної кількості послідовних положень кромки різального інструмента. При цьому заготовці надається обертання, строго погоджене з обертанням різального інструмента, що забезпечує їх неперервне зачеплення під час нарізування і визначене співвідношення кутових швидкостей, необхідне для одержання правильного профілю зубця.

Нарізування та оброблення зубців циліндричних коліс методом обкатування виконується черв'ячними фрезами на зубофрезерних верстатах, круглими довб'яками на зубодовбальних верстатах, рейковими довб'яками (гребінками), зубостругальними різцями, різцевими головками, шеверами, накатуванням, шліфувальними кругами та ін.

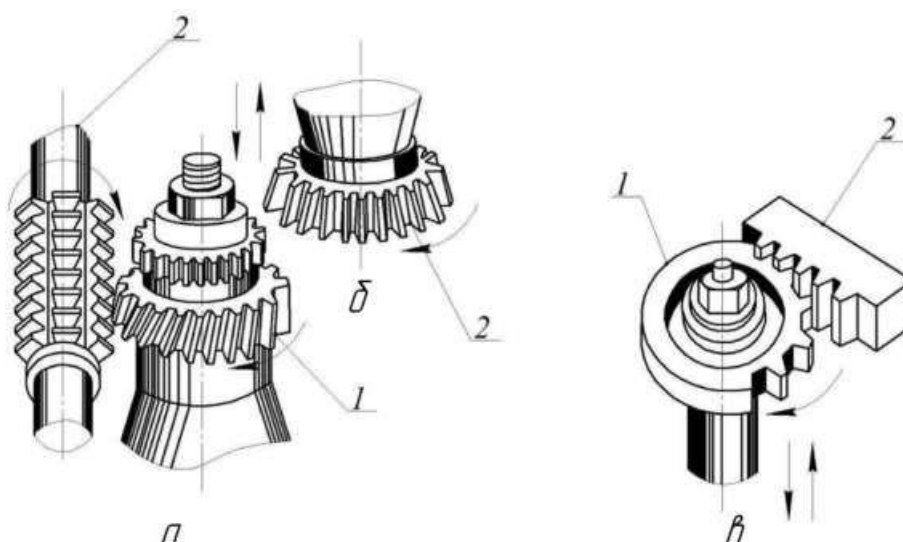


Рисунок 8.15 – Схеми нарізування циліндричних зубчастих коліс методом обкатування: а – черв’ячною фрезою; б – дисковим довб’яком; в – гребінкою; 1 – зубчасте колесо; 2 – інструмент

Перевагами методу обкатування є висока продуктивність і точність процесу; можливість одним інструментом обробляти колеса того самого модуля з будь-яким числом зубців; можливість нарізувати кориговані зуби, а основним недоліком – висока вартість інструментів, що використовуються.

Вимоги до точності зубчастих коліс [8]

Точність зубчастих коліс, розміри і модуль зубчастих коліс істотно впливають на технологічний процес оброблення, рівень шуму в передачі, плавність і довговічність її роботи.

У відповідності до стандарту встановлено дванадцять ступенів точності зубчастих коліс і передач, які позначаються в порядку зменшення точності цифрами 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 і 12. Для ступенів точності 1 і 2 допуски і граничні відхилення не наводяться, так як ці ступені передбачені для подальшого розвитку. Застосування зубчастих передач в машинах за-ежно від ступеня точності наведені в таблиці 8.2.

Таблиця 8.2 – Застосування зубчастих передач у машинах в залежності від ступеня точності

Ступінь точності	Машини, механізми
6	Металорізальні верстати підвищеної точності, відлікові та вимірювальні пристрої
6-8	Металорізальні верстати нормальної точності
7-9	Редуктори загального призначення
8-10	Кранові механізми
9-10	Піднімальні лебідки
9-11	Транспортуючі машини

Кінематична точність характеризується похибкою кута повороту колеса за один оберт шестерні і пов'язана з накопиченою похибкою кроку. Показник кінематичної точності є важливим параметром для механізмів, де потрібна точність передавального відношення.

Плавність роботи характеризується коливаннями швидкості обертання колеса при рівномірному обертанні шестерні в межах одного оберту. Цей показник пов'язаний з помилками кроку і профілю зубців. Він впливає на динамічні навантаження і шум при роботі передачі.

Пляма контакту зубців – розмір плями впливає на величину контактних напружень на бічній поверхні зубців та довговічність роботи передачі.

Бічний зазор характеризується вільним обертанням коліс без заклинювання зубців. Цей параметр важливий для реверсивних передач, а також для передач, що працюють при високій температурі.

8.3 Передачі прямозубими циліндричними колесами. Загальні відомості про передачу [8]

Найпростішими та найпоширенішими є зубчасті передачі з прямозубими циліндричними колесами, у яких зубці розміщені паралельно вісі колеса (рисунок 8.16).

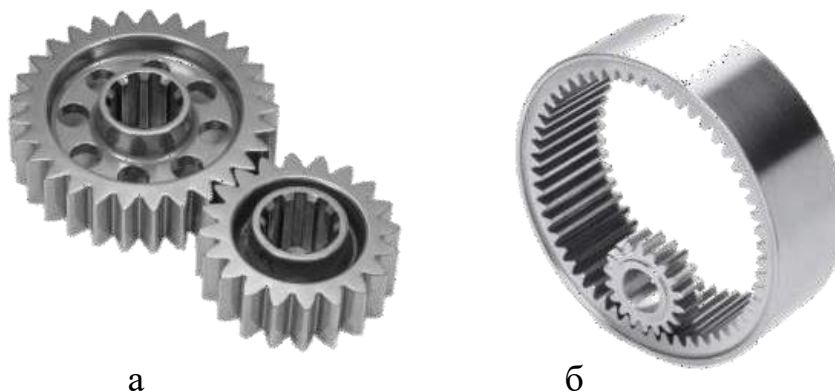


Рисунок 8.16 – Прямозубі циліндричні передачі:
а – зовнішнього зачеплення; б – внутрішнього зачеплення

Прямозубі колеса використовують за низьких колових швидкостей, здебільшого в планетарних редукторах, відкритих передачах, коробках передач, де необхідно передбачити осьове переміщення зубчастих коліс та при не дуже великих навантаженнях.

8.4 Геометричні параметри передачі. Сили в зачепленні прямозубих коліс [8]

Загальні позначення елементів і параметрів передачі представлені на рисунку 8.16.

Геометричні параметри прямозубої передачі представлені на

рисунках 8.17; 8.18.

Ведучу деталь у передачі, що редукує, називають «шестерня» і позначають непарним індексом: «1», «3», «5» та інше; ведену – «колесо» і позначають парним індексом: «2», «4», «6» та інше.

1 Діаметри ділільних і початкових кіл збігаються, якщо колеса передачі некориговані, дорівнюють:

$$\begin{aligned} d_1 &= d_{w1} = m \cdot z_1; \\ d_2 &= d_{w2} = m \cdot z_2, \end{aligned} \quad (8.13)$$

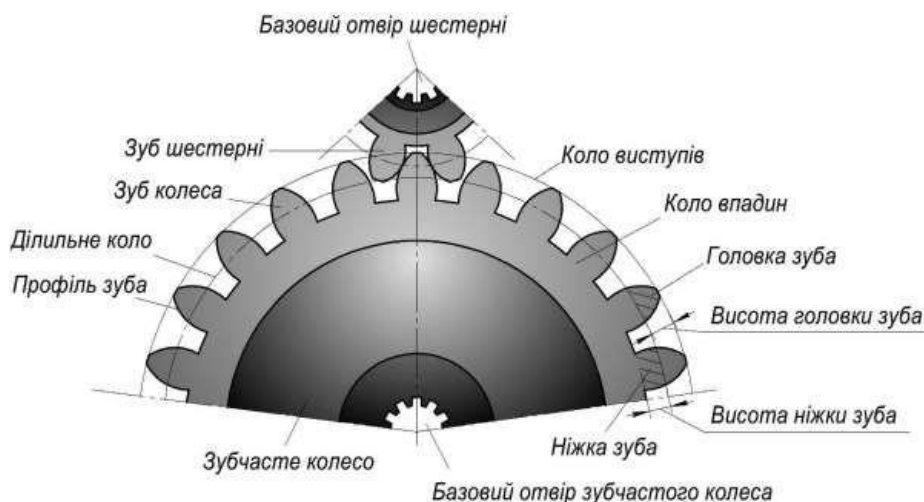


Рисунок 8.17 – Схема прямозубої передачі

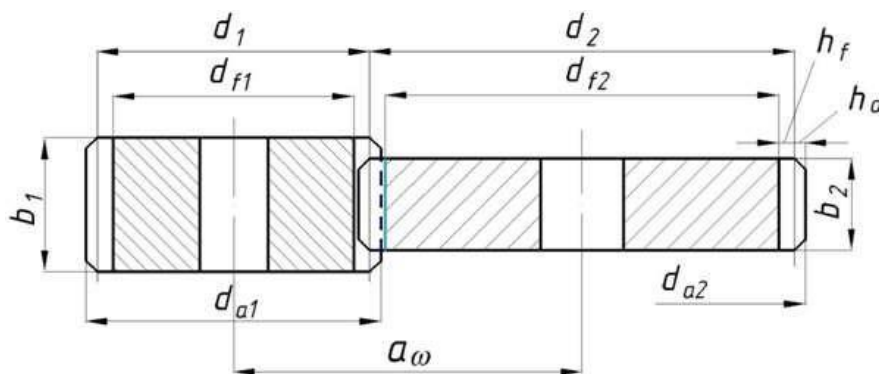


Рисунок 8.18 – Геометричні параметри передачі

2 Число зубців z_1 , z_2 – ціле число.

3 Висотні параметри зубця:

- висота головки зубця $h_a = h_a^* \cdot m = 1 \cdot m = m$;
- висота ніжки зубця $h_f = h_f^* \cdot m = 1,25 \cdot m = 1,25 \cdot m$
- висота зубця $h_f = h_f^* \cdot m = 1,25 \cdot m = 1,25 \cdot m$

$$h = h_a + h_f = m + 1,25 \cdot m = 2,25 \cdot m, \quad (8.14)$$

4 Діаметри виступів зубців:

- для зовнішнього зачеплення:

$$\begin{aligned}d_{a1} &= d_1 + 2 \cdot h_a = d_1 + 2 \cdot m = m \cdot (z_1 + 2); \\d_{a2} &= d_2 + 2 \cdot h_a = d_2 + 2 \cdot m = m \cdot (z_2 + 2),\end{aligned}\quad (8.15)$$

- для внутрішнього зачеплення:

$$\begin{aligned}d_{a1} &= d_1 + 2 \cdot h_a = d_1 + 2 \cdot m = m \cdot (z_1 + 2) \\d_{a2} &= d_2 - 2 \cdot h_a = d_2 - 2 \cdot m = m \cdot (z_2 - 2),\end{aligned}\quad (8.16)$$

5 Діаметри впадин зубців:

- для зовнішнього зачеплення:

$$\begin{aligned}d_{f1} &= d_1 - 2 \cdot h_f = d_1 - 2 \cdot 1,25 \cdot m = m \cdot (z_1 - 2,5); \\d_{f2} &= d_2 - 2 \cdot h_f = d_2 - 2 \cdot 1,25 \cdot m = m \cdot (z_2 - 2,5),\end{aligned}\quad (8.17)$$

- для внутрішнього зачеплення:

$$\begin{aligned}d_{f1} &= d_1 - 2 \cdot h_f = d_1 - 2 \cdot 1,25 \cdot m = m \cdot (z_1 - 2,5) \\d_{f2} &= d_2 + 2 \cdot h_f = d_2 + 2 \cdot 1,25 \cdot m = m \cdot (z_2 + 2,5),\end{aligned}\quad (8.18)$$

6 Діаметри основних кіл:

$$\begin{aligned}d_{b1} &= d_1 \cdot \cos \alpha; \\d_{b2} &= d_2 \cdot \cos \alpha,\end{aligned}\quad (8.19)$$

7 Радіуси кривизни робочих профілів зубців:

$$\begin{aligned}r_1 &= \frac{d_1}{2} \cdot \sin \alpha; \\r_2 &= \frac{d_2}{2} \cdot \sin \alpha,\end{aligned}\quad (8.20)$$

8 Передаточне число передачі

$$u = \frac{d_2}{d_1} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{T_2}{T_1 \cdot \eta},\quad (8.21)$$

Для передач, що редукують, $u > 1$.

9 Міжосьова відстань передачі

$$a = \frac{d_2 \pm d_1}{2} = \frac{m}{2} \cdot (z_2 \pm z_1) = \frac{d_1}{2} \cdot (u \pm 1) = \frac{d_2}{2 \cdot u} \cdot (u \pm 1),\quad (8.22)$$

10 Коефіцієнт ширини зубчастого вінця відносно міжосьової відстані ψ_{ba} залежить від твердості коліс, місця положення колеса відносно опор і точності передачі (таблиця 8.3).

Таблиця 8.3 – Рекомендації з вибору коефіцієнта ширини зубчастого вінця ψ_{ba}

$\psi_{ba} = 0,1 \dots 0,16$	Блокові пари
$\psi_{ba} = 0,2 \dots 0,25$	Коробки швидкостей
$\psi_{ba} = 0,2 \dots 0,4$	Редуктори

Сили в зачепленні прямозубих коліс [8]

Сили взаємодії між зубцями прийнято визначати в полюсі зачеплення (рисунок 7.4). Розподілене по контактних лініях навантаження в зачепленні заміняють рівнодіючою силою F_n , яка спрямована по лінії тиску (зачеплення). Силами тертя в зачепленні зневажають, тому що вони малі. У циліндричній прямозубій передачі (рисунок 7.4) силу в зачепленні однієї пари зубців розкладають на дві взаємно перпендикулярні складові:

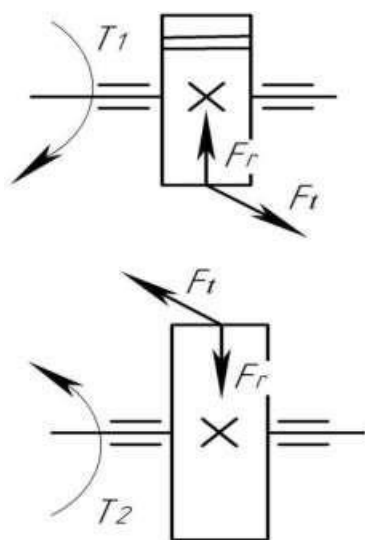


Рисунок 8.19 – Схема сил у прямозубій циліндричній передачі

- колову силу F_t , визначають за формулою

$$F_{t1} = F_{t2} = F_t = \frac{2000 \cdot T}{d} = \frac{1000 \cdot P}{V} = \frac{6 \cdot 10^7 \cdot P}{\pi \cdot d \cdot n}, \quad (8.23)$$

На веденому колесі напрямок сили F_t збігається з напрямком обертання, на ведучому – протилежно напрямку обертання;

- радіальну силу, визначають за формулою

$$F_{r1} = F_{r2} = F_r = F_t \cdot \operatorname{tg} \alpha, \quad (8.24)$$

Радіальна сила спрямована з полюса по радіусу до осі обертання.

Тоді силу нормального тиску зубця на зубець визначають як:

$$F_{n1} = F_{n2} = F_n = \frac{F_t}{\cos \alpha}, \quad (8.25)$$

8.5 Косозубі циліндричні передачі [8]

Косозубі зубчасті передачі, як і прямозубі, призначені для передачі обертаючого моменту між паралельними валами (рисунок 8.20). У косозубих коліс осі зубців розташовуються не по утворюючої ділильного циліндра, а по гвинтовій лінії, що становить із утворюючою кут β . Кут нахилу зубців β приймають у діапазоні $8^\circ \dots 24^\circ$. У косозубих передачах зубці розміщують під деяким кутом до твірної ділильного циліндра. Нарізування косих зубців виконують тим самим інструментом, що і прямих, тому профіль косого зубця в нормальному перерізі співпадає з профілем прямого зубця.



Рисунок 8.20 – Схема косозубої циліндричної передачі

Косозубі колеса використовують для відповідальних передач у разі середніх і високих колових швидкостей. При цьому, зазвичай, шестірні виконують з лівим напрямом зубця, колеса – з правим.

Переваги й недоліки косозубої циліндричної передачі

Переваги

- Якщо кут нахилу зубців $\beta \geq 8^\circ$ у зачепленні одночасно перебуває не менше двох пар зубців, що підвищує навантажувальну здатність косозубої передачі
- Зубці входять у зачеплення не всією довжиною одразу, а поступово, тому знижуються шум і динамічні навантаження, підвищується плавність роботи
- Зі збільшенням кута β підвищується несуча здатність, плавність і безшумність роботи передачі
- Знижуються вимоги до точності виготовлення передачі

Недоліки

- Виникає осьова сила у зачепленні, яка додатково навантажує вали і опори. Тому кут β , як правило обмежують значеннями до 24° .

Основні геометричні параметри передачі

Для нарізання косозубих коліс використовується той самий інструмент, що і для прямих. Нахил зубця отримують за рахунок повороту інструменту на кут β . Тому профіль зубця у нормальному перетині $n - n$ збігається з профілем прямого зубця (рисунок 8.21). Модуль у цьому перетині $m_n = m$ – стандартний.

Але розміри косозубого колеса визначаються не у нормальному $n - n$, а у торцевому перетині $S - S$ (рисунок 8.21), де параметри залежать від кута β .

