

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ТАВРІЙСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ АГРОТЕХНОЛОГІЧНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ДМИТРА МОТОРНОГО

Факультет енергетики та комп'ютерних технологій

Кафедра електротехніки і електромеханіки

імені В.В. Овчарова

ПОПОВА І.О., ВОВК О.Ю.

ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ЕЛЕКТРОТЕХНІКИ,
частина 3

ПРАКТИКУМ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ ЗДОБУВАЧІВ
ВИЩОЇ ОСВІТИ

Рекомендовано Вченою радою
факультету енергетики і комп'ютерних технологій
Таврійського державного агротехнологічного університету
імені Дмитра Моторного
як навчальне видання для підготовки здобувачів
ступеня вищої освіти «Бакалавр»

Запоріжжя, 2025

УДК 621.3.01 (075)

П58

Укладачі:

Попова І.О., Вовк О.Ю., доценти кафедри електротехніки і електромеханіки імені професора В.В. Овчарова Таврійського ДАТУ

*Дозвіл до впровадження та видання надано Вченою радою
факультету енергетики і комп'ютерних технологій
Таврійського державного агротехнологічного університету
імені Дмитра Моторного (протокол № 7 від « 10 » 04.2025 р.)*

Рецензенти:

Гулевський В.Б., к.т.н., доцент кафедри електропостачання і електротехнологій Таврійського ДАТУ.

Діордієв В.Т., д.т.н., професор кафедри електротехніки і електромеханіки імені професора В.В. Овчарова Таврійського ДАТУ.

Попова І.О., Вовк О.Ю.

П-58 Теоретичні основи електротехніки, частина 3: Практикум для самостійної роботи здобувачів вищої освіти зі спеціальності G3 «Електрична інженерія». Запоріжжя: ТДАТУ, 2025. 216 с.

У практикумі стисло викладений теоретичний матеріал з нелінійних кіл постійного і змінного струмів, магнітних кіл змінного струму, перехідних процесів в лінійних колах постійного та змінного струмів, про кола з розподіленими параметрами і електромагнітне коло та методи його аналізу. Наведені завдання для самостійної роботи здобувачів у вигляді парних таблиць: з запитаннями та правильними відповідями до кожного пункту тем теоретичного матеріалу, що вивчається згідно робочої програми.

Завдання для засвоєння теоретичного матеріалу розподілені на дві групи: завдання інформаційно-репродуктивного характеру, що спрямовані на розвинення розуміння і запам'ятовування головних моментів (понять, формул, визначень тощо) теоретичного матеріалу і завдання практично-стереотипного характеру, що передбачають розв'язання стереотипних задач, що дають можливість здобувачам засвоїти і закріпити навчальний матеріал. В практикумі наведений алгоритм самоперевірки отриманих результатів здобувачем. Практикум орієнтує здобувачів на активізацію їх самостійної пізнавальної діяльності при вивченні дисципліни.

© Попова І.О., Вовк О.Ю.

© Таврійський державний
агротехнологічний університет,
імені Дмитра Моторного, 2025 рік

ЗМІСТ

ВСТУП	5
Тема 13	
НЕЛІНІЙНІ КОЛА ПОСТІЙНОГО СТРУМУ	6
13.1 Нелінійні елементи	6
13.2 Розрахунок кіл при послідовному з'єднанні нелінійних елементів	13
13.3 Розрахунок кіл при паралельному з'єднанні нелінійних елементів	13
Тема 14	
ЛІНІЙНІ РОЗГАЛУЖЕНІ ЕЛЕКТРИЧНІ КОЛА ПОСТІЙНОГО СТРУМУ	23
14.1 Явище і закон електромагнетизму	23
14.2 Магнітне коло і її конструктивна схема.....	23
14.3 Аналогія між електричними і магнітними колами	32
14.4 Розрахункова схема магнітного кола	32
14.5 Закони магнітних кіл	32
Тема 15	
НЕРОЗГАЛУЖЕНІ ЕЛЕКТРИЧНІ КОЛА ЗМІННОГО СИНУСОЇДНОГО СТРУМУ	53
15.1 Загальні положення	53
15.2 Нелінійна індуктивність	53
15.3 Ідеальна котушка з феромагнітним осереддям у колі змінного струму	53
15.4 Втрати активної потужності на гістерезис	53
15.5 Втрати активної потужності на вихрові струми	53
15.6 Реальна котушка з феромагнітним осереддям у колі змінного струму. Ферорезонанс	66
15.7 Трансформатор з феромагнітним осереддям	88
15.8 Приведений трансформатор.....	88
15.9 Феромагнітний підсилювач.....	103
Тема 16	
ПЕРЕХІДНІ ПРОЦЕСИ В ЛІНІЙНИХ КОЛАХ	107
16.1 Причини виникнення перехідних процесів	107
16.2 Закони комутації	107

16.3 Класичний метод розрахунку	107
16.4 Підключення котушки до джерела постійної ЕРС	107
16.5 Коротке замикання котушки	107
16.6 Заряд конденсатора через резистор.....	120
16.7 Розряд конденсатора через резистор.....	120
16.8 Перехідний процес у колі з послідовно з'єднаними котушкою та конденсатором.....	132
16.9 Розряд конденсатора на котушку.....	132
16.10 Включення котушки при синусоїдній напрузі.....	148
16.11 Включення реального конденсатора при синусоїдній напрузі.....	156
16.12 Розрахунок перехідного процесу в розгалуженому колі	156
16.13 Перетворення Лапласа.....	167
16.14 Закони Ома і Кірхгофа в операторній формі.....	167
16.15 Теорема розкладання.....	167
16.16 Формула включення.....	167
Тема 17	
КОЛА З РОЗПОДІЛЕНИМИ ПАРАМЕТРАМИ	175
17.1 Загальні відомості про колах з розподіленими параметрами....	175
17.2 Диференціальні рівняння однорідних ліній	175
17.3 Сталий режим в однорідній лінії	175
17.4 Хвилі в лінії при сталому режимі	175
17.5 Лінія без спотворень	175
Тема 18	
АНАЛІЗ ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ СИНУСОЇДНОГО СТРУМУ	191
18.1 Основні параметри електростатичного поля.....	191
18.2 Електричне поле постійного струму в електропровідному середовищі та його основні параметри	191
18.3 Магнітне поле постійного струму. Зв'язок основних величин, що характеризують магнітне поле	191
18.4 Основні рівняння змінного електромагнітного поля.....	191
СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ	216

ВСТУП

Теоретичні основи електротехніки є базовою дисципліною для всіх електротехнічних дисциплін навчального плану спеціальності. Дисципліна забезпечує майбутніх фахівців знаннями основних фізичних явищ і законів, що супроводжують електромагнітні процеси в електротехнічних пристроях.

Практикум для самостійної роботи здобувачів складений таким чином, щоб здобувачі мали можливість самостійно вивчити курс теоретичних основ електротехніки (частина 3) за допомогою стисло викладеного теоретичного матеріалу з нелінійних кіл постійного і змінного струмів, магнітних кіл змінного струму, перехідних процесів в лінійних колах постійного та змінного струмів, про кола з розподіленими параметрами і електромагнітне коло та методи його аналізу та підручників [1-5], наданих у списку рекомендованої літератури. У практикумі наведені завдання для самостійної роботи здобувачів у вигляді парних таблиць: з запитаннями та правильними відповідями до кожного пункту тем теоретичного матеріалу, що вивчається згідно робочої програми. Завдання для засвоєння теоретичного матеріалу розподілені на дві групи: завдання інформаційно-репродуктивного характеру, що спрямовані на розвинення розуміння і запам'ятовування головних моментів (понять, формул, визначень тощо) теоретичного матеріалу і завдання практично-стереотипного характеру, що передбачають розв'язання стереотипних задач, що дають можливість здобувачам засвоїти і закріпити навчальний матеріал. В практикумі наведений алгоритм самоперевірки отриманих результатів здобувачем (тема 13, пункт 13.1).

Таким чином, практикум для самостійної роботи сприяє самостійній пізнавальній діяльності здобувачів на рівнях: знань, умінь і творчого мислення, забезпечуючи вивчення і осмислення теоретичного матеріалу дисципліни ТОЕ, ч.3.

ТЕМА 13

НЕЛІНІЙНІ КОЛА ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

САМОСТІЙНА РОБОТА З ПУНКТУ

13.1 Нелінійні елементи

1. Прочитати та постаратись зрозуміти теоретичний матеріал з пункту 13.1 [1-3, 5].
2. Виконати завдання для засвоєння теоретичного матеріалу у таблиці 13.1.
3. Виконати тести на освітньому порталі ТДАТУ до пункту 13.1.

СТИСЛЕ ВИКЛАДЕННЯ ТЕОРЕТИЧНОГО МАТЕРІАЛУ

Нелінійний елемент – це елемент, в якому параметри (електричний опір, індуктивність, ємність) залежать від значень або від напрямку струмів і напруги. Електричне **коло вважається нелінійним**, якщо в своєму складі має хоча б один нелінійний елемент з нелінійною вольт-амперною характеристикою (ВАХ).

Нелінійними електричними колами є кола, які мають хоча б один нелінійний елемент.

