

О.Г. Зінов'єва, С.В. Шаров, І.П. Паламарчук

Імітаційне моделювання та моделювання систем

Навчальний посібник



**Міністерство освіти і науки України
Таврійський державний агротехнологічний університет
імені Дмитра Моторного**

ЗІНОВ'ЄВА О. Г., ШАРОВ С. В., ПАЛАМАРЧУК І. П.

**ІМІТАЦІЙНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА
МОДЕЛЮВАННЯ СИСТЕМ**

Навчальний посібник

Запоріжжя
2025

УДК 004.94(075)

З 63

*Рекомендовано до друку вченою радою Таврійського державного
агротехнологічного університету імені Дмитра Моторного
(протокол №10 від 27.05.2025 р.)*

Рецензенти:

Ботузова Ю.В., д.пед.н., доцент, доцент кафедри математики та цифрових технологій Центральноукраїнського державного університету імені Володимира Вінниченка;

Дьомін О.А., д.пед.н., доцент, доцент кафедри транспортних технологій Національного університету біоресурсів і природокористування України;

Вершков О.О., к.т.н., доцент, завідувач кафедри інженерної механіки та комп'ютерного проектування Таврійського державного агротехнологічного університету імені Дмитра Моторного.

Зінов'єва О. Г., Шаров С. В., Паламарчук І. П.

З 63

Імітаційне моделювання та моделювання систем: навчальний посібник. Запоріжжя : ФОП Однорог Т.В., 2025. 203 с.

ISBN 978-617-7823-81-9

Навчальний посібник охоплює шість тем робочої програми дисципліни «Імітаційне моделювання та моделювання систем». У посібнику викладено основні поняття моделювання систем та імітаційного моделювання, розкрито етапи імітаційного моделювання систем, описані програмні засоби для створення імітаційних моделей, наведені приклади для імітаційного моделювання в системі GPSS World.

Навчальний посібник призначено для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня спеціальності ФЗ «Комп'ютерні науки», які вивчають дисципліну «Імітаційне моделювання та моделювання систем».

ISBN 978-617-7823-81-9

УДК 004.94(075)

© Зінов'єва О.Г., Шаров С.В., Паламарчук І.П.

© Таврійський державний агротехнологічний університет імені Дмитра Моторного, 2025

ЗМІСТ

ВСТУП.....	6
РОЗДІЛ 1. ОСНОВИ МОДЕЛЮВАННЯ СИСТЕМ	8
1.1 Основні поняття моделювання	8
1.2 Класифікація моделей та видів моделювання	12
1.3 Системний підхід до моделювання	15
1.4 Основні етапи побудови моделей	19
Контрольні питання	25
Тестові питання для самоперевірки	26
РОЗДІЛ 2. ОСНОВИ ІМІТАЦІЙНОГО МОДЕЛЮВАННЯ	28
2.1 Сутність імітаційного моделювання	28
2.2 Процес імітаційного моделювання.....	32
2.3 Методи імітаційного моделювання.....	35
2.4 Програмні засоби імітаційного моделювання	42
2.5 Спеціалізований пакет імітаційного моделювання GPSS World	49
Контрольні питання	52
Тестові питання для самоперевірки	53
РОЗДІЛ 3. СТАТИСТИЧНЕ ІМІТАЦІЙНЕ МОДЕЛЮВАННЯ	55
3.1 Метод Монте-Карло	55
3.2 Генерація випадкових чисел.....	60
3.3 Моделювання випадкових процесів	66
3.3.1 Марковські випадкові процеси.....	66
3.3.2 Потоки подій.....	68
3.3.3 Рівняння Колмогорова для ймовірностей станів. Фінальні ймовірності станів	70
3.4 Моделювання систем масового обслуговування	73
3.5 Модельний час.....	83
Контрольні питання	85
Тестові питання для самоперевірки	85

РОЗДІЛ 4. КОМБІНУВАННЯ ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНОГО ТА ІМІТАЦІЙНОГО МОДЕЛЮВАННЯ У ТЕХНІЧНИХ ТА ТЕХНОЛОГІЧНИХ СИСТЕМАХ	88
4.1 Сутність та класифікація біотехнічних систем.....	88
4.1.1 Поняття системи та її основних складових.....	88
4.1.2 Структура технічної та технологічної системи	89
4.2 Основні положення фізико-математичного моделювання.....	93
4.3 Моделювання при використанні теорії подібності	96
4.3.1 Основні принципи подібності	96
4.3.2 Критерії подібності теплообмінних процесів.....	97
4.3.3 Критерії подібності гідромеханічних процесів	99
4.3.4 Критерії подібності масообмінних процесів	100
4.3.5. Порядок виконання дослідження при допомозі положень теорії подібності та імітаційного моделювання.....	101
4.4 Аналогове моделювання методом Лагранжа.....	107
4.5. Моделювання за методом «факторних площ» для оцінки якості продукції	114
4.5.1. Сутність даного типу моделювання та основні гіпотези при його реалізації	114
4.5.2. Методика розрахунку критеріїв оцінки	115
4.5.3. Вибір критеріїв оцінки при моделюванні	119
Тестові питання для самоперевірки	121
РОЗДІЛ 5. ОЦІНКА І АНАЛІЗ АДЕКВАТНОСТІ ІМІТАЦІЙНИХ МОДЕЛЕЙ .	124
5.1 Методи оцінки адекватності імітаційних моделей.....	124
5.2 Валідація моделі.....	125
5.3 Верифікація моделі	128
5.4 Валідація даних	130
5.4.1 Оцінка точності результатів моделювання.....	130
5.4.2 Оцінка стійкості результатів моделювання	131
5.4.3 Аналіз чутливості імітаційної моделі	133
Контрольні питання	134

Тестові питання для самоперевірки	135
РОЗДІЛ 6. ПЛАНУВАННЯ ІМІТАЦІЙНИХ ЕКСПЕРИМЕНТІВ	137
6.1 Сутність і цілі планування експерименту	137
6.2 Стратегічне планування імітаційного експерименту	140
6.3 Тактичне планування імітаційного експерименту	143
6.4 Планування експериментів по оптимізації систем	147
6.5 Етапи планування та проведення експерименту	148
Контрольні питання	154
Тестові питання для самоперевірки	155
ТЕРМІНОЛОГІЧНИЙ СЛОВНИК	157
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	161
ДОДАТОК А ОСНОВНІ ОПЕРАТОРИ GPSS	164
ДОДАТОК Б СТАНДАРТНІ ЧИСЛОВІ АТРИБУТИ GPSS.....	169
ДОДАТОК В ЕЛЕМЕНТИ СТАНДАРТНОГО ЗВІТУ GPSS	173
ДОДАТОК Г ПРИКЛАДИ МОДЕЛЕЙ СМО НА МОВІ GPSS.....	176
ДОДАТОК Д ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ПРИГОТУВАННЯ КОТЛЕТНОГО ФАРШУ ПРИ ВИКОРИСТАННІ ТЕОРІЇ ПОДІБНОСТІ	178
ДОДАТОК Е ПРИКЛАД МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ МАСАЖУВАННЯ ФАРШЕВОЇ МАСИ ТЕХНОЛОГІЇ ВИРОБНИЦТВА КОВБАС.....	188
ДОДАТОК Ж РОЗРОБКА МОДЕЛІ ЗМІНИ ЯКІСНИХ ХАРАКТЕРИСТИК М'ЯСНОЇ СИРОВИНИ ЗАЛЕЖНО ВІД ВМІСТУ НЕЗАМІННИХ АМІНОКИСЛОТ	194

ВСТУП

Моделювання в широкому розумінні є ключовим методом дослідження у всіх наукових галузях. Завдяки методам моделювання можна провести оцінку характеристик складних систем і приймати обґрунтовані рішення в різних сферах діяльності людини. Системи, як існуючі, так і проєктовані, можна досліджувати за допомогою моделей для оцінки ефективності та оптимізації їх роботи.

З розвитком обчислювальної техніки, програмного забезпечення та технологій імітаційні методи моделювання систем набули широкого застосування. Імітаційне моделювання полягає у відтворенні процесу функціонування системи в часі, з дотриманням співвідношень тривалості операцій, аналогічних оригіналу. Цей метод забезпечує імітацію елементарних явищ, що становлять процес, зберігаючи їхню логічну структуру та часову послідовність. Використовуючи імітаційне моделювання, можна отримати оцінки характеристик системи, що є критично важливими для аналізу, управління та проєктування систем. Результатом імітаційного моделювання є накопичена статистика щодо роботи системи, що дозволяє оцінити її ефективність, виявити вузькі місця та розробити заходи щодо її оптимізації. Перевага імітаційного моделювання полягає у можливості проведення «віртуальних експериментів», що не вимагають значних витрат часу та ресурсів та дозволяють досліджувати різні варіанти розвитку подій й обирати оптимальний варіант.

На даний момент моделювання широко застосовується у сфері управління різними системами, де головними є процеси прийняття рішень на основі отриманої інформації. Також способи моделювання знаходять застосування при дослідженні, проєктуванні, впровадженні інформаційних систем. Як наслідок, дисципліна «Імітаційне моделювання та моделювання систем» є важливим копонентом фахової підготовки майбутніх фахівців галузі знань F Інформаційні технології.

Даний навчальний посібник призначений для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня спеціальності F3 «Комп'ютерні науки», що вивчають курс «Імітаційне моделювання та моделювання систем». Метою вивчення вибіркового освітнього компоненту «Імітаційне моделювання та моделювання систем» є одержання здобувачами вищої освіти базових знань про методи імітаційного моделювання, вмінь працювати з основними імітаційними моделями, навичок застосування отриманих знань до прикладних задач.

Завданням курсу є вивчення та проведення аналізу виробничих та соціально-економічних проблем в аграрній сфері, що приводять до задач, які розв'язуються методом імітаційного моделювання; оволодіння теоретичними основами та методологією побудови імітаційних моделей.

У результаті вивчення дисципліни за вибором «Імітаційне моделювання та моделювання систем» здобувач вищої освіти повинен:

знати:

- основні види імітаційних моделей;
- принципи імітаційного моделювання;
- визначення та характеристики базової випадкової величини;
- основні методи імітації випадкових величин з дискретними та абсолютно неперервними розподілами;
- принципи моделювання випадкових векторів та процесів, зокрема, систем масового обслуговування;
- методи верифікації результатів моделювання.

вміти:

- застосовувати теоретичні основи побудови імітаційних моделей при аналізі та моделюванні конкретних виробничо-організаційних систем в сільському господарстві;
- володіти теоретичними методами побудови імітаційних моделей та комп'ютерною технікою для проведення комп'ютерних експериментів з використанням математичних моделей реальних систем.

Навчальний посібник охоплює 6 розділів, термінологічний словник, список використаних джерел та додатки. Наприкінці кожного розділу наведені контрольні питання та тестові завдання для самоперевірки. Навчальний посібник стане у нагоді при підготовці до екзамену, оскільки містить весь необхідний теоретичний матеріал з курсу «Імітаційне моделювання та моделювання систем». Також посібник може бути корисним для написання курсових та кваліфікаційних робіт, в яких потрібно виконати дослідження певної інформаційної системи.

РОЗДІЛ 1 ОСНОВИ МОДЕЛЮВАННЯ СИСТЕМ

План

- 1.1 Основні поняття моделювання
- 1.2 Класифікація моделей та видів моделювання
- 1.3 Системний підхід до моделювання
- 1.4 Етапи побудови моделей

1.1 Основні поняття моделювання

Велика кількість завдань пов'язана з вивченням складних систем, котрі складаються з багатьох елементів; кожен з цих елементів являє собою досить складну систему, а всі вони тісно взаємодіють із зовнішнім середовищем. Дослідження таких систем у природних умовах обмежується їхньою складністю, а часом і зовсім неможливе через труднощі проведення натурних експериментів або повторення їх. У таких випадках моделювання часто стає єдиним доступним методом дослідження. Даний процес передбачає перехід на певний рівень абстракції, не враховуючи несуттєві деталі, з урахуванням тільки того, що вважається важливим.

Слово «модель» (від латин. *modelium*) означає «захід», «спосіб», «схожість із якоюсь річчю».

Модель – це спрощене представлення реального об'єкта, процесу або явища, яке відображає найбільш суттєві його властивості та взаємозв'язки. Це штучно створена система, що відтворює з певною точністю властивості об'єкта-оригінала [21].

Модель це абстрактне уявлення реальності. Будь-яка модель будується на певних припущеннях, гіпотезах. Модель повинна будуватися так, щоб вона найбільш повно відтворювала ті властивості об'єкта, які необхідно вивчити у відповідності з поставленою метою.

Після створення моделі ми починаємо досліджувати структуру і розуміти поведінку системи, перевіряти, як вона поводить себе при певних умовах, порівнювати різні сценарії та оптимізувати її. Коли оптимальне рішення буде знайдене, ми зможемо застосувати його в реальному світі.

Вихідні об'єкти моделювання можуть бути різної природи – це предмети чи явища матеріального світу, проекти, уявлення людей. Як об'єкт моделювання може сприйматися і складна система.

Існує ряд загальних вимог до властивостей, яким повинні задовольняти моделі:

1) адекватність – ступінь відповідності моделі реальному об'єкту, процесу або явищу. Адекватна модель правильно відображає основні характеристики, властивості та поведінку досліджуваного об'єкта в межах поставлених завдань. гнучкість – модель повинна дозволяти змінювати її параметри, щоб адаптувати її до різних умов або цілей. Адекватність моделі показує, наскільки близько передбачення моделі узгоджується з реальністю. Це має першорядне значення з практичної точки зору. Якщо передбачення вашої моделі не відповідає спостереженню, модель не відображає реальність і, ймовірно, марна. Також дуже важливо перевірити достовірність не тільки прогнозів моделі, але й припущень, які вона використовує на основі розуміння системи;

2) простота – модель повинна бути достатньо простою для розуміння та використання, але при цьому зберігати суттєві характеристики системи. Простота моделі – це дійсно важлива сутність моделювання. Головна причина, за якою ми хочемо побудувати модель, міститься в тому, що ми хочемо мати більш короткий та простий опис реальності. Якщо можна виключити якісь параметри, змінні або припущення з моделі, при цьому не загубивши її властивості, то це необхідно зробити. Часто приходиться йти на компроміс між намаганням досягнути простоти та обґрунтованістю моделі. Якщо ми збільшимо складність моделі, ми зможемо досягнути кращої відповідності даним спостереження, але простота моделі буде втрачена. Треба знайти правильний баланс між цими двома критеріями;

3) надійність – те, наскільки нечуттєвий прогноз моделі до незначних змін припущень моделі та налаштувань параметрів. Це важливо, оскільки завжди є помилки, коли ми створюємо припущення про реальний світ або вимірюємо значення параметрів з нього. Якщо ваша модель чуттєва до їх незначних змін, то результати моделювання можуть бути ненадійні. Але якщо модель надійна, висновок буде вірний при незначних змінах припущень і параметрів моделі, тому він з більшою ймовірністю буде застосований до реальності, і йому можна більше довіряти;

4) універсальність – можливість використання моделі для аналізу однотипних систем в одному або декількох режимах функціонування. Це дозволяє розширити область застосування моделі для вирішення великого кола задач;

5) економічність – модель характеризується витратами обчислювальних ресурсів для її реалізації, тобто витратами машинного часу та пам'яті.

Ступінь відповідності моделі реальному об'єкту визначається розробником. Для одного об'єкта можна розробити цілий ряд моделей, які будуть відтворювати його поведінку або властивості з різних сторін або з

різним ступенем детальності. В ідеалі модель повинна дозволяти передбачати невідомі стани об'єкта, що моделюється,

Моделювання – процес створення моделі реального об'єкта та постановка експериментів на цієї моделі для дослідження і оптимізації характеристик об'єкта у відповідності із заданими обмеженнями (рис.1.1) [6].



Рисунок 1.1 – Поняття моделювання

Моделювання застосовується у випадках, коли проведення експериментів над реальною системою неможливе або недоцільне, наприклад через високу вартість або тривалість проведення експерименту в реальному масштабі часу.

Це процес створення, дослідження та використання моделей для отримання нових знань про досліджуваний об'єкт. Існуючу або проєктовану систему можна ефективно дослідити за допомогою математичних моделей (аналітичних та імітаційних) з метою оптимізації процесу функціонування системи. Модель системи реалізується на сучасних комп'ютерах, які в цьому випадку виступають як інструмент дослідника.

Таким чином, моделювання може бути визначено як подання об'єкта моделлю для отримання інформації про цей об'єкт шляхом проведення експериментів з його моделлю.

Об'єктами моделювання в техніці є системи та процеси, що в них виконуються. Зокрема, в обчислювальній техніці об'єктами моделювання є обчислювальні комплекси, системи та мережі.

Моделювання є важливою частиною застосування обчислювальних систем та мереж в різних галузях науки та техніки. Але в той же час самі обчислювальні системи та мережі є об'єктами моделювання на етапах проектування нових або удосконалення існуючих систем, аналізу ефективності використання систем в різних умовах. Застосування моделювання при проектуванні систем дозволяє виконати аналіз різних варіантів запропонованих проектних рішень, визначити працеспроможність та оцінити надійність системи, розробити рекомендації по її раціональному функціонуванню.

Модель повторює в повному обсязі властивості реального об'єкта, лише ті, які потрібні для її майбутнього застосування. Тому найважливішим поняттям у моделюванні є поняття мети. Мета моделювання – це призначення майбутньої моделі. Мета визначає ті властивості об'єкта-оригіналу, які повинні бути відтворені в моделі.

Мета моделювання виникає, коли суб'єкт моделювання вирішує поставлену перед ним завдання, і залежить як від завдання, що вирішується, так і від суб'єкта моделювання. Тобто мета моделювання має подвійну природу: з одного боку, вона об'єктивна, оскільки впливає із завдання дослідження, з іншого - суб'єктивна, оскільки дослідник завжди коригує її залежно від досвіду, інтересів, мотивів діяльності.

Серед цілей моделювання можна виділити наступні:

- зрозуміти, як влаштований конкретний об'єкт, яка його структура, внутрішні зв'язки, основні властивості, закони розвитку та взаємодії з навколишнім світом;
- навчитися управляти об'єктом або процесом, визначити найкращі способи управління при заданих цілях та критеріях;
- прогнозувати прямі та непрямі наслідки реалізації заданих способів та форм впливів на об'єкт.

Основні принципи моделювання – це набір керівних ідей та правил, які допомагають створювати ефективні та корисні моделі реальних систем чи явищ. Вони забезпечують послідовність, точність та практичну цінність моделювання. Ці принципи можна згрупувати так:

1. Принцип цілепокладання:

- визначення мети. Перед початком моделювання необхідно чітко сформулювати мету, яку потрібно досягти за допомогою моделі. Що саме

потрібно дізнатися, передбачити чи оптимізувати? Без ясної мети модель може виявитися марною або навіть вводить в оману;

- вибір типу моделі. Ціль визначає тип моделі (наприклад, фізична, математична, комп'ютерна, концептуальна). Різні типи моделей підходять на вирішення різних завдань.

2. Принцип абстракції:

- спрощення. Моделювання неминує пов'язане зі спрощенням реальності. Неможливо врахувати всі деталі системи, тому необхідно вибрати найважливіші аспекти та відкинути несуттєві. Рівень абстракції залежить від мети моделювання та доступних ресурсів;

- вибір релевантних змінних. Необхідно визначити ключові змінні, які впливають на поведінку системи та які будуть включені до моделі. Ігнорування важливих змінних може призвести до неточних результатів.

3. Принцип валідації та верифікації:

- верифікація. Перевірка відповідності моделі її специфікації. Це означає перевірку того, що модель правильно реалізує задумані алгоритми та рівняння.

- валідація. Перевірка відповідності моделі реальності. Це означає порівняння результатів моделювання з реальними даними чи експериментальними результатами. Валідація підтверджує, наскільки добре модель відбиває дійсність.

4. Принцип достовірності:

- точність даних. Якість моделі залежить від якості вихідних даних. Неточні чи неповні дані призведуть до неточних результатів.

- надійність моделі. Модель має бути стійкою до незначних змін вхідних даних. Малі зміни в даних не повинні призводити до суттєвих змін у результатах.

1.2 Класифікація моделей та видів моделювання

Моделі можна класифікувати за різними ознаками [33]. Розглянемо найбільш поширені з них.

- 1) Класифікація моделей за способом представлення наведена на рис. 1.2:

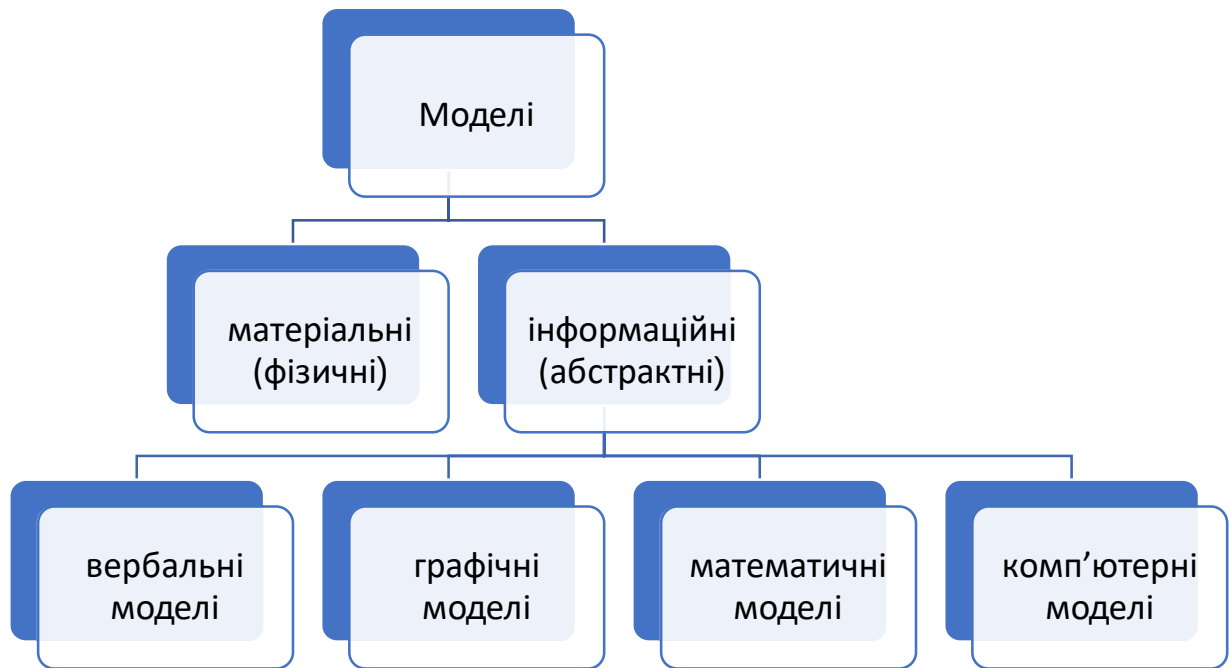


Рисунок 1.2 – Класифікація моделей за способом представлення

- *матеріальні (фізичні) моделі*. Це зменшені або збільшені копії реальних об'єктів, систем або процесів. Приклади: модель літака в аеродинамічній трубі, макет будівлі, аналогові моделі (наприклад, електричний ланцюг) Вони наочно демонструють об'єкт, але часто є досить складними та коштовними у створенні, а масштабування може спотворювати результати;

- *інформаційні (абстрактні) моделі*. Описують суттєві для конкретного розгляду параметри та змінні величини про об'єкт, зв'язок між ними, входи та виходи об'єкта або системи. Вони дозволяють моделювати можливі стани об'єкта шляхом подачі на модель інформації про зміни вхідних величин. Це найбільш поширений тип моделей представляють об'єкт або процес за допомогою символів, знаків, формул алгоритмів тощо в науці та техніці. До них відносяться:

а) *вербальні моделі*: опис об'єкта на природній мові. Прості у створенні, але є неточними та важко піддаються формальному аналізу;

б) *графічні моделі*: використовують графічні елементи (діаграми, схеми, креслення) для представлення об'єкта або процесу. Наочні та інтуїтивно зрозумілі, але можуть бути неповними та неоднозначними. Приклади: блок-схеми, алгоритми, UML-діаграми;

в) *математичні моделі*: представляють об'єкт або процес за допомогою математичних рівнянь, формул та нерівностей. Дозволяють

проводити кількісний аналіз та прогнозування. Ці моделі можуть виявитися досить потужними та складними, а іноді під «моделюванням» розуміють тільки математичні моделі. Вони використовують математичні методи для обчислень властивостей певної системи і можуть використовуватися для дослідження результатів різних можливих дій. Приклади: диференціальні рівняння, системи лінійних рівнянь, стохастичні моделі;

г) *комп'ютерні моделі*: реалізуються у вигляді комп'ютерних програм. Дозволяють моделювати складні системи та проводити експерименти. Приклади: симуляції, імітаційні моделі, експертні системи.

2) Класифікація моделей за призначенням:

– *описові*: дозволяють описати об'єкт або процес, виділити його основні характеристики та властивості. Наприклад, карта місцевості, опис алгоритму;

– *пояснювальні*: дозволяють пояснити причини поведінки об'єкта. Наприклад, модель поширення епідемії, модель зміни клімату;

– *прогнозні*: дозволяють передбачати майбутню поведінку об'єкта. Наприклад, прогноз погоди, модель фінансового ринку;

– *керуючі*: дозволяють керувати об'єктом, оптимізувати його параметр. Наприклад, система керування виробництвом, модель керування запасами.

3) Класифікація моделей за характером змінних:

– *детерміновані моделі*: відображають поведінку об'єкта моделювання з позицій повної визначеності, вони прості та економічні, але, як правило, є недостатньо точними. Ці моделі застосовуються на початкових стадіях проектування та аналізу систем, для наближеної перевірки гіпотез та попередніх оцінок;

– *стохастичні (ймовірнісні) моделі*: враховують випадкові фактори, результати моделювання мають ймовірнісний характер. Випадкові значення параметрів моделі зазвичай задаються за допомогою генераторів псевдовипадкових чисел за заданим законом розподілу.

4) Класифікація моделей за часовим фактором:

– *статичні моделі*: описують систему у фіксований момент часу, без урахування змін у процесі. Статичні моделі широко застосовуються в інженерії при проектуванні систем, тому що дозволяють організувати цілісне уявлення про систему на етапі проектування без урахування часових факторів;

– *динамічні моделі*: враховують зміну параметрів у часі та описують розвиток системи (наприклад, моделі популяційної динаміки). Динамічні моделі допомагають прогнозувати поведінку системи в умовах зміни навантажень або зовнішніх впливів.

Ця класифікація не є вичерпною, і моделі часто можуть бути віднесені до декількох класів одночасно. Вибір типу моделі залежить від конкретної задачі моделювання та доступних ресурсів.

Вибір методу моделювання для вирішення постановленої задачі, проблеми, дослідження системи є актуальним завданням, з яким системний аналітик повинен вміти справлятися [17]. Стосовно до природничих та технічних наук розрізняють наступні види моделювання:

- *концептуальне моделювання*, при якому сукупність вже відомих фактів відносно об'єкта дослідження або системи пояснюється за допомогою деяких спеціальних знаків, символів, операцій над ними або за допомогою природньої або штучної мови;

- *фізичне (натурне) моделювання*, при якому модель та об'єкт, що моделюється, представляють собою реальні об'єкти або процеси одної або різної фізичної природи, при чому між процесами в об'єкті-оригіналу та в моделі виконуються деякі співвідношення подібності;

- *структурно-функціональне моделювання*, при якому моделями є схеми (блок-схеми), графіки, креслення, діаграми, таблиці, рисунки;

- *математичне (логіко-математичне) моделювання*, при якому моделювання та побудова моделі здійснюється засобами математики та логіки;

- *імітаційне (комп'ютерне) моделювання*, при якому логіко-математична модель об'єкта дослідження або системи представляє собою алгоритм функціонування об'єкта, реалізований у вигляді програмного комплексу для комп'ютера.

1.3 Системний підхід до моделювання

Коли говорять про моделювання, зазвичай мають на увазі моделювання деякої системи, тому корисно спочатку дати визначення, що таке система. Використання цього терміну стало більш помітним в останній час, оскільки світ навколо нас або, принаймні, наше розуміння про нього стає більш складним.

Система – сукупність взаємозалежних елементів, об'єднаних для реалізації спільної мети, відокремлена від навколишнього середовища та взаємодіє з нею як цілісне ціле і яка виявляє у своїй основі системні характеристики [2].

Елемент – це найпростіша неподільна частина системи, а її властивості визначаються конкретним завданням. Елемент завжди пов'язаний із самою

системою. Елемент складної системи може бути, своєю чергою, складною системою в іншому завданні.

Система може включати великий перелік елементів, та її доцільно розділити на ряд підсистем: Підсистема – компонент системи – об'єднання елементів. Але підсистема за масштабом менше, ніж система загалом. Кожна підсистема характеризується своїм входом, своїм виходом та обробкою, яка перетворює вхід у вихід, а також відношенням підсистеми до всієї системи та інших підсистем [3].

Системи мають границі, які призначені для виконання певних функцій, та зазвичай мають входи, які є ресурсами або інформацією, які їм потрібні з навколишнього середовища, та виходи, які виконуються процесами системи.

Ознаками системи є множина складових її елементів, єдність головної мети для всіх елементів, наявність зв'язків між ними, цілісність та єдність елементів, наявність структури та ієрархічності, відносна самостійність та наявність управління цими елементами

Базові характеристики системи як об'єкта моделювання:

1) Структурованість: кожна система має чітку будову, що складається з підсистем і компонентів, які взаємодіють між собою, створюючи єдине ціле.

2) Ієрархічність: система складається з різних рівнів організації, де кожна підсистема є частиною більшої цілісної структури.

3) Динамічність: система змінюється з часом під впливом як зовнішніх, так і внутрішніх чинників, реагуючи на зміну умов.

4) Цілісність та пов'язаність елементів: спільна взаємодія компонентів визначає загальну поведінку системи, а змінення одного елемента може позначитися на функціонуванні всієї системи.

5) Адаптивність: здатність системи змінювати свою поведінку або структуру, зберігаючи при цьому свої цілі, адаптуючись до змін зовнішнього середовища, покращуючи або набуваючи нових властивостей.

6) Стохастичність або детермінованість: залежно від рівня невизначеності, система може виявляти передбачувану (детерміновану) або ймовірнісну (стохастичну) поведінку.

Для побудови моделей об'єктів використовують системний підхід, який представляє собою методологію розв'язання складних задач. В основі цієї методології полягає розгляд об'єкта як система, яка функціонує в деякому середовищі. Системний підхід – це цілісний спосіб розуміння та розв'язання складних проблем. Він розглядає світ як сукупність взаємопов'язаних та взаємозалежних елементів та підкреслює відношення та взаємодію між ними. Системний підхід дозволяє розкрити цілісність об'єкта, виявити його внутрішню структуру, а також зв'язки з зовнішнім середовищем. Крім цього

при використанні системного підходу передбачається послідовний перехід від загального до приватного, в основі якого полягає розгляд мети моделювання, а об'єкт розглядається у взаємозв'язку із зовнішнім середовищем.

Системний підхід до моделювання полягає у розбитті всієї системи на підсистеми – декомпозиція системи – та урахуванню під час розробки її моделі як властивостей конкретних підсистем, так і зв'язків між ними. Відповідно до вимог системного підходу при розробці моделі йдуть від загального до приватного. Загальному завданню, сформульованому для системи в цілому, підпорядковуються завдання, які є її складовими [12].

Складний об'єкт може поділятися на підсистеми, які представляють собою частини об'єкта і задовольняють наступним вимогам:

- 1) підсистема – функціонально незалежна частина об'єкта, яка пов'язана з іншими підсистемами та обмінюється з ними інформацією та енергією;
- 2) кожна підсистема може мати функції або властивості, які не співпадають з властивостями всієї системи;
- 3) кожна з підсистем може ділитися до рівня елементів.

Системний підхід формулює низку ключових принципів, необхідних для глибокого та цілісного аналізу об'єктів, які підлягають моделюванню. По-перше, потрібно усвідомити, що система представляє собою не просто набір окремих елементів, а й комплекс їх взаємодій. Акцентує увагу на значущості інтегративного підходу в дослідженнях систем. Іншим основоположним принципом є те, що кожна система має свої конкретні цілі, які слід враховувати під час її діагностики, адаптації та модифікації.

Основною складовою системного підходу є детальний аналіз структури системи. Він включає аналіз складу елементів системи, їхніх функціональних зв'язків, а також характеристик навколишнього середовища, в якому система функціонує. Такий комплексний аналіз дозволяє виявити слабкі місця в системі, визначити можливості для вдосконалення та спрогнозувати наслідки можливих змін.

Четвертий принцип полягає у аналізі систем у їх динамічній взаємодії з навколишнім середовищем. Це передбачає вивчення умов, у яких система функціонує, її реакцію на зміни у навколишньому середовищі та виявлення факторів, що впливають на її продуктивність. Системний підхід ґрунтується на багаторівневому підході, що вказує на те, що аналіз має здійснюватися на різних ступенях узагальнення та деталізації.

Опис об'єкта моделювання як системи є багатокomпонентним (рис. 1.3).

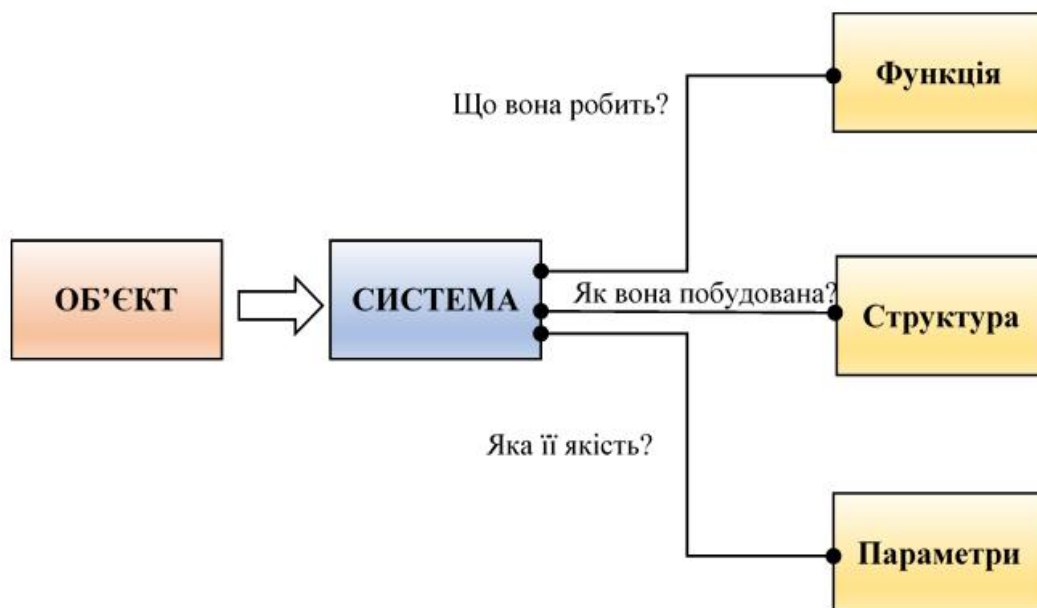


Рисунок 1.3 – Представлення об'єкта моделювання як системи

Процедури системного підходу поділяються на процедури аналізу та синтезу.

Аналіз полягає в дослідженні об'єкта моделювання, спрямованому на отримання певної інформації про властивості об'єкта. Процедура аналізу застосовується в тому випадку, коли об'єкт дослідження реально існує і задача зводиться до його вивчення.

Синтез полягає в створенні описів об'єкта. Стосовно системного підходу для вирішення задачі синтезу необхідно виявити функцію системи, розробити структуру системи та визначити параметри системи так, щоб отримати необхідну якість системи або об'єкта, що моделюється.

Розмірковуючи з позиції системного підходу для вирішення задачі синтезу необхідно: виявити функцію системи (абстрактний синтез), розробити структуру системи (структурний синтез) та визначити параметри системи (параметричний синтез) так, щоб отримати бажану якість проектованої системи або об'єкта

Переваги системного підходу:

- дозволяє представити одну складну задачу сукупністю більш простих, які можна розв'язувати швидше та легше;
- моделювання на будь-якому ієрархічному рівні ведеться з урахуванням впливів зовнішнього середовища;
- універсальність: застосовується як для складних, так і для простих об'єктів, а при багаторівневому описі складних систем він «працює» на будь-якому

ієрархічному рівні, тобто застосовується не тільки до системи, але й до будь-якої її частини.

Системний підхід дозволяє глибше розуміти складні об'єкти та ефективніше управляти ними. Його застосування допомагає розробляти оптимальні рішення у різних сферах діяльності, враховуючи взаємозв'язки та адаптивність систем.

1.4 Основні етапи побудови моделей

Створення моделі системи – один з найбільш важливих аспектів системного підходу.

Процес моделювання має ітераційний характер, проводиться у межах раніше сформульованих цілей і з дотриманням меж моделювання. Побудова починається з вивчення (обстеження) реальної системи, її внутрішньої структури та змісту взаємозв'язків між її елементами, а також зовнішніх впливів та завершується розробкою моделі

Моделювання – від постановки завдання до отримання результатів – проходить наступні етапи (рис. 1.3) [6].

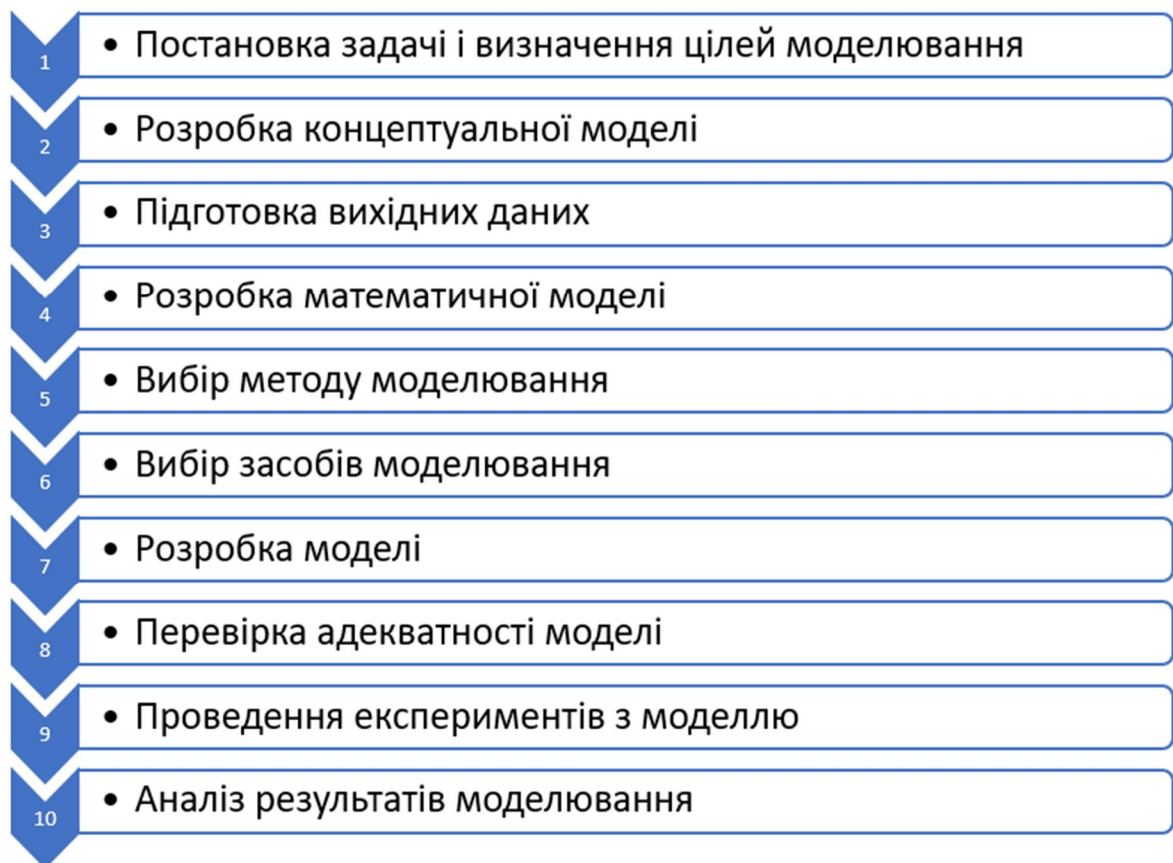


Рисунок 1.3 – Основні етапи моделювання

Розпишемо кожний крок більш докладно.

Постановка задачі і визначення цілей моделювання

На цьому етапі чітко визначається проблема, яку необхідно вирішити за допомогою моделювання. Яку інформацію необхідно отримати? На які питання потрібно відповісти? Це найважливіший етап, тому що від нього залежить все подальше моделювання.

Важливим аспектом на цьому етапі є чітке визначення мети моделювання. Мета моделювання має бути ясною та конкретною. Важливо визначити, що ви хочете досягти: аналізувати систему, передбачати поведінку чи оптимізувати процеси. Для досягнення цієї мети необхідно поставити кілька ключових питань. Яке основне завдання? Які дані потрібні для виконання цього завдання? І які методи аналізу буде використано? Відповіді ці питання допоможуть сформуувати основу для подальшого процесу.

Мета моделювання може змінюватися від вивчення складних систем до прогнозування поведінки об'єкта при зміні умов. Наприклад, в галузі економіки метою моделювання може бути аналіз ринкової ситуації, в той час як в інженерії – оптимізація процесів виробництва. Важливо, щоби мета була конкретною. Це дозволить оцінити ефективність розробленої моделі в майбутньому.

У результаті правильно визначені цілі моделювання забезпечують правильний і чіткий напрямок для всіх подальших етапів роботи.

Розробка концептуальної моделі

Після визначення мети моделювання наступним кроком є розробка концептуальної моделі. Концептуальна модель – це абстрактна модель, що визначає склад і структуру системи, властивості елементів та причинно-наслідкові зв'язки, властиві аналізованій системі та суттєві для досягнення цілей моделювання. У таких моделях зазвичай у словесній формі наводяться відомості про природу та параметри (характеристики) елементарних явищ досліджуваної системи, про вид та рівень взаємодії між ними, про місце та значення кожного елементарного явища в загальному процесі функціонування системи. Вона представляє собою абстрактне подання системи або процесу, які будуть моделюватися. Концептуальна модель слугує основою для подальших кроків і допомагає візуалізувати взаємозв'язки між елементами системи.

При створенні концептуальної моделі важливо визначити ключові компоненти системи та їх взаємозв'язки. Спеціалісти часто використовують діаграми та схеми для наочного представлення концептуальної моделі (наприклад, блок-схеми, UML-діаграми).

Добре розроблена концептуальна модель дозволяє виявити основні аспекти системи та понять, які елементи є критично важливими для

досягнення поставлених цілей. Це також допомагає зорієнтуватися на наступному етапі – підготовці вихідних даних.

Підготовка вихідних даних

Підготовка вихідних даних передбачає збирання, обробку та аналіз інформації, необхідної для створення моделі. На цьому етапі важливо забезпечити актуальність і достовірність отриманих даних, аби уникнути потенційних помилок у процесі моделювання.

Вихідні дані поділяються на кількісні та якісні. Кількісні дані включають числову інформацію, таку як показники вимірювань, статистика або інші подібні параметри. Натомість якісні дані часто ґрунтуються на експертних оцінках або висновках, зроблених на основі оглядів фахівців.

Варто також приділити увагу методам збору даних. Це можуть бути масштабні наукові дослідження, проведення спостережень або використання вже наявних баз даних. Ретельна підготовка початкових даних помітно підвищує точність моделі та скорочує час, потрібний для подальших етапів роботи.

Розробка математичної моделі

На етапі створення математичної моделі відбувається формалізація концептуальної моделі, де всі елементи та процеси подаються у вигляді математичних виразів. Це дає змогу проводити кількісну оцінку поведінки системи, що досліджується.

Залежно від рівня складності системи використовуються різні підходи до побудови математичної моделі. При цьому важливо дотримуватися принципу оптимальної простоти: модель має бути настільки простою, щоб уникнути надмірної складності, але водночас достатньо деталізованою для відображення ключових аспектів системи. Пошук правильного балансу між цими вимогами є складним, проте надзвичайно важливим завданням.

Вибір методу моделювання

Вибір конкретного методу визначається типом системи, цілями дослідження та наявними ресурсами.

Методи моделювання зазвичай поділяють на кілька основних категорій: аналітичні, числові та імітаційні. Так, аналітичні методи підходять для розв'язання відносно простих задач, тоді як числові методи залучають у випадках, коли задачі є складнішими і аналітичний підхід не дає результату.. Імітаційні методи дозволяють дослідити динаміку системи в часі. У деяких випадках наявність імітаційної моделі уможливорює застосування математичних методів оптимізації.

Параметри системи та зовнішніх впливів можуть бути детермінованими чи випадковими. За цією ознакою розрізняють детерміноване та статистичне

моделювання. При статистичному моделюванні для отримання достовірних імовірнісних характеристик процесів функціонування системи потрібне їх багаторазове відтворення з різними конкретними значеннями випадкових факторів та статистичної обробки результатів вимірювань. В основу статистичного моделювання покладено метод статистичних випробувань, або метод Монте-Карло.

При виборі методу важливо враховувати, який рівень точності є необхідним. Наприклад, в інженерії, де критична кожна деталь, перевага надається більш точним числовим методам, тоді як в соціальних науках може бути достатнім використання спрощених моделей.

Вибір засобів моделювання

На етапі вибору засобів моделювання дослідник приймає рішення про те, які інструменти та технології будуть використані для реалізації моделі. Існує багато програмних продуктів, призначених для моделювання, починаючи від спеціалізованих програм і закінчуючи мовами програмування..

Програмні засоби моделювання можуть змінюватися від простих таблиць MS Excel до спеціалізованих мов програмування, таких як Python, GPSS або MATLAB. Вибір програмного забезпечення залежить від складності моделі та досвіду експертів. Деякі засоби надають готові бібліотеки та функції, які можуть значно спростити процес моделювання.

Алгоритмічні мови загального призначення застосовні для аналітичних методів моделювання. З використанням алгоритмічних мов для програмування імітаційних алгоритмів виникають труднощі. Перша складається в тому, що алгоритми поведінки складних систем є паралельними, тобто передбачають виконання більш як одного перетворення у кожен час. Програмна імітація паралельних процесів під час використання мов загального призначення зводиться до організації псевдопаралельного розвитку паралельних процесів, що досить складно для програмування. Друга складність полягає в тому, що обсяги даних в імітаційних алгоритмах важко оцінити апіорно. Тому потрібно використовувати динамічний розподіл пам'яті, що не завжди забезпечує мову програмування.

Спеціалізовані мови програмування допомагають вирішити більш складні задачі, такі як організація псевдопаралельного виконання алгоритмів; динамічний розподіл пам'яті; імітація випадкових процесів; ведення масиву подій; збір та обробка результатів моделювання.

Також слід звернути увагу на апаратні засоби, такі як сервери та обчислювальні кластери, які можуть знадобитися для виконання складних обчислень. Важливо, щоб обрані засоби були адекватними для розв'язання поставлених задач та дозволяли оптимізувати час та ресурси.

Розробка моделі

Наступним етапом є розробка програмної моделі, яка передбачає реалізацію математичної моделі за допомогою обраних інструментів моделювання. Цей процес охоплює написання програмного коду, обробку даних та інтеграцію окремих компонентів системи в єдину структуру.

На етапі створення комп'ютерної моделі ключовими завданнями є забезпечення її стабільності та надійності. Для цього проводяться всебічні тестування, спрямовані на виявлення можливих помилок і недоліків у програмному коді. Важливо переконатися, що програмна модель повністю відповідає математичній та концептуальній моделі. Крім того, необхідно гарантувати коректну реалізацію всіх змінних та залежностей, що входять до складу моделі.

Ефективно розроблена програмна модель повинна характеризуватися високим рівнем продуктивності та надійності, а також забезпечувати зручність внесення змін і адаптації до нових умов. Це набуває особливої значущості у динамічному зовнішньому середовищі, де постійні зміни даних можуть потребувати коригування або уточнення моделі для відповідності актуальним вимогам.

Перевірка адекватності моделі

Перевірка адекватності моделі полягає в оцінці її відповідності реальним умовам. Основна мета цього етапу – з'ясувати, наскільки точно модель відображає досліджувану систему та передбачає її поведінку.

Процес перевірки адекватності моделі включає кілька кроків послідовних перевірок. На першому етапі дослідник повинен переконатися, що модель вірна в першому наближенні. На другому етапі оцінки адекватності перевіряються вихідні припущення. Наприклад, які параметри та змінні моделі можна вважати істотними та чи охоплені моделлю всі суттєві параметри об'єкта. На третьому кроці перевіряються перетворення інформації від входу до виходу.

Адекватність моделі порушується з багатьох причин: через ідеалізацію зовнішніх умов та режимів функціонування; виключення тих чи інших параметрів; зневаги до деяких випадкових факторів. Відсутність точних відомостей про зовнішні впливи, певні нюанси структури системи, прийняті апроксимації, інтерполяції, припущення та гіпотези також ведуть до зменшення відповідності між моделлю та системою. Це призводить до того, що результати моделювання істотно відрізнятимуться від реальних.

Перевіряти адекватність необхідно інакше за неправильними результатами моделювання будуть прийняті неправильні рішення. Насправді

оцінка адекватності зазвичай проводиться шляхом експертного аналізу розумності результатів моделювання. Можна виділити такі види перевірок:

- перевірка моделей компонентів;
- перевірка моделі зовнішніх впливів (апроксимації та гіпотези необхідно оцінити математичними методами);
- перевірка концептуальної моделі функціонування системи;
- перевірка формалізованої та математичної моделі;
- перевірка способів вимірювання та обчислення вихідних характеристик;
- перевірка комп'ютерної моделі.

Якщо модель не відповідає очікуванням, необхідно внести до неї покращення та провести коригування. Це може включати удосконалення математичних рівнянь, зміну структури моделі або оновлення початкових даних. Всі зміни повинні базуватися на аналізі реальних даних і глибокому розумінні системи. Варто враховувати, що модель не має бути надмірно складною, тому кожна модифікація повинна бути ретельно обґрунтована.

Коригування моделі – це не одноразовий процес. У ході всієї роботи над моделлю, дослідник повинен бути готовий до регулярних перевірок та коригування, що дозволить крок за кроком рухатися до більш точного подання системи.

Завершується етап перевірки адекватності та коригування моделі визначенням та фіксацією області придатності моделі. Під областю придатності розуміється безліч умов, за дотримання яких точність результатів моделювання знаходиться у допустимих межах.

Планування експериментів

Планування експериментів є ключовим етапом, який дозволяє визначити умови та параметри для тестування моделі. Ретельно організовані експерименти дають можливість краще оцінити здатність моделі прогнозувати результати у різних сценаріях. Під час планування важливо врахувати всі потенційні фактори, що можуть впливати на систему. Використання методів статистики та теорії ймовірностей забезпечує більш точний аналіз впливу цих факторів на кінцеві результати.

Налаштування діапазонів змінних та вибір критеріїв для оцінки результатів – це ключові аспекти, які повинні бути враховані. Також важливо ретельно продумати, які дані будуть збиратися та як вони будуть записуватися для наступного аналізу. Це забезпечить структурованість та системність в частині оцінки результативності моделі.

Важливо пам'ятати, що експерименти можуть вимагати значних витрат ресурсів, тому попереднє планування допоможе уникнути непередбачуваних витрат часу та зусиль.

Аналіз результатів моделювання

Кінцева мета моделювання – прийняття рішення, яке повинно бути виконано на основі всебічного аналізу отриманих результатів. Цей етап є вирішальним – або продовжити дослідження, або закінчити. Основою для прийняття рішення є результати експериментів та тестування. Якщо результати не відповідають цілям задачі, це говорить про те, що припущені помилки на попередніх етапах. Це може бути забагато спрощена побудова моделі, або невдалий вибір методу моделювання, або порушення технологічних засобів при побудові моделі. Якщо такі помилки виявлені, то необхідне коригування моделі, тобто повернення до одного з попередніх етапів. Процес повторюється до тих пір, поки результати експерименту не будуть відповідати цілям моделювання.

При аналізі результатів моделювання важливо враховувати невизначеність та похибки, оскільки вони можуть суттєво впливати на достовірність та надійність отриманих висновків. Якщо не брати до уваги ці фактори, модель може видавати хибні результати, що призведе до неправильних управлінських або наукових рішень.

Моделювання – це складне завдання, яке вимагає уваги на кожному кроці. Від чіткого визначення цілей до ретельного аналізу результатів, всі етапи мають однакову важливість і взаємопов'язані між собою. Кожна стадія будується на попередній, створюючи єдиний процес, який забезпечує подальшу точність та надійність отриманих даних.

Використовуючи системний підхід до моделювання, дослідники можуть значно підвищити якість своєї роботи та гарантувати, що результати будуть як корисними, так і актуальними для подальшого аналізу та застосування.

Контрольні питання

- 1) Що таке модель? Які її основні характеристики?
- 2) У чому полягає сутність моделювання?
- 3) Чому моделювання є важливим інструментом у науці та техніці?
- 4) Яким вимогам повинна задовольняти модель?
- 5) Які відмінності між моделлю та реальним об'єктом?
- 6) Які існують основні види моделей? Наведіть приклади.
- 7) У чому відмінність між фізичними і математичними моделями?
- 8) Що таке аналітичні та імітаційні моделі?
- 9) Опишіть класифікацію моделей за способом представлення.
- 10) Розкрийте поняття «система» в контексті моделювання.
- 11) Назвіть переваги системного підходу при моделюванні системи?

- 12) Назвіть основні етапи процесу моделювання.
- 13) У чому полягає формулювання задачі моделювання?
- 14) Як визначаються вхідні та вихідні параметри моделі?
- 15) Чому на етапі аналізу результатів моделювання важливо враховувати невизначеність та похибки?

Тестові питання для самоперевірки

1. Модель – це...?
 - а) об'єкт-замінник об'єкту-оригіналу, який забезпечує вивчення деяких властивостей оригіналу;
 - б) об'єкт-замінник у штучно створеному довкіллі;
 - в) вивчення властивостей об'єкту;
 - г) вихідний об'єкт для вивчення властивостей оригіналу.
2. Метою застосування системного аналізу до конкретної проблеми є...?
 - а) отримання нових знань про проблему;
 - б) синтез обґрунтованого оптимального управління системою;
 - в) підвищення ступеня обґрунтованості рішення, що приймається;
 - г) проектування складних інформаційних систем.
3. Що НЕ відноситься до основних властивостей будь-якої моделі?
 - а) урахування всіх зв'язків з оточенням;
 - б) повнота;
 - в) замкнутість;
 - г) стійкість.
4. До основних властивостей будь-якої моделі відноситься: ...?
 - а) натурність;
 - б) детермінованість;
 - в) динамічність;
 - г) інформативність.
5. Система – це ...?
 - а) множина об'єктів разом з відношеннями між об'єктами та зовнішнім середовищем;
 - б) множина об'єктів разом з відношеннями між об'єктами та між їх атрибутами;

- в) множина функцій, на якій визначене задане відношення з фіксованими властивостями;
 - г) комплекс взаємопов'язаних елементів, що утворюють цілісність.
6. Моделі бувають (незалежно від їх предметної області)...?
- а) прагматичні, інструментальні, загальні;
 - б) пізнавальні, прагматичні, інструментальні;
 - в) пізнавальні, прагматичні, системні;
 - г) стохастичні, статичні, динамічні.
7. Об'єктом моделювання може бути: ...?
- а) матеріальний об'єкт;
 - б) природне явище;
 - в) процес;
 - г) рецепт на отримання ліків.
8. Модель у порівнянні з об'єктом моделювання містить: ...?
- а) стільки ж інформації;
 - б) більше інформації;
 - в) менше інформації;
 - г) ніякої інформації.
9. Моделювання це – ...?
- а) дослідження об'єктів за допомогою побудови й вивчення їхніх моделей;
 - б) процес виявлення істотних ознак даного об'єкту;
 - в) процес заміни реального об'єкта (процесу, явища) іншим матеріальним або ідеальним об'єктом;
 - г) процес демонстрації моделей одягу в салоні мод.
10. Побудова будь-якої моделі починається з...?
- а) визначення властивостей та ознак об'єкту-оригіналу;
 - б) визначення мети моделювання;
 - в) вибору виду майбутньої моделі;
 - г) визначення мети системного підходу.

РОЗДІЛ 2 ОСНОВИ ІМІТАЦІЙНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

План

- 2.1 Сутність імітаційного моделювання
- 2.2 Процес імітаційного моделювання
- 2.3 Методи імітаційного моделювання
- 2.4 Засоби імітаційного моделювання
- 2.5 Спеціалізований пакет імітаційного моделювання GPSS World

2.1 Сутність імітаційного моделювання

Термін «імітаційне моделювання» означає, що ми маємо справу з такими математичними моделями, за допомогою яких результат неможливо заздалегідь обчислити або передбачити, тому для прогнозування поведінки реальної складної системи необхідний експеримент (імітація) на моделі при заданих вихідних даних.

Коли говорять про імітаційне моделювання, то передбачають використання певної структурної схеми, математичного забезпечення, а також обчислювального пристрою для створення відповідної програми. Звідси випливає визначення імітаційного моделювання [27].

Імітація представляє собою чисельний метод проведення на комп'ютері експериментів з математичними моделями, які описують поведінку складних систем протягом заданого часу.

Імітаційне моделювання – процес конструювання моделі реальної системи та постановки експериментів на цій моделі з метою або зрозуміти поведінку системи, або оцінити (у рамках обмежень, що накладаються деяким критерієм чи сукупністю критеріїв) різні стратегії, що забезпечують функціонування даної системи [34].