1 Розрізняють нормальні і торцеві параметри циліндричних косозубих коліс:

- p_n - крок по зубцям у нормальному перетині;
 - p_s - крок по зубцям у торцевому перетині,
- які зв'язані між собою залежністю:

$$p_s = \frac{p_n}{\cos \beta} = \frac{\pi \cdot m_n}{\cos \beta} = \frac{\pi \cdot m}{\cos \beta}, \quad (8.26)$$

2 Діаметри кіл у торцевому перетині:

$$d_s = \frac{d_n}{\cos \beta} = \frac{m_n \cdot z}{\cos \beta} = \frac{m \cdot z}{\cos \beta}, \quad (8.27)$$

$$d_{s1} = \frac{m \cdot z_1}{\cos \beta}; \quad d_{s2} = \frac{m \cdot z_2}{\cos \beta}, \quad (8.28)$$

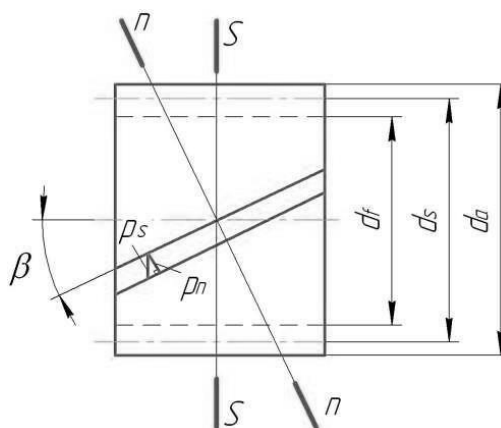


Рисунок 8.21 – Геометричні параметри передачі

3 Діаметри виступів зубців:

$$\begin{aligned} d_{a1} &= d_1 + 2 \cdot h_a = d_1 + 2 \cdot m = m \cdot (z_1 + 2); \\ d_{a2} &= d_2 + 2 \cdot h_a = d_2 + 2 \cdot m = m \cdot (z_2 + 2), \end{aligned} \quad (8.29)$$

4 Діаметри впадин зубців:

$$\begin{aligned}d_{f1} &= d_1 - 2 \cdot h_f = d_1 - 2 \cdot 1,25 \cdot m = m \cdot (z_1 - 2,5); \\d_{f2} &= d_2 - 2 \cdot h_f = d_2 - 2 \cdot 1,25 \cdot m = m \cdot (z_2 - 2,5),\end{aligned}\quad (8.30)$$

5 Міжосьова відстань передачі

$$a = \frac{d_{s1}}{2} + \frac{d_{s2}}{2} = \frac{m}{2 \cdot \cos \beta} \cdot (z_2 + z_1) = \frac{d_{s1}}{2} \cdot (u + 1) = \frac{d_{s2}}{2 \cdot u} \cdot (u + 1), \quad (8.31)$$

При призначенні міжосьової відстані, величина її вибирається стандартною. Нормальний модуль призначається стандартним, а сума зубців коліс пари – тільки ціле число. Тому попередньо назначену величину кута нахилу зубців β доводиться корегувати:

$$\beta = \arccos \left(\frac{m \cdot (z_1 + z_2)}{2 \cdot a} \right), \quad (8.32)$$

Сили в зачепленні косозубих коліс [8]

1 Колову силу F_t , визначають за формулою:

$$F_{t1} = F_{t2} = F_t = \frac{2000 \cdot T}{d} = \frac{1000 \cdot P}{V} = \frac{6 \cdot 10^7 \cdot P}{\pi \cdot d_s \cdot n}, \quad (8.33)$$

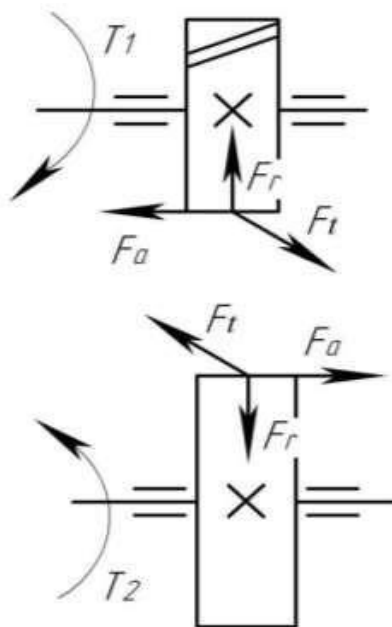


Рисунок 8.22 – Сили у зачепленні косозубих циліндричних коліс

2 Радіальну силу, визначають за формулою

$$F_{r1} = F_{r2} = F_r = \frac{F_t}{\cos \beta} \cdot \operatorname{tg} \alpha, \quad (8.34)$$

4 Силу нормального тиску зубця на зубець визначають як:

$$F_{n1} = F_{n2} = F_n = \frac{F_t}{\cos \alpha \cdot \cos \beta}, \quad (8.35)$$

Особливості роботи пари косозубих циліндричних коліс. Коефіцієнт осьового перекриття [8]

У відмінності від прямих, косі зубці входять у зачеплення не відразу по всій довжині, а поступово, що забезпечує передачі роботу з малим шумом. З'являється додаткове осьове перекриття зубців, що забезпечує підвищення плавності роботи передачі. У зачепленні знаходяться одночасно кілька пар зубців і при переміщенні поля зачеплення по поверхні циліндра, якщо достатня величина кута нахилу зубця ($\beta \geq 8^\circ$), зона однопарного зачеплення відсутня. Зубці косозубого колеса по профілю навантажуються більш рівномірно, ніж зубців прямозубого. Косозубі передачі у порівнянні з прямозубими менш чутливі до похибок виготовлення та мають меншу внутрішню динаміку.

Плавність роботи обумовлена величиною торцевого і осьового перекриття.

Для зубчастих передач без модифікації зубців і з некоригованими зубцями коефіцієнт торцевого перекриття можна визначити за такою наближеною залежністю:

$$\varepsilon_\alpha = 1,88 - 3,2 \cdot \left(\frac{1}{z_2} + \frac{1}{z_1} \right) \cdot \cos \beta \geq 1, \quad (8.36)$$

Коефіцієнт осьового перекриття ε_β виражається відношенням ширини зубчастого вінця колеса b_2 до осьового кроку зубців $p_x = \frac{p_n}{\sin \beta}$:

$$\varepsilon_\beta = \frac{b_2}{p_x} = \frac{b_2 \cdot \sin \beta}{p_n} = \frac{b_2 \cdot \sin \beta}{\pi \cdot m} \geq 1,1, \quad (8.37)$$

Це досягається вибором ширини вінця b_2 при заданих β та m .

З похилим розташуванням контактної лінії пов'язана доцільність виготовлення косозубої шестірні з матеріалу, значно більш міцного (високотвердого) ніж колеса. Застосування твердої шестірні дозволяє додатково підвищити навантажувальну здатність косозубих передач на 25...30%.

Передачі шевронними зубчастими колесами [8]

Шевронні зубчасті колеса являють собою різновид косозубих коліс.

Циліндричне зубчасте колесо, вінець якого по ширині складається з ділянок із правими й лівими зубцями (рисунок 8.23), називають

шевронним колесом. Частина вінця зубчастого колеса, у межах якого лінії зубців мають один напрямок, називають напівшевроном.

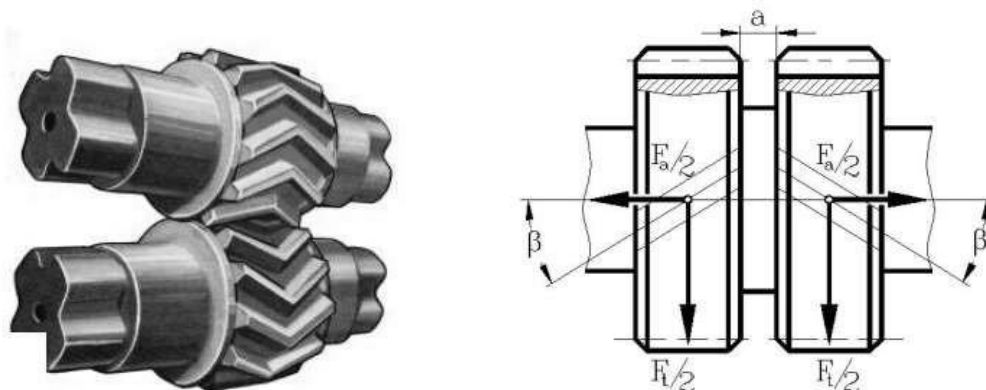


Рисунок 8.23 – Шевронна передача:
а – зовнішній вигляд; б – розрахункова схема

Шевронні передачі мають усі переваги косозубих, при цьому осьові сили спрямовані протилежно й на опори (підшипники) не передаються. У цих передачах допускають більший кут нахилу зубців $\beta = 25 \dots 40^\circ$, що підвищує навантажувальну здатність передачі і плавність роботи. Через складність виготовлення шевронні передачі застосовують рідше, чим косозубі, тобто в тих випадках, коли потрібно передавати більшу потужність і високу швидкість, а осьові навантаження небажані.

Шевронні колеса виготовляються з доріжкою а в середині колеса (див. рис. 8.23) для виходу ріжучого інструмента або без доріжки. Ширина доріжки приймається зазвичай $a = (10 \dots 15) \cdot m$.

Колеса без доріжки нарізають на спеціальних малопродуктивних верстатах, тому їх застосовують рідше, ніж колеса з доріжкою. Застосовують в високонавантажених швидкохідних передачах. Їх недолік – висока вартість виготовлення.

Особливості конструкції та розрахунків [8]

Геометричні параметри й розрахунки на міцність цих коліс подібні розрахунками косозубої передачі. Основні особливості:

- 1 Більший кут нахилу зубців – $\beta = 25^\circ \dots 40^\circ$.
- 2 Коефіцієнт ширини зубчастого вінця по відношенню до міжосьової відстані приймається: $\psi_{ba_{\text{мн}}} = 0,4 \dots 0,8$ – для шеврона й $\psi_{ba_{\text{нм}}} = 0,2 \dots 0,4$ – для напівшеврона. Менші значення ψ_{ba} використовують при несиметричному або консольному розташуванні колеса щодо опор вала, а також при твердості зубчастих коліс $H > 350 \cdot H_{\text{В}}$. При цьому повинна виконуватися умова $\psi_{bd_1} = b_2 / d_{s1} \leq 2,5$.

3 Шевронна передача досить чутлива до осьових переміщень шестерні відносно колеса. Один з валів передачі виконується «плаваючим» в осьовому напрямку, щоб за рахунок урівноваження осьових сил

зачеплення само себе регулювало. Це забезпечується спеціальною конструкцією опор.

4 Розрахунки виконуються як для косозубих передач з припущенням що передане навантаження ділиться нарівно між пів шевронами: $\frac{F_t}{2}; \frac{T}{2}; \frac{P}{2}$.

8.6 Пасові передачі. Загальна характеристика

Пасової передачі, один з найдавніших видів силової передачі, в якому використовуються приводні ремені і шків.

Точно встановити дату появи перших ремінних передач не представляється можливим, але відомо, що вже в XIV-XV століттях їх широко використовували в якості приводу прядок, токарних і точильних верстатів, а пізніше за допомогою ременів передавали обертання від парової машини відразу на кілька десятків верстатів.

Пасові передачі застосовують в більшості випадків для передачі руху від електродвигуна, коли по конструктивних міркувань міжосьова відстань а повинна бути достатньо великою, а передавальне число і не строго постійним (в приводах верстатів, транспортерів, дорожніх і будівельних машин і т. п.).

Пасова передача складається із шківів, що розміщуються на валах розташованих на значній відстані, і гнучкої ланки (паса), що зв'язує шків (рисунок 8.24). Якщо пасова передача використовується в приводі разом з іншими передачами (наприклад, редуктором), то її слід встановлювати на швидкохідному валу приводу.

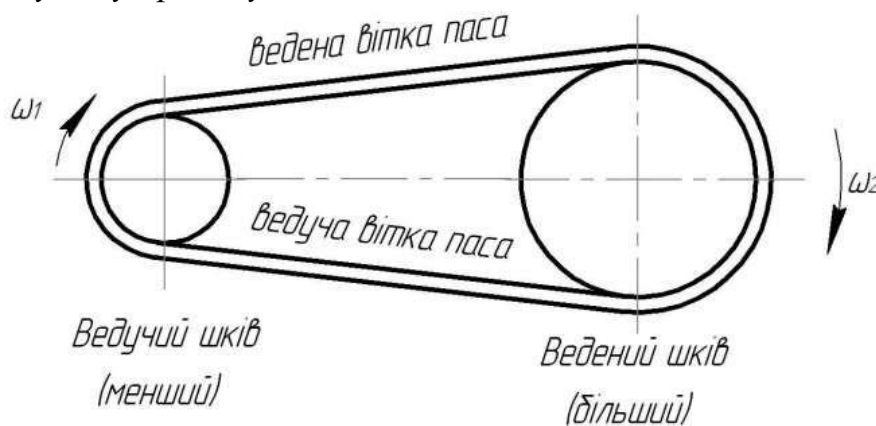


Рисунок 8.24 – Схема пасової передачі

Пасові передачі не забезпечують жорсткого зв'язку між шківями через можливість проковзування паса на шківах, тому не рекомендується їх використовувати в механізмах, де необхідно точно витримати задане передаточне відношення.

Таблиця 8.5 – Переваги й недоліки пасових передач

ПЕРЕВАГИ	НЕДОЛІКИ
Простота конструкції і відносно низька вартість	Порівняно великі габарити
Плавність і мала шумність роботи	Несталість передаточного відношення через ковзання паса на шківів
Можливість передачі зусилля на значну відстань (до 8...10 м) без ускладнення конструкції	Підвищене навантаження на вали і підшипники через попередній натяг паса
Понижені вимоги до точності монтажу	Мала довговічність паса (800...5000 год)
Еластичність паса, яка дозволяє пом'якшувати удари і поштовхи під час коливання навантаження	Необхідність попередження від попадання мінеральних масел на паси (особливо прогумовані) і шківів
Самозахист від перевантаження за рахунок можливості проковзування паса на шківів	Необхідність застосування натяжних пристроїв для пасової передачі

Для передачі корисного навантаження пасовою передачею обов'язково необхідно створити попередній натяг паса за рахунок його пружних властивостей шляхом зміни відстані між шківів або за допомогою спеціальних натяжних пристроїв.

Передача енергії – за рахунок сил тертя між пасом і шківів. Пас попередньо натягується.

Попередній натяг – за рахунок пружного розтягу паса під час одягання на шківів, або за допомогою застосування спеціальних натяжних пристроїв.

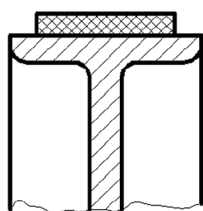
Параметри передачі: $P \leq 50$ кВт; $i \leq 5...6$; $V \leq 30$ м/с.

Найвигідніше $i \leq 4$. В спеціальних швидкохідних передачах $V = 50...100$ м/с. К.К.Д. $\eta = 0,90...0,97$.

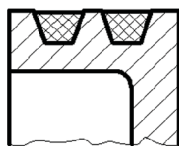
Переваги й недоліки пасових передач представлені в таблиці 8.5.

Класифікація пасових передач

► за формою поперечного перерізу паса:



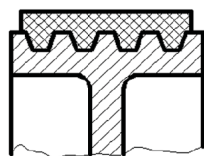
Плоскопасова



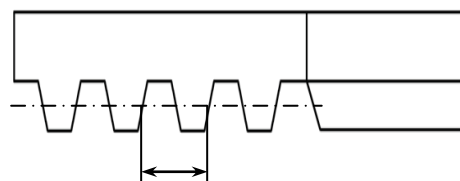
Клинопасова



Круглопасова



З поліклиновим пасом



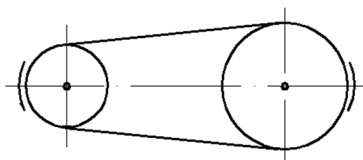
З зубчастим пасом

Найбільш поширені клинопасові передачі. Ефект заклинювання паса в канавці шківа дозволяє передавати значно більші зусилля порівняно з плоскостасовою.

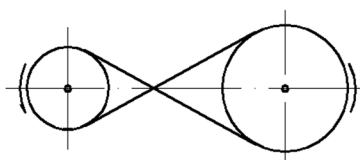
Передачі з поліклиновими пасами поєднують переваги передач з клиновими пасами (підвищене зчеплення зі шківами) і з плоскими (гнучкість, що дає змогу проектувати малогабаритні передачі).

Передачі з круглими пасами використовують тільки для передач невеликих потужностей (прилади, домашня техніка тощо).

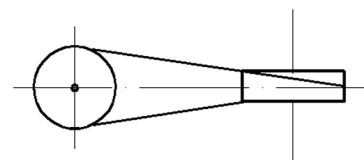
► *За розміщенням валів:*



Відкрита



Перехресна



Напівперехресна

Конструкція елементів пасових передач [8]

Приводні паси

Вимоги до матеріалу пасів: висока тягова здатність (достатнє зчеплення зі шківами), міцність, стійкість проти спрацювання, довговічність, низька вартість.

Плоскі паси

Плоскі паси (рисунок 8.25): гумотканинні, бавовняні суцільно ткані, шкіряні, синтетичні.

а) *гумотканинні*. Гумотканинні паси відзначаються високою міцністю і довговічністю. Найбільш поширені типу А.

б) *Бавовняні суцільноткані* - виготовляються з бавовняної пряжі у кілька шарів, просочені розчином з озокериту або бітуму. Дешеві, але поступаються міцністю і довговічністю гумотканинним.

в) *Шкіряні* – із нарізних смуг шкіри, склеюються спеціальним клеєм або зшиваються. Висока тягова здатність, міцність, висока вартість, використовуються рідко.

г) *Синтетичні* – перспективні.

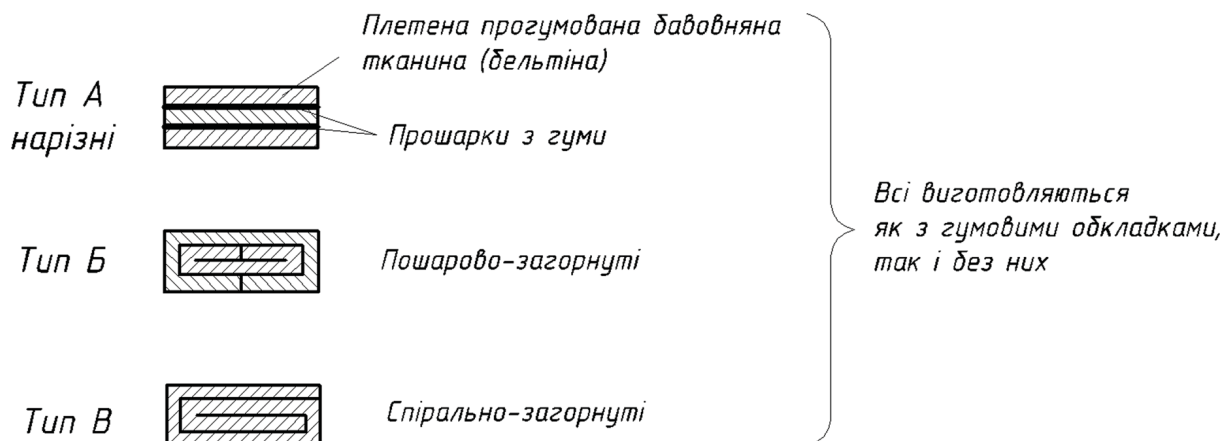


Рисунок 8.25 - Плоскі паси

Клинові паси (рисунок 8.26)

Виготовляються за стандартом з різними розмірами перерізів: О, А, Б, В, Г, Д, Е.