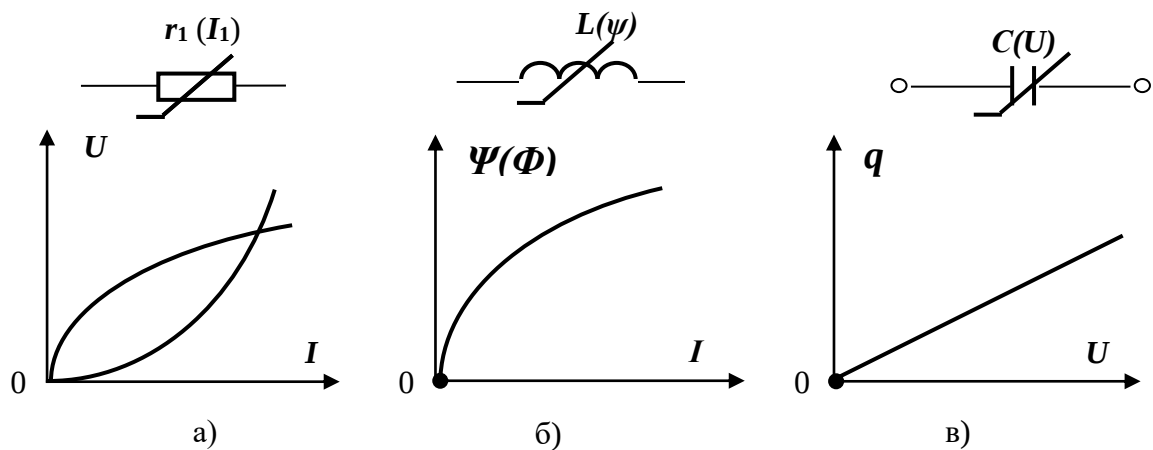
Нелінійні елементи можуть бути класифіковані за різними ознаками, наприклад: в залежності від здібності **розсіювати або накопичувати електричну енергію** у вигляді тепла, магнітної та електричної енергії, при цьому розрізняють нелінійний резистор, нелінійну індуктивну котушку і нелінійний конденсатор; в залежності від наявності керуючого сигналу струму або напруги, що додатково впливають на елементи; в залежності від виду **ВАХ відносно початку координат** та інші.

Характеристики нелінійних елементів отримують експериментально, задаються графіками, таблицями, або приблизними аналітичними рівняннями.

Вони представляють собою відповідно нелінійні залежності:

- струму від напруги – $I = f(U)$ (**вольт-амперна характеристика**),
- потокозчеплення або магнітного потоку від струму – $\psi, \Phi = f(I)$ (**вебер-амперна характеристика**),
- електричного заряду від напруги – $q = f(U)$ – (**кулон-вольтна характеристика**) нелінійного конденсатора.

Вольт-амперна, вебер-амперна та кулон-вольтна характеристики нелінійних елементів мають вигляд кривих (рисунок 13.1), аналіз елементів в залежності від здібності розсіювати або накопичувати електричну енергію наданий у таблиці 13.1.



а) нелінійний резистор, (б) нелінійна індуктивність,
(в) нелінійна ємність.

Рисунок 13.1 –Графіки характеристик нелінійних елементів

Таблиця 13.1 Класифікація нелінійних елементів в залежності від здібності розсіювати або накопичувати електричну енергію

Резистивний нелінійний елемент	Індуктивний нелінійний елемент	Ємнісний нелінійний елемент
Теплова енергія	Енергія магнітного поля	Енергія електричного поля
$R = \rho \cdot \frac{l}{S}$ ρ – питомий опір, Ом·м	$L = \frac{w^2 \cdot \mu_c \cdot S}{l}$ μ_c - магнітна проникність, Гн/м	$C = \frac{\epsilon_c \cdot S}{d}$ ϵ_c - діелектрична проникність середовища, Ф/м
$I = f(U)$ вольт-амперна характеристика, ВАХ	$\Psi = \Phi \cdot w = L \cdot I;$ $L = \frac{\Psi}{I}.$ $\psi, \Phi = f(I)$ вебер-амперна характеристика	$C = \frac{q}{U}; q = C \cdot U.$ $q = f(U)$ кулон-вольтна характеристика
позистори, термістори	котушка з феромагнітним осердям	варикапи, вариконди

Властивості нелінійного елемента можуть бути охарактеризовані його ВАХ, або залежностями його **статичного** і **динамічного (диференціального)** опорів від струму (напруги) [1-4].

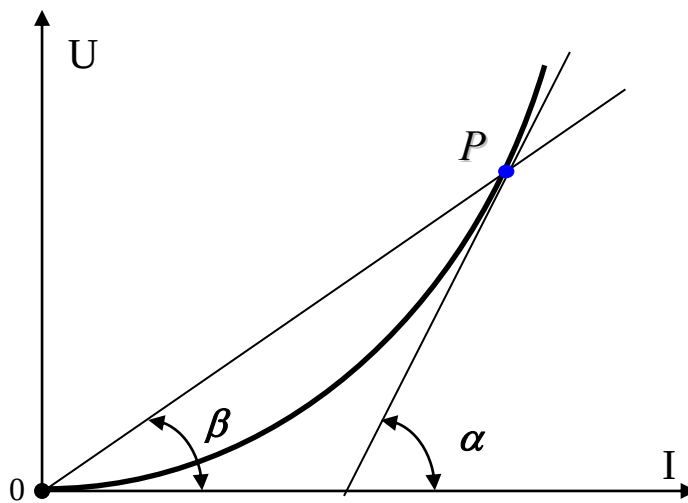


Рисунок 13.2 – ВАХ нелінійного елементу

Тобто, робоча точка ***P*** на ВАХ нелінійного елемента характеризується **статичним і динамічним (диференціальним) опорами**. Під **динамічним (диференціальним) опором** розуміють скалярну величину, яка дорівнює межі відношення приросту напруги на нелінійному елементі до приросту струму в ньому, коли приріст струму прагне до нуля.

$$r_{\text{д}} = \lim_{\Delta I \rightarrow 0} \frac{\Delta U}{\Delta I} = \frac{dU}{dI} . \quad (13.1)$$

Динамічний опір нелінійного елемента можна визначити графоаналітичним способом, для чого необхідно в робочій точці ***P*** провести дотичну (рисунок 13.2), яка утворює з віссю струму кут α . Значення динамічного опору визначають за рівнянням

$$r_{\text{д}} = m_{\text{т}} \operatorname{tg} \alpha , \quad (13.2)$$

де $r_{\text{д}}$ – динамічний опір нелінійного елемента, Ом;

$m_{\text{т}}$ – масштаб опору, Ом/мм.

Динамічний опір пропорційний тангенсу кута α між **дотичною** до ВАХ в точці ***P*** і **віссю струму**. Динамічний опір визначає крутизну ВАХ у кожній її точці.

Під **статичним опором** розуміють величину, яка дорівнює відношенню постійної напруги на нелінійному елементі до постійного струму в ньому у робочій точці.

$$r_c = \frac{U}{I} \cdot m_r \operatorname{tg} \beta \quad (13.3)$$

де r_c – статичний опір нелінійного елементу, Ом.

Для визначення статичного опору графоаналітичним методом необхідно з'єднати робочу точку P з початком координат лінією (рисунок 13.2), яка утворює з віссю струму кут β . Значення статичного опору визначають за рівнянням

$$r_c = m_r \operatorname{tg} \beta. \quad (13.4)$$

З рисунку 13.2 видно, що статичний опір пропорційний тангенсу кута β між прямою, що з'єднує робочу точку M з початком координат, і віссю струму

ЗАВДАННЯ ДЛЯ ЗАСВОЄННЯ ТЕОРЕТИЧНОГО МАТЕРІАЛУ

Завдання для засвоєння теоретичного матеріалу розподілені на дві групи: завдання інформаційно-репродуктивного характеру і завдання практично-стереотипного характеру.

Перед виконанням завдань здобувач вищої освіти у звичайному зошиті, який він завів, має записати назву теми, яку він вивчає, а потім приступати до виконання завдань.

Завдання інформаційно-репродуктивного характеру спрямовані на розвинення розуміння і запам'ятовування головних моментів теоретичного матеріалу (понять, формул, визначень тощо). Вони виконані у табличній формі (у вигляді парних таблиць). Наприклад, у таблиці 13.1 наводяться запитання, а у таблиці 13.1а наводяться відповіді на них.

При виконанні завдань інформаційно-репродуктивного характеру здобувач вищої освіти у заведеному зошиті записує «Т.13.1», а нижче проставляє номери запитань з таблиці 13.1. Потім читає запитання у таблиці 13.1 і шукає на нього вірну відповідь у таблиці 13.1а. Знайшовши відповідь, записує її номер біля номеру запитання. Наприклад, у такій формі: «1 – 5». І так поступає зі всіма запитаннями і відповідями двох парних таблиць. По завершенні виконання завдань інформаційно-репродуктивного характеру з однієї пари таблиць здобувач вищої освіти виконує самоперевірку. Для цього спочатку додає між собою номери відповідей на непарні запитання, а потім додає між собою номери відповідей на парні запитання. Після цього віднімає від першої суми другу. Отримане число порівнюється з тим, що приведено під таблицею з запитаннями (тобто з тим, що вказано після $\Sigma_{\text{непарних}} - \Sigma_{\text{парних}} = \dots$). Якщо числа збіглися, то відповіді надані вірно.

Завдання практично-стереотипного характеру спрямовані на розвинення вмінь із застосування головних моментів теоретичного матеріалу для розв'язання задач. Вони виконані у табличній формі (у вигляді парних

таблиць). Наприклад, у таблиці 13.3 наводяться задачі, а у таблиці 13.3а наводяться відповіді на них.