З цього визначення випливає, що по-перше, при імітаційному моделюванні досліджуються процеси функціонування систем як реальних, так і проєктованих; по-друге, імітаційні моделі припускають проведення на них експериментів, що цілком природно при дослідженні поведінки системи.

Імітаційне моделювання – це метод дослідження, який дозволяє відтворити поведінку реальної системи за допомогою обчислювальних технологій. Сутність методу імітаційного моделювання міститься в розробці таких алгоритмів та програм, які імітують поведінку системи, її властивості та характеристики в необхідному для дослідника складі та області зміни її параметрів. Це відтворення на ЕОМ (імітація) процесу функціонування

досліджуваної системи при дотриманні логічної та часової послідовності протікання процесів, що дозволяє дізнатися про стан системи або окремих її елементів у певні моменти часу.

За своєю суттю, імітаційне моделювання передбачає побудову комп'ютерного представлення системи, яке імітує її основні характеристики та поведінку. Потім цю модель можна виконувати з часом, щоб спостерігати, як система розвивається, реагує на різні вхідні дані та поводить за різними сценаріями. На відміну від фізичного прототипування, імітаційне моделювання пропонує економічно ефективний, безпечний і гнучкий підхід до аналізу та проектування системи

Імітаційною моделлю називається спеціальний програмний комплекс, що дозволяє імітувати діяльність будь-якого складного об'єкта. Він запускає в комп'ютері паралельні взаємодіючі обчислювальні процеси, які є за своїми тимчасовими параметрами (з точністю до масштабів часу та простору) аналогами досліджуваних процесів. У країнах, що займають лідируючу позицію у створенні нових комп'ютерних систем і технологій, науковий напрямок (Computer Science) використовує саме таке трактування імітаційного моделювання. Програмний комплекс запускає в комп'ютері паралельні взаємодіючі обчислювальні процеси, що є за своїми тимчасовими параметрами (з точністю до масштабів часу та простору) аналогами досліджуваних процесів. Науковий напрямок Computer Science використовує саме таке трактування імітаційного моделювання [30].

Мета імітаційного моделювання полягає у відтворенні поведінки досліджуваної системи на основі результатів аналізу найбільш суттєвих взаємозв'язків між її елементами або іншими словами – розробці симулятора досліджуваної предметної галузі для проведення різних експериментів. Імітаційне моделювання дозволяє імітувати поведінку системи у часі. Причому плюсом є те, що часом у моделі можна керувати: уповільнювати у разі швидкоплинних процесів і прискорювати для моделювання систем з повільною мінливістю.

Історія імітаційного моделювання починається з середини XX сторіччя. Спершу цей метод використовували у військовій сфері для моделювання бойових дій та планування стратегій. Однак тільки в останні десятиріччя, завдяки виникненню об'єктно-орієнтованих візуальних інструментів і потужних персональних комп'ютерів, імітаційне моделювання почало активно впроваджуватися розробниками в різних сферах: транспорті, промисловості, медицині, військовій справі та інших.

Етапи розвитку імітаційного моделювання можна умовно розділити на кілька ключових періодів:

1. Ранні часи (до 1960-х) характеризуються появою елементарних моделей, що реалізовані на громіздких ЕОМ, переважно, для військових та інженерних потреб. Був розроблений метод під назвою «Монте-Карло».

2. Розвиток комп'ютерного моделювання (1960-1970-ті роки): поява спеціалізованих мов програмування для створення імітаційних моделей (наприклад, SIMULA, GPSS); збільшення сфери застосування в різних галузях.

3. Еволюція програмного забезпечення (1980-2000-і роки)

- створення спеціалізованих програмних платформ (наприклад, Arena, Simulink);
- активне впровадження імітаційного моделювання у бізнес, медицину, виробництво;
- поява об'єктно-орієнтованого програмування та зручних графічних інтерфейсів для створення і аналізу моделей.

4. Сучасний період (з 2000-х років по теперішній час)

- інтеграція штучного інтелекту та машинного навчання в процес моделювання;
- використання хмарних обчислень та суперкомп'ютерів для моделювання складних систем;
- поєднання імітаційного моделювання з великими даними та інструментами аналітики.

Таким чином, імітаційне моделювання з обмеженого специфічного інструменту поступово перетворилося на універсальний метод аналізу та оптимізації, який охоплює різні галузі науки і практики.

Імітаційне моделювання може виявитися найбільш прийнятним у таких випадках:

1) немає закінченої математичної постановки завдання;

2) аналітичні моделі є, але математичні процедури настільки складні і трудомісткі, що імітаційне моделювання дає більш простий чи єдиний можливий спосіб розв'язання задачі;

3) крім оцінки вихідних параметрів, бажано виконати спостереження за поведінкою системи протягом певного періоду;

4) імітаційне моделювання може виявитися єдино можливим внаслідок неможливості постановки експерименту та спостережень у реальних умовах (наприклад, вивчення поведінки космічних кораблів у міжпланетному просторі);

5) при моделюванні необхідна зміна тимчасової шкали (уповільнення чи прискорення досліджуваних процесів);

6) необхідно виконати попередню перевірку нових стратегій та правил прийняття рішень перед проведенням експериментів на реальну систему;

7) якщо для стохастичної моделі даних тільки про моменти розподілів недостатньо і особливе значення має послідовність подій у досліджуваній системі.

У багатьох випадках імітаційне моделювання – це єдиний спосіб отримати уявлення про поведінку складної системи та провести її аналіз. Перевагою імітаційного моделювання і те, що воно може використовуватися на відміну аналітичного і чисельного моделювання у випадках, коли всі елементи системи представлені як суворих математичних залежностей. Імітаційний підхід до аналізу моделі протиставляється аналітичному підходу, де метод аналізу системи є суто теоретичним. Оскільки цей підхід більш надійний, він дає більшу гнучкість та зручність. Крім того, за наявності досить потужної обчислювальної системи імітаційне моделювання може бути виконане практично за будь-якого ступеня деталізації створеної моделі. З цієї причини в даний час з інтенсивним розвитком інформаційних технологій імітаційні методи набувають все більш широкого застосування.

Імітаційне моделювання дозволяє здійснювати багатократні випробування моделі з потрібними вхідними даними, щоб визначити їх вплив на вихідні критерії оцінки роботи системи. При такому моделюванні комп'ютер використовується для чисельної оцінки моделі, а за допомогою отриманих даних розраховуються її реальні характеристики.

Імітаційне моделювання може використовуватися для прийняття рішень на стадіях проектування та аналізу виробничих систем (наприклад, конвеєрних ліній або складських приміщень), транспортних систем (автомагістралей, портів, метрополітену), різних організацій, надають послуги масового обслуговування (перукарень, центрів обробки замовлень по телефону, лікарень, автозаправок, банків), соціальних та фінансових систем, моделюванню обчислювальних систем та мереж тощо. Окрім використання в якості інструменту для кращого розуміння та оптимізації продуктивності або надійності систем, імітація також широко використовується для перевірки правильності проектів. Моделювання на ранніх етапах проектування є важливим, оскільки вартість виправлення помилок різко зростає при виявленні помилки в життєвому циклі продукту.

Системи реального світу часто занадто складні для аналітичних моделей і часто занадто дорогі, щоб експериментувати з ними безпосередньо. Імітаційні моделі дозволяють моделювати таку складність і дозволяють проводити недорогі експерименти, щоб зробити висновки про те, як може поводитися фактична система.

Необхідно визначити ряд проблем, які виникають в процесі моделювання систем. Дослідник повинен акцентувати на них увагу і

намагатися їх вирішити, щоб уникнути отримання недостовірних відомостей про систему.

Перша проблема полягає у знаходженні «злотої середини» між спрощенням та складністю системи. На думку Шеннона мистецтво моделювання в основному полягає в умінні знаходити і відкидати фактори, що не впливають або незначно впливають на характеристики системи, що досліджуються [34]. Знаходження цього «компромісу» багато в чому залежить від досвіду, кваліфікації та інтуїції дослідника. Якщо модель спрощена і в ній не враховані деякі суттєві фактори, то висока ймовірність отримати по цій моделі помилкові дані, з іншого боку, якщо модель складна і до неї включені фактори, що мають незначний вплив на систему, що вивчається, то різко підвищуються витрати на створення такої моделі і зростає ризик помилки в логічній структурі моделі. Тому перед створенням моделі необхідно зробити великий обсяг роботи з аналізу структури системи та взаємозв'язків між її елементами, вивчення сукупності входних впливів, ретельної обробки наявних статистичних даних про досліджувану систему.

Друга проблема полягає у штучному відтворенні випадкових впливів навколишнього середовища. Це питання дуже важливе, оскільки більшість динамічних виробничих систем є стохастичними, і при їх моделюванні необхідно якісне незміщене відтворення випадковості, інакше результати, отримані на моделі, можуть бути зміщеними і не відповідати дійсності.

Третьою найскладнішою проблемою є оцінка якості моделі та отриманих з її допомогою результатів (ця проблема є актуальною і для аналітичних методів). Адекватність моделей може бути оцінена методом експертних оцінок, порівнянням з іншими моделями (що вже підтвердили свою достовірність) за отриманими результатами. У свою чергу, для перевірки отриманих результатів частина з них порівнюється з наявними даними.

2.2 Процес імітаційного моделювання

Викладений в п. 1.4 підхід до побудови моделі повністю можна перенести і на імітаційне моделювання. Імітаційне моделювання – це багатокроковий процес, який потребує структурованого підходу. Процес послідовної розробки імітаційної моделі починається зі створення простої моделі, яка потім поступово ускладняється відповідно до вимог (рис.2.1).

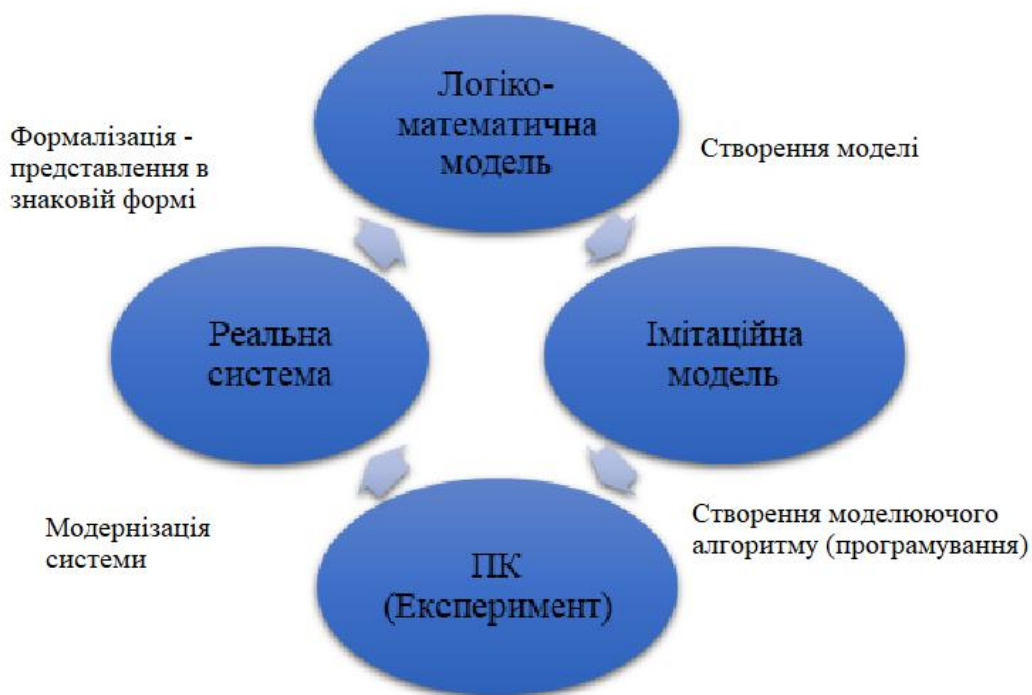


Рисунок 2.1 – Процес імітаційного моделювання

У кожному циклі створення програмної моделі можна виділити такі етапи:

1. **Формулювання проблеми.** На першому етапі визначається суть проблеми, що стоїть перед дослідником та приймається рішення про доцільність застосування методу імітаційного моделювання [26]. Потім визначаються цілі, які мають бути досягнуті в результаті імітації. Від того, як сформульовано цілі значною мірою залежить вибір типу імітаційної моделі та загальний напрямок дослідження на ній. Аналіз проблеми вимагає детального вивчення всіх аспектів функціонування (тут необхідне розуміння деталей – для цього слід бути фахівцем у конкретній предметній галузі або тісно співпрацювати з експертами). Система, що розглядається, взаємодіє з іншими системами, тому з позицій системного підходу потрібно розплутати клубок проблем: від початкового формулювання розширити до загальної проблематики. Важливо правильно сформулювати завдання. Загальне завдання моделювання при цьому розбивається на конкретні. На цьому етапі чітко формулюються цілі моделювання. Цілі моделювання визначають загальну концепцію моделі та впливають на всі наступні етапи імітаційного моделювання; далі формується концептуальна модель об'єкта дослідження [2].

2. **Розробка концептуальної моделі:** формалізація системи, тобто перехід від реальної системи до деякої логічної схеми (абстрагування). Така формалізація починається зі словесного опису реальності у системі прийнятих

термінів та формальних понять. Тут подається інформація про природу та параметри (характеристики) елементарних явищ досліджуваної системи, про вид та рівень взаємодії між ними, про місце та значення кожного елементарного явища в загальному процесі функціонування системи. Завершується формалізація побудовою загальної схеми процесів, що підлягають дослідженню. Далі отримана схема уточнюється та доповнюється відповідно до того рівня деталізації, який визначається постановкою задачі. Процес побудови концептуальної схеми системи завершується структуризацією (вказівкою та загальним описом зв'язків між виділеними елементами системи), а також описом динаміки функціонування системи та її можливих станів. Від якості побудови концептуальної схеми імітаційної моделі залежить результат дослідження. Результат роботи на цьому етапі - задокументований концептуальний опис плюс обраний спосіб формалізації системи, що моделюється. У разі створення невеликих моделей цей етап поєднується з етапом складання опису системи, що моделюється. На цьому етапі також уточнюється методика всього імітаційного експерименту.

Зазвичай розробники приділяють надто мало часу на етап концептуального проектування. Натомість вони намагаються одразу розпочати процес розробки моделі. Виділення малого часу на концептуальне проектування майже завжди збільшує загальний час, потрібний для завершення моделювання.

3. Підготовка вхідних даних. У деяких випадках цей етап здійснюється паралельно із розробкою концептуальної моделі. Фактично, на цьому етапі створюється інформаційний простір системи. Тут виявляються кількісні характеристики (параметри) функціонування системи та її елементів, чисельні значення яких становитимуть вихідні дані для моделювання.

На цьому етапі перед розробником імітаційної моделі постають два питання:

- де і як отримати, зібрати вихідну інформацію;
- як обробити зібрані дані про реальну систему.

Основним завданням аналізу даних є характеристика випадкових величин та визначення їх розподілів. Часто ми маємо вибірккові спостереження даних з реального світу в загальний метод полягає в підборі стандартних або емпіричних розподілів, які потім можна застосовувати для створення вибірок у процесі моделювання. Інший підхід передбачає випадкове відбирання спостережуваних даних.

4. Трансляція моделі: переведення моделі на мову програмування. На цьому етапі здійснюється перетворення діаграми моделі на окрему комп'ютерну програму чи сценарій спеціалізованої системи моделювання. У

сучасних версіях таких систем цей етап виконується автоматично завдяки наявності візуальних засобів побудови моделей. Концептуальний або формальний опис моделі складної системи перетворюється на програму-імітатор відповідно до деякої методики та техніки програмування, із застосуванням мов і систем моделювання. Важливим моментом є коректний вибір інструментального засобу для реалізації імітаційної моделі.

5. Верифікація запрограмованої моделі. Верифікація – це процес перевірки того, що модель була правильно реалізована відповідно до її специфікації та математичних рівнянь. Іншими словами, це технічна перевірка коректності коду або алгоритмів, що використовуються для моделювання. На цьому етапі виконується аналіз чутливості і валідація вихідних даних імітаційної моделі (якщо реальна система існує, для порівняння вихідних даних моделі і реальної системи застосовуються статистичні методи).

6. Стратегічне та тактичне планування: визначення умов проведення машинного експерименту з імітаційною моделлю. Коли говорять про стратегічне планування, передбачають схему отримання бажаних результатів за допомогою імітаційної моделі. На тактичному рівні планують спосіб проведення кожної серії випробувань, передбачених планом експерименту.

7. Експериментування: багаторазовий прогін імітаційної моделі на комп'ютері для отримання необхідної інформації.

8. Аналіз результатів: вивчення результатів імітаційного експерименту для підготовки висновків та рекомендацій щодо вирішення проблеми.

9. Реалізація та документування: реалізація рекомендацій, отриманих на основі імітації, та складання документації по моделі та її використанню [4].

Таким чином, процес імітаційного дослідження є трудомістким ітеративним процесом, який вимагає від розробників таких моделей певних інтелектуальних витрат та технологічних зусиль. Розробник імітаційної моделі повинен бути і майстерним системним аналітиком, і майстром-технологом, який володіє сучасними комп'ютерними технологіями, що застосовуються при створенні та дослідженні імітаційних моделей, мати хорошу аналітичну підготовку, що дозволяє коректно застосовувати методи математичної статистики та інші математичні та обчислювальні процедури як для цілей ідентифікації імітаційних моделей, так і обробки результатів експериментального дослідження.

2.3 Методи імітаційного моделювання

В імітаційному моделюванні сформувалися та найбільш часто застосовуються три основний підходи: системна динаміка, дискретно-подієве

моделювання та агентне моделювання. Кожний з цих підходів має свої унікальні особливості, переваги та недоліки, що розглядаються нижче.

1. *Системна динаміка* (System Dynamics, SD) – це метод імітаційного моделювання, що дозволяє аналізувати складні нелінійні системи з урахуванням зворотних зв'язків, часових затримок та накопичення змінних. Системна динаміка була розроблена Форестером у 1961 році та спочатку застосовувалася для вирішення складних промислових економічних систем і світових проблем навколишнього середовища та населення. Ці моделі дуже тісно пов'язані із загальним системним підходом і дозволяють розробникам моделей вставляти якісні зв'язки (виражені в загальних кількісних формах). Як і всі імітаційні моделі, усі результати залежать від передбачуваних вхідних даних. Загальна теорія систем розглядає вузли взаємопов'язаних частин як такі, що мають контури зворотного зв'язку, які реагують на умови системи та забезпечують певний ступінь самокоригування та контролю [35].

Система, як правило, складається з багатьох частин, які взаємопов'язані одна з одною причинно-наслідковим зв'язком. У великих системах причинно-наслідковий зв'язок може бути циклічним із петлями зворотного зв'язку. У складних системах дуже важко передбачити результат роботи всієї системи, коли змінюється навіть одна з частин. На поведінку системи безпосередньо впливає її структура – частини та тип зв'язку між цими частинами. Система – це більше, ніж сума її частин. Вона може демонструвати адаптивну, динамічну, цілеспрямовану, самозбережувальну та іноді еволюційну поведінку. Саме тут може допомогти метод системної динаміки.

Системна динаміка базується на декількох ключових принципах. По-перше, це концепція «зворотного зв'язку», яка передбачає, що зміни в одній частині системи можуть викликати зміни в інших її частинах. По-друге, системна динаміка включає в себе концепцію «часових затримок». Ці затримки можуть значимо впливати на поведінку системи і повинні враховуватися при моделюванні. Нарешті, важливим аспектом системної динаміки є опис того, як змінюється з часом поведінка системи у відповідь на внутрішні та зовнішні фактори впливу. Системна динаміка враховує складні взаємодії між елементами системи, що дозволяє більш точно прогнозувати їх поведінку.

Системна динаміка як метод імітаційного моделювання включає в себе:

- побудову структури об'єкта або системи;
- побудову системної діаграми об'єкта, де вказуються зв'язки між його елементами;
- визначення змінних для кожного елементу системи та темпів їх зміни;

- прийняття гіпотез про залежність кожного темпу зростання від змінних та формальний опис цих гіпотез;
- процес оцінки вхідних параметрів за допомогою статистичних методів.

Системна динаміка застосовується тоді, коли немає необхідності чи можливості дослідити вплив окремих об'єктів, а достатньо вивчити поведінку системи.

Основні елементи системної динаміки:

1) Потоки (flows) та рівні (stocks):

- *рівні (накопичення)* – змінні, які відображають накопичення ресурсів у системі (наприклад, кількість товарів на складі, чисельність населення, обсяг капіталу). Накопичувачі характеризують стан системи. Вони містять пам'ять системи. Модель працює лише із сукупністю об'єктів: окремі елементи, які є у накопичувачі, не помітні;

- *потоки* – швидкість зміни рівнів системи. Вони на вхідні (inflows) та вихідні (outflows). Потоки представляють інтенсивність, з якою змінюються ці стани системи.

2) Зворотні зв'язки (feedback loop)

- позитивні зворотні зв'язки – сприяють експоненційному зростанню або спаду;

- негативні зворотні зв'язки – стабілізують систему, протидіючи змінам (наприклад, система терморегуляції організму).

3) Затримки (delays) – реальні системи мають часові затримки між дією та її ефектом (наприклад, економічна політика може впливати на ринок навіть через деякий час).

Системна динаміка найчастіше використовується для розробки довгострокових стратегічних моделей і передбачає високий рівень агрегації об'єктів: моделі системної динаміки розглядають людей, товари, ресурси та інші окремі елементи в кількісних термінах. Крім того, системна динаміка знайшла своє застосування і в моделюванні обчислювальних систем, допомагаючи аналізувати їх продуктивність, масштабованість, управління ресурсами та вплив різних факторів на роботу системи. Наприклад, у хмарних обчисленнях можна змодельовати динаміку використання ресурсів залежно від навантаження, враховуючи зворотні зв'язки між запитами користувачів, завантаженістю серверів та часом відповіді.

2. Дискретно-подієве моделювання (Discrete-Event Simulation, DES)

– це метод імітаційного моделювання, в якому стан системи змінюється в певні моменти часу через події. На відміну від неперервних моделей, які оновлюють стан системи у кожний момент часу, дискретно-подієві моделі змінюють свій стан лише тоді, коли відбуваються події [24].

Термін «дискретно-подієве моделювання» історично виник для опису моделей, що описують системи обслуговування потоків об'єктів деякої природи: клієнтів магазину, автомобілів на заправних станціях, туристів біля стійки реєстрації на рейс, міжміських переговорів тощо. Саме такі системи отримали назву систем масового обслуговування (СМО) – це системи, на вхід яких подається випадковий потік однотипних заявок (подій), що обробляються однією або декількома однотипними каналами (пристроями).

Суть дискретно-подієвого методу моделювання міститься в тому, що система моделюється як процес, який є послідовністю операцій, які виконуються між сутностями.. Процес зазвичай включає затримки, використання ресурсів та очікування в чергах. Система в даній моделі описується через декілька ключових компонентів: об'єкти, події, стани та правила, які керують процесами. Це дозволяє аналітикам та дослідникам візуалізувати та оптимізувати різні системи і процеси.

Існує багато причин, за якими дослідники обирають саме дискретно-подієве моделювання. По-перше, воно дозволяє будувати реалістичні та динамічні моделі складних систем. Зазвичай дискретно-подієве моделювання пов'язане з наявністю стохастики – випадкових процесів. Це дозволяє врахувати невизначеності та варіації даних в реальних системах. По-друге, дискретно-подієве моделювання підходить для широкого спектру областей від виробництва до фінансової сфери. Це робить його універсальним інструментом для вирішення різних задач. По-третє, існує багато програмних засобів та інструментів для реалізації дискретно-подієвого моделювання, що полегшує процес моделювання та візуалізації різних варіантів системи.

Щоб зрозуміти дискретно-подієве моделювання, важливо розглянути основні елементи, що входять до складу системи. Якою б складною не була система, в дискретно-подієвому моделюванні існують певні ключові елементи:

1) *Стани*. Це опис системи в певний момент часу. Стан може включати в себе кількість клієнтів в черзі, ступінь завантаженості обладнання та інші параметри

2) *Події*. Події являють собою зміни в стані системи. Як правило, події можуть бути викликані діями, які відбуваються в системі, або зовнішніми факторами. Самі події можуть мати різну фізичну природу і різне представлення в моделі. Подією може бути поява в моделі якогось об'єкта, наприклад, прихід відвідувача, формування сигналу часу та ін.

3) *Часові параметри*. Кожна подія в моделі пов'язана з певним часовим параметром, який вказує, коли вона відбудеться. Це дозволяє відслідкувати послідовність подій та їх вплив на стан системи.

4) *Черги та ресурси* – механізми управління потоками об'єктів у системі

5) *Правила переходу станів* – логіка, яка визначає, як змінюється стан системи після настання події

Дискретно-подієве моделювання – найпоширеніший підхід імітаційного моделювання, сфера його застосування дуже велика: логістика, соціально-економічні процеси, промисловість та ін. Описуються дискретно-подієві моделі у вигляді блоків, що обробляють заявки відповідно до заданих параметрів, та з'єднань між ними, що визначають послідовність операцій

Дискретно-подієве моделювання знаходить широке застосування в моделюванні систем реального світу в різних областях. Наприклад, у виробництві воно полегшує оптимізацію виробничих ліній шляхом імітації руху матеріалів або ресурсів на різних етапах виробничого процесу. У логістиці та транспорті дискретно-подієве моделювання допомагає моделювати транспортні потоки, дозволяючи аналітикам симулювати сценарії заторів або оцінювати стратегії оптимізації маршруту.

Розуміння основних концепцій DES формує основу для побудови моделей, які імітують поведінку систем реального світу. Універсальність DES у моделюванні різних сценаріїв і його застосовність у різних галузях підкреслює його важливість для моделювання складних динамічних систем і отримання ідей, які допомагають у прийнятті рішень та оптимізації системи.

Моделювання робочих процесів: DES дозволяє моделювати складні робочі процеси в системах, допомагаючи зрозуміти динаміку процесу. Наприклад, у розробці програмного забезпечення DES може імітувати потік завдань у гнучкому середовищі, дозволяючи оптимізувати процеси розробки

Оптимізація процесів: DES можна використовувати для оптимізації виробничих процесів, операцій ланцюга поставок або систем обслуговування. Моделюючи різні сценарії, DES допомагає виявити вузькі місця та неефективність, таким чином уможлиблюючи вдосконалення процесів

Аналіз розподілу ресурсів: DES допомагає аналізувати стратегії розподілу ресурсів. Наприклад, у сфері охорони здоров'я він може моделювати потік пацієнтів у лікарнях для оптимізації розподілу персоналу чи використання ліжок

Переваги дискретно-подієвого моделювання:

1) Гнучкість. Дискретно-подієве моделювання дозволяє адаптуватися до різних ситуацій та змінювати свої параметри у відповідності з потребами аналізу. Це робить його універсальним інструментом для множини галузей.

2) Наочність. Моделі можуть бути візуалізовані, що допомагає спростити сприйняття складних процесів та закономірностей.

3) Аналіз невизначеності. DES дозволяє враховувати стохастичні процеси та невизначеності, що робить його особливо корисним для вивчення систем, які можуть бути схильні до випадкових змін.

4) Економічне експериментування. DES дозволяє проводити економічно ефективні експерименти. Його можна застосовувати для моделювання різних стратегій або сценаріїв без реалізації в реальному світі, зменшуючи ризики та витрати, пов'язані з тестуванням.

Незважаючи на те, що дискретно-подієве моделювання пропонує потужні можливості, важливо згадати про проблеми та обмеження при застосуванні цього підходу:

1) Складність побудови моделі: створення моделей дискретно-подієвого моделювання може бути складним, особливо при моделюванні складних систем із численними взаємодіючими елементами та зв'язками. Обробка складних взаємодій і залежностей із одночасним забезпеченням точності може викликати труднощі.

2) Інтенсивність обчислювальних ресурсів: моделювання великих систем за допомогою дискретно-подієвого моделювання може вимагати значних обчислювальних ресурсів. Час обробки та використання пам'яті можуть значно збільшитися, що вплине на можливість моделювання.

3. *Агентне моделювання (ABM)* – порівняно новий напрямок в імітаційному моделюванні, його положення були сформульовані в 90-х роках ХХ ст. Він застосовується у тих випадках, коли поведінка досліджуваної системи визначається поведінкою множини незалежних об'єктів, які самостійно приймають рішення про свої дії [14]. Такі об'єкти називаються агентами. це метод імітаційного моделювання, який фокусується на поведінці та взаємодії автономних агентів. Агенти можуть бути як індивідуальними об'єктами, так і більш складними системами (наприклад, компанії, екосистеми) [32].

На відміну від традиційних методів моделювання, які вивчають систему цілком, агентне моделювання поділяє систему на складові, що дозволяє глибше зрозуміти динаміку внутрішніх процесів. Такий підхід забезпечує більшу гнучкість та детальність в аналізі складних систем.

Основна ідея агентного моделювання полягає в тому, що поведінка системи в цілому може бути зрозуміла та передбачена через вивчення поведінки окремих агентів. Це дозволяє моделювати різні сценарії та аналізувати, як зміни в поведінці окремих агентів можуть впливати на динаміку всієї системи.

Агентне моделювання базується на декількох ключових принципах. Перш за все, це локальні правила поведінки агентів. Кожний агент приймає

рішення на основі своєї внутрішньої логіки та знанням про навколишнє середовище. Це дозволяє описувати складні системи, де глобальна поведінка виникає з локальної взаємодії. Крім того, важливою частиною агентного моделювання є можливість адаптації. Агенти можуть змінювати свою поведінку у відповідь на зміни у зовнішньому середовищі або в результаті взаємодії з іншими агентами. Ця властивість робить агентні моделі особливо прийнятими для дослідження еволюційних та ігрових процесів.

Агентне моделювання також часто застосовує стохастичні компоненти, що дозволяє врахувати невизначеності та випадкові події, які можуть впливати на поведінку агентів. Таким чином моделі становляться більш реалістичними та наближеними до реальних ситуацій.

Основні компоненти агентного моделювання:

1) *Агенти* – це основні будівельні блоки моделі. Кожен агент у моделі є автономним елементом, що володіє своїми характеристиками, поведінкою та правилами взаємодії з іншими агентами та навколишнім середовищем.. Агенти можуть бути простими (наприклад, точки на карті, що переміщуються за певними правилами) або складними (наприклад ті, що моделюють поведінку людей з емоціями, цілями та стратегіями). Ключовий аспект – агенти мають деякий рівень «автономності», тобто самі приймають рішення на основі своєї внутрішньої логіки та зовнішніх стимулів.

2) *Середовище* – простір, в якому діють агенти. Воно може бути як статичним, так і динамічним, та оказує значний вплив на поведінку агентів. В деяких моделях середовище може змінюватися в залежності від дій агентів, утворюючи при цьому складні і непередбачувані сценарії.

3) *Взаємодія* – агенти взаємодіють один з одним та з оточенням. Ця взаємодія може мати різний характер: співробітництво, конкуренція, вплив тощо. Характер взаємодії визначається правилами моделі.

4) *Моделі поведінки* – розробка моделі поведінки агента є важливим етапом агентного моделювання. Ці моделі визначають, як агенти приймають рішення та реагують на зміни в середовищі або взаємодію з іншими агентами.

Основна перевага агентного моделювання – його гнучкість. Можна зробити агентну модель досить складною. Це має і плюси і мінуси. Додавання складності до моделі дозволяє вивчати будь-яке явище, яке може нас зацікавити, але це також ускладнює аналіз та розуміння моделі з використанням найбільш передових математичних методів. З цієї причини агентні моделі, як правило, реалізуються на мові програмування та досліджуються за допомогою комп'ютерного моделювання [30].

Штучний інтелект (ШІ) активно використовує агентне моделювання для розробки складних систем, спроможних автономно приймати рішення. Один з

кращих прикладів використання ІІІ – це створення інтелектуальних агентів, які можуть взаємодіяти з навколишнім середовищем та виконувати завдання без безпосереднього контролю людини. В рамках штучного інтелекту агентне моделювання знаходить застосування при створенні «розумних міст» або для навчання з підкріпленням.

Однак агентне моделювання стикається з деякими помітними обмеженнями. Однією з важливих проблем є обчислювальна складність, особливо при роботі з великою кількістю агентів або складними взаємодіями. Ці вимоги можуть навантажувати обчислювальні ресурси і зробити моделювання непрактичним. Також ще однією перешкодою є перевірка та калібрування моделей, оскільки поведінку, яка виникає з простих правил агентів, може бути складно перевірити на основі даних реального світу. Крім того інтерпретація результатів агентного моделювання потребує детального аналізу для розуміння того, як індивідуальна поведінка впливає на загальносистемну динаміку.

Незважаючи на ці обмеження, агентне моделювання залишається цінним інструментом для розуміння складних систем. Воно продовжує розвиватись як потужний інструмент для моделювання складних систем. Вирішення ключових технічних та методологічних проблем залишається критично важливим для його ефективного застосування. Інтеграція передових методів машинного навчання є одним із найперспективніших напрямів для покращення можливостей моделювання та подолання поточних обмежень.

2.4 Програмні засоби імітаційного моделювання

В основі імітаційного моделювання є розробка комп'ютерної програми. Одне з найбільш важливих рішень, які приходить приймати розробнику імітаційної моделі, є вибір програмного забезпечення. Якщо програмне забезпечення недостатньо гнучке або з ним складно працювати, то імітаційне моделювання може дати некоректні результати або взагалі виявитися нездійсненим. Комп'ютерна програма імітації може бути розроблена за допомогою різних інструментальних засобів [22].

Сучасні програмні засоби побудови імітаційних моделей дозволяють прискорити процес створення моделі за рахунок використання різних компонент, з яких будується модель, а також графічного інтерфейсу.

Засоби імітаційного моделювання для побудови моделей можна розділити на чотири групи [7]:

- універсальні мови програмування (Python, C++, Java);

- включення засобів імітаційного моделювання в математичні комп'ютерні системи;
- спеціалізовані мови та середовища для імітаційного моделювання;
- спеціалізовані об'єктно-орієнтовані середовища імітаційного моделювання.

Для ефективної розробки імітаційної моделі системи важливо, щоб інструментальні засоби мали певні функціональні можливості:

- генерування випадкових чисел (послідовність значень, рівномірно розподілених в інтервалі $[0;1]$);
- генерування послідовності значень випадкових величин із заданим законом розподілу ймовірностей;
- просування модельного часу;
- визначення наступної події зі списку подій та передача керування відповідному блоку;
- додавання записів в список або видалення записів зі списку;
- збір вихідних статистичних даних та створення звіту з результатами.

Універсальні мови програмування не є спеціалізованими для імітаційного моделювання, але мають достатню гнучкість для створення моделей. Вони надають базові структури даних, алгоритми та інструменти для роботи введенням та виведенням даних. Мови програмування знає більшість розробників, чого не можна сказати про пакети імітаційного моделювання. Однією з найбільш популярних мов в області імітаційного моделювання є Python. Його простота у використанні та велика спільнота розробників створюють можливості для швидкої розробки та налагодження моделей. До недоліків універсальних мов програмування можна віднести потребу в більш високому рівні програмування та відсутність візуального представлення моделі.

Математичні пакети (наприклад MATLAB, Mathematica, Maple) містять функції для роботи з випадковими величинами, статистичним аналізом та чисельним інтегруванням, що є корисним для імітаційного моделювання. Але вони не надають спеціалізованих інструментів для побудови та керування імітаційними моделями.

При виборі програм проведення імітаційного моделювання вкрай важливо враховувати те що, доцільним є створення моделей програмування мовами високого рівня, а технологія побудови комп'ютерних моделей і проведення імітаційних експериментів з допомогою вже готових спеціалізованих комп'ютерних середовищ.

Використання спеціалізованих пакетів імітаційного моделювання у порівнянні із застосуванням універсальних мов програмування та математичних пакетів дає декілька переваг.

1) Візуальне моделювання та зручність використання. Спеціалізовані пакети зазвичай надають зручний графічний інтерфейс. Користувач може візуально налаштувати параметри моделі та спостерігати за результатами імітації без написання великої кількості коду. Це значно прискорює процес розробки та робить його більш доступним для спеціалістів без великого досвіду програмування.

2) Спеціалізовані пакети мають великий набір блоків і компонентів, призначених для різних аспектів імітаційного моделювання. Це дозволяє швидко побудувати модель, не витрачаючи час на реалізацію стандартних алгоритмів.

3) Пакети імітаційного моделювання надають широкий спектр інструментів для аналізу результатів моделювання. Ці інструменти зазвичай добре інтегровані в середовище моделювання та зручні у використанні.

4) Багато пакетів підтримують конкретні методології імітаційного моделювання (наприклад, дискретно-подієве, агентне моделювання). Вони можуть включати в себе спеціальні інструменти та функції, оптимізовані для цих методологій.

Зараз на ринку інформаційних технологій існує велика кількість спеціалізованих програмних продуктів для імітаційного моделювання. Розглянемо деякі з них.

Arena – система дискретного моделювання від компанії Rockwell Automation. Система надає можливості для створення моделей складних систем, таких як виробничі лінії, склади, системи обслуговування клієнтів та інші.. Arena забезпечена зручним об'єктно-орієнтованим інтерфейсом і має можливості адаптації до різних предметних областей. Система не вимагає написання програмного коду і виключно проста у використанні, але для її освоєння потрібні значний час і досить глибокі знання теорії ймовірностей, математичної статистики, теорії систем масового обслуговування, мереж Петрі. Завдяки графічному інтерфейсу Arena робить моделювання інтуїтивно зрозумілим. Користувач може створювати моделі, перетягуючи та з'єднуючи готові блоки, що представляють різні операції та ресурси. Це дозволяє швидко прототипувати та тестувати різні сценарії, виявляти вузькі місця та оцінювати ефективність запропонованих змін.

Оснoву технологій даного пакету складає мова моделювання SIMAN. Ця мова програмування дозволяє розглядати процеси в різних масштабах часу,

виділяти змінні та виявляти «вузькі місця» між ними в різних потоках (наприклад, матеріальних або інформаційних).

Система імітаційного моделювання Arena включає:

- двовимірний графічний редактор;
- тривимірний графічний редактор (пакет 3D player);
- редактори тимчасових шаблонів та розкладів;
- редактор символів та бібліотека графічних заготовок;
- зв'язок з бібліотекою графічних заготовок та буфером обміну Microsoft.

Процес моделювання починається з того, що користувач послідовно вибудовує у візуальному редакторі модель. Далі система генерує відповідний код для моделі і потім запускається анімаційна система Cinema Animation для відображення результатів моделювання.

Інтерфейс Arena включає в себе всі можливі засоби для роботи з даними, в тому числі електронні таблиці, бази даних, ODBC, OLE, підтримку формату DXF. Однією з основних переваг Arena є можливість інтеграції з іншими програмами та системами, що дозволяє аналізувати дані та приймати обґрунтовані рішення на основі результатів моделювання (<http://www.arenasimulation.com/>).

AweSim – це універсальна система імітаційного моделювання для мережі з дискретною чи безперервною інтерпретацією, використовується для моделювання різноманітних систем, таких як виробництво, транспортування, системи зв'язку, військові операції, охорона здоров'я та банківські справи. AweSim включає мову моделювання Visual SLAM для побудови мережевих, підмережевих, дискретно-подійних та безперервних моделей. Мережеві моделі не вимагають програмування, але допускають вставки, закодовані користувачем у Visual Basic або C. Дискретно-подійні та безперервні моделі можуть бути створені з використанням об'єктно-орієнтованої технології Visual Basic, C або Visual C++ та можуть бути об'єднані з мережевими моделями. Одночасно можуть відображатися кілька анімованих зображень. Сценарії порівнюються статистично, після чого з них вибирають набір альтернатив з найкращими показниками.

Розробник: Symix Systems Inc., США (<https://www.awesim.org>).

Extendsim – універсальне середовище імітаційного моделювання. Середовище ExtendSim призначене для розробки імітаційних моделей систем різних типів, як дискретних, так і безперервних. В основі роботи ExtendSim лежить модульний блоковий підхід, який робить процес моделювання інтуїтивно зрозумілим та гнучким. Система імітаційного моделювання ExtendSim не потребує спеціальних знань та навичок програмування, має дружній до користувача інтерфейс. Для моделювання достатньо намалювати

структурну схему процесу, що моделюється та за допомогою налаштувань необхідних параметрів блоків ввести вхідні дані.

Події в моделі виконуються при проходженні динамічних об'єктів (повідомлень) від одного блоку моделі до іншого. Ці блоки поєднуються між собою потоками, що передають інформацію або ресурси. ExtendSim – середовище візуального моделювання, кожний блок має умовне графічне зображення. Блоки включені в бібліотеки, усього в ExtendSim сім спеціалізованих бібліотек для моделювання різних типів систем.

Результати симуляції можуть бути візуалізовані у вигляді графіків та звітів, що дозволяє аналізувати поведінку системи та виявляти вузькі місця. ExtendSim надає широкі можливості для аналізу "що-якщо", дозволяючи користувачам експериментувати з різними сценаріями та оптимізувати систему для досягнення бажаних результатів

Розробник: Imagine That Inc., San Jose, Каліфорнія, США (<https://extendsim.com/>).

Flexsim – система імітаційного моделювання, призначена для моделювання та візуалізації бізнес-процесів. Flexsim може допомогти визначити пропускні потужності підприємства, баланс виробничих ліній, виявляти вузькі місця, перевірити нові методи планування, оптимізувати виробничі показники, обґрунтовувати капіталовкладення. Кожна модель Flexsim може бути розглянута в тривимірній мультиплікації віртуальної реальності. Крім іншого, Flexsim надає можливості для створення моделей та підмоделей безпосередньо в C++, ґрунтуючись на симуляційних та графічних бібліотеках Flexsim. Це потужне програмне забезпечення для моделювання, створене з нуля, щоб зробити моделювання максимально простим, не жертвуючи функціональністю.

Інтерфейс FlexSim інтуїтивно зрозумілий, що дозволяє користувачам швидко ознайомитись з функціоналом та приступити до моделювання. Програма пропонує потужний набір інструментів для аналізу, таких як діаграми, графіки та звіти, що сприяє кращому розумінню процесів.

FlexSim часто використовується для оцінки доцільності різних рішень, а також оптимізації виробничих процесів. Можливість інтеграції FlexSim з іншими програмами та системами робить його універсальним інструментом для будь-якої організації

Розробник: FlexSim Software Products Inc. (FSP), Orem, Юта, США (<https://www.flexsim.com/>).

NetLogo – середовище мультиагентного моделювання. NetLogo призначена для моделювання ситуацій та феноменів, що відбуваються в природі та суспільстві. Зручний засіб для моделювання складних систем, що

розвиваються в часі. Дозволяє давати вказівки сотням та тисячам незалежних «агентів», які діють паралельно. У освіті NetLogo використовується для демонстрації мережевих феноменів і для моделювання соціальних феноменів у навчальних курсах з менеджменту.

В NetLogo ефективно реалізований метод агентного моделювання. Можна сказати, що з агентів і складається світ NetLogo. Агенти виконують отримані ними завдання до дії. Кожний агент орієнтований на виконання певного завдання, і всі агенти функціонують паралельно в часі.

NetLogo підтримується Національним науковим фондом США (National Science Foundation). NetLogo є програмним забезпеченням, що вільно розповсюджується, і діє на різних платформах. Реалізація – на Scala та Java (<http://ccl.northwestern.edu/netlogo>).

Powersim – середовище моделювання, призначене для вивчення моделей динаміки системи навколишнього середовища. Система Powersim має різні типи інструментів моделювання, які покривають усі потреби у виконанні моделювання, управління дослідженнями чи розподіленими рішеннями. Містить систему створення неперервних моделей на мові Systems Dynamics by Joy Forrester. Ця система реалізована за допомогою рівнів та потоків. В процесі побудови моделі розробник розміщує блоки і визначає змінні, які становлять математичну основу кожного блоку.

При розробці моделей використовується візуальне програмування. Модель, що включає різні елементи, будується на понятійному рівні. Розробник має в своєму розпорядженні на екрані елементи, створює зв'язки між ними, вводить різні залежності, створює тимчасову динаміку розвитку системи. У модель вводяться різні елементи, що управляють. Система має розвинені способи подання результатів моделювання: тимчасові графіки, таблиці, гістограми. Вигляд результатів може бути легко приведений до необхідного стандарту

Розробник: компанія Powersim Software AS, Норвегія (<http://www.powersim.com>).

ProModel (ProModel Solutions) – інструмент дискретно-подійного моделювання також дозволяє моделювати безперервні процеси. ProModel використовується для оцінки, планування та проектування виробництв, складування, логістики. Імітаційна модель у Promodel створюється шляхом перетягування графічного представлення елемента, розташування або ресурсу в імітаційну модель. Розробник моделі також має можливість визначення ці конструкції моделі у вигляді електронної таблиці перед додаванням графічного представлення до моделі. Promodel надає окрему програму під назвою MedModel, яка фокусується на моделюванні лікарень. Основною

відмінністю від загальної версії Promodel є наявність спеціальної графіки та прикладів [35].

Розробник: ProModel Corporation, США (<http://www.promodel.com/>).

Simio – це програмне забезпечення для моделювання, яке забезпечує реальне середовище об'єктного 3D-моделювання у поєднанні з функціональністю планування, щоб допомогти оптимізувати використання критично важливих ресурсів та оцінити ризик, пов'язаний із операційними рішеннями. Платформа дозволяє користувачам створювати свої 3D-моделі за один крок, а потім миттєво перемикатися на 3D-вигляд.

Основа системи Simio – інтелектуальні об'єкти. Ці об'єкти можна брати з моделей конкретних об'єктів і далі, зберігаючи їх в бібліотеці системи, використовувати в інших проєктах. Розробники моделей можуть використовувати стандартні об'єкти з бібліотек та створювати свої власні об'єкти. Моделі в системі Simio створюються у вигляді, близькому до реальних об'єктів моделювання.

Основні функції програми Simio включають 3D-моделювання (анімацію), експерименти, аналіз та функції звітності для визначення сценаріїв. Функції планування дозволяють користувачам виконувати аналіз ризиків у реальному часі, щоб допомогти усунути невизначеності та підвищити безпеку виробництва від поломок, нестачі матеріалів чи незапланованих подій.

Розробник: Simio. LLC (<https://www.simio.com/>).

SIMUL8 – це хмарний інструмент моделювання бізнес-процесів, який дозволяє аналітикам експериментувати з процесами та планувати сценарії за допомогою інструментів моделювання. Він пропонує моделювання процесів із перетягуванням для полегшення створення моделей та звітів для оцінки потенційних результатів. Розроблений для того, щоб допомогти компаніям у всіх галузях покращити процеси та підвищити ефективність, SIMUL8 пропонує такі функції, як візуальна логіка, меню з легким доступом, редактор моделювання з перетягуванням, імпорт та експорт даних, візуалізація результатів та багато іншого.

За допомогою SIMUL8 можна створювати, запускати та аналізувати моделювання бізнес-процесів на будь-якому веб-устрої. Платформа пропонує інструменти для дискретно-побутового моделювання, агентного моделювання, безперервного моделювання та гібридного моделювання. Частини моделювання можна групувати в категорії, щоб запростити повторне використання загальних компонентів для часто використовуваних ресурсів. Менеджер сценаріїв дозволяє користувачам виконувати необмежену кількість запусків моделювання та зрівнювати продуктивність різних симуляцій, в той

час як менеджер результатів пропонує поглиблений аналіз і створені звіти за результатами сценаріїв.

SIMUL8 може бути інтегрований зі сторонніми системами, такими як Microsoft Excel і Google Sheets, для посилення імпорту даних, а API користувача дозволяє підключати платформу до інших програмних систем для передачі даних (<https://www.simul8.com/>).

Vensim – об’єктно-орієнтована система для моделювання та дослідження складних динамічних систем, розроблена компанією Ventana Systems, заснованою в 1985 році в Гарварді, штат Массачусетс. Це середовище моделювання, яке використовується для того, щоб створювати та аналізувати високоякісні динамічні моделі зворотного зв’язку, тобто використання системної динаміки. Моделі побудовані графічно чи редакторі тексту. Особливості: наявність динамічних функцій, subscripting (безліч), аналіз чутливості Монте Карло, оптимізація, обробка даних, прикладні інтерфейси.

Розробник: Ventana Systems, Inc., Harvard, Массачусетс, США (<http://www.vensim.com/index.html>).

Спектр інструментів для імітаційного моделювання досить широкий. Вибираючи між універсальними мовами програмування та системами імітаційного моделювання, слід враховувати, що для створення унікальних моделей, коли важлива швидкість виконання програми, кращими є універсальні мови програмування, а для вирішення типових завдань доцільно вибирати систему імітаційного моделювання, що надає необхідні конструкції та функціональні можливості. При виборі програмного засобу важливо враховувати не лише функціональні можливості, а й наявність підтримки користувачів, документації та навчальних матеріалів. Деякі програми можуть вимагати значних часових та ресурсів для освоєння, що також варто враховувати при ухваленні рішення.

2.5 Спеціалізований пакет імітаційного моделювання GPSS World

В рамках курсу пропонується вивчити основні можливості та отримати досвід розробки простих імітаційних моделей в середовищі GPSS World. Розглянемо можливості цього пакету більш детально.

GPSS (General Purpose Simulating System) – одна з перших мов моделювання, розроблена в 1961 році співробітником компанії IBM Джефрі Гордоном. Ця мова ґрунтується на концепції представлення складних систем як сукупності елементів та правил їх взаємодії під час функціонування.. GPSS складається з мови та інтерпретатора [14]. Подібно до інших мов

програмування вона має словник та граматику, що дозволяють створювати моделі систем певного типу. Програма виконує роль інтерпретатора для моделей, написаних мовою GPSS, дозволяючи користувачеві проводити експерименти з цими моделями на комп'ютері [1].

GPSS World є прямим продовженням мови моделювання GPSS/PC, однієї з перших реалізацій GPSS для персональних комп'ютерів. В даний час версія GPSS World для операційної системи Windows має розширені можливості, серед яких інтерактивне середовище користувача з інтегрованими функціями для роботи з мережею Інтернет. GPSS World – найсучасніша реалізація мови GPSS, доповнена допоміжною мовою PLUS. Безпосередньо мова GPSS включає 53 типи блоків і 25 команд, велика кількість системних числових атрибутів. Крім того, 12 типів операторів складають мову PLUS – Programming Language Under Simulation. Ефективність PLUS багато в чому забезпечується великою бібліотекою процедур [15].

Мова GPSS будується з набору простих об'єктів, які поділяються на чотири класи: динамічні, апаратно-орієнтовані, статистичні та операційні [28].

Динамічні об'єкти називаються транзактами. Вони створюються та знищуються так, як це потрібно в процесі моделювання. З кожним транзактом може бути пов'язано деяке число параметрів, які призначаються користувачем для завдання характеристик цього транзакту.

Апаратно-орієнтовані об'єкти відповідають елементам обладнання, які керуються транзактами. Вони включають в себе пристрої, накопичувачі та логічні перемикачі. Пристрій може обслуговувати одночасно тільки один транзакт. Накопичувач може обслуговувати одночасно кілька транзактів. Логічні перемикачі можуть змінювати рух транзактів.

Для того, щоб оцінити поведінку системи, застосовуються два типи статистичних об'єктів: черги та таблиці. Кожній черзі відповідає перелік транзактів, які затримуються в будь-якій точці системи та запис тривалості цих затримок. Таблиці можуть використовуватися для побудови розподілених обраних величин.

Операційні об'єкти називаються блоками. GPSS має 48 різних блоків, кожен з яких можна використовувати багаторазово. Блок GPSS є певним самостійним елементом системи, що моделюється. Кожен блок реалізує одну або кілька операцій над транзактом, а сукупність блоків утворює програму моделювання. Система GPSS призначена для побудови імітаційних моделей систем з дискретними подіями. Найзручніше в GPSS описувати моделі систем масового обслуговування, які характеризуються відносно простими правилами функціонування їх складових елементів (наприклад, call-центри, виробничі лінії, мережі обслуговування клієнтів тощо) [16].

GPSS World пропонує два основні механізми для забезпечення інтеграції та взаємодії. Перший з них - це механізм потоків даних, під яким мається на увазі послідовність текстових рядків, що використовуються під час моделювання. Завдяки цьому механізму можна здійснювати читання та запис даних у текстові файли. Для управління потоками даних передбачені спеціальні блоки та процедури, які дають змогу працювати з текстовими файлами, зокрема використовувати їх для обміну інформацією з зовнішніми програмами [19].

Другий основний механізм – процедура динамічного виклику. Бібліотека вбудованих процедур GPSS World включає набір функцій для взаємодії з зовнішніми виконуваними файлами, такими як DLL-бібліотеки з підтримкою динамічного підключення. Це дозволяє користувачеві використовувати функціонал сторонніх бібліотек або власних розробок, що часто значно розширює можливості системи.

В операторах можуть виконуватися події наступних типів:

- створення або знищення транзактів;
- зміна числових атрибутів об'єкту;
- затримка транзакту на певний період часу;
- зміна маршруту руху транзакту.

Транзакти переміщуються в системному часі та просторі, переходячи від одного оператора моделі до іншого. При вході в оператор транзакт викликає підпрограму, яка визначається типом оператора. Підпрограма обробляє відповідну подію. Далі транзакт у загальному випадку намагається увійти в наступний оператор. Пересування продовжується до тих пір, поки не виявиться, що черговий оператор повинен виконати одну з наступних функцій:

- видалити транзакт з моделі;
- затримати транзакт в попередньому операторі до виконання певних умов;
- затримати транзакт на час, який визначається моделлю.

Після цього починається просування по системі іншого транзакту і т.д.

- до завершення моделювання. За один крок роботи керуючої програми виконується почерговий перегляд всіх наявних процесів та імітація тих, які можуть бути запущені. При цьому може звільнитися раніше зайнятий канал або виявитися процес більш високого пріоритету, і перегляд списку процесів можна починати заново. При опису цих процесів та в збиранні підсумкової статистики використовується таймер модельного часу, стандартні числові атрибути (СЧА) та параметри транзактів, а також змінні, які визнаються користувачем, вирази та таблично задані функції. Найбільш складні аспекти

моделі – планування майбутніх подій та черговості їх обробки – автоматично реалізує інтерпретатор GPSS.

Симулятор GPSS переміщує транзакти від одного блоку до іншого, подібно до того, як в реальній системі рухаються одиниці потоків, що зображуються транзактами. Кожне переміщення транзакту є подією, яка повинна відбутися в певний момент часу. Симулятор фіксує час настання кожної події, та обробляє їх у правильній часовій послідовності.

Для того, щоб підтримати правильну часову послідовність подій, симулятор моделює часи, які показують поточне значення часу в моделі реальної системи. Одиниця модельного часу визначається користувачем.

Після трансляції вихідної програми в пам'яті персонального комп'ютера формується поточна модель, що є набором об'єктів різного типу. Кожному об'єкту відповідають числові атрибути, які описують його стан на даний момент модельного часу. Значення атрибутів можуть бути арифметичними або логічними. Атрибути об'єктів, до яких може звертатися програміст, називаються стандартними числовими атрибутами. Крім того, є ряд так званих системних атрибутів, що належать не до окремих об'єктів, а до моделі загалом. Значення атрибутів всіх об'єктів моделі після закінчення моделювання виводяться у стандартний звіт.

В GPSS реалізовано збір статистичних даних, що описують поведінку моделі та автоматичний друк підсумкової статистики після завершення моделювання. В результаті моделювання GPSS надає дані про характеристики системи, що моделюється, такі як середній час очікування, пропускну здатність, завантаження обладнання та інші показники ефективності. Аналіз цих даних дозволяє оптимізувати реальну систему, ідентифікувати вузькі місця та приймати обґрунтовані рішення по покращенню її функціонування.

Контрольні питання

1. Що таке імітаційне моделювання?
2. Які основні цілі імітаційного моделювання?
3. Чим імітаційне моделювання відрізняється від інших видів моделювання?
4. Наведіть основні етапи процесу імітаційного моделювання
5. Яку роль відіграє збір та аналіз даних на початковому етапі моделювання?
6. Які існують основні методи імітаційного моделювання?
7. Чим відрізняється дискретно-системне моделювання від безперервного?
8. Які програмні засоби використовуються для імітаційного моделювання?

9. Для чього використовується програмний засіб SIMUL8?

10. Назвіть групи засобів імітаційного моделювання для побудови моделей?

Тестові питання для самоперевірки

1. Яке моделювання передбачає представлення моделі у вигляді деякого алгоритму - комп'ютерної програми?

- а) імітаційне;
- б) змішане;
- в) комплексне;
- г) аналітичне.

2. Що таке імітаційне моделювання?

- а) метод реального експерименту над системою;
- б) метод дослідження, що передбачає створення моделі для імітації поведінки системи у часі;
- в) метод прогнозування погоди;
- г) техніка збору статистичних даних.

3. Який з етапів входить до процесу імітаційного моделювання?

- а) розробка фінансової моделі;
- б) розробка фізичної моделі;
- в) формулювання проблеми;
- г) валідація моделі.

4. В чому основна ідея дискретно-подієвого моделювання?

- а) відображення думок агентів;
- б) аналіз безперервного потоку;
- в) відстеження змін стану системи у визначені моменти часу;
- г) побудова структурної діаграми..

5. Яке твердження вірне для агентного моделювання?

- а) всі елементи системи є однородними;
- б) модель не змінюється з часом;
- в) система моделюється як сукупність автономних агентів з власною поведінкою;
- г) агент не взаємодіє з іншими агентами.

6. У GPSS World модель створюється у вигляді:

- а) графічного інтерфейсу;
- б) списку звітів;
- в) послідовності блоків;
- г) табличної бази даних.

7. До якого виду моделювання відноситься модель, елементи якої наступні: накопичувач, потік, параметри?

- а) агентне моделювання;
- б) дискретно-подієве моделювання;
- в) системна динаміка.