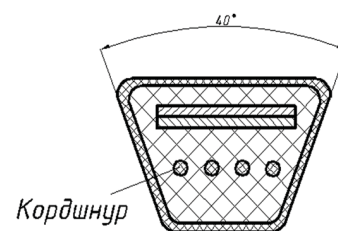
Кордтканинні**Кордшнурові**

Рисунок 8.26 - Клинові паси

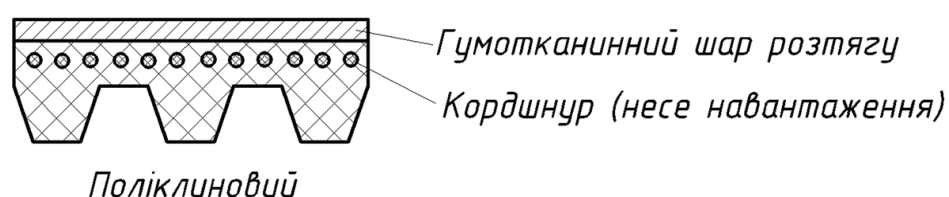
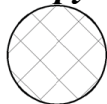


Рисунок 8.27 – Конструкція полі клинового паси

Круглі паси

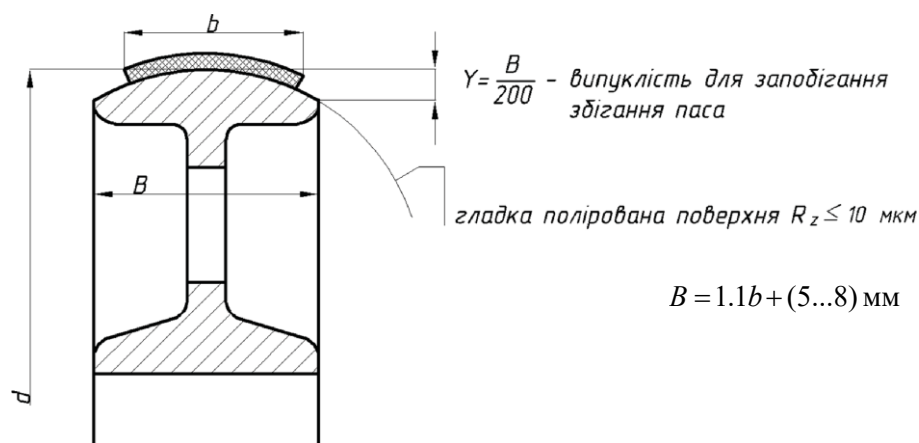
Гумотканинні, бавовняні, шкіряні, капронові.

Низька несівна здатність, використовуються в приладах.

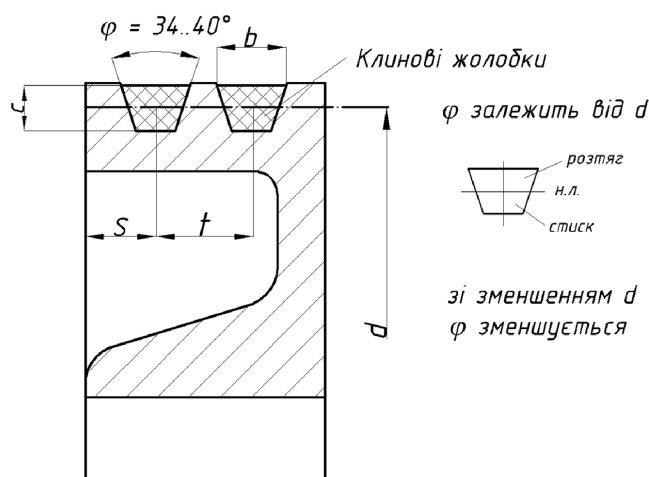
Шківи

Форма робочої поверхні обода шківа визначається видом ременя. Для плоских ременів шківи мають гладку робочу поверхню обода. Для центрування ременя поверхня веденого шківа робиться опуклою, а ведучого - циліндричною.

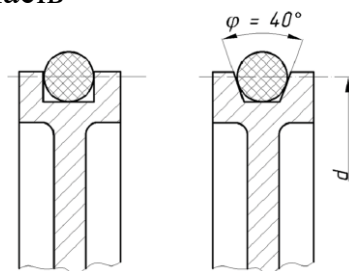
Шків для плоского паса



Шків для клинових пасів. Профіль стандартизований. Для клинових ременів конструкція шківа і розміри обода залежать від числа і розмірів канавок для ременів.



Шків для круглих пасів



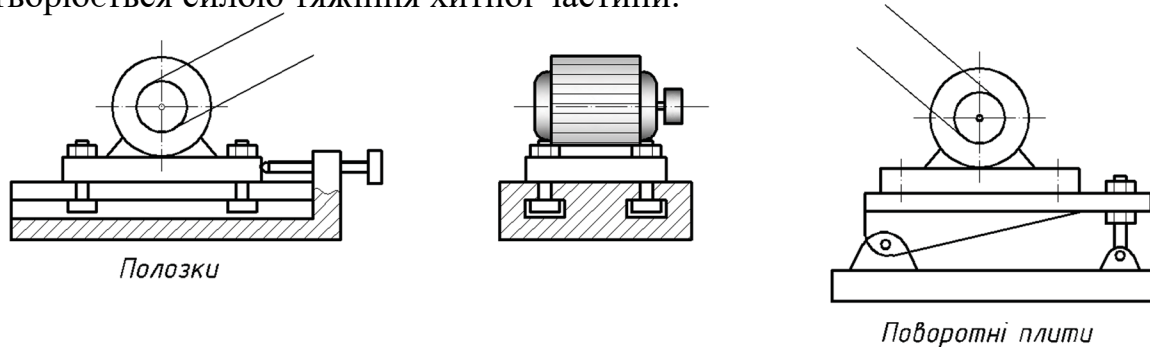
Матеріали шківів:

Чавун (литво) при $V < 35$ м/с. Сталь (штамповка, прокат, литво, зварні) при $V > 40$ м/с. Алюмінієві сплави (литво) – для швидкохідних передач.

Пластмаса (текстоліт) – для швидкохідних передач.

Натяжні пристрої Натяжні пристрої в пасових передачах дають змогу вільно надягати нові паси на шківи, створювати попередній натяг і періодично відновлювати його або безперервно підтримувати в міру

витагування пасів у процесі експлуатації. Найпростішим і найпоширенішим способом натягу ременів є переміщення одного зі шківів. Зазвичай цей спосіб використовують для передавання руху від електродвигуна, який встановлюють у санчатах плити - пристрій періодичної дії, або на хиткій плиті - пристрій постійної дії, де натяг створюється силою тяжіння хитної частини.



Натягування паса за допомогою натяжних і відтяжних роликів

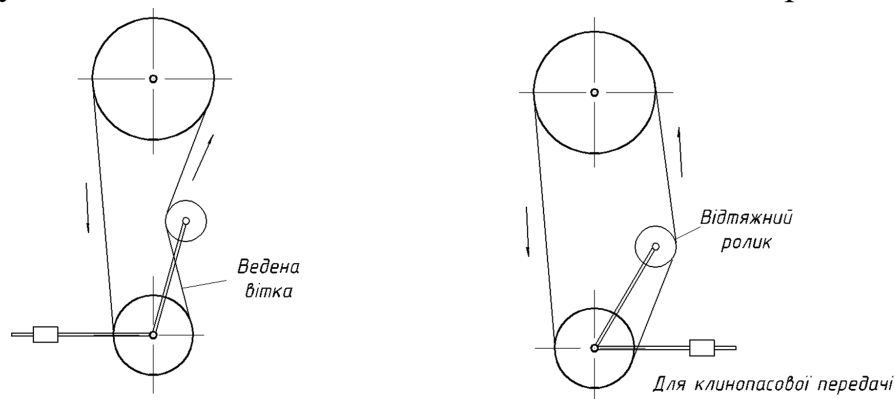


Рисунок 8.28 – Схеми натяжних пристроїв

8.7 Пружне ковзання паса. Кінематика пасової передачі. Сили та напруження у вітках пасової передачі

Позначимо:

α_1, α_2 - кути обхвату;

F_1, F_2 - сили натягу ведучої і веденої віток.

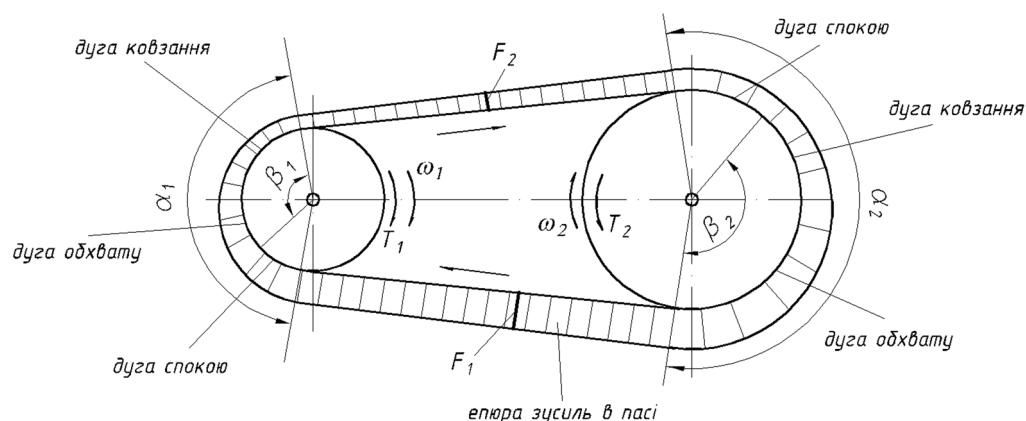


Рисунок 8.29 - Пружне ковзання паса

Коли передача не працює, натяг в обох вітках однаковий. Під час роботи передачі сила натягу у ведучій вітці зростає, у веденій – зменшується, $F_1 > F_2$. В результаті видовження ведучої вітки стає більшим, чим видовження веденої. Тому в напрямку руху паса на ведучому шківі пас скорочується, а на веденому шківі видовжується, проковзуючи на шківах.

Але ковзання паса відбувається не на всій дузі обхвату α_1 і α_2 , а тільки на деякій частині цих дуг – β_1 і β_2 , які називаються **дугами ковзання**. Дуга ковзання завжди розміщена з боку збігання паса зі шківів, а дуга спокою – з боку набігання паса. На дузі спокою швидкість точок паса і шківів збігаються, тобто ковзання не відбувається.

У ненавантаженої передачі ($F_1 = F_2 = 0$) ковзання відсутнє і дуги ковзання дорівнюють нулю. З ростом навантаження дуги ковзання збільшуються. Коли дуга ковзання досягає всієї дуги обхвату, починається буксування паса. Буксування починається на шківі з меншим кутом обхвату.

Відносне пружне ковзання:

$$\varepsilon = \varepsilon_1 - \varepsilon_2,$$

де $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ - відносне видовження ведучої і веденої віток;

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E} = \frac{F_1}{E \cdot A}; \quad \varepsilon_2 = \frac{\sigma_2}{E} = \frac{F_2}{E \cdot A};$$

A – площа поперечного перерізу паса, E – модуль пружності паса. Звідси

$$\varepsilon = \frac{F_1 - F_2}{E \cdot A}, \quad (8.38)$$

Кінематика пасової передачі

Оскільки $F_1 > F_2$ видовження ведучої вітки більше, чим веденої. В напрямку руху паса на ведучому шківі пас скорочується, а на веденому – видовжується, проковзуючи на шківах. В результаті колова швидкість точок на ободі шківів $V_1 > V_2$.

Коефіцієнт пружного ковзання можна виразити через швидкості, $\varepsilon = \frac{V_1 - V_2}{V_1}$. Звідси зв'язок між коловими швидкостями шківів запишеться:

$$V_2 = V_1(1 - \varepsilon).$$

Передаточне відношення передачі $i = \frac{\omega_1}{\omega_2}$. Оскільки кутові швидкості шківів:

$$\omega_1 = \frac{2 \cdot V_1}{d_1}; \quad \omega_2 = \frac{2 \cdot V_2}{d_2},$$

$$\text{одержимо } i = \frac{V_1 \cdot d_2}{V_2 \cdot d_1}.$$

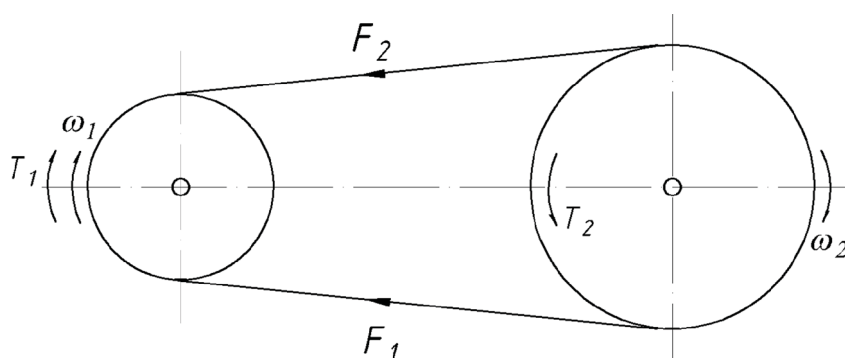
Остаточно

$$i = \frac{d_2}{d_1(1-\varepsilon)}, \quad (8.39)$$

Коефіцієнт ковзання $\varepsilon \approx 0.015 \dots 0.020$. Для силових передач коефіцієнт ковзання не враховують і тому

$$i = \frac{d_2}{d_1}, \quad (8.40)$$

Сили та напруження у вітках пасової передачі



F_1, F_2 - зусилля у вітках паса;

T_1, T_2 - моменти на ведучому і веденому шківах.

Сили та напруження спричинені дією робочого навантаження

Під час попереднього натягу паса

$$T_1 = T_2 = 0; \quad F_1 = F_2 = F_0.$$

Напруження попереднього натягу $\sigma_0 = \frac{F_0}{A}$.

Під час дії робочого навантаження

$F_1 > F_2$; $F_1 - F_2 = F_t$ - колова сила;

$$F_t = \frac{2 \cdot T_1}{d_1}, \quad (8.41)$$

Корисне напруження $\sigma_1 = \frac{F_t}{A}$.

Зв'язок між F_1, F_2 та F_0 можна встановити на основі того, що довжина паса не залежить від навантаження і залишається однаковою як у ненавантаженої, так і у навантаженої передачі, тобто додаткове витягування ведучої вітки компенсує скорочення веденої вітки. Враховуючи лінійну залежність між зусиллям та деформацією, можна записати:

$$F_1 = F_0 + \Delta F; \quad F_2 = F_0 - \Delta F.$$

Звідки

$$F_1 + F_2 = 2F_0;$$

Враховуючи, що $F_1 - F_2 = F_t$, одержимо $\Delta F = \frac{1}{2} F_t$. Звідки:

$$\begin{aligned} F_1 &= F_0 + \frac{F_t}{2}; \\ F_2 &= F_0 - \frac{F_t}{2} \end{aligned} \quad (8.42)$$

Система (8.42) містить три невідомі зусилля. Ці рівняння не розкривають тягову здатність передачі, яка пов'язана з силами тертя.

Сумарні напруження в пасі

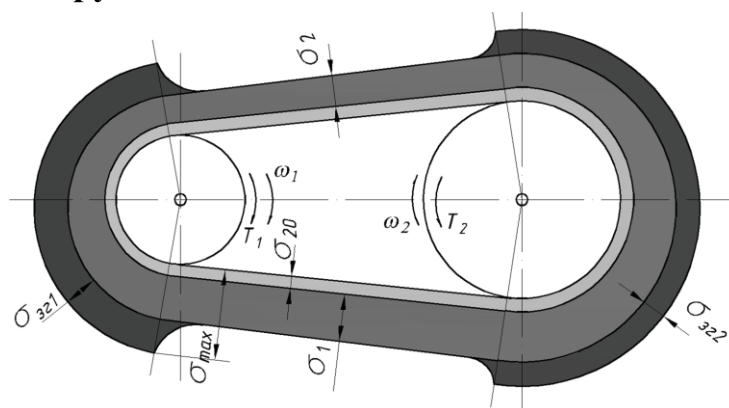


Рисунок 8.29 - Сумарні напруження в пасі

σ_v - напруження від відцентрових сил, $\sigma_v = \rho \cdot V^2$,

σ_1 - напруження від сил попереднього натягу і робочого навантаження у ведучій вітці,

$$\sigma_1 = \sigma_0 + \frac{1}{2} \sigma_t;$$

σ_2 - напруження від сил попереднього натягу і робочого навантаження у веденій вітці,

$$\sigma_2 = \sigma_0 - \frac{1}{2} \sigma_t$$

$\sigma_{зг1}$ - напруження згину на ведучому шківі, $\sigma_{зг1} = \frac{E \cdot \delta}{d_1}$;

$\sigma_{зг2}$ - напруження згину на веденому шківі, $\sigma_{зг2} = \frac{E \cdot \delta}{d_2}$.

Максимальне напруження – у ведучій вітці в тому перерізі, що набігає на менший шків,

$$\sigma_{\max} = \sigma_v + \sigma_1 + \sigma_{\text{зг1}} = \sigma_v + \frac{1}{2} \sigma_t + \sigma_{\text{зг1}}.$$

Навантаження на вали пасової передачі

Рівнодійна сил натягу віток пасів $R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos 2\beta}$.
Останній вираз впливає з теореми косинусів.

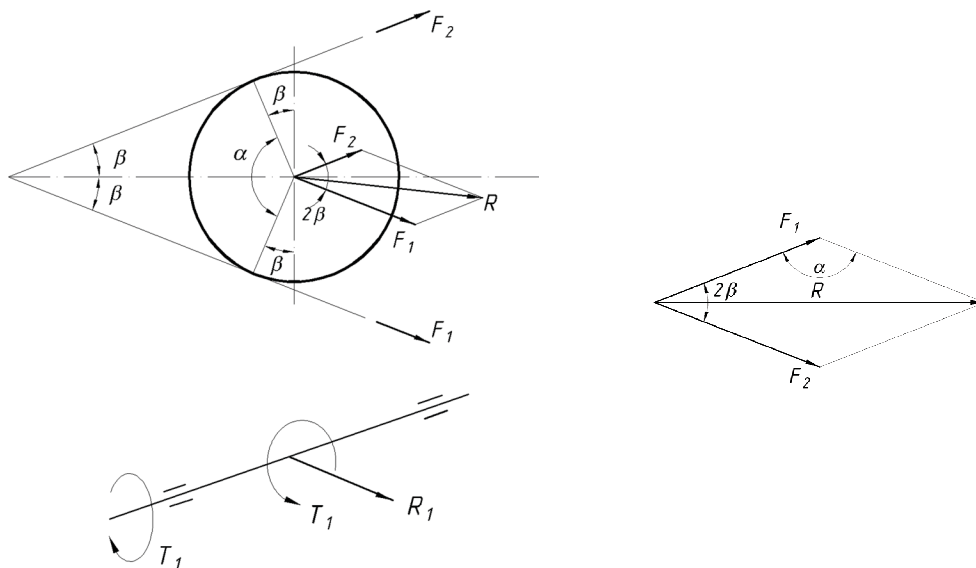


Рисунок 8.30 - Навантаження на вали пасової передачі

За теоремою косинусів

$$R^2 = F_1^2 + F_2^2 - 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos \alpha.$$

Оскільки

$$\cos \alpha = \cos(180^\circ - 2\beta) = -\cos 2\beta,$$

$$R^2 = F_1^2 + F_2^2 - 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos 2\beta.$$

$$R \approx (F_1 + F_2) \cos \beta = 2 \cdot F_0 \cos \beta;$$

$$2\beta = 180^\circ - \alpha;$$

$$\beta = 90^\circ - \frac{\alpha}{2}.$$

$$R = 2 \cdot F_0 \sin \frac{\alpha}{2}, \quad (8.43)$$

Критерії працездатності пасових передач

Критерії працездатності пасових передач: тягова спроможність - надійність зчеплення ремня зі шківами та довговічність, що визначається втомою паса. **Тягова здатність** - надійність зчеплення паса зі шківами та **довговічність**, що визначається втомою паса.