При виконанні завдань практично-стереотипного характеру здобувач вищої освіти у заведеному зошиті записує «Т.13.3», нижче записує номер задачі. Поруч з ним – стисло умову задачі (наприклад, $\operatorname{tg} 45^\circ = \dots$ і так далі), потім записує формулу для розрахунку шуканої величини, підставляє у неї відомі значення і знаходить результат. Після цього порівнює отримане значення з відповідями у таблиці 13.3а. Знайшовши вірну відповідь, поруч з отриманим значенням записує у дужках її номер. І так поступає зі всіма задачами двох парних таблиць. По завершенні виконання завдань практично-стереотипного характеру з однієї пари таблиць здобувач вищої освіти виконує самоперевірку. Для цього спочатку додає між собою номери відповідей на непарні задачі, а потім додає між собою номери відповідей на парні задачі. Після цього віднімає від першої суми другу. Отримане число порівнюється з тим, що приведено під таблицею з задачами (тобто з тим, що вказано після $\Sigma_{\text{непарних}} - \Sigma_{\text{парних}} = \dots$). Якщо числа збіглись, то відповіді знайдені вірно.

Завдання інформаційно-репродуктивного характеру

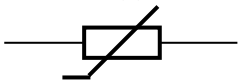
Таблиця 13.1

Номер питання, завдання	Питання, завдання	Номер правильної відповіді
1.	Які елементи електричного кола називаються нелінійними?	
2.	Який вид мають вольт-амперні характеристики нелінійних елементів?	
3.	Якими опорами характеризується робоча точка на вольт-амперній характеристиці нелінійного елемента електричного кола постійного струму?	
4.	Запишіть математичне рівняння для визначення динамічного опору в робочій точці вольт-амперної характеристики нелінійного елемента?	
5.	Запишіть математичне рівняння для визначення статичного опору в робочій точці вольт-амперної характеристики нелінійного елемента?	
6.	Як зобразити на розрахунковій схемі ділянку кола з нелінійним елементом?	

Номер питання, завдання	Питання, завдання	Номер правильної відповіді
7.	Запишіть алгоритм визначення динамічного опору нелінійного резистора графоаналітичним методом, якщо задано таблично його вольт-амперну характеристику й значення сили струму.	
8.	Запишіть алгоритм визначення статичного опору нелінійного резистора графо-аналітичним методом, якщо задано таблично його вольт-амперну характеристику й значення сили струму.	

У разі вірного виконання завдання $\Sigma_{\text{непарних}} - \Sigma_{\text{парних}} = 8$.

Таблиця 13.1а

Номер відповіді	Відповіді
1	- вибираємо масштаби напруги і сили струму; - будуємо вольт-амперну характеристику нелінійного резистора за даними таблиці; - на вольт-амперній характеристиці позначаємо робочу точку при заданому значенні сили струму; - проводимо дотичну в робочій точці до перетинання з віссю абсцис (віссю сили струму); - вимірюємо величину кута між віссю абсцис і дотичною; - визначаємо масштаб опору; - визначаємо величину динамічного опору нелінійного резистора в заданій робочій точці.
2	$R_o = \frac{dU}{dI} = m_r \cdot \operatorname{tg} \alpha .$
3	$r(I)$ 
4	Кривих ліній.

Номер відповіді	Відповіді
1	- вибираємо масштаби напруги і сили струму; - будуємо вольт-амперну характеристику нелінійного резистора за даними таблиці; - на вольт-амперній характеристиці позначаємо робочу точку при заданому значенні сили струму; - проводимо дотичну в робочій точці до перетинання з віссю абсцис (віссю сили струму); - вимірюємо величину кута між віссю абсцис і дотичною; - визначаємо масштаб опору; - визначаємо величину динамічного опору нелінійного резистора в заданій робочій точці.
5	- вибираємо масштаби напруги і сили струму; - будуємо вольт-амперну характеристику нелінійного резистора за даними таблиці; - на вольт-амперній характеристиці позначаємо робочу точку при заданому значенні сили струму; - проводимо пряму, що з'єднує робочу точку з початком координат; - вимірюємо величину кута між віссю абсцис і цій прямій; - визначаємо масштаб опору; - визначаємо величину статичного опору нелінійного резистора в заданій робочій точці.
6	Динамічним і статичним опорами.
7	Елементи електричного кола, параметри яких змінюються при зміні сили струму.
8	$R_c = m_r \cdot \operatorname{tg} \beta$.

САМОСТІЙНА РОБОТА З ПУНКТИВ

13.2 Розрахунок кіл при послідовному з'єднанні нелінійних елементів

13.3 Розрахунок кіл при паралельному з'єднанні нелінійних елементів

1. Прочитати та постаратись зрозуміти теоретичний матеріал з пунктів 13.2, 13.3 [1-3, 5, 8].
2. Виконати завдання для засвоєння теоретичного матеріалу у таблицях 13.2, 13.3.
3. Виконати тести на освітньому порталі ТДАТУ до пунктів 13.2, 13.3.

СТИСЛЕ ВИКЛАДЕННЯ ТЕОРЕТИЧНОГО МАТЕРІАЛУ

Розрахунок нелінійних кіл при **послідовному** з'єднанні (рисунок 13.3) здійснюється за наступним алгоритмом.

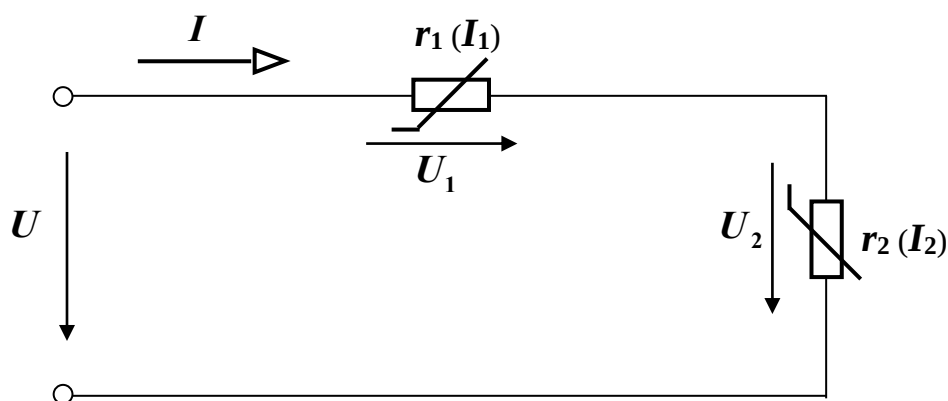


Рисунок 13.3 – Розрахункова схема послідовно з'єднаних нелінійних елементів $r_1(I_1)$ і $r_2(I_2)$

Дано: ВАХ нелінійних елементів $I_1(U_1)$ та $I_2(U_2)$; напруга на затискачах електричного кола U .

Визначити: ВАХ кола $I(U_{\text{посл}})$; струм I , напруги U_1, U_2

Алгоритм розрахунку

1. Будуються ВАХ елементів кола $I_1(U_1)$ та $I_2(U_2)$ в одних осях (в однаковому масштабі). Приклад побудови на рисунку 13.4.
2. Будується ВАХ нелінійного електричного кола, яка являє собою залежність струму I від прикладеної напруги U на затискачах кола $I(U_{\text{посл}}) = I(U_1 + U_2)$. /Оскільки в нерозгалуженому колі струм однаковий на всіх елементах кола ($I = I_1 = I_2 = \text{const}$), то для побудови характеристики $I(U_1 + U_2)$ необхідно скласти напруги U_1 і U_2 для однієї і тієї ж довільно обраної сили струму I .
3. Визначається сила струму I в електричному колі для заданої в умові задачі напруги електричного кола U по ВАХ кола $I(U_{\text{посл}})$.

4. Визначаються напруги на елементах електричного кола U_1 , U_2 по ВАХ нелінійних елементів $I_1(U_1)$ та $I_2(U_2)$ для струму кола I .