8. Який тип моделі не є імітаційним?

- а) системна динаміка;
- б) агентне моделювання;
- в) статистичні системи;
- г) дискретно-подієве.

9. Середовище мультиагентного моделювання – це ...?

- а) NetLogo;
- б) Vensim;
- в) ProModel;
- г) SIMUL8.

10. Хмарний програмний засіб для моделювання бізнес-процесів – це...?

- а) SIMUL8;
- б) Vensim;
- в) ProModel;
- г) NetLogo.

РОЗДІЛ 3 СТАТИСТИЧНЕ ІМІТАЦІЙНЕ МОДЕЛЮВАННЯ

План

- 3.1 Моделювання випадкових величин
- 3.2 Генератори випадкових чисел
- 3.3 Моделювання випадкових процесів
- 3.4 Системи масового обслуговування
- 3.5 Модельний час

3.1 Метод Монте-Карло

При дослідженні складних систем, схильних до випадкових збурень використовуються імітаційні ймовірнісні моделі, в яких вплив випадкових факторів враховується за допомогою завдання ймовірнісних характеристик випадкових процесів (закони розподілу ймовірностей, спектральні щільності або кореляційні функції). При цьому результати, отримані під час відтворення на імітаційній моделі аналізованого процесу, є випадковими реалізаціями. Тому для знаходження об'єктивних та стійких характеристик процесу потрібне його багаторазове відтворення, з наступною статистичною обробкою одержаних даних. Саме тому дослідження складних процесів і систем, схильних до випадкових обурень, за допомогою імітаційного моделювання прийнято називати статистичним моделюванням.

Статистична модель випадкового процесу – це алгоритм, за допомогою якого імітують роботу складної системи, яка піддається випадковим обуренням; імітують взаємодію елементів системи, що мають ймовірнісний характер. Тоді статистичне моделювання можна визначити як спосіб вивчення складних процесів і систем, схильних до випадкових обурень, за допомогою імітаційних моделей

У ймовірнісних моделях зміна станів системи, що моделюється визначається випадковими величинами.

Випадковою величиною називається така величина, яка приймає ті чи інші значення з певними ймовірностями [19].

Подія називається *випадковою*, якщо вона достовірно непередбачувана. Випадковість пронизує наш світ і найчастіше відіграє негативну роль нашому житті. Однак є обставини, в яких випадковість може бути корисною.

Одним з поширених наближених методів розв'язання задач обчислювальної математики є випадковий метод, який називається методом Монте-Карло.

Метод Монте-Карло – це метод аналізу даних, який використовується у випадках втручання випадкових величин. Він був винайдений під час Другої світової війни для покращення прийняття рішень в умовах високої невизначеності. Творцями методу статистичних випробувань (методу Монте-Карло) вважають американських математиків Д. Неймана та С. Улама. У 1944 р., у зв'язку з роботами зі створення атомної бомби, Нейман запропонував широко використовувати апарат теорії ймовірностей на вирішення прикладних завдань з допомогою ЕОМ. Моделювання Монте-Карло названо так на честь знаменитого району казино в Монако, тому що елемент «удачі» чи «випадковості» властивий цьому підходу до моделювання. Моделювання Монте-Карло використовує кілька значень для заміни невизначених змінних, замість того, щоб просто замінити їх простим середнім значенням - «м'який» метод аналізу, який не дає зовсім точних результатів.

Метод Монте-Карло спочатку застосовувався переважно на вирішення складних завдань у сфері ядерної фізики, із якими традиційні обчислювальні підходи справлялися погано. Його ефективність та універсальність швидко призвели до розширення сфери застосування. Незабаром метод став незамінним інструментом у різних галузях статистичної фізики, охоплюючи широкий спектр завдань. Сьогодні метод Монте-Карло активно використовується для вирішення проблем у таких галузях, як теорія масового обслуговування (наприклад, моделювання черг та оптимізація систем), теорія ігор та математична економіка (наприклад, моделювання ринкових процесів та прийняття рішень), а також теорія передачі інформації, де необхідно враховувати перешкоди та шуми. Список сфер застосування постійно розширюється. В цілому метод Монте-Карло надає ефективний спосіб вирішення завдань, де аналітичне рішення ускладнене або неможливо, за рахунок багаторазового проведення випадкових експериментів та статистичної обробки результатів.

Метод Монте-Карло, також відомий як метод статистичних випробувань, є інструментом для моделювання випадкових величин з метою отримання характеристик їх розподілів. У основі цього лежить ідея, що результати експериментів залежить від певної випадкової величини, яка підпорядковується заданому закону розподілу. Це означає, що кожен окремий експеримент має випадковий характер, і його результат може змінюватись в залежності від випадкових факторів. Для початку роботи з методом Монте-Карло розробляється спеціальна програма, яка дозволяє провести одне випадкове випробування. Після цього, проводячи серію таких випробувань, дослідник отримує вибірку даних. Ці дані потім обробляються, і на їх основі формуються чисельні оцінки тих величин, які становлять інтерес для аналізу.

Моделювання за методом Монте-Карло дозволяє отримати розподіли значень можливих наслідків. При використанні розподілів ймовірностей змінні можуть мати різні ймовірності настанні різних наслідків. Розподіли ймовірностей представляють собою набагато більш реалістичний спосіб опису невизначеності змінних в процесі аналізу ризику. Нижче наведені найбільш поширені розподіли ймовірностей.

Нормальний розподіл (гаусовий розподіл). Це найбільш відомий розподіл, який характеризується своєю симетричною «дзвоноподібною» кривою. Щоб описати відхилення від середнього, користувач визначає середнє або очікуване значення та стандартне відхилення (міра розсіювання даних навколо середнього). Значення, що розташовані посередині, поруч з середнім, характеризуються найбільш високою ймовірністю. Нормальний розподіл є симетричним та описує множину звичайних явищ.

Логнормальний розподіл. На відміну від нормального, логнормальний розподіл асиметричний. Такий розподіл використовується для відображення величин, які не можуть бути від'ємними, але можуть приймати необмежені позитивні значення.

Рівномірний розподіл. Всі величини можуть з рівною ймовірністю приймати те чи інше значення, користувач просто визначає мінімум та максимум. Рівномірний розподіл підходить для ситуацій, коли немає достатньої інформації для визначення більш складного розподілу, або коли передбачається повна невизначеність в межах заданого інтервалу.

Трикутний розподіл. Користувач визначає мінімальне, найбільш ймовірне (моду) та максимальне значення. На відміну від рівномірного розподілу, трикутний розподіл дозволяє відобразити деяку асиметрію та вказати найбільш очікуване значення. Найбільшу ймовірність мають значення, які розташовані біля точки максимальної ймовірності.

PERT-розподіл. Користувач визначає мінімальне, найбільш ймовірне та максимальне значення – таким же чином, як при трикутному розподілі. Найбільшу ймовірність мають значення, розташовані біля точки максимальної ймовірності. Однак величини в діапазоні між найбільш ймовірним та граничними значеннями виявляються з більшою ймовірністю, ніж при трикутному розподілі, тобто відсутній акцент на граничних значеннях. Приклад застосування PERT-розподілу – опис тривалості виконання задачі в рамках моделі управління проєктом.

Дискретний розподіл. Користувач визначає конкретні значення з числа можливих, а також ймовірність отримання кожного з них.

При моделюванні Монте-Карло вся система моделюється багато разів (наприклад, 1000). Кожна симуляція називається реалізацією. Для кожної

реалізації вибираються всі невизначені параметри (тобто. із зазначеного розподілу, що описує кожен параметр, вибирається одне випадкове значення). Потім система моделюється у часі (при заданому наборі вхідних параметрів) в такий спосіб, що можна обчислити продуктивність системи. В результаті виходить велика кількість окремих і незалежних результатів, кожен з яких представляє можливе «майбутнє» для системи (тобто один з множини можливих сценаріїв функціонування системи). Результати незалежних реалізацій системи формують статистичний розподіл ймовірностей. Цей розподіл показує, яка ймовірність отримання того чи іншого результату. В результаті вихідні дані є не окремими значеннями, а розподілом ймовірностей.

Для багатьох додатків моделювання Монте-Карло дає досить точний результат при розумній кількості випробувань. Завжди можна підвищити точність, але це приведе до збільшенню часу виконання. В цілому метод Монте-Карло дає нам набагато більш повну та реалістичну картину поведінки системи у порівнянні з детермінованими моделями.

Алгоритм методу Монте-Карло представлений на рис. 3.1.

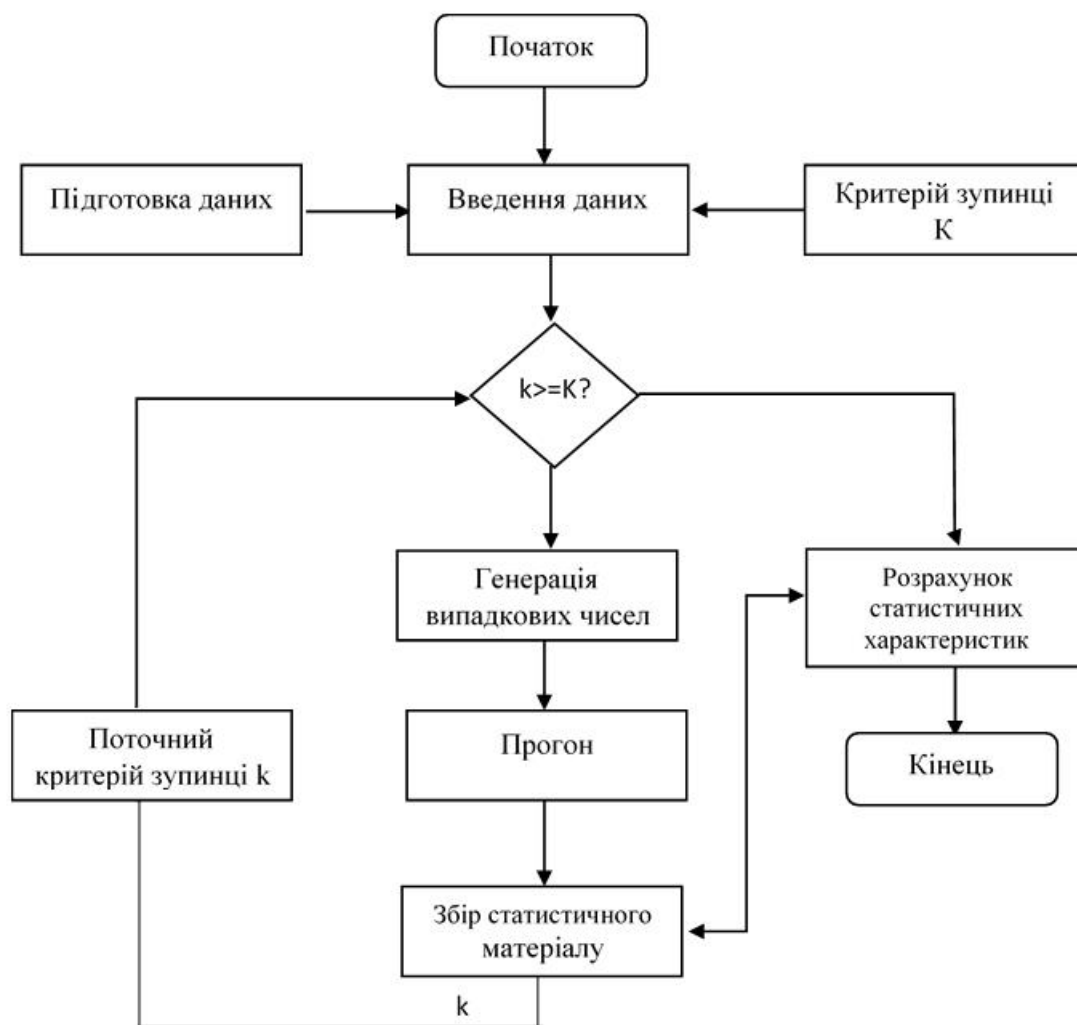


Рисунок 3.1 – Алгоритм моделювання методом Монте-Карло

1. Підготовка даних для моделі – отримання теоретичних розподілів вхідних параметрів об'єкту.
2. Введення теоретичних розподілів параметрів об'єкта в програму
3. Завдання критерію зупинці роботи програми моделювання
4. Генерація випадкового числа для кожного параметру об'єкта у відповідності з їх теоретичними розподілами.
5. Прогон моделі за кожною генерацією випадкових чисел.
6. Збір статистичного матеріалу за результатами моделювання – функції мети та проміжних параметрів за кожною генерацією.
7. Якщо критерій зупинці досягнутий, то необхідно зупинити розрахунки, інакше продовжити, повернутися до п. 4.
8. Розрахунок статистичних характеристик: математичного очікування, середніх значень та моментів для функції мети та проміжних параметрів моделі.

9. Кінець розрахунку.

Критерієм зупинці може бути:

- 1) кількість випадкових чисел за кожним вхідним параметром;
- 2) час розрахунку;
- 3) абсолютне значення функції;
- 4) швидкість зміни цільової функції.

При моделюванні випадкових явищ методом Монте-Карло ми користуємося випадковістю як апаратом дослідження.

Часто такий підхід виявляється простіше, ніж намагання побудувати аналітичну модель. Для складних операцій, в яких приймає участь велика кількість елементів, а випадкові фактори складно переплетені, метод статистичного моделювання, як правило, виявляється простіше аналітичного (а іноді і єдино-можливим).

Перша особливість метода – проста структура обчислювального алгоритму, друга – похибка обчислень, яка пропорційна числу випробувань.

$$e = \frac{D}{N^2};$$

З цього випливає, що для того, щоб зменшити похибку в 10 разів, потрібно збільшити число випробувань в 100 разів. Звісно, досягнути високої точності таким шляхом неможливо. Але цей недолік стає менш значимим при збільшенні швидкодії комп'ютера.

3.2 Генерація випадкових чисел

Імітаційне моделювання потребує великої кількості випадкових чисел. Первинні дані для отримання розподілів вхідних змінних мають бути отримані шляхом спостережень за роботою реальних об'єктів – при управлінні за допомогою моделі або шляхом аналізу зібраної інформації про процесах – розробки нового об'єкта. У моделі випадкові числа можуть використовуватись або безпосередньо з реального об'єкта, наприклад потік автомобілів на вході елеватора або за допомогою генераторів випадкових чисел [9].

Застосування випадкових чисел забезпечує найкраще наближення до реального об'єкту, але при цьому:

- 1) не гарантується типовість даних в даний період відносно інших періодів часу;
- 2) тривалість процесу, який моделюється, обмежується тривалістю реального процесу;
- 3) модель позбавляється прогностичної сили, оскільки вхідні дані обмежені;
- 4) виключаються методи оперативного аналізу результатів та корегування плану проведення експерименту.

В практичній діяльності безпосереднє використання випадкових чисел використовується тільки для налаштування моделі. В основному для формування потрібного розподілу застосовуються генератори випадкових чисел.

При статистичному моделюванні систем одним з основних питань є урахування статистичних впливів. Кількість випадкових чисел, які використовуються для отримання оцінки характеристик процесу функціонування системи, коливається в досить широких межах в залежності від:

- класу об'єкта моделювання;
- виду оцінюваних показників;
- необхідної точності та достовірності результатів моделювання.

Результати статистичного моделювання суттєво залежать від якості вихідних послідовностей випадкових чисел. На практиці використовуються три основних способи генерації випадкових чисел:

- апаратний (фізичний);
- табличний (файловий);
- алгоритмічний (програмний).

Генератори оцінюють за якістю сформованої послідовності, швидкодії, трудомісткості ініціалізації, машинної незалежності, простоті та зрозумілості для користувача.

Апаратний спосіб. Генерація випадкових чисел виконується за допомогою спеціальної електронної приставки – генератора (датчика) випадкових чисел, що служить як зовнішній пристрій ЕОМ. Реалізація цього способу генерації не потребує додаткових обчислювальних операцій з вироблення випадкових чисел, а необхідна тільки операція звернення до зовнішнього пристрою (датчику). В основі полягає вимір фізичний явищ, які мають високий ступінь непередбачуваності, такі як шуми в електронних та напівпровідникових приборах, явища розпаду радіоактивних елементів, атмосферного шуму тощо.

Переваги:

- справжня випадковість – отримані числа мають високий ступінь ентропії та непередбачуваності;
- запис чисел не обмежений;
- витрачається мало операцій;
- не займає місце в пам'яті.

Недоліки:

- потрібна періодична перевірка;
- неможливо відтворювати послідовність;
- використовується спеціальний пристрій;
- необхідні заходи для забезпечення стабільності.

Табличний спосіб. Випадкові числа, які надаються у вигляді таблиці, містяться в пам'ять комп'ютера цей спосіб отримання випадкових чисел зазвичай використовують при порівняно невеликому обсязі таблиці та файлу чисел.

Переваги:

- потрібна однакратна перевірка;
- можна відтворювати послідовності;
- простота: реалізація є достатньо простою.

Недоліки:

- запас чисел обмежений: файл має кінцевий розмір, тому рано чи пізно числа закінчуються;
- потребує багато місця в пам'яті комп'ютера;
- необхідний час для звернення до пам'яті.

Алгоритмічний спосіб. Спосіб отримання послідовності випадкових чисел, заснований на формуванні випадкових чисел в комп'ютері за допомогою спеціальних алгоритмів та програм, що їх реалізують. Кожне

випадкове число обчислюється за допомогою відповідної програми у міру виникнення потреб при моделюванні системи на комп'ютері. Цей метод використовує математичні алгоритми для генерації послідовності чисел, які «здаються» випадковими. Насправді, це псевдовипадкові числа, тому що вони генеруються детермінованим алгоритмом і повторюються після певного періоду. Псевдовипадкові числа часто використовуються в ситуаціях, коли справжня випадковість не є суттєвою, але бажано поведінку, схожу на випадкову. Генерація справжніх випадкових чисел може бути обчислювально витратною і може вимагати спеціалізованого обладнання або доступу до непередбачуваних фізичних явищ. Псевдовипадкові числа, з іншого боку, можна генерувати швидко та легко за допомогою алгоритмів, що робить їх більш практичними у багатьох додатках. Сучасні алгоритми мають дуже великий період повторення та гарні статистичні властивості.

Переваги:

- відсутність необхідної періодичної перевірки генератора;
- можливість повторення прогону з тією ж послідовністю випадкових чисел з метою контролю обчислень;
- мало місця в пам'яті та не використовує зовнішніх пристроїв.

Недоліки:

- запас чисел обмежений періодом послідовності;
- витрати машинного часу.

Програмні генератори випадкових чисел генерують псевдовипадкові числа. Для цього розробляється спеціальна програма для комп'ютера, яка виробляє випадкові числа на інтервалі $[0,1]$.

Перш ніж розглянути, як можна створювати псевдовипадкові числа, обговоримо деякі важливі властивості, які необхідно враховувати при генерації псевдовипадкових чисел:

1) випадкова генерація має бути дуже швидкою. На практиці ми прагнемо використовувати випадкові числа для виконання інших обчислень і такі обчислення можуть бути інтенсивними: якби випадкова генерація була повільною, ми не змогли б їх виконати;

2) цикл випадкових згенерованих чисел має бути довгим. Цикл – це довжина послідовності до того, як числа почнуть повторюватися;

3) випадкові числа мають бути повторюваними. За наявності відповідної точки алгоритму має бути можливим повторити таку саму послідовність чисел. Це важливо для налагодження та відтворюваності;

4) метод повинен бути застосований для будь-якої мови програмування;

5) випадкові числа мають бути незалежними та рівномірно розподіленими.

В цей час майже завжди використовуються програмні генератори.

Застосування випадкових чисел з необхідним законом розподілу зазвичай виконується в два етапи:

- 1) Формування випадкового числа U_i , $i = 1, 2, \dots$, рівномірно розподіленого на інтервалі $[0, 1)$.
- 2) Перехід від U_i до випадкового числа X_i , яке має необхідний розподіл $F_x(x)$.

Одним із популярних прикладів алгоритму генератора псевдовипадкових чисел є лінійний конгруентний генератор. Він використовує просте лінійне рівняння до створення псевдовипадкових чисел. Рівняння бере попереднє число у послідовності, множить його на постійний множник, додає постійний приріст, а потім бере результат за модулем вибраного значення модуля [19]. Цей процес повторюється для генерації наступних чисел у послідовності.

Для генерування випадкового числа використовують функцію:

$$U_{k+1} = (mU_k + c)(\text{mod } M), \quad k = 0, 1, \dots, \quad (3.1)$$

де k - чергове число;

mod позначає операція взяття залишку від ділення;

$M = 2^n$; n - розрядність числа, яке генерується;

U_{k+1} - довільне початкове число, наприклад, 13852674;

m - мультиплікативна константа, рекомендується:

$$m(\text{mod } 8) = 5; \quad M / 100 < m < M - M^{0,5}.$$

Метод зворотної функції. Універсальним способом переходу до потрібного розподілу $F(x)$ випадкової величини є метод зворотної функції. На рисунку 3.2 показана його графічна реалізація.

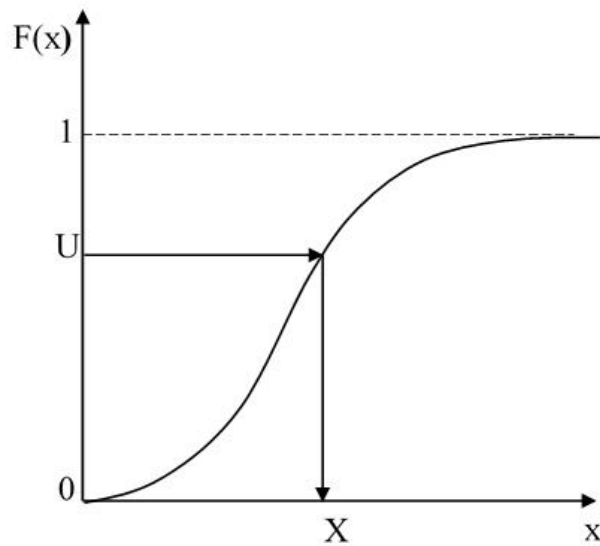


Рисунок 3.2 – Метод зворотної функції

Тут U – деяке випадкове число, рівномірно розподілене на інтервалі $[0,1]$.

Реалізується випадкове число U , рівномірне розподілене на інтервалі $[0,1]$. воно підставляється у функцію розподілу $F(x)$. З рівняння функції $F(x) = U$ визначається:

$$X = F^{-1}(U), \quad (3.2)$$

і цим знаходиться шукана величина випадкової величини даного розподілу.

Таким чином, за методом оберненої функції необхідно скласти програму обчислень, яка генерує випадкове число (3.1), рівномірно розподілене на інтервалі $[0,1]$, та обчислює зворотну функцію розподілу (3.2).

Для деяких розподілів, які мають зручний аналітичний вигляд зворотної функції, заздалегідь відомий шлях алгебраїчного розв'язку рівнянь (3.1) та (3.2).

Наприклад, для показової функції розподілу $F(x) = 1 - e^{-Ix}$ рівняння (3.2) для генератора буде мати вигляд:

$$X = -\ln U / I \quad (3.3)$$

Багато сучасних пакетів для розв'язання статистичних і математичних задач пропонують як готові апроксимації функцій розподілу та їм зворотних, так і засоби для їх знаходження. Розв'язання рівнянь типу (3.2) потребує великого машинного часу (це приходить робити сотні та тисячі разів за один

прогон), особливо, якщо немає аналітичної форми. Тому широко використовуються різні наближені методи, які використовують кусково-лінійні апроксимації зворотної функції.

Для дискретних розподілів неперервна функція випадкових величин замінюється кумулятивною функцією. Найбільш поширені дискретні розподіли наведені в таблиці 3.1.

Таблиця 3.1 – Дискретні розподіли

Тип функції розподілу	Параметри	Щільність розподілу ймовірності $P(X = i)$	Діапазон
Пуасонове (λ)	$\lambda > 0$	$\lambda^i e^{-\lambda} / i!$	$i \geq 0$
Біноміальне (n, p)		$\binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i}$	$i = \overline{0, n}$
Від'ємне біноміальне (n, p)	$n \geq 1$	$\binom{n+i-1}{i} p^i (1-p)^{n+i}$	$i \geq 0$
Логарифмічний ряд (λ)	$0 < \lambda < 1$	$-\lambda / i \ln(1-\lambda)$	$i \geq 1$
Геометричне (p)	$0 < p < 1$	$p(1-p)^{i-1}$	$i \geq 1$

Метод послідовних порівнянь є дискретним аналогом метода зворотної функції. Він полягає в переборі значень X до тих пір, поки не виявиться:

$$F(X) = p_1 + p_2 + \dots + p_{i-1} < U < p_1 + p_2 + \dots + p_i, \quad (3.4)$$

де $p_i = F(i) - F(i-1)$.

Цей метод можна застосовувати для випадкового розіграшу можливих подій, якщо ці події попередньо пронумерувати та упорядкувати за зменшенням відповідних ймовірностей.

В мові GPSS використовується мультиплікативний конгруентний алгоритм Лехмера з максимальним періодом, який генерує 2147483 унікальних випадкових чисел без повторів. Ці числа генерують спеціальні генератори, які позначаються RN<#>, де # – номер генератора випадкових чисел (може приймати значення від 1 до 7). При роботі з випадковими

функціями розподілів випадкові числа генеруються в діапазоні від 0 до 0,999999 включно [5].

3.3 Моделювання випадкових процесів

Зазвичай випадкові збурення можуть бути притаманними будь-якому процесу. Зазвичай легше навести приклади випадкових процесів, аніж «невипадкових». Навіть, наприклад, робота годинника, яка здається чітко налагодженою та передбачуваною, не є цілком позбавленою випадкових змін: годинник може випереджати час, відставати чи зупинятися. Проте доти, доки ці збурення незначні й не впливають суттєво на параметри, що нас цікавлять, ними можна знехтувати та вважати процес детермінованим, тобто невивпадковим.

Розглянемо певну систему S (це може бути технічний пристрій, сукупність таких пристроїв чи ціла технологічна система — наприклад, верстат, виробнича ділянка, цех, підприємство або навіть ціла галузь промисловості). В цій системі протікає випадковий процес, якщо її стан змінюється з часом у невизначений наперед спосіб.

Приклади:

1. Система S — технологічна система, наприклад ділянка верстатів. Верстати періодично виходять з ладу та потребують ремонту. Процеси, що відбуваються в такій системі, є випадковими.

2. Система S — літак, що виконує рейс на визначеній висоті та за заданим маршрутом. На його роботу впливають зовнішні фактори, такі як метеорологічні умови чи можливі помилки екіпажу. Наслідки цього впливу — турбулентність, затримки графіка польотів тощо.

3.3.1 Марковські випадкові процеси

Моделювання випадкових процесів будується на основі базових розподілів випадкових величин. Одними з таких процесів є марковські процеси.

Випадковий процес у системі називається *марковським*, якщо в будь-який момент часу t_0 ймовірнісні характеристики майбутнього процесу залежать лише від поточного стану системи в цей момент і не залежать від того, як і коли система прийшла до цього стану [16].

Припустимо, що в даний момент часу t_0 система перебуває в певному стані S_0 . Ми маємо інформацію про поточний стан системи, а також знаємо всю її передісторію для $t < t_0$. Чи можемо ми передбачити майбутній розвиток подій, тобто визначити, що відбудеться за $t > t_0$? Точно передбачити майбутнє неможливо, але можливо оцінити ймовірнісні характеристики подальшого процесу. Наприклад, можна розрахувати ймовірність того, що через певний час система S перейде до стану S_1 , залишиться у стані S_0 тощо.

Розглянемо приклад. Нехай система S - це група літаків, які беруть участь у повітряному бою. Позначимо через X кількість «червоних» літаків, а Y - кількість «синіх». До моменту часу t_0 збереглися x_0 «червоних» і y_0 «синіх» літаків. Нас цікавить ймовірність того, що на певному етапі бою чисельна перевага буде на боці «червоних». Ця ймовірність залежить виключно від стану системи в момент часу t_0 , тобто від кількості x_0 і y_0 літаків, що залишилися. Водночас вона не залежить від того, як і в якій послідовності були втрачені літаки до моменту t_0 .

На практиці чисті марковські процеси зустрічаються рідко. Проте існують процеси, де вплив попередніх станів настільки несуттєвий, що ним можна знехтувати. У таких випадках доцільно використовувати марковські моделі.

Марковські випадкові процеси з дискретними станами та безперервним часом відіграють важливу роль у дослідженні операцій.

Процес вважається *процесом з дискретним станом*, якщо його можливі стани $(S_1, S_2, \dots)$ можна заздалегідь визначити, а переходи між ними відбуваються раптово майже миттєво [20].

Якщо ж моменти переходу між станами не фіксовані завчасно, а є випадковими й можуть настати у будь-який момент, такий процес називається *процесом з безперервним часом*.

У подальшому розглядаються лише процеси з дискретними станами та безперервним часом.

Розглянемо *приклад*: технологічна система (наприклад, ділянка) S складається з двох верстатів, кожен з яких у випадковий момент часу може вийти з ладу. У разі несправності відразу починається ремонт відповідного верстата, тривалість якого є невизначеною і випадковою.

У цьому прикладі можливі наступні стани системи:

S_0 - обидва верстати справні;

S_1 - перший верстат ремонтується, другий справний;

S_2 - другий верстат ремонтується, перший справний;

S_3 - обидва верстати знаходяться в ремонті.

Переходи системи S з одного стану до іншого відбуваються майже миттєво у випадкові моменти часу – під час виходу з ладу чи після завершення ремонту одного з верстатів.

Для аналізу подібних випадкових процесів із дискретними станами зручно використовувати графічне представлення у вигляді графа станів. Вершини графа відповідають станам системи, а дуги - можливим переходам між ними. Для цього прикладу граф станів системи наведено на рисунку 3.3.

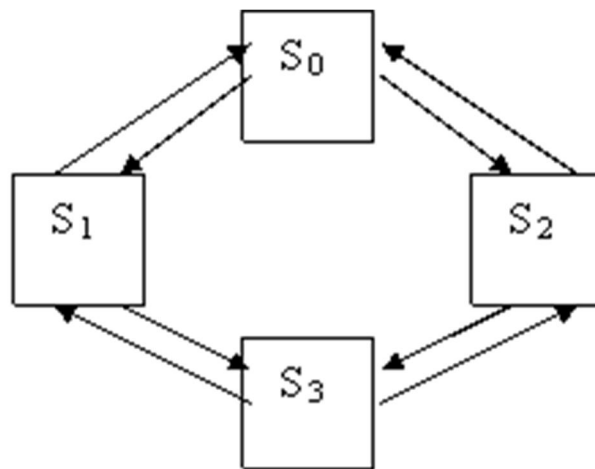


Рисунок 3.3 – Граф станів системи S

Перехід зі стану S_0 до S_3 на схемі не позначений, оскільки вважається, що верстати виходять з ладу незалежно один від одного. Ймовірністю одночасної поломки обох верстатів нехтуємо.

3.3.2 Потоки подій

Потік подій – це послідовність однорідних подій, які трапляються в випадкові моменти часу [11].

У попередньому прикладі такими потоками є потік відмов і потік відновлень. Інші приклади: потік телефонних викликів на станції, потік покупців у магазині тощо.

Потік подій можна проілюструвати як розташування точок на осі часу $0t$ (рис. 3.4).

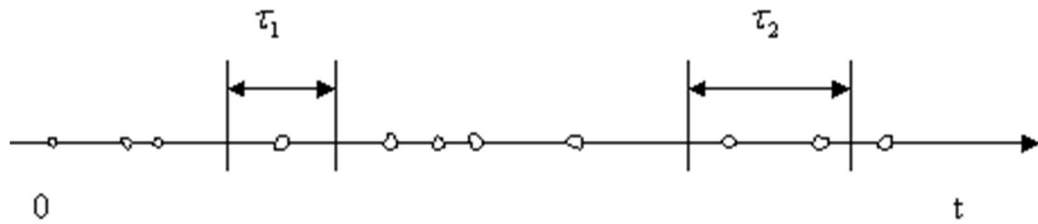


Рисунок 3.4 – Зображення потоку подій на осі часу

Розміщення кожної точки є випадковим, і графік представляє лише одну можливу реалізацію цього потоку.

Інтенсивність потоку подій I визначається як середня кількість подій, що припадає на одиницю часу.

Розглянемо деякі властивості потоків подій.

Потік вважається *стаціонарним*, якщо його ймовірнісні характеристики не залежать від часу.

Зокрема, у стаціонарному потоці інтенсивність є постійною. Незважаючи на можливе згущення або розрідження подій, такі закономірності носять випадковий характер, а середня кількість подій за одиницю часу залишається сталою і не залежить від моменту спостереження.

Потік подій називається *потокем без наслідків*, якщо кількість подій у будь-яких двох непересічних інтервалах часу t_1 і t_2 не залежить одна від одної. Іншими словами, це означає, що події такого потоку виникають незалежно одна від одної, кожна з яких має власні причини.

Потік називається *ординарним*, якщо події в ньому виникають окремо, а не групами.

Найпростішим (або *стаціонарним пуассонівським*) потік подій називається тоді, коли він одночасно відповідає трьом умовам: він є стаціонарним, ординарним і не має наслідків.

Такий потік має найбільш просте математичне описання і відіграє серед потоків подій аналогічну роль, яку закон нормального розподілу виконує серед інших законів розподілу. Зокрема, якщо об'єднати велику кількість незалежних, стаціонарних і ординарних потоків із приблизно однаковою інтенсивністю, на виході утворюється потік, близький за характеристиками до найпростішого.

Для найпростішого потоку з інтенсивністю інтервал часу T між сусідніми подіями підпорядковується експоненціальному розподілу зі щільністю

$$f(t) = I e^{-I t}, \quad (3.5)$$

де λ - параметр показового закону.

Для випадкової величини T , яка підпорядковується показовому розподілу, математичне очікування визначається як величина m_T , обернена параметру цього розподілу. При цьому середнє квадратичне відхилення S_T дорівнює математичному очікуванню

$$m_T = S_T = \frac{1}{\lambda}. \quad (3.6)$$

3.3.3 Рівняння Колмогорова для ймовірностей станів. Фінальні ймовірності станів

Розглядаючи марковські процеси з дискретними станами та безперервним часом, мається на увазі, що всі переходи системи S між станами здійснюються під дією найпростіших потоків подій, таких як потоки викликів, відмов або відновлень. Якщо всі ці потоки подій є найпростішими, то процес, що відбувається в системі, можна вважати марковським.

Таким чином, на систему, яка перебуває в певному стані S_i , впливає найпростіший потік подій. Як тільки виникає перша подія цього потоку, система «перескакує» зі свого поточного стану в наступний S_j .

Для наочності граф станів системи доповнюють вказівкою інтенсивностей потоків подій для кожної дуги (або стрілки), які визначають динаміку переходу системи між станами. Іntenсивність потоку, що переводить систему зі стану до стану, позначається λ_{ij} . Такий граф називають розміченим. Прикладу розміченого графа станів наведено на рисунку 3,5.

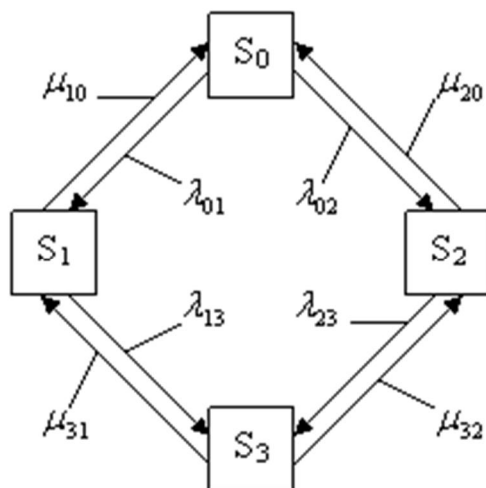


Рисунок 3.5 – Розмічений граф станів системи

На цьому рисунку l_{ij} – інтенсивності потоку відмов; m_{ij} – інтенсивності потоку відновлень.

Припускається, що середній час ремонту кожного верстата не залежить від того, чи здійснюється ремонт лише одного верстата, чи обох одночасно. Іншими словами, кожен верстат ремонтує окремий фахівець.

Нехай система перебуває у стані S_0 . Потік відмов першого верстата переводить її в стан S_1 . Інтенсивність цього процесу дорівнює

$$l_{01} = \frac{1}{T_s} \text{ (од. часу}^{-1}\text{)}, \quad (3.7)$$

де T_s - середній час ремонту першого верстата.

Інтенсивності потоків подій, які спричиняють перехід системи по всіх дугах графа, обчислюються аналогічно. Застосовуючи розмічений граф станів системи, створюється математична модель описуваного процесу.

Припустимо, система S має n можливих станів $(S_1, S_2, \dots, S_n)$. Імовірність i -го стану $p_i(t)$ визначає ймовірність того, що в момент часу t система перебуватиме в стані S_i . Очевидно, що для будь-якого моменту часу виконується умова, згідно з якою сума всіх імовірностей станів дорівнює одиниці:

$$\sum_{i=1}^n p_i(t) = 1. \quad (3.8)$$

Для визначення імовірностей кожного зі станів як функцій часу складаються та розв'язуються рівняння Колмогорова. Це специфічний тип рівнянь, у яких невідомими є ймовірності станів $p_i(t)$. Детальне доведення правил складання цих рівнянь тут не наводиться, проте перед тим, як перейти до їх формалізації, варто пояснити поняття фінальної ймовірності стану.

Що відбувається зі значеннями ймовірностей станів за умови $t \rightarrow \infty$? Чи наближаються ймовірності $p_i(t)$ до якихось границь? Якщо такі границі існують і вони не залежать від початкового стану системи, їх називають *фінальними (стаціонарними) ймовірностями станів*.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} p_i(t) = \bar{p}_i, \quad i = \overline{1, n}, \quad (3.9)$$

де n – кінцеве число станів системи.

Фінальна ймовірність стану є середнім відносним часом, який система проводить у відповідному стані.

Наприклад, якщо система S має три стани: S_1 , S_2 і S_3 , а їхні фінальні ймовірності дорівнюють 0,2; 0,3 і 0,5 відповідно, то це означає, що в граничному (стаціонарному) стані система в середньому проводить 2/10 часу в стані S_1 , 3/10 часу в стані S_2 і 5/10 часу в стані S_3 .

Для визначення фінальних ймовірностей використовують правило складання системи рівнянь Колмогорова.

Згідно з цим правилом, у кожному рівнянні:

– ліва частина представляє добуток фінальної ймовірності відповідного стану на сумарну інтенсивність усіх потоків, що виходять із цього стану;

– права частина є сумою добутків інтенсивностей потоків, які входять до відповідного стану, на ймовірності станів, із яких ці потоки виходять.

Приклад системи рівнянь для розглянутої системи можна побудувати за цим правилом:

$$\begin{aligned} (l_{01} + l_{02})p_0 &= m_{10}p_1 + m_{20}p_2, \\ (m_{10} + l_{13})p_1 &= l_{01}p_0 + m_{31}p_3, \\ (m_{20} + l_{23})p_2 &= l_{02}p_0 + m_{32}p_3, \\ (m_{31} + m_{32})p_3 &= l_{13}p_1 + l_{23}p_2. \end{aligned} \tag{3.10}$$

У результаті отримуємо систему чотирьох рівнянь із чотирма невідомими. На перший погляд, її можна повністю розв'язати. Однак ці рівняння є однорідними (не містять вільного члена), що дозволяє визначити невідомі лише з точністю до довільного множника. Щоб уникнути неоднозначності, додають так звану нормувальну умову:

$$p_0 + p_1 + p_2 + p_3 = 1 \tag{3.11}$$

Скориставшись цією умовою, можна остаточно розв'язати систему і визначити фінальні ймовірності для кожного зі станів.

3.4 Моделювання систем масового обслуговування

У багатьох сферах практичної діяльності людини ми стикаємось з необхідністю перебування в стані очікування. Подібні ситуації виникають при очікуванні в чергах- в касах з продажу квитків, в ремонтних цехах – при здачі в ремонт машин, верстатів та обладнання, в обчислювальних системах – черга запитів на обробку сервером тощо. У всіх перелічених випадках маємо справу з масовістю та обслуговуванням. Вивченням таких ситуацій займається *теорія масового обслуговування* [10].

Теорія масового обслуговування спирається на теорію ймовірностей та математичну статистику. В основу теорії масового обслуговування покладені роботи датського вченого А.К. Ерланга. Одним з основних її понять є *вимога на обслуговування*. В загальному випадку під вимогою на обслуговування зазвичай розуміють запит на задоволення деякої потреби, наприклад, розмова з абонентом по телефону, замовлення автотранспорту для перевезення, покупка квитка, отримання матеріалів на складі, запити користувачів [30].

Для задоволення вимог необхідна *система масового обслуговування* (СМО). Будь-яка СМО призначена для обслуговування якогось потоку заявок, що надходять в якісь випадкові моменти часу. Обслуговування заявок продовжується деякий випадковий час, після чого канал звільняється і СМО готова для приймання наступної заявки.

Випадковий характер потоку заявок та часу обслуговування приводить до того, що в деякі періоди часу на вході СМО накопичується надмірно велике число заявок (вони або стають в чергу, або покидають СМО не обслуженими); в інші періоди СМО працюватиме з недовантаженням або взагалі простоювати.

Засоби, що обслуговують вимоги в СМО, називаються *каналами або пристроями обслуговування*. Наприклад, це можуть бути канали телефонного зв'язку, дороги, станції АЗС, сервери або процесори. Основними елементами СМО є:

- вхідний потік вимог;
- черга вимог;
- пристрої обслуговування;
- вихідний потік вимог.

Система обслуговування вважається визначеною, якщо задані такі її характеристики:

- потік заявок із зазначенням його розподілу та інтенсивності;
- набір одиниць обслуговування, що включає пристрої чи обладнання;
- правила організації черги.

Функціонування системи масового обслуговування (СМО) описується як випадковий процес з дискретним набором станів та безперервним часом. Зміна стану СМО здійснюється стрибками в моменти виникнення певних подій: надходження нової заявки, завершення її обслуговування або ситуації, коли заявка, що втомилась від очікування, залишає чергу.

Мета рішення СМО – мінімізація витрат, пов'язаних із простоем системи, та витрат, пов'язаних з очікуванням заявок в черзі. СМО розв'язується визначенням оптимальної кількості каналів або характеристик потоків заявок.

В теорії СМО розглядаються такі випадки, коли надходження вимог виконується через випадкові проміжки часу, а тривалість обслуговування вимог носить випадковий характер. Основною задачею теорії СМО є вивчення режиму функціонування системи обслуговування та дослідження явищ, виникаючих в процесі обслуговування. СМО класифікуються на різні групи в залежності від складу, часу перебування в черзі до початку обслуговування, а також від дисципліни обслуговування вимог.

Приклад. Як приклад системи масового обслуговування розглянемо інформаційно-пошукову систему. Вона складається з розподіленого банку даних, який розгорнутий на основі трьох різних обчислювальних центрів А, В та С. Ці центри об'єднані каналами зв'язку, що працюють у дуплексному режимі незалежно один від одного. Заявки на пошук інформації надходять до одного з центрів, де проходять первинну обробку, що формує запити до центрів А, В і С. центр, який отримав запит від користувача, починає пошук інформації, тоді як іншим центрам через відповідні канали передаються запити. Пошук інформації також проводиться у цих центрах. Відповіді надсилаються назад до центру, який отримав первинну заявку. Заявка вважається виконаною після отримання відповідей від усіх трьох центрів. Необхідно оцінити ефективність роботи інформаційно-пошукової системи, зокрема кількість заявок, що надійшли і оброблені в кожному центрі, завантаження комп'ютерів центрів; характеристики черги запитів до комп'ютерів кожного центру, середній час обробки заявок у кожному центрі та інші показники.

Для наведеної задачі, як і для інших подібних задач, характерні наступні особливості:

- подвійна випадковість: це стосується як випадкового моменту отримання запиту на обслуговування (будь то інформаційна система, телефонна станція, пункт швидкої допомоги або вхідний процесор), так і випадкові тривалості самого обслуговування;

– наявність черг, що можуть включати задачі для комп'ютерів обчислювального центру, деталей на обробку тощо.

Реальні системи, як правило, дуже складні та мають ряд етапів (стадій) обслуговування замовлень (рис. 3.6). на кожному кроці може існувати ймовірність відмови та виконання або можлива ситуація пріоритетного обслуговування по відношенню до інших вимог. При цьому окремі ланки обробки замовлень можуть припинити свою роботу (наприклад, для ремонту) або можуть бути підключені додаткові засоби. Можуть бути такі обставини, коли вимоги, які отримали відмову, знову повертаються в систему (подібна ситуація характерна для інформаційних систем).

По складу СМО бувають *одноканальні* (з одним пристроєм обслуговування) та *багатоканальні* (декілька каналів обслуговування, які працюють паралельно). Багатоканальні пристрої можуть складатися з пристроїв обслуговування як однакової, так і різної продуктивності.

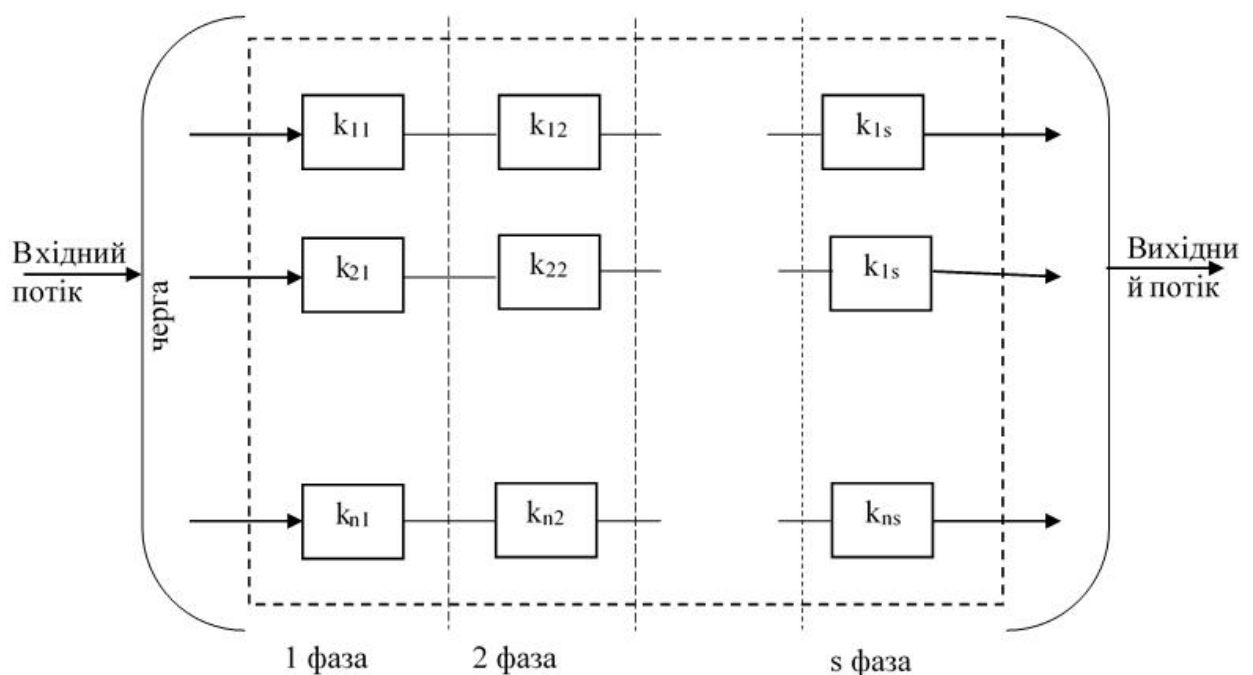


Рисунок 3.6 – Структура типової n-канальної СМО

При опису СМО задається вхідний потік замовлень (потік вимог, які надходять в систему), вихідний потік (потік обслужених вимог), систему обслуговування (сукупність черг та каналів обслуговування), правила формування чери та дисципліну обслуговування.

Відношення вимог, які надійшли до черги, підпорядковуються певним правилам – дисципліні обслуговування (дисципліні черги).

Розрізняють 4 види дисципліни черги:

- 1) FIFO ((First-in, First-out): завдання обслуговуватимуться в порядку їх надходження в систему;
- 2) LIFO (Last-in, First-out): завдання обслуговуватимуться в порядку, зворотному їх надходженню в систему;
- 3) за пріоритетністю: заявки обслуговуються відповідно до їх рівня пріоритету. Заявки з найвищим пріоритетом обслуговуються в першу чергу, за ними слідує клієнти з нижчим пріоритетом;
- 4) SIRO (Service In Random Order): завдання обслуговуватимуться у випадковому порядку.

За часом перебування вимог в черзі до початку обслуговування, системи поділяються на три групи:

- з очікуванням;
- з відмовами;
- змішаного типу.

У СМО з очікуванням чергова вимога, заставши всі канали зайнятими, стає в чергу і чекає обслуговування доти, доки один із каналів не звільниться. Приклад – черга веб-запитів на сервері. СМО з очікуванням є досить поширеними. Їх зазвичай поділяють на дві основні категорії: *розімкнені* та *замкнуті*.

До *замкнутих* відносяться системи, в яких потік вимог є обмеженим.. Наприклад, майстер, завданням якого є налагодження верстатів у цеху, має періодично їх обслуговувати. Кожен налагоджений верстат стає в майбутньому потенційним джерелом вимог під налагодження. У подібних системах загальна кількість циркулюючих вимог є кінцевою і постійною.

Якщо джерело має нескінченне число вимог, то системи називаються *розімкненими*. Прикладами подібних систем можуть бути магазини, каси вокзалів, портів, станції залізниць, веб-сервер, який приймає HTTP-запити від користувачів Інтернету тощо. Для цих систем потік вимог, що надходить, можна вважати необмеженим.

В системах з *відмовами* вимога, що надійшла, заставши всі канали зайнятими, покидає систему.

В системах змішаного типу вимога, заставши всі канали зайнятими, стають в чергу та очікують обслуговування протягом обмеженого часу. Не дочекавшись обслуговування в становлений час, вимога покидає систему.

В теорії масового обслуговування використовується система позначень Кендалла, яка дозволяє коротко описати характеристики моделі у форматі A/B/C/D/E, в якій кожна літера відповідає певній характеристиці системи:

А – закон розподілу часу між надходженнями замовлень. Найпоширеніші варіанти: показниковий (марковський) розподіл (М), ерлангівський (Е), гіперекспоненціальний (Н), гамма-розподіл (Г), детермінований (D). Для випадкового розподілу застосовується символ G.

В – закон розподілу часу обслуговування. Використовуються ті самі позначення, що й для інтервалів між надходженнями замовлень.

С – кількість каналів обслуговування в системі. Для одноканальних систем використовують 1, а для багатоканальних зазначається кількість каналів.

D – максимальне число заявок, які можуть очікувати обслуговування.. Якщо кількість необмежена, цей параметр не використовують. У разі обмеженої черги зазвичай використовуються позначення g або n (кількість місць).

Е – дисципліна обслуговування.

Наприклад, М/М/1, описує систему масового обслуговування з одним каналом обслуговування (1), показовим законом розподілу часу між надходженням заявок (М), показовим розподілом часу обслуговування (М) та необмеженою чергою.

Моделювання систем масового обслуговування дозволяє вивчити їх функціонування та передбачити поведінку систем. Головна мета – отримати кількісні характеристики, які описують ефективність системи. Однією з основних характеристик є ймовірність відмови, тобто ймовірність того, що заявка не буде оброблена.

Крім цього за результатами функціонування СМО визначають такі характеристики: середня довжина черги, коефіцієнт завантаження пристрою обслуговування (частка часу, протягом якого пристрій зайнятий обслуговуванням), середній час очікування за явки в чергах СМО, середній час обслуговування заявки в пристрою обслуговування СМО, середній час перебування заявки в СМО тощо. До основних операційних характеристик належать:

$Q(t)$ – довжина черги в момент часу t , тобто число заявок, які очікують обслуговування;

Q_n – довжина черги на n -й стадії, при цьому передбачається, що стадії реалізуються в дискретному режимі та визначаються тими чи іншими подіями (наприклад, появою запиту на обслуговування, або вибуттям заявки із системи);

$W(t)$ – тривалість очікування відносно моменту часу t , тобто час очікування обслуговування для заявки, яка надійде до системи в момент часу t ;

W_n – тривалість періоду, протягом якого n -а заявка очікує обслуговування;

T_i – тривалість періоду зайнятості системи, початок якого відповідає $Q(0) = i$, тобто довжина періоду зайнятості системи, який починається при наявності в системі заявок;

I_n – тривалість n -го періоду простою системи, тобто довжина інтервалу, протягом якого система в n -й раз виявляється незайнятою.

Поряд із зазначеними характеристиками використовуються їх різні модифікації – повна тривалість перебування запиту в системі, операційний цикл – сума тривалості періоду зайнятості і безпосередньо наступного за ним періоду простою, сумарний корисний час (частка часу з повним завантаженням) та ін.

Імітаційні моделі складаються з елементів, в якості яких фігурують джерела вхідних потоків заявок, пристрої, пам'яті та вузли.

Модель джерела вхідного потоку заявок є алгоритмом, за яким обчислюються моменти надходження заявок. Джерела можуть бути незалежними – реалізує алгоритм вироблення значень випадкової величини, розподіленої за заданим законом, та залежними – заявка виробляється при надходженні на деякий вхід заявки, що синхронізує. Кожне джерело виробляє заявки одного типу та певного пріоритету.

Ресурси обчислювальних систем поділяються на пристрої та пам'яті, при чому, пристрій в кожний момент часу може обслуговувати тільки одну заявку, а пам'ять – декілька.

Модель пам'яті є алгоритм визначення обсягу пам'яті, необхідної обслуговування заявки. Обсяг визначається як реалізація випадкової величини, причому закон розподілу та його параметри залежать від типу заявки. Параметри пам'яті – ємність та дисципліна обслуговування. Заявка, що надійшла на згадку, займає обчислений обсяг і продовжує рух СМО до зустрічі зі спеціальним елементом звільнення пам'яті.

Модель вузла використовується для маршрутизації руху заявок СМО та зв'язків між елементами цієї моделі. Вузли можуть бути кількох типів і використовуються для направлення заявок за певним або випадково обирається маршрутом в залежності від типу заявки або виконання певних умов; поділу потоку заявок на частини; об'єднання заявок один з одним; зміни параметрів заявок.

Приклад. Розглянемо моделювання найпростішої одноканальної системи масового обслуговування з необмеженою чергою, реалізоване в системі GPSS (основні блоки мови GPSS наведені в Додатку А).

Нехай задана одноканальна розімкнена СМО з 1 пристроєм обслуговування та нескінченною чергою (М/М/1) (рис. 3.7), для якої час надходження заявок розподілений за експоненціальним законом з інтенсивністю $\lambda = 6,66$ (1/сек), а час обслуговування – за експоненціальним законом з інтенсивністю $\mu = 10$ (1/сек). Математичне очікування для цього типу розподілу є величина, зворотня інтенсивності, тому заявки в СМО надходять в середньому $t_n = 0,15$ секунд, а на обслуговування витрачається в середньому $t_o = 0,1$ секунда, тобто заявки обслуговуються швидше, ніж надходять. Отже, в даній СМО лімітуючим є процес надходження заявок.

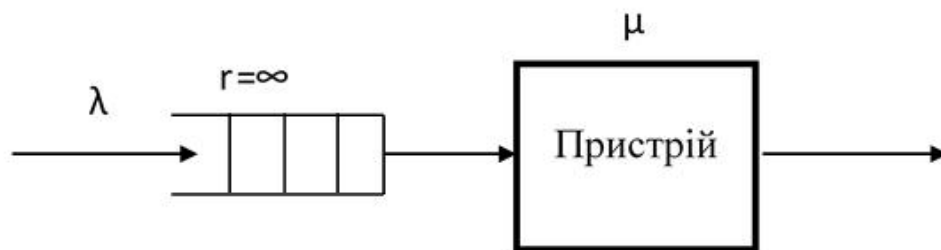


Рисунок 3.7 – СМО з накопичувачем необмеженої ємності

Необхідно визначити:

- число заявок, які надійшли до СМО;
- число заявок, які були обслуговані СМО;
- коефіцієнт використання пристрою обслуговування;
- середню довжину черги;
- середній час очікування заявки в черзі.

Виконаємо аналітичний розрахунок характеристик для 1000 прогонів моделі. Тому що в даній моделі лімітуючим є процес надходження заявок, то при 1500 прогонах моделі в СМО надійде 1000 заявок, а час моделювання складе:

$$t_M = 1500 \cdot t_n = 1500 \cdot 0,15 = 225 \text{ (сек)}.$$

За цей час пристрій зміг би обслужити $t_M / t_o = 225 / 0,1 = 2250$ заявок, тобто всі заявки, які надійшли в СМО за час моделювання будуть оброблені. Коефіцієнт використання пристрою складе $k = t_o / t_n = 0,1 / 0,15 = 0,66$.

Середня довжина черги розраховується за формулою:

$$L_q = \frac{k^2}{1-k} = \frac{0,66^2}{1-0,66} = 1,28 \text{ (заявки)}.$$

Середній час очікування обслуговування в черзі складе:

$$t_{оч} = L_q \cdot t_n = 1,28 \cdot 0,15 = 0,192 \text{ (сек)}.$$

Виконаємо програмну реалізацією в GPSS World.

Як було вже сказано в п. 2.4, модель GPSS складається з блоків-операторів, які задають логіку функціонування системи та визначають шляхи руху транзактів між елементами системи.

Реалізація потоку транзактів із заданим законом розподілу інтервалів часу між надходженнями та затримки транзактів в пристрої обслуговування на час із заданим законом розподілу здійснюється в GPSS World з використанням операторів GENERATE та ADVANCE відповідно (див. Додаток А).

Способи завдання типу та параметрів розподілу наведені в таблиці 3.2.