Питання для самоперевірки

- 8.1 Які бувають циліндричні передачі?
- 8.2 Які три основні застосування зубчастих передач?
- 8.3 Які сили діють у зачепленні циліндричної прямозубої зубчастої передачі?
- 8.4 Які різні типи циліндричних зубчастих передач?
- 8.5 Які 4 функції зубчастих передач?
- 8.6 Яка функція циліндричного зубчастого колеса?
- 8.7 Що таке модуль у зубчастих передачах?
- 8.8 Який принцип дії зубчастих передач?
- 8.9 У яких випадках застосовується циліндрична передача?
- 8.10 Пасові передачі - принцип дії, типи пасів? Які паси найпоширеніші?
- 8.11 Переваги та недоліки пасових передач, області їх застосування?
- 8.12 Які види пасів розрізняють за формою їхнього поперечного перерізу?
- 8.13 Які переваги та недоліки мають пасові передачі порівняно з іншими видами передач?
- 8.14 Чому в приводах пасова передача є зазвичай швидкохідним щаблем?
- 8.15 Як визначити сили натягу в гілках паса під час роботи передачі?
- 8.16 Як визначити силу тиску на вал з боку шківів?
- 8.17 У чому сутність пружного ковзання паса на шківів?
- 8.18 Як визначити передавальне число пасової передачі з урахуванням пружного ковзання паса?
- 8.19 Як визначають діаметр малого шківів пасової передачі?

ТЕМА 9. ВАЛИ ТА ОСІ

План

9.1 Загальні вимоги до машин

9.2 Класифікація валів і осей. Основні конструктивні елементи валів.

Матеріали валів та осей

9.3 Розрахунки валів і осей

9.1 Загальні відомості

Вал призначений для підтримки розміщених на ньому зубчастих коліс, шківів, зірочок та інших деталей машин, а також для передавання крутильного моменту. Деякі вали (гнучкі, карданні, торсіонні) не підтримують деталі, що обертаються. Під час роботи вал випробовує згин і кручення, а іноді додатково розтяг і стиск [8, 9, 11, 12].

Вал сприймає радіальні й осьові сили (нормальні напруження) і передає до деталі обертаючий момент (дотичні напруження).

Вали завжди обертаються, тобто напруження: згину – знакозмінні, напруження розтягу (стиску) – постійні, кручення – залежать від характеру моменту. Деякі вали не підтримують обертові деталі й працюють тільки на кручення. Вал (рисунок 9.1) має дві або більше число опор, названих **підшипниками**. Частину валу, охоплену опорою, називають **цапфою**. Кінцеві цапфи йменують **шипками**, а проміжні – **шийками**.

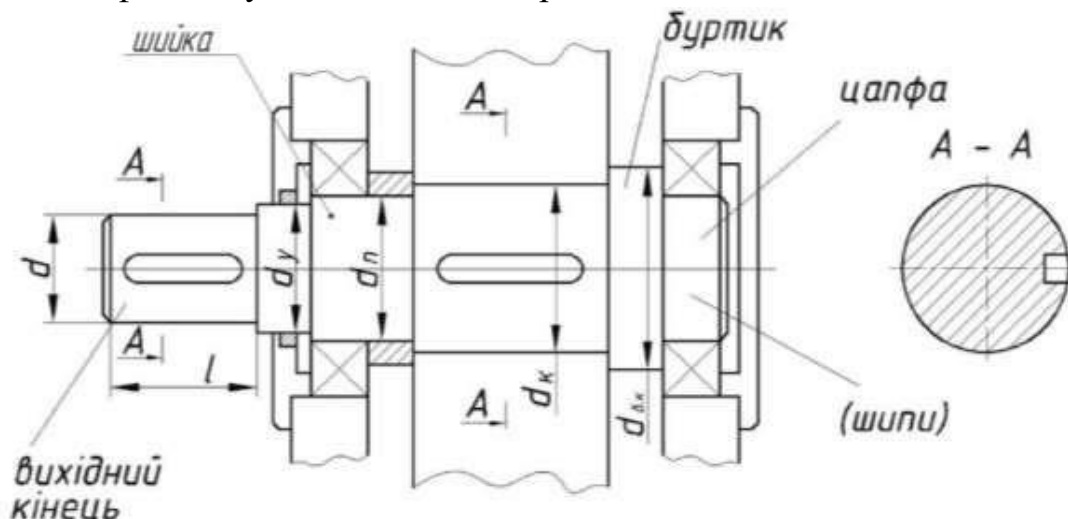


Рисунок 9.1 – Конструкція валу

Цапфи. Вони являють собою опорні ділянки, діляться на **шийки**, **шпину** і **п'яти**. Шип розташовується на самому кінці, виконує функцію передачі радіальних сил. Шийка розташована в центральній області. Шийки і шипи спираються на підшипники, за конфігурацією бувають циліндричними (найпоширеніші), сферичними, конічними. П'ята - це цапфа, що відповідає за передачу осьових навантажень. Вона підтримується підп'ятником, а за формою може бути гребінчастою

(сьогодні майже не застосовується), кільцевою або суцільною.

Посадкові поверхні, що поєднуються з маточинами насаджуваних елементів. Вони бувають конічними, циліндричними.

Перехідні ділянки, що відіграють роль концентраторів напружень і розташовуються між ступенями. Їх для зниження інтенсивності навантажень, що лягають, оснащують галтелями або канавками з округленнями. Перші являють собою криволінійні поверхні поступових переходів від меншого показника перерізу до більшого. Вони можуть мати змінні або постійні радіуси.

Буртик. Це кільцеве потовщення, що утворює з валом єдине ціле.

Запличник. Так називається перехідна область між перетинами, що розрізняються, яка забезпечує упор фіксованих деталей.

Віссю називають деталь, призначену тільки для підтримки встановлених на ній деталей. На відміну від вала **вісь** не передає крутильний момент.

Вісь сприймає й передає тільки радіальні й осьові сили, тобто сприймає тільки нормальні напруження (обертові – знакозмінні напруження згину; осі, що не обертаються – постійні в часі напруження згину).

9.2 Класифікація валів і осей. Основні конструктивні елементи валів. Матеріали валів та осей [8]

За призначенням вали ділять на вали передач (на них установлюють деталі передач) і корінні вали (на них установлюють додатково ще й робочі органи машини).

Вали передач бувають:

- машинні;
- трансмісійні;
- торсійні.

За геометричною формою вали ділять:

Прямолінійні

- гладкі з постійним діаметром (рисунок 9.2 а);
- ступінчасті (рисунок 9.2 б);
- з нарізаними на них зубчастими вінцями (вал-шестерня, вал - черв'як).

Колінчасті (рисунок 9.2 в).

Гнучкі (рисунок 9.2 г).

За конструкцією вали бувають:

- постійного діаметра;
- ступінчасті.

Вали постійного діаметра мають підвищену міцність через відсутність концентраторів напружень. Ступінчасті вали більш поширені, тому що забезпечують зручнішу збірку і фіксацію деталей.

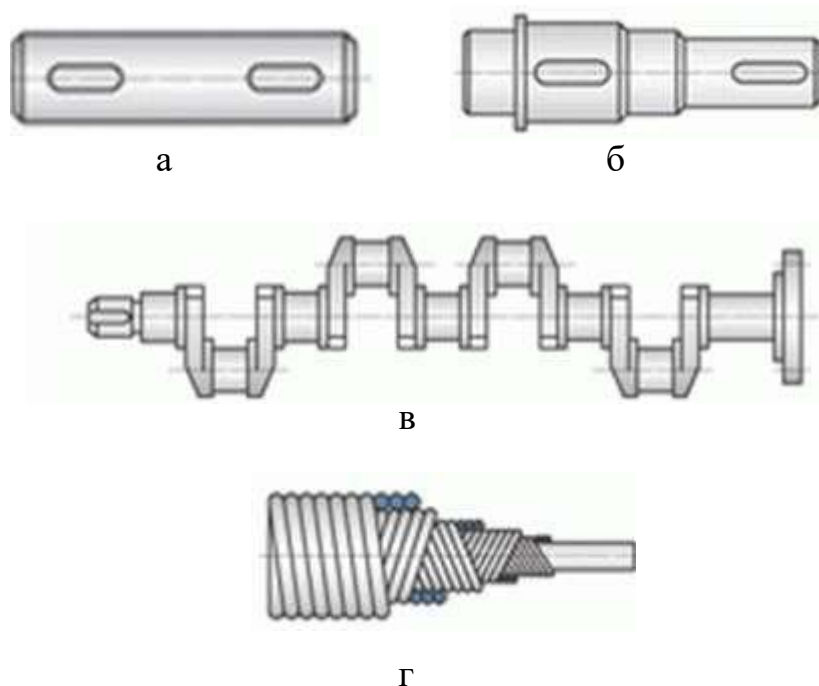


Рисунок 9.2 – Види валів за геометричною формою:
 а – прямолінійний гладкий; б – прямолінійний ступінчастий;
 в – колінчастий; г – гнучкий

Вали, які крім деталей передач несуть робочі органи машини, називаються **корінними**. Корінний вал верстатів з обертальним рухом інструменту або виробу називається **шпинделем**. Вал, що розподіляє механічну енергію по окремих робочих машинах, називається **трансмійним**. В окремих випадках вали виготовляють як одне ціле з циліндричною або конічною шестернею (вал-шестерня) або з черв'яком (валчерв'як).

Осі, що обертаються, як і вали, встановлюються в підшипниках. Прикладом обертових осей можуть слугувати осі залізничного рухомого складу, прикладом тих, що не обертаються, - осі передніх коліс автомобіля. Осі, що обертаються, навіть за незмінного зовнішнього навантаження працюють у важких умовах напруженого стану, що циклічно змінюється, але вони зручні в експлуатації, оскільки допускають застосування нормальних (виносних) підшипників. Нерухомі осі зазвичай працюють у сприятливіших умовах за постійних напружень або напружень, що мало змінюються, але для них потрібні складніші і менш зручні в експлуатації підшипники, вбудовані в деталі, що насаджуються на осі.

Основні конструктивні елементи валів

Конструкція валів визначається деталями, які на них розміщуються, і розташуванням опор [11].

Під час конструювання валів і осей беруть до уваги технологію складання та розбирання, механічну обробку, витрату матеріалу тощо.

У конструкції ступеневого вала умовно виділяють такі елементи: кінцеві ділянки; ділянки переходу від однієї ступені до іншої; місця посадки підшипників, ущільнень і деталей, що передають момент обертання. Кожен елемент має свою назву (рисунок 9.3).

Цапфа (Ц) - ділянка вала (осі), якою він спирається на підшипник.

Шипом називається цапфа, розташована на кінці вала (осі) і призначена для сприйняття, в основному, радіального навантаження.

П'ятою називається цапфа, розташована на кінці вала (осі) і призначена для сприйняття, в основному, осьового навантаження.

Шийкою називається проміжна цапфа, розташована в середній частині вала (осі).

Запличик (З) - перехідна торцева поверхня від одного перерізу вала (осі) до іншого, призначена для упору деталей, встановлених на валу або осі.

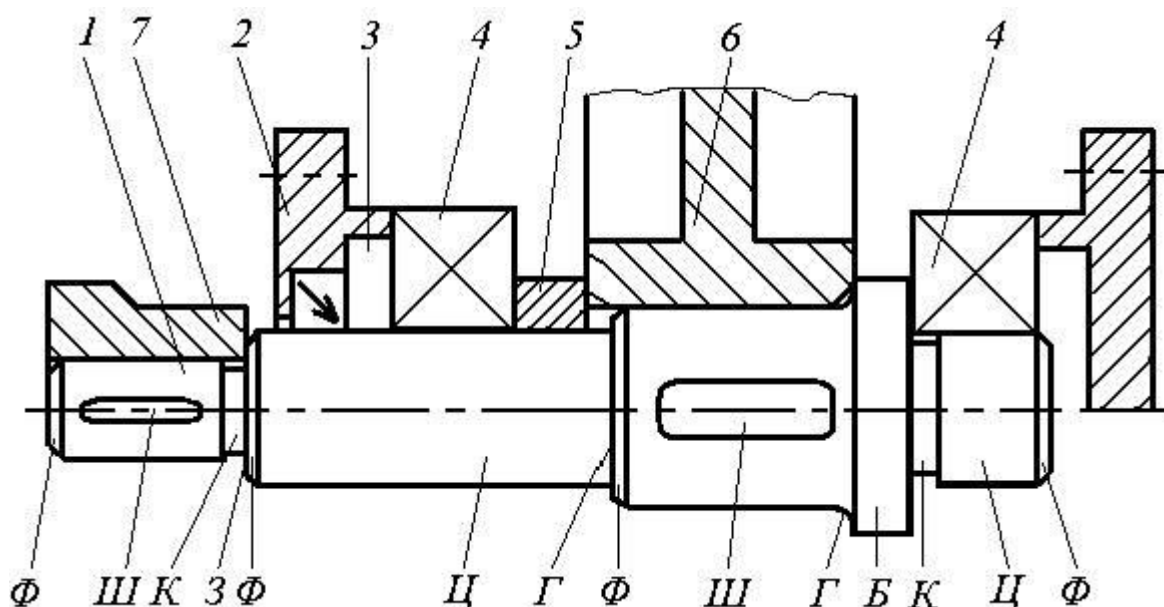


Рисунок 9.3 - Елементи валів

Буртик (Б) - кільцеві потовщення вала (осі), що становить одне ціле з валом (віссю).

Канавка (К) - поглиблення на поверхні меншого діаметра між сусідніми ступенями валів: призначена для щільного прилягання деталі, що насаджується, до запличка (буртика), виходу шліфувального круга, під час обробки поверхні меншого діаметра, виходу різьбонарізного інструменту. Ці канавки підвищують концентрацію напружень.

Галтель (Г) - криволінійна поверхня плавного переходу від меншого перерізу вала (осі), до плоскої частини запличка або буртика.

Фаска (Ф) - скошена частина бічної поверхні вала (осі) біля торця вала (осі), запличка, буртика. Служить для полегшення складання і запобігання травмуванню рук.

Радіуси заокруглень галтелей, розміри фасок приймають за ГОСТ 12080-66 залежно від діаметра вала.

Шпонковий паз (Ш) - заглиблення у валах для встановлення шпонок. Виконують на ділянках кріплення деталей, що передають обертальний момент.

Завдяки масовому застосуванню валів і осей у механізмах, для них вироблено нормативи на виконання різних конструктивних елементів.

У більшості випадків вали виконують ступінчастими. Ця форма зручна у виготовленні і збірці. Уступи валів можуть сприймати великі осьові сили. Бажано, щоб кожна нероз'ємна деталь (маточина колеса, втулка, підшипник кочення і т. п.), яку насаджують на вал, проходила по валу до своєї посадкової поверхні без натягу для попередження пошкодження поверхонь і ослаблення посадок.

Посадочні поверхні під маточини деталей, посаджених на вал, виконують циліндричними або конічними. Найбільше застосування мають циліндричні поверхні як більш прості. Конічні поверхні застосовують для полегшення встановлення на вал і зняття з нього важких деталей, для забезпечення заданого натягу і для підвищення точності центрування деталей.

При конструюванні ступінчастого валу слід прагнути до мінімального числа ступенів, що скорочує число переходів і номенклатуру ріжучого і вимірювального інструмента і в свою чергу забезпечує технологічність і економічність конструкції.

Перепад діаметральних розмірів ступенів визначається необхідністю узгодження їх зі стандартними значеннями розмірів посадочних поверхонь маточин і підшипників, достатньою опорною поверхнею для сприйняття осьових сил при заданих розмірах перехідних поверхонь (радіусів закруглення крайок, розмірів фасок) і умовами збирання. Перепад діаметрів повинен бути мінімальним.

Передача осьових навантажень на вали від насаджених на них деталей і їх фіксування в осьовому напрямку здійснюють наступними способами:

- важкі навантаження: упором деталей в уступи на валу (буртики, заплечики), посадкою деталей з натягом;
- середні навантаження: гайками, штифтами;
- легкі навантаження: стопорними гвинтами, пружинними кільцями, клемовими з'єднаннями.

Для передач крутильних моментів застосовують шпонкові, шліцьові та інші з'єднання.

У конструкції ступеневого валу умовно виділяють: кінцеві ділянки, ділянки переходу між ступенями, місця посадки підшипників, ущільнень і деталей, що передають обертальний рух.

Кінцеві ділянки виконують циліндричними або конічними.

Перехідні ділянки валів між двома ступенями різних діаметрів

виконують наступними:

♦ З канавкою для виходу шліфувального круга або для виходу різьбонарізного інструменту (якщо на валу є різьбові ділянки). Найчастіше канавки мають ширину більше 3 мм і глибину більше 0,25...0,30 мм. Канавки повинні мати максимально можливі радіуси заокруглення для зменшення концентрації напружень. Канавки виконують на валах, діаметри яких визначаються з умови жорсткості, і на кінцевих ділянках валів, в перетинах яких виникають незначні згинальні моменти (рисунок 9.4) [8].

♦ З перехідною поверхнею – галтеллю постійного радіуса або спеціальної форми. Галтельний перехід (рисунок 9.5) виконують в тих випадках, коли за умовами міцності можна допускати високих рівнів концентрації напружень. У цьому випадку потрібна спеціальна заправка шліфувального круга по радіусу галтелі, що ускладнює виробництво. Перехідна поверхня спеціальної форми значно знижує концентрацію напружень, але технологічно трудомістка. Її застосування доцільно в відповідальних конструкціях.

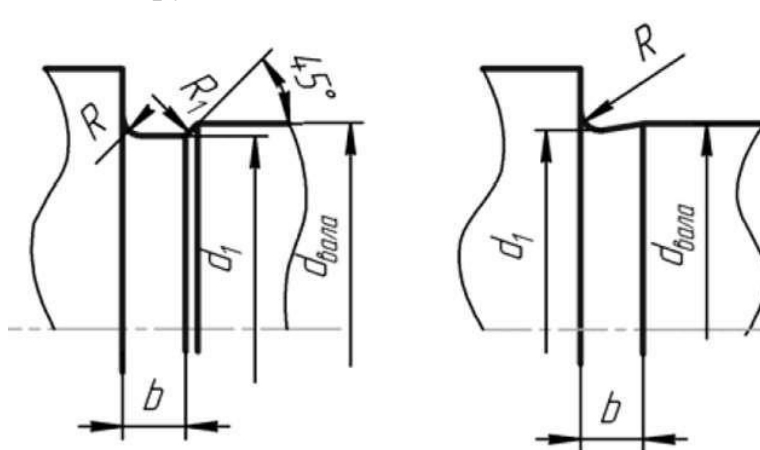


Рисунок 9.4 – Канавки для виходу шліфувального круга

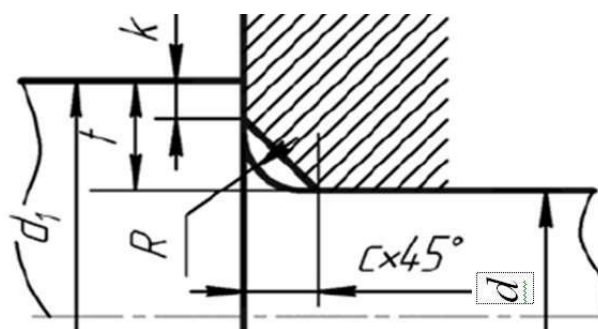


Рисунок 9.5 – Галтельний перехід

Матеріали валів та осей

Вибір матеріалу і термообробки валів визначається критеріями їхньої працездатності (жорсткість, об'ємна міцність і зносостійкість за відносних мікропереміщень, що спричиняють корозію), зокрема й критеріями працездатності цапф із опорами або шліцьових ділянок із маточинами

деталей, що на них розміщуються. Значимість останніх критеріїв у разі опор ковзання або рухомих шліцьових (шпонкових) з'єднань може бути навіть визначальною.