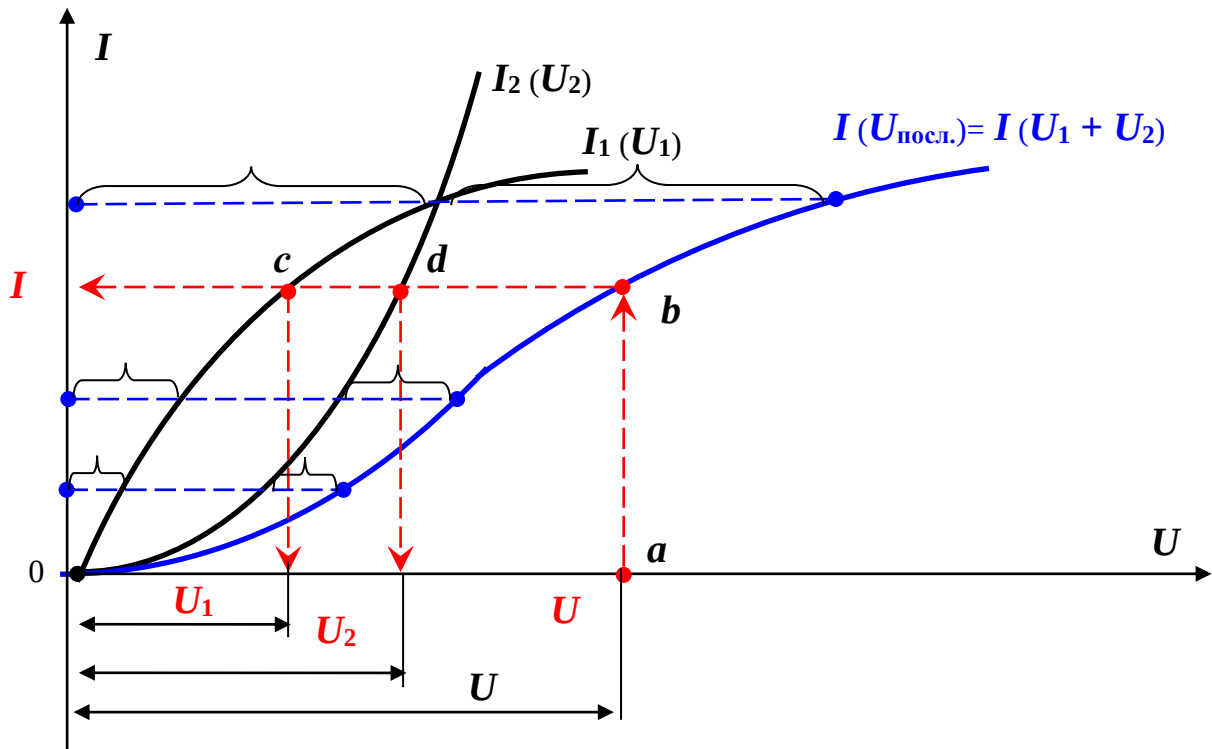


Рисунок 13.4 – Вольт-амперні характеристики $I_1(U_1)$, $I_2(U_2)$ і побудова характеристики $I(U)$ послідовно з'єднаних нелінійних елементів $r_1(I_1)$ і $r_2(I_2)$

Перевірку правильності визначених напруг U_1 , U_2 здійснюють за 2 законом Кірхгофа $(U_1 + U_2) = U$.

Розрахунок нелінійних кіл при **паралельному з'єднанні** (рисунок 13.5) здійснюється за наступним алгоритмом.

Дано: ВАХ нелінійних елементів $I_1(U_1)$ та $I_2(U_2)$; напруга на затискачах електричного нелінійного кола U .

Визначити: ВАХ кола $I(U_{\text{парал}})$; струм кола I , струми I_1 , I_2 .

Алгоритм розрахунку

1. Будуються ВАХ елементів кола $I_1(U_1)$ та $I_2(U_2)$ в одних осях (в однаковому масштабі). Приклад побудови на рисунку 13.6.
2. Будується ВАХ нелінійного електричного кола $I(U_{\text{парал}}) = (I_1 + I_2)U_{\text{парал.}}$. Оскільки при паралельному з'єднанні елементів кола напруга однакова на всіх елементах кола ($U = U_1 = U_2 = \text{const}$), то для побудови характеристики $I(U_{\text{парал}}) = (I_1 + I_2)U_{\text{парал}}$ необхідно скласти струми I_1 та I_2 для однієї і тієї ж довільно обраної напруги U . Тобто $(I_1 + I_2) = I$.

3. Визначаємо силу струму кола I для заданої в умові напруги задачі напруги на затискачах нелінійного кола U по ВАХ $I(U_{\text{парал}})$.
4. Визначаємо сили струмів в нелінійних елементах I_1 та I_2 по ВАХ, відповідно $I_1(U_1)$ та $I_2(U_2)$ для заданої в умові задачі напруги кола U .

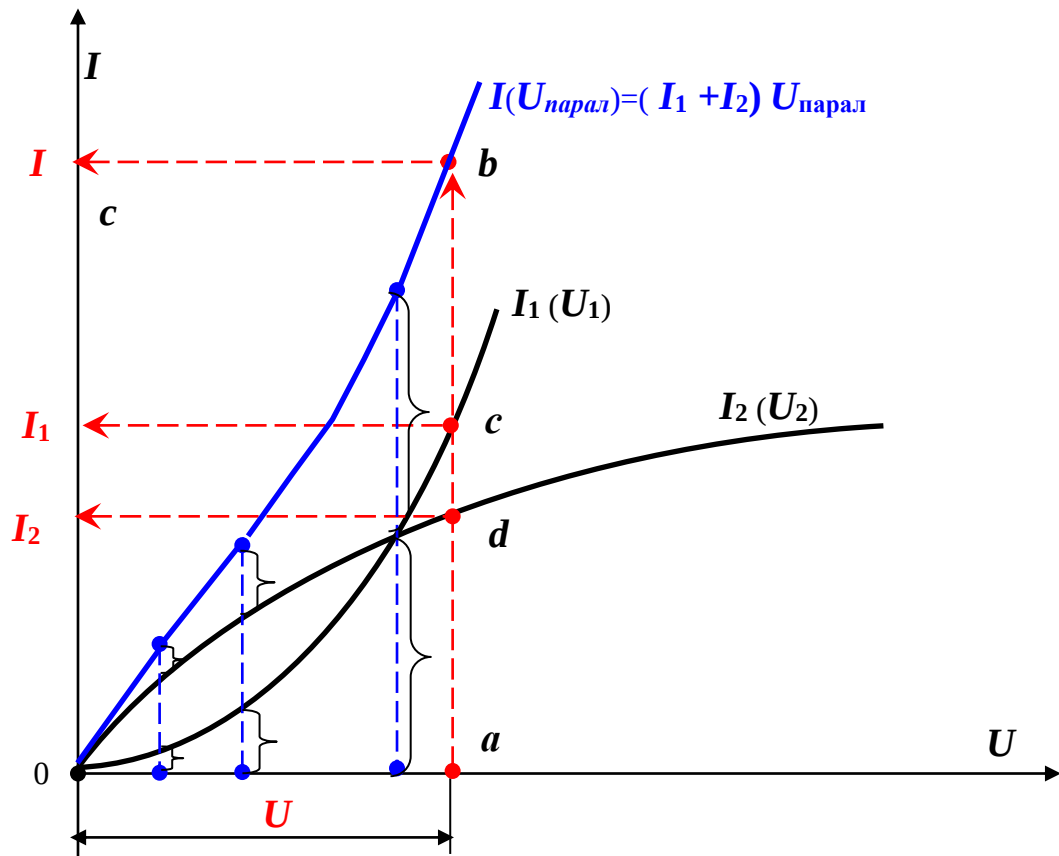


Рисунок 13.9 – Вольт-амперні характеристики $I_1(U_1)$, $I_2(U_2)$ і побудова характеристики $I(U)$ послідовно з'єднаних нелінійних елементів $r_1(I_1)$ і $r_2(I_2)$

Перевірка розрахунку проводимо за 1 законом Кірхгофа $(I_1 + I_2) = I$.

ЗАВДАННЯ ДЛЯ ЗАСВОЄННЯ ТЕОРЕТИЧНОГО МАТЕРІАЛУ

Завдання для засвоєння теоретичного матеріалу виконуються так само, як і у самостійній роботі з пункту 13.1.

Завдання інформаційно-репродуктивного характеру

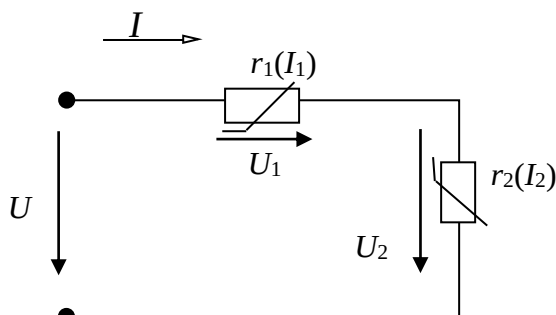
Таблиця 13.2

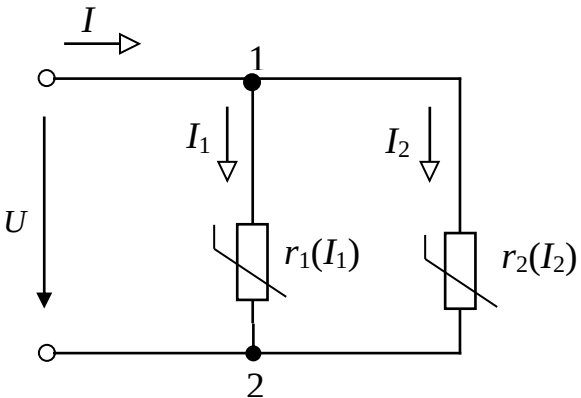
Номер питання, завдання	Питання, завдання	Номер правильної відповіді
1.	Складіть розрахункову схему двох послідовно з'єднаних нелінійних резисторів.	

Номер питання, завдання	Питання, завдання	Номер правильної відповіді
2.	Запишіть алгоритм розрахунку сили струму в колі й напруг на затискачах послідовно з'єднаних нелінійних резисторах, якщо задані таблично їхні вольт-амперні характеристики й напруги на затискачах кола.	
3.	Складіть розрахункову схему двох паралельно з'єднаних нелінійних резисторів.	
4.	Запишіть алгоритм розрахунку сил струмів у колі при паралельному з'єднанні нелінійних резисторів, якщо задані таблично їхні вольт-амперні характеристики й напруги на затискачах кола.	
5	Як визначити силу струму в колі двох послідовно з'єднаних нелінійних резисторів, якщо відома для одного резистора напруга і ВАХ?	

У разі вірного виконання завдання $\Sigma_{\text{непарних}} - \Sigma_{\text{парних}} = 3$.