Таблиця 3.2 – Способи завдання типу та параметрів розподілу

Синтаксис операторів	Операнди
Рівномірний розподіл (типу $a \pm b$)	
GENERATE A,B ADVANCE A,B	A=a B=b
Експоненціальний розподіл з інтенсивністю λ	
GENERATE (Exponential(A,B,C)) ADVANCE (Exponential(A,B,C))	A – параметр рівномірного розподілу, зазвичай A=1; B – зміщення розподілу, зазвичай B=0; C - t_o (величина, зворотна інтенсивності λ)
Гамма-розподіл з інтенсивністю λ та цілочисельним параметром b	
GENERATE (Gamma(A,B,C,D)) ADVANCE (Gamma(A,B,C,D))	A - параметр рівномірного розподілу, зазвичай A=1; B – зміщення розподілу, зазвичай B=0; C – величина, яка дорівнює $1/\lambda$; D – цілочисельний параметр b .

	t_o для цього розподілу дорівнює b/l
Нормальний розподіл з параметром m та σ	
GENERATE (Normal(A,B,C)) ADVANCE (Normal (A,B,C))	A - параметр рівномірного розподілу, зазвичай A=1; B - $t_o (m)$; C – стандартне відхилення, σ

Розглянемо моделювання в GPSS World заданої одноканальної розімкненої СМО [5]. Моделювання потоку вимог виконується за допомогою оператора GENERATE:

GENERATE (Exponential(1,0,0.15))

Черга задається за допомогою операторів QUEUE та DEPART. Оператор QUEUE записується у вигляді (в поле операнда записується ім'я черги):

QUEUE CHER1

Транзакт буде знаходитися в черзі до тих пір, поки не надійде повідомлення про звільнення пристрою обслуговування. Для цього використовується оператор SEIZE, який визначає зайнятість пристрою обслуговування, та при звільненні останнього відправляє заявку на обслуговування (в полі операнда дається символічне або числове ім'я пристрою обслуговування):

SEIZE U1

Вихід транзакта з черги фіксується оператором DEPART (в полі операнда задається символічне або числове ім'я черги):

DEPART CHER1

Далі повинен бути заданий час перебування транзакту в пристрої обслуговування. Для цього використовується оператор ADVANCE:

ADVANCE (Exponential(1,0,0.1)).

Після обслуговування транзакт повинен звільнити пристрій:

RELEASE U1

Вихід транзакта з системи моделюється наступним оператором:

TERMINATE 1

В реалізації моделі можна задати число прогонів з використанням оператора START (в полі операнда задається кількість транзактів, після видалення яких з системи процес моделювання буде припинено:

START 1500

Таким чином, імітаційна модель заданої одноканальної розімкненої СМО в середовищі GPSS World має вигляд, наведений на рисунку 3.7.

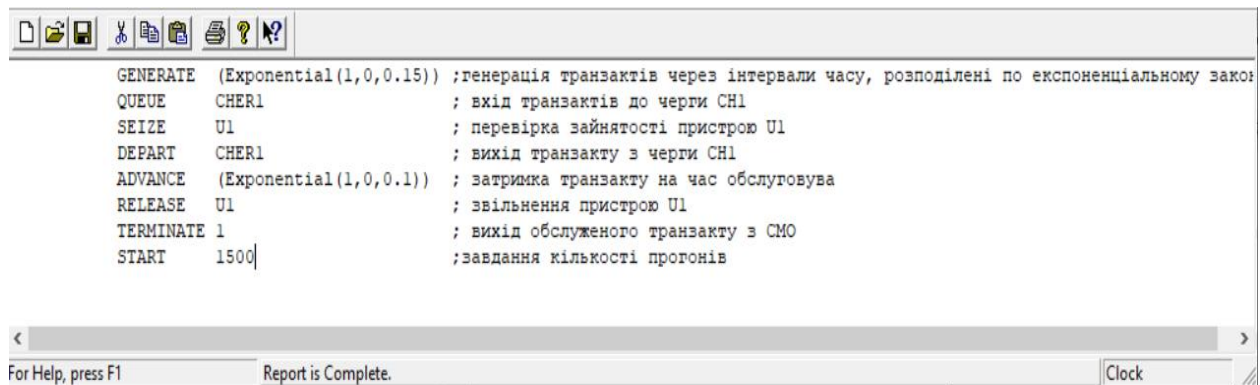


Рисунок 3.7 – Імітаційна модель СМО в GPSS World

Після завершення моделювання буде автоматично створений стандартний звіт GPSS World (рис. 3.8).

START TIME	END TIME	BLOCKS	FACILITIES	STORAGES					
0.000	225.539	7	1	0					
FACILITY	ENTRIES	UTIL.	AVE. TIME	AVAIL.	OWNER	PEND	INTER	RETRY	DELAY
U1	1501	0.684	0.103	1	1501	0	0	0	0
QUEUE	MAX	CONT.	ENTRY	ENTRY(0)	AVE.CONT.	AVE.TIME	AVE.(-0)	RETRY	
CHER1	13	1	1501	516	1.312	0.197	0.300	0	

Рисунок 3.8 – Стандартний звіт GPSS World

Порівняння результатів імітаційного моделювання СМО з результатами аналітичного розрахунку наведено в табл. 3.3.

Таблиця 3.3 – Порівняння результатів імітаційного моделювання з аналітичними розрахунками

Параметр звіту	Значення	Аналітичний результат
END TIME (час закінчення моделювання)	225,539	225
ENTRIES (число входів)	1501	1500
UTIL (коефіцієнт використання)	0,684	0,66
AVE. TIME (середній час обслуговування)	0,103	0,1
AVE.CONT (середня довжина черги)	1,312	1,28
AVE.TIME (середній час очікування транзакту в черзі)	0,197	0,192

3.5 Модельний час

Імітаційне моделювання зазвичай виконується з використанням обчислювальної техніки відповідно до програми, яка реалізує послідовність ключових подій у системі, тобто відтворює її процеси функціонування. Це дозволяє моделювати кілька годин, днів або навіть років реальної роботи системи за кілька секунд, хвилин або годин комп'ютерного часу.

У процесі імітаційного моделювання розрізняють три види часу. Перший – це час реальної системи, в якому «живе» і функціонує сама система. Другий – модельний час, тобто «штучний» час, у якому існує модель, який фактично є відображенням часу реальної системи. Нарешті, реальний час - це час, у якому перебуває дослідник або обчислювальний пристрій, тобто час, необхідний для виконання моделювання. Найбільший інтерес для нас становить модельний час. Для відліку цього часу й забезпечення правильної хронологічної послідовності подій в імітаційній моделі використовується так званий таймер модельного часу, який фіксує поточне значення модельного часу.

Модельним часом в імітаційній моделі називається відтворення фізичного часу в моделі. Співвідношення фізичного та модельного часу визначається специфікою моделі та задається діапазоном фізичного часу, який приймається за одиницю модельного часу. Сутністю імітаційного моделювання є просування модельного часу та виконання подій, пов'язаних з певними значеннями модельного часу. Подія в моделі – це програмний

модельний образ значимого з точки зору розробника моделі, зміни в системі, що моделюється.

Основною задачею імітаційного моделювання є правильність відображення порядку та часових відношень між змінами в модельованій системі на порядок виконання подій в моделі.

Стиснення часової шкали в неперервному часі неможливо, тому в імітаційному моделюванні час змінюється стрибками. На осі модельного часу моменти настання подій складають дискретну множину. В дискретному імітаційному моделюванні використовуються два способи керування просуванням модельного часу:

- *подійний* (Event Driven), при якому в якості наступного значення модельного часу обирається мінімальний час настання події зі списку майбутніх подій;

- *покроковий* (Time Stepped), при якому значення модельного часу збільшується на постійну фіксовану величину – крок модельного часу.

Покроковий підхід зручний при наявності умовних подій, для виконання яких необхідна правильність деякої логічної умови. В цьому випадку на кожному кроці потрібно обчислювати логічні умови та виконувати відповідні події. При подійному способі керування часом можна пропустити момент часу, при якому умова стала істинною.

Однак покрокове керування значно менш ефектне – для забезпечення задовільної точності крок приросту часу повинен бути мінімальним, а в цьому випадку дорівнювати 95% звернень до імітаційної моделі є зайвими та багато процесорного часу витрачається на обробку «пустих» інтервалів. При цьому спотворюється реальна картина подій, губляться причинно-наслідкові зв'язки, події, які протікають послідовно, стають паралельними, затримки орзповсюдження сигналів в структурних елементах не відображаються. Цих недоліків позбавлено подійне керування модельним часом.

Метод постійного кроку має перевагу, коли:

- події з'являються регулярно, їх розподіл за часом є досить рівномірним;
- кількість подіє велика та моменти їх появи близькі;
- неможливо заздалегідь визначити моменти настання подій.

Вибір величини кроку моделювання є нелегкою і дуже важливою справою. Універсальної методики вирішення цієї проблеми не існує, але в багатьох випадках можна використовувати один з наступних підходів:

- приймати величину кроку рівної середній інтенсивності виникнення подій різних типів;
- обирати величину кроку рівної середньому інтервалу між найбільш частими (або найбільш важливими) подіями.

Контрольні питання

1. Дайте визначення марківського процесу.
2. Що таке фінальні ймовірності?
3. Який потік подій називається найпростішим?
4. Які властивості найпростішого потоку подій?
5. Які ймовірнісні характеристики повністю визначають будь-який розподіл марківського процесу?
6. З яких основних елементів складається система масового обслуговування (СМО)? Які процеси у ній відбуваються?
7. Що таке система масового обслуговування?
8. Які класифікаційні ознаки СМО?
9. Які основні компоненти виділяються у системі масового обслуговування?
10. Що називається модельним часом в імітаційній моделі?

Тестові питання для самоперевірки

1. Системи, які представлені у вигляді безперервного ланцюга Маркова досліджують за допомогою рівнянь для ймовірностей стану:
 - а) Пуассона;
 - б) Колмогорова;
 - в) Пальма;
 - г) немає правильної відповіді.
2. Граничні ймовірності станів однорідного ланцюга Маркова розраховуються на основі:
 - а) матриці перехідних ймовірностей;
 - б) матриці перехідних інтенсивностей;
 - в) кореляційної матриці;
 - г) немає правильної відповіді.
3. Випадковий процес є марківським, якщо:
 - а) для кожного моменту часу t_0 ймовірність будь-якого стану системи у майбутньому не залежить від того, коли і яким чином система перейшла в цей стан;
 - б) для кожного моменту часу t_0 ймовірність будь-якого стану системи у майбутньому залежить від того, коли і яким чином система перейшла в цей стан;

- в) для кожного моменту часу t_0 ймовірність фіксованого стану системи у майбутньому не залежить від того, коли і яким чином система перейшла в цей стан.

4. Якщо потік стаціонарний, ординарний і не має наслідки, то потік називається...

- а) найпростішим;
- б) ординарним;
- в) стандартним;
- г) немає правильної відповіді.

5. Якщо в будь-який момент часу ймовірнісні характеристики випадкового процесу в майбутньому залежать тільки від стану системи в даний момент, то випадковий процес називається...

- а) Марковським;
- б) Гаусовським;
- в) Колмогорівським;
- г) Чебишевським.

6. Системи, в яких виникають масові запити (вимоги) на виконання будь-яких видів послуг і відбувається задоволення цих запитів, називаються:

- а) системами масового обслуговування;
- б) ланцюгами Маркова;
- в) системами вимог;
- г) немає правильної відповіді.

7. Послідовність однорідних вимог, що з'являються одне за іншим в випадкові моменти часу, називається...

- а) потоком заявок;
- б) потоком вимог;
- в) завантаженням системи;
- г) немає правильної відповіді.

8. Системами масового обслуговування з відмовами називаються системи...?

- а) у яких заявки, що надходять в момент, коли всі канали обслуговування зайняті, отримують відмову і покидають систему;
- б) допускають чергу, але з обмеженим терміном перебування кожної заявки в ній;

- в) допускають чергу, але з обмеженим числом місць в ній;
- г) немає правильної відповіді.

9. Системами масового обслуговування з очікуванням називаються системи...?

- а) у яких заявки, що надходять в момент, коли всі канали обслуговування зайняті, отримують відмову і покидають систему;
- б) у яких можлива поява як завгодно довгій черзі заявок до обслуговуючого каналу;
- в) допускають чергу, але з обмеженим числом місць в ній;
- г) немає правильної відповіді.

10. Системами масового обслуговування з обмеженою довжиною черги називаються системи...?

- а) у яких заявки, що надходять в момент, коли всі канали обслуговування зайняті, отримують відмову і покидають систему;
- б) допускають чергу, але з обмеженим терміном перебування кожної заявки в ній;
- в) допускають чергу, але з обмеженим числом місць в ній;
- г) немає правильної відповіді.

РОЗДІЛ 4 КОМБІНУВАННЯ ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНОГО ТА ІМІТАЦІЙНОГО МОДЕЛЮВАННЯ У ТЕХНІЧНИХ ТА ТЕХНОЛОГІЧНИХ СИСТЕМАХ

План

- 4.1 Сутність та класифікація біотехнічних систем
- 4.2 Основні положення фізико-математичного моделювання
- 4.3 Моделювання при використанні теорії подібності
- 4.4 Аналогове моделювання методом Лагранжа
- 4.5 Моделювання за методом «факторних площ» для оцінки якості продукції

4.1 Сутність та класифікація біотехнічних систем

4.1.1 Поняття системи та її основних складових

Основним об'єктом дослідження даного навчального посібника є система та її елементи, що функціонують у харчових і переробних виробництвах. Загальна теорія системи стверджує, що будь-який об'єкт може бути представлений у вигляді системи.

Система (від грец. systema – ціле, складене з частин; з'єднання) являє собою сукупність елементів, що знаходяться між собою у взаємних відносинах і зв'язках, утворюючи певну цілісність або єдність.

Під *ланкою системи* можна розуміти простий або складний об'єкт (механізм, «поле», машина, живий організм, речовина тощо), що здійснює у складі системи одну або декілька спеціальних функцій. Функція системи не зводиться до функцій будь-якої ланки.

Елемент ланки – однакові або різні об'єкти, що складають у цілому ланку системи. У ланці може бути безліч однакових елементів.

Підсистема – це відносно самостійний об'єкт, що входить до складу системи або зв'язку і виконує особисті нові функції.

Підсистеми можна градувати за рівнями, кількість яких теоретично може бути досить великим: від макрокосмоса до мікросвіту, який вимірюється елементарними частинками, наприклад, молекулами та атомами. Стосовно показаної вище структури ланка системи становить підсистему першого рівня. Об'єкти, що входять до складу ланки, є підсистемами другого рівня; складові елементу ланки – підсистеми третього рівня, що теоретично можна продовжувати до нескінченності.

Тому під *рівнем* підсистеми можна вважати цілочисленне позначення

одного з безлічі послідовних етапів поділу системи на окремі підсистеми (об'єкти), що виконують визначені їм функції. Чим більше число рівня, тим більш докладно аналізується або досліджується система. Підсистеми з меншим номером (числом) рівня відносяться до верхніх підсистем, а з більшими - до нижніх. Схематичне позначення системи, що складається з підсистем, має вид зрубаного і «перевернутого дерева»: зверху стовбур, нижче гілки, сучки, листя тощо.

Надсистема – це окрема система, в яку входить досліджувана система. Функціональні машини у складі системи входять опосередково та одночасно у надсистему, наприклад, у структурні рівні своїх підприємств та ін. Надсистеми структурно входять до космосу, а підсистеми – до деталей, речовин, молекул, атомів.

Існує загальна теорія систем, а в її рамках спеціальні теорії в кібернетиці, системотехніці, системному аналізі та інших галузях. *Абстрактні* системи є продуктом мислення: наукові знання, лінгвістика, логіка тощо. *Матеріальні* системи містять органічні та неорганічні елементи, живі та умовно живі організми, індивідуальні та соціальні об'єкти, технічні та біотехнічні структури. Очевидно, що градація на технічні та біотехнічні структури зумовлюється специфікою процесів, які реалізуються при функціонуванні системи.

Біотехнічні системи за типом ланок та їх розташуванням у структурі поділяються на 16 видів, які різняться за аббревіатурою. Так виключно технічні, фізичні та хімічні види позначаються у вигляді ТТТТ, а біологічні – ББББ. Змішані види систем називають біотехнічними, що позначаються ще 14 видами аббревіатур: БТТБ, БТТТ, ТББТ тощо.

4.1.2 Структура технічної та технологічної системи

У загальному під *технічною системою* можна розуміти сукупність спільно взаємодіючих об'єктів або елементів системи, які призначені для виконання заданих функцій. Для складних систем дані функції можуть бути розгалужені за певними напрямками, тому доцільно у межах системи виділяти окремі сукупності, що відповідають за їх функціонування. Такі структурні осередки, що виділяються за функціональною або технологічною ознаками та відповідають більш низькому організаційному рівню порівняно із основною технологічною системою, називають *підсистемою* технологічної системи. У харчових та переробних виробництвах у якості таких структурних складових можна відзначити механізовані або автоматичні системи керування

технологічними процесами, двигун, гомогенізатор, компресор, холодильник, дифузійний апарат, комп'ютерне забезпечення тощо.

Формування системи у стійку структуру забезпечують типові елементи, які узгоджено функціонують для реалізації необхідних завдань. Серед таких елементів можна відзначити наступні (рис. 4.1).

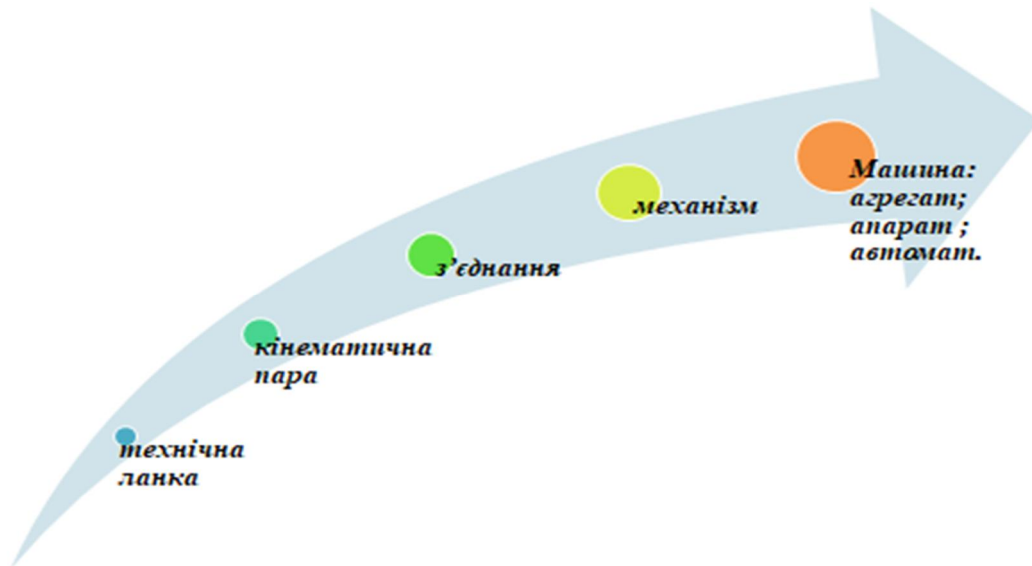


Рисунок 4.1 – Основні структурні складові технічної системи

Найбільш простою є *технічна ланка*, що являє собою деталь або сукупність деталей, які жорстко з'єднані між собою та рухаються, як одне ціле. Рухоме сполучення двох ланок, що дотикаються, складають *кінематичну пару*. Сукупність кінематичних пар, взаємне функціонування яких забезпечують здійснення певного механічного руху, називають *з'єднанням*. Прикладами останніх є роз'ємні та нероз'ємні структури у вигляді різьбового, штифтового, зварочного, заклепочного та інших сполучень. Для реалізації та підтримання заданих технологічних режимів необхідно об'єднання вказаних сполук у більш автономні та самостійні структури, які можна назвати *механізмами*. Дані структури за рівнем організації можна віднести до підсистем. Прикладами таких підсистем слугують механічні передачі, наприклад, пасова, зубчаста, ланцюгова, стрічкова або їх сукупність у вигляді редуктора, варіатора, скриньки зміни швидкостей тощо. Самостійна в організаційному плані сукупність механізмів та різних підсистем, що забезпечують ефективну роботу для зміни властивостей об'єкта обробки, може складати технологічне обладнання у вигляді машини, агрегату або апарату. У харчових технологіях машина здійснює певний вид обробки сировини, напівфабрикатів або продукції. Агрегат як самостійна структурна складова має властивість приєднуватися до інших підсистем або систем з метою розширення функціоналу обробки. Апарати характеризуються тим, що у процесі обробки

певного об'єкта впливу відбувається якісна зміна його властивостей, зокрема, супроводжується зміною агрегатного стану харчової сировини у процесах сушіння, екстрагування, ректифікації тощо.

Такі структурні утворення мають рівень технічних систем, які призначені для цілеспрямованої зміни механіко-фізичних або хімічних властивостей об'єкта впливу з метою виконання корисної роботи (зокрема, заміни ручної праці людини на механічну) шляхом перетворення одного виду енергії в інший (зокрема, теплової, електричної енергії у механічну та інші її види), тобто *перетворення речовини, енергетичних умов процесу, інформації*.

Для формування виробничої значущості таких змін необхідно врахувати їх технологічні аспекти. Межі та способи реалізації таких змін, послідовність операцій або процесів, рухів, перетворень, їх взаємодія та особливості визначають *технології обробки*. Цілеспрямовану зміну фізико-механічних та біохімічних властивостей сировини з метою отримання продукції із заданою споживчою вартістю або її підтримання протягом необхідного терміну часу здійснюють *процеси переробки*. Таким чином, постає необхідність оперування більш широким структурним формуванням, що являє собою сукупність функціонально взаємопов'язаних засобів технологічного оснащення, предметів виробництва та виконавців для здійснення заданої обробки у регламентованих умовах виробництва певних технологічних процесів або операцій. Такі структури мають більш високий рівень організації, що можна характеризувати як *технологічну систему* (рис. 4.2).

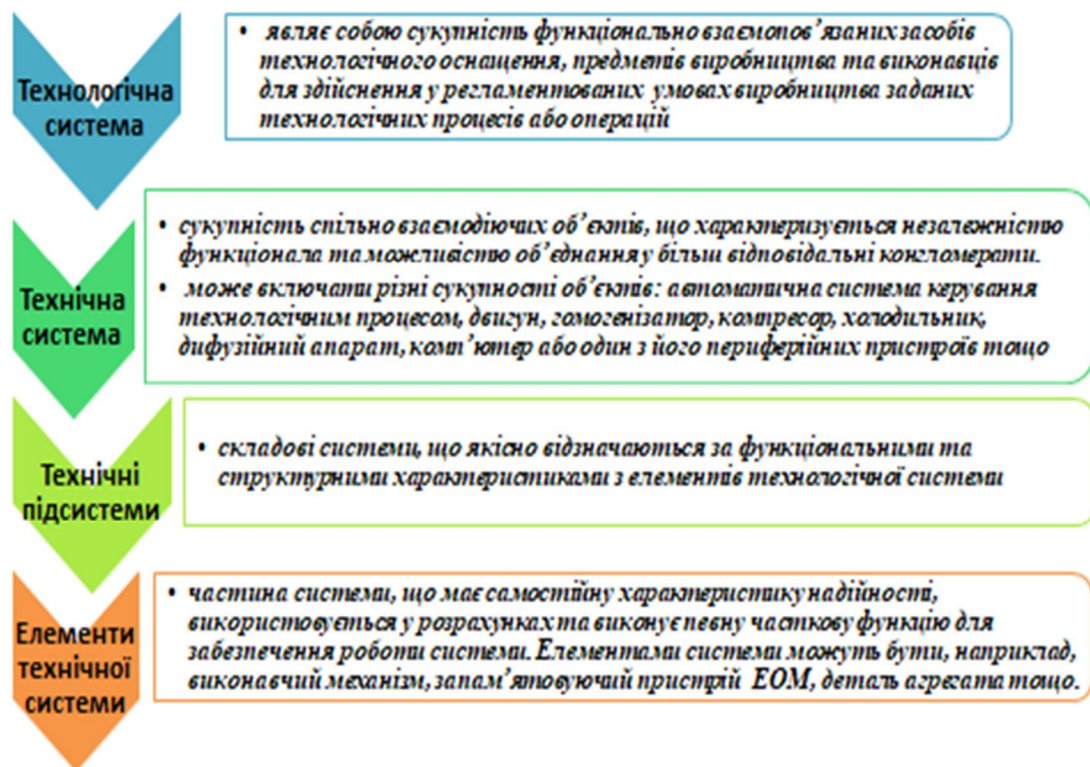


Рисунок 4.2 – Поняття технічної та технологічної системи

Окрім того, будь-який вплив на продукцію з метою зміни її якісного стану зумовлює реалізацію так званого технологічного руху; у той час, як переміщення об'єкта обробки у робочій зоні або у технологічному просторі виробництва пов'язують із виконанням транспортного руху (рис. 4.3).



Рисунок 4.3 – Технологічний та транспортний рухи технологічної системи

Саме взаємозв'язки технологічного та транспортного рухів переважно забезпечують ефективність технологічної системи у цілому. Наприклад, зволоження продукції у процесі її міжопераційного транспортування дозволяє реалізувати технологічний рух у ході здійснення транспортного, що істотно поліпшує економічну ефективність обробки.

Враховуючи основні функціональні зв'язки у технологічній системі, можна достатньо зручно представити її у вигляді моделі «чорного ящика» (рис. 4.4), що ілюструє основні внутрішні та зовнішні впливи на систему, відновлення її роботоздатності у процесі функціонування.

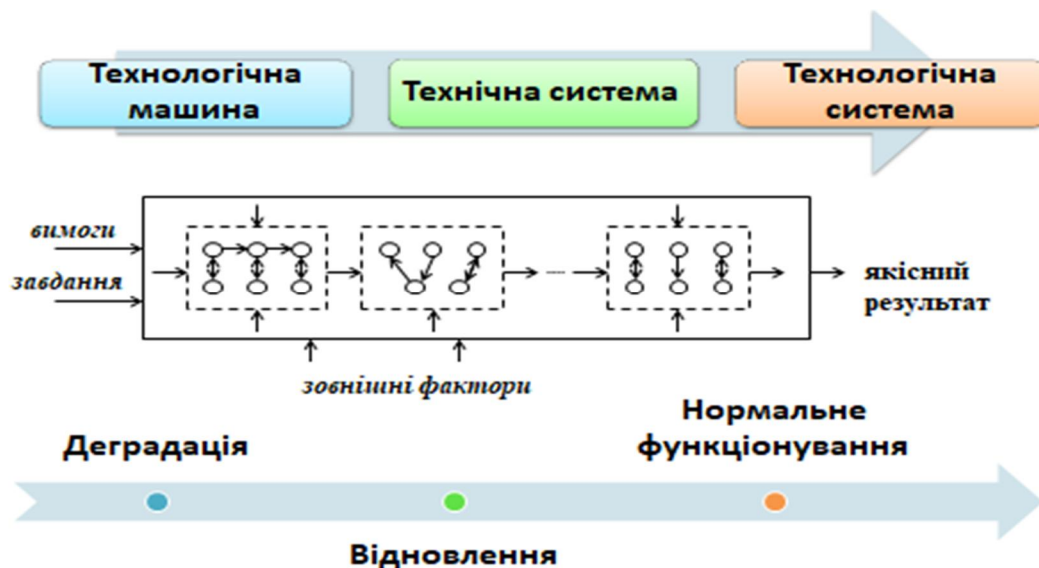


Рисунок 4.4 – Технологічна система у вигляді моделі «чорного ящика»

4.2 Основні положення фізико-математичного моделювання

У даному навчальному посібнику представлені такі різновиди моделювання як методи машинної математики, аналогії та подібності для досліджуваних систем або процесів.

Фізико-математичне моделювання можна віднести до комбінованого методу, що поєднує позитивні риси імітаційних, аналогових та детермінованих моделей, при побудові яких використовуються результати експериментів з визначення та аналізу фізичних характеристик об'єкту досліджень.

Метод імітації створює умови відповідності елементарних явищ процесу-оригіналу; близькість до оригіналу за складом і характером інформації, що описується; за логічністю структури; за послідовністю перебігу процесу; може значно різнитися за фізичним змістом. Такі методи володіють достатньо зручний апарат для дослідження випадкових процесів.

Аналогові методи базуються на використанні теорії подібності, що має наступні особливості:

- заміна залежностей між параметрами системи на залежності між критеріями подібності, що описують процеси, які реалізуються у досліджуваній системі;
- значення даних критеріїв подібності є кількісною мірою, що переноситься з моделі на оригінал;
- можна описувати процеси, які є достатньо близькими до оригіналу за основними параметрами;

- ускладнення задач дослідження вимагає збільшення кількості використаних критеріїв подібності, що значно знижує адекватність моделювання.

При цьому подібність оригіналу зберігається за структурою кінцевих рівнянь, за значеннями аналогів у даних залежностях; процес дослідження є достатньо простим і значно розширює можливості моделювання; процес-модель та процес-оригінал значно різняться за своїми властивостями; неможливість забезпечити достатню адекватність для складних процесів.

При використанні фізико-математичного моделювання реалізуються методи математичного аналізу та статистичної обробки експериментальних даних; використовуються у якості оціночних параметрів фізичні характеристики об'єктів дослідження.

Основними характеристиками математичного моделювання є те, що процес-модель від процесу-оригіналу значно різняться за фізичною сутністю; процес-модель і процес-оригінал можуть бути близькі за такими ознаками як: закономірності перебігу процесу; логічність структури; характер і склад інформації про стан системи; структура кінцевих рівнянь; закономірностями реалізації певних елементарних явищ процесу. Даний метод базується на основі систем з невизначених (абстрактних, символічних, формальних) аналітичних об'єктів, таких як числа, вектори, тензори, співвідношення між цими об'єктами у вигляді кінцевих рівнянь та графічних залежностей. Основні етапи математичного моделювання представлені на рис. 4.5.

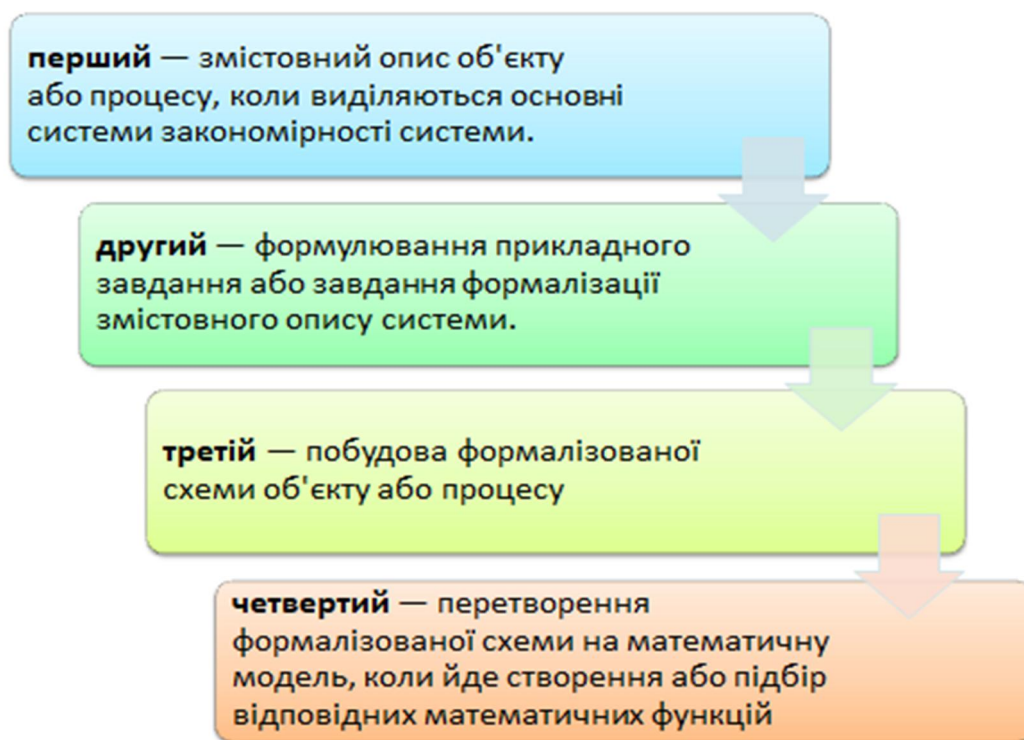


Рисунок 4.5 – Основні етапи здійснення математичного моделювання

Фізико-математичне моделювання базується на основі наочно-фізичних понять, які об'єднують оригінал та модель за фізичною природою досліджуваних явищ. Такі методи потребують наявності апаратного забезпечення для реалізації та дослідження процесу-моделі. Умови реалізації процесу-моделі можуть значно різнитися від умов, що властиві процесу-оригіналу та вибираються, виходячи із зручності та простоти дослідження. Природа моделі та оригінала не змінюється, відтворюються всі сторони досліджуваного процесу, але реалізація фізичної моделі можлива, якщо у досліджуваному технологічному процесі або апараті може існувати подібна модель. Основні етапи фізико-математичного моделювання представлені на рис. 4.6.

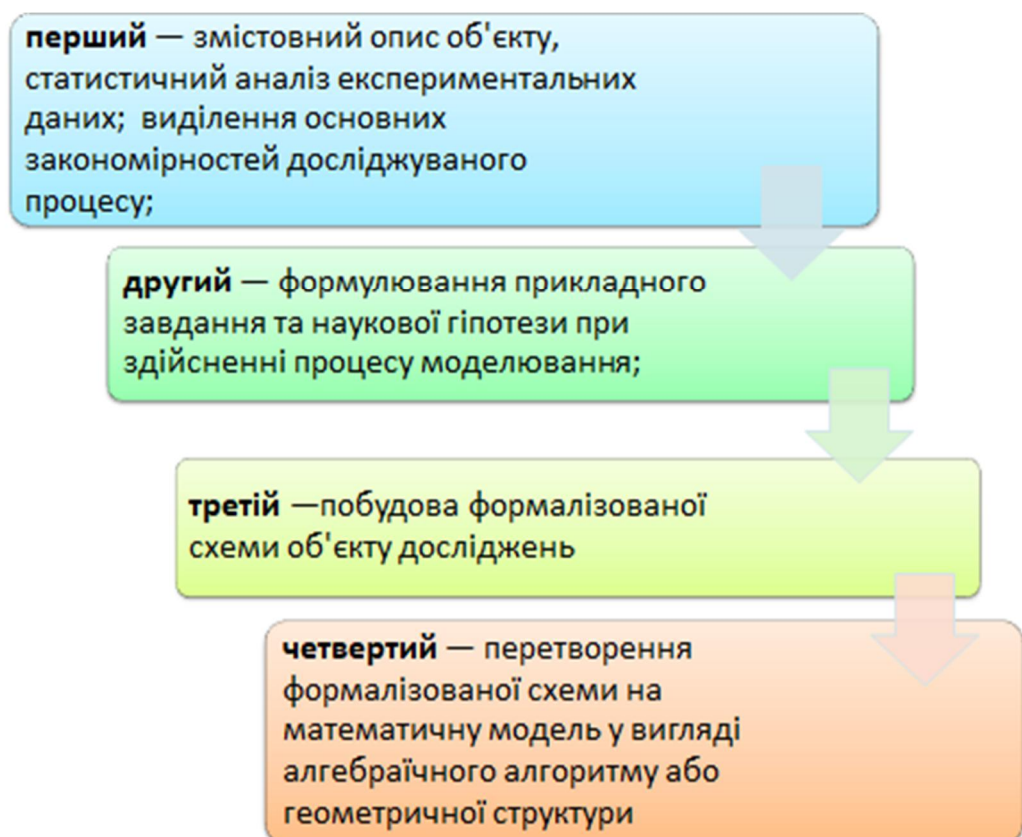


Рисунок 4.6 – Основні етапи здійснення фізико-математичного моделювання

Проведений аналіз свідчить, що методи математичного моделювання відзначаються простотою розробленої детермінованої моделі; простотою графо-аналітичного аналізу розробленої статистичної моделі; проте має місце невідповідність моделі та реального процесу або системи за фізичною сутністю, що нерідко призводить до низького рівня адекватності розробленої моделі. Фізико-математичне моделювання характеризується тим, що використання відповідних критеріїв подібності при заміні параметрів процесу на безрозмірні комплекси (критерії подібності), емпіричних даних за

результатами досліджень на експериментальній моделі дозволяють максимально наблизити модель до оригіналу за фізичною сутністю; прослідковується висока адекватність моделі при застосуванні комбінованого моделювання за достатньої простоти обробки отриманої інформації.

4.3 Моделювання при використанні теорії подібності

4.3.1 Основні принципи подібності

Сутність даного методу полягає у створенні математичного алгоритму на основі експериментальних досліджень при використанні теорем та критеріїв подібності на 1 етапі моделювання; обробці отриманої інформації при застосуванні імітаційного моделювання на 2 етапі математичного аналізу з метою визначення закономірностей зміни основних параметрів досліджуваної системи.

Серед основні різновидів подібності у технічних і технологічних системах можна відзначити наступні:

- *геометрична подібність*, що відображає подібність геометричних фігур;
- *теплова подібність*, яка передбачає подібність теплових потоків та температурних полів;
- *кінематична подібність* як подібність рухів середовищ;
- *динамічна подібність* як подібність сил, що викликають відповідні технологічні або технічні рухи елементів системи.

Геометрична подібність має місце для будь-яких фігур, що можуть бути відтворені за рахунок постійного масштабного множника. Такий коефіцієнт називається константою подібності. Фізична подібність спостерігається для явищ, основні характеристики яких у певні фіксовані моменти часу відзначаються відповідними константами подібності. Сутність такої подібності двох явищ означає подібність полів однойменних фізичних величин, які характеризуються числом або критеріями подібності.

При здійсненні аналогового та детермінованого моделювання використовуються наступні теореми подібності.

1 теорема подібності полягає у тому, що при подібності систем завжди можуть бути знайдені такі безрозмірні комплекси величин, які однакові за величиною, тобто подібні явища характеризуються чисельно рівними критеріями подібності. Теорема встановлює, які величини потрібно вимірювати при проведенні дослідів, результати яких потрібно узагальнити, тобто потрібно вимірювати ті величини, які входять у критерії подібності.

Наприклад, рівняння подібності конвективного перенесення теплоти, що складено цілком із умов однозначності системи:

$$\begin{aligned} Nu &= f(Gr, Pr) = AGr^n Pr^m \\ f &= (Re, Gr, Nu, Pr, Fo) = 0 \\ Nu &= f(Re, Gr, Nu, Pr, Fo) \end{aligned}$$

де Re, Gr, Nu, Pr, Fo - відповідно числа або критерії Рейнольдса, Грасгоффа, Нуссельта, Прандтля та Фур'є.

Формулювання 2 *теорему подібності* визначає, що залежності між фізичними величинами, для оцінки певних процесів, можуть бути подані у вигляді залежностей між безрозмірними критеріями подібності, складеними з цих величин тобто рішення будь-якого диференційного рівняння, що містить змінні параметри, які впливають на процес, може бути представлено у вигляді залежності між безрозмірними комплексами цих величин тобто між критеріями подібності. Дана теорема була доведена А. Федерманом у 1911 р. та Е. Букинґемом у 1941 р. Наприклад, для примусового руху потоку для умов природньої конвекції:

$$Nu = f(Re, Pr) = ARe^n Pr^m$$

Згідно із 3 *теоремию подібності* подібними є явища, умови однозначності яких подібні; а критерії подібності, що складені з рівнянь однозначності, чисельно є рівними. Дана теорема встановлює необхідні умови для того, щоб досліджувані явища виявились подібними один одному. Наприклад, визначення коефіцієнта тепловіддачі за формулою:

$$a = Nu \lambda / l \quad (4.1)$$

4.3.2 Критерії подібності теплообмінних процесів

Критерій Нуссельта як безрозмірний коефіцієнт тепловіддачі можна представити у вигляді безрозмірного комплексу:

$$Nu = \frac{a l}{\lambda} \quad (4.2)$$

де l - визначаючий геометричний розмір; λ - коефіцієнт тепловіддачі.

Фізична сутність даного комплексу полягає у тому, що він визначає співвідношення інтенсивностей теплових потоків, що передаються тепловіддачею та теплопровідністю. Критерій Нуссельта характеризує кратність збільшення інтенсивності конвективного теплообміну порівняно з теплопровідністю тобто інтенсивність теплообміну на межі розділу.

Число Рейнольдса як критерій режиму течії рідини характеризує відношення сил інерції до сил в'язкісного тертя в потоці:

$$\text{Re} = \frac{Pe}{Pr} \quad \text{Re} = \frac{ul}{\nu} \quad (5.3)$$

де u - середня швидкість потоку; ν - кінематична в'язкість рідини

Число Грасгофа становить критерій вільної теплової конвекції та визначає відношення піднімальної сили, що визначає тепловий конвективний рух та сили в'язкісного тертя та характеризує інтенсивність природнього руху енергоносія:

$$Gr = \frac{gl^3}{\nu^2} \beta \Delta T \quad (4.4)$$

де β - коефіцієнт об'ємного розширення теплоносія

Число Прандтля являє собою тепловий критерій фізичних властивостей середовища, що визначає відношення параметрів середовища для передачі руху тертям та передачі теплоти та характеризує співвідношення між товщинами теплового та гідродинамічного межових шарів:

$$Pr = \frac{\nu f c}{l} = \frac{\nu}{a} \quad (4.5)$$

де c – питома теплоємність матеріалу, Дж/(кг· К); λ - коефіцієнт температуропровідності, м²/с

Число Архімеда як критерій вільної конвекції або критерій осадження часток визначає відношення Архімедової сили через різницю густини та сили в'язкісного тертя; характеризує процес теплообміну в результаті природної конвекції:

$$Ar = \frac{gl^3}{\nu^2} \frac{(r - r_o)}{r} = \frac{Ga(r - r_o)}{r} \quad (4.6)$$

де ρ та ρ_0 - густина холодної та нагрітої рідини

Число Пекле як критерій подібності молекулярного та конвективного теплоперенесення визначає міру відношення молекулярного та конвективного теплоперенесення; характеризує відношення кількості теплоти, що розповсюджується у потоці рідини конвекцією та теплопровідністю:

$$P_e = \frac{ul}{a} = Re Pr \quad (4.7)$$

Число Фур'є як критерій теплової гомохронності визначає співвідношення швидкості зміни температурного поля з фізичними властивостями та розмірами тіла у нестационарних теплових процесах:

$$F_o = \frac{at}{l^2} \quad (4.8)$$

Число Біо як критерій граничної теплової подібності визначає міру відношення внутрішнього та зовнішнього термічних опорів при передачі теплоти зовні тепловіддачею та всередині тіла теплопровідністю:

$$Bi = \frac{a_{зав} l}{l_{вн}} \quad (4.9)$$

При $Bi < 0,1$ на тепловіддачу до тіла впливає лише зовнішній тепловий опір; при $Bi > 100$ – лише внутрішній термічний опір.

4.3.3 Критерії подібності гідромеханічних процесів

Число Галілея як критерій подібності силових полів при вільному падінні визначає відношення сил тертя в'язкості та тяжіння у потоці:

$$Ga = \frac{gl^3 r^2}{m^2} = \frac{Re^2}{Fr} \quad (4.10)$$

Число Фруда як критерій подібності сил інерції та тяжіння являє собою міру відношення сил інерції та тяжіння:

$$Fr = \frac{u^2}{gl} = \frac{Re^2}{Ga} \quad (4.11)$$

Число Лященко являє собою форму критерія Архімеда та визначає міру відношення сил, що мають місце в критерії Архімеда як оцінка процесу осадження, коли розмір дисперсних часток невідомий або явно невизначений:

$$Ly = \frac{u^3 r^2}{(r_q - r) g m} \quad (4.12)$$

Число Ньютона становить аналог критерію Архімеда та визначає відношення архімедових сил до сил опору середовища, що викликані швидкісним напором:

$$Ne = \frac{Ar}{Re^2} = \frac{4}{3} \times \frac{d_q g Dp}{r u^2} \quad (4.13)$$

Число Струхаля як критерій подібності неусталеного руху рідини характеризує оцінку швидкості, що набуває тіло при коливальній дії на нього навколишнього середовища:

$$Sh = \frac{fl}{u} \quad (4.14)$$

де f – частота пульсуючої дії на тіло

Число Вебера являє собою критерій дроблення крапель потоком та визначає відношення аеродинамічної сили, що обтікає краплю потоку та руйнує її до сили поверхневого натягу, що утримує її цілісність:

$$We = \frac{r u d_k}{k_s} \quad (4.15)$$

де d_k – діаметр краплі; k_σ – коефіцієнт поверхневого натягу

4.3.4 Критерії подібності масообмінних процесів

Дифузійний критерій Прандтля визначає відношення в'язкості рідини до коефіцієнту дифузії в ній; характеризує фізичні властивості рідини в процесах дифузії:

$$Pr_\eta = \frac{\eta}{k_g} \quad (4.16)$$

де k_∂ – коефіцієнт дифузії

Масообмінний або дифузійний критерій Нуссельта визначає зв'язок інтенсивності масовіддачі та поля концентрацій у граничному шарі:

$$Nu_{\eta} = \frac{b_n l}{k_g} \quad (4.17)$$

де β_n – частота пульсуючої дії на тіло

Число Фур'є як критерій дифузійної гомохронності визначає зв'язок швидкості зміни концентрації з фізичними властивостями та розмірами тіла:

$$Fo_{\eta} = \frac{k_g t}{l^2} \quad (4.18)$$

де τ – протяжність процесу

За $Fo_{\eta} > 0,3$ спостерігається регулярний тепловий режим для пластини; коли $Fo_{\eta} > 0,25$ має місце регулярний тепловий режим для кулі

Дифузійний критерій Біо складає міру відношення внутрішнього та зовнішнього опорів дифузії:

$$Bi_{\eta} = \frac{b l}{k_g} \quad (4.19)$$

4.3.5. Порядок виконання дослідження при допомозі положень теорії подібності та імітаційного моделювання

Математичне моделювання при використанні основних принципів теорії подібності здійснюється у наступній послідовності.

1. Особливості перебігу досліджуваного технологічного або фізичного процесу

Виконання даного пункту передбачає аналіз технологічних аспектів досліджуваного процесу, а саме: розробка технологічної схеми даної операції або процесу; вибір обладнання для його реалізації; створення необхідної експериментальної бази стосовно необхідних характеристик з метою обґрунтування параметрів робочого режиму та граничних характеристик процесу та обладнання.

2. Оцінка факторного простору процесу, що досліджується

У даному пункті здійснюється аналіз та обґрунтування оціночних параметрів досліджуваного технологічного або фізичного процесу (табл.4.1); вибір чисел подібності для реалізації математичного моделювання; вираз

обраних критеріїв подібності через основні характеристики процесу. При здійсненні математичного моделювання використовується наукова гіпотеза, що обрані параметри забезпечують адекватну оцінку стану об'єкту досліджень, а їх кількість є необхідною та достатньою для цього.

Таблиця 4.1 – Основні розрахункові параметри на прикладі процесу кутерування

№ п/п	Найменування параметрів процесу	Розмірність
1	Густина продукції ρ , кг/м ³	кг·м ⁻³
2	Гранична напруга зсуву τ , Па	кг·с ⁻² ·м ⁻¹
3	Коефіцієнт дифузії D , м ² /с	м ² ·с ⁻¹
4	Радіус робочих шнеків r , м	м
5	Кутова швидкість обертання робочих шнеків ω , рад/с	с ⁻¹
6	Коефіцієнт масовіддачі у масі завантаження β , м/с)	м·с ⁻¹
7	Прискорення вільного падіння g , м/с ²	м·с ⁻²
8	Характерний розмір продукції після подрібнення ℓ , м	м

3. Побудова матриці розмірностей даного процесу

Математичне моделювання проводиться з використанням другої теорії подібності Федермана-Букінгема та методу «теорії розмірностей». При побудові вихідної матриці фізичні розмірності обраних параметрів процесу представляються в оцифрованому вигляді, приклад чого представлений у таблиці 4.2., що дозволяє створити рівняння розмірностей досліджуваного процесу.

Таблиця 4.2 – Матриця розмірностей досліджуваного процесу перемішування інгредієнтів фаршу із сосисок

Параметри	ρ	D	ℓ	ω	τ	g	r	β
М, кг	1				1			1
L, м	-3	2	1		-1	1	1	
T, с		-1		-1	-2	-2		-1
Степеневі коефіцієнти	n	m	c	h	t	f	j	

4. Складання критеріального рівняння досліджуваного процесу

Як правило, має місце достатньо велика кількість факторів, що визначають досліджуваний процес, що значно ускладнює їх математичний аналіз. Тому проводимо заміну співвідношення між оціночними параметрами на залежності між обраними критеріями подібності, адекватність чого ґрунтується на 2 теоремі теорії подібності. Для цього використовуємо побудовану матрицю розмірностей.

У загальному вигляді співвідношення між представленими у таблиці 5.1 параметрами можна записати у вигляді функції для визначального параметру, наприклад, для коефіцієнту масообміну β :

$$\beta = f(\rho, D, r, \omega, \tau, \ell, g) \quad (4.20)$$

Тоді на основі складеної у таблиці 5.2 матриці розмірностей переписали представлену функцію у вигляді степеневого ряду:

$$\beta = K \cdot \rho^n \cdot D^m \cdot r^j \cdot \omega^h \cdot \tau^t \cdot g^f \cdot \ell^c \quad (4.21)$$

де K – постійний коефіцієнт.

Згідно із π – теоремою для досліджуваного факторного простору число змінних або оціночних параметрів n_π без кількості різновидів розмірностей n_p (M, T, L у табл.5.2) повинно дорівнювати числу безрозмірних комплексів, тобто відповідає кількості обраних критеріїв подібності $n_{кр}$:

$$n_{кр} = n_\pi - n_p \quad (4.22)$$

Використовуючи матрицю розмірностей (табл. 4.2), складаємо рівняння розмірностей досліджуваного процесу. На основі даних рівнянь знаходимо необхідні співвідношення для степеневих коефіцієнтів (приклад у додатку Д).

Здійснюючи заміну представлених у рівнянні (4.21) параметрів на обрані числа подібності, складаємо шукане критеріальне рівняння. Математичний аналіз досліджуваного процесу та складання означених рівнянь показані у прикладі додатку Д.

5. Визначення степеневих коефіцієнтів критеріального рівняння при використанні графоаналітичного аналізу

На основі графоаналітичного аналізу послідовно знаходимо величини всіх степеневих коефіцієнтів складеного критеріального рівняння, методика розрахунку яких представлена у прикладі додатку В. Таким чином отримали математичний алгоритм, що пов'язує співвідношення між обраними

критеріями подібності та відповідно між основними параметрами, що були обґрунтовані для оцінки факторного простору досліджуваного процесу. Далі можна використати відомі математичні середовища (наприклад, Excel) для оцінки зміни стану об'єкту дослідження при зміні його основних факторів впливу.

6. *Дослідження закономірностей зміни основних параметрів системи при допомозі методів імітаційного моделювання*

Отримані степеневі коефіцієнти дозволяють скласти шукане критеріальне рівняння, що являє собою математичний алгоритм, який містить алгебраїчне представлення залежностей між основними параметрами системи у вигляді степеневих рядів. Такі залежності достатньо просто отримують при розкриванні безрозмірних комплексів з використаних чисел подібності.

Представляємо показані операції на прикладі моделювання процесу приготування сосисочного фаршу з рослинними домішками метилцелюлози.

На основі приведеної вище методики моделювання визначили критеріальне рівняння процесу перемішування інгредієнтів фаршу м'ясного напівфабрикату технології виробництва сосисок у вигляді:

$$Sh = Eu^m \times Fo_o^d \times Fr^{a+1} \times K = Eu^{8,34} \times Fo_o^{0,514} \times Fr^{3,49} \times K$$

$$K = \frac{\epsilon g \dot{u}^{(a+1)}}{\hat{\epsilon} w \dot{u}} \times^a \times D^{(d-1)}$$

Визначили, що коефіцієнт $K = 4,21 \dots 6,183$ залежно від типу дослідного зразку.

Використовуючи складене критеріальне рівняння та розроблену розрахункову програму, знаходимо рекомендований ряд параметрів робочого режиму для процесу кутерування та дії означених факторів у досліджуваному процесі, які характеризують перебіг конвективного теплообміну, дифузії потрібних компонентів всередину фаршевої маси, глибину проникнення силового відцентрового поля всередину продукції, інтенсифікуючи означені процеси тепломасообміну.

При використанні розробленої моделі у вигляді математичного алгоритму та при допомозі програмного середовища Excel були отримані графічні залежності між основними фізико-механічними та технологічними параметрами досліджуваного процесу приготування фаршевої суміші з домішками метилцелюлози, що представлені на рисунках 4.7 – 4.10.

Приклад представленого методу математичного моделювання показаний у додатку В.