Для виготовлення валів і осей використовуються сталі вуглецеві (переважно марок 30, 40, 45 і 50) і леговані (40Х, 40ХН, 40ХНМА, 18ХНВА, 18ХГТ і ін.) у вигляді прокату або поковок. Це характерно, у першу чергу, для валів редукторів [8].

Невідповідальні і малонавантажені вали й осі, а також трансмісійні вали можна виготовляти зі сталі марок Ст3, Ст4.

Леговані сталі використовуються при необхідності обмеження ваги і габаритних розмірів валу, підвищення стійкості зубців шестірні, якщо вони нарізуються безпосередньо на валу (вал-шестірня), або стійкості шліцьових з'єднань. Найчастіше вали із цих сталей піддаються термообробці (поліпшенню, загартуванню СВЧ з попередньою цементацією).

9.3 Розрахунки валів і осей

Проектувальні розрахунки

Розрахунки валів на міцність виконують у кілька етапів [12].

Перший етап

Орієнтовний розрахунок, коли відомий тільки обертальний момент T на валу, але невідома довжина валу, а отже, і згинальні моменти на ділянках, орієнтовно визначають мінімальний діаметр $d_{\min}$ з умови міцності його тільки на кручення при знижених допустимих напруженнях $[\tau]_{\text{кр}} = 23 \dots 30 \text{ МПа}$:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot T}{\pi \cdot [\tau]}} \cong 6 \cdot \sqrt[3]{T}, \quad (9.1)$$

Мінімальний діаметр валу потрібний для подальшого виконання його ескізу та визначення діаметрів усіх ділянок валу з урахуванням конструктивних і технологічних факторів.

Другий етап

Проектний розрахунок із таким алгоритмом [8].

1 Визначити значення і напрям зусиль, діючих на вал

Основні навантаження на вали створюють сили, діючі в зубчастих і черв'ячному зачепленнях. Також визначають сили на консольному кінці вхідного або вихідного валу, якщо на ньому посаджений шків пасової передачі, муфта або зірочка ланцюгової передачі.

При визначенні напрямку сил, що виникають в зубчастих і черв'ячних передачах, слід враховувати, що на веденому колесі окружна сила є рушійною і спрямована у бік обертання. На ведучій шестерні (чи черв'яку) колова сила є реакцією з боку веденого колеса і спрямована у бік,

протилежний до обертання. Радіальні зусилля спрямовані до центру зубчастих коліс (осі черв'яка). Напрямок осевого зусилля в циліндричних передачах з похилим зубом залежить від напрямку нахилу зубця і напрямку обертання і, як правило, спрямоване всередину зубця колеса. У конічних прямозубих колесах осеве зусилля завжди спрямоване від вершини початкового конуса.

2 Зовнішні сили, діючі на деталі, привести до осі їх обертання і розкласти у взаємно перпендикулярних осевих площинах. Скласти схему завантаження валу.

Вали і осі, що обертаються, зазвичай розраховують як балки на шарнірних опорах. Приймають, що радіальні реакції F_R , діючі на опори, прикладені до осі валу в точках перетину з нею нормалей, проведених до середин контактних майданчиків на зовнішніх кільцях підшипників (рисунок 9.6). Відстань між цими точками залежить від схеми розташування підшипників і величини кута α – початкового кута контакту.

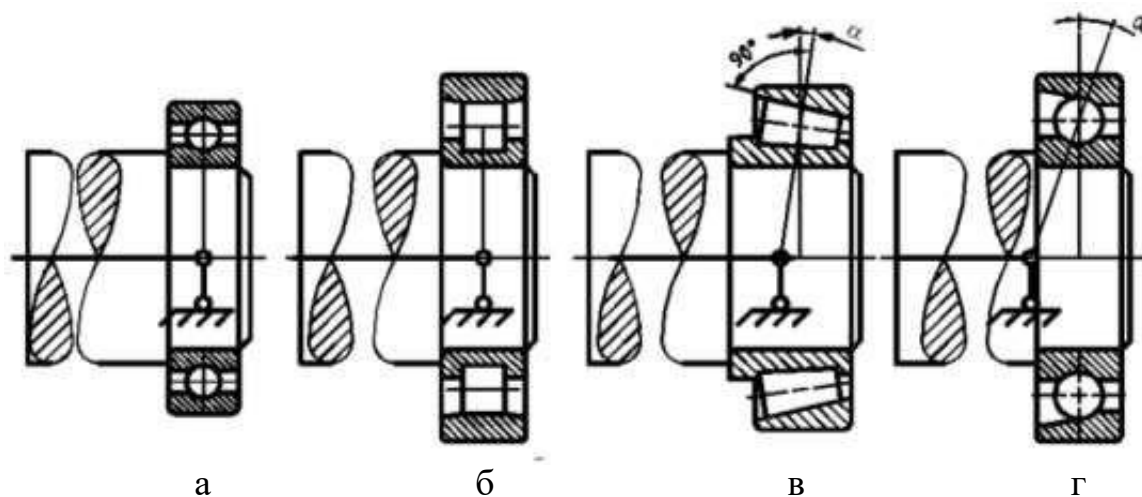


Рисунок 9.6 – Схеми до визначення положення опор:

- а – радіальний кульковий підшипник; б – радіальний роликовий підшипник; в – роликовий конічний підшипник; г – радіально-упорний кульковий підшипник

Навантаження від зубчастих коліс, шківів, зірочок і інших подібних деталей передаються на вали через поверхні контакту. У розрахунках валів ці навантаження замінюють зосередженими еквівалентними силами, прикладеними в середині або по краях маточини.

При дії на вал навантажень в різних площинах їх зазвичай розкладають на дві взаємно перпендикулярні площини. При відхиленнях сил від координатних площин на кут, менший 15° , їх можна поєднувати з цими площинами. Взаємно перпендикулярні площини умовно названі вертикальною («верт») і горизонтальною («гор»).

3 Визначити реакції опор в кожній з взаємно перпендикулярних площин.

Результуюча опорна реакція використовується як радіальне навантаження, діюче на підшипник.

4 Побудувати епюри згинаючих моментів, в кожній з координатних площин. Для валу додатково побудувати епюру обертаючого моменту.

Приклади схем завантаження валів і побудованих епюр згинаючих та обертаючого моментів представлені на рисунок 9.7.

5 Аналізом епюр встановити небезпечні перерізи валу. Для кожного небезпечного перерізу розрахувати сумарний згинаючий момент по формулі:

$$M_{зг\Sigma} = \sqrt{M_{зг\text{ верт}}^2 + M_{зг\text{ гор}}^2}, \quad (9.2)$$

6 Для валу знайти приведений момент в небезпечному перерізі за формулою

$$M_{\text{прив}} = \sqrt{M_{зг\Sigma}^2 + (\alpha \cdot T \cdot 10^3)^2}, \quad (9.3)$$

де α – поправочний коефіцієнт, що враховує різну міру небезпеки для матеріалу валу нормальних і дотичних напружень, коли вони міняються в часі по різних циклах.

Приблизно можна приймати:

- для механізмів, що працюють в реверсивному режимі, $\alpha = 1$;
- для інших механізмів $\alpha = 0,65$.

7 Виконати розрахунок діаметру осі за формулою:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{M_{зг\Sigma}}{0,1 \cdot (1 - \beta^4) \cdot [\sigma]_{зг}}}, \quad (9.4)$$

а валу за формулою:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{M_{\text{прив}}}{0,1 \cdot (1 - \beta^4) \cdot [\sigma]_{зг}}}, \quad (9.5)$$

де β – коефіцієнт суцільності;

$[\sigma]_{зг}$ – допустимі напруження згину.

$$\beta = \frac{d_{\text{вн}}}{d_{\text{зов}}}, \quad (9.6)$$

де $d_{\text{вн}}$ – внутрішній діаметр валу;

$d_{\text{зов}}$ – зовнішній діаметр валу.

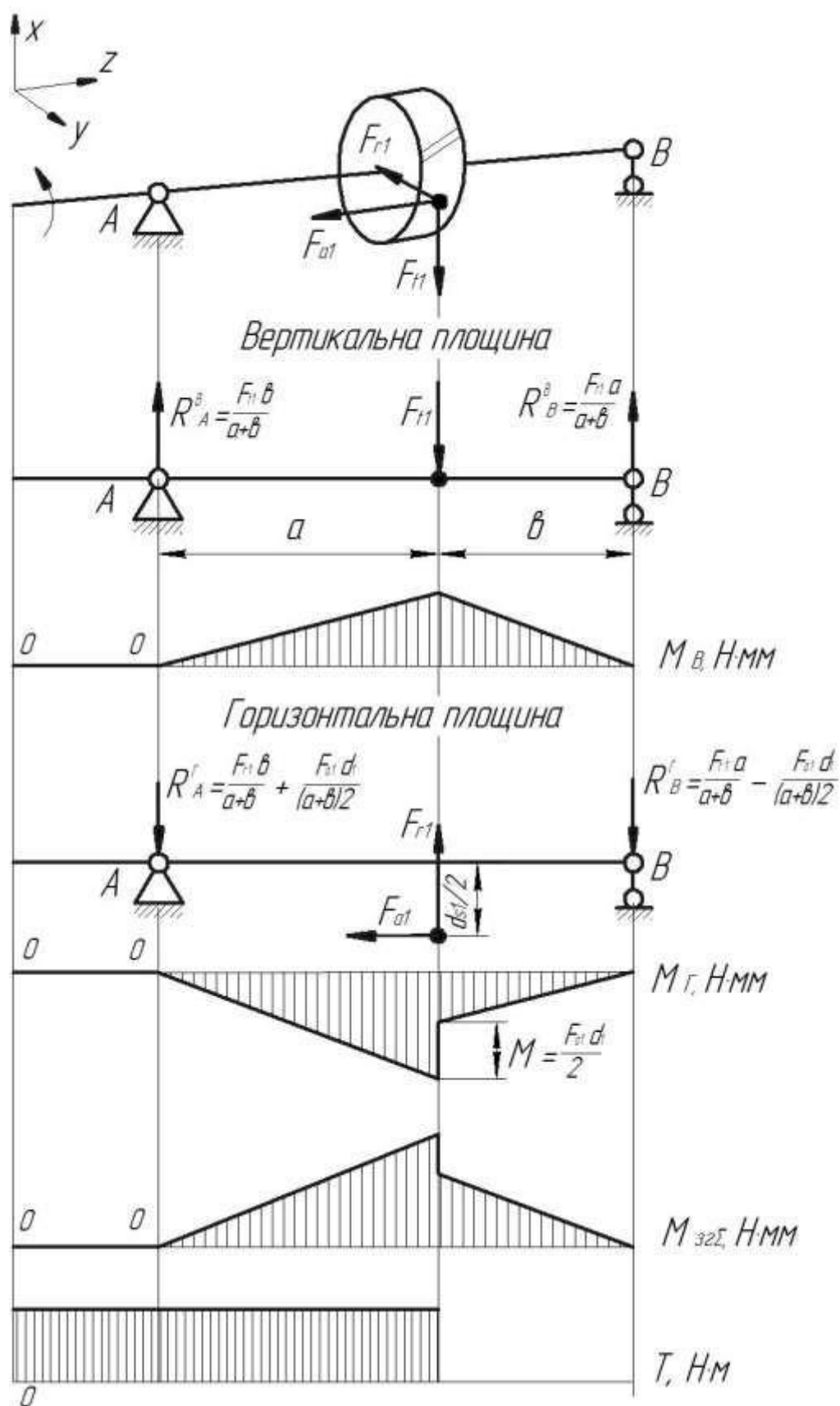


Рисунок 9.7 – Приклад схеми завантаження валу, епюр згинаючих і обертаючого моментів

Коефіцієнт суцільності β має сенс для порожнистого валу (осі) з центральним осьовим отвором в небезпечному перерізі. Значенням коефіцієнта β задаються з конструктивних міркувань. Якнайповніше використання можливостей матеріалу має місце при $\beta = 0,4 \dots 0,5$. Для суцільних, без центрального осевого отвору, валів (осей) $\beta = 0$.

Для валів і осей, що обертаються, $[\sigma]_{zg}$ рекомендується розраховувати по формулі:

$$[\sigma]_{zg} = \frac{\sigma_{-1}}{K_{\sigma D} \cdot S}, \quad (9.7)$$

де σ_{-1} - границя витривалості матеріалу за нормальними напруженнями валу при симетричному циклі навантаження;

S – запас міцності. Враховуючи наближеність розрахунку, приймають $S \geq 2,5$.

Для осей, що не обертаються:

$$[\sigma]_{zg} = \frac{\sigma_T}{S}, \quad (9.8)$$

де σ_T – границя текучості матеріалу валу за нормальними напруженнями;

S – запас міцності. Аналогічно попередньому.

Коефіцієнт $K_{\sigma D}$ враховує вплив усіх чинників на межу витривалості реальної деталі:

$$K_{\sigma D} = \left(\frac{K_{\sigma}}{K_{d\sigma}} + K_F - 1 \right) / K_V, \quad (9.9)$$

де K_{σ} – ефективний коефіцієнт концентрації напружень при симетричному згині;

$K_{d\sigma}$ – коефіцієнт впливу абсолютних розмірів поперечного перерізу валу;

K_F – коефіцієнт впливу шорсткості поверхні;

K_V – коефіцієнт впливу зміцнення, що вводиться для валів з поверхневим зміцненням.

Коефіцієнти K_{σ} , $K_{d\sigma}$, K_F , K_V вибираються із таблиць довідника.

Третій етап

Уточнений (перевірочний) розрахунок небезпечних перерізів валу. Такий розрахунок називають розрахунком на витривалість і в ньому

враховують характер зміни напружень, характеристики опору втомленості матеріалів, концентрацію напружень, вплив абсолютних розмірів, шорсткості поверхні й поверхневого зміцнення.

Розрахунок на витривалість полягає у визначенні запасу міцності фактичного напруженого стану в небезпечному перерізі відносно стану руйнування і порівнянні цього запасу зі значеннями, що допускаються:

$$S \geq [S], \quad (9.10)$$

Рекомендується, залежно від точності розрахунків приймати

$$[S] \geq 1,7 \dots 2,5. \quad (9.11)$$

Запас міцності S при спільній дії нормальних і дотичних напружень (вали) може бути розрахований по формулі:

$$S = \frac{S_\sigma \cdot S_\tau}{\sqrt{S_\sigma^2 + S_\tau^2}}, \quad (9.12)$$

Запас міцності по нормальним напруженням

$$S_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{K_{\sigma D} \cdot \sigma_a + \psi_\sigma \cdot \sigma_m}, \quad (9.13)$$

Запас міцності по дотичним напруженням

$$S_\tau = \frac{\tau_{-1}}{K_{\tau D} \cdot \tau_a + \psi_\tau \cdot \tau_m}, \quad (9.14)$$

При дії тільки нормальних напружень (осі)

$$S = S_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{K_{\sigma D} \cdot \sigma_a + \psi_\sigma \cdot \sigma_m}, \quad (9.15)$$

де σ_{-1} , τ_{-1} – границі витривалості відповідно при симетричному циклі згину і симетричному циклі кручення;

σ_a , τ_a – змінні складові циклів напружень;

σ_m , τ_m – постійні складові циклів;

$K_{\sigma D}$, $K_{\tau D}$ – сумарні коефіцієнти, що враховують вплив усіх чинників на опір втоми відповідно при згині і крученні.

Якщо зовнішні навантаження по положенню відносно деталі, що розраховується, незмінні

$$\sigma_a = \sigma_{зг}; \quad \sigma_m = \sigma_{p(c)}, \quad (9.16)$$

Перевірочний розрахунок на жорсткість [8]

Розрахунок на жорсткість полягає у визначенні і обмеженні деякими значеннями допустимої стріли прогину валу y (максимальною і в окремих небезпечних місцях), кута повороту валу в підшипниках Θ і повного відносного кута повороту двох валів в місцях закріплення зубчастих коліс (рисунок 9.8). Методи визначення прогинів і кутів повороту відомі з курсу «Механіка матеріалів і конструкцій». При практичних розрахунках широко користуються методом одиничних сил або принципом незалежної дії сил, який дозволяє вести розрахунок за готовими формулами, приведеними в довідковій літературі.

Прогини і кути повороту, знайдені в одній розрахунковій площині, складаються алгебраїчно (зі знаками), а знайдені у взаємно перпендикулярних площинах – квадратичним складанням:

$$y = \sqrt{y_{\text{верт}}^2 + y_{\text{гор}}^2}, \quad (9.17)$$

$$\theta = \sqrt{\theta_{\text{верт}}^2 + \theta_{\text{гор}}^2}, \quad (9.18)$$

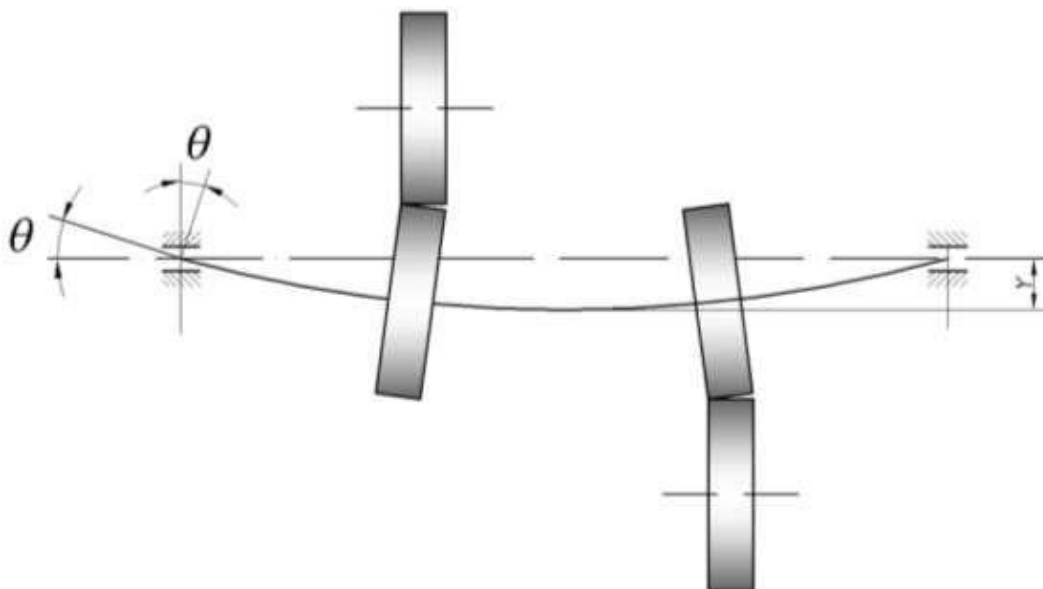


Рисунок 9.8 – Розрахункова схема валу на жорсткість

Враховуючи, що розрахунок значно ускладнюється різною жорсткістю валу на ділянках з різними діаметрами, в розрахунках зниженої точності умовно вважають діаметр валу величиною постійною, рівною деякому середньому значенню. Для розрахунку ступінчастих валів слід користуватися інтегралами Морю.