Таблиця 13.2а

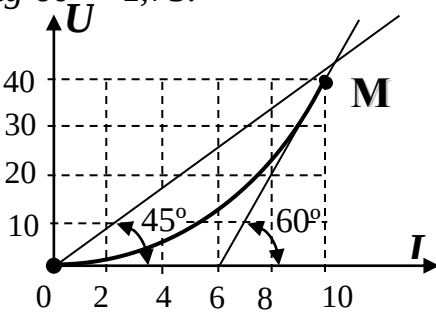
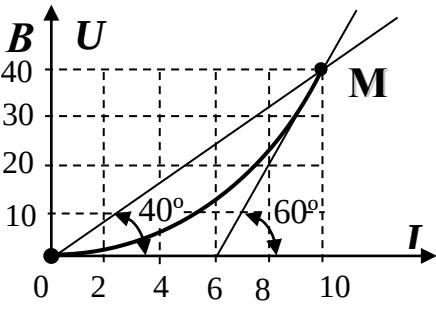
Номер відповіді	Відповіді
1.	

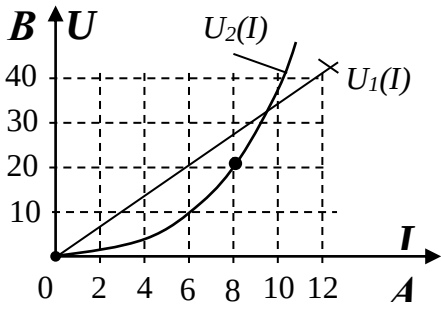
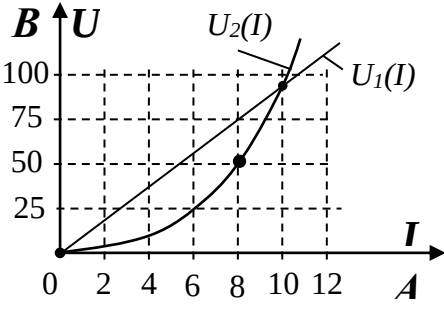
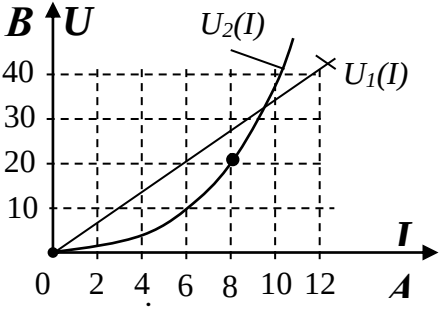
Номер відповіді	Відповіді
2.	- вибираємо масштаби напруги й сили струму; - будуємо вольт-амперні характеристики нелінійних резисторів $I_1 = f(U_1)$ і $I_2 = f(U_2)$ за даними таблиць; - будуємо вольт-амперну характеристику всього кола шляхом підсумовування сил струмів у розгалуженнях при тому самому значенні напруги $I = f(U)$; - визначаємо значення сили струму в загальній ділянці кола по вольт-амперній характеристиці всього кола при заданій напрузі на затискачах кола; - визначаємо силу струму в розгалуженні першого резистора по вольт-амперній характеристиці $I_1 = f(U_1)$ при заданій напрузі на затискачах кола; - визначаємо силу струму в розгалуженні другого резистора по вольт-амперній характеристиці $I_2 = f(U_2)$ при заданій напрузі на затискачах кола.
3.	
4.	- вибираємо масштаби напруги й сили струму; - будуємо вольт-амперні характеристики нелінійних резисторів $I_1 = f(U_1)$ і $I_2 = f(U_2)$ за даними таблиць; - будуємо вольт-амперну характеристику всього кола шляхом підсумовування напруг при одній і тій же силі струму $I = f(U)$; - визначаємо значення сили струму в колі по вольт-амперній характеристиці всього кола при заданій напрузі на затискачах кола; - визначаємо напругу на затискачах першого резистора по вольт-амперній характеристиці $I_1 = f(U_1)$ при знайденому значенні сили струму в колі; - визначаємо напругу на затискачах другого резистора по вольт-амперній характеристиці $I_2 = f(U_2)$ при знайденому значенні сили струму в колі.

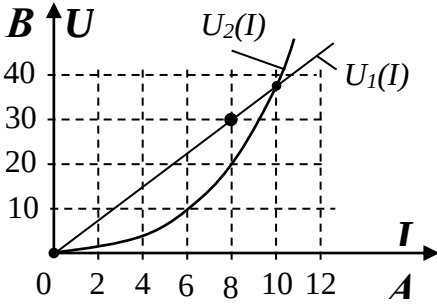
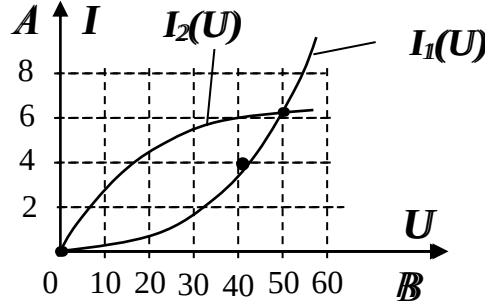
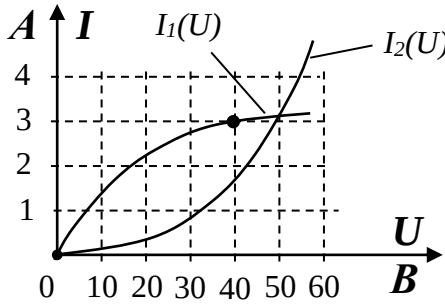
Номер відповіді	Відповіді
5.	По ВАХ резистора по заданій напрузі на резисторі визначити силу струму в резисторі, яка в колі двох послідовно з'єднаних нелінійних резисторів однакова для кожного резистора

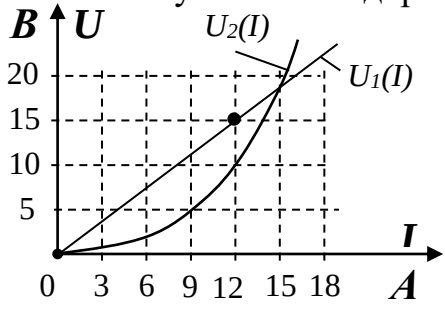
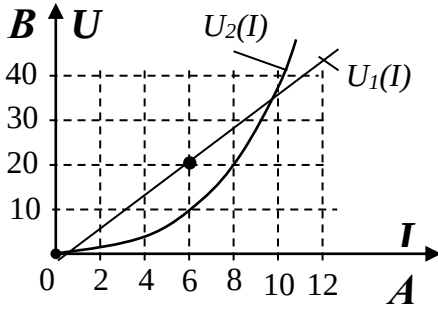
Завдання практично-стереотипного характеру

Таблиця 13.3

Номер питання, завдання	Питання, завдання	Номер правильної відповіді
1.	Розрахувати статичний опір нелінійного резистора у робочій точці М, якщо $\operatorname{tg} 45^\circ = 1$; $\operatorname{tg} 60^\circ = 1,73$. 	
2.	Напруга на нелінійному резисторі 30 В, статичний опір 25 Ом. Визначити силу струму у нелінійному резисторі.	
3.	Розрахувати динамічний опір нелінійного резистора у робочій точці М, якщо $\operatorname{tg} 45^\circ = 1$; $\operatorname{tg} 60^\circ = 1,73$. 	

Номер питання, завдання	Питання, завдання	Номер правильної відповіді
4.	При послідовному з'єднанні лінійного і нелінійного елементів напруга на нелінійному елементі дорівнює 20 В.  Визначити напругу на лінійному елементі.	
5.	Напруга на нелінійному резисторі 50 В.  Визначити потужність, що споживає нелінійний резистор.	
6.	При паралельному з'єднанні лінійного і нелінійного елементів напруга на нелінійному елементі дорівнює 20 В.  Визначити потужність, що споживається лінійним елементом.	

Номер питання, завдання	Питання, завдання	Номер правильної відповіді
7.	При послідовному з'єднанні лінійного і нелінійного елементів напруга на лінійному елементі дорівнює 30 В.  Визначити силу струму в електричному колі.	
8.	При паралельному з'єднанні двох нелінійних елементів електричного кола напруга на затискачах першого нелінійного елементі дорівнює 40 В.  Визначити силу струму у другому нелінійному елементі.	
9.	При паралельному з'єднанні двох нелінійних елементів сила струму в першому нелінійному елементі дорівнює 3 А.  Визначити напругу на затискачах електричного кола.	

Номер питання, завдання	Питання, завдання	Номер правильної відповіді
10.	Потужність, що споживає нелінійний резистор, включений до джерела постійної напруги, складає 270 Вт, динамічний опір 30 Ом. Визначити напругу джерела.	
11.	При послідовному з'єднанні лінійного і нелінійного елементів в електричному колі напруга на лінійному елементі дорівнює 15 В.  Визначити напругу на нелінійному елементі.	
12.	При паралельному з'єднанні лінійного і нелінійного елементів напруга на лінійному елементі дорівнює 20 В.  Розрахувати силу струму в нерозгалуженій частині електричного кола.	

У разі вірного виконання завдання $\Sigma_{\text{непарних}} - \Sigma_{\text{парних}} = 24$.

Таблиця 13.3а

Номер відповіді	Відповіді
1.	90
2.	30
3.	1,2
4.	6
5.	4
6.	14
7.	6,92
8.	400
9.	10
10.	8
11.	120
12.	40

ТЕМА 14

МАГНІТНІ КОЛА ПРИ ПОСТІЙНИХ МАГНІТНИХ ПОТОКАХ

САМОСТІЙНА РОБОТА З ПУНКТИВ

14.1. Явище і закон електромагнетизму

14.2. Магнітне коло і її конструктивна схема

1. Прочитати та постаратись зрозуміти теоретичний матеріал з пунктів 14.1, 14.2 [1-3, 5-6, 8].
2. Виконати завдання для засвоєння теоретичного матеріалу у таблицях 14.1 – 14.2.
3. Виконати тести на освітньому порталі ТДАТУ до пунктів 14.1, 14.2.