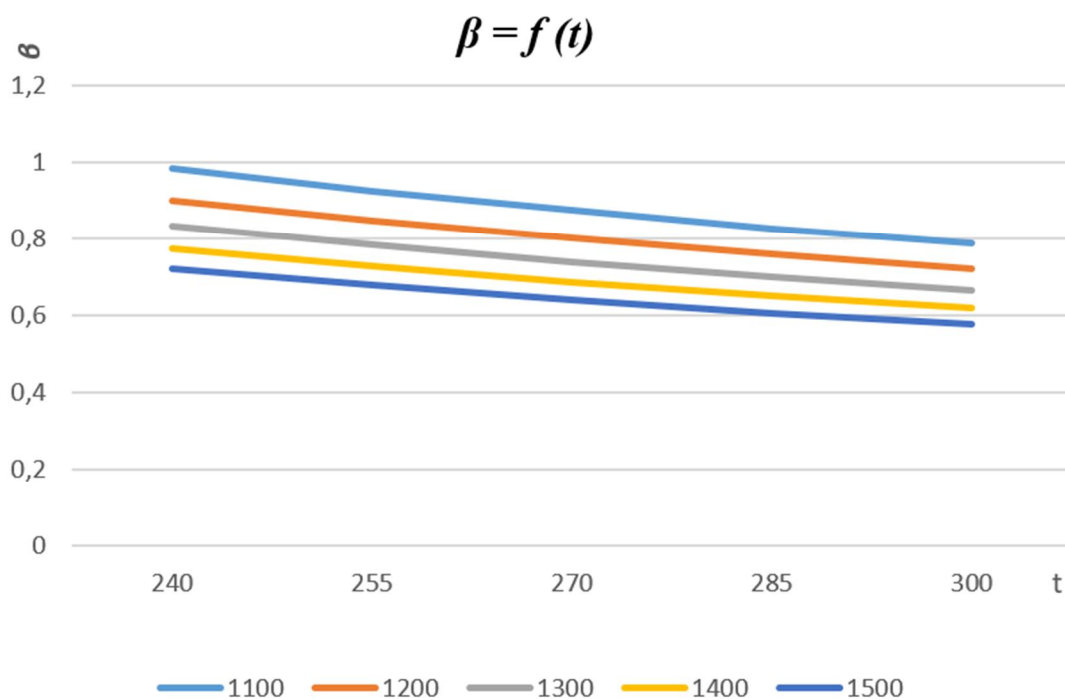


Рисунок 4.7 – Залежність коефіцієнту масообміну від часу приготування і густини фаршевої суміші

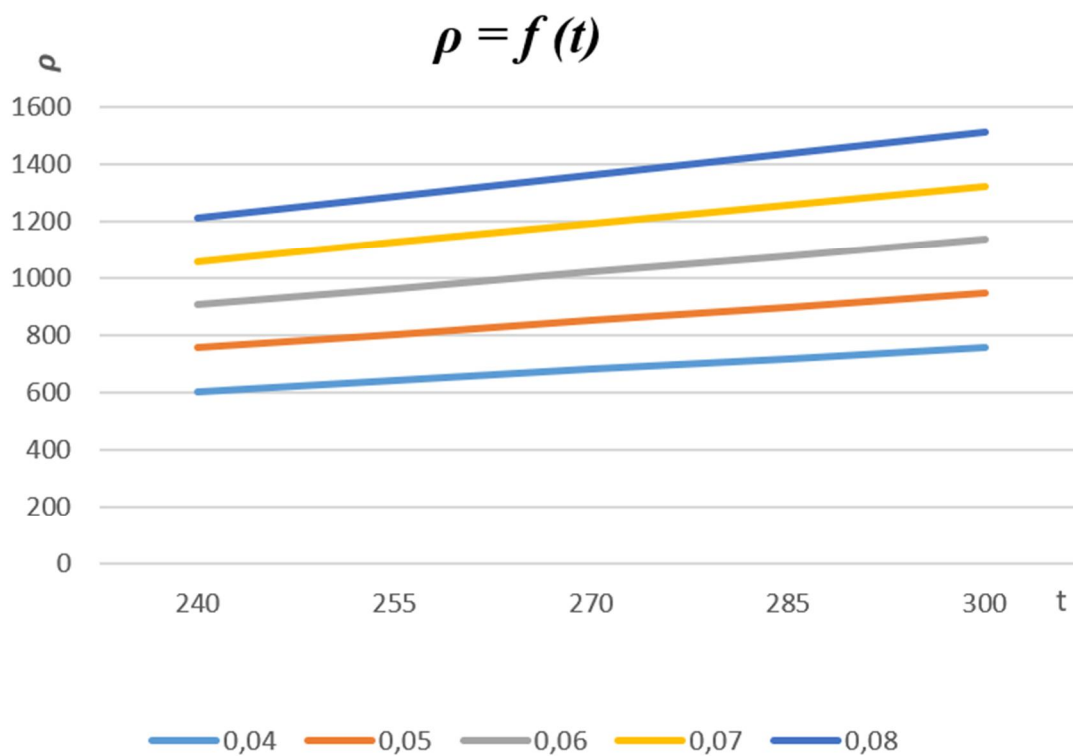


Рисунок 4.8 – Залежність густоти фаршевої суміші від часу приготування і вмісту у суміші метилцелюлози

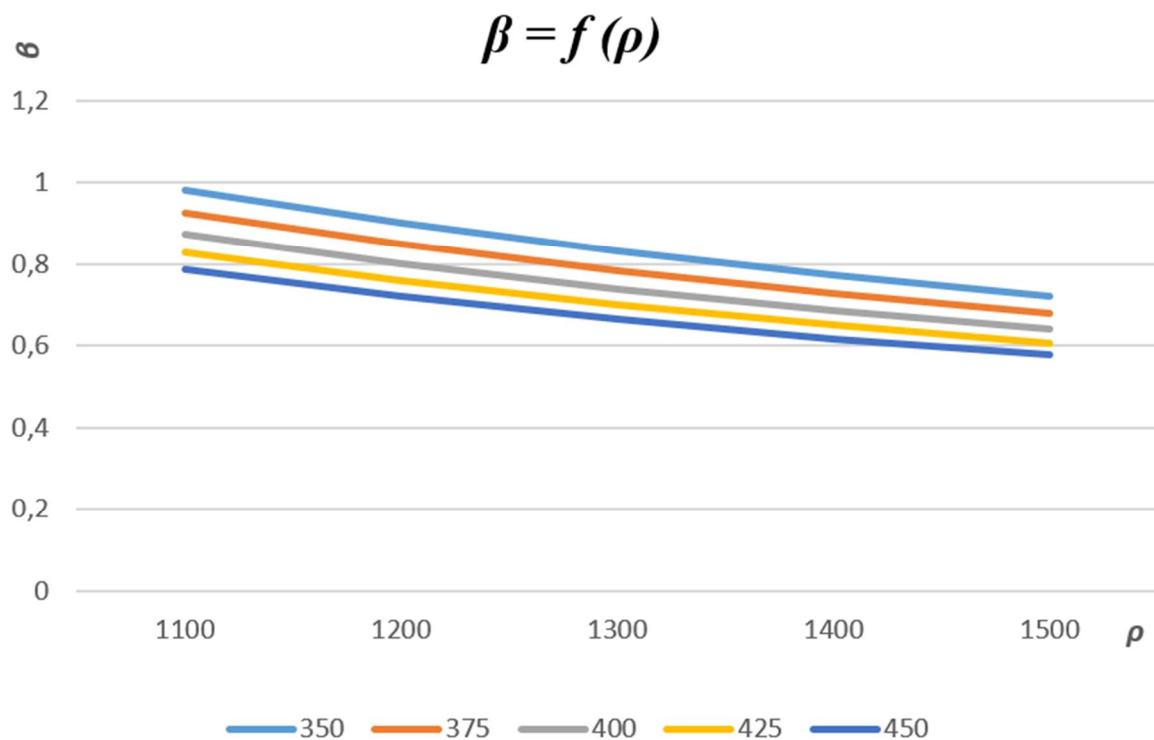


Рисунок 4.9 – Залежність коефіцієнту масообміну від густоти фаршевої суміші і часу її приготування

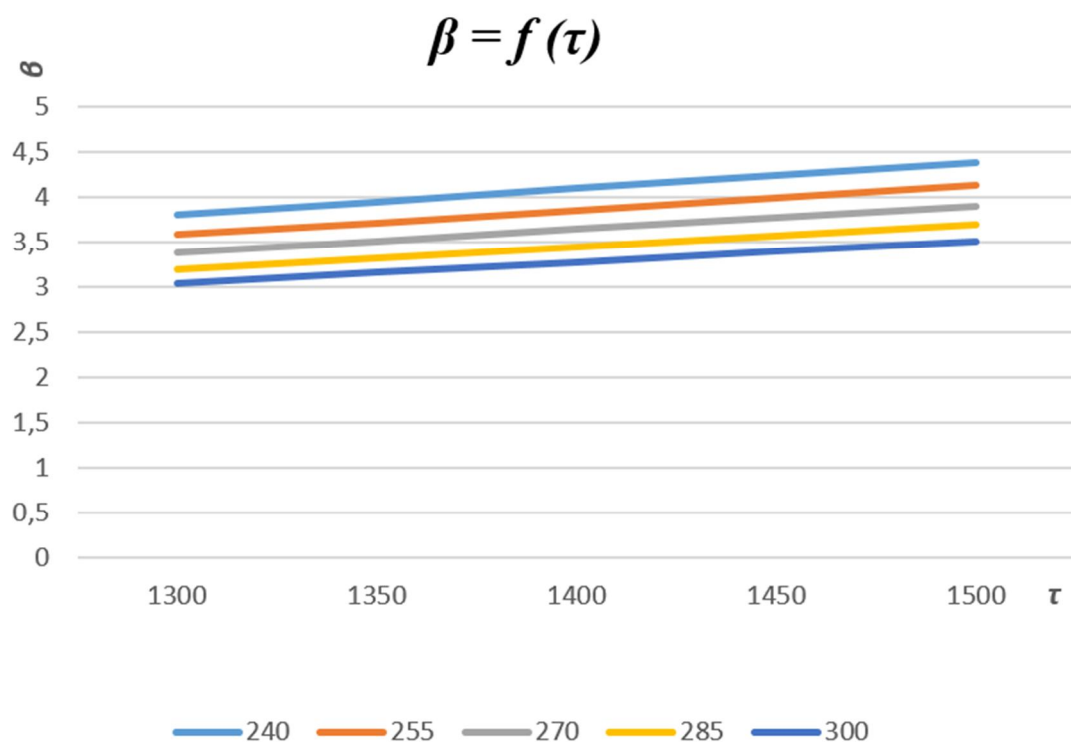


Рисунок 4.10 – Залежність коефіцієнту масообміну від граничної напруги зсуву і часу приготування суміші

4.4 Аналогове моделювання методом Лагранжа

Сутність даного методу полягає у створенні математичного алгоритму шляхом складання рівнянь Лагранжа, що описують закономірності руху виконавчих органів досліджуваної системи, при подальшій обробці інформації при застосуванні імітаційного моделювання. Даний метод доцільно використовувати при дослідженні механічних систем зі складним рухом виконавчих органів. Даний рух спостерігається за значної кількості степенів вільності структурних елементів системи.

Сутність методу Лагранжа полягає у складанні рівнянь, що описують рух за певною вільною координатою при незмінних величинах решти незалежних координат або степенів вільності системи. Таке припущення значно спрощує процес розв'язання такого рівняння, що можна здійснювати у процесі детермінованого, а не чисельного моделювання. При цьому слід зауважити, що форма рівнянь Лагранжа повинен мати спеціальну форму.

Система таких рівнянь, що описують рух всіх незалежних координат, становлять повний комплекс рівнянь Лагранжа для досліджуваної системи. В основу методу Лагранжа покладена наукова гіпотеза, що розв'язання повної системи рівнянь Лагранжа адекватно описує рух виконавчих органів досліджуваної системи. Складена система рівнянь Лагранжа являє собою детерміновану модель досліджуваного процесу, який представлений у вигляді математичного алгоритму. Для проведення математичного аналізу закономірностей зміни основних параметрів досліджуваної системи доцільно використовувати методи імітаційного моделювання.

Порядок проведення представленого математичного моделювання необхідно проводити у наступній послідовності, що прослідковуємо на прикладі дослідження динаміки руху виконавчих органів віброприводу технологічної машини з U-видним контейнером (рис. 4.11).

1. *Складання розрахункової схеми досліджуваного процесу*

Дана коливальна система характеризується 4-ма характерними масами: робочого контейнера з технологічним завантаженням m_1 , приводного ексцентрикового валу з опорними вузлами m_2 , платформи m_3 , противаги m_4 (рис. 4.5); 5-ма степенями вільності: горизонтальним, вертикальним та кутовим зміщенням центру мас приводного валу відповідно x_2, y_2 та j ; кутовим переміщенням робочого контейнера та платформи у .

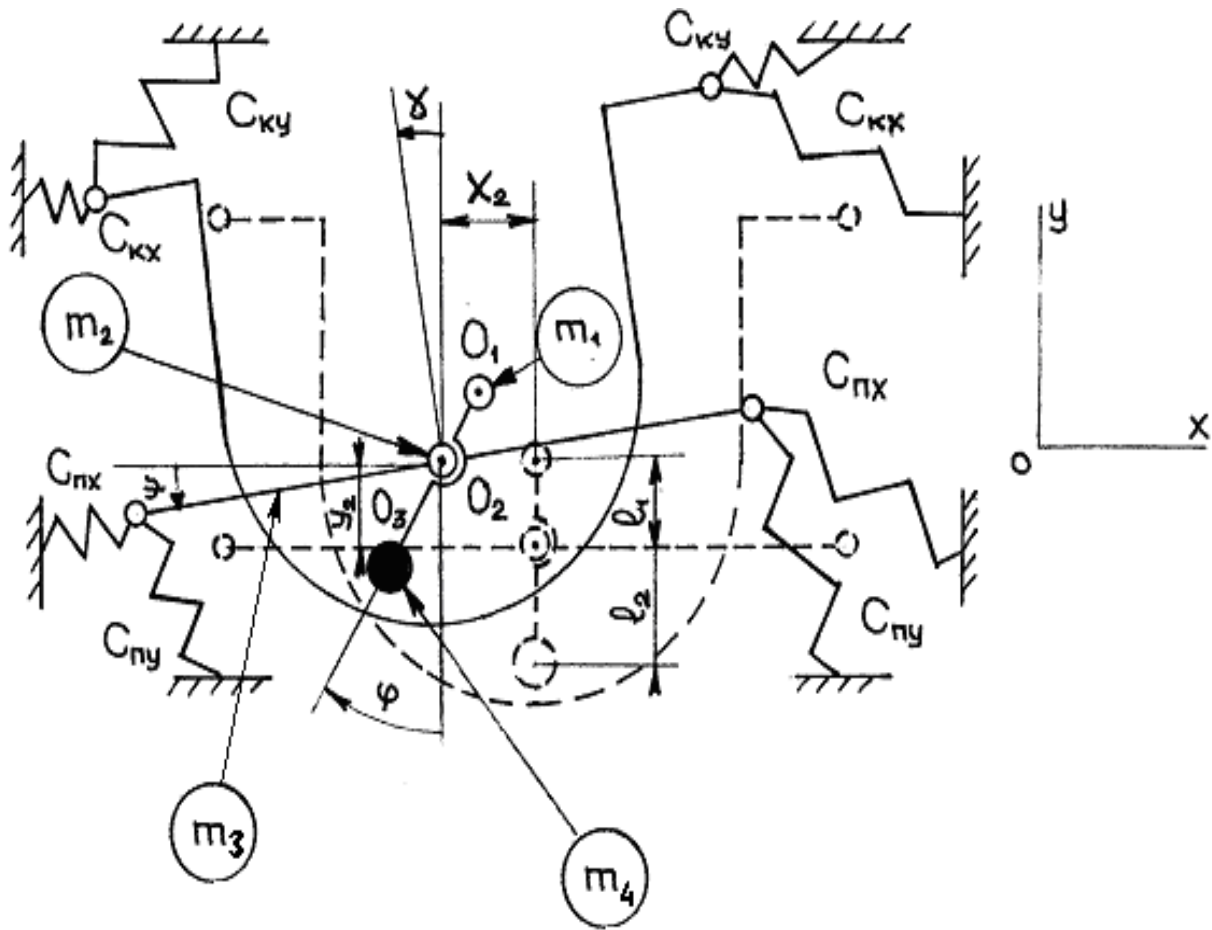


Рисунок 4.11 – Розрахункова схема процесу у ємкості машини з U-видним контейнером з комбінованим механічним віброзбуджувачем

Окрім того, у незавантаженому стані досліджувана вібраційна машина відзначається статистичним балансуванням або статистичним зрівноваженням рухомих мас за умови

$$D = (m_1 - m_3 k_m) l_1 - m_4 l_2 = 0,$$

де k_m - коефіцієнт приєднаної маси технологічного завантаження.

Для складання рівнянь руху використовуємо рівняння Лагранжа другого роду по кожній з узагальнених координат:

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{x}_2} - \frac{\partial T}{\partial x_2} &= Q_{x_2} \\
\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{y}_2} - \frac{\partial T}{\partial y_2} &= Q_{y_2} \\
\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{j}} - \frac{\partial T}{\partial j} &= Q_j \\
\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{g}} - \frac{\partial T}{\partial g} &= Q_g \\
\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{y}} - \frac{\partial T}{\partial y} &= Q_y
\end{aligned}
\tag{4.23}$$

де x_2, y_2, j, g, y - узагальнені координати; $Q_{x_2}, Q_{y_2}, Q_j, Q_g, Q_y$ - узагальнені сили; T - кінетична енергія системи.

Кінетичну енергію системи можна поділити на такі складові:

$$T = T_1 + T_2 + T_3 + T_4$$

де T_1 - кінетична енергія контейнера; T_2 - кінетична енергія приводного валу; T_3 - кінетична енергія платформи; T_4 - кінетична енергія противаги.

2. Складання рівнянь Лагранжа 2 роду для досліджуваної системи

Кінетична енергія приводного валу машини складає:

$$T = 0.5(m_2 v_2^2 + I_2 \dot{\varphi}_2^2) = 0.5 m_2 (\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2) + I_2 \dot{\varphi}_2^2$$

де $v_2^2 = \dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2$; $\dot{\varphi}_2$ - кутова швидкість обертання приводного валу; I_2 - момент інерції приводного валу.

Аналогічно кінетична енергія противаги має вигляд:

$$T_4 = 0.5(m_4 v_4^2 + I_4 \dot{\varphi}_4^2)$$

де $v_4^2 = \dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2 + 2l_2 \dot{\varphi}_2 [0.5l_2 \dot{\varphi}_2 + \dot{x}_2 \cos j + \dot{y}_2 \sin j]$

I_4 - момент інерції стержня з противагою.

Кінетичну енергію контейнера можна визначити за формулою:

$$T_1 = 0.5 \dot{\theta}^2 m_1 v_1^2 + (I_K + m_K h_C^2) \dot{\theta}^2$$

де $v_1^2 = \dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2 + 2l_1 \dot{\theta} (0.5l_1 \dot{\theta} - \dot{x}_2 \cos j - \dot{y}_2 \sin j)$; I_1 - момент інерції робочої ємкості; $I_1 = I_K + m_K h_C^2$; m_K - маса контейнера; $\dot{\theta}$ - кутова швидкість при обертанні контейнера; I_K - момент інерції контейнера відносно осі, що проходить через центр його ваги.

Кінетичну енергію платформи можна розрахувати як:

$$T_3 = 0.5 (\dot{v}_3^2 m_3 + I_3 \dot{\varphi}^2)$$

де $v_3^2 = \dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2 + 2l_3 \dot{\varphi} (0.5l_3 \dot{\varphi} + \dot{x}_2 \cos y + \dot{y}_2 \sin y)$; l_3 - відстань між центрами ваги приводного валу та платформи; I_3 - момент інерції платформи.

Використовуючи отримані залежності кінетичних енергій складових представляємо кінетичну енергію досліджуваної коливальної системи у вигляді:

$$\begin{aligned} T = & 0.5m(\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2) + 0.5(I_1 \dot{\theta}^2 + (I_2 + I_4) \dot{\theta}^2 + I_3 \dot{\varphi}^2) + \\ & + m_1 l_3 \dot{\theta} (0.5l_1 \dot{\theta} - \dot{x}_2 \cos j + \dot{y}_2 \sin j) + \\ & + m_3 l_3 \dot{\varphi} (0.5l_3 \dot{\varphi} + \dot{x}_2 \cos y + \dot{y}_2 \sin y) + \\ & + m_4 l_2 \dot{\theta} (0.5l_2 \dot{\theta} + \dot{x}_2 \cos j + \dot{y}_2 \sin j) \end{aligned}$$

де $m = m_1 + m_2 + m_3 + m_4$ - маса рухомих частин системи.

Далі знаходимо часткові похідні від кінетичної енергії системи по узагальненим координатам:

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_2} = m\dot{x}_2 + \dot{\theta} \cos j (m_4 l_2 - m_1 l_1) + m_3 l_3 \dot{\varphi} \cos y;$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{y}_2} = m\dot{y}_2 + \dot{\theta} \sin j (m_4 l_2 - m_1 l_1) + m_3 l_3 \dot{\varphi} \sin y;$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}} = (\dot{x}_2 \cos j + \dot{y}_2 \sin j) (m_4 l_2 - m_1 l_1) + \dot{\theta} (m_1 l_1^2 + m_4 l_2^2 + I_2 + I_4);$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} = \dot{\varphi} (m_3 l_3^2 + I_3);$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}} = I_1 \dot{\theta}$$

$$\frac{\partial T}{\partial x_2} = 0; \quad \frac{\partial T}{\partial y_2} = 0; \quad \frac{\partial T}{\partial j} = j_2 (\dot{y}_2 \cos j - \dot{x}_2 \sin j) (m_4 l_2 - m_1 l_1);$$

$$\frac{\partial T}{\partial x_2} = m_3 l_3 \dot{y}_2 (\dot{y}_2 \cos y - \dot{x}_2 \sin y); \quad \frac{\partial T}{\partial g} = 0.$$

Тоді залежності для повних похідних від кінетичної енергії складають:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{x}_2} = m_2 \ddot{x}_2 + \left(j_2 \cos j - (\dot{j}_2)^2 \sin j \right) (m_4 l_2 - m_1 l_1) +$$

$$+ m_3 l_3 \left(\dot{y}_2 \cos y - (\dot{y}_2)^2 \sin y \right);$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{y}_2} = m_2 \ddot{y}_2 + \left(j_2 \sin j - (\dot{j}_2)^2 \cos j \right) (m_4 l_2 - m_1 l_1) +$$

$$+ m_3 l_3 \left(\dot{y}_2 \sin y + (\dot{y}_2)^2 \cos y \right);$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{j}} = j_2 (m_1 l_1^2 + m_4 l_2^2 + I_2 + I_4) +$$

$$+ (\dot{x}_2 - j_2 \dot{x}_2) \sin j + (\dot{y}_2 + j_2 \dot{y}_2) \cos j \quad \times (m_4 l_2 - m_1 l_1)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{y}_2} = \dot{y}_2 (m_3 l_3^2 + I_3); \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{g}} = I_1 \ddot{g}$$

Далі визначаємо залежності для узагальнених сил коливальної системи по кожній із незалежних координат:

$$Q_{x_2} = F \cos j - (C_{kx} + C_{пх}) x_2;$$

$$Q_{y_2} = F \sin j - (C_{ky} + C_{пх}) y_2;$$

$$Q_g = M_{кр} - M_{оп.1} - C_g g;$$

$$Q_j = M_{кр} - M_{оп.2};$$

$$Q_y = F \sin y \cdot x_1 - C_{yп} y \cdot 0,5a.$$

де $F = m_1 e v_2^2 = m_1 e j^2$ - модуль змушуючої сили; $M_{кр}$ - обертальний момент на приводному валу; $M_{оп.1}, M_{оп.2}$ - моменти опору в підшипникових вузлах відповідно контейнера та приводного валу; a - відстань між пружними елементами платформи.

Після підстановки отриманих залежностей у рівняння Лагранжу 2-го роду та певних перетворювань, отримаємо шукану систему диференціальних рівнянь руху виконавчих органів досліджуваної коливальної системи:

$$\begin{aligned} \ddot{x}_2 + a_x \dot{x}_2 + k_x^2 x_2 &= B_1 \cos j - B_2 (\dot{j} \cos j - \dot{j}^2 \sin j) - \\ &\ddot{y} - B_3 (\dot{y} \cos y - \dot{y}^2 \sin y) \\ \ddot{y}_2 + a_y \dot{y}_2 + k_y^2 y_2 &= B_1 \sin j - B_2 (\dot{j} \sin j + \dot{j}^2 \cos j) - \\ &\ddot{y} - B_3 (\dot{y} \sin y + \dot{y}^2 \cos y) \\ \ddot{j} - D_1 (\dot{y}_2 \cos j - \dot{x}_2 \sin j) \dot{j} - \\ &\ddot{j} - D_1 (\dot{x}_2 \cos j - \dot{y}_2 \sin j) \dot{j} = D_2 \\ \ddot{y} - L_1 (\dot{y}_2 \cos y - \dot{x}_2 \sin y) \dot{y} + k_y^2 y &= L_2 \sin y \\ \ddot{g} + k_g^2 g &= I_1^{-1} (M_{\text{кр}} - M_{\text{опт}}) \end{aligned}$$

де $B_2 = \frac{D}{m}$; $D = m_4 l_2 - m_1 l_1$; $B_1 = \frac{F}{m} = \frac{m_1 e v_2^2}{m}$; $B_3 = \frac{m_3 l_3}{m}$;

$$D_1 = \frac{D}{m_1 l_1^2 + m_4 l_2^2 + I_2 + I_4}; \quad D_2 = \frac{M_{\text{кр}} - M_{\text{опт}_2}}{m_1 l_1^2 + m_4 l_2^2 + I_2 + I_4};$$

$$L_1 = \frac{m_3 l_3}{m_3 l_3^2 + I_3}; \quad L_2 = \frac{F l_1}{m_3 l_3^2 + I_3}; \quad k_x^2 = \frac{C_{\text{кх}} + C_{\text{пх}}}{m};$$

$$k_y^2 = \frac{C_{\text{кy}} + C_{\text{пy}}}{m}; \quad k_y^2 = \frac{0.5 a C y_{\text{п}}}{m_3 l_3^2 + I_3}; \quad k_g^2 = \frac{C g_{\text{к}}}{I_1}$$

a_x, a_y - коефіцієнти дисипації в технологічному середовищі в напрямках горизонтальних осей координат.

3. *Визначення залежностей для основних робочих параметрів процесу*

Представлену систему диференціальних рівнянь Лагранжа можна вважати детермінованою моделлю досліджуваної системи. Далі необхідно здійснити процес інтегрування для отримання залежностей для кожної із незалежних координат, що можна виконати наближеним або чисельним методами.

4. *Обґрунтування параметрів робочого режиму при допомозі графоаналітичного аналізу методами імітаційного моделювання*

Отримані рівняння для кожної із незалежних координат становлять комплексний математичний алгоритм, обробку яких доцільно реалізувати при допомозі методів імітаційного моделювання. Для досліджуваного прикладу

при використанні математичного середовища MathCAD отримали графічну інтерпретацію основних режимних параметрів процесу (рис. 4.12).

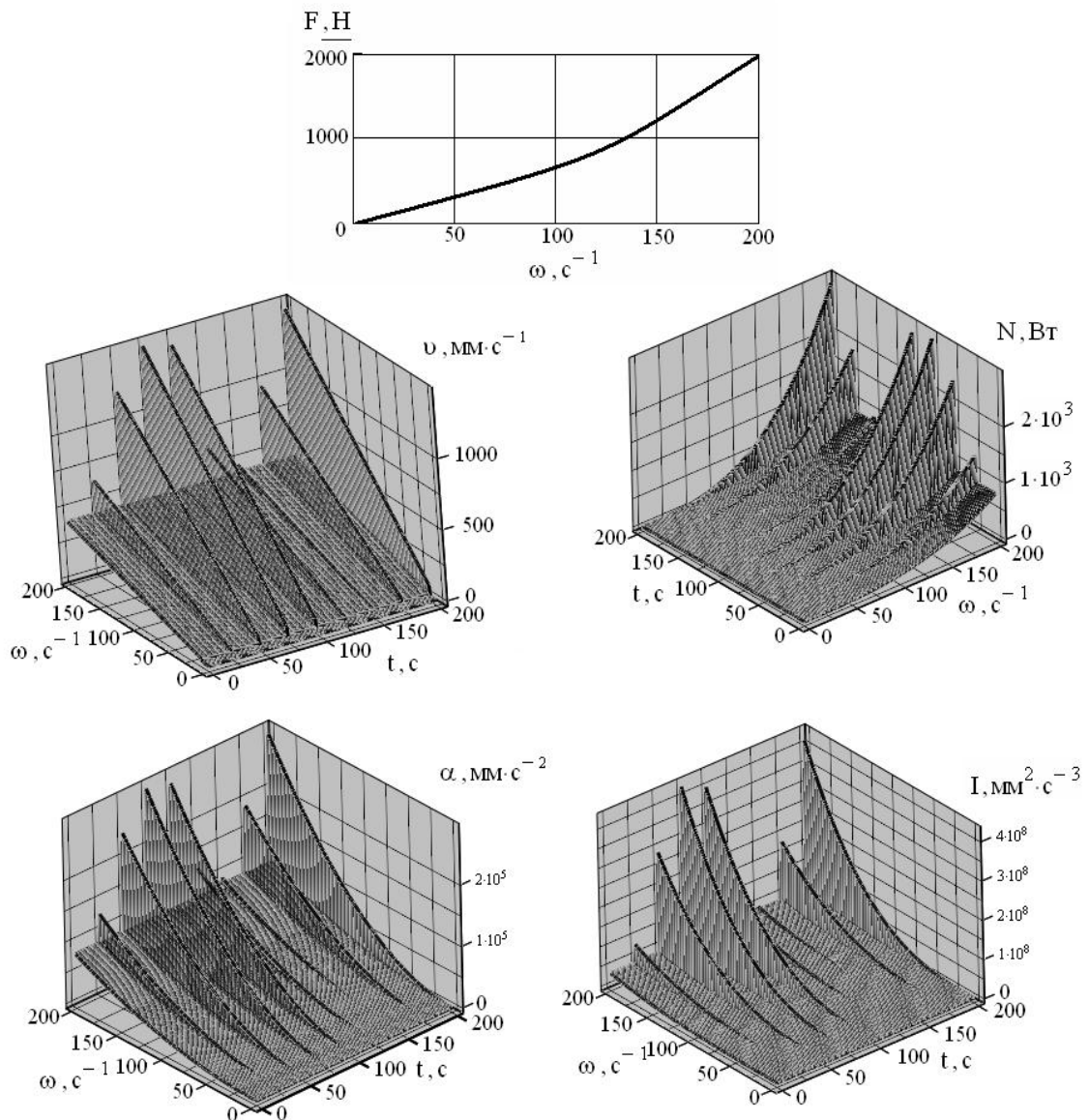


Рисунок 4.12 – Основні кінематичні, силові та енергетичні параметри кінематичного комбінованого віброприводу машини з жорстким контейнером: A_w – амплітуда коливань; U_w – віброшвидкість; a_w – віброприскорення; N_w – потужність змушуючої сили; I_w – інтенсивність вібраційного поля; F_w – змушуюча сила

Приклад виконання математичного моделювання при допомозі методів Лагранжа та імітаційного моделювання представлений у додатку Е.

4.5 Моделювання за методом «факторних площ» для оцінки якості продукції

4.5.1 Сутність даного типу моделювання та основні гіпотези при його реалізації

Сутність даного методу полягає у розрахунку оціночних параметрів якості за результатами експериментальних досліджень, створенні математичного алгоритму на 1 етапі моделювання; обробці отриманої інформації у математичних середовищах Excel та КОМПАС при застосуванні імітаційного моделювання на 2 етапі математичного аналізу з метою визначення кращого зразка продукції при заданих граничних умовах досліджуваної системи. Дані граничні умови визначаються нормативними або рекомендованими величинами якісних характеристик продукції, що були обрані для оцінки досліджуваних зразків. Коли має місце обмеження одним граничним значенням, то оцінку називають однобічною; коли граничні значення представлені певним інтервалом, то оцінку називають двобічною. Для однобічної оцінки представлені характеристики досліджуваних зразків продукції систематизували на дві групи: параметри негативні, збільшення величини яких погіршують властивості продукції та позитивні, що при збільшенні своєї величини поліпшуються якісні характеристики об'єкту досліджень. Для двобічної оцінки доцільним виявилось використання середніх за граничним інтервалом нормативних величин параметрів якості.

При реалізації даного методу математичного моделювання бкли використанні наступні наукові гіпотези. *Першою гіпотезою* є те, що використані для оцінки параметри адекватно характеризують якісний стан об'єкту досліджень, створюючи відповідні якісні простори.

Враховуючи, що оціночні параметри мають різні розмірності, то для оцінювання використовувався їх безрозмірний вираз. Для перерахування у безрозмірний вираз використовували наступну методику. Величину будь-якого нормативного показника приймають за одиницю, а поточні характеристики визначають із співвідношення до цього показника. Таким чином, можна проводити математичне оцінювання якості через певні залежності між вказаними характеристиками. Дійсність такої оцінки визначає *другу гіпотезу* під час побудови математичної моделі: якість продукції визначаємо за величинами співвідношень між безрозмірними характеристиками нормативних та поточних параметрів об'єкту досліджень.

Критерії оцінки при реалізації даного моделювання шукали у коефіцієнтах співвідношення між площами факторних просторів, що були створені відповідно нормативними та поточними якісними параметрами.

4.5.2. Методика розрахунку критеріїв оцінки

При побудові моделей якості оціночні параметри відкладались із певного центра через однакові кутові інтервали. При з'єднанні величин даних параметрів отримали багатокутник, кількість кутів якого дорівнює кількості параметрів, що були обрані для оцінки якості даного об'єкту досліджень.

Враховуючи те, що безрозмірні оціночні параметри отримували при діленні поточної характеристики на її нормативне значення, то значення нормативних показників чисельно дорівнюють безрозмірній одиниці, що було відзначено у другій науковій гіпотезі моделювання за «факторними площами». Очевидно, що нормативний факторний простір показників якості відображається у вигляді правильних багатокутників. Відповідно факторний простір певного зразка продукції представляється у вигляді неправильних багатокутників. Таким чином, при проведенні оцінки для кожного зразку продукції будували простір за позитивними, негативними чи середніми параметрами для порівняння із нормативним за визначеними площами багатокутників. При цьому побудова багатокутників за нормативними та поточними параметрами для певного зразка продукції складає його *геометричну модель якості* при реалізації математичного моделювання за «факторними площами».

На рисунку 4.13 представили геометричну модель якості на прикладі оцінювання характеристик акацієвого сорту меду з використанням 5 негативних параметрів якості.

Величини R_i визначали як відношення величин дійсного i -того параметру до нормованого його значення. Наприклад, для визначення R_1 (масової частки води акацієвого сорту меду) знаходимо відношення значення дійсного параметру (18,3) до нормованого (18,5), тому величина R_1 буде становити 0,98.

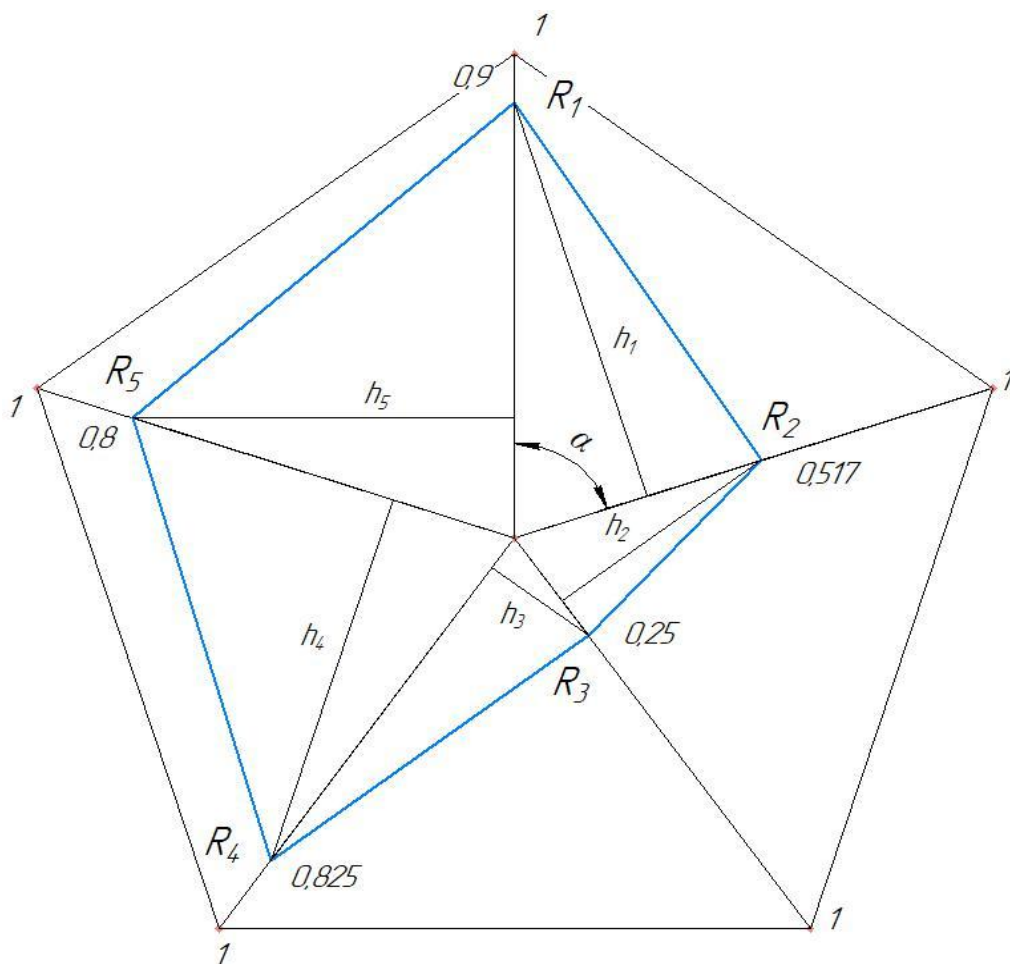


Рисунок 4.13 – Розрахункова графічна модель 5-факторного простору негативних параметрів для оцінювання якості акацієвого сорту меду: $R = 1$ – безрозмірна величина нормованих параметрів; $R_1 = 0,9$ – безрозмірна величина показника масової частки води; $R_2 = 2,86$ – безрозмірна величина показника масової частки сахарози; $R_3 = 0,25$ – безрозмірна величина показника кислотності; $R_4 = 0,825$ – безрозмірна величина показника ГМФ; $R_5 = 0,8$ – безрозмірна величина показника рН; h_1, h_2, h_3, h_4, h_5 – висота трикутників, на які розбивається п'ятикутник для дослідження площі простору параметрів якості зазначеного сорту меду; α – кут, який утворюється внаслідок проведення прямих, що будували із центру до вершин правильного 5-кутника; синім кольором відображено 5-кутник, що відображає простір за оцінюваними параметрами якості зазначеного сорту меду.

Встановлені коефіцієнти для дійсних параметрів відкладали на відповідних прямих, які проводили із центру до вершин правильного 5-кутника. Отримані вершини складають плоску фігуру, що відображає простір негативних параметрів акацієвого сорту меду. Величину h_i та кут α знаходили

для подальших розрахунків площ нормованого та за оцінюваними параметри просторів з метою подальшого оцінювання.

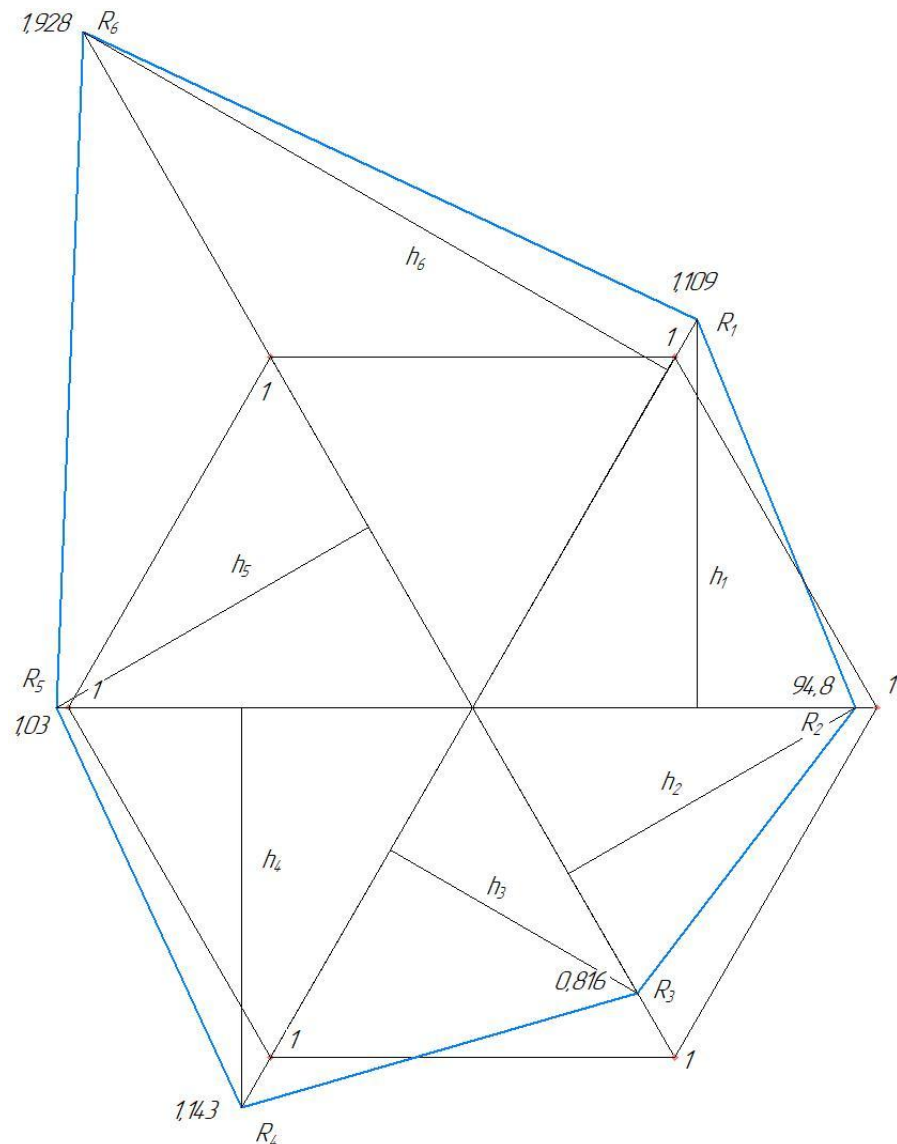


Рисунок 4.14 – Розрахункова графічна модель 6-факторного простору позитивних параметрів для оцінювання якості акацієвого сорту меду

Побудовані багатокутники (синім кольором) на відповідних графічних моделях візуально уже дозволяють оцінити якість досліджуваного сорту меду. У випадку побудови графічних моделей за позитивними параметрами визначений простір має бути більшим за нормований або дорівнювати йому, а вершини багатокутника віддалятися від його центру. У разі побудови графічних моделей за негативними параметрами визначений простір має бути меншим за нормований, а вершини багатокутників наближатися до центру.

Окрім візуального відображення, графічна модель слугує розрахунковою для математичного оцінювання.

У подальшому, використовуючи представлені графічні моделі алгебраїчними методами знаходили загальні площі багатокутників побудованих за коефіцієнтами оцінюваних (неправильні багатокутники) та нормованих параметрів (правильні багатокутники).

Величину S_i , яка становить площу неправильного багатокутника на рисунках 4.13 та 4.14 (вказана площа окреслена синім кольором) знаходили як суму площ трикутників, з яких вона складається. Методика розрахунку цього параметру представлена нижче на прикладі 5-факторного простору негативних параметрів (рис. 4.13) та 6-факторного (рис. 4.14) простору позитивних параметрів для оцінювання якості акацієвого сорту меду.

Так, із рис. 4.13 площа S_1 першого трикутника складає $S_1 = 0,5 \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot \sin \alpha$. Очевидно, що R_1 та R_2 – є величини поточних характеристик досліджуваного меду, які геометрично проведені через центр правильного 5-кутника у напрямі прямих відповідного нормованого (контрольного) значення кожного із цих параметрів. Аналогічно отримали, що площі $S_2 = 0,5 \cdot R_2 \cdot R_3 \cdot \sin \alpha$; $S_3 = 0,5 \cdot R_3 \cdot R_4 \cdot \sin \alpha$; $S_4 = 0,5 \cdot R_4 \cdot R_5 \cdot \sin \alpha$; $S_5 = 0,5 \cdot R_5 \cdot R_1 \cdot \sin \alpha$. Так, загальна шукана площа 5-кутника становить:

$$S_{05} = 0,5 \sin \alpha \cdot [R_1 \cdot R_2 + R_2 \cdot R_3 + R_3 \cdot R_4 + R_4 \cdot R_5 + R_5 \cdot R_1] \quad (4.24)$$

Аналогічно отримали загальну площу шуканого неправильного 6-кутника (рис. 5.14):

$$S_{06} = 0,5 \sin \alpha \cdot [R_1 \cdot R_2 + R_2 \cdot R_3 + R_3 \cdot R_4 + R_4 \cdot R_5 + R_5 \cdot R_6 + R_6 \cdot R_1] \quad (4.25)$$

Площі правильних багатокутників на відображених розрахункових графічних моделях демонструють нормований простір (контрольних значень) параметрів під час оцінювання відповідного сорту меду, тобто $S_{np} = S_n$.

Під час визначенні цих площ (S_{np}) скористалися відомою формулою для площі багатокутника:

$$S_{np} = \frac{ma^2}{4tg \frac{180}{m}}$$

де m – кількість кутів або сторін багатокутника; a – величина сторони багатокутника, яку можна знайти через напівдіагональ R як:

$$a = 2R \sin\left(\frac{180}{m}\right).$$

Тоді шукана величина площі багатокутника становить:

$$S_{np} = \frac{mR^2 \sin^2(\frac{180}{m})}{\frac{1}{2} \sin(\frac{180}{m})} = mR^2 \sin(\frac{180}{m}) \times \cos(\frac{180}{m}) = 0,5mR^2 \sin(\frac{360}{m}) \quad (4.26)$$

Враховуючи, що показаний на рис. 5.8 кут $\alpha = \frac{180}{m}$, то формулу (4.26) остаточно відтворили як:

$$S_{np} = S_n = 0,5mR^2 \sin \alpha \quad (4.27)$$

Використовуючи формулу (4.27) визначили площі багатокутників за нормованими параметрів для всіх досліджуваних просторів, а саме, для оцінювання за п'яти та шести параметрами, відповідно:

$$S_{n5} = 0,5 \times 5 \times \sin 72 = 2,378 \text{ од.}^2$$

$$S_{n6} = 0,5 \times 6 \times \sin 60 = 2,598 \text{ од.}^2$$

За цього враховували, що із другої гіпотези математичного моделювання $R = 1$, а кут α складає відповідно для правильного п'ятикутника $\alpha = 72^\circ$; правильного шестикутника $\alpha = 60^\circ$.

4.5.3. Вибір критеріїв оцінки при моделюванні

Таким чином, простір оцінювання як нормованих S_n , так і оцінюваних показників S_i для i -того параметра можна визначити, використовуючи подані та знайдені геометричні характеристики та їх величини, які були отримані у результаті експериментальних досліджень. Для цього зручно використовувати наступні співвідношення.

Для негативних параметрів використовували розроблений коефіцієнт відповідності нормативам якості $k_{вн} = \frac{S_i}{S_n}$, який показує наскільки близько відповідає якість досліджуваного меду нормативним показникам за певного факторного простору, що визначають алгебраїчно при наближенні отриманого результату до одиниці або геометрично за асиметрією отриманої площі багатокутника відносно правильного, тобто нормованого.

Для оцінювання частки (у %) простору поточних негативних параметрів у просторі нормативних показників використовували розроблений *відносний коефіцієнт спадання якості*:

$$j_{ся} = \frac{|S_n - S_i|}{S_n} \times 100\%.$$

Для оцінювання позитивних параметрів якості розробили і запропонували наступні коефіцієнти.

$$\text{Коефіцієнт зростання якості } k_{зя} = \frac{S_i}{S_n}, \text{ що показує у скільки разів}$$

простір якості поточних позитивних показників перевищує нормативні, тобто які перспективи притаманні досліджуваному зразку продукції.

$$\text{Відносний коефіцієнт зростання якості } j_{зя} = \frac{|S_i - S_n|}{S_i} \times 100\% \text{ показує,}$$

яку частку (у %) складає простір нормативних параметрів відносно простору поточних позитивних показників якості.

Тоді за результатами показаного вище математичного дослідження шукані моделі оцінювання якості для найбільш технологічно вдалого зразку продукції можна відобразити наступним чином:

$$k_{вн} = \frac{S_i}{S_n} \text{ ® } 1 \quad (4.28)$$

$$j_{ся} = \frac{|S_n - S_i|}{S_n} \times 100\% \text{ ® } 0 \quad (4.29)$$

$$k_{зя} = \frac{S_i}{S_n} \text{ ® } \max \quad (4.30)$$

$$j_{зя} = \frac{|S_i - S_n|}{S_i} \times 100\% \text{ ® } 100 \quad (4.31)$$

Величини S_i визначали за визначеними усередненими показниками згідно експериментальних досліджень певного зразку продукції та за використання виведеної математичної інтерпретації площі неправильних багатокутників. Для розрахунку даної площі застосовували відповідну розрахункову комп'ютерну програму для автоматизації розрахунків та побудови графічних моделей.

Приклад виконання математичного моделювання при допомозі методу «факторних площ» та імітаційного моделювання представлений у додатку Ж.

Контрольні питання

1. Назвати основні складові системи.
2. Основні структурні складові технічної системи.
3. Сутність технологічної системи.
4. Особливості теорії подібності.
5. Дати характеристику основних здійснення математичного моделювання.
6. Дати характеристику основних етапів здійснення фізико-математичного моделювання.
7. Визначення першої теорії подібності.
8. Визначення другої теорії подібності.
9. Призначення дифузійного критерію Прандтля.
10. Назвати критерії подібності гідромеханічних процесів.

Тестові питання для самоперевірки

1. Основні ознаки математичного моделювання: ...?
 - а) процес-модель і процес-оригінал значно різняться за закономірностями перебігу досліджуваного процесу;
 - б) процес-модель від процесу-оригіналу є близькими за фізичною сутністю;
 - в) процес-модель та процесу-оригінал значно різняться за структурою кінцевих рівнянь;
 - г) метод базується на основі систем з символічних аналітичних об'єктів.
2. Основні ознаки фізико-математичного моделювання: ...?
 - а) сутність або природа моделі та оригінала значно різняться між собою;
 - б) базуються на основі створення імітації наочно-фізичних понять;
 - в) умови реалізації процесу-моделі можуть значно різнитися від умов, що властиві процесу-оригіналу та вибираються, виходячи із зручності та простоти дослідження;
 - г) реалізація фізичної моделі не обов'язково необхідна у досліджуваному технологічному процесі або апараті.
3. У якому вигляді реалізується аналогія у фізико-математичній моделі?
 - а) імітація;
 - б) детермінований вираз;
 - в) наочно-фізичні поняття;
 - г) поверхні відклику.

4. Що з нижче перерахованого не відноситься до методів машинної математики?
- а) методи теорії розмірностей;
 - б) чисельні методи;
 - в) стохастичні методи;
 - г) методи імітації.
5. Які положення не характеризують моделювання на основі теорії подібностей?
- а) залежності між фізичними величинами можуть бути подані у вигляді залежностей між безрозмірними критеріями подібності;
 - б) характеристики досліджуваних об'єктів у певні фіксовані моменти часу відзначаються відповідними константами;
 - в) подібні явища характеризуються чисельно рівними критеріями подібності;
 - г) моделювання застосовується тоді, коли моделі не реалізуються в заданому інтервалі часу або відсутні умови для їх фізичного створення.
6. Який етап формування моделі фізичної подібності є хибним?
- а) оцінка факторного простору процесу;
 - б) створення формалізованої схеми процесу;
 - в) побудова матриці розмірностей;
 - г) складання критеріального рівняння досліджуваного процесу.
7. Основними постулатами математичного моделювання методом Лагранжа є: ...?
- а) створення математичного алгоритму шляхом складання критеріальних рівнянь;
 - б) складені рівняння обмежуються третьою похідною досліджуваної функції;
 - в) узагальнені сили у рівнянні Лагранжа визначають особливості руху за вільною координатою;
 - г) ступені вільності елементів досліджуваної системи визначаються за кількістю можливих лінійних переміщень.

8. Що визначають незалежні координати рівнянь Лагранжа?
- а) напрям технологічного руху системи;
 - б) можливість вільної зміни досліджуваного параметру у відповідності з планом експерименту;
 - в) ступінь вільності досліджуваної системи;
 - г) можливість стабілізації значення фактора на певному рівні.
9. Оцінка якісних характеристик певного об'єкту методом «факторних площ» здійснюється через: ...?
- а) порівняння якостей продукції за сенсорними даними;
 - б) цілеспрямованого сприйняття й реєстрації поведінки досліджуваного об'єкта;
 - в) зрівняння форми якісних характеристик контрольному зразку;
 - г) порівняння нормативних та дійсних характеристик досліджуваного об'єкту, представлених у безрозмірному вигляді.
10. Що являє собою візуалізація процесу моделювання факторними площами?
- а) імітація наочно-фізичних понять;
 - б) геометричні фігури, що побудовані залежно від величин якісних характеристик;
 - в) органолептичні діаграми;
 - г) епюри основних параметрів об'єкту досліджень.

РОЗДІЛ 5 ОЦІНКА І АНАЛІЗ АДЕКВАТНОСТІ ІМІТАЦІЙНИХ МОДЕЛЕЙ

План

- 5.1 Методи оцінки адекватності імітаційних моделей
- 5.2 Валідація моделі
- 5.3 Верифікація моделі
- 5.4 Валідація даних

5.1 Методи оцінки адекватності імітаційних моделей

Після того, яка імітаційна модель реалізована на ЕОМ, необхідно провести випробування, перевірку моделі. Це є досить важливим та відповідним моментом в імітаційному моделюванні. Перевірка, виконана не ретельно, може привести до невідомих наслідків.

Оскільки моделювання пов'язане з розв'язанням реальних задач, ми повинні, насамперед, бути впевнені, що кінцеві результати моделювання точно відображають дійсний стан речей, що модель не абсурдна, не дає безглузвих відповідей, оцінити наскільки модель та дані, отримані на ній, корисні та можуть бути використані при прийнятті рішень, наскільки є точною розроблена модель.

Якою б складною та повною не була модель, вона тим не менш є наближеним відображенням реального об'єкта та відображає його при певних прийнятих припущеннях. Однак, до тих пір, поки недоведена адекватність моделі реальній обстановці, не можна з впевненістю стверджувати, що за її допомогою отримуються ті результати, які дійсно характеризують функціонування досліджуваної системи. Будь-які дослідження на неадекватній моделі втрачають сенс.

Таким чином, на етапі дослідження імітаційної моделі ми повинні укріпити свою довіру до моделі, впевнитися, що модель функціонально надійна, оцінити її достовірність. Дослідник повинен провести серію перевірок, і в процесі перевірки моделі досягнути прийнятого рівня впевненості, що висновки, зроблені на основі моделювання, будуть правильними та застосованими для реальної системи.

На практиці виділяють три основні категорії оцінки [23].

1. *Валідація або оцінка адекватності моделі.* У загальному випадку валідація передбачає перевірку відповідності між поведінкою імітаційної моделі та реальної системи. Валідація моделі – це підтвердження того, що

модель в рамках заданої області додатків веде себе із задовільною точністю у відповідності з цілями моделювання. Наприклад, якщо ми моделюємо транспортний потік у місті, валідація включатиме порівняння результатів моделювання (середню швидкість руху, час в дорозі) з реальними даними спостережень за транспортним потоком. Відмінність між моделлю і реальною системою має бути мінімальною і перебувати в межах припустимої помилки, яка визначається на етапі постановки задачі.

2. *Верифікація моделі.* Верифікація орієнтована на аналіз внутрішньої узгодженості та коректність моделі, а також на перевірку її відповідності задумам дослідника,. На відміну від валідації, процедура верифікації спрямована на те, щоб переконатися, що модель функціонує згідно із закладеними правилами та поведінковими очікуваннями. Методи, що використовуються для верифікації та оцінки придатності імітаційних моделей, можна поділити на формальні (статистичні) та неформальні (з залученням користувачів і експертів). Неформальні методи більше пов'язані з поняттям достовірності моделі, що визначається як ступінь довіри користувача до результатів імітації та його готовність використовувати ці результати в практичній діяльності.

Процес верифікації передбачає підтвердження того, що концептуальна модель, створена дослідником, була точно перенесена в програмний код і відтворює початкові припущення й гіпотези. Мета процедури верифікації заключається у встановленні рівня відповідності між концептуальною та програмною моделями, які повинні максимально узгоджуватися між собою.

3. *Валідація даних.* валідація даних має іншу специфіку і спрямована. Головним чином, на забезпечення точності та сумісності всіх даних, які використовуються в моделі, включаючи вхідні. Суть цього процесу полягає в перевірці того, чи не суперечать дані характеристикам досліджуваної системи, а значення параметрів визначені коректно й застосовуються належним чином.

Таким чином, на етапі випробування та дослідження розробленої імітаційної моделі проводиться комплексне тестування моделі.

Розглянемо більш докладніше методи перевірки адекватності моделі.

5.2 Валідація моделі

Під час моделювання дослідника насамперед цікавить, наскільки точно модель передає особливості об'єкта моделювання. Модель, поведінка якої суттєво відрізняється від поведінки реальної системи, втрачає практичну цінність.

Моделі можна поділити на дві основні категорії: ті, що описують вже існуючі системи, і ті, які створюються для систем, що знаходяться в процесі проектування. У випадку з існуючими системами процес доволі зрозумілий. Для таких моделей дослідник має провести оцінку адекватності імітаційної моделі, тобто перевірити відповідність між поведінкою реальної системи та поведінкою моделі [29].

При валідації намагаються зменшити розходження між виходами моделі та реальної системи. Цей процес називають калібруванням моделі. Він продовжується до тих пір, поки розробник не буде впевнений в достатній точності моделі. Кожне уточнення моделі включає в себе деякі витрати часу та сил. Тому необхідно зважити точність та витрати на її досягнення. Якщо витрати перевищують рамки бюджету, необхідно зменшити точність моделі.

Валідація залежить від доступності даних:

- реальні дані можуть бути не доступні;
- реальні вихідні дані доступні, але без відповідних вхідних даних;
- доступні реальні вихідні дані з відповідними входами.

Якщо дані по реальній системі відсутні, то повноцінну валідацію провести не можна.

Використовують наступні методи валідації:

1) Порівняння результатів моделювання з експертними оцінками спеціалістів по даній системі. Експерти перевіряють, наскільки модель виглядає правильно. Для застосування цього методу потрібен постійний контакт із замовником моделі, з експертами по системі, які розбираються у всіх тонкощах. Вони повинні бути задіяні у процес побудови моделі від концептуалізації до застосування, щоб на кожному етапі моделювання запевнити у високій точності достовірності відображення реальної системи. Експерти можуть оцінювати вихідні дані моделі на розумність та можуть допомогти в ідентифікації недоліків моделі.

2) Порівняння виходу моделі та виходу об'єкта моделювання для одних й тих самих входів. Схематично це представлено на рисунку 5.1.

Тут використовують дані або про попередню роботу системи, або про поточну. Якщо система, що моделюється, існує та доступні вихідні дані, то для порівняння вимірів на реальній системі та результатів експериментів можна застосувати різного роду класичні тести: критерій Пірсона, критерій Колмогорова-Смірнова та ін. (але через автокореляцію застосування даних тестів не завжди коректне). Припустимо, що була взята вибірка деякої характеристики (x) реальної системи. Моделюючи цю систему, отримують вибірку та оцінюють ту ж характеристику (y). Ідеальна імітаційна модель має емпіричну функцію розподілу для відгуку ідентичну розподілу для реальної

системи. Тому, провівши ідентифікацію закону за тестом Пірсона або Колмогорова-Смірнова, порівнюють ці розподіли, як за типом, так і за окремими характеристиками, наприклад, за середнім значенням.

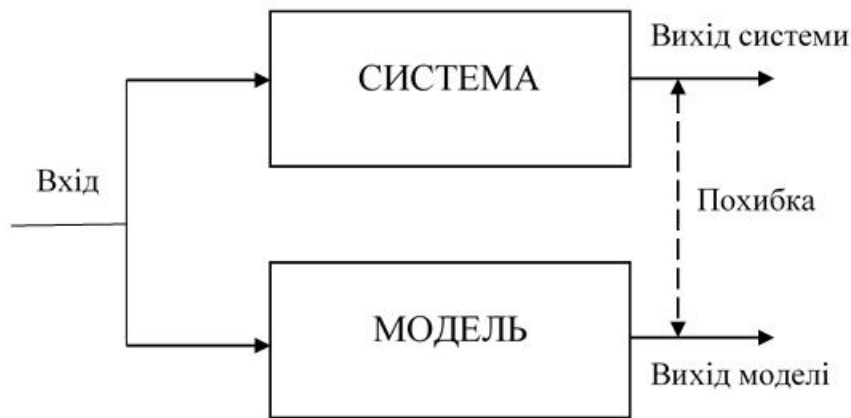


Рисунок 5.1 – Порівняння виходів моделі та реальної системи

3) Аналіз чутливості – дослідження виходів моделі при зміні значень входів або структури моделі. Наприклад, аналіз чутливості дозволяє виявити вплив інтенсивності надходження вимог на час очікування їх перед пристроєм обслуговування. Або як зміниться кількість вимог в черзі при зміні пріоритету їх обслуговування. При такому аналізі обирають комбінацію факторних рівнів та виконують декілька прогонів моделі на всіх рівнях. Далі дані експерименту аналізують на основі стандартних статистичних процедур (дисперсійного, регресійного аналізів). Таким чином, користувач моделі задає питання, чи правильно поводить себе модель, якщо змінювати одну або декілька змінних? Наприклад, в більшості систем масового обслуговування, якщо інтенсивність надходження вимог збільшити, то використання пристроїв або довжини черги теж буде збільшуватися. Якщо провести аналіз чутливості, використовуючи процедуру дисперсійного аналізу, та він покаже, що використання пристроїв або довжини черги статистично не пов'язані з інтенсивністю надходження, то необхідно перевірити модель.