Гранично допустимі прогини, кути повороту валу у кожному конкретному випадку повинні призначатися з урахуванням особливостей конструкції валу, зв'язаних деталей і вузлів, а також усього механізму в

цілому.

Допустимі значення кутів повороту $[\theta]$ перерізу валу (у радіанах) в місцях розташування деталей приведені нижче:

1 Підшипники кочення:

- кулькові однорядні – 0,005;
- кулькові сферичні – 0,05;
- роликові циліндричні – 0,0025;
- роликові конічні – 0,0016.

2 Підшипники ковзання – 0,0010.

Для зниження концентрації навантаження на зубцях максимальний прогин валів, що несуть зубчасті колеса, зазвичай складає 0,0002...0,0003 від відстані між опорами ℓ , а допустимий прогин під колесами складає:

$0,01 \cdot m$ – для циліндричних;

$0,05 \cdot m$ – для конічних, гіпоїдних і глобоїдних передач;

$(0,01 \dots 0,006) \cdot m$ – для циліндричних черв'яків черв'ячних передач

(де m – модуль зачеплення).

Питання для самоперевірки

9.1 У чому полягає принципова відмінність між валом і віссю?

9.2 Які розрізняють види валів?

9.3 Як називаються опорні частини вала? Яка різниця між шипом і шийкою?

9.4 Назвіть основні критерії працездатності валів і осей і вкажіть, якими величинами вони оцінюються.

9.5 У чому полягає відмінність між проектним і перевірочним розрахунками вала?

9.6 Які допущення необхідні під час складання розрахункової схеми вала?

9.7 Яке призначення розрахунку валів на втомну міцність?

9.8 У яких випадках виконується розрахунок валів на згинальну жорсткість?

9.10 Поясніть, для чого під час розрахунку вала будують епюри згинальних і крутних моментів?

9.10 Які перерізи вала ймовірно небезпечні?

9.11 Укажіть конструктивні та технологічні способи підвищення втомної міцності валів.

9.12 У яких випадках вал перевіряють на втомну міцність?

9.13 Яка послідовність проектного розрахунку осей?

9.14 Чим відрізняється розрахунок нерухомих осей від розрахунку обертових?

9.15 Що називають цапфою, шипом, шийкою і п'ятою?

9.16 Що називають галтеллю?

9.17 Чому вали розраховують у два етапи: перший - проектний розрахунок, другий - перевірочний розрахунок?

ТЕМА 10. ОПОРИ ВАЛІВ

План

10.1 Загальні вимоги і класифікація

10.2 Підшипники ковзання. Загальні відомості. Класифікація. Матеріали підшипників ковзання

10.3 Підшипники кочення. Система умовних позначень підшипників кочення. Характеристика підшипників кочення. Вибір підшипників кочення

10.4 Розрахунки підшипників кочення

10.1 Загальні відомості і класифікація

Вали й обертові осі монтують на опорах, які визначають положення вала або осі, забезпечують обертання, сприймають навантаження і передають їх основі машини. Основною частиною опор є **підшипники** (рисунок 10.1), які можуть сприймати радіальні, радіально-осьові та осьові навантаження; в останньому випадку опора називається *підп'ятником*, а підшипник носить назву *упорного* [9, 11, 12].

Підшипники обертових осей деяких транспортних засобів (наприклад, залізничних вагонів) з переважним вертикальним навантаженням називають *буксами*.

За принципом роботи розрізняють **підшипники ковзання**, у яких цапфа вала ковзає опорною поверхнею, і **підшипники кочення**, у яких між поверхнею обертової деталі й опорною поверхнею розташовані тіла кочення.

Від якості підшипників значною мірою залежить працездатність, довговічність і ККД машин.

Основними видами опор у більшості машин нині є підшипники кочення.

У сучасному машинобудуванні підшипники ковзання застосовуються значно менше, ніж підшипники кочення, однак як опори валів або осей успішно використовуються в конструкціях, у яких застосування підшипників кочення утруднене чи неможливе або економічно недоцільне [8, 9].



Рисунок 10.1 – Приклади підшипників ковзання й кочення:

а – підшипник ковзання; б – підшипники кочення

Порівняльна характеристика підшипників наведена в таблиці 10.1.

Таблиця 10.1 – Порівняльна характеристика підшипників тертя – ковзання й кочення

Підшипники кочення	Підшипники ковзання
Переваги	
Високий ККД (менше тертя й опір пуску під навантаженням)	Простота конструкції. Відносно низька вартість.
Менші в 2...3 рази осьові розміри	Малі радіальні розміри
Економічні в експлуатації	Виготовлення доступне будь - якому заводу
Простота конструкції опор	Можливе виготовлення будь - якого типорозміру
Доступна вартість при масовому виробництві й взаємозамінність	Надійність на високих швидкостях обертання. Опір динамічним навантаженням. Видаваний шум незначний. Деякі підшипники (розбірні) можна встановити на вали непростой конфігурації без потреби знімати розміщені на валу деталі (наприклад, шестерні).
Економія кольорових металів	
Недоліки	
Висока чутливість до ударних і вібраційних навантажень	Потрібен регулярний контроль подачі мастила, наявності мастила та його якості.
Ненадійні у високошвидкісних приводах із-за нагріву і можливості руйнування сепараторів	Значні осьові розміри.
Порівняно більші радіальні розміри	Під час пуску тертя значне. Також, тертя збільшене при неякісному мастильному матеріалі. Значна витрата мастила, необхідність його очищення та охолодження.
Підвищений шум при високих швидкостях	Вплив на знос цапфи.
Відсутність роз'ємних конструкцій	Потребують використання дорогих кольорових металів і сплавів
Виготовлення доцільне тільки на спеціалізованих заходах	

Основні вимоги, пропоновані до підшипників:

- а) вільність обертання досить тривалий час;
- б) точність обертання;
- в) невеликі габарити;
- г) простота у виготовленні, монтажі, обслуговуванні;
- д) економічність.

10.2 Підшипники ковзання. Загальні відомості. Класифікація. Матеріали підшипників ковзання

Загальні відомості

Підшипники, що працюють за принципом тертя ковзання, називаються **підшипниками ковзання** (рисунок 10.2) [8, 9, 11, 12].

Найпростішим підшипником ковзання є отвір, розточений безпосередньо в корпусі машини, в який зазвичай вставляють втулку (вкладиш) з антифрикційного матеріалу.

Підшипник ковзання є парою обертання, він складається з опорної ділянки вала (цапфи) 1 і відповідно підшипника 2, у якому ковзає цапфа. У якості опор обертових осей і валів підшипники ковзання використовуються в конструкціях, у яких застосування підшипників кочення утруднене або неприпустиме з ряду причин: високі вібраційні й ударні навантаження; низькі й особливо високі частоти обертання; підвищені вимоги до стабільності й точності положення валів і ін.; робота у воді, агресивних середовищах; робота при недостатньому змазуванні або без змазування; необхідність виконання діаметрального роз'єму; відсутність підшипників кочення необхідних діаметрів (мініатюрні й особливо великі вали) і ін. Надійність роботи підшипників визначає працездатність і довговічність машин.

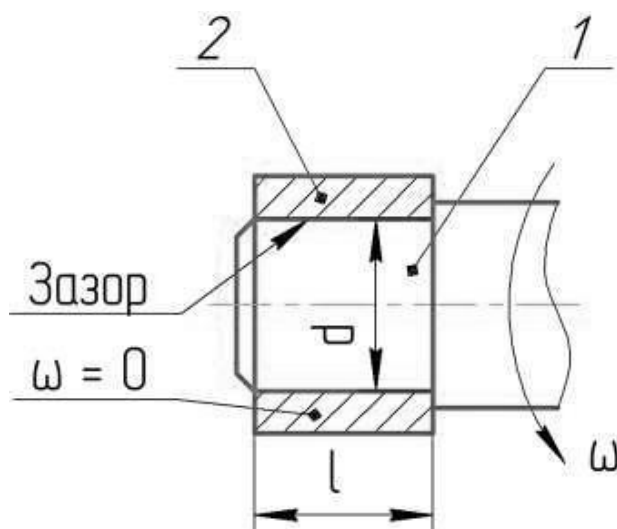


Рисунок 10.2 – Цапфа в опорі ковзання

Підшипникам ковзання властиві й деякі недоліки. Так, важко

навантажені підшипники, що працюють при високих частотах обертання, потребують примусового підведення під тиском мастильного матеріалу (мастила, води й ін.) для підтримки режиму рідинного тертя й відводу теплоти, що виділяється. Підшипники зі звичайними мастилами надійно працюють лише при температурі не вище 150° С. При роботі в умовах знижених температур зростає пусковий момент через згущення мастила. Завдяки безшумності й зазначеним вище перевагам, а також по конструктивних і економічних міркуваннях опори ковзання знаходять широке застосування в парових і газових турбінах, двигунах внутрішнього згоряння, відцентрових насосах, центрифугах, металообробних верстатах, прокатних станах, важких редукторах та ін.

Класифікація підшипників ковзання

Основні класифікаційні ознаки підшипників ковзання наведені на рисунку 10.3 [9].

За видом навантаження:

- статично навантажений підшипник ковзання;
- динамічно навантажений підшипник ковзання.

За напрямком сприйманих навантажень:

- радіальний підшипник ковзання, що сприймає навантаження, спрямоване перпендикулярно до осі обертання вала;
- упорний підшипник ковзання, що сприймає навантаження, спрямоване вздовж осі обертання вала;
- радіально-упорний підшипник ковзання, здатний сприймати навантаження в осьовому і радіальному напрямках.

За видом мастила:

- аеростатичний підшипник;
- аеродинамічний підшипник;
- гідростатичний підшипник;
- гідродинамічний підшипник;
- вібродемпферний підшипник, у якому повне розділення поверхонь досягається за рахунок тиску, що виникає в мастильному матеріалі внаслідок їхнього взаємного переміщення вздовж нормалі до поверхні;
- гідростатодинамічний підшипник призначений для роботи як за гідродинамічного, так і за гідростатичного змащення;
- підшипник ковзання з твердим мастильним матеріалом;
- підшипник, що працює без змащення;
- самозмащувальний підшипник (змащення забезпечується підшипниковим матеріалом, компонентами, що входять до нього, або твердими змащувальними покриттями);
- самозмащувальний пористий підшипник (сполучені пори заповнені мастильним матеріалом);
- підшипниковий вузол із системою змащення - вузол, що містить резервуар із мастильним матеріалом, і засоби його подачі до поверхонь тертя.

За конструкцією:

- підшипник круглоциліндричний;
- підшипник некруглоциліндричний (поперечні перерізи внутрішньої поверхні відрізняються за формою від кола);
- багатоклиновий підшипник - радіальний підшипник ковзання, що має кілька циліндричних поверхонь, розташованих так, що два або більше масляних клина утворюються по колу підшипника;
- сегментний наполегливий підшипник (несуча поверхня складається з нерухомих сегментів); 5) самоустановлювальний сегментний радіальний підшипник (несуча поверхня складається із сегментів, що вільно встановлюються відносно вала під дією тиску в мастильному шарі);
- самоустановлювальний сегментний упорний підшипник (несуча поверхня складається із сегментів, що вільно встановлюються для створення масляного шару відносно п'яти під дією тиску в мастильному шарі);
- підшипник із плаваючою втулкою (втулка має змогу ковзати відносно вала та внутрішньої поверхні корпусу підшипника);
- вузол підшипника ковзання в зборі складається з підшипника ковзання (радіального та/або упорного), поміщеного в корпус на лапах або з фланцем;
- самовстановлювальний підшипник - підшипник, конструкція якого забезпечує його самовстановлення щодо сполученої поверхні.



Рисунок 10.3 – Основні класифікаційні ознаки підшипників ковзання наведені на

Матеріали підшипників ковзання

Основними вимогами, що висуваються до матеріалу вкладиша, є:

- малий коефіцієнт тертя f у парі з валом;
- зносостійкість;
- припрацьовуваність;
- змочуваність маслом;
- теплопровідність.

Вкладиші підшипників ковзання бувають металеві, металокерамічні та неметалеві.

Металеві вкладиші мають найбільше поширення завдяки своїй високій міцності та хорошій теплопровідності.

Металеві вкладиші виконують із бронзи, алюмінієвих сплавів і антифрикційних чавунів. Найкращі антифрикційні властивості мають олов'яністі бронзи Бр010Ф1, Бр04Ц4С17 тощо. Алюмінієві (БрА9ЖЗЛ і др.) і свинцеві (БрС30) бронзи застосовують із загартованими цапфами. Найчастіше використовують бабіти - сплави на основі олова, свинцю, сурми та ін., марки Б83, Б90, Б92, БС; вони мають невелику твердість (НВ 20-35) і мало зношують вал.

Вкладиші з бабітовою заливкою застосовують для відповідальних підшипників за важких і середніх режимів роботи (компресори, дизелі та ін.).

Бабіт-сплав на основі олова і свинцю є одним із найкращих антифрикційних матеріалів. Його заливають тонким шаром на робочу поверхню втулки.

У маловідповідальних тихохідних механізмах використовують чавунні вкладиші (АЧС-1 та ін.)

Металокерамічні вкладиші виготовляють пресуванням і подальшим спіканням порошків міді або заліза з додаванням графіту, олова або свинцю. Пористість цих вкладишів дає змогу просочувати їх маслом і використовувати їх довго, без підведення мастильного матеріалу. Такі вкладиші застосовують у тихохідних механізмах і у вузлах, важкодоступних для підведення масла.

Неметалеві матеріали застосовують у підшипниках гребних гвинтів, насосів, харчових машин тощо. Матеріал неметалевих вкладишів: текстоліт, фторопласт, деревощаруваті пластики, гума. Ці матеріали добре припрацьовуються, можуть працювати при змочуванні водою.

Види руйнувань і критерії працездатності підшипників ковзання

Обов'язковою умовою роботи підшипника ковзання є наявність масляного шару між поверхнями, що труться, для утворення якого в посадці повинен забезпечуватися гарантований зазор. У підшипниках має місце рідинне, напіврідинне і граничне тертя [9].

Найменші втрати (f 0,001-0,003) і найменший знос спостерігається за рідинного тертя. При ньому втрати визначаються коефіцієнтом тертя f у потоці рідини, що надійно розділяє поверхні, які труться.

Граничне тертя характеризується дуже тонким шаром мастила (менше 0,1 мк), що розділяє поверхні, які труться. Прикордонний тонкий шар мастила має особливі властивості, що залежать від природи і стану поверхонь, що труться, і утворює стійкі плівки на поверхнях деталей.

Напіврідинне тертя - змішане.

Рідинне тертя виникає лише в спеціальних підшипниках за дотримання певних умов. Більшість підшипників ковзання працюють в умовах напіврідинного тертя, а в періоди пуску і зупинки - в умовах граничного тертя.

Підшипники ковзання можуть вийти з ладу з таких причин:

1) Абразивний знос є результатом роботи підшипників ковзання в умовах граничного (напівпускового) тертя, а також наслідком потрапляння з мастилом абразивних частинок.

2) Задир або заїдання виникають у разі перегріву через зниження в'язкості оливи: масляна плівка місцями розривається, утворюється металевий контакт із температурними піками. Причиною заїдання можуть слугувати перекося валів, а також перевантаження, які теж призводять до видавлювання мастила.

3) Втомлювальне вифарбовування поверхні відбувається досить рідко і здебільшого характерне під час дії навантажень за віднульовим (пульсуючим) циклом.

4) Корозія робочих поверхонь.

Критеріями працездатності підшипників в умовах недосконалого мастила (граничне і напіврідинне) є зносостійкість і опір заїданню.

Для рідинного тертя таким критерієм є збереження мінімальної товщини масляного шару за заданих режимів роботи (кутова швидкість, питомий тиск, температура і в'язкість масла).

10.3 Підшипники кочення. Система умовних позначень підшипників кочення. Характеристика підшипників кочення. Вибір підшипників кочення

Основна відмінність підшипників кочення від ковзання полягає в зниженому витрачанні енергії на тертя і зменшенні експлуатаційного зносу [8, 9, 11, 12].

Підшипник кочення (рисунок 10.4) у загальному випадку складається із зовнішнього кільця, внутрішнього кільця, тіла кочення і сепаратора, який суттєво зменшує втрати на тертя.

Є типи, які функціонують без сепаратора. У них збільшена кількість деталей, підвищена вантажопідйомність, але значно нижчі граничні параметри частоти обертання через збільшений момент опору, що виникає в тертьових, нерозділених кульках.

Підшипники кочення стандартизовані. Їх виготовляють в умовах високоспеціалізованого масового виробництва підшипникові заводи. Тому інженерові вкрай рідко доводиться проектувати підшипники кочення.

Незрівнянно частіше потрібно підібрати підшипник для вузла опори, спроектувати корпус опори, забезпечуючи технологічність, контроль і ремонтпридатність вузла, а також оцінити залишкову довговічність підшипника при модернізації або формуванні режиму роботи встаткування.