СТИСЛЕ ВИКЛАДЕННЯ ТЕОРЕТИЧНОГО МАТЕРІАЛУ

Явище створення магнітного поля навколо провідника зі струмом називають **явищем електромагнетизму**.

Магнітне поле, створене навколо провідника зі струмом характеризується наступними фізичними величинами:

магнітна індукція B

$$B = \frac{F}{q \cdot v} = \frac{M}{I \cdot S}, \quad (14.1)$$

де B – магнітна індукція, $Тл$;
 F – сила магнітного поля, $Н$;
 q – величина заряду, $Кл$;
 v – швидкість руху заряду, $м/с$;
 M – обертаючий момент, $Н \cdot м$;
 I – сила струму, $А$;
 S – площа рамки, $м^2$.

магнітний потік

$$\Phi = B \cdot S, \quad (14.2)$$

де Φ – магнітний потік, $Вб$;
 B – магнітна індукція, $Тл$;
 S – площа поверхні, через яку проходить магнітний потік, $м^2$.

напруженість магнітного поля

$$H = \frac{B}{\mu_c}, \quad (14.3)$$

де H – напруженість магнітного поля, $А/м$;
 B – магнітна індукція, $Тл$;

μ_c – магнітна проникність середовища, Гн/м.

магнітна проникність середовища (абсолютна)

$$\mu_c = \mu \mu_0, \quad (14.4)$$

де μ_0 – магнітна постійна, Гн/м; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м

μ – відносна магнітна проникність середовища, тобто $\mu = \frac{\mu_c}{\mu_0}$.

Закон електромагнетизму: потокозчеплення (добуток кількості витків котушки на магнітний потік) прямо пропорційно добутку індуктивності котушки на силу електричного струму

$$\psi = w \cdot \Phi = L \cdot I, \quad (14.5)$$

Де ψ – потокозчеплення, Вб;

w – кількість витків котушки;

Φ – магнітний потік, Вб;

L – індуктивність котушки, Гн;

I – сила електричного струму, А.

Між електричним і магнітним колом існує аналогія. Так, під магнітним колом розуміється сукупність пристроїв, які забезпечують можливість створення магнітного потоку.

Магнітне коло містить магнітопровід (призначений для замикання і підсилення магнітного потоку), а також котушку зі струмом, виконану з проволу (призначену для протікання електричного струму і створення магнітного потоку), яка живиться від джерела постійної напруги. Приклад конструктивної схеми нерозгалуженого магнітного кола наведено на рисунку 14.1.

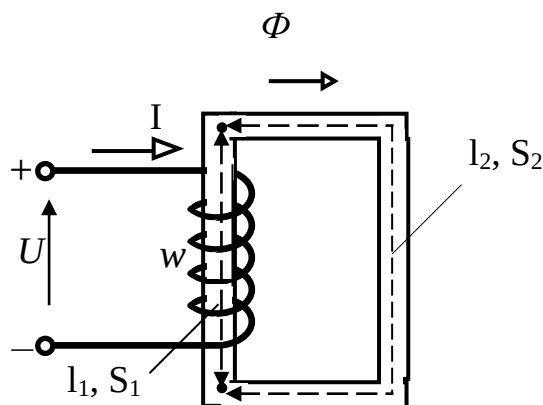


Рисунок 14.1 – Конструктивна схема нерозгалуженого магнітного кола

Магнітопровід містить дві ділянки: перша ділянка з довжиною середньої магнітної лінії l_1 , перетином S_1 ; друга ділянка з довжиною середньої магнітної лінії l_2 , перетином S_2 . Котушка має w витків.

До котушки підведена напруга U , під дією якої тече намагнічуючий струм I . Згідно з явищем електромагнетизму, навколо котушки зі струмом I утворює магнітний потік Φ .

Основний закон, що характеризує однорідне магнітне поля є закон повного струму: інтеграл від напруженості магнітного поля (рисунок 14.2) по замкненому контуру дорівнює алгебраїчній сумі струмів, що пронизують цей контур.

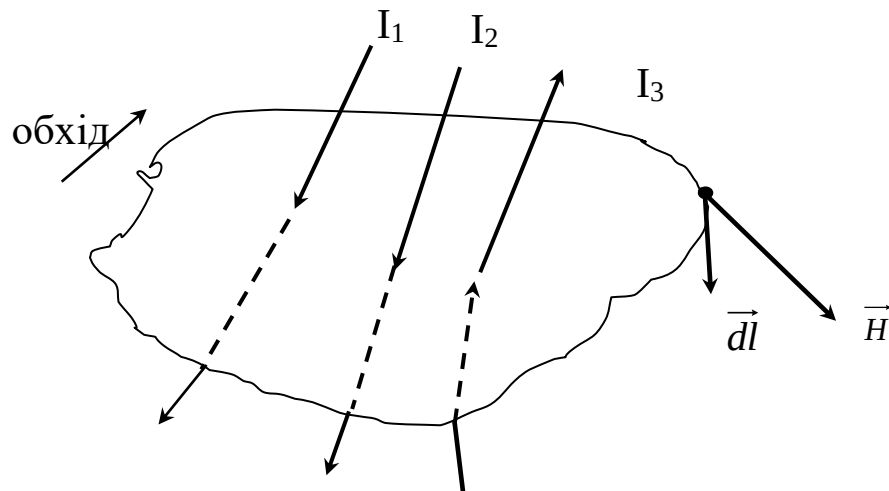


Рисунок 14.2 – Однорідне магнітне поле, що створюється струмами

Математичний запис закону повного струму

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum_n I_i, \quad (14.6)$$

Струми, для яких магнітні лінії співпадають з напрямом обходу контуру, записуються зі знаком «+», а струми зворотного напрямку – зі знаком «-».

У практичних розрахунках використовують закон повного струму для однорідного магнітного поля, формулювання якого наступне: намагнічуюча сила (добуток кількості витків котушки на силу струму) прямо пропорційна добутку напруженості магнітного поля на довжину магнітопроводу

$$F = w I = H_i \cdot l_i, \quad (14.7)$$

де F – намагнічуюча сила котушки, А;

w – кількість витків котушки;

I – сила струму, який протікає в котушці, А;

H_i – напруженість на ділянках магнітного поля, А/м;

l_i – довжина ділянок магнітопроводу котушки, м.

З рівняння (14.7) можна знайти залежність напруженості магнітного поля від намагнічуючого струму

$$H = \frac{w \cdot I}{l}, \quad (14.8)$$

Якщо по котушці пропускати електричний струм, змінюючи силу електричного струму від нуля до певного значення, то відповідно з (14.3) буде змінюватися і магнітна індукція за законом

$$B = \mu_c \cdot H. \quad (14.9)$$

Магнітний потік буде змінюватися за законом:

$$\Phi = \mu_c H S, \quad (14.10)$$

Матеріали, здатні сильно намагнічуватися в слабких магнітних полях, називають феромагнітними (феромагнетиками). Основні характеристики феромагнетиків визначають по кривим намагнічування – залежності магнітної індукції від напруженості магнітного поля. З курсу фізики відомо, що з ростом магнітного потоку у феромагнетику його магнітна проникність буде зменшуватися. Тому залежність магнітної індукції від напруженості магнітного поля $B = f(H)$ буде нелінійною. Така крива (рисунок 14.3) вперше була експериментально встановлена для м'якого заліза російським фізиком *Олександром Григоровичем Столетовим* у 1871 році.

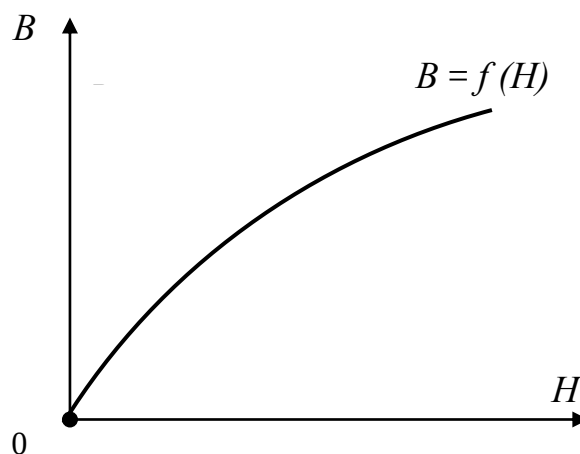


Рисунок 14.3 – Крива намагнічування феромагнітного матеріалу
 $B = f(H)$

Як видно з кривої намагнічування на рисунку 14.3: з ростом напруженості поступово настає насичення феромагнітного матеріалу і магнітна індукція далі практично не зростає. Тобто відношення

$$\frac{B}{H} = \mu_c = \text{var}.$$

Залежність $B = f(H)$ для феромагнітних матеріалів не має точного аналітичного рівняння, тому для кожного феромагнітного матеріалу цю залежність зображують у вигляді кривих намагнічування, які визначають експериментальним шляхом. Початкові криві намагнічування знімають у процесі намагнічування попередньо термічно розмагніченого магнітного матеріалу при поступовому зростанні магнітного поля. До феромагнітних матеріалів відносяться залізо і його сплави, ферити та магнітодіелектрики на основі карбонільного заліза, що виготовляються пресуванням порошку карбонільного заліза з бакелітом, амінопластом або іншими зв'язуючими речовинами.