Регресійний та кореляційний аналізи покажуть, як зменшуються або збільшуються вихідні змінні при збільшенні або зменшенні входних змінних. Якщо в реальній системі така ж тенденція, то впевненість в правильності відображення моделлю реальної системи зростає.

4) Trace-driven моделювання. Цей метод застосовується, якщо реальні дані по входу-виходу системи доступні. Таке моделювання означає, що на вхід імітаційної програми в історичній послідовності подаються реальні входні дані. Після виконання імітаційної програми, порівнюють часовий ряд

результатів модельних експериментів з часовим рядом реальних входів системи. При порівнянні також використовують класичні статистичні тести.

5) Зіставлення результатів моделювання з результатами аналітичних розрахунків. Цей метод застосовують, якщо відомі аналітичні залежності для системи, яка моделюється, або їх можна легко отримати. Іноді при використанні цього методу з моделі виключають випадкові фактори, детермінуючи часи надходження, обслуговування тощо.

6) Перевірка імітаційної моделі за допомогою комп'ютерної анімації. Цей метод використовується також при верифікації. Іноді анімація дозволяє виявити складні для ідентифікації помилки, які для фахівців з системи можуть стати очевидними.

Таким чином, валідація моделі включає багато процедур, застосування яких, насамперед, залежить від того, існує реальна система чи ні, доступні дані по ній та які. Статистичні процедури, які застосовуються в кожному з варіантів, використовують методи регресійного та дисперсійного аналізу, критерії, які залежать або є вільними від розподілів, аналіз чутливості. Для більшої впевненості в правильності моделі необхідно по можливості використовувати декілька методів валідації, але при цьому оцінювати витрати на неї.

5.3 Верифікація моделі

Верифікація – це перевірка правильності побудови концептуальної моделі в комп'ютері. Вона використовується при порівнянні концептуальної моделі із її комп'ютерним представленням та відповідає на питання: чи правильно модель виконується на комп'ютері? Чи представлені вхідні параметри та логічна структура моделі

Для верифікації використовують методи:

- 1) Перевірка коректності результатів на «крайні» значення. При цьому:
 - задають нульові значення вхідних параметрів моделі та аналізують результати. Якщо результати не нульові, то перевіряють та уточнюють модель;
 - задають значення вхідних параметрів моделі, яких не може бути в реальній системі, та по результатам моделювання оцінюють правильність реакції моделі;
 - проводять тривале моделювання та оцінюють результати. При цьому виявляють помилки та підозри: завантаження пристроїв обслуговування нульова; число входжень вимог до пристрою не нульове, а завантаження

пристрою дорівнює нулю; число входів в чергу дорівнює її поточному вмісту.

2) Аналітичне підрахування характеристик та порівняння їх з модельними результатами. За тривалий прогін вручну підраховують використання прибору та порівнюють розрахункове значення з результатами моделювання. Але є характеристики, які неможливо порахувати аналітично, наприклад, середній час обслуговування вимоги. Тим не менш, параметри в моделі взаємопов'язані та перевірка однієї характеристики підвищує довіру (або недовіру) до інших параметрів та моделі в цілому, навіть, якщо точні зв'язки між характеристиками невідомі та змінюються від прогона до прогону.

3) Побудова логічної блок-схеми та інтерактивний контроль за ходом моделювання за допомогою програм налагодження. Складають просту логічну блок-схему для якогось вузла моделі.

Наприклад, для одноканальної СО можна скласти блок-схему, зображену на рисунку 5.2



Рисунок 5.2 – Логічна блок-схема одноканальної СМО

Далі, використовуючи вбудовані в пакети імітаційного моделювання програми налагодження, перевіряють, чи відповідає логіка роботи моделі побудованій блок-схемі. При цьому використовують:

- прогін до певного часу або події та виведення інформації за даний період часу;
- призупинення моделювання по значенню поточної величини змінної виділеного компоненту моделі (черги, пристрою, лічильника, атрибута).

4) Використання імітаційного сліду. Імітаційний слід – це детальне роздрукування змін моделі протягом часу. Його розробляють спеціально для використання в імітаційних програмах. Воно дозволяє переглядати величину обраних змінних в кожний момент збільшення часу (від події до події). При аналізі такого імітаційного сліду можна виявити помилки та невідповідність моделі реальній системі.

5) Документування моделі та перевірка особою, яка не приймає участь в розробці моделі. Цим методом часто нехтують. Але якщо розробник моделі пише короткі коментарі в комп'ютерній моделі, проводить визначення всіх змінних та параметрів та робить позначки головних модулів моделі, це значно полегшує комусь та самому розробнику моделі перевірити її логіку.

6) Перевірка за анімацією. В останній час програмне забезпечення для імітаційного моделювання поєднують з програмами комп'ютерної анімації. Анімація дозволяє прослідкувати роботу моделі, виводячи на монітор динаміку роботи її елементів у вигляді графічних аналогів реальної системи. За допомогою анімації виділяють характерні види помилок: несвоєчасний рух, зникнення або накладання об'єктів, які відображають пакети даних, машини, людей тощо.

5.4 Валідація даних

Валідація даних імітаційної моделі передбачає дослідження імітаційної моделі, в ході якого оцінюється точність, чутливість результатів моделювання та інші властивості імітаційної моделі.

Найбільш суттєві процедури дослідження властивостей моделі:

- оцінка точності результатів моделювання;
- оцінка стійкості результатів моделювання;
- оцінка чутливості імітаційної моделі.

Отримати ці оцінки у ряді випадків буває досить складно. Однак без успішних результатів цієї роботи, довіри до моделі не буде, неможливо буде провести коректний проблемний аналіз та сформулювати статистично значимі висновки на основі даних, отриманих в результаті імітації.

5.4.1 Оцінка точності результатів моделювання

Експериментальний характер імітації потребує врахування випадкової варіації оцінок, отриманих у процесі роботи з моделлю. Під час проведення таких досліджень особливий акцент робиться на двох ключових аспектах:

- аналіз розкиду даних на виході імітаційної моделі, що характеризує точність моделювання;
- висновки, які можна зробити на основі отриманих результатів моделювання.

Точність імітації явищ включає оцінку впливу стохастичних компонентів на функціональність моделі складної системи.

Всім стохастичним елементів імітаційної моделі властиві флуктуації. Результати одиничного прогону моделі являють собою одиничну вибірку, а результати повторних прогонів моделі слід розглядати як випадкові величини, до яких застосовуються базові положення математичної статистики. Для підвищення точності імітації, тобто зменшення розкиду даних, розмір вибірки необхідно збільшити. Задля досягнення бажаної точності результати або отримуються шляхом багаторазового повторення експерименту, або моделюються протягом розширеного часового періоду з подальшою оцінкою отриманих даних. У таких випадках доцільно застосовувати спеціальні методи зниження дисперсії.

Точність імітації визначається величиною флуктації випадкових факторів (дисперсією), а мірою точності виступає довірчий інтервал.

Для визначення точності результатів моделювання необхідно оцінити довірчі інтервали. Якщо ми маємо оцінку $\bar{X}$ справжнього середнього m генеральної сукупності, ми визначаємо межі інтервалу таким чином, щоб ймовірність потрапляння справжнього середнього в інтервал дорівнювала деякій заданій величині:

$$P\{m-d < \bar{X} < m+d\} = 1-a, \quad (5.1)$$

де $\bar{X}$ - вибіркове середнє,

$1-a$ - ймовірність того, що інтервал $m \pm d$ містить $\bar{X}$,

a - довірна ймовірність.

5.4.2 Оцінка стійкості результатів моделювання

Стійкість результатів імітаційного моделювання визначається як показник чутливості моделі до змін умов моделювання. Універсального способу перевірки цього параметра не існує. Для оцінки стійкості використовують збіжність контрольованого параметра моделювання до встановленої величини при збільшенні часу моделювання варіанта складної системи

На практиці для оцінки стійкості рекомендується аналізувати дисперсію значень відгуку (по обраній компоненті). Якщо ця дисперсія залишається стабільною при збільшенні часу моделювання, результати моделювання є стійкими. Одним із способів оцінки є контроль вихідних параметрів Y у модельному часі з заданим кроком Δt , де оцінюється амплітуда їхніх змін. Якщо значення контролюваного параметра поступово відхиляється від початкового рівня, це може свідчити про нестійкість імітаційного моделювання.

Для перевірки статистичної гіпотези щодо рівності значень дисперсій відгуків імітаційної моделі ($S_1^2 = S_2^2 = \dots = S_k^2$) для випробувань з різними тривалостями прогонів застосовують критерій Бартлетта:

$$B = \frac{1}{c} \left(\sum_{i=1}^k f_i \ln S_i^2 - \frac{\sum_{i=1}^k f_i \ln S_i^2}{\sum_{i=1}^k f_i} \right) \quad (5.2)$$

де $S_y^2 = \frac{1}{f} \sum_{i=1}^k f_i S_i^2$ - дисперсія відтворюваності;

f_i - число ступенів свободи відповідних дисперсій, $f_i = n_i - 1$,

n_i - обсяг i -ї вибірки;

f - сума всіх ступенів свободи;

$$c = 1 + \frac{1}{3(k-1)} \sum_{i=1}^k \frac{1}{f_i} - \frac{1}{f}$$

Методика незміщеної оцінки k дисперсій нормальних генеральних сукупностей передбачає встановлення тривалості прогону. У заданих часових інтервалах сканується весь період моделювання по контрольованій компоненті вектора відгуку y_i . На основі отриманих даних оцінюється дисперсія, формулюється нульова гіпотеза щодо рівності дисперсій і виконується перевірка за допомогою критерію Бартлетта. Якщо виконується умова $B > c^2$, гіпотеза приймається і модель вважається стійкою за відповідною компонентою вектора відгуку. Цей процес повторюється для кожної компоненти. У разі успішної перевірки модель вважається стійкою для всього вектора вихідних змінних.

5.4.3 Аналіз чутливості імітаційної моделі

Чутливість моделі визначає, як зміна вхідних параметрів впливає на результати роботи моделі. Аналіз чутливості дає змогу оцінити, наскільки кінцеві результати моделювання залежать від змін значень параметра. У процесі цього аналізу досліджується, як результативна змінна Y реагує на незначні коливання різних характеристик моделі або її вхідних даних X .

Простота проведення аналізу чутливості в імітаційному моделюванні – одна з переваг цього методу. Цей етап є важливим перед плануванням імітаційного експерименту, оскільки дозволяє ефективно визначити основні параметри для подальших досліджень

Під час імітаційного моделювання параметри змінюються в межах визначених діапазонів (від $X_{\min}$ до $X_{\max}$) і вивчається вплив цих змінних на характеристики системи від $Y_{\min}$ до $Y_{\max}$). Якщо незначні коливання деяких параметрів викликають значні зміни результатів, це вказує на необхідність витрат додаткового часу та ресурсів для отримання точніших оцінок. В той же час, якщо кінцеві результати залишаються стабільними навіть при значних змінах параметрів, подальші експерименти в цьому напрямку можуть виявитися недоцільними. Тому важливо заздалегідь оцінити чутливість результатів до обраних параметрів дослідження.

Попереднє оцінювання чутливості результатів до обраних параметрів дослідження дозволяє оптимізувати процес експериментування. Воно задає стратегію планування імітаційних експериментів. Цієї інформації буває недостатньо для ранжування компонент вектору параметрів моделі X по значенню чутливості вектора відгуків моделі. Якщо модель показує низьку чутливість по деякій n -й компоненті вектору параметрів моделі X_n , то найчастіше не включають в план імітаційного експерименту зміну X_n , чим досягається економія ресурсів та часу моделювання.

Крім того, аналіз чутливості може стати корисним інструментом для вдосконалення моделі. За результатами аналізу можна спростити модель, замінивши закон розподілу середнім значенням змінної, а деякі підсистеми взагалі відкинути (або процеси не деталізувати). І, навпаки, аналіз чутливості може показати, які частини моделі було б корисно розробити більш детально.

Рівень чутливості імітаційної моделі визначається величиною мінімального приросту вибраного критерію якості, який обчислюється на основі статистичних даних моделювання при послідовній зміні параметрів у повному діапазоні їх значень.

Методика оцінка чутливості

1) Для кожного параметром X визначають інтервал зміни його значень $(\min X_n, \max X_n)$. Інші складові вектора X залишаються незмінними та відповідають центральній точці.

2) Здійснюють два модельних експериментів та отримують відповідні відгуки моделі $(\min Y, \max Y)$. Для оцінки чутливості використовують абсолютні або відносні значення змінних. У випадку використання відносних значень обчислюють зміну вектору параметрів:

$$dX_n^0 = \frac{(\max X_n - \min X_n)^2}{(\max X_n + \min X_n)} \times 100\%$$

та обчислюють збільшення вектору відгуку

$$dY_n = \frac{(\max Y_n - \min Y_n)^2}{(\max Y_n + \min Y_n)} \times 100\%.$$

3) Обирають значення $dY_n^0 = \max\{dY_n\}$.

Таким чином, чутливість моделі за n -компонентною вектору параметрів X визначають за парою отриманих значень (dX_n^0, dY_n^0) .

Всі описані процедури разом формують необхідну інформаційну основу, яка забезпечує довіру до створеній імітаційній моделі та підготовку до наступних етапів роботи з нею.

Контрольні питання

1. Яким чином здійснюється оцінка якості імітаційної моделі?
2. Що таке верифікація моделі?
3. Методи верифікації моделі.
4. Які є способи валідації імітаційної моделі?
5. Що таке аналіз чутливості, яку роль він відіграє в оцінці моделі?
6. Як проводиться оцінка адекватності імітаційної моделі?
7. Чим визначається точність моделювання?
8. Які складнощі можуть виникнути при валідації моделі?
9. Які основні категорії оцінки моделі?
10. Яка різниця між поняттями «Валідація» та «Верифікація» моделі?

Тестові питання для самоперевірки

1. Що є метою верифікації моделі?
 - а) перевірка моделі на відповідність реальним даним;
 - б) перевірка правильності реалізації моделі згідно з концептуальною специфікацією;
 - в) визначення параметрів моделі;
 - г) аналіз змінної вихідних даних.
2. Що таке валідація імітаційної моделі?
 - а) порівняння результатів з іншою моделлю;
 - б) аналіз чутливості до змін параметрів;
 - в) оцінка того, наскільки модель відображає реальний світ;
 - г) розрахунок похибки в обчисленнях.
3. Який метод найчастіше використовується для оцінки точності моделювання?
 - а) графічний аналіз;
 - б) метод Монте-Карло;
 - в) середньоквадратична помилка;
 - г) аналіз сценаріїв.
4. Що означає стійкість результатів моделювання?
 - а) незмінність вихідних результатів при будь-яких змінах моделі;
 - б) незначна зміна результатів при незначних змінах вхідних параметрів;
 - в) повна залежність результату від початкових умов;
 - г) порівняння моделі з аналітичним розв'язком.
5. Який з наведених підходів належить до аналізу чутливості?
 - а) порівняння результатів моделі з іншими моделями
 - б) визначення ступеня впливу змін вхідних параметрів на вихідні;
 - в) виконання декількох прогонів моделі із фіксованими параметрами;
 - г) перевірка відповідності моделі нормативам.
6. Який з методів валідації використовує емпіричні дані?
 - а) теоретичне моделювання;
 - б) порівняння з експертною оцінкою;
 - в) статистичне порівняння результатів моделі з реальними даними;
 - г) моделювання сценаріїв.

7. Що з наведеного НЕ є метою верифікації?
- а) виявлення помилок програмної реалізації;
 - б) перевірка логіки моделі;
 - в) аналіз відповідності моделі реальному процесу;
 - г) тестування функціонування компонентів моделі.
8. Яке твердження найкраще описує «чутливу» модель?
- а) її результати не змінюються при зміні вхідних даних;
 - б) незначні зміни в параметрах суттєво змінюють вихідні результати;
 - в) вона працює лише в контрольованих умовах;
 - г) вона менш точна ніж інші моделі.
9. Який критерій найкраще підходить для оцінки точності моделі?
- а) кількість змінних;
 - б) продуктивність обчислення;
 - в) різниця між моделлю та емпіричними даними;
 - г) кількість сценаріїв.
10. Що є прикладом якісної валідації моделі?
- а) порівняння середніх значень змодельованих та реальних даних;
 - б) інтерв'ю з експертами щодо оцінки моделі;
 - в) статистичний аналіз похибки;
 - г) розрахунок коефіцієнта кореляції.

РОЗДІЛ 6 ПЛАНУВАННЯ ІМІТАЦІЙНИХ ЕКСПЕРИМЕНТІВ

План

- 6.1 Сутність і цілі планування експерименту
- 6.2 Стратегічне планування імітаційного експерименту
- 6.3 Тактичне планування експерименту
- 6.4 Планування експерименту для оптимізації систем
- 6.5 Етапи планування та проведення експерименту

6.1 Сутність і цілі планування експерименту

При моделюванні потрібно врахувати декілька важливих аспектів. Перш за все, дослідник повинен визначити клас системи, яку буде моделювати – це може бути статична або динамічна, детермінована або стохастична система. Важливо також визначити режим роботи системи – стаціонарний або нестаціонарний. Потрібно знати часовий період, протягом якого слід контролювати функціонування системи, а також визначити обсяг експериментів, що дозволить отримати необхідну точність оцінок характеристик системи в статистичному сенсі.

Звичайно, можна підійти до моделювання без детального аналізу цих питань, вивчити роботу системи у всіх режимах для всіх можливих комбінацій параметрів, повторюючи експерименти сотні разів. Проте такий підхід ускладнить обробку даних і прийняття рішень, а витрачений час буде значним навіть при використанні сучасних комп'ютерів.

Отже, планування модельних експериментів має дві основні цілі, зменшення загального обсягу випробувань при дотриманні вимог надійності й точності результатів та підвищення інформативності кожного окремого експерименту. В процесі планування розрізняють вхідні (екзогенні) і вихідні (ендогенні) змінні. Вхідні змінні називають факторами, а вихідні – реакціями.

Пошук оптимального плану експерименту проводять у *факторному просторі*.

Факторний простір – це сукупність внутрішніх та зовнішніх параметрів моделі, значення яких може контролюватися дослідником на етапі підготовки та проведення імітаційного експерименту [25].

Фактори можуть бути як кількісними, так і якісними. Наприклад, при оцінці користувацького інтерфейсу якісними факторами можуть бути кольорова палітра чи рівень підготовленості користувача. *Кількісні* фактори мають числове вираження, наприклад, інтенсивність вхідного потоку заявок

та потоку обслуговування, кількість місць в черзі. *Якісні* фактори оцінюються за допомогою класифікаційної або умовно порядкової шкали, це може бути, наприклад, дисципліна черги або дисципліна обслуговування.

Фактор вважається *керованим*, якщо його значення встановлює дослідник під час експерименту, і *некерованим* - якщо його значення лише спостерігаються та реєструються без можливості змін. Якщо в ході експерименту фактор досліджується по всій множині своїх можливих значень – він називається *фіксованим*, якщо ж дослідженню підлягає лише випадкова вибірка його значень, тоді фактор вважається *випадковим*.

Кожен фактор x_i , $i = 1, 2, \dots, k$ в експерименті може набувати одного або кількох значень, які називаються *рівнями*.

Значення фактору в конкретному досліді називають *рівнем фактора*. Якщо дослідник може змінювати ці рівні, експеримент є *активним*, якщо ні – *пасивним*.

Для зручності аналізу кожному фактору часто приписується нульовий рівень, а також верхній та нижній рівні, симетрично розташовані щодо нульового. Це дозволяє спростити математичну обробку результатів експерименту і використовувати стандартні методи аналізу планування експерименту. Центром плану називається точка у факторному просторі, в якій всі фактори набувають своїх нульових значень.

Інтервал зміни фактора визначається як відстань між нульовим та верхнім (або нижнім) рівнем. Вибір нульового рівня, а також верхнього та нижнього рівнів має бути обґрунтований та спиратися на експертні знання та попередні дослідження. За основний рівень приймаються ті значення факторів, при яких вихідна величина приймає краще значення, при чому ця точка не повинна лежати близько до границь області. Неправильний вибір рівнів може призвести до спотворення результатів досвіду та неправильних висновків.

Після встановлення інтервалів зміни фактору необхідно визначити значення факторів, тобто кількість рівнів для кожного з них. Ця кількість повинна бути не менше двох, оскільки наявність тільки одного рівня робить фактор незмінним у всіх експериментах.

Експеримент, в якому враховуються всі можливі комбінації рівнів факторів називається *повним факторним експериментом* (ПФЕ). У випадку, коли фактори мають два рівні, цей тип експерименту визначається як 2^k . Кількість проведених дослідів для даного випадку дорівнюватиме:

$$N = 2^k.$$

Умови експерименту оформлюються у вигляді таблиці, де рядки таблиці відповідають різним дослідом, а стовпці відображають значення факторів у закодованому форматі. Такі таблиці називаються *матрицями планування експерименту* (МПЕ) (табл. 6.1)

Таблиця 6.1 – Матриця планування експерименту

Дослід	x_1	x_2	y
1	-1	-1	y_1
2	+1	-1	y_2
3	-1	+1	y_3

Зазвичай план експерименту будується навколо одного основного вихідного параметру Y , який називається результативною змінною. У випадках, коли моделювання слугує інструментом для прийняття рішень, роль результативної змінної виконує показник ефективності.

Вважається, що значення результативної змінної, отримане під час експерименту, складається з двох складових:

$$y = f(x) + e(x),$$

де $f(x)$ - функція відгуку (невипадкова функція факторів);

$e(x)$ - експериментальна помилка (випадкова величина).

x - точка у факторному просторі, що є певною комбінацією рівнів факторів.

Очевидно, що y є випадковою величиною, оскільки вона залежить від випадкової величини похибки експерименту $e(x)$. Дисперсія результативної змінної S_y , яка визначає точність вимірювання, дорівнює дисперсії експериментальної похибки $S_y = S_e$.

S_y називають дисперсією відтворюваності експерименту. Вона характеризує якість проведеного експерименту. Експеримент вважається ідеальним, коли ця дисперсія дорівнює нулю ($S_y = 0$).

На практиці експериментатору доводиться частіше планувати не один, а кілька експериментів, виконуючи та аналізуючи кожен і, відповідно до результатів, змінювати план експерименту. Стратегія такого експерименту показана на рисунку 6.1.

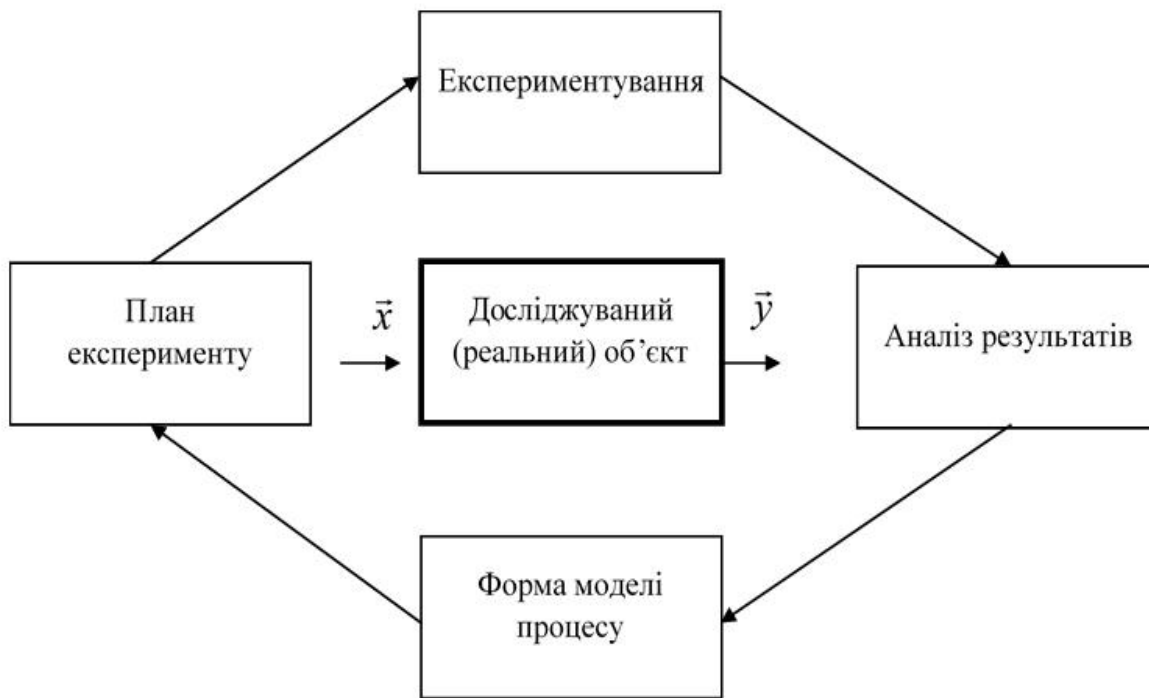


Рисунок 6.1 – Стратегія експерименту

Існує два фундаментально різних підходи до формулювання задачі планування експерименту, які називають стратегічним та тактичним плануванням.

Стратегічний підхід фокусується на максимізації якості отриманих оцінок при заданих обмеженнях. Стратегічне планування ставить перед собою задачу обрати з множини можливих планів проведення експериментів той, який забезпечить найбільш достовірну оцінку функції відгуку. Цей підхід подібний вибору стратегії в грі – потрібно продумати всі можливі варіанти та обрати найкращий, враховуючи, що кількість ходів (експериментів) обмежена.

Тактичний підхід має декілька іншу мету. Він виходить з вимоги досягнути заданої точності оцінки функції відгуку, але при цьому намагається мінімізувати кількість необхідних експериментів.

Обидва підходи є важливими інструментами в арсеналі дослідника, який займається імітаційним моделюванням, і їх практичне застосування дозволяє отримати більш ефективні та інформативні результати.

6.2 Стратегічне планування імітаційного експерименту

Стратегічне планування ставить своєю метою розв'язання задачі отримання необхідної інформації про систему S за допомогою моделі M , яка реалізована на ЕОМ. За своєю суттю стратегічне планування аналогічне

зовнішньому проектуванню при створенні системи S , тільки тут в якості об'єкту виступає процес моделювання системи.

При стратегічному плануванні імітаційних експериментів виникає ряд проблем, що тісно пов'язані з особливостями функціонування об'єкту моделювання (системи S), можливостями машинної реалізації моделі M та обробки результатів експеримента. Основними проблемами є:

- складність побудови плану експерименту;
- наявність великої кількості факторів;
- багатоскладова структура функції реакції;
- проблема досягнення стохастичної збіжності результатів комп'ютерних експериментів;
- обмеженість ресурсів комп'ютера для проведення експерименту.

Головна проблема стратегічного планування експериментів полягає у великій кількості факторів. Якщо фактори x_i , $i = 1, 2, \dots, k$ кількісно оцінюються, а реакція Y залежить від них через деяку функцію, як метод обробки результатів експерименту може бути обраний регресійний аналіз. Однак, коли потрібен повний факторний аналіз, проблема великої кількості факторів може ускладнити пошук рішення. Перевагою повних факторних планів є можливість відобразити всю поверхню реакції системи при незначній кількості факторів. Ефективність цього методу суттєво залежить від природи поверхні реакції.

Наступною проблемою стратегічного планування є багатокомпонентність функції реакції. В імітаційному експерименті з варіантами моделі системи S на етапі її проектування часто виникає задача, пов'язана з необхідністю вивчення великого числа змінних реакції. Цю складність в ряді випадків можна обійти, якщо розділити імітаційний експеримент на декілька імітаційних експериментів, в кожному з яких досліджується (спостерігається) тільки одна реакція.

Проблема стохастичної збіжності результатів експерименту виникає внаслідок того, що метою проведення конкретного експеримента при дослідженні системи S є отримання на ЕОМ кількісних характеристик процесу функціонування системи S за допомогою імітаційної моделі M . в якості таких характеристик найчастіше виступають середні значення, які знаходяться шляхом багаторазових прогонів моделі на ЕОМ, причому, чим більше вибірка, тим більше ймовірність того, що вибірккові середні наближаються до справжніх середніх. Збіжність вибіркових середніх із зростанням обсягу вибірки називається *стохастичною збіжністю*. Тому, необхідна велика кількість експериментів.

В стратегічному плануванні експериментів можна виділити наступні етапи:

- 1) побудова структурної моделі;
- 2) побудова функціональної моделі [2].

Структурна модель вибирається виходячи з того, що повинно бути зроблено, а функціональна – з того, що може бути зроблено.

Структурна модель плану експерименту характеризується числом факторів та числом рівнів для кожного фактору. З досвіду відомо, що 20% факторів визначають 80% властивостей системи. Число елементів експерименту дорівнює:

$$N_c = q_1 q_2 \dots q_k,$$

де k – число факторів експеримента;

q_i – число рівнів i -го фактору, $i = 1 \dots k$.

При цьому під елементом розуміють структурний блок експерименту, який визначається як найпростіший експеримент у випадку одного фактору та одного рівня.

Функціональна модель плану експерименту визначає кількість елементів структурної моделі N_ϕ , тобто необхідне число різних інформаційних точок. При цьому функціональна модель може бути повною та неповною.

Функціональна модель називається повною, якщо в оцінці реакції приймають участь всі елементи, тобто $N_\phi = N_c$, та неповною, якщо число реакцій менше числа елементів, тобто $N_\phi < N_c$. Основна мета побудови функціональної моделі – знаходження компромісу між необхідними діями при імітаційному експерименті (виходячи зі структурної моделі) та обмеженими ресурсами на розв'язок задачі.

Таким чином, використання при стратегічному плануванні експериментів структурних та функціональних моделей плану дозволяє вирішити питання про практичну реалізованість моделі на ЕОМ, виходячи з допустимих витрат ресурсів на моделювання системи S .

6.3 Тактичне планування імітаційного експерименту

Тактичне планування – це процес визначення способу проведення кожного з етапів комп’ютерного експерименту відповідно до загального плану, з акцентом на раціональне використання доступних обчислювальних ресурсів.

У рамках тактичного планування експерименту вирішуються такі основні завдання:

- 1) визначення початкових умов і аналіз їхнього впливу на результати моделювання;
- 2) забезпечення високої точності та достовірності отриманих даних;
- 3) зниження дисперсії оцінок характеристик функціонування модельованої системи;
- 4) вибір критеріїв автоматичного завершення імітаційного експерименту.

Перша проблема (тобто початкові умови та їх вплив на досягнення рівноваги) виникає внаслідок штучної природи роботи моделі. На відміну від реального світу, який представляє модель, імітаційна модель працює тільки періодично. Тобто експериментатор запускає модель, отримує свої спостереження та виключає її до наступного запуску. Кожний раз, коли починається запуск, може знадобитися певний період часу, щоб модель досягла умов рівноваги, що становлять операції системи реального світу. Таким чином, початковий період роботи моделі спотворюється через початкові умови. Рішення складається в тому, щоб виключити дані за деякий початковий період з розгляду та обрати початкові умови, які скорочують час, необхідний для досягнення рівноваги. Розумні початкові умови можуть скоротити, але не виключити час, необхідний для імітаційної моделі для наближення до умов рівноваги. Тому все ще необхідно визначити, коли слід починати виміри.

Друга проблема стосується оцінювання точності та достовірності результатів моделювання за фіксованої кількості реалізацій (вибірки), а також визначення необхідної кількості запусків моделі для досягнення заданих критеріїв точності та достовірності результатів системи S .

Тісно пов’язаним з цим є завдання зменшення дисперсії, адже існують методики, які дозволяють або підвищити точність при сталому числі реалізацій, або скоротити кількість запусків, не втрачаючи точності. Такі підходи базуються на попередньому знанні про структуру та поведінку системи S і мають назву *методи зменшення дисперсії*.

Щодо автоматичної зупинки імітаційного експерименту, найпростішим методом є встановлення фіксованої кількості реалізацій N або тривалості моделювання T . проте цей підхід є неефективним через приблизність вихідних припущень, зокрема щодо розподілу результатів, які на момент планування можуть бути невідомими.

Другий спосіб полягає у використанні довірчих інтервалів для вихідних змінних та зупинки прогону імітаційної моделі, коли досягається заданий інтервал. Це дозволяє теоретично оптимізувати час прогону. Однак, включення правил зупинки та обчислення довірчих інтервалів в модель збільшує час, необхідний для отримання однієї точки даних [2].

Правила автоматичної зупинки можуть бути інтегровані в імітаційну модель наступними методами:

1) проведенням двоетапного прогону, де спочатку виконується пробний прогон з N^* реалізаціями. Цей етап оцінює необхідну кількість реалізацій N . Якщо виконується умова $N^* \leq N$, прогон можна завершити, в іншому випадку потрібно збільшити кількість реалізацій;

2) використання послідовного аналізу для визначення мінімально необхідної кількості реалізацій N , яка варіюється в залежності від результатів $N - 1$ попередніх реалізацій експерименту.

Таким чином, чим складніше модель, тим важливіше етап тактичного планування експерименту.

Основні задачі тактичного планування для досягнення компромісу між точністю результатів та обмеженням на витрати часу на проведення серії експериментів:

- визначення тривалості імітаційного прогону або необхідного числа повторень кожного прогону (розміру вибірки), який забезпечує задану точність результатів моделювання;
- визначення тривалості перехідного режиму (аналіз сталого стану), завдання початкових умов (початкового стану).

Розглянемо основні задачі тактичного планування.

Визначення необхідної кількості прогонів.

Вході обчислювального експерименту використовуються різні методи організації прогонів з метою отримання представницьких результатів моделювання або повторюють імітацію декілька разів (метод повторних прогонів), або імітують більш тривалий час (метод подовжених прогонів); способи завдання тривалості імітаційного прогону: задається момент часу завершення моделювання або правила, які керують розміром вибірки (наприклад, завдання числа компонентів, оброблюваних в системі).

Щоб результати, отримані на імітаційній моделі, були статистично значимі, намагаються збільшити точність результатів моделювання, повторюючи експеримент та усереднюючи отримані результати. Цей спосіб не є ефективним, тому що розкид значень:

$$v = \frac{1}{\sqrt{n}},$$

де n – кількість повторень.

Постає питання, наскільки багато вибіркових значень слід взяти, щоб забезпечити статистичну значимість результатів моделювання. Задача складається в тому, щоб визначити при заданій точності необхідну кількість прогонів.

На практиці проводять пробні прогони та визначають необхідне число прогонів наступним чином:

$$N \approx N_0 \frac{d_0^2}{d^2}, \quad (6.1)$$

де N – необхідне число прогонів;

N_0 – кількість пробних прогонів;

d_0 – довжина довірчого інтервалу, оціненого за результатами пробного прогону;

d – експертно визначена довжина довірчого інтервалу, необхідна для дослідника.

Приклад. Проведено десять прогонів моделі ($N = 10$), змінюючи межі інтервалів надходження транзактів, але при незмінному середньому інтервалі, який дорівнює 7,5 хв.

Таблиця 6.2 – Результати прогонів моделі

Значення операнду В блока GENERATE	1,5	1,7	1,8	1,9	2,0	2,5	2,7	2,8	2,9	3,0
Відгук (результат прогону – середня довжина черги, од.)	5,344	1,119	1,105	1,65	3,512	3,234	2,917	2,771	2,675	2,572

За результатами прогонів:

$$1) \bar{Y} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N Y_k = 2,69;$$

$$2) D_n = \frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^N (Y_k - \bar{Y})^2 = \frac{14,149}{9} = 1,572;$$

3) знаходимо за таблицею t-Ст'юдента критичне значення t-статистики (при числі ступенів свободи $k = 9$): $t_{0.5} = 2,15$;

4) довірчий інтервал:

$$\bar{Y} - t_{0.5} \sqrt{D_n(N-1)} \leq Y \leq \bar{Y} + t_{0.5} \sqrt{D_n(N-1)}$$

або

$$2,69 - 2,15 \sqrt{1,572(10-1)} \leq Y \leq 2,69 + 2,15 \sqrt{1,572(10-1)}.$$

Таким чином, за результатами пробних прогонів середня довжина черги з ймовірністю 0,95 знаходиться в інтервалі від 1,79 до 3,59.

Припустимо, що це для нас недостатньо коректне значення та звузимо інтервал до наступних значень [1,99; 3,39]. Тоді згідно формулі (6.1)

знаходимо значення $N \approx 10 \times \frac{3.23}{1.95} \gg 17$ прогонів.

Аналіз встановленого стану. Визначення ділянки розгону моделі для виключення даних невстановлених режимів функціонування системи.

Імітаційні моделі створюються для вивчення системи в типових для неї умовах. В умовах реального світу потрібен деякий час T_0 для досягнення моделлю необхідного встановленого стану, тобто початковий період моделювання не є типовим для роботи системи.

Встановленим (стаціонарним) режимом називається такий стан моделі, коли послідовні спостереження відгуку у встановленому стані мають деякий граничний розподіл ймовірностей, не залежить від часу.

Стаціонарність режиму моделювання характеризує деяку встановлену рівновагу процесів і моделі системи. Кажуть, що динамічна система знаходиться в рівновазі (стаціонарному стані), якщо її функціонування виконується у відповідності до параметрів граничного стаціонарного розподілу, яке не залежить від часу. Зазвичай імітаційні моделі

застосовуються для вивчення системи в деяких типових для системи умовах. Встановлений стан характерний для типових умов функціонування (наприклад, для процесів обслуговування в аеропорту, на транспорті, в лікарні не є природніми початкові умови $(0,0)$ – «пустий та вільний»).

В деяких стохастичних моделях потрібен деякий час для досягнення моделлю необхідного встановленого стану, імітаційна модель не одразу виходить в стаціонарний режим роботи. Необхідно визначити момент досягнення стаціонарного режиму моделювання або його виключення з результатів моделювання. Очевидно, якщо досліджувати тільки встановлений режим, то якість статистичних оцінок збільшиться. Щоб виключити вплив початкового періоду на результати моделювання використовують довгі прогони моделі або виключають з розгляду початковий період прогону за допомогою відсікання та зкидання даних перехідного періоду. Ця задача вирішується за допомогою визначення в пробному прогоні моменту виходу системи в стаціонарний режим та завдання відповідних початкових умов в імітаційній моделі.

Існують статистичні способи визначення стаціонарності стану системи. Один з них – за допомогою критерію Вілкоксона. В цьому випадку порівнюються сусідні значення середніх значень відгуку l_k та l_k' ($k = \overline{1, n}$), де n – обсяг вибірки, k – номери вимірів значень відгуку. Далі висувається гіпотеза H_0 про однорідність цих сукупностей, яка перевіряється за критерієм Вілкоксона. Якщо фактичне значення критерію знаходиться в межах критичного, визначеного на основі спеціально розрахованих таблиць, то гіпотеза про однорідність вибірок підтверджується, тобто на даному часовому інтервалі система знаходиться в режимі стаціонарності.

6.4 Планування експериментів по оптимізації систем

У загальному випадку задача оптимізації складається у визначенні таких значень факторів, при яких обраний критерій досягає екстремального значення (мінімуму або максимуму в залежності від постановки задачі).

З точки зору організації обчислювального процесу всі методи оптимізації можна розділити на дві великі групи:

1) аналітичні методи, застосовані в тих випадках, коли задача повністю визначена з математичної точки зору та припускають застосування аналітичних методів оптимізації (диференційного або варіаційного числення, лінійного, нелінійного та динамічного програмування тощо);

2) експериментальні (пошукові) методи, які використовуються в тих випадках, коли досліджувана система математично неповністю визначена або описується дуже складною математичною моделлю, що робить неефективним застосування відомих аналітичних методів.

Існує велика кількість різноманітних пошукових методів. Однак через наявність перешкод (неконтрольованих факторів) при експериментуванні на реальних об'єктах використовувати практично можна тільки порівнянний обмежений набір методів пошуку. В пошукових методах здійснюється послідовне локальне вивчення поверхні відгуку за результатами ряду експериментів, спеціально спланованих поблизу обраної точки. Стратегія пошукового методу передбачає:

1) визначення напрямку руху з деякої обраної точки: цей напрямок залежить від оціальних властивостей поверхні відгуку поблизу від обраної точки та визначається таким чином, щоб пересування в обраному напрямку приводило до значення функції відгуку, більш близькому до оптимального у порівнянні зі значенням у вихідній точці;

2) організація руху у знайденому напрямку;

3) багаторазове повторення вказаних етапів в залежності від обраного правила зупинки, коли знайдена точка приймається за розв'язання задачі оптимізації з точністю до величини прийнятого робочого кроку руху.

6.5 Етапи планування та проведення експерименту

1. Визначення набору факторів та змінних відгуку (реакції)

В експерименті необхідно обрати змінну відгуку, значення якої необхідно оптимізувати в результаті експерименту, та відібрати фактори $x_i, i = \overline{1, n}$, що впливають на реакцію системи. Зазвичай в процесі експерименту кілька факторів змінюються одночасно, тому їх сукупність повинна бути сумісною і незалежною. Сумісність означає, що всі їх комбінації факторів можуть бути реалізовані, а незалежність дозволяє встановити кожен фактор на будь-якому рівні незалежно від рівнів інших.

Для системи масового обслуговування факторами можуть бути $x_1 = I$ (інтенсивність надходження транзактів), $x_2 = m$ (інтенсивність обслуговування заявок), $x_3 = L$ (число місць в черзі). Змінною відгуку U в цьому разі може бути середня довжина черги.

2. Визначення виду функції реакції (структурна ідентифікація моделі)

Структура моделі - це вид функції f , яка пов'язує сукупність факторів $x_1, x_2, \dots, x_n$ з реакцією системи y з точністю до її невідомих коефіцієнтів (параметрів). Вибір структури моделі здійснюється на основі апіорної інформації.

При плануванні та проведенні експериментів широкого застосування набули моделі у вигляді алгебраїчних поліномів. Чим вищий ступінь поліному, тим точніше модель описує систему. Наприклад, апроксимація поліномом другого порядку функції реакції в n -факторній моделі планування може бути представлена у вигляді:

$$y = b_0 + \sum_{i=1}^n b_i x_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n b_{ij} x_i x_j. \quad (6.2)$$

3. Визначення рівнів змінюваного фактору

Обирається нульовий рівень фактора, який представляє собою центр експеримента (задане значення) та кожний фактор змінюється на декількох рівнях k відносно центру.

В таблиці 6.3 для прикладу наведені рівні факторів та інтервали їх зміни. Для кожного фактору обирається нижній та верхній рівні: $x_{in} = x_{i \min}$ (кодується: -1) та $x_{iv} = x_{i \max}$ (кодується: +1).

Таблиця 6.3 – Рівні зміни факторів

Фактори	Рівні факторів			Інтервали зміни
	-1	0	+1	
x_1	45	50	55	5
x_2	41	45	49	4
x_3	2	3	4	1

4. Складання матриці планування експерименту

В таблиці 6.4 наведена матриця планування для проведення повного факторного експерименту. Повний факторний експеримент дає можливість визначити коефіцієнти регресії, які відповідають не тільки лінійним ефектам, але й всім ефектам взаємодій. При проведенні експерименту використовують або вхідні значення факторів, або стандартизовані значення (для зручності). Для переходу до стандартизованих значень застосовують перетворення:

$$\tilde{x}_i = \frac{(x_i - x_{i0})}{Dx_i}, \quad (6.3)$$

де x_{i0} - значення, яке відповідає нульовому рівню фактору;
 Dx_i - інтервал зміни i -го фактору.

Таблиця 6.4 – Матриця планування експерименту

Номер досліджу	План ПФЕ							y
	$\tilde{x}_1$	$\tilde{x}_2$	$\tilde{x}_3$	$\tilde{x}_1\tilde{x}_2$	$\tilde{x}_2\tilde{x}_3$	$\tilde{x}_1\tilde{x}_3$	$\tilde{x}_1\tilde{x}_2\tilde{x}_3$	
1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1	y_1
2	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	y_2
3	-1	+1	-1	-1	-1	+1	+1	y_3
4	-1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	y_4
5	+1	-1	-1	-1	+1	-1	+1	y_5
6	+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	y_6
7	+1	+1	-1	+1	-1	-1	-1	y_7
8	+1	+1	+1	+1	+1	-1	+1	y_8

Важливі загальні властивості матриці планування:

1) Симетричність матриці відносно центру експерименту:

$$\sum_{i=1}^N x_{ij} = 0. \quad (6.4)$$

2) Виконання умови нормування, тобто сума квадратів елементів кожного стовпця дорівнює числу дослідів:

$$\sum_{i=1}^N x_{ij}^2 = N. \quad (6.5)$$

3) Значення факторів в матриці планування підбираються так, що точність передбачення вихідної змінної повинна бути однаковою на рівних відстанях від центру експеримента (нульового рівня) та не залежати він напрямку.

5. Проведення експеримента

Проводиться експеримент у відповідності з матрицею планування, вимірюється реакція системи для кожного сполучення рівнів фактору, тобто в заданих точках факторного простору. В результаті отримують вихідні дані для визначення коефіцієнтів регресійної моделі. Для більш точного визначення коефіцієнтів функції реакції експеримент з матрицею планування проводять неодноразово. Тобто проводиться серія n паралельних експериментів (n прогонів), кожна серія складається з N випробувань. В теорії планування експерименту рекомендується реалізовувати не менш п'яти серій експериментів.

6. Визначення однорідності серій експерименту

Для кожного рядка матриці планування по результатам n паралельних експериментів знаходять середнє арифметичне значення вихідної змінної:

$$\bar{y}_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^N y_{jk}, \quad (6.6)$$

де k - номер паралельного експерименту,

y_{jk} - значення в k -м експерименті j -го рядку матриці.

З метою оцінки відхилень вихідної змінної від її середнього значення для кожного рядка матриці планування розраховують дисперсію s_j^2 експерименту по даним n паралельних експериментів.

Помилка експерименту визначається як корінь квадратний з дисперсії:

$$s_j = \sqrt{s_j^2} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_{jk} - \bar{y}_j)^2}. \quad (6.7)$$

В цьому випадку помилка при великому розкиді будезначною. Розкид результатів експерименту визначається впливом некерованих факторів, похибками вимірів та іншими причинами.

Перевіряють гіпотезу про однорідність дисперсій. Перевірка однорідності двох дисперсій проводиться за допомогою F-критерію Фішера. Розрахункове значення критерію є відношення більшої дисперсії до меншої:

$$F_p = \frac{s_1^2}{s_2^2}, \quad (6.8)$$

де $s_1^2 > s_2^2$.

Критерій Фішера підкорюється розподілу Фішера з $(n - 1, n - 1)$ числом ступенів свободи. Для перевірки гіпотези рівності дисперсій розрахункове значення критерію F_p порівнюється з критичним значенням $F_{кр}$. Якщо $F_p < F_{кр}$, то гіпотеза не відхиляється при заданому рівні значимості α та дисперсії можна вважати однорідними.

7. Визначення головних ефектів факторів та ефектів взаємодії.

Головним ефектом фактору називається середня величина зміни в реакції, обумовлена переходом i -го фактору з нижнього рівня на верхній за умовою, що інші фактори залишаються без змін.

Для факторного плану 2^3 (див. табл.5.3) головний ефект фактору 1 визначається як:

$$e_1 = \frac{(y_5 - y_1) + (y_6 - y_2) + (y_7 - y_3) + (y_8 - y_4)}{2^{n-1}}$$

Головний ефект фактору інтерпретується наступним чином: середній ефект від збільшення інтенсивності вхідного потоку з 45 до 55 складається у збільшенні довжини черги на e_1 одиниць.

Ефектом взаємодії між факторами називається різниця між середньою реакцією системи, коли фактори на однаковому рівні, та середньою реакцією системи, коли фактори на різних рівнях. Наприклад, ефект взаємодії між першим та другим факторами визначається виразом:

$$e_{12} = \frac{y_7 + y_2 - y_3 - y_4 - y_5 - y_6 + y_7 + y_8}{2^{n-1}}.$$

Тому що реакція системи y - випадкова величина, то ефекти також є випадковими. Для оцінки статистичної значимості ефектів необхідно виконати наступне:

- провести експеримент у відповідності з матрицею планування n разів та отримати n незалежних значень кожного ефекту;

- побудувати довірчий інтервал для очікуваного ефекту з використанням t -розподілу Стюдента з $(n - 1)$ ступенями свободи за формулою:

$$e_1 \pm t_{n-1, 1-\alpha/2} \sqrt{\frac{D}{n}}, \quad (6.9)$$

де $t_{n-1, 1-\alpha/2}$ - квантиль розподілу Ст'юдента рівня $1-\alpha/2$.

Якщо довірчий інтервал для ефекту, який відповідає i -му фактору, не містить нуля, то ефект є статистично значимий при рівні значимості α .

В результаті проведення цього етапу структурна модель рівняння реакції може бути спрощена шляхом виключення факторів або їх взаємодій.

8. Визначення параметрів функції реакції (параметрична ідентифікація)

Параметрична ідентифікація зводиться до оцінки параметрів функції f на основі апостеріорній (після досліду) інформації. Задача зазвичай ставиться як задача математичного програмування, тому що при цьому мінімізується деяка функція, яка є збитком, що наноситься процесом ідентифікації.

Функція реакції $Y = f(X)$ описує зміну умовного середнього значення вихідної змінної Y (за умовою, що значення вхідних змінних X зафіксовані на рівнях X^*) в залежності від зміни значень X .

Для знаходження оцінок коефіцієнтів функції реакції, як правило, застосовують метод найменших квадратів (МНК). В основі методу лежить критерій: сума квадратів відхилень експериментальних спостережень від побудованої функції реакції мінімальна.

Функція реакції, яка враховує тільки лінійні ефекти, має вигляд:

$$\hat{y} = b_0 + \sum_{i=1}^n b_i x_i + e. \quad (6.10)$$

Функція реакції, яка враховує лінійні ефекти та ефекти взаємодії має вигляд:

$$\hat{y} = b_0 + \sum_{i=1}^n b_i x_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n b_{ij} x_{ij} + e. \quad (6.11)$$

У випадку побудови декількох моделей функції реакції критерій МНК може слугувати основою для вибору кінцевого вигляду моделі. Кращею вважається модель, для якої критерій МНК є мінімальним.

У випадку нелінійної моделі використовують перетворення для зведення до лінійного вигляду, наприклад, введення фіктивних змінних, логарифмування тощо. Далі застосовують МНК до перетвореної моделі.

9. Аналіз точності та адекватності побудованої функції реакції

На цьому етапі розраховуються характеристики точності побудованої функції реакції та оцінюється її адекватність експериментальним спостереженням.

10. Оптимізація параметрів досліджуваної системи. Аналіз та інтерпретація отриманих результатів

На заключному етапі у найпростішому випадку розв'язується оптимізаційна задача вигляду:

$$\begin{aligned} y &= f(x_1, x_2, \dots, x_n) \text{ ® min(max)} \\ x_{i\text{н}} &\leq x_i \leq x_{i\text{в}}, i = \overline{1, n} \\ &\dots \\ x_i &\geq 0 \end{aligned} \tag{6.12}$$

Вона призначена для знаходження оптимального набору параметрів системи, який максимізує (мінімізує) досліджувану реакцію системи. Також підводяться підсумки проведеного дослідження, аналізуються та оцінюються отримані результати, формулюються пропозиції по поліпшенню процесу функціонування системи.

Розглянуті етапи планування комп'ютерних експериментів з моделлю системи ітераційно взаємодіють, послідовність етапів жорстко не є заданою.

Контрольні питання

1. Дайте визначення поняття «Експеримент»?
2. Які питання вирішує планування експерименту?
3. Що називають факторами?
4. Що називають функцією відгуку та поверхнею відгуку?
5. Перерахуйте етапи планування та проведення експерименту.
6. Що називають рівнями факторів та інтервалом зміни факторів?
7. Як залежить кількість дослідів в експерименті від числа рівнів фактора?
8. Дайте визначення факторного простору.
9. Що таке стратегічне планування експерименту?
10. Які задачі вирішує тактичне планування експерименту?

Тестові питання для самоперевірки

1. Метою стратегічного планування експериментів є:
 - а) вивчення стратегії проведення експериментів;
 - б) дослідження впливу факторів;
 - в) побудова плану експерименту;
 - г) немає правильної відповіді.
2. У процесі імітації експеримент проводиться:
 - а) на реальній системі;
 - б) на моделі реальної системи;
 - в) на реальній системі та її моделі одночасно;
 - г) немає правильної відповіді.
3. Чим відрізняється дробовий факторний експеримент від повного факторного експерименту?
 - а) у плані дрібного експерименту на відміну від повного експерименту не всі фактори незалежні. Значення залежних факторів визначаються за допомогою генеруючих відносин;
 - б) дробний на відміну від повного експерименту дозволяє використовувати дробові значення факторів;
 - в) план дрібного експерименту включає в себе план повного факторного експерименту;
 - г) немає правильної відповіді.
4. Що з нижче перерахованого відноситься до цілей планування експерименту?
 - а) способи накопичення і статистичної обробки результатів моделювання;
 - б) обсяг обчислень на комп'ютері;
 - в) порядок проведення обчислень на комп'ютері;
 - г) збільшення інформативності кожного спостереження;
 - д) скорочення загального часу моделювання.
5. Об'єкти: вихідні змінні, вхідні змінні і рівні факторів є об'єктами:
 - а) тактичного планування;
 - б) стратегічного планування;
 - в) комплекс з планування;
 - г) немає правильної відповіді.

6. Експеримент – це ...?

- а) процес вивчення, експерименту, концептуалізації і перевірки теорії, пов'язаний з отриманням наукових знань;
- б) дослідницький метод, що полягає в цілеспрямованому і організованому сприйнятті і реєстрації поведінки досліджуваного об'єкта;
- в) метод дослідження деякого явища в керованих умовах.

7. Стратегічне планування – це ...?

- а) це алгоритм дій, пов'язаних в просторі (по виконавцям) і в часі (за термінами), націлених на виконання стратегічних завдань;
- б) дослідницький метод, що полягає в цілеспрямованому і організованому сприйнятті і реєстрації поведінки досліджуваного об'єкта;
- в) дослідницький метод, що полягає в цілеспрямованому і організованому сприйнятті і реєстрації поведінки досліджуваного об'єкта.

8. Тактичне планування – це ...?

- а) це алгоритм дій, пов'язаних в просторі (по виконавцям) і в часі (за термінами), націлених на виконання стратегічних завдань;
- б) дослідницький метод, що полягає в цілеспрямованому і організованому сприйнятті і реєстрації поведінки досліджуваного об'єкта;
- в) прийняття рішень про те, як повинні бути розподілені ресурси організації для досягнення стратегічних цілей.

9. Виберіть, які бувають фактори стратегічного планування

- а) якісними;
- б) інтенсивними;
- в) кількісними;
- г) глобальними.

10. Що означає незалежність факторів?

- а) повинні бути здійсненні все комбінації значень факторів;
- б) можливість установки і підтримки значення фактора постійним або змінюється в відповідності з планом експерименту;
- в) визначає можливість встановлення значення фактора на будь-якому рівні.

ТЕРМІНОЛОГІЧНИЙ СЛОВНИК

Адекватність моделі – ступінь відповідності процесу функціонування реальної системи, що моделюється.

Активний імітаційний експеримент – експеримент, в якому дослідник може змінювати рівні факторів.

Багатоканальний пристрій – пристрій з декількома каналами обслуговування; застосовується, коли паралельне використання декількох одноканальних пристроїв виявляється занадто громіздким (наприклад, при десятках, сотнях, тисячах каналів); пропускає через себе транзакти, якщо вони вимагають стільки вільних каналів, скільки є в наявності.

Блок – загальна назва пасивних об'єктів GPSS, а саме операторів і команд.

Валідація імітаційної моделі – перевірка відповідності даних, що отримуються в процесі комп'ютерної імітації, реальному ходу явищ, для опису яких створена модель.

Верифікація імітаційної моделі – перевірка відповідності її поведінки припущенням експериментатора.

Відгук – спостережувана випадкова величина, що залежить від певних факторів.

Випадкова величина – величина, що в результаті дослідження може приймати деяке невідоме заздалегідь значення.

Випадкова подія – подія, що в даному випробуванні може відбутися, а може і не відбутися. Випадкова подія передбачає, що в деякій події є кілька наслідків і те, що з наслідків відбудеться в черговий раз, визначається тільки його ймовірністю.

Граф моделі – об'єкт імітаційної моделі, що представляє спрямований граф, що об'єднує всі процеси імітаційної моделі незалежно від кількості рівнів структурного аналізу.

Датчик випадкових величин – спеціальна програма, що дозволяє отримувати псевдовипадкові набори чисел, розподілених по заданому закону.

Детермінована система – система, в якій новий стан залежить тільки від часу та поточного стану системи.

Динамічна модель – вид машинної імітації, розрахунок поведінки моделі протягом тривалих періодів часу.

Дискретно-подієве моделювання – підхід до моделювання, що пропонує абстрагуватися від безперервної природи подій і розглядати тільки основні події, що моделюється, такі, як: «очікування», «обробка замовлення», «рух з вантажем», «розвантаження» та інші.

Екзогенні змінні – змінні, що вводяться в модель ззовні.

Експеримент – процедура організації спостережень якихось явищ, що здійснюються за умов, близьких до природних умов, або імітують їх.

Ендогенні змінні – величини, зміна яких виконується всередині системи, що моделюється. Ендогенні змінні також називають вихідними.

Інтервал зміни фактору – деяке число, додавання якого до нульового рівня дає верхній рівень, а віднімання – нижній.

Імітація – процес конструювання програмними засобами реальної системи та постановки експерименту над нею.

Імітаційна модель – спеціальний програмний комплекс, що дозволяє імітиувати діяльність будь-якого складного об'єкта.