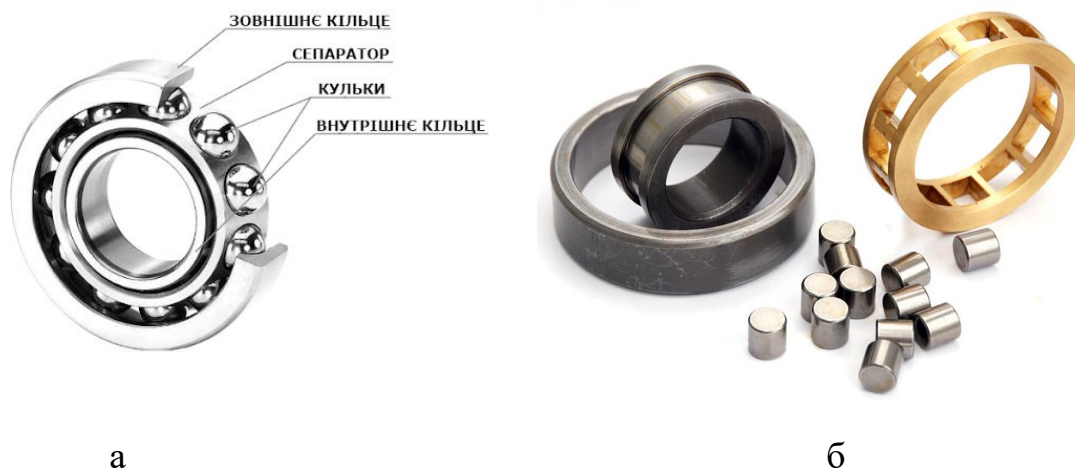


Рисунок 10.4 – Конструкція підшипника:
а – кулькового; б – роликового

Кулькові підшипники швидкохідніші та дешевші від роликових, які мають вищу навантажувальну здатність, потребують жорстких валів і самі більш жорсткі, ніж кулькові підшипники.

Голчасті підшипники використовують при:

- дуже стиснених радіальних габаритах;
- колових швидкостях вала до 5 м/с;
- коливальних рухах (муфти карданних валів, поршневі пальці).

Класифікація підшипників кочення

До основних ознак, за якими класифікуються підшипники кочення, належать:

♦ Форма тіл кочення:

- кулькові (рисунок 10.5 а);
- роликові можуть бути:
 - з циліндричними короткими (рисунок 10.5б);
 - довгими (рисунок 10.5в) роликами;
 - крученими або витими (рисунок 10.5г);
 - бочкоподібними (рисунок 10.5д);
 - конічними (рисунок 10.5е);
 - голчастими роликами (рисунок 10.5ж);
- комбіновані.

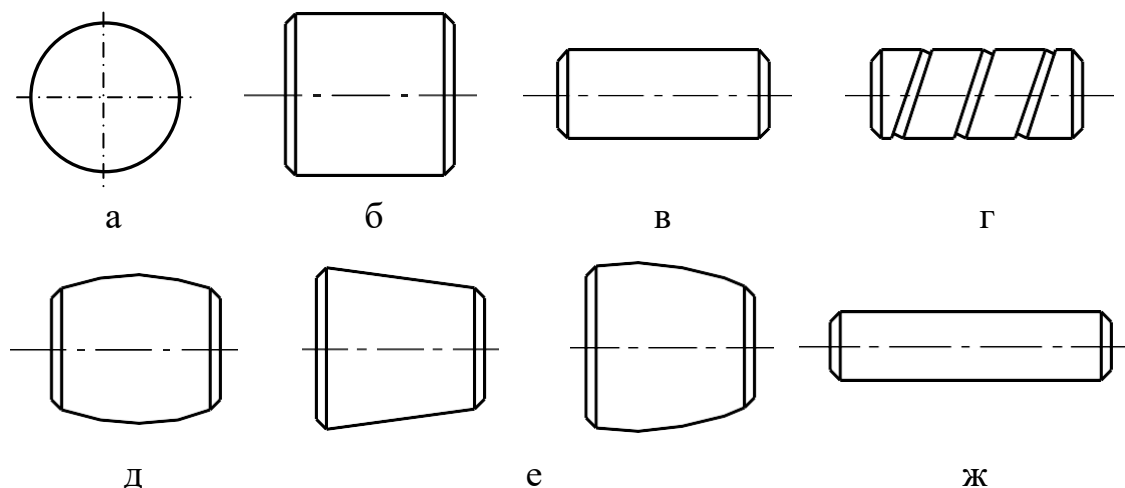


Рисунок 10.5 – Форми тіл кочення

♦ **Напрямок навантаження, що сприймається підшипником, відносно осі вала:**

- підшипники радіальні (рисунок 10.6 А, D, E, F, L);
- підшипники радіально-упорні (рисунок 10.6 B, C, G, H, I, J, K, M, N, O);
- підшипники упорно-радіальні;
- упорні підшипники (рисунок 10.6 P, Q, R, S, T);
- ще підшипники комбінованого типу, один ряд яких складають кулькові, другий - роликові тіла кочення (рисунок 10.6 U).

♦ **Число рядів тіл кочення:**

- однорядні;
- дворядні;
- чотирирядні;
- багаторядні.

♦ **Здатність підшипників самовстановлюватися в опорі:**

- ті, що не самовстановлюються;
- самовстановлювальні (рисунок 10.6 C, N).

♦ **Наявність або відсутність захисного шару внутрішньої порожнини підшипника:**

- з ущільнювачами;
- із захисними шайбами.

♦ **Спосіб монтажу підшипників в опорі:**

- з упорним бортом (на зовнішньому кільці);
- зі стопорною канавкою на зовнішньому кільці;
- зі стяжними втулками;
- із закріплювальними втулками.

Заводи-виробники випускають як підшипники зі стандартними конструкціями, так і спеціальні підшипники, конструктивні особливості яких обговорюють і погоджують в індивідуальному порядку.

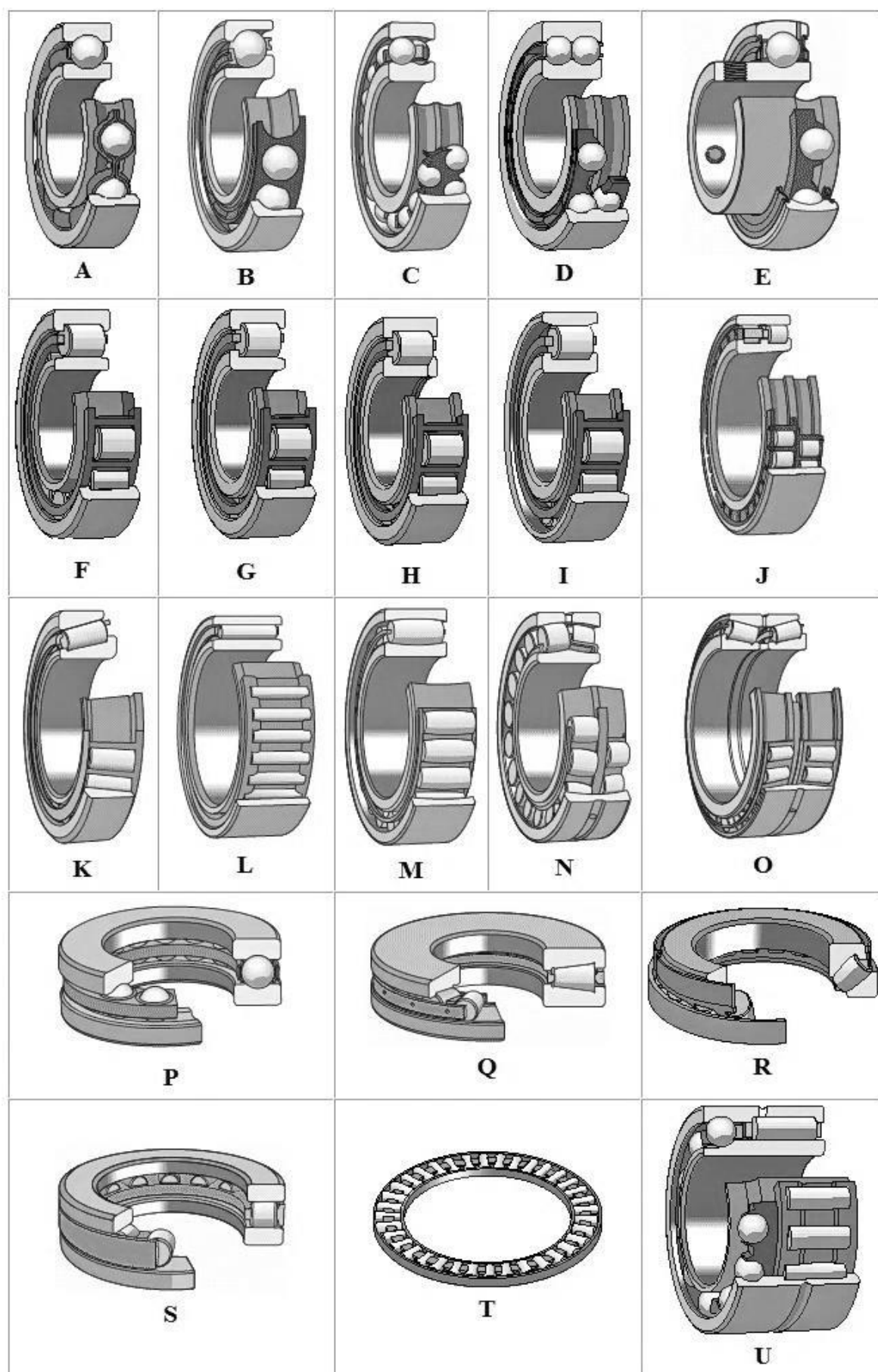


Рисунок 10.6 – Класифікація підшипників

♦ За відносними габаритними розмірами підшипники поділяються на серії (рисунок 10.7):

- надлегку;
- особливо легку (1);
- легку (2);
- середню (3);
- важку (4);
- легку широку (5);
- середню широку (6).

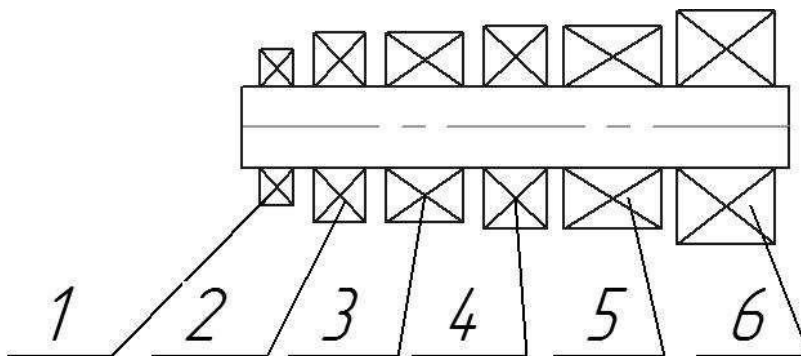


Рисунок 10.7 – Серії підшипників кочення

♦ За таким параметром, як ширина (для упорних підшипників, висота) виділяється п'ять серій

При цьому d є величиною постійною, а ширина (B) і/або висота (T), змінними. Є такі серії:

- особливо широкі;
- нормальні;
- особливо вузькі;
- широкі;
- вузькі.

♦ За точністю виготовлення підшипники кочення поділяються на класи:

- нормального (0);
- підвищеного (6);
- високого (5);
- особливо високого (4);
- надвисокого (2).

♦ Точність підшипника

• - 2 - осьове биття внутрішньої обойми не перевищує 2,5 мкм - ця точність вважається **надвисокою**;

- 4 - аналогічне биття $\leq 3,0$ мкм - точність **особливо висока**;
- 5 - биття $\leq 5,0$ мкм - точність **висока**;
- 6 - биття $\leq 10,0$ мкм - точність **підвищена**;
- 0 - биття $\leq 20,0$ мкм - точність **нормальна**.

Існує ще два класи, дуже рідко використовувані:

- 6X - цей клас мають тільки окремі роликопідшипники кінцевого типу;
- 7, 8 - іменуються грубими (клас нижче нульового).

Замовнику, який обирає клас точності, слід розуміти, що вищий цей показник, то дорожчий виріб.

Система умовних позначень підшипників кочення

Умовні позначення підшипників кочення складаються із основного і додаткових позначень, які можуть бути розташовані праворуч і ліворуч від основного умовного позначення. Умовні позначення наносяться на торцях кілець підшипників (рисунок 10.8).

Позначення підшипників складаються з цифр, що умовно характеризують його основні параметри. Умовними позначеннями характеризуються залежно від місця, займаного в них цифрами (*справа наліво*):



Рисунок 10.8 – Основні та додаткові позначення підшипників кочення

1-а і 2-а – посадочний діаметр внутрішнього кільця підшипника, частка від ділення внутрішнього діаметру d на 5 (для підшипників з d від 20 мм до 495 мм).

Вироби, що мають менші діаметри, мають власне унікальне маркування:

При $d = 10$ мм - 00;

12 мм - 01;

15 мм - 02;

17 мм - 03.

3-я – серія діаметрів, серія висот, серія ширин підшипника.

Перелік серій діаметрів вказаний у порядку збільшення розміру зовнішнього діаметру підшипника при однаковому внутрішньому діаметру. Перелік серій ширин або висот вказаний у порядку збільшення розміру ширини і висоти. Серія 0 у позначенні не вказується.

Наприклад:

8 або 9 – надлегка серія;

1 або 7 – особливо легка серія;

2 або 5 – легка серія;

3 або 6 – середня серія;

4 – важка серія;

9 – нестандартні підшипники.

4-а – основний тип підшипника.

0 – кулькові підшипники радіальні однорядні;

1 – кулькові підшипники радіальні дворядні сферичні;

2 – роликотпідшипники радіальні з короткими циліндричними роликами;

3 – роликотпідшипники радіальні дворядні сферичні;

4 – роликотпідшипники радіальні голчасті;

5 – роликотпідшипники радіальні з витими роликами;

6 – кулькові підшипники радіально-упорні;

7 – роликотпідшипники радіально-упорні конічні;

8 – кулькові підшипники упорні;

9 – роликотпідшипники упорні.

5-а і 6-а – конструктивні особливості підшипника.

7-а – серія ширин (висот) підшипника. Сполучення серії діаметрів і серії ширин (висот) утворюють розмірну серію підшипника:

- діаметрів: 0, 8, 9, 1, 7, 2, 3, 4, 5;

- ширин і висот: 7, 8, 9, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6.

8-а – клас точності підшипника вказується зліва від умовного позначення. По точності основних розмірів і точності обертання підшипники розділяють на класи 0,6,5,4 і 2 в порядку підвищення точності.

Додаткові знаки (цифри), що розташовані ліворуч від основного позначення:

9-а – означає, що підшипник виготовлено за спеціальними вимогами щодо радіальних зазорів. Радіальний зазор умовно позначають цифрами 6, 7, 8, 9. Якщо особливих вимог до радіального зазору немає (за наявності десятої цифри), то проставляють літеру М;

10-а – вказує на особливі вимоги щодо моменту тертя.

Додаткові знаки (букви), що розташовані праворуч від основного позначення (11, 12, 13, 14, 15...) означають: Ю – деталі підшипника із нержавіючої сталі; Х – деталі із цементованої сталі; Р – деталі із теплостійкої сталі; Г – сепаратор із чорних металів; Б – сепаратор із без олов'яної бронзи; Д – сепаратор із алюмінієвого сплаву; Л – сепаратор із латуні; Е – сепаратор із пластмаси; Я – деталі підшипника із скла, кераміки, пластмаси; М – роликотпідшипники з комбінованими роликами; К – конструктивні зміни деталей підшипника; Ш – спеціальні вимоги щодо шуму; У – додаткові вимоги до жорсткості, до радіальних зазорів, осьової гри, покриття; С – підшипники закритого типу, що змащені спеціальним мастилом; Т – спеціальні вимоги щодо температури відпускання.

Як правило, найпоширеніші підшипники мають скорочене позначення, наприклад:

305 – однорядний шарикопідшипник радіального типу, що належить до середньої серії, з діаметром наявного посадкового отвору, що дорівнює 25 мм.

2311 – радіальний роликотпідшипник з короткими тілами кочення циліндричної форми. Параметри: $d=55$ мм; серія - вузька середня; клас точності - нульовий.

6-7312 – роликотпідшипник радіально-упорний конічний середньої серії, з внутрішнім діаметром 60 мм, 6 класу точності.

Характеристика підшипників кочення [8]

Кулькові підшипники радіальні однорядні. Призначені, в основному, для сприйняття радіальних навантажень. Можуть сприймати одночасно радіальне і осьове навантаження, діюче в будь-якому напрямі, величина якого не повинна перевищувати 70% невикористаного допустимого радіального навантаження. Можуть працювати також при чисто осьовому навантаженні, якщо воно не перевищує 70% того радіального навантаження, на яке розрахований підшипник.

Підшипники цього типу найбільш швидкохідні, мають найменші втрати на тертя. При установці підшипників з великим перекосом можливе їх перегрівання, а також розрив сепараторів. Є одними з найбільш поширених і дешевих підшипників кочення. Характеризуються порівняно малою радіальною і осьовою жорсткістю, тому не рекомендуються для застосування у вузлах, що вимагають особливо точної фіксації валів. Застосовуються, в основному, для установки жорстких двоопорних валів з відстанню між опорами до 10 діаметрів валів.

Кулькові підшипники радіальні дворядні сферичні, і роликотпідшипники радіальні дворядні сферичні, (підшипники самовстановлювальні). Призначені, в основному, для сприйняття радіального навантаження. Можуть сприймати також в обидві сторони, одночасно з радіальним і невелике осьове навантаження, величина якого не повинна перевищувати 20% невикористаного допустимого радіального навантаження при заданій розрахунковій довговічності. Можуть працювати при значному перекосі ($2...3^\circ$) внутрішнього кільця відносно зовнішнього. Підшипники можна встановлювати у вузлах машин з корпусами, що стоять окремо, або при можливому неспівпаданні осей посадочних місць під підшипники (при розточуванні отворів в корпусах не за один прохід); використовувати для установки багатоопорних валів, двоопорних валів, схильних до значних прогинів (зокрема валів з навантаженням на консолі) і тому подібне.

Роликотпідшипники радіальні з короткими циліндричними роликами. Призначені для сприйняття тільки радіальних навантажень. Мають більшу (приблизно у 1,7 разу) здатність навантаження в порівнянні з кульковими підшипниками. Мають ряд конструктивних різновидів залежно від наявності бортів на бігових доріжках внутрішнього або зовнішнього кільця. Підшипники зазвичай вільно розбираються (кільця

знімаються один з одного), що створює великі зручності при монтажі і демонтажі підшипникового вузла. Підшипники дуже чутливі до перекосів. Рекомендована сфера застосування – короткі жорсткі двоопорні вали, точне розточування отворів в єдиному корпусі.

Роликopідшипники радіальні голчасті і роликopідшипники з витими роликами. Призначені для використання в опорах валів, на які діють тільки радіальні навантаження.

Роликopідшипники голчасті відрізняються підвищеною вантажопідйомністю, малими граничними частотами обертання і мають малі радіальні розміри. Широко застосовуються для роботи в режимі коливального руху. Вони такі чутливі до перекосів, що практично ніяких перекосів валів в опорах не допускають.

Роликopідшипники з витими роликами добре працюють при ударних навантаженнях, але мають знижену вантажопідйомність.

Кулькові підшипники радіально-упорні і роликopідшипники радіально - упорні конічні. Призначені для сприйняття навантажень, діючих як в радіальному, так і в осьовому напрямках. Одинарний підшипник може сприймати осьове навантаження, діюче тільки в одному напрямі. Його величина залежить від кута контакту тіл кочення із зовнішнім кільцем, який змінюється в межах $12...36^\circ$ залежно від серії підшипника.