Петля гістерезису – це замкнута крива, що виражає залежність магнітної індукції в феромагнітному осердді від напруженості магнітного поля $B = f(H)$, що отримують при циклічному намагнічуванні феромагнітного матеріалу.

Якщо напруженість магнітного поля в осердді з феромагнітного матеріалу спочатку плавно змінювати від нуля до позитивного максимального значення $(+H_{max})$ (рисунок 14.4), а потім в межах від позитивного максимального значення до негативного максимального значення $(-H_{max})$ і від $(-H_{max})$ до $(+H_{max})$, тоді отримаємо залежність магнітної індукції в осердді від напруженості магнітного поля або петлю магнітного гістерезису.

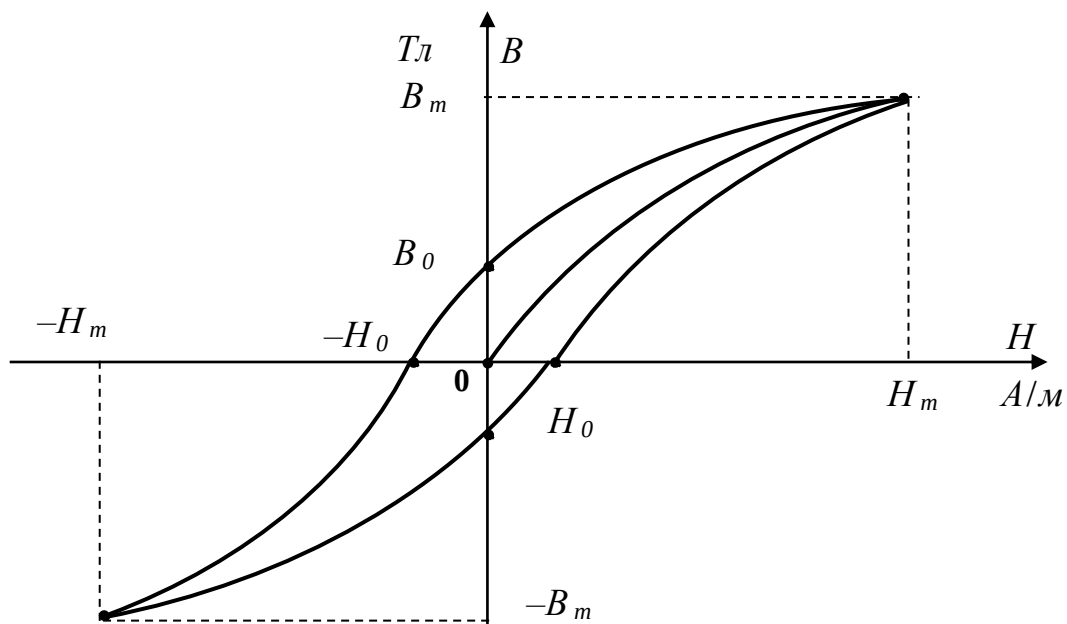


Рисунок 14.4 – Петля гістерезису феромагнітних матеріалів

У першому циклі намагнічування і розмагнічування феромагнітного матеріалу петля не замкнута, але після ряду циклів перемагнічування виходить стійка симетрична петля. З курсу фізики відомо, що площа петлі гістерезису прямо пропорційна втратам електричної енергії на

перемагнічування магнітопроводу. Для зменшення витрат потужності на гістерезис магнітопроводи електричних машин, трансформаторів та інших електротехнічних пристроїв, що містять феромагнітні магнітопроводи, виконують з магнітом'яких матеріалів, що характеризуються високою магнітною проникністю, невеликою коерцитивною силою і малими втратами на гістерезис: з холоднокатаної (м'якої) сталі.

ЗАВДАННЯ ДЛЯ ЗАСВОЄННЯ ТЕОРЕТИЧНОГО МАТЕРІАЛУ

Завдання для засвоєння теоретичного матеріалу виконуються так само, як і у самостійній роботі з пунктів 13.1.

Завдання інформаційно-репродуктивного характеру та практично-стереотипного характеру

Таблиця 14.1

Номер питання, завдання	Питання, завдання	Номер правильної відповіді
9.	У чому суть явища електромагнетизму?	
10.	Сформулюйте правило «правого буравчика».	
11.	Яка фізична величина є силовою характеристикою магнітного поля?	
12.	Дайте визначення магнітної індукції.	
13.	Запишіть визначальну формулу магнітної індукції.	
14.	Одержіть одиницю магнітної індукції з визначальної формули.	
15.	Що таке однорідне магнітне поле?	
16.	Дайте визначення магнітного потоку для однорідного магнітного поля.	
17.	Запишіть визначальну формулу магнітного потоку для однорідного магнітного поля.	
18.	Одержіть одиницю магнітного потоку для однорідного магнітного поля з визначальної формули.	
	У магнітному полі постійного магніту перебуває рамка зі струмом. Сила струму в рамці дорівнює 10 А . На рамку діє обертаючий момент 0,1 Н·м . Площа рамки дорівнює 50 см² . Площа поперечного перерізу кожного полюса магніту дорівнює 100 см² .	

Номер питання, завдання	Питання, завдання	Номер правильної відповіді
19.	Визначте магнітну індукцію поля в теслах.	
20.	Визначте магнітний потік між полюсами у веберах.	
21.	Сформулюйте закон електромагнетизму.	
22.	Запишіть математично й розшифруйте закон електромагнетизму.	
23.	Одержіть одиницю потокозчеплення з математичного запису закону електромагнетизму.	

У разі вірного виконання завдання $\Sigma_{\text{непарних}} - \Sigma_{\text{парних}} = 46$.

Таблиця 14.1а

Номер відповіді	Відповіді
1.	$\frac{H \cdot m}{A \cdot m^2} = \frac{Дж}{A \cdot m^2} = \frac{B \cdot A \cdot c}{A \cdot m^2} = \frac{B \cdot c}{m^2} = Tл.$
2.	Магнітна індукція.
3.	Якщо вгвинчувати буравчик (правий гвинт) по напрямку сили електричного струму, то напрямок його обертання буде збігатися з напрямком силових ліній магнітного поля.
4.	Добуток магнітної індукції на площу, через яку проходить магнітне поле.
5.	$\psi = w \cdot \Phi = L \cdot I.$
6.	Навколо провідника зі струмом утвориться магнітне поле.
7.	$Tл \cdot m^2 = \frac{B \cdot c}{m^2} \cdot m^2 = B \cdot c = Вб.$
8.	Магнітна індукція дорівнює відношенню обертаючого моменту рамки зі струмом (поміщеної в дану крапку поля) до добутку площі рамки на силу струму в ній.

Номер відповіді	Відповіді
9.	20.
10.	Поле, у якого магнітна індукція в будь-якій точці поля однакова.
11.	$\Gamma_H \cdot A = \frac{B \cdot c}{A} \cdot A = B \cdot c = Bb.$
12.	$B \cdot S.$
13.	Потокозчеплення (добуток числа витків котушки на магнітний потік) прямо пропорційно добутку індуктивності котушки на силу електричного струму.
14.	$\frac{M}{I \cdot S}.$
15.	2.

Таблиця 14.2

Номер питання, завдання	Питання, завдання	Номер правильної відповіді
1.	Дайте визначення напруженості магнітного поля.	
2.	Запишіть визначальну формулу напруженості магнітного поля.	
3.	Одержіть одиницю напруженості магнітного поля з визначальної формули.	
4.	Як визначити магнітну проникність середовища?	
5.	Запишіть визначальну формулу магнітної проникності середовища.	
6.	Що таке магнітна постійна?	
7.	Чому дорівнює магнітна постійна?	
8.	Запишіть математичне рівняння для визначення відносної магнітної проникності середовища?	

Номер питання, завдання	Питання, завдання	Номер правильної відповіді
	У котушці індуктивності з феромагнітним сердечником протікає електричний струм і створює магнітне поле. Магнітна індукція в магнітопроводі дорівнює 1,2 Тл , відносна магнітна проникність матеріалу магнітопроводу дорівнює 2500/π .	
9.	Визначте магнітну проникність магнітопроводу.	
10.	Визначте напруженість магнітного поля в магнітопроводі.	
11.	Сформулюйте закон повного струму для однорідного магнітного поля.	
12.	Запишіть математично закон повного струму для однорідного магнітного поля.	
13.	Що таке крива намагнічування?	
14.	Що розуміється під магнітним колом?	
15.	Назвіть основні елементи магнітного кола.	
16.	Укажіть призначення магнітопроводу.	
17.	З яких матеріалів виготовляються магнітопроводи?	

У разі вірного виконання завдання $\sum_{\text{непарних}} - \sum_{\text{парних}} = 59$.

Таблиця 14.2а

1.	$\frac{\mu_c}{\mu_0}$.
2.	Добуток магнітної постійної на відносну магнітну проникність середовища.
3.	1200 А/м.
4.	$\frac{B}{\mu_c}$.

5.	$w \cdot I = H \cdot l.$
6.	$4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м.}$
7.	Магнітна проникність вакууму.
8.	Відношення магнітної індукції до магнітної проникності середовища.
9.	Сукупність пристроїв, що забезпечують можливість створення магнітного потоку.
10.	$\frac{T_{\text{л}}}{\frac{\text{Гн}}{\text{м}}} = \frac{\frac{B \cdot c}{\text{м}^2}}{\frac{B \cdot c}{A \cdot \text{м}}} = \frac{A}{\text{м}}.$
11.	Залежність між магнітною індукцією й напруженістю магнітного поля $B = f(H)$.
12.	$\mu_0 \cdot \mu.$
13.	Добуток числа витків котушки на силу струму прямо пропорційно добутку напруженості магнітного поля на довжину магнітної силової лінії магнітопроводу.
14.	0,001 Гн/м.
15.	Залізо, нікель, кобальт і їхні сплави.
16.	Для створення, проходження й посилення магнітного потоку.
17.	Магнітопровід і котушка, що живиться від джерела постійного струму.