Імітаційне моделювання – найпоширеніший різновид аналогового моделювання, реалізованого за допомогою набору математичних інструментальних засобів, спеціальних імітують комп'ютерних програм і технологій програмування, що дозволяють за допомогою процесів-аналогів провести цілеспрямоване дослідження структури і функцій реального складного процесу в пам'яті комп'ютера в режимі «імітації», виконати оптимізацію деяких його параметрів.

Комп'ютерне моделювання – математична модель, що представлена у вигляді програми та дозволяє проводити експерименти.

Концептуальна модель – абстрактна модель, що визначає структуру модельованої системи, властивості її елементів та причинно-наслідкові зв'язки, властиві системі та суттєві для досягнення мети моделювання.

Метод Монте-Карло – метод статистичних випробувань, що проводяться за допомогою ЕОМ і програм-датчиків псевдовипадкових величин.

Моделювання – процес розробки моделі.

Моделі систем масового обслуговування – моделі, призначені для встановлення залежностей між характером потоку заявок, числом каналів обслуговування, продуктивністю окремого каналу та ефективним обслуговуванням з метою знаходження найкращих шляхів керування цими процесами.

Модель – об'єкт будь-якої природи, що створюється дослідником з метою отримання нових знань про об'єкт-оригінал і відображає лише суттєві (з погляду розробника) властивості оригіналу.

Модельний час – час, в масштабі якого організується робота моделі.

Обслуговуючий пристрій – одноканальний пристрій, що виконує будь-яку операцію з транзактом; вид операції не має значення, головним є фіксація проходження транзакта через цей пристрій.

Об'єкт – будь-який елемент або компонент в системі, що повинен бути представлений в моделі в явному вигляді (наприклад, пристрій обслуговування, клієнт, машина).

Оцінка адекватності – підвищення до прийнятного рівня впевненості, з якою можна судити щодо коректності висновків про реальну систему, отриманих на підставі звернення до моделі.

Пасивний імітаційний експеримент – експеримент, в якому дослідник не може змінювати рівні факторів.

План експерименту – сукупність даних, що визначають число, умови та порядок реалізації дослідів.

Поверхня відгуку – геометричне представлення функції відгуку.

Повний факторний експеримент (ПФЕ) – експеримент, в якому реалізуються всі поєднання рівнів факторів.

Подія – миттєва зміна стану системи (наприклад, надходження нового транзакту).

Показник ефективності – комплексна операційна властивість (якість) процесу функціонування системи, що характеризує його пристосованість до досягнення мети операції (виконання задачі системи).

Потік подій – сукупність подій, розподілених за часом.

Реалізація моделі – один прогон імітаційної моделі.

Рівень фактору – фіксоване значення фактору відносно початку відіку.

Система – сукупність взаємозалежних елементів, об'єднаних для реалізації спільної мети, відокремлена від навколишнього середовища та взаємодіє з нею як цілісне ціле і виявляє при цьому основні системні властивості.

Стратегічне планування – розробка умов проведення експерименту, визначення режимів, які забезпечують найбільшу інформативність експерименту.

Сценарій – уявна, але правдоподібна послідовність дій та подій, що впливають з них, які можуть відбутися в майбутньому з досліджуваною системою; модель майбутнього після ухвалення рішення, представлена до його ухвалення.

Тактичне планування – забезпечує досягнення заданих точності та достовірності результатів.

Транзакт – це деяке повідомлення (заявка, вимога на обслуговування), яке надходить ззовні на вхід системи та підлягає обробці.

Трансляція моделі – опис моделі на мові програмування.

Фактор – змінна величина, яка впливає на результати експерименту.

Факторний простір – множина зовнішніх та внутрішніх параметрів моделі, значення яких дослідник може контролювати в ході підготовки та проведення експерименту.

Функція відгуку – залежність математичного очікування відгуку від факторів.

Функція розподілу – функція, що повністю характеризує випадкову величину з ймовірнісної точки зору, тобто є однією з форм закону розподілу.

Центр плану експерименту – точка у факторному просторі, що відповідає нульовим рівням всіх факторів.

Цикл моделювання – часовий крок роботи моделі, на якому виконується розрахунок блоків в порядку, який був визначений на етапі ініціалізації.

Черга – призначена для збору статистики, пов'язаної з очікуванням перед обслуговуванням в тому чи іншому пристрої.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Абламська В. Програмне і дискретно-подійне імітаційне моделювання систем – порівняння та аналіз. *Матеріали IV Міжнародної науково-практичної конференції «Бізнесаналітика: моделі, інструменти та технології»* (1-3 бер. 2023 р., м. Київ). 2023. С. 12–14.
2. Ачкасов А.Є., Лушкін В.А., Охріменко В.М., Воронкова Г.Б. Теорія систем і системний аналіз: навч. посіб. Харків: ХНУМГ, 2014. 167 с.
3. Безкоровайний В.В. Моделювання систем: конспект лекцій. Харків: ХНУРЕ, 2010. 168 с.
4. Великодний С.С. Моделювання систем: конспект лекцій. Одеський державний екологічний університет, 2018. 186 с.
5. Жерновий Ю. В. Імітаційне моделювання систем масового обслуговування: Практикум. Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2007. 307 с.
6. Задачін В.М., Конюшенко І.Г. Моделювання систем: конспект лекцій. Харків: Вид ХНЕУ, 2010. 268 с.
7. Зінов'єва О.Г., Гешева Г.В. Огляд програмних засобів імітаційного моделювання. *Вісник Херсонського національного технічного університету. Серія: Технічні науки*. 2022. №3 (82). С. 47–52.
8. Ізраелян В. М. Розробка технології шинкових виробів із м'яса страусів з використанням біотехнологічних прийомів/ Автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук. Київ, НУБІП. 2021
9. Кельтон В., Лоу А. Імітаційне моделювання. Класика CS. 3-є видання. Київ: Видавнича група BHV, 2014. 847 с.
10. Кожухівський А.Д., Сагун А.В., Кожухівська О.А. Імітаційне моделювання систем масового обслуговування: посібник. Черкаси: ЧДТУ, 2009. 163 с.
11. Колесницький О.К., Роїк О.М., Бокошей І.В. Основи системного аналізу об'єктів і процесів комп'ютеризації: навчальний посібник. Вінниця: ВНТУ, 2013. 143 с.
12. Кишенько В.Д. Ідентифікація та моделювання об'єктів автоматизації: Конспект лекцій для студ. спец. 6.092500 «Автоматизовані системи управління технологічними процесами», 6.092500 «Комп'ютерно-інтегровані процеси та виробництва» напряму 0925 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології», Київ: НУХТ, 2007. 102 с.
13. Кравець І.О. Імітаційне моделювання: навчальний посібник до виконання практичних робіт із дисциплін «Моделювання систем» та «Ситуаційні моделі». Миколаїв: Вид-во ЧДУ ім. Петра Могили, 2010. 108 с.

- 14.Лубко Д.В., Зінов'єва О.Г. Проектування імітаційної моделі роботи зернового збирально-транспортного комплексу. *Науковий вісник Таврійського державного агротехнологічного університету*. Запоріжжя: ТДАТУ, 2023. Вип. 13, Т. 1.
- 15.Мельник Я.В., Кулинич І.І., Загородніх В.В.. Загальна характеристика системи імітаційного моделювання GPSS. *Інтелект XXI*. 2024. С. 72–80.
- 16.Неруш В.Б., Курдеча В.В. Імітаційне моделювання систем та процесів: конспект лекцій. Київ: НН ІТС НТУУ «КПІ», 2012. 115 с.
- 17.Ніколюк П.К. Моделювання систем: навчальний посібник для здобувачів вищої освіти спеціальності 122 Комп'ютерні науки. Вінниця: ДонНУ, 2023. 228 с.
- 18.Павленко П.М., Фіоненко С.Ф., Чередніков О.М., Трейтяк В.В. Математичне моделювання систем і процесів: навчальний посібник. Київ: НАУ, 2017. 392 с.
- 19.Ракович Г.М. Застосування засобу імітаційного моделювання GPSS WORLD для рішення задач планування та обробки експерименту. *Сучасні проблеми моделювання*. 2014. № 2. С. 108–118.
- 20.Стеценко І.В. Моделювання систем: навчальний посібник. Черкаси: ЧДТУ, 2010. 399 с.
- 21.Томашевський В.М. Моделювання систем. Київ: Видавнича група ВНУ, 2005. 352 с.
- 22.Томашевський В.М., Жданова О.Г., Жолдакова О.О. Вирішення практичних завдань методами комп'ютерного моделювання: Навч. посібник. Київ: Корнійчук, 2001. 267 с.
- 23.Ястребова Г. С. Імітаційне моделювання : конспект лекцій для студентів напряму підготовки 6.030502 «Економічна кібернетика». Харків: ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2015. 93 с.
- 24.Banks J., Carson J.S., Nelson B.L., Nicol D.M. Discrete-Event System Simulation. 5th ed., Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey, 2010.
- 25.Averill M. Law. Simulation Modeling and Analysis, Sixth Edition, McGraw-Hill, 2024. P. 688.
- 26.Carson J. S. Introduction to modeling and simulation. *Proceedings of the Winter Simulation Conference*. IEEE, 2005. P. 8.
- 27.Durán J. M. What is a simulation model? *Minds and Machines*. 2020. Т. 30. № 3. С. 301–323.
- 28.GPSS World Tutorial Manual. Copyright Minuteman Software. Holly Springs, NC, U.S.A. 2001.
- 29.Law A. M. How to build valid and credible simulation models. *Proceedings of the Winter Simulation Conf*. Miami (USA), 7-10 Dec. 2008. P. 39–47.

30. Leontas, Angela Zoi. Modelling queueing systems. *Theses Digitalization Project*, 2003. URL: <https://scholarworks.lib.csusb.edu/etd-project/3101>.
31. Sanchez P. J. Fundamentals of simulation modeling. *2007 Winter Simulation Conference*. IEEE, 2007. C. 54–62.
32. Sayama H., Introduction to the Modeling and Analysis of Complex Systems, Open SUNY Textbooks. New York, NY, USA., 2015. P. 496.
33. Spong, Mark. Introduction to Modeling and Simulation. 1st ed. Wiley, 2023. URL: <https://www.perlego.com/book/3815108/introduction-to-modeling-and-simulation-a-systems-approach-pdf>.
34. Shannon, R.E. Systems Simulation the Art and Science, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1975.
35. Valentin E.C., Verbraeck A. Domain specific model constructs in commercial simulation environments. *2007 Winter Simulation Conference*, Washington, DC, USA, 2007. P. 785–795.

ДОДАТОК А

ОСНОВНІ ОПЕРАТОРИ GPSS

Назва та формат	Операнди		
	ім'я	значення	тип
1. Джерело потоку заявок. Формат: GENERATE A, B, C, D, E	[A]	Середній час	1...5, 10
	[B]	Напівінтервал або модифікатор-функція	1...5, 10
	[C]	Час початкової затримки	1...5, 10
	[D]	Кількість генерованих заявок	1...5, 8, 10
	[E]	Пріоритет	1, 2, 4, 5, 8, 9
2. Видалення з моделі активної заявки Формат: TERMINATE A	[A]	Величина зменшення лічильника завершення	1, 2, 5...8
3. Затримка заявки на заданий відрізок модельного часу. Формат: ADVANCE A, B	A	Середній час затримки	2...7
	[B]	Напівінтервал або модифікатор-функція	1...7
4. Присвоєння або зміна значення параметра. Формат: ASSIGN A[±], B, C	A	Параметр активної заявки	2...7
	B	Значення	1...7
	[C]	Номер функції	1, 2, 5...8
5. Встановлення пріоритету активної заявки. Формат: PRIORITY A, B	A	Нове значення пріоритету	2, 4...7, 9
	[B]	Приміщення заявки до СТС	1, BU
6. Заняття пристрою. Формат: SEIZE A	A	Ім'я або номер пристрою	2, 5...8
7. Визволення зайнятого пристрою. Формат: RELEASE A	A	Ім'я або номер пристрою	2, 5...8
8. Захоплення пристрою. Формат: PREEMPT A, B, C, D, E	A	Ім'я або номер пристрою	2, 5...8
	[B]	Режим	1, PR
	[C]	Мітка оператора	1,2, 5...8
	[D]	Ім'я або номер параметра	1,2, 5...8
	[E]	Режим видалення	RE

Назва та формат	Операнди		
	ім'я	значення	тип
9. Звільнення пристрою від захвату. Формат: RETURN A	A	Ім'я або номер пристрою	2, 5...8
10. Переведення пристрою в недоступний стан. Формат: FUNAVAIL A, B,C, D, E, F, G, H	A	Ім'я або номер пристрою	2, 5...8
	[B]	Режим видалення чи продовження	1, RE, CO
	[C]	Мітка оператора виходу	1, 2, 5...8
	[D]	Ім'я або параметр пристрою	1, 2, 5...8
	[E]	Режим видалення чи продовження	1, RE, CO
	[F]	Мітка оператора виходу	1,2, 5...8
	[G]	Режим видалення чи продовження	1, RE, CO
	[H]	Мітка оператора виходу	1,2, 5...8
11. Переведення пристрою у доступний стан. Формат: FAVAIL A	A	Ім'я або номер пристрою	2, 5...8
12. Заняття накопичувача. Формат: ENTER A, B	A	Ім'я або номер накопичувача	2, 5...8
	[B]	Число займаних елементів накопичувача	1, 2, 5...8
13. Звільнення накопичувача. Формат: LEAVE A, B	A	Ім'я або номер накопичувача	2, 5...8
	[B]	Число звільняючих елементів накопичувача	1, 2, 5...8
14. Переведення накопичувача у недоступний стан. Формат: SUNAVAIL A	A	Ім'я або номер накопичувача	2, 5...8
15. Переведення накопичувача у доступний стан. Формат: SAVAIL A	A	Ім'я чи номер накопичувача	2, 5...8
16. Збільшення довжини черги. Формат: QUEVE A, B	A	Ім'я чи номер черги	2, 5...8
	[B]	Число, на яке збільшується довжина черги	1,2, 5...8

Назва та формат	Операнди		
	ім'я	значення	тип
17. Зменшення довжини черги. Формат: DEPART A, B	A	Ім'я чи номер черги	2, 5...8
	[B]	Число, на яке зменшується довжина черги	1, 2, 5...8
18. Приєднання заявки до списку користувача. Формат: LINK A, B, C	A	Ім'я чи номер списку користувача	2, 5...8
	B	Завдання дисципліни обслуговування	5...7, LIFO, FIFO
	[C]	Мітка альтернативного оператора	1, 2, 5...8
19. Видалення заявки зі списку користувача. Формат: UNLINK X A, B, C, D, E	[X]	Умовний оператор	1,G,GE, L, LE, E, NE
	A	Ім'я чи номер списку користувача	2, 5...8
	B	Мітка оператора виходу	2, 5...8
	[C]	Кількість заявок, що видаляються	1, 2, 5...8 ALL
	[D]	Ім'я або номер параметра	1, 2, 5...8 BACK
	[E]	Аргумент для порівняння	1...7
20. Модифікація значення комірки. Формат: SAVEVALUE A[±], B	A	Ім'я або номер комірки	2, 5...8
	B	Модифікатор	2...7
21. Зміна стану логічного ключа. Формат: LOGIC X A	X	Логічний оператор	S, R, I
	A	Ім'я чи номер логічного ключа	2, 5...8
22. Керування потоком заявок у залежності від результату порівняння операндів. Формат: TEST X A, B, C	X	Умовний оператор	G, GE, L, LE, N, NE
	A	Перша порівнювана величина	2...7
	B	Друга порівнювана величина	2...7
	[C]	Мітка оператора	1, 2, 5...8
23. Керування потоком заявок залежно від стану накопичувача. Формат: GATE X A, B	X	Перевіряюча умова: зайнято чи ні; захоплено чи ні; доступно чи ні	U, NU, I, NI, FV, FNV
	A	Ім'я або номер пристрою	2, 5...8
	[B]	Мітка оператора	1, 2, 5...8

Назва та формат	Операнди		
	ім'я	значення	ім'я
24. Перехід активної заявки до вказаного оператора. Формат: TRANSFER A, B, C, D	[A]	Режим переходу: безумовний; статистичний; параметричний; функціональний; обидва; всі; вибірковий; одночасний; підпрограмний	1, 2, 5...8 [,] .XXX P FN BOTH ALL PICK SIM SBR
	[B]	Ім'я або номер оператора (параметра, функції)	1, 2, 5...8
	[C]	Ім'я або номер оператора (аргумент для режимів P та FN)	1, 2, 5...8
	[D]	Крок нумерації операторів для режиму ALL	1, 2, 5...8
25. Управління потоком заявок залежно від стану накопичувача. Формат: GATE X A, B	X	Перевіряюча умова: пусто чи ні; заповнено чи ні; доступно чи ні	SE, SNE, SF, SNF, SV, SNV
	A	Ім'я чи номер пам'яті	2, 5...8
	[B]	Мітка оператора	1, 2, 5...8
26. Керування потоком заявок залежно від стану ключа. Формат: GATE X A, B	X	Перевіряюча умова: ключ встановлений ключ не встановлений	LS, LR
	A	Ім'я чи номер логічного ключа	2, 5...8
	[B]	Мітка оператора	1,2, 5...8
27. Організація циклічного проходження заявок в моделі. Формат: LOOP A, B	A	Параметр, що містить кількість циклів	2, 5...8
	[B]	Мітка оператора – початок циклу	1, 2, 5...8
28. Управління потоком заявок залежно від стану синхронізації заявки, що перевіряється. Формат: GATE X A, B.	X	Перевіряюча умова: є заявка, яка чекає на умови синхронізації, у зазначеному операторі MATCH чи ні	M, NM
	A	Мітка оператора MATCH	2, 5...8
	[B]	Мітка оператора	1, 2, 5...8

Назва та формат	Операнди		
	ім'я	значення	тип
29. Створення необхідної кількості копій (родини) активної заявки. Формат: SPLIT A, B, C	A	Кількість створюючих копій	2, 5...8
	[B]	Мітка оператора для входу копій	1,2,5...8
	[C]	Ім'я або номер параметра, до якого розміщуються порядкові номери копій	1,2,5...8
30. Об'єднання заявок однієї родини. Формат: ASSEMBLE A	A	Кількість заявок, що збираються	2, 5...8
31. Накопичення заданого числа заявок однієї родини. Формат: GATHER A	A	Кількість заявок, які необхідно накопичити	2, 5...8
32. Синхронізація руху двох заявок однієї родини. Формат: MATCH A	A	Мітка сполученого оператора MATCH	2, 5...8
33. Дозвіл заявці на виконання операції будь-якого іншого оператора Формат: EXECUTE A	A	Мітка оператора, операція якого виконується активною заявкою	2, 5...8
34. Визначення або зміна родини активної заявки Формат: ADOPT A	A	Ім'я або номер родини. Записується у спеціальний параметр активної заявки (Assemble Set)	2, 5...8

У таблиці допустимі типи операндів вказані цифрами, які відповідають:

- 1 – Null (немає введення);
- 2 – Name (ім'я);
- 3 – Number (невід'ємне число);
- 4 – String (рядковий);
- 5 – ParenthesizedExpression (вираз у дужках);
- 6 – SNA (стандартний числовий атрибут – СЧА);
- 7 – SNA*Parameter (непряма адресація);
- 8 – PosInteger (позитивне ціле число);
- 9 – Integer (ціле число зі знаком (необов'язково));
- 10 – DirectSNA (прямий СЧА, т. е. не використовує непряму адресацію).

ДОДАТОК Б

СТАНДАРТНІ ЧИСЛОВІ АТРИБУТИ GPSS

Код	Значення СЧА	Примітка
Системні числові атрибути		
RNj	Випадкове число. Цілочисельне значення.	Датчик генерує послідовність рівномірно розподілених випадкових цілих чисел від 0 до 999.
C1	Відносний модельний час. Речове значення.	Модельний час із моменту останньої команди RESET. Змінюється автоматично.
AC1	Абсолютний модельний час. Речове значення.	Модельний час з моменту останньої команди CLEAR Змінюється автоматично.
TG1	Число, що дорівнює поточному значенню лічильника завершення. Цілочисленне значення.	Початкове значення TG1 задається оператором START і вказує на завершення моделювання, коли стає рівним нулю. Які ввійшли в оператори TERMINATE з ненульовим позитивним операндом А, заявки зменшують це значення на число, що дорівнює значенню операнда А.
Стандартні числові атрибути заявок		
Pj	Значення j-го параметра активної заявки. Цілочисельне, речове або рядкове значення.	Для непрямої адресації використовуються: СЧА*j ; СЧА* ім'я параметра; СЧА*\$ ім'я параметра.
XN1	Номер активної заявки. Цілочисельне значення.	—
PR	Пріоритет активної заявки. Цілочисельне значення.	Може змінюватись оператором PRIORITY. За замовчуванням пріоритет дорівнює 0.
MBj	Відповідність в операторі MATCH. Цілочисельне значення.	1, якщо у сполученому операторі MATCH знаходиться заявка того ж сімейства, що й активна; 0 – інакше.
MPj	Час проходження заявкою деякої ділянки моделі. Речове значення.	Обчислюється як різниця поточного абсолютного модельного часу та значення j-го параметра активної заявки. Різниця – транзитний час – зберігається у j-му параметрі.
M1	Час перебування у моделі активної заявки. Речове значення.	Обчислюється як різниця абсолютного модельного часу і позначки часу активної заявки, в якій зберігається чи час надходження заявки в модель, або час останнього проходження заявкою оператора MARK без операнда А.

Код	Значення	Примітка
Стандартні числові атрибути операторів		
Nj	Загальна кількість входів заявок j-й оператор. Цілочисельне значення.	Збільшується при кожному вході заявки j-й оператор.
Wj	Поточна кількість заявок, що знаходяться у j-му операторі. Цілочисленне значення	Збільшується при кожному вході заявки до j-го оператора і зменшується при кожному виході заявки з j-го оператора.
Стандартні числові атрибути накопичувачів		
Sj	Поточний вміст накопичувача j. Цілочисельне значення.	Змінюється операторами ENTER та LEAVE.
Rj	Число вільних одиниць накопичувача j. Цілочисельне значення.	Змінюється операторами ENTER та LEAVE.
SRj	Коефіцієнт використання накопичувача j. Речове значення.	Виражається у тисячних частках, але значення СЧА – ціле, тобто якщо коефіцієнт дорівнює 0,65, то SRj дорівнює 650. Може бути нецілочисельним.
SAj	Середнє значення зайнятого накопичувача j. Речове значення.	Зважена за часом середня кількість зайнятих елементів накопичувача.
SMj	Максимальна кількість елементів зайнятого накопичувача j. Цілочисельне значення.	Максимальна кількість елементів накопичувача, яке було зайняте одночасно у процесі моделювання.
SCj	Лічильник використання накопичувача j. Цілочисельне значення	Загальна кількість використовуваних елементів накопичувача j. Збільшується при кожному вході заявки до оператора ENTER.
STj	Середній час використання одного елемента накопичувача j.	Визначається системою автоматично.
SEj	Зайнятість накопичувача j.	1 – не зайнятий; 0 – зайнятий.
SFj	Наповненість накопичувача j.	1 – заповнений; 0 – не заповнений.
SVj	Доступність накопичувача j.	1 – доступний; 0 – недоступний.
Стандартні числові атрибути обслуговуючих пристроїв		
Fj	Зайнятість пристрою j. Цілочисельне значення.	1 – зайнято; 0 – не зайнято. Може бути змінено операторами SEIZE, RELEASE, PREEMPT та RETURN.
FIj	Перерваність пристрою j. Цілочисельне значення.	1 – перервано; 0 – не перервано. Може бути змінено операторами PREEMPT та RETURN.
FVj	Доступність пристрою j. Цілочисельне значення.	1 – доступно; 0 – не доступно. Може бути змінено операторами FAVAIL та FUNAVAIL
FRj	Коефіцієнт використання пристрою j.	Виражається у тисячних частках, але значення СЧА – ціле, тобто якщо коефіцієнт дорівнює 0,88, то FRj дорівнює 880.

Код	Значення	Примітка
FCj	Кількість заявок, що займали пристрій j.	Збільшується при вході заявок в оператор SEIZE чи PREEMPT.
FTj	Середній час використання пристрою j однією заявкою.	Визначається автоматично.
Стандартні числові атрибути черг		
Qj	Поточна довжина черги j. Цілочисленне значення.	-
QAj	Середня довжина черги j. Речове значення.	Зважена за часом кількість заявок у черзі j.
QMj	Максимальна довжина черги j. Цілочисленне значення.	Максимальна кількість заявок, що знаходилися одночасно у черзі j.
QCj	Загальна кількість входів у чергу j. Цілочисленне значення.	Автоматично збільшується системою при вході заявки до черги j.
QZj	Число входів з нульовим часом перебування у черзі j.	Число входів заявок, час перебування яких у черзі дорівнює нулю.
QTj	Середній час перебування заявки в черзі j.	Розраховується з урахуванням нульових входів.
QXj	Середній час перебування заявки у черзі j.	Розраховується без урахування нульових входів.
Стандартні числові атрибути комірок та матриць комірок		
Xj	Вміст ячейки j. Цілочисленне, речове або рядкове значення.	Змінюється оператором SAVEVALUE.
MXj (a,b)	Вміст ячейки матриці j. Цілочисельне, речове або рядкове значення.	Значення ячейки у рядку a та стовпці b . Змінюється оператором SAVEVALUE. Для матриць, що мають більше двох вимірів, усі інші індекси вважаються рівними 1. На відміну від СЧА класу MX, PLUS- вирази можуть звертатися до будь-якого елемента багатовимірних матриць.
Системні числові атрибути обчислювальних об'єктів		
FNj	Результат обчислення значення функції j. Речове значення.	—
Vj	Результат обчислення цілочисленної змінної j або змінної j з плаваючою точкою. Речове значення.	—
BVj	Результат обчислення булевої змінної j. Речове значення.	Приймає значення: 1 (true); 0 (false).

Код	Значення	Примітка
Системні числові атрибути груп, списків та ключів		
GNj	Поточне число членів у j-й числовій групі.	—
GTj	Поточна кількість членів у j-й групі заявок.	—
CHj	Поточна кількість заявок у j-му списку користувача.	Список користувача створюється і ведеться самим програмістом на відміну від інших списків моделі. Використовуються оператори LINK та UNLINK. Значення всіх СЧА визначаються аналогічно до значень СЧА черг.
CAj	Середня кількість заявок у j-му списку користувача.	—
CMj	Максимальна кількість заявок у j-му списку користувача.	—
CCj	Загальна кількість заявок у j-му списку користувача.	—
CTj	Середній час перебування заявки в j-му списку користувача.	—
LSj	Стан j-го логічного ключа.	Приймає значення: 1 – встановлено; 0 – не встановлено.
Системні числові атрибути таблиць		
TBj	Середнє значення незважених аргументів таблиці j.	Для занесення в таблицю використовується оператор TABULATE.
TCj	Число включень до таблиці j.	Цілочисленне значення.
TDj	Середньоквадратичне відхилення для таблиці j.	Речове значення.

ДОДАТОК В

ЕЛЕМЕНТИ СТАНДАРТНОГО ЗВІТУ GPSS

1. *Загальна інформація про результати роботи моделі:*

- START TIME – початковий час. Абсолютний модельний час в момент початку моделювання. Встановлюється рівним абсолютному модельному часу за допомогою оператора RESET або CLEAR;
- END TIME – кінцевий час. Абсолютний модельний час, коли лічильник завершення приймає значення 0;
- BLOCKS – кількість операторів, які використовуються в поточній моделі, до моменту завершення моделювання;
- FACILITIES – кількість пристроїв, які використовуються в моделі, до моменту завершення моделювання;
- STORAGES – кількість накопичувачів, які використовуються в поточній моделі до моменту завершення моделювання.

2. *Інформація про імена.* Файл статистики містить інформацію про імена, які переглядає GPSS в ході моделювання:

- NAME – перелік заданих користувачем імен, що містяться в програмі моделі;
- VALUE – числове значення, яке привласнюється імені.

3. *Інформація про блоки (оператори):*

- LABEL – мітка, алфавітно-цифрове ім'я даного оператора (якщо воно задане);
- LOC – числовий номер позиції даного оператора в моделі;
- BLOCK TYPE – тип оператору GPSS;
- ENTRY COUNT – кількість заявок, які увійшли в даний оператор, з початку роботи програми або після останнього виконання оператора RESET або CLEAR;
- CURRENT COUNT – кількість заявок, які знаходяться в даному операторі до моменту завершення моделювання;
- RETRY – кількість заявок, що очікують спеціальної умови, яка залежить від стану даного оператора.

4. *Інформація про об'єкти типу «пристрій»:*

- FACILITY – ім'я або номер пристрою;
- ENTRIES – кількість разів, коли пристрій був зайнятий або зайнятий з перериванням з початку моделювання або після останнього виконання оператора RESET або CLEAR;
- UTIL. – коефіцієнт використання, доля часу моделювання, протягом якого пристрій був зайнятий;

- AVE.TIME – середній час зайняття пристрою однією заявкою протягом часу моделювання з початку моделювання або після виконання оператора RESET або CLEAR;
- AVAIL. – стан пристрою в кінці моделювання (дорівнює 1, якщо пристрій доступний; 0 – якщо ні);
- OWNER – номер заявки, який займає пристрій (0 – пристрій не зайнятий);
- PEND – кількість заявок, які очікують виконання з перериванням інших заявок (тобто які увійшли в оператори PREEMPT в режимі переривання);
- INTER – кількість заявок, перерваних на даний момент (кількість заявок у списку переривань);
- RETRY – кількість заявок, які очікують виконання спеціальної умови, що залежить від стану даної умови;
- DELAY – кількість заявок, які очікують зайняття пристрою (включає також заявки, які очікують зайняття пристрою в режимі переривань за допомогою операторів PREEMPT).

5. Інформація про об'єкти типу «черга»:

- QUEUE – ім'я або номер черги;
- MAX – максимальний вміст черги протягом періоду моделювання, який починається з моменту трансляції моделі або застосування оператора RESET або CLEAR;
- CONT. – поточний вміст черги в кінці процесу моделювання;
- ENTRY – загальна кількість входів заявок в чергу протягом часу моделювання;
- ENTRY(0) – загальна кількість входів заявок в чергу з нульовим часом очікування;
- AVE.CONT. – середнє значення вмісту черги протягом часу моделювання;
- AVE.TIME – середній час перебування однієї заявки в черзі з урахуванням всіх входів в чергу;
- AVE.(–0) – середній час перебування однієї заявки в черзі без урахування «нульових входів в чергу»;
- RETRY – кількість заявок, які очікують виконання спеціальної умови, залежної від стану черги.

6. Інформація про б'єкти типу «накопичувач»:

- STORAGE – ім'я або номер накопичувача;
- CAP. – ємність накопичувача, задана оператором STORAGE;
- REM. – кількість одиниць накопичувача вільних наприкінці моделювання;
- MIN. – мінімальна кількість одиниць накопичувача, які використовувалися за період моделювання;
- MAX. – максимальна кількість одиниць накопичувача, які

використовувалися за період моделювання;

- ENTRIES – кількість входів в накопичувач за період моделювання;
- AVL. – стан накопичувача наприкінці моделювання (1 – доступний, 0 – недоступний);
- AVE.C – середнє значення зайнятої ємності за період моделювання;
- UTIL;
- RETRY;
- DELAY.

7. Інформація про таблиці:

- TABLE – ім'я чи номер таблиці чи Q-таблиці;
- MEAN – середньозважене значення табульованого аргументу;
- STD.DEV. – зважене середньоквадратичне відхилення;
- RANGE – нижня та верхня межі частотного класу;
- RETRY – кількість заявок, які очікують виконання спеціальної умови, залежить від стану даної таблиці;
- FREQUENCY – сумарна величина, яка формується при попаданні табульованого аргументу у зазначені межі (значення операнда В підсумовуються оператором TABULATE);
- CUM.% – величина частоти у відсотках до загальної кількості значень аргументу, що табулюється.

ДОДАТОК Г

ПРИКЛАДИ МОДЕЛЕЙ СМО НА MOBI GPSS

1. Одноканальна СМО з очікуванням

Запити надходять через інтервали часу з рівномірним розподілом ймовірностей в діапазоні від 100 до 300 одиниць часу, обслуговування виконується за час 180 одиниць.

GENERATE	200,100	; генерація запитів через [100-300] од.
QUEUE	BUF1	; встати в чергу BUF1
SEIZE	SERVER	; зайняти прилад SERVER
DEPART	BUF1	; вийти з черги BUF1
ADVANCE	180	; затримати на 180 од.
RELEASE	SERVER	; звільнити прилад SERVER
TERMINATE	1	; вивести запит з моделі

2. Модель триканальної СМО

Запити надходять рівномірно через інтервали 175...225 одиниць умовного часу. Обслуговування запита виконує будь-який вільний канал за 550 ± 150 одиниць часу.

SERVER	STORAGE	3	; число каналів обслуговування в БКП SERVER
CAN1	GENERATE	200,25	; генерація запитів
	ENTER	SERVER,1	; зайняти канал
	ADVANCE	550,150	; обслуговування
	LEAVE	SERVER,1	; звільнити канал
	TERMINATE	1	; знищення транзакту

3. Модель СМО з відмовами

Потік запитів – пуасонівський, середнє значення інтервалу часу дорівнює 100 одиниць умовного часу. Обслуговування запиту виконується за 80 ± 40 одиниць часу. Якщо в черзі є 3 запити, то запит, який надійшов до системи, втрачається. Оцінити ймовірність втрати запиту:

INP	GENERATE	(EXPONENTIAL(1,0,100,0))
	TEST L	Q\$QWAIT,3,OUT
	QUEUE	QWAIT
	SEIZE	SERVER

	DEPART	QWAIT
	ADVANCE	80,40
	RELEASE	SERVER
	TERMINATE	1
OUT	SAVEVALUE	SUMOUT+,1
	SAVEVALUE	POUT,(X\$SUMOUT/N\$INP)
	TERMINATE	

В результаті моделювання у величині, що зберігається, POUT буде значення частоти втрати запитів.

4. Модель замкненої СМО з N джерелами запитів та одним приладом обслуговування

Час затримки запиту в джерелі – випадкова величина з експоненціальним розподілом, середнє значення якої дорівнює 30 с. час обробки запиту приладом – нормально розподілена випадкова величина з параметрами: середнє значення – 8,5 с, стандартне відхилення – 1.2 с.

INIT	X\$NTER,4		; число джерел запитів
STAT1	TABLE	M1,0,2,20	; опис таблиці
	GENERATE	,,,1	
	SPLIT	X\$NTER,HEAD	; отримання N=4 запитів
	TERMINATE		
HEAD	ADVANCE	(EXPONENTIAL(2,0,30.0))	; затримка в джерелі
	MARK		; відмітка початку відліку часу
	QUEUE	QWAIT	; вхід в чергу
	SEIZE	SERVER	; зайняти пристрій
	DEPART	QWAIT	; вихід з черги
	ADVANCE	(NORMAL(1,8.5,1.2))	; обслуговування
	RELEASE	SERVER	; звільнити пристрій
	TABULATE	STAT1	
	TRANSFER	,HEAD	

```

*///// MODEL-TIMER /////
GENERATE      10000
TERMINATE     1

```

ДОДАТОК Д

ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ПРИГОТУВАННЯ КОТЛЕТНОГО ФАРШУ ПРИ ВИКОРИСТАННІ ТЕОРІЇ ПОДІБНОСТІ

1. Особливості перебігу досліджуваного процесу фаршеприготування

Для виробництва посічених напівфабрикатів використовуємо м'ясо котлетне яловиче та свинину жиловану жирну. Вся сировина, яка використовується при напівфабрикатному виробництві, повинна бути без забруднень та кров'яних згустків. М'ясну сировину після жилювання подрібнюємо на вовчку з діаметром решітки 2-3 мм, тобто характерний розмір продукції після подрібнення складає $\ell = 2\text{ мм}$.

Окрім м'ясної сировини при виробництві посічених напівфабрикатів використовуємо меланж, харчову добавку, цибулю ріпчасту, а також сухарне борошно і спеції. При підготовці допоміжної сировини ріпчасту свіжу цибулю чистять, промивають холодною водою та подрібнюють при допомозі вовчка. Підготовка цибулі проводиться в окремому приміщенні. У січених напівфабрикатах регламентують масову частку вологи, жиру, кухонної солі, а також масу однієї порції.

Меланж заздалегідь розморожують у ваннах з водою, температура якої не перевищує 45 °С. Розморожений меланж зберіганню не підлягає і повинен бути направлений на приготування фаршу не пізніше чим через 30 хвилин після закінчення процесів розморожування і гідратації водою.

Паралельно поводитьсся гідратація харчової добавки у співвідношеннях до води 1:15.

Панірувальне борошно заздалегідь просіюємо та пропускають через металовловлювачі.

При складанні фаршу всі компоненти зважуємо. Зважену сировину та спеції завантажують у мішалку на якій готують фарш, і перемішують протягом 6 хв до утворення зв'язаної однорідної маси. Приготовлений фарш не зберігається і відразу направляється на формування котлет. Температура в товщі фаршу повинна бути не вище 12 °С.

З отриманого фаршу формуємо котлети. Форма напівфабрикатів - округло-приплюснута, маса одного виробу – 100 г. Поверхня котлет повинна бути рівномірно панірована сухарним борошном. Загальна витрата панірувальних сухарів на один виріб з врахуванням паніровки, що залишається на лотку, складає для 100г – 2,5-3,0 г.

Напівфабрикати заморожують на рамах в морозильних камерах при температурі не вище мінус 20 °С. Тривалість заморожування – не менше 3 годин. Заморожування проводять до температури в середині напівфабрикатів не вище мінус 10 °С.

Термін зберігання заморожених напівфабрикатів в упакованому вигляді – до 1 місяця з моменту закінчення технологічного процесу при температурі не вище мінус 18 °С.

Для реалізації процесу приготування фаршу використовується фаршмішалка Л5-ФМ2-М-340 шнекового типу, що складається з місткості, станини, яка закрита з усіх боків швидкознімними облицювальними листами, тумб. В них розміщені головний привод місильних гвинтів та механізм перекидання ємності, яка підвішена на цапфах між тумбами і прикрита зверху решітчастою кришкою. У робочій ємності монтуються гвинти з лопатями шнекового типу, які обертаються назустріч один одному.

Гвинти встановлені на конусах, що дозволяє робити їх заміну без розбирання суміжних механізмів. Ведучий гвинт обертається від основного електродвигуна через клинопасову передачу і одну пару зубчатих коліс, а ведений - від ведучого гвинта за допомогою ряду зубчатих коліс, розміщених в картері, який прикріплений до лівої стінки корита. Обертання місильних гвинтів реверсивне. Перекидання корита відбувається від допоміжного електродвигуна через черв'ячний редуктор і черв'ячну пару, сектор якої встановлений на цапфі, жорстко з'єднаної з місткістю. Завантаження фаршу відбувається при відкритій кришці, яка у піднятому положенні фіксується за допомогою напрямної. Фарш вивантажують перекиданням корита при включених місильних гвинтах.

2. Оцінка основних факторів процесу

Основними факторами даного процесу є густина продукції ρ , коефіцієнт динамічної в'язкості технологічного середовища μ , гранична напруга зсуву τ , зміна концентрації основних домішок у сировині ΔC , величина коефіцієнту дифузії D та коефіцієнт масовіддачі у масі завантаження β , вага одного завантаження продукції P_z , кутова частота ω обертання шнеків фаршмішалки, радіус обертових робочих органів r , характерний розмір продукції після подрібнення l .

Моделювання проводили з використанням другої теорії подібності Федермана-Букінгема та методу «теорії розмірностей», що дозволяє обробити отримані експериментальні дані у формі критеріального рівняння, при складанні якого була застосована наступна методика. Зважаючи на представлені фактори досліджуваного процесу та особливості його перебігу,

доцільно при розрахунку використати наступні критерії подібності: число Фруда Fr , як міра відношення сил інерції та ваги; число Ейлера Eu , як міра відношення сил тиску та швидкості напору; число Шервуда Sh , як міра відношення інтенсивності дифузійного потоків на межі розділення взаємодіючих фаз. На першому етапі розрахунку розкладаємо представлені вище параметри досліджуваного процесу за розмірностями у таблиці Д.1.

Таблиця Д.1 – Основні розрахункові параметри процесу кутерування

№ п/п	Найменування параметрів процесу	Розмірність
1	Густина продукції ρ , $кг/м^3$	$кг \cdot м^{-3}$
2	Гранична напруга зсуву τ , $Па$	$кг \cdot с^{-2} \cdot м^{-1}$
3	Коефіцієнт дифузії D , $м^2/с$	$м^2 \cdot с^{-1}$
4	Радіус робочих шнеків r , $м$	$м$
5	Кутова швидкість обертання робочих шнеків ω , $рад/с$	$с^{-1}$
6	Коефіцієнт масовіддачі у масі завантаження β , $м/с$	$м \cdot с^{-1}$
7	Прискорення вільного падіння g , $м/с^2$	$м \cdot с^{-2}$
8	Характерний розмір продукції після подрібнення ℓ , $м$	$м$

Представлені критерії подібності визначають всі основні фізико-механічні та реологічні фактори процесу, що досліджувався. Тому їх можна виразити через співвідношення представлені у табл. 1 параметрів наступним чином.

Критерій Фруда можна представити відношенням прискорення силового поля, що наводиться в процесі перемішування низькочастотними коливаннями, до прискорення вільного падіння:

$$Fr = \frac{a_B}{g} = \frac{r \times \omega^2}{g} \quad (1)$$

де $a_B = r \times \omega^2$ - прискорення силового поля.

Критерій Ейлера можна визначити за формулою:

$$Eu = \frac{P}{r \times S \times \omega^2} = \frac{t}{r \times r^2 \times \omega^2} \quad (2)$$

де P – опір середовища, Н; S – площа силової контактної дії, м²; $t = \frac{P}{S}$ – гранична напруга зсуву, Па; v – швидкість руху виконавчих органів фаршмішалки: $U = r \times \omega$

Критерій Шервуда Sh класично розраховується, як:

$$Sh = \beta \cdot \ell / D = \beta \cdot A / D \quad (3)$$

де ℓ – характерний розмір продукції після подрібнення, який приймаємо $\ell = 2 \text{ мм}$ за умов досліджуваного масообміну; D – коефіцієнт дифузії, який для фаршевих мас можна прийняти $D = 0,5 \cdot 10^{-9} \text{ м}^2/\text{с}$.

Коефіцієнт масовіддачі за досліджуваного процесу можна визначити за таким співвідношенням:

$$\beta = m / (t \cdot \Delta C \cdot S) = \tau / (t \cdot \Delta C \cdot g) \quad (4)$$

де t – час обробки одного завантаження продукції; $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ – прискорення вільного падіння.

При подальших дослідженнях використовуємо експериментальні дані для контрольних зразків, зокрема, граничну напругу зсуву; щільність фаршу $\rho_0 = 1100 \dots 1180 \text{ кг/м}^3$; коефіцієнт динамічної в'язкості; глибину проникнення конуса у масу продукції за дослідженнями процесу пенетрації.

При зміні концентрації основних домішок у сировині ΔC значно зростає гранична напруга зсуву, що приводить до істотного зростання щільності фаршу ρ (рис.4.12).

Для означених силових характеристик робимо припущення, що $\frac{\Delta \tau}{\tau} = \frac{\Delta g}{g} = \frac{\Delta \mu}{\mu}$, де $\Delta \tau$, Δg , $\Delta \mu$ – зростання відповідно показників процесу фаршеприготування при додаванні до фаршу досліджуваних інгредієнтів, тобто за зміни її концентрації у формі ΔC , що ілюстровано у таблиці Д.2.

Тоді за методом лінійної екстраполяції:

$$g_i = g_0 \left(1 + \frac{\Delta g}{g_i}\right) \quad (5)$$

Таблиця Д.2 – Вихідні дані для визначення силових характеристик досліджуваного процесу приготування фаршу

№ п/п	τ , Па	μ , Па · с	ΔC	t , с	Δh_i , мм	$\Delta \tau$, Па	$\frac{\Delta \tau}{\tau}$	$g \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$
1	300	850	0,04	420	0,5	80	0,26	1100
2	400	1020	0,06	420	0,7	120	0,3	1150
3	500	1100	0,08	420	0,9	200	0,4	1180

У розрахункових формулах відповідні величини Δh_i – є зменшення глибини занурення конуса за дослідженнями процесу пенетрації у трьох зразках продукції.

3. Складання критеріального рівняння процесу приготування фаршу

Враховуючи досить велику кількість факторів, що визначають процес, замінимо співвідношення між ними залежностями між представленими критеріями подібності. Для цього використовуємо матрицю розмірностей, яку складаємо за допомогою таблиці Д.3.

Таблиця Д.3 – Матриця розмірностей досліджуваного процесу перемішування інгредієнтів фаршу із сосисок

Параметри	ρ	D	ℓ	ω	τ	g	r	β
М, кг	1				1			1
L, м	-3	2	1		-1	1	1	
T, с		-1		-1	-2	-2		-1
Степеневі коефіцієнти	n	m	c	h	t	f	j	

У загальному вигляді співвідношення між представленими параметрами можна записати у вигляді функції:

$$\beta = f(\rho, D, r, \omega, \tau, \ell, g)$$

На основі складеної у таблиці 2 матриці розмірностей переписуємо представлену функцію у вигляді степеневого ряду:

$$\beta = K \cdot \rho^n \cdot D^m \cdot r^j \cdot \omega^h \cdot \tau^t \cdot g^f \cdot \ell^c \quad (6)$$

де K – постійний коефіцієнт.

Для представленого факторного простору число змінних 6 та кількість безрозмірних компонентів складає за π – теоремою $6 - 3 = 3$, тобто відповідає кількості обраних критеріїв подібності, зокрема, чисел Шервуда, Ейлера та Фруда.

Складену у таблиці 3 матрицю розмірностей відтворюємо у системі рівнянь для степеневих коефіцієнтів рівнянь масообміну (6):

$$n + t = 1 \quad (7)$$

$$-3n + 2m + c - t + f + j = 0 \quad (8)$$

$$-m - h - 2t - 2f = -1 \quad (9)$$

З рівняння (7) та (8) отримуємо наступні залежності:

$$-2n + 2m + c + f + j = 1 \quad (10)$$

$$\text{Із рівняння (7): } t = 1 - n \quad (11)$$

$$\text{Із рівняння (9): } h = 1 - m - 2t - 2f \quad (12)$$

$$\text{Із рівняння (10): } j = 1 + 2n - 2m - c - f \quad (13)$$

$$\text{Із рівняння (8): } f = 3n - 2m - c + t - j \quad (14)$$

$$\text{Враховуючи (7): } 2n = 2 - 2t \quad (15)$$

Використовуючи отримані рівняння (7) – (15), перетворюємо рівняння масообміну (6) досліджуваного процесу фаршеприготування послідовно у наступних виглядах.

$$\beta \cdot \ell / D = Sh = (\omega^2 \cdot r / g)^{-2m} \cdot \ell^{(c+1)} \cdot \omega^{(1+3m-2t-2f)} \cdot r^{(1+2n-c-f)} \cdot g^{(3n-c+t-j)} \cdot \rho^{(1-t)} \cdot D^{(m-1)} \cdot \tau^t \quad (16)$$

$$Sh = Fr^{-2m} \cdot [\tau / (\rho \cdot \omega^2 \cdot r^2)]^t \cdot \omega^{(1+3m-2f)} \cdot \rho \cdot r^{(3-c-f)} \cdot g^{(2n-c-j)} \cdot D^{(m-1)} \cdot \ell^{(c+1)} \quad (17)$$

$$Sh = Eu^t \cdot Fr^{(-2m-2f)} \cdot \omega^{(1+3m)} \cdot r^{(3-c)} \cdot g^{(2n-c-j-f)} \cdot D^{(m-1)} \cdot \ell^{(c+1)} \quad (18)$$

Враховуючи рівняння (16 - 18), отримуємо загальний вираз рівняння масообміну досліджуваного процесу набуває вигляду:

$$Sh = K \cdot Eu^t \cdot Fr^{(-2m-2f)} \quad (19)$$

$$\text{де } K = \omega^{(1+3m)} \cdot r^{(3-c)} \cdot g^{(2n-c-j-f)} \cdot D^{(m-1)} \cdot \ell^{(c+1)} \quad (20)$$

4. Графоаналітичний метод визначення степеневих коефіцієнтів

Для отримання вихідних даних при виконанні графоаналітичного аналізу досліджуваного процесу визначили значення вище представлених критеріїв подібності, параметрів при використанні експериментальних даних та результатів проведених обчислень (табл.2).

Використовуючи дані таблиці 4 та графоаналітичний метод дослідження степеневих функцій, побудували графік функції $Sh = f(Eu)$. Дана функція є лінійною, графік якої складає з віссю абсцис кут α (рис. Д.1). Тоді величина першого степеневого коефіцієнта становить:

$$t = \operatorname{tg} \alpha = 0,333 \quad (21)$$

Використовуючи попередню методику розрахунку побудували графік функції $\frac{Sh}{Eu^t} = f(Fr)$ при використанні даних з таблиці 5. З даного графіка знайшли кут γ (рис. Д.2) його нахилу до осі абсцис та визначили величину другого степеневого коефіцієнту:

$$-2m = \operatorname{tg} \gamma = 0,273 \text{ та } m = -0,1365 \quad (22)$$

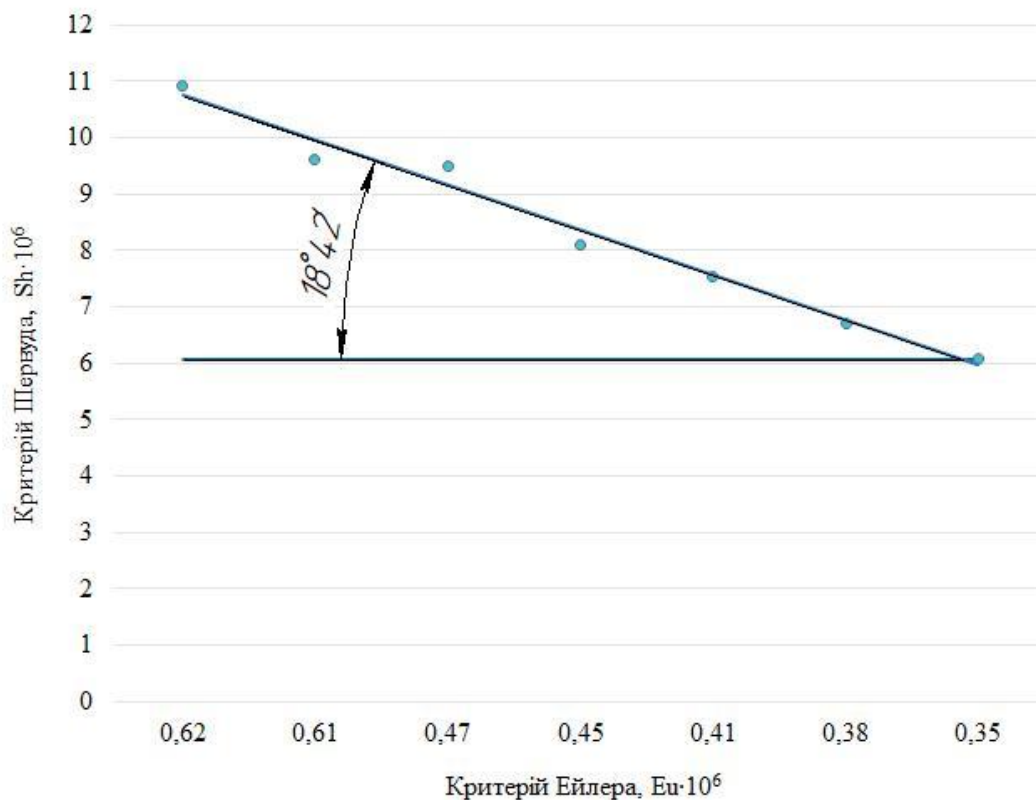


Рисунок Д.1 – Графік функції $Sh = f(Eu)$

Таблиця Д.4 – Вихідні дані для розрахунку досліджувного процесу

Характерний розмір продукції після подрібнення ℓ , 10^{-3} м	3	2,8	2,75	2,5	2,4	2,1	2,0
Кутова швидкість шнеків ω , рад/с	1,89	2,01	2,37	2,51	2,7	2,95	3,14
Критерій Фруда, $Fr \cdot 10^{-3}$	0,128	0,144	0,2	0,225	0,26	0,31	0,35
Гранична напруга зсуву τ , Па	300	340	370	400	420	480	500
Критерій Ейлера, $Eu \cdot 10^6$	0,62	0,61	0,47	0,45	0,41	0,38	0,35
Коефіцієнт масовіддачі у масі завантаження β , м/с)	1,82	1,72	1,73	1,62	1,57	1,6	1,52
Густина продукції ρ , кг/м ³	1100	1121	1137	1146	1151	1168	1180
Критерій Шервуда, $Sh \cdot 10^6$	10,92	9,63	9,51	8,1	7,54	6,72	6,08

Таблиця Д.5 – Розрахункові дані для визначення степеневих коефіцієнтів

Критерій Фруда, $Fr \cdot 10^{-3}$	0,128	0,144	0,2	0,225	0,26	0,31	0,35
Критерій Ейлера, $Eu \cdot 10^6$	0,62	0,61	0,47	0,45	0,41	0,38	0,35
Безрозмірний компонент, Eu^t	0,853	0,848	0,778	0,767	0,743	0,725	0,705
Безрозмірний компонент, Sh/Eu^t	12,803	11,352	12,227	10,566	10,145	9,273	8,623
Безрозмірний компонент, $Sh/(Eu^t \cdot Fr^{-2m})$	22,435	19,263	18,969	15,874	14,652	12,765	11,483
Безрозмірний компонент, $Sh/(Eu^t \cdot Fr^{-2m-2f})$	49,950	42,887	42,233	35,341	32,620	28,420	25,566

Безрозмірний компонент, Sh/Eu^t

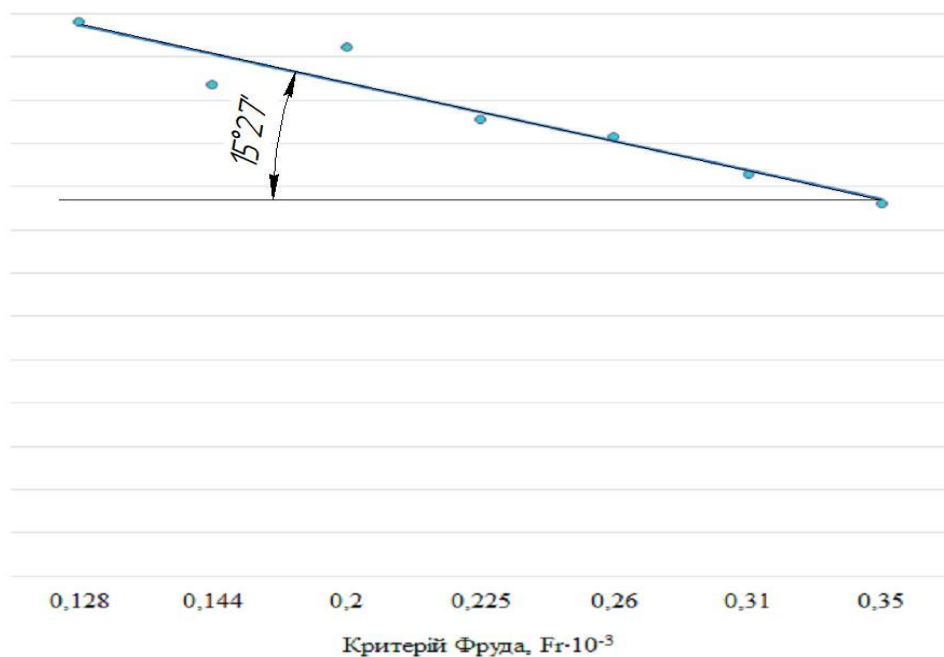


Рисунок Д.2 – Графік функції $\frac{Sh}{Eu^t} = f(Fr)$

Безрозмірний компонент, $Sh/(Eu^t \cdot Fr^{-2m})$

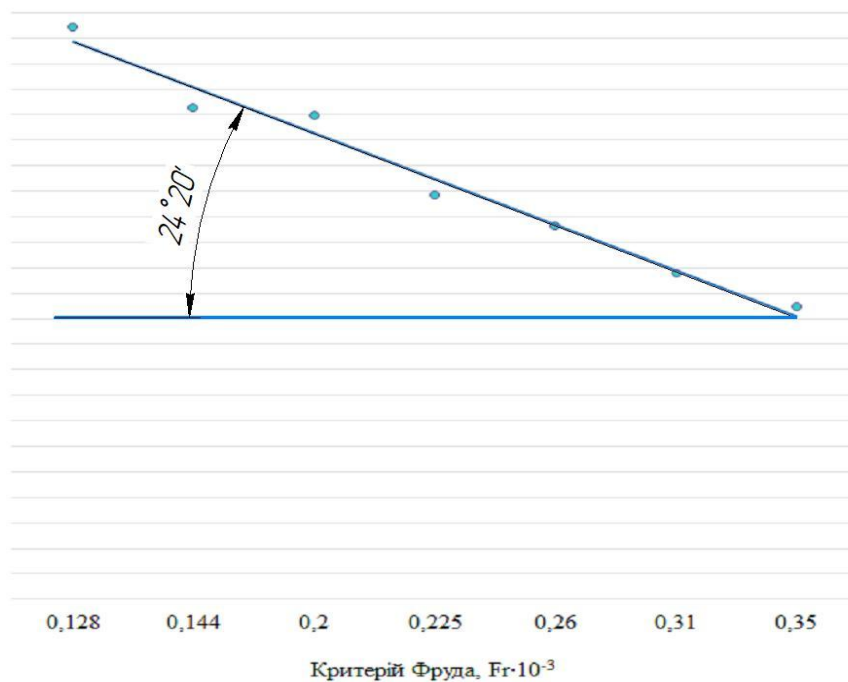


Рисунок Д.3 – Графік функції $\frac{Sh}{Eu^t Fr^{-2m}} = f(Fr)$

Далі побудували графік функції $\frac{Sh}{Eu^t Fr^{-2m}} = f(Fr)$ (рис. Д.3) та за допомогою даних з табл. Д.5 визначили кут φ .

$$-2f = \operatorname{tg} \varphi = 0,449 \quad (23)$$

Тоді $f = -0,2245$

Із рівняння (7) $n = 1 - t = 0,667$

Із рівняння (9) $h = 1 - m - 2t - 2f = 1 + 0,1365 - 0,667 + 0,449 = 0,9195$

Із рівняння (8) $-c - j = -3n + 2m - t + f = -3 \cdot 0,667 - 0,273 - 0,333 - 0,2245 = -2,8315$

Далі знайдемо необхідні залежності:

$$1 + 3m = 1 - 3 \cdot 0,1365 = 0,591$$

$$m - 1 = -1,1365$$

$$2n - c - j - f = 2 \cdot 0,667 - 2,883 + 0,2245 = -1,273$$

$$g^{(2n-c-j-f)} = g^{-1,273} = 1/9,81^{1,273} = 0,055$$

$$-2m - 2f = 0,273 + 0,449 = 0,772$$

Враховуючи залежності (16) та (17) критеріальне рівняння досліджуваного процесу приготування фаршу можна представити у вигляді:

$$Sh = 0,055 \cdot Eu^{0,333} \cdot Fr^{0,722} \cdot D^{-1,1365} \cdot \omega^{0,591} \cdot r^{(3-c)} \cdot \ell^{(c+1)} \quad (24)$$

Залежностями $r^{(3-c)} \cdot \ell^{(c+1)}$ можна зневажити через їх незначний вплив на досліджуваний процес фаршеприготування. Таким чином остаточно шукане критеріальне рівняння процесу приготування фаршу із заданими компонентами становить:

$$Sh = 0,055 \cdot Eu^{0,333} \cdot Fr^{0,722} \cdot D^{-1,1365} \cdot \omega^{0,591} \quad (25)$$

Представлені числа подібності показують як глибину проникнення коливального впливу силового поля всередині продукції, так і вплив зміни концентрації проєктованих компонентів у фаршу ΔC на величину коефіцієнту дифузії D та коефіцієнту масовіддачі у масі завантаження β . Необхідно відзначити доволі істотний вплив на досліджуваний процес параметра ω , що характеризує дію відцентрових сил при фаршеприготуванні. Використовуючи складене рівняння (25) та розроблену програму, знаходимо рекомендований ряд параметрів робочого режиму для процесу приготування фаршу в умовах відцентрового впливу на процес перемішування та дії означених факторів у реалізації розробленої технології з використанням добавки на основі білка молочної сироватки.