У радіально-упорних підшипниках від дії радіальних навантажень виникають осьові реакції, які повинні бути сприйняті протилежною опорою, тому у вузлах машин вони завжди встановлюються попарно.

У конічних роликopідшипників і кулькових радіально-упорних, так званих магнітних підшипників, зовнішнє кільце знімне і вони зручні для монтажу і демонтажу.

Радіально-упорні підшипники застосовуються у вузлах машин з жорсткими валами, а також у вузлах, що вимагають регулювання внутрішнього зазору в підшипниках (осьова гра).

Конічні роликopідшипники дуже чутливі до осьової гри: при сильному затягуванні різко підвищується їх температура, при значній осьовій грі втрачається точність.

Вартість конічних роликopідшипників нижча за вартість кулькових радіально-упорних підшипників.

Кулькові дворядні радіально-упорні, роликові конічні дворядні і роликові чотирирядні підшипники. Виготовляються з попереднім натягом, при монтажі не регулюються, можуть сприймати значні радіальні і осьові навантаження змінного напрямку.

Упорні підшипники. Упорні підшипники підрозділяються на кулькові, які можуть бути одинарними і подвійними, і роликові одинарні з конічними роликами.

Підшипники призначені для сприйняття значних осьових навантажень, але можуть працювати лише при малих частотах обертання. Дуже чутливі до перекосу осей.

Вибір підшипників кочення

В процесі проектування конструктор вибирає тип, конструктивний різновид і габаритні розміри підшипників. Відомості про підшипники і рекомендацію по їх застосуванню приводяться в довідковій літературі.

При виборі підшипників необхідно враховувати наступне:

- величину і напрям дії навантажень (радіальна, осьова, комбінована);
- характер навантаження (постійна, змінна, вібраційна, ударна);
- яке з кілець обертається (внутрішнє або зовнішнє), частоту обертання;
- необхідний ресурс (у годинах або мільйонах оборотів) і надійність;
- стан довкілля (температуру, вологість, запилену);
- особливі вимоги до підшипників, що витікають з умов їх експлуатації (самоустанавлювальність, здатність допускати осьове переміщення валу, умови монтажу, вимоги до жорсткості і точності обертання, момент тертя, шумність);
- бажані розміри підшипника (посадочні розміри валу, діаметр отвору в корпусі, ширина);
- вартість підшипника і вузла в цілому.

Якщо немає особливих вимог до частоти і точності обертання, застосовують підшипники класу точності 0.

10.4 Розрахунки підшипників кочення

Критерії працездатності. Розрахунки підшипників кочення стандартизовані. Основними критеріями розрахунків є довговічність і статична вантажопідйомність [8, 11, 12]. Можливі три розрахункові випадки:

- при $n > 10 \text{ хв}^{-1}$ – втомна контактна міцність (довговічність);
- при $n = (1 \dots 10) \text{ хв}^{-1}$ – приймаємо $n = 10 \text{ хв}^{-1}$ – втомна контактна міцність (довговічність);
- при $n < 1 \text{ хв}^{-1}$ – статична контактна міцність.

Алгоритм розрахунків підшипників кочення по динамічній вантажопідйомності

Одним з основних видів руйнування підшипників є втомне зношування. Викришування поверхонь кочення при втомному зношуванні визначає довговічність підшипника кочення. Розрахунки на довговічність (ресурс) ґрунтуються на експериментальних даних, оброблених методами математичної статистики, причому під довговічністю розуміється властивість об'єкту зберігати працездатність до граничного стану, обумовленого в технічній документації. Показниками довговічності можуть служити ресурс або термін служби. Ресурс підшипника – це напрацювання до граничного стану, виражене в мільйонах оборотів або годинах, а термін служби підшипника – календарна тривалість його експлуатації до моменту настання граничного стану, виражена в роках, місяцях, кількості діб, годинах. Термін служби включає напрацювання

виробу і час простоїв.

Розрахункова довговічність (ресурс) в мільйонах обертів:

- кулькових підшипників

$$L = \left(\frac{C}{P} \right)^3, \quad (10.1)$$

- роликових підшипників

$$L = \left(\frac{C}{P} \right)^{\frac{10}{3}}, \quad (10.2)$$

Скоректована розрахункова довговічність (ресурс) в мільйонах обертів:

- кулькових підшипників

$$L_a = a_1 \cdot a_{23} \cdot \left(\frac{C}{P} \right)^3, \quad (10.4)$$

- роликових підшипників

$$L_a = a_1 \cdot a_{23} \cdot \left(\frac{C}{P} \right)^{\frac{10}{3}}, \quad (10.5)$$

де C – базова динамічна вантажопідйомність підшипника (для кожного підшипника заздалегідь підраховані і вказані в каталозі);

P – еквівалентне динамічне навантаження: радіальне – P_r або осьове –

P_a , а при змінних режимах роботи або P_{er} або P_{ea} ;

a_1 – коефіцієнт, що враховує надійність підшипників;

a_{23} – коефіцієнт, що враховує умови експлуатації підшипників і якість матеріалів деталей підшипників.

Скоректований розрахунковий ресурс підшипника в годинах

$$L_h = \frac{10^6}{60 \cdot n} \cdot L_a, \quad (10.6)$$

де n – число обертів кільця підшипника, хв.⁻¹.

Довговічність підшипника забезпечена якщо виконується умова

$$L_h \geq L_{h\text{потр}}, \quad (10.7)$$

де $Lh_{\text{номр}}$ – довговічність підшипника кочення, що потребується.

Еквівалентне динамічне навантаження на підшипники [8]

Під еквівалентним динамічним радіальним навантаженням P_r радіальних і радіально-упорних підшипників мають на увазі таке постійне радіальне навантаження, яке при прикладанні до підшипника з внутрішнім кільцем, що обертається, і нерухомим зовнішнім кільцем забезпечить такі ж ресурс і надійність, як і за дійсних умов експлуатації.

Під еквівалентним динамічним осьовим навантаженням P_a упорних і упорно-радіальних підшипників мається на увазі таке постійне осьове навантаження, при дії якого підшипник матиме такі ж ресурс і надійність, як і за дійсних умов експлуатації.

Еквівалентне динамічне радіальне навантаження для радіальних кулькових підшипників і радіально-упорних кулькових і роликових підшипників

$$P_r = (X \cdot V \cdot F_R + Y \cdot F_A) \cdot K_B \cdot K_T, \quad (10.8)$$

де F_R, F_A – радіальне і осьове зовнішні навантаження на підшипники відповідно;

X, Y – коефіцієнти радіального і осьового навантаження відповідно;

V – коефіцієнт обертання ($V = 1$ при обертанні внутрішнього кільця підшипника відносно напрямку радіального навантаження і $V = 1,2$ при обертанні зовнішнього кільця);

K_B – коефіцієнт безпеки;

K_T – температурний коефіцієнт.

Еквівалентне динамічне радіальне навантаження для однорядних і дворядних підшипників з короткими циліндричними роликами

$$P_r = F_R \cdot V \cdot K_B \cdot K_T, \quad (10.9)$$

Ці підшипники за відсутності бортів на одному з кілець не сприймають осьові навантаження. Підшипники з бортами на обох кільцях сприймають невеликі осьові навантаження, але прикладені вони не до доріжок кочення, а до бортів. Тому при розрахунку еквівалентних навантажень вони не враховуються.

Еквівалентне динамічне осьове навантаження для кулькових і роликових упорних і упорно-радіальних підшипників

Для упорних підшипників

$$P_a = F_A \cdot K_B \cdot K_T, \quad (10.10)$$

Для упорно-радіальних підшипників

$$P_a = (X \cdot F_R + Y \cdot F_A) \cdot K_B \cdot K_T, \quad (10.11)$$

Значення коефіцієнтів X і Y залежать від типу і конструктивних особливостей підшипника. Їх вибирають на підставі порівняння співвідношення $F_A / (V F_R)$, і параметра осьового навантаження e . Ці коефіцієнти можна вибрати безпосередньо по таблицях стандарту для підшипників.

Радіальне навантаження на підшипник F_R – це результуюча реакція в опорах А,В (див. розрахунок валів):

$$F_{R1} = \sqrt{(R_A^{\text{гор}})^2 + (R_A^{\text{верт}})^2}, \quad (10.12)$$

$$F_{R2} = \sqrt{(R_B^{\text{гор}})^2 + (R_B^{\text{верт}})^2}, \quad (10.13)$$

Осьові навантаження F_A на радіальні кулькові підшипники приймають рівними зовнішнім осьовим силам F_a , діючим на вал.

Осьові навантаження F_A на радіально-упорні підшипники (кулькові і роликові) визначають по зовнішній осьовій силі F_a , діючій на вал, і осьовим складовим F_{S1} і F_{S2} , які виникають в обох опорах при їх роздільному вантаженні (рисунк 10.9).

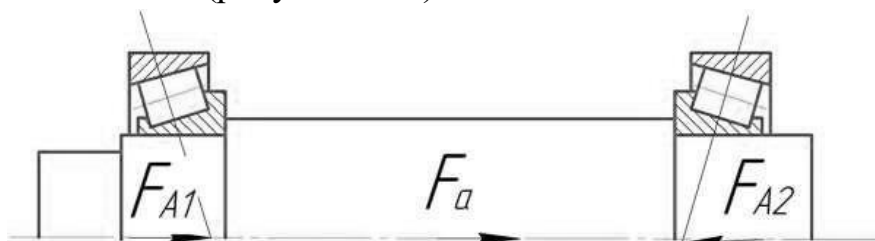


Рисунок 10.9 – Навантаження радіально-упорних підшипників

Завжди для двох радіально-упорних підшипників опор валу повинні зберігатися умови

$$F_{A1} \geq F_{S1}; \quad F_{A2} \geq F_{S2}, \quad (10.14)$$

і умова рівноваги валу

$$F_a + F_{A1} - F_{A2} = 0, \quad (10.15)$$

Осьову складову силу F_S , що виникає при радіальному вантаженні радіально-упорного підшипника знаходять із залежностей:

для конічних роликопідшипників

$$F_S = 0,83 \cdot e \cdot F_R, \quad (10.16)$$

для радіально-упорних кулькових підшипників

$$F_S = e \cdot F_R, \quad (10.17)$$

Алгоритм розрахунків підшипників кочення по статичній вантажопідйомності

Під базовою статичною вантажопідйомністю підшипника мається на увазі таке статичне навантаження (радіальне для радіальних і радіально-упорних підшипників, центральне осьове для упорних і упорно-радіальних підшипників), яке викликає загальну залишкову деформацію тіла кочення і доріжки кочення в найбільш навантаженій зоні контакту (за відсутності перекосів кілець підшипника), рівну 0,0001 діаметру тіла кочення.

Значення базової статичної вантажопідйомності для кожного підшипника заздалегідь підраховані і вказані в каталозі. Підшипники вибирають по статичній вантажопідйомності, якщо вони сприймають зовнішнє навантаження в нерухомому стані або при частоті обертання до 1×10^{-1} .

При розрахунку на статичну вантажопідйомність перевіряють, чи не буде зовнішнє радіальне або осьове навантаження перевершувати статичну вантажопідйомність, вказану в каталозі:

$$F_{0R} \leq C_{0r} \text{ і } F_{0a} \leq C_{0a}, \quad (10.18)$$

При дії на радіальні і радіально-упорні кулькові підшипники і радіально-упорні (конічні) роликотпідшипники комбінованих навантажень розрахунок статичної вантажопідйомності виконують по еквівалентному статичному радіальному навантаженню:

$$P_{0r} = X_0 \cdot F_R + Y_0 \cdot F_a, \text{ але не менше } F_R, \quad (10.19)$$

Значення коефіцієнтів X_0 і Y_0 дані в довідкових таблицях.

Еквівалентне статичне радіальне навантаження – статичне радіальне навантаження, що викликає таку ж загальну залишкову деформацію тіла кочення і доріжки кочення в найбільш навантаженій зоні контакту, що і деформація, що виникає в умовах дійсного навантаження.

Еквівалентне статичне осьове навантаження (поняття має той же сенс, що і еквівалентне статичне радіальне навантаження) на упорно - радіальні кулькові і роликові підшипники

$$P_{0a} = F_a + 2,3 \cdot F_R \cdot \operatorname{tg} \alpha, \quad (10.20)$$

При дії комбінованих навантажень повинні виконуватися умови:

$$P_{0R} \leq C_{0r} \text{ і } P_{0a} \leq C_{0a}, \quad (10.21)$$

Підшипники кочення є основним видом опор у машинах (автомобілях, сільськогосподарській і військовій техніці, літаках, верстатах тощо). Так, в одному автомобілі може застосовуватися понад 120 типорозмірів підшипників кочення, у літаку їх кількість може перевищувати 1000 шт. При цьому надійність та довговічність підшипників багато в чому визначає ресурс машини або механізму.

Види пошкоджень підшипників

Підшипники виготовляють у суворій відповідності з державними стандартами, вони мають відповідати доволі жорстким вимогам. Вони є одними з найбільш точних деталей, які випускаються в сучасному машинобудуванні. В ідеальних умовах підшипники можуть працювати протягом багатьох років, але в більшості випадків умови роботи далекі від ідеальних. Тому підшипники рідко реалізують свій ресурс і часто передчасно виходять з ладу.

Термін служби залежить від якості матеріалів, технології виготовлення, умов транспортування, зберігання та експлуатації. Найчастіше, про пошкодження свідчать такі характерні зовнішні ознаки:

- збільшена вібрація;
- шуми;
- підвищення температури корпусу.

Пошкодження підшипників кочення зазвичай виникають унаслідок зносу тіл і доріжок кочення, утворення на них пітінгу (викришування і втомного руйнування), подряпин і тріщин.

Причиною поломок можуть стати надмірні навантаження, різкі гальмування і старти, тривала робота обладнання в умовах, що не відповідають розрахунковим. Вихід з ладу часто пов'язаний із впливом таких факторів:

Надмірні навантаження. При таких умовах експлуатації в зоні контакту присутня недостатня кількість мастила, оскільки вона видавлюється з зони контакту.

Недостатня кількість мастила та її старіння. Недолік мастила в зоні кочення призводить до підвищеного зносу і поломки вузла.

Забруднення мастильного матеріалу. Часто відбувається через попадання в мастило твердих включень: металевої стружки, абразивних частинок, пилу і т. д., а при змащуванні в масляній ванні - при недостатньому фільтруванні оборотного масла. монтаж, хороше ущільнення підшипникових корпусів, фільтрування масла при оборотній системі змащування.

Якщо говорити про поширені дефекти підшипникових вузлів, варто зазначити таке:

- зношування доріжок і тіл кочення.
- нерівномірне знос елементів. Виникає як результат перевищення динамічної вантажопідйомності.

- вм'ятини, задираки або тріщини. Такі пошкодження підшипників можуть виникнути внаслідок високого статичного навантаження (наприклад, через вібрацію та ударні навантаження при транспортуванні або просте обладнання) або при малих навантаженнях і швидкостях обертання і при надмірно великому запасі вантажопідйомності підшипника внаслідок проковзання.

- втомлене руйнування. Є природним, оскільки з'являється навіть за правильної експлуатації вузла.

- збільшення вібрації при обертанні. Вібрація може виникнути внаслідок помилок при монтажі підшипника (наприклад, перекіс, неспіввісність), при збільшеному початковому радіальному та осьовому зазорі всередині пристрою.

- сліди проходження електричного струму. Дефект часто зустрічається в асинхронних двигунах під час використання підшипників без токоізолюючого покриття.

- корозія (сліди або глибокі пошкодження поверхні). Є одним з основних дефектів підшипників кочення.

Питання для самоперевірки

- 10.1 Які існують види підшипників?
- 10.2 У яких випадках застосовують підшипники кочення?
- 10.3 Назвіть переваги та недоліки підшипників ковзання?
- 10.4 Як працюють підшипники ковзання?
- 10.5 Які матеріали використовують для вкладишів?
- 10.6 Які види мастила застосовують у підшипниках ковзання, і чому рідинне мастило є найсприятливішим?
- 10.7 Які види руйнувань трапляються в підшипниках ковзання?
- 10.8 Чому потрібні роз'ємні підшипники?
- 10.9 Де застосовують упорні підшипники?
- 10.10 З яких деталей складаються підшипники кочення?
- 10.12 Які переваги та недоліки підшипників кочення порівняно з підшипниками ковзання?
- 10.13 За якими ознаками класифікують підшипники кочення?
- 10.14 Як класифікують підшипники кочення залежно від напрямку сприйманого навантаження?
- 10.15 Які види руйнування підшипників кочення?
- 10.16 Де рекомендується використовувати підшипники ковзання?
- 10.17 Від яких чинників залежить вибір підшипника?
- 10.18 Як проводять розрахунок підшипників кочення?
- 10.19 Де рекомендується використовувати підшипники ковзання?
- 10.20 У яких випадках доцільно використовувати підшипники кочення замість підшипників ковзання?

Список літератури

1. Інженерна механіка: навч. посібник / О. І. Литвинов та ін. Ніжин: ПП Лисенко М. М., 2011. 650 с.
2. Булгаков В. М., Литвинов О. І., Войтюк Д. Г. Інженерна механіка: підручник: Частина 1. Теоретична механіка / за ред. В. М. Булгакова. Вінниця: Нова Книга, 2006. 504 с.
3. Цурпал І. А. Механіка матеріалів і конструкцій: навч. посібник. Київ: Вища освіта, 2005. 367 с.
4. Штанько П. К. Теоретична механіка: навч. посібник. Запоріжжя: ЗНТУ, 2013. 376 с.
5. Павловський М. А. Теоретична механіка: підручник: Київ: Техніка, 2001. 510 с.
6. Писаренко Г. С., Квіт О. Л., Уманський Е. С. Опір матеріалів: підручник / за ред. Г. С. Писаренка. Київ: Вища школа, 1993. 655с.
7. Антонова Г. В., Бондаренко Л. Ю., Вершков О. О. Прикладна механіка: навч. посібник. Мелітополь: ВПЦ «Люкс», 2019. 202с.
8. Карнаух С. Г., Таровик М. Г. Деталі машин: курс лекцій для студентів технічних спеціальностей: Краматорськ: ДДМА, 2017. 261 с.
9. Деталі машин: підручник / А. В. Міняйло, Л. М. Тіщенко, Д. І. Мазоренко та ін. Київ: Агроосвіта, 2013. 448 с.
10. Павлище В. Т. Основи конструювання та розрахунок деталей машин: підручник. 2-е вид., перероб. Львів: Афіша, 2003. 560 с.
11. Деталі машин. Розрахунок та конструювання: підручник / Г. В. Архангельський та ін. Київ: Талком, 2014. 684 с.
12. Аблогін М. М., Буденко С. Ф. Деталі машин і основи конструювання: конспект лекцій. Мелітополь: ТДАТА, 2002. 275 с.
13. Дереза О. О., Коломієць С. М. Практикум з дисципліни «Інженерна механіка (ДМ)»: навч. видання. Мелітополь: ВПЦ «Люкс», 2019. 103 с.