Із врахуванням всіх досліджуваних параметрів шукана залежність між ними набуває вигляду:

$$b = \frac{t}{t \times DC \times g} = \frac{0,055}{1} \frac{t}{\hat{e} r \times r^2 \times \omega^2} \frac{\hat{u}}{\hat{u}}^{0,333} \frac{\hat{e} r \times \omega^2}{\hat{e} g} \frac{\hat{u}}{\hat{u}}^{0,722} \times D^{-0,1365} \times \omega^{0,591}$$

ДОДАТОК Е

ПРИКЛАД МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ МАСАЖУВАННЯ ФАРШЕВОЇ МАСИ ТЕХНОЛОГІЇ ВИРОБНИЦТВА КОВБАС

У процесі дозрівання збагаченої функціональними інгредієнтами м'ясної сировини однією з основних проблем є прискорення дифузії компонентів розсолу та їх рівномірного розподілення по масі сировини. Для вирішення такої проблеми було застосовано вібраційне масажування у розробленій машині барабанного типу.

1. *Складання розрахункової схеми процесу масажування*

Досліджувана вібраційна машина є коливальною системою з двома ступенями вільності (рис. Е.1), яка приводиться в дію за допомогою привода, що передає валу з ексцентриковою віссю обертання постійний обертальний момент. Виконавчий механізм сприймає енергію від віброприводу машини та безпосередньо діє на продукцію, що обробляється. В якості даного механізму у вібромасажері виступає власне робочий контейнер, а об'єкт, що обробляється, складають м'ясопродукти у вигляді окремих шматків, соляний розчин та інші інгредієнти, що передбачені за технологією. При експлуатації машини крутний момент від двигуна перетворюється у вібраційний рух робочого контейнера, який передає коливання оброблюваному середовищі; а інерційні, пружні та дисипативні властивості технологічного завантаження виявляють вплив на рух робочого органа і опосередково – на елементи віброприводу, зокрема, на обертання приводного вала вібробуджувача.

Припускається, що момент сил опору між ексцентриком і контейнером 1 пропорційний до кутової швидкості обертання ексцентрика. За узагальнені координати приймаємо кут повороту ексцентрика j і кут повороту контейнера y . Для складання рівнянь руху віброустановки будемо використовувати рівняння Лагранжа другого роду:

$$\begin{aligned} A\ddot{j} + B\dot{y} &= M - b\ddot{j} + f(j, y) \\ B\ddot{j} + D\ddot{y} &= b\ddot{j} + g(j, y), \end{aligned} \tag{1}$$

де $A = m_1 l_1^2 + m_2 e^2 + M_K e^2 + J_1 + J_2$; $B = M_K e h_C$; $D = J_K + M_K h_C^2$; M_K – маса робочого контейнера; M – момент приводу; J_K – момент інерції контейнера; h_C – вертикальна складова центра мас контейнера; $f(j, y) = Q_j^K$; $g(j, y) = Q_y^K$ – консервативні складові узагальнених сил досліджуваної системи.

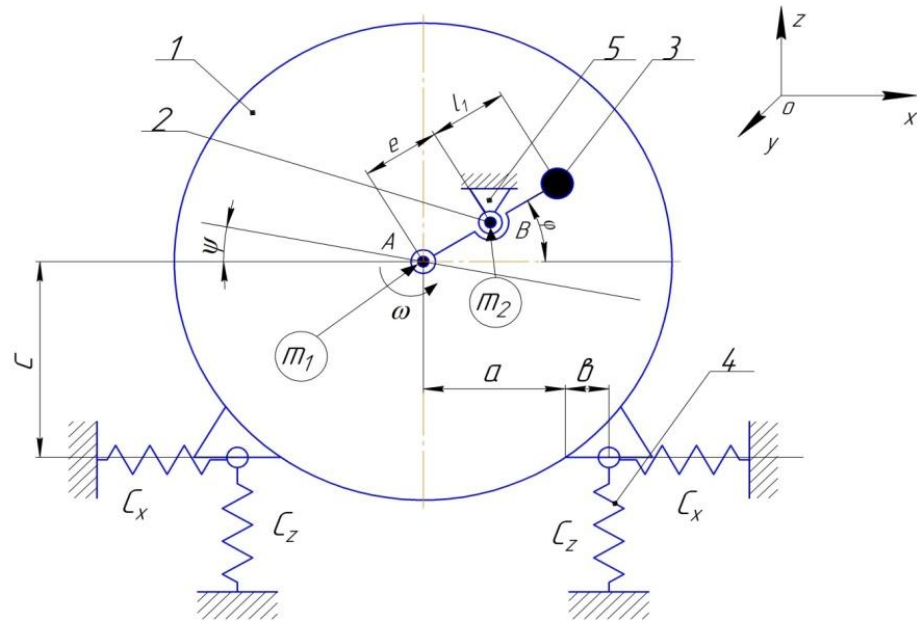


Рисунок Е.1 – Розрахункова схема розробленого вібромасажера:

1 – робочий контейнер барабанного типу; 2 – ексцентриковий приводний вал; 3 – противага; 4 – пружні елементи контейнера; 5 – опорний підшипниковий вузол; e – ексцентриситет приводного валу; l_1 – ординати противаги; m_1 , m_2 – основні маси віброустановки; φ , ψ – степені вільності машини; C_x , C_z – складові жорсткості пружних елементів відносно осей O_x , O_z ; ω – кутова швидкість обертання приводного валу

2. Складання рівнянь Лагранжа 2 роду

Відзначені вище консервативні складові узагальнених сил даної коливальної системи мають вигляд:

$$Q_j^k = \frac{\partial \Pi}{\partial j} = \frac{\partial}{\partial j} \left(m_1 g l_1 + m_2 g \frac{l_1}{2} - m_e g e - M_k g h_c \frac{\ddot{\theta}}{\theta} \sin j - 2 c_x (e \sin j + a \cos y - c \sin y + b \cos y) e \cos j - 2 c_y (a \sin y - e \cos j + c \cos y) e \sin j \right) \quad (2)$$

$$Q_y^k = - \frac{\partial \Pi}{\partial y} = - M_k g h_c \sin y + 2 c_x (e \sin j + a \cos y - c \sin y + b \cos y) \times (a \sin y - c \cos y + b \sin y) + 2 c_y (a \sin y - e \cos j + c \cos y) \times (a \sin y - a \cos y).$$

У результаті математичних перетворень при використанні формули Лагранжа рівняння руху т. А віброплатформи (рис.1) набуває вигляду:

$$\begin{aligned} x &= \frac{Pg \cos \omega t}{2G_2(\omega^2 - \omega_0^2)}(2 \cos \omega t - e^{\omega_0 t} - e^{-\omega_0 t}) + \frac{1}{2\omega_0^2}(2 - e^{\omega_0 t} - e^{-\omega_0 t}) \\ z &= \frac{Pg \cos \omega_0 t}{\omega_0 G_2(\omega^2 - \omega_0^2)} + \left(\frac{G_2}{C_z} - \frac{G_1}{\omega_0^2}\right) \cos \omega_0 t + \frac{G_1}{\omega_0^2} + \frac{Pg \sin \omega t}{G_2(\omega^2 - \omega_0^2)} \end{aligned} \quad (3)$$

де $P = (m_1 + m_2)g$ – маса рухомих частин віброприводу; $G_2 = m_2 g$; $G_1 = m_1 g$; ω та ω_0 – відповідно вимушена та вільна частота обертання; t – час обробки; C_z – жорсткість пружних елементів за напрямом осі z

Перші три члени цього рівняння описують власні коливання системи, четвертий – вимушені коливання.

3. Визначення залежностей для основних робочих параметрів процесу

Амплітуда робочих коливань виконавчих органів вібромасажера становить:

$$A_p = \frac{Pg}{G_2(\omega^2 - \omega_0^2)} \quad (4)$$

Рівняння руху робочого барабану за усталеного режиму експлуатації вібромасажера складає:

$$x = \frac{2Pg \cos^2 \omega t}{G_2(\omega^2 - \omega_0^2)} \quad (5)$$

$$z = \frac{Pg \sin \omega t}{G_2(\omega^2 - \omega_0^2)} \quad (6)$$

Тоді складові швидкості руху робочого контейнера набувають вигляду:

$$\vartheta_x = \dot{x} = \frac{2Pg \omega \sin 2\omega t}{G_2(\omega_0^2 - \omega^2)} \quad (7)$$

$$\vartheta_z = \dot{z} = \frac{Pg \omega \cos \omega t}{G_2(\omega^2 - \omega_0^2)} \quad (8)$$

Абсолютне значення швидкості руху робочого контейнера складає:

$$\vartheta_B = \sqrt{\vartheta_x^2 + \vartheta_z^2} = \frac{Pg \omega}{G_2(\omega^2 - \omega_0^2)} \sqrt{\cos^2 \omega t - 4 \sin^2 2\omega t} \quad (9)$$

Амплітуда коливань робочого контейнера становить:

$$A_p = \frac{Pg}{G_2(\omega^2 - \omega_0^2)} = \frac{m_1 e \omega^2}{m_2(\omega^2 - \omega_0^2)} \quad (10)$$

4. Обґрунтування параметрів робочого режиму при допомозі графоаналітичного аналізу методами імітаційного моделювання

Використовуючи формулу (10), будемо амплітудно-частотні характеристики досліджуваної коливальної системи. При цьому проводимо

варіацію відношення m_1/m_2 (рис. Е.2) за фіксованої величини ексцентриситету e приводного валу; а також амплітудно-частотні характеристики контейнера вібротримача при зміні ексцентриситету e при фіксованому відношенні m_1/m_2 (рис. Е.3). Очевидно, що до значення кутової швидкості $\omega = 28 \text{ рад/с}$ можна відзначити резонансний режим обробки, для якого притаманні складні витримання робочої амплітуди та частоти в умовах низькочастотних коливань контейнера із масою сировини, що обробляється. Далі до величини $\omega = 45-50 \text{ рад/с}$ спостерігається перехідний режим, після якого має місце зарезонансний. Останній характеризується сталістю робочої амплітуди, що сприяє значному зменшенню динамічних навантажень на опорні вузли.

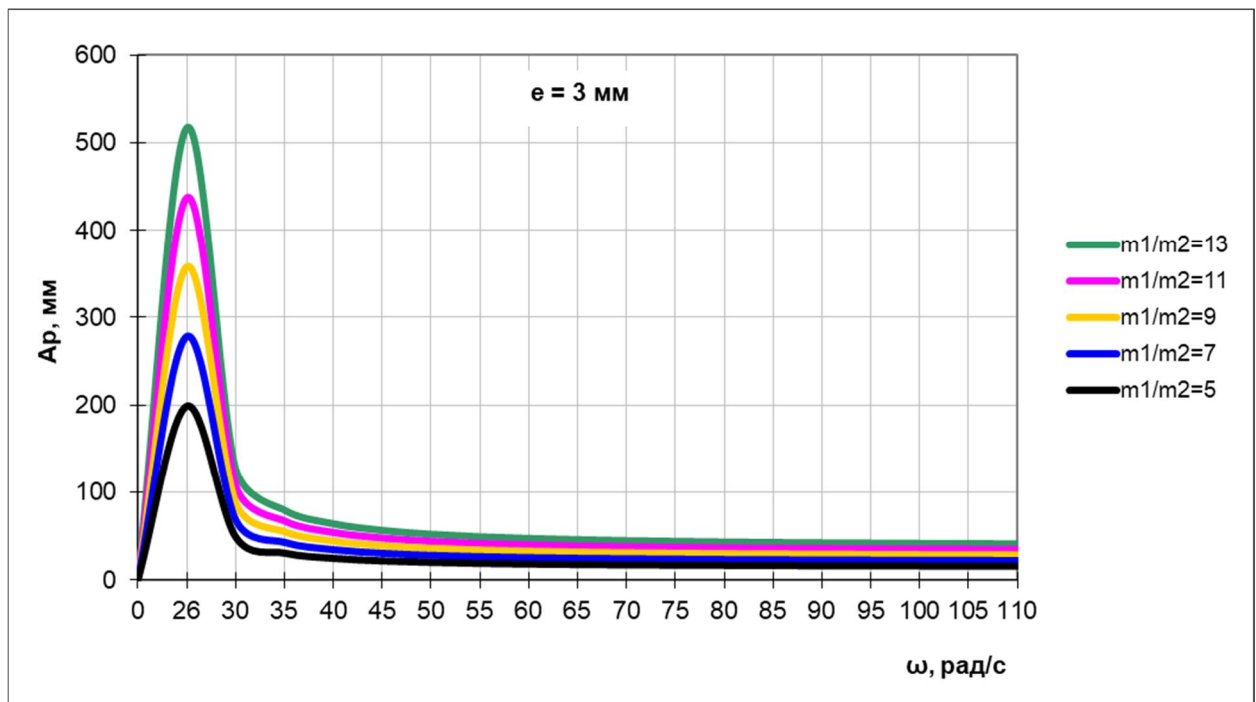


Рисунок Е.2 – Амплітудно-частотні характеристики досліджуваної коливальної системи при зміні відношення m_1/m_2 та сталої величини ексцентриситету e

Використовуючи формули (5), (6), будемо траєкторії горизонтального (рис. Е.4) та вертикального (рис. Е.5) руху центра мас робочого контейнера досліджуваної коливальної системи. При цьому проводимо варіацію відношення m_1/m_2 при сталій величині ексцентриситету $e = 2 \text{ мм}$.

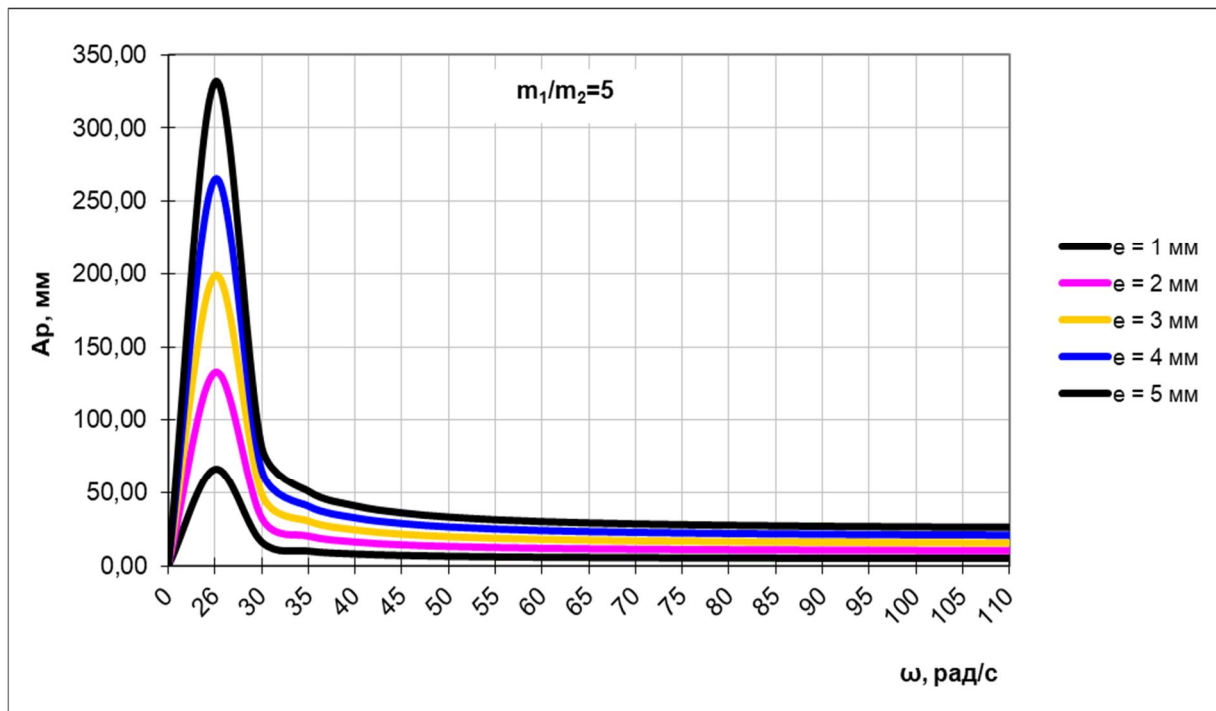


Рисунок Е.3 – Амплітудно-частотні характеристики досліджуваної коливальної системи при зміні величини ексцентриситету e та сталого відношення m_1 / m_2

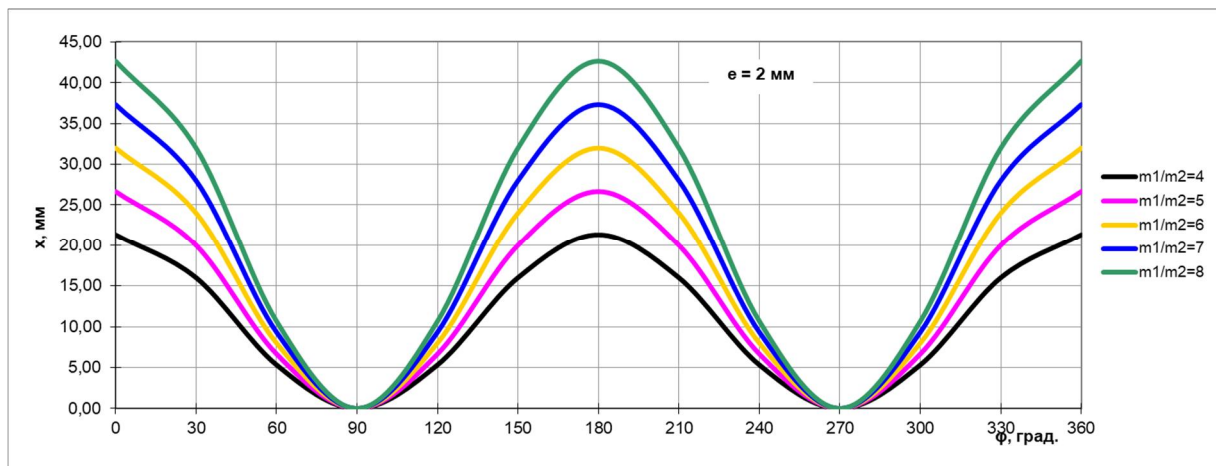


Рисунок Е.4 – Траєкторії горизонтального руху центра мас робочого контейнера досліджуваної коливальної системи при зміні відношення m_1 / m_2 та сталої величини ексцентриситету $e = 2$ мм

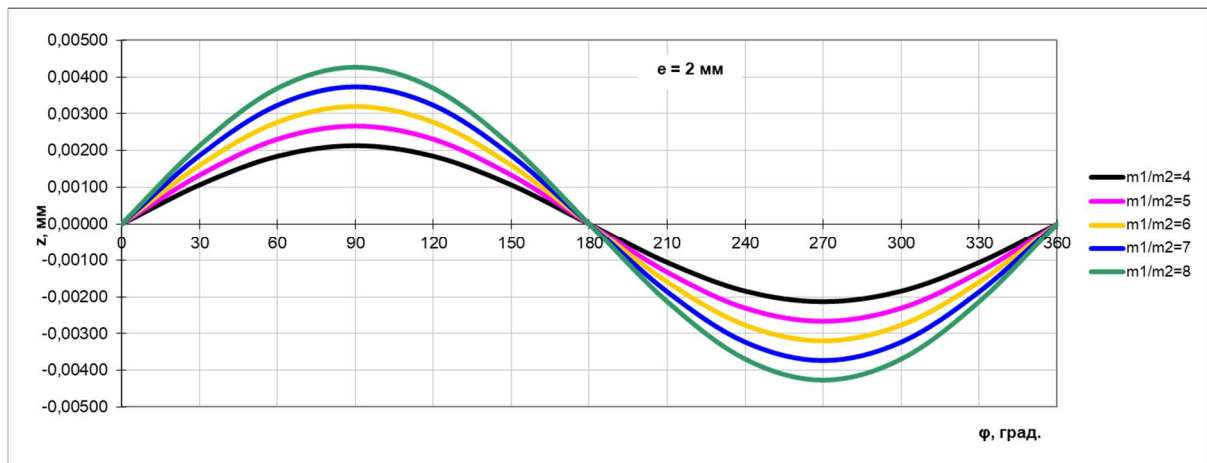


Рисунок Е.5 – Траєкторії вертикального руху центра мас робочого контейнера досліджуваної коливальної системи при зміні відношення m_1 / m_2 та сталої величини ексцентриситету $e = 2$ мм

Використовуючи формулу (7), (8) будемо швидкісні характеристики досліджуваної коливальної системи. При цьому проводимо варіацію відношення m_1 / m_2 (рис. Е.6) та припускаючи сталу величину ексцентриситету $e = 2$ мм.

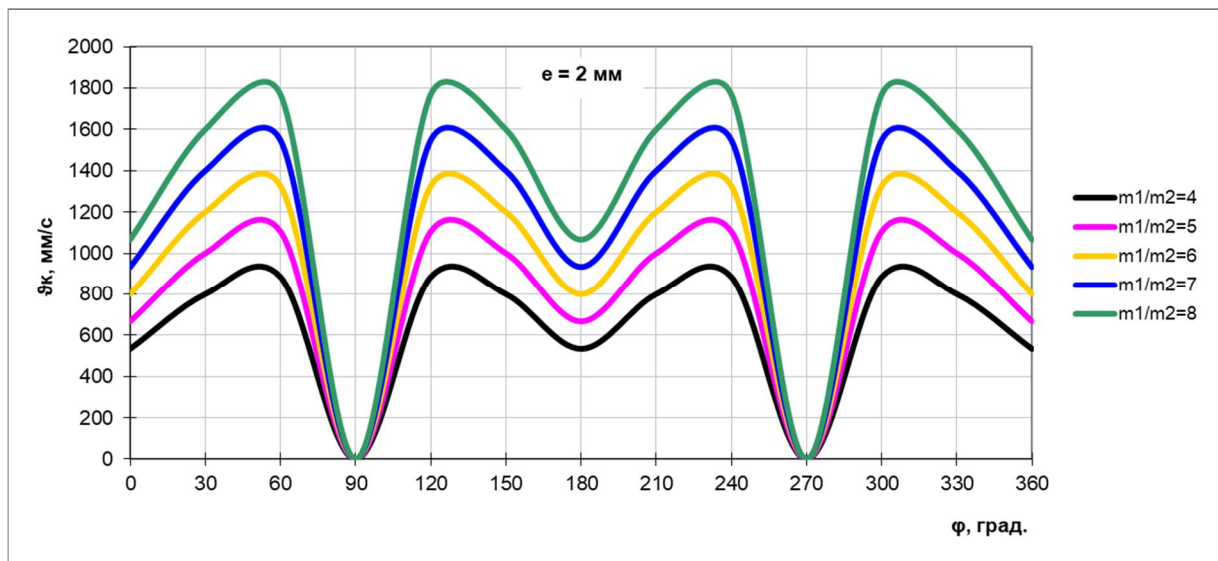


Рисунок Е.6 – Швидкісні характеристики руху центра мас робочого контейнера досліджуваної коливальної системи при зміні відношення m_1 / m_2 та сталої величини ексцентриситету $e = 2$ мм

Залежності кінематичних характеристик досліджуваної коливальної системи (рис.2 - 6) свідчать про те, що за величини кутової швидкості $\omega = 50$ рад/с спостерігається стабілізація робочого режиму обробки м'ясної продукції при значенні амплітуди коливальних $A = 6, 5$ мм. Тому при подальшому графоаналітичному дослідженні вважаємо, що робочими параметрами вібротерапевта є $\omega = \omega_p = 50$ рад/с та $A = A_p = 6, 5$ мм.

ДОДАТОК Ж

РОЗРОБКА МОДЕЛІ ЗМІНИ ЯКІСНИХ ХАРАКТЕРИСТИК М'ЯСНОЇ СИРОВИНИ ЗАЛЕЖНО ВІД ВМІСТУ НЕЗАМІННИХ АМІНОКИСЛОТ

1.Обробка вихідних даних для моделювання

Вихідні дані для моделювання використали за результатами експериментальних досліджень, що містяться у таблицях Ж.1 та Ж.2.

Таблиця Ж.1 – Вміст незамінних амінокислот у 100 г шинкових фаршів досліджуваного складу

Назва незамінної амінокислоти	Вміст незамінних амінокислот, г					
	яловичина, г.	свиняча шкірка, г.	соєвий текстурат	Еталонний білок	шинковий фарш	
					Рецепт 1	Рецепт 2
Треонін	1,091	0,610	3,137	3,4	0,844	0,957
Ізолейцин	1,100	0,616	4,253	2,8	0,851	1,020
Лейцин	2,035	1,088	6,783	6,6	1,574	1,831
Лізин	2,244	1,230	5,327	5,8	1,736	1,913
Метіонін	0,655	0,347	1,130	2,5	0,507	0,538
Цистин	0,260	0,008	1,046		0,197	0,240
Фенілаланін	0,953	0,547	4,593	6,3	0,738	0,930
Тирозин	0,869	0,454	3,222		0,671	0,798
Валін	1,168	0,737	4,098	3,5	0,906	1,064
Загалом	10,375	5,637	33,589	30,9	8,024	9,291

Таблиця Ж.2 – Вміст незамінних амінокислот у 100 г шинкових фаршів із наявністю жирової фракції

Назва незамінної амінокислоти	Вміст незамінних амінокислот, г				
	еталонний білок	Яловичина (75%); жир (6%)	Яловичина (70%); жир (6%)	Яловичина (75%); жир (20%)	Яловичина (70%); жир (20%)
Треонін	3,4	0,769	0,718	0,654	0,611

Ізолейцин	2,8	0,776	0,724	0,660	0,616
Лейцин	6,6	1,434	1,348	1,221	1,140
Лізин	5,8	1,582	1,476	1,346	1,257
Метіонін	2,5	0,644	0,603	0,549	0,513
Цистин	3,15				
Фенілаланін	3,15	1,285	1,199	1,094	1,020
Тирозин	1,75				
Валін	1,75	0,823	0,769	0,701	0,654
Загалом	30,9	-	-	-	-

Для досліджуваних параметрів якості використовували коефіцієнт

відповідності нормативам якості $k_{\text{вн}} = \frac{S_i}{S_n}$, який показує наскільки близько відповідає якість досліджуваних м'ясопродуктів еталонному білку за певного факторного простору, що визначають алгебраїчно при наближенні отриманого результату до одиниці або геометрично за асиметрією отриманої площі багатокутника відносно правильного. Правильний багатокутник відповідає саме характеристикам еталонного білка.

Для оцінювання частки (у %) простору поточних параметрів досліджуваних м'ясопродуктів у просторі показників еталонного білка

використовували відносний коефіцієнт спадання якості: $j_{\text{ся}} = \frac{|S_n - S_i|}{S_n} \times 100\%$.

Відносний коефіцієнт зростання якості $j_{\text{зя}} = \frac{|S_i - S_n|}{S_i} \times 100\%$ показує, яку частку (у %) складає простір еталонного білка відносно простору поточних показників якості досліджуваних м'ясопродуктів.

2. Розрахунок «факторних площ»

За результатами показаного вище математичного дослідження шукані моделі оцінювання якості для найбільш технологічно вдалого сорту продукції можна використовувати наступні алгоритми.

Величини плоских факторних просторів параметрів якості S_i визначали за визначеними усередненими показниками згідно експериментальних

досліджень певного сорту продукції. Використовуючи метод представлення багатокутника через сукупність трикутників, було отримано необхідні математичні алгоритми та складена програма для визначення шуканих площ неправильних багатокутників.

Основні характеристики еталонного білка, величини яких були прийняті за нормативні, представили у вигляді правильного багатокутника, площу S_n якого можна визначити за наступною методикою.

При визначенні площі S_n правильного багатокутника, що визначає факторний простір еталонного білка можна скористалися загально відомою формулою:

$$S_n = \frac{ma^2}{4tg \frac{\pi}{m}}$$

де m – кількість кутів або сторін багатокутника; a – величина сторони багатокутника, яку можна знайти через напівдіагональ R

Таблиця Ж.3 – Параметри якості яловичини за вмістом незамінних амінокислот

№ п/п	Вміст амінокислот, г/100г сировини	Дані для еталонного білку		Характеристики якості яловичини				
		AB	R, ум.од	CB	R _i , ум. од	S _i , ум. од ²	k _{вн}	φ _{яс} , %
1	Вміст треоніну	3,4	1,0	1,091	0,321	0,33	0,11	88,62
2	Вміст ізолейцину	2,8	1,0	1,100	0,393			
3	Вміст лейцину	6,6	1,0	2,035	0,308			
4	Вміст лізину	5,8	1,0	2,244	0,387			
5	Вміст метіоніну	1,25	1,0	0,655	0,524			
6	Вміст цистину	1,25	1,0	0,260	0,208			
7	Вміст фенілаланіну	3,15	1,0	0,953	0,303			
8	Вміст тирозину	3,15	1,0	0,869	0,276			
9	Вміст валіну	3,5	1,0	1,168	0,334			

Примітка: АВ – абсолютна величина оцінюваного параметру; $R = 1$ ум. од. – нормований показник; СВ – середня величина оцінюваного параметру; R_i – поточні параметри, що представлені в ум. од.; S_i – поле відповідного блоку параметрів, що визначається площею неправильного багатокутника (виділений синім кольором на рисунках моделей), ум. од.²; $k_{вн}$ – коефіцієнт відповідності нормативам якості; $\phi_{яс}$ – відносний коефіцієнт спадання якості, %.

3. Побудова моделей якості

Використовуючи розрахункові дані з таблиці 3, здійснюємо побудову геометричної моделі якості яловичини при порівнянні із еталонним білком за складом незамінних амінокислот

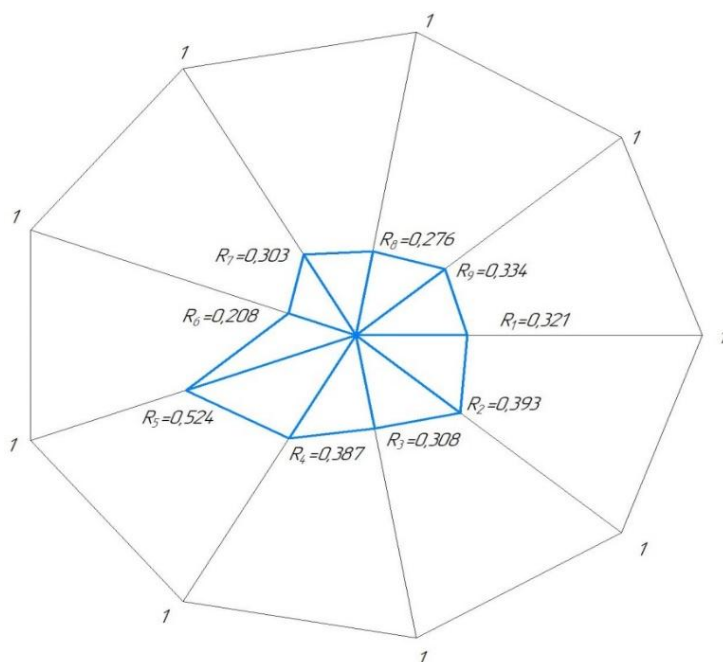


Рисунок Ж.1 – Модель якості яловичини при порівнянні із еталонним білком за складом незамінних амінокислот

Найближчим до параметру еталонного білка виявився вміст метіоніну у яловичині, що склав 52,4% від нормативного. При врахуванні вмісту 9 різновидів амінокислот сумарна оцінка параметрів яловичини склала всього 11% даного показника для еталонного білка. У результаті коефіцієнт спадання якості виявився рівним 88,62% (рис. Ж.1).

Аналогічно були побудовані математичні моделі для інших зразків м'ясної продукції.

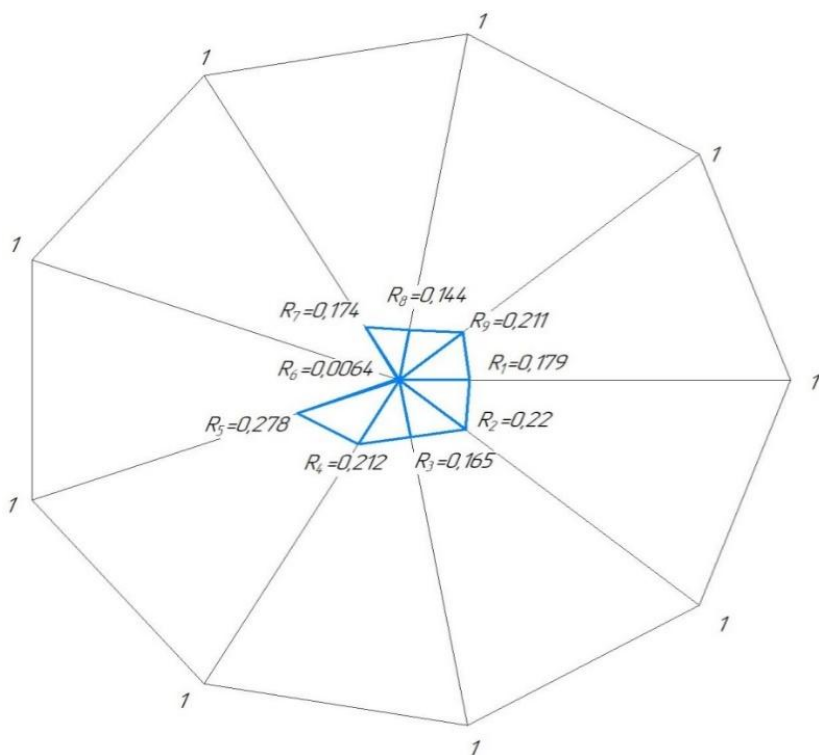


Рисунок Ж.2 – Модель якості свинячої шкірки при порівнянні із еталонним білком за складом незамінних амінокислот

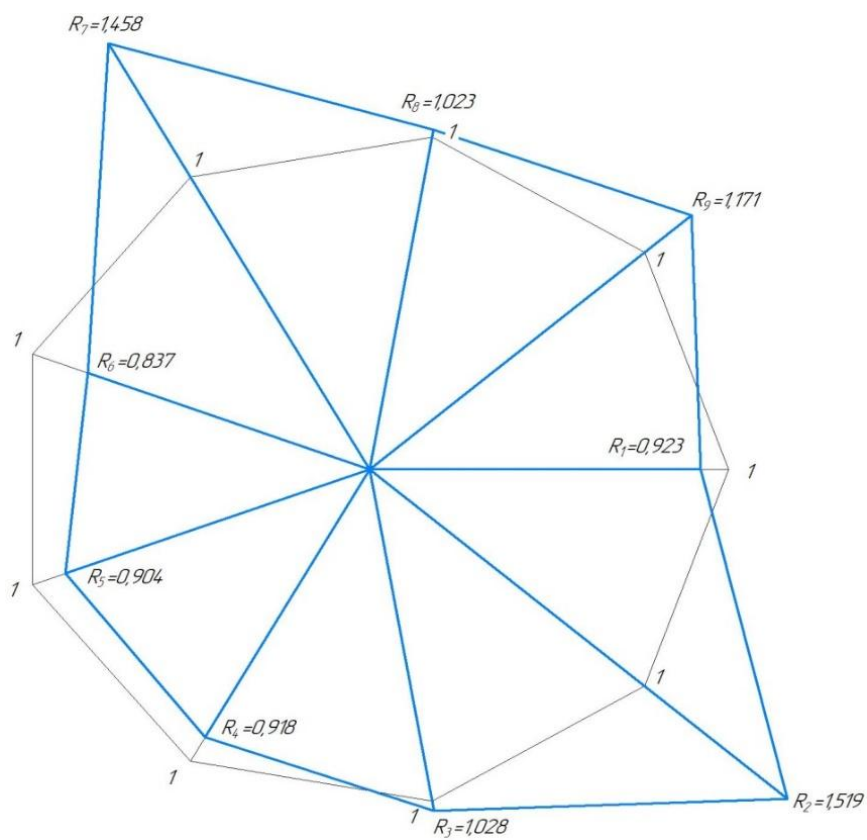


Рисунок Ж.3 – Модель якості соєвого текстурату при порівнянні із еталонним білком за складом незамінних амінокислот

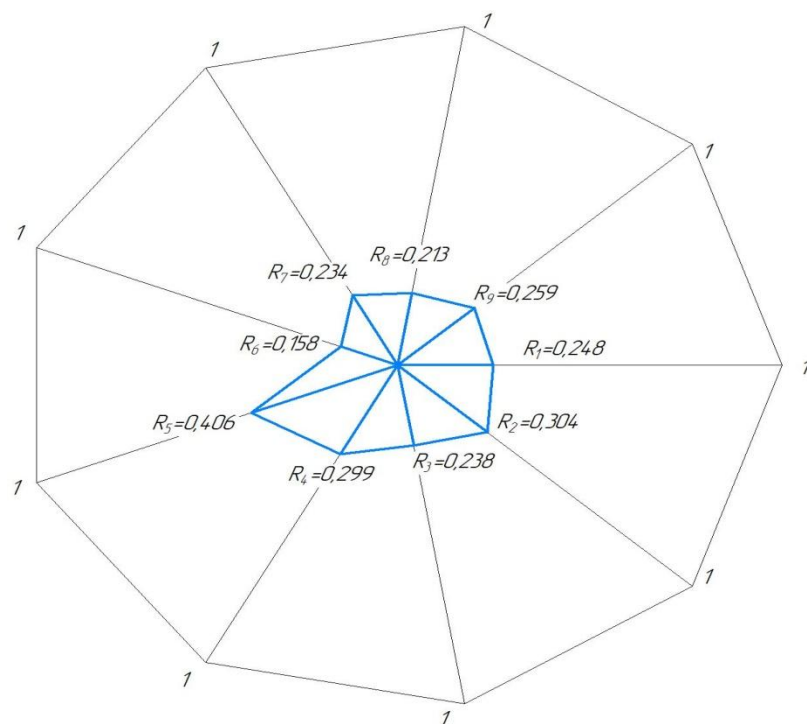


Рисунок Ж.4 – Модель якості 1 рецепту шинкового фаршу при порівнянні із еталонним білком за складом незамінних амінокислот

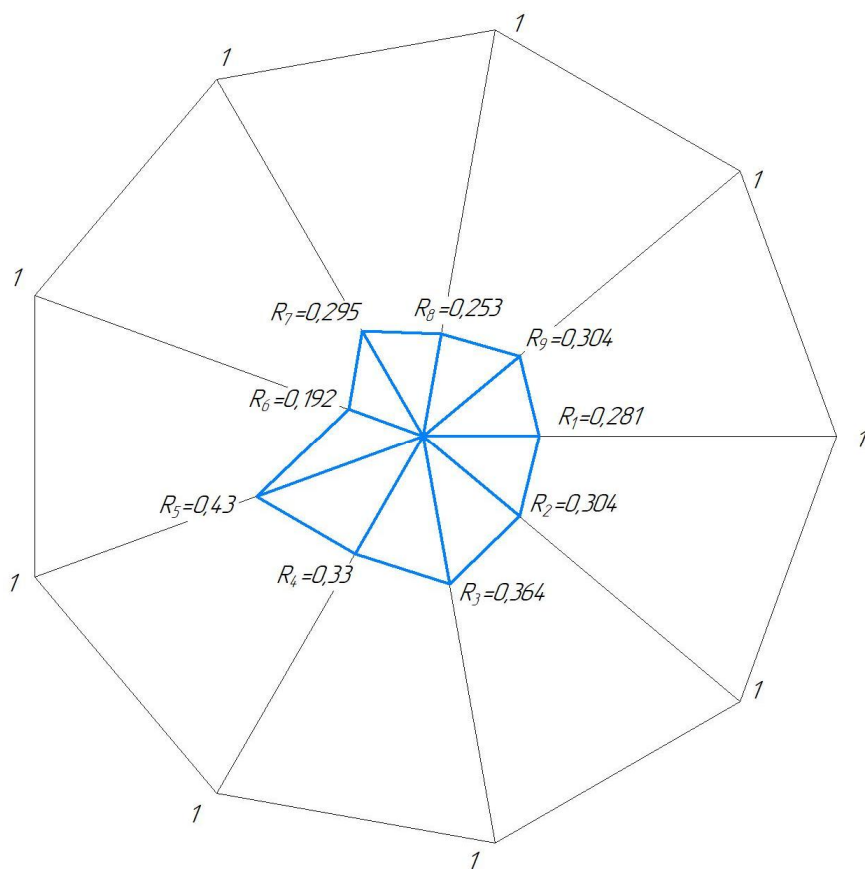


Рисунок Ж.5 – Модель якості 2 рецепту шинкового фаршу при порівнянні із еталонним білком за складом незамінних амінокислот

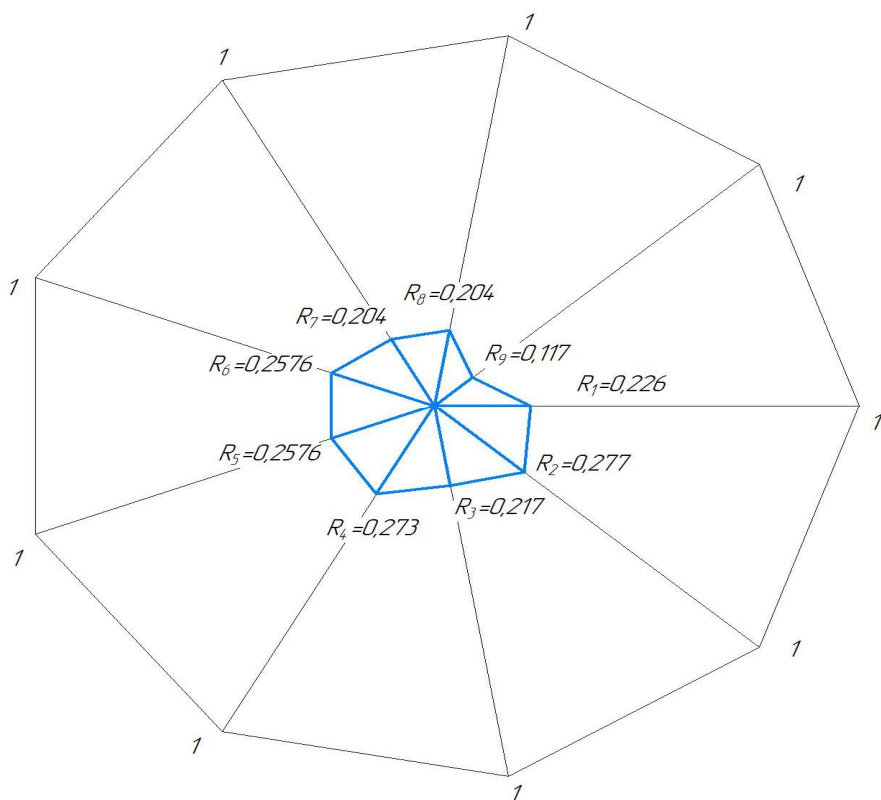


Рисунок Ж.6 – Модель якості шинкового фаршу, що містить у складі 75% яловичини та 6% жиру при порівнянні із еталонним білком за складом незамінних амінокислот

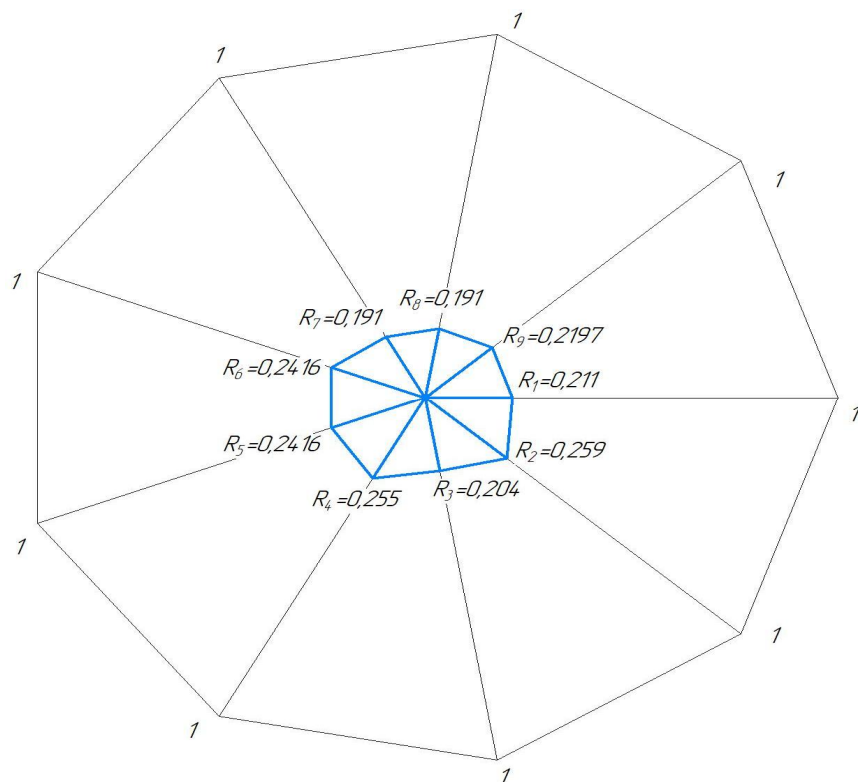


Рисунок Ж.7 – Модель якості шинкового фаршу, що містить у складі 75% яловичини та 6% жиру при порівнянні із еталонним білком за складом незамінних амінокислот

5. Порівняльний аналіз побудованих моделей якості

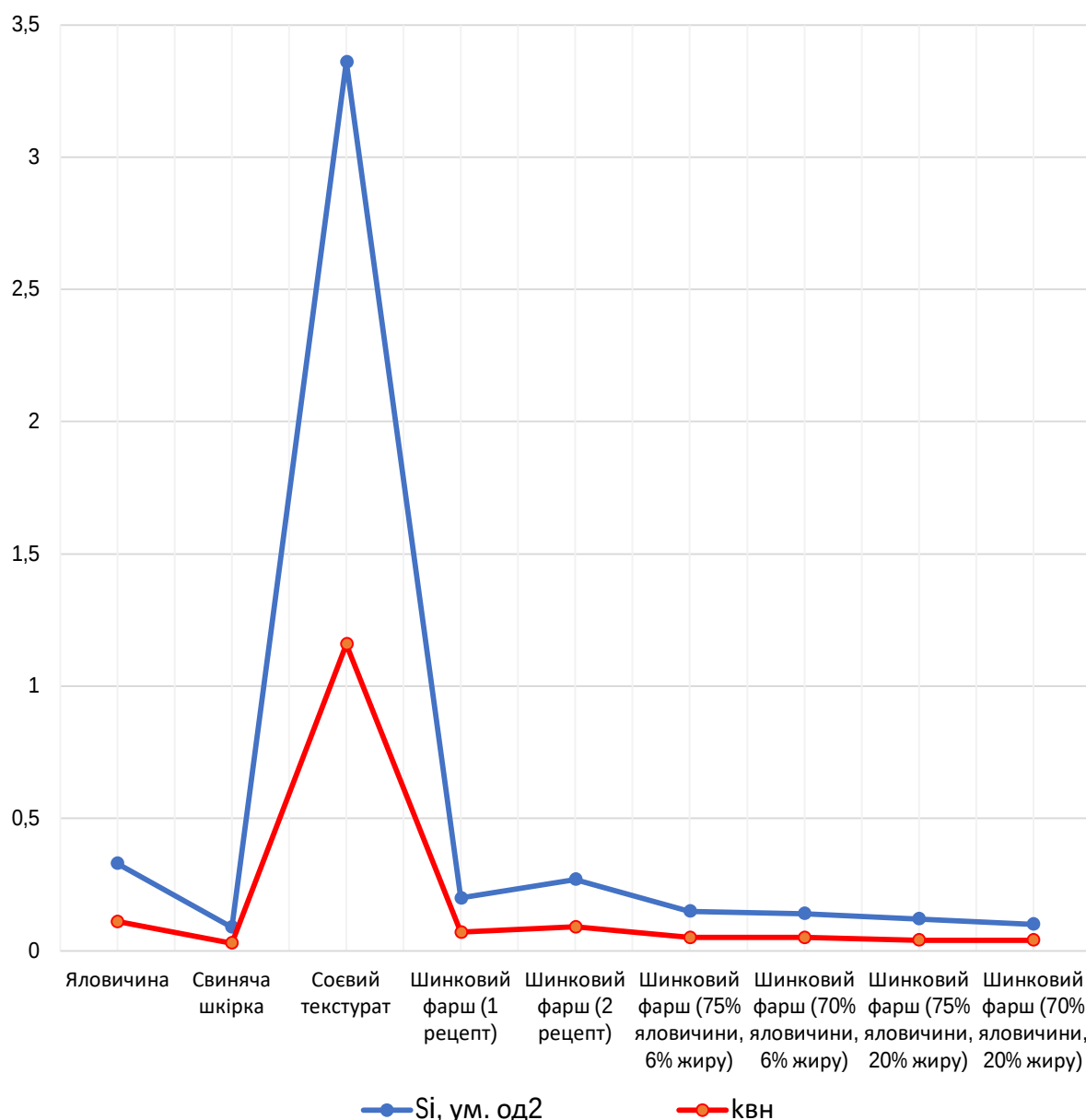


Рисунок Ж.8 – Порівняльний аналіз досліджуваних зразків м'ясопродуктів за загальним факторним простором поточних критеріїв оцінки

Максимально наближеним до еталонного білка за вмістом 9 різновидів незамінних амінокислот виявився соєвий текстурат та склав 1,16 нормативної величини. Серед зразків шинкових фаршів за даним показником найкращим виявився 2 рецепт шинкового фаршу, що становив 82% порівняно із яловичиною. Дану величину було підтверджено як за величиною коефіцієнту відповідності еталонному білку, так і за факторним простором всіх представлених параметрів оцінки.

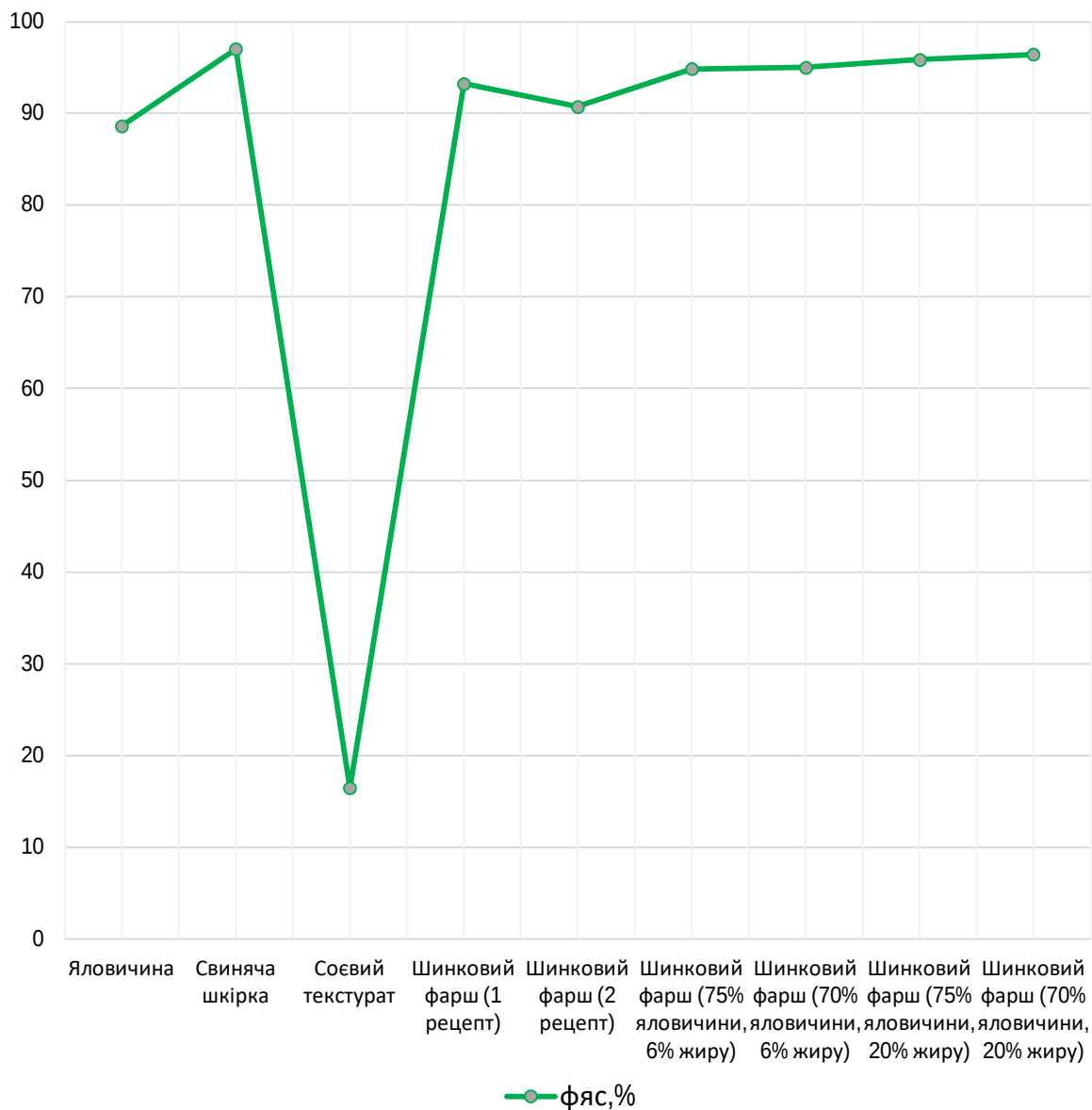


Рисунок Ж.9 – Порівняльний аналіз досліджуваних зразків м'ясопродуктів за критерієм спадання якості

Мінімальною величиною за величиною спадання якості порівняно із еталонним білком серед досліджуваних м'ясопродуктів виявився соєвий текстурат, що склав 16,49%. Серед зразків шинкових фаршів мінімальний коефіцієнт спадання якості з величиною 90,73% показав 2 рецепт шинкового фаршу. Даний параметр виявився на 2,11% більший за подібний параметр для яловичини.

Таким чином, за результатами математичного моделювання, використовуючи вміст незамінних амінокислот у зразках досліджуваних м'ясопродуктів та обраних критеріїв оцінки, серед шинкових фаршів найкращі результати були виявлені у 2 рецепту шинкового фаршу, показники якого були дуже близькі до яловичини.

Навчальне видання

*Зінов'єва Ольга Геннадіївна
Шаров Сергій Володимирович
Паламарчук Ігор Павлович*

ІМІТАЦІЙНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА МОДЕЛЮВАННЯ СИСТЕМ

Навчальний посібник

Друкується в авторській редакції

Електронне видання. Формат 60*84/16
Умовні друковані аркуші 11,8. Замовлення № 2365
Видано ФО-П Однорог Т.В. м. Запоріжжя; Тел. (098) 243 96 51

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до Державного реєстру видавців, виробників і розповсюджувачів видавничої продукції від 29.01.2013 р. серія ДК № 4477