САМОСТІЙНА РОБОТА З ПУНКТИВ

14.3 Аналогія між електричними і магнітними колами

14.4 Розрахункова схема магнітного кола

14.5 Закони магнітних кіл

1. Прочитати та постаратись зрозуміти теоретичний матеріал з пунктів 14.3-14.5 [1-3, 5-6, 8].
2. Виконати завдання для засвоєння теоретичного матеріалу у таблицях 14.3, 14.4.
3. Виконати тести на освітньому порталі ТДАТУ до пунктів 14.3–14.5.

СТИСЛЕ ВИКЛАДЕННЯ ТЕОРЕТИЧНОГО МАТЕРІАЛУ

Між величинами, що характеризують магнітні і електричні кола, існує формальна аналогія, що дозволяє для магнітних кіл ввести ряд понять, аналогічних поняттям, які застосовуються в електричних колах. Ця аналогія розповсюджується і на методи розрахунку магнітних кіл.

Розглянемо на прикладі магнітного кола, яке має наступну конструктивну схему нерозгалуженого магнітного поля (рисунок 14.5), що має дві ділянки з різними довжинами і перетинами.

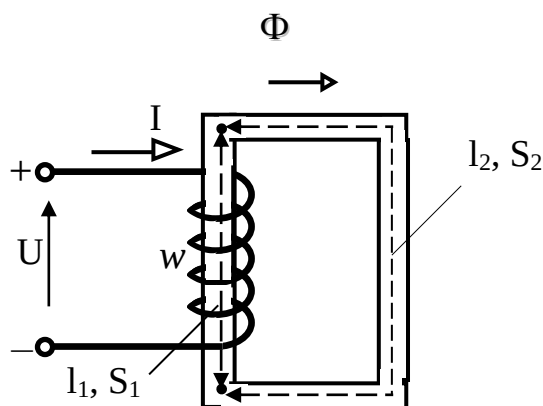


Рисунок 14.5 – Конструктивна схема нерозгалуженого магнітного кола

Запишемо рівняння магнітного кола (рисунок 14.7) за законом повного струму для однорідного магнітного поля

$$wI = H_1 l_1 + H_2 l_2 \quad (14.11)$$

де H_1 і H_2 – відповідно напруженості магнітного поля на першій і другій ділянках, A/m ;

l_1 і l_2 – відповідно довжини середніх магнітних ліній першої і другої ділянок, m .

Підставимо в рівняння (14.11) напруженість магнітного поля, яка є відношенням магнітної індукції до магнітної проникності середовища. В результаті одержимо

$$wI = \frac{B_1}{\mu_{c1}} l_1 + \frac{B_2}{\mu_{c2}} l_2, \quad (14.12)$$

де B_1 і B_2 – відповідно магнітні індукції на першій і другій ділянках магнітного поля, Tl ;

μ_{c1} і μ_{c2} – відповідно магнітні проникності першої і другої ділянок магнітного поля, Гн/м.

Якщо представити в рівнянні (14.12) магнітні індукції ділянок кола через магнітний потік і перетин ділянок кола

$$wI = \Phi \frac{l_1}{\mu_{c1} S_1} + \Phi \frac{l_2}{\mu_{c2} S_2}, \quad (14.13)$$

можна отримати вираз **магнітного опору** ділянки магнітного кола

$$R_M = \frac{l}{\mu_c S}, \quad (14.14)$$

де l – довжина середньої магнітної лінії ділянки, м;

S – площа поперечного перерізу ділянки, м²;

μ_c – магнітна проникність ділянки магнітопроводу, Гн/м.

З урахуванням (14.15) вираз (14.14) приймає вигляд

$$wI = R_{M1} \Phi + R_{M2} \Phi. \quad (14.15)$$

Введемо поняття **магнітної напруги** на ділянці магнітного кола

$$U_M = R_M \cdot \Phi \quad (14.16)$$

і **намагнічуючої (магніторушійної) сили (МРС)**, під якою будемо розуміти добуток кількості витків обмотки на силу струму в ній

$$F = w \cdot I. \quad (14.17)$$

Таким чином одержимо рівняння магніторушійної сили в залежності від магнітних напруг ділянок магнітного кола

$$F = U_{M1} + U_{M2}. \quad (14.18)$$

Рівняння (14.18) є формальною аналогією закону Ома для замкнутого електричного кола. Між величинами, що характеризують магнітні і електричні кола аналогія представлена в таблиці 14.1.

Таблиця 14.1 – Аналогія між фізичними величинами електричного і магнітного кола

Електричні величини	Магнітні величини
E – електрорушійна сила, В	F – магніторушійна сила, А
R – опір електричному струму, Ом	R_M – опір магнітному потоку, 1/Гн
I – сила електричного струму, А	Φ – магнітний потік, Вб

Електричні величини	Магнітні величини
U – напруга на ділянці кола, В	U_M – магнітна напруга на ділянці кола, А

Розрахункова схема магнітного кола складається аналогічно розрахунковій схемі електричного кола, враховуючи її конфігурацію. Так, для магнітного кола, приведеного на рисунку 14.6, розрахункова схема має вигляд, представлений на рисунку 14.9. На розрахунковій схемі графічно і за допомогою літер позначені наступні величини:

F – намагнічуюча сила або магніторушійна сила (МРС), А;

R_{M1} , R_{M2} – магнітні опори ділянок кола, $1/\Gamma_H$;

U_{M1} , U_{M2} – магнітні напруги на ділянках кола, А;

Φ – магнітний потік, Вб.

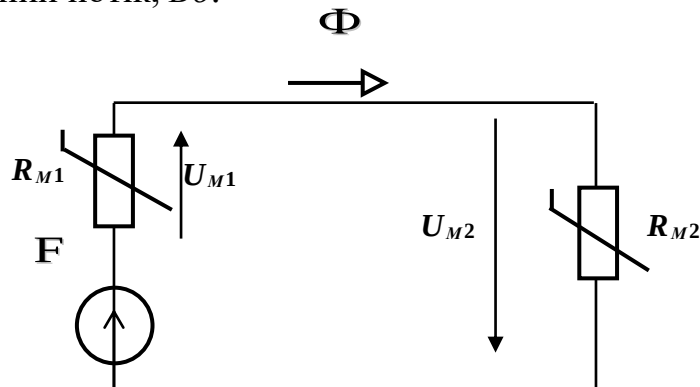


Рисунок 14.9 – Розрахункова схема магнітного кола

Запишемо закони Ома і Кірхгофа для магнітних кіл за аналогією з електричними колами постійного струму.

Згідно закону Ома для ділянки магнітного кола без джерела МРС магнітний потік прямо пропорційний магнітній напрузі на ділянці кола і зворотно пропорційний магнітному опору ділянки кола.

Математичний запис закону

$$\Phi = \frac{U_M}{R_M}, \quad (14.19)$$

де Φ – магнітний потік на ділянці кола, Вб;

U_M – магнітна напруга на ділянці кола, А;

R_M – магнітний опір ділянки кола, $1/\Gamma_H$.

Наприклад, для ділянки нерозгалуженого магнітного кола з магнітним опором R_{M1} (рисунок 14.9) даний вираз буде виглядати так

$$\Phi_1 = \frac{U_{M1}}{R_{M1}}. \quad (14.20)$$

Закон Ома для замкненого магнітного кола з джерелом МРС формулюється так: магнітний потік дорівнює відношенню магніторушійної сили до суми магнітних опорів кола.

Математичний запис закону

$$\Phi = \frac{F}{\sum R_M}, \quad (14.21)$$

де Φ – магнітний потік на ділянці кола, Вб;

F – магніторушійна сила, А;

$\sum R_M$ – сума магнітних опорів кола, 1/Гн.

Наприклад, для замкненого магнітного кола з однією МРС і двома ділянками з різним магнітним опором (рисунок 14.9) даний вираз має наступний вигляд

$$\Phi = \frac{F}{R_{M1} + R_{M2}}. \quad (14.22)$$

Математичний запис **узагальненого закону Ома для магнітного кола** виглядає так

$$\Phi = \frac{U_M + \sum F}{\sum R_M}, \quad (14.23)$$

де U_M – магнітна напруга на ділянці магнітного кола з МРС, А.

$\sum F$ – алгебраїчна сума МРС у замкненому контурі кола, А.

Для складання законів Кірхгофу розглянемо розгалужене магнітне коло (рисунок 14.10) і його розрахункову схему (рисунок 14.11).

Перший закон Кірхгофа для розгалуженого магнітного кола формулюється так: **алгебраїчна сума магнітних потоків у вузлі кола дорівнює нулю**. При цьому магнітні потоки, що входять у вузол, записуються зі знаком «плюс», а магнітні потоки, що виходять з вузла, записуються зі знаком «мінус».

Математичний запис першого закону Кірхгофа

$$\sum_{i=1}^n \Phi_i = 0. \quad (14.24)$$

Наприклад, для вузла «а» розгалуженого магнітного кола (рисунок 14.7), даний вираз буде виглядати так

$$\Phi_1 + \Phi_2 - \Phi_3 = 0. \quad (14.25)$$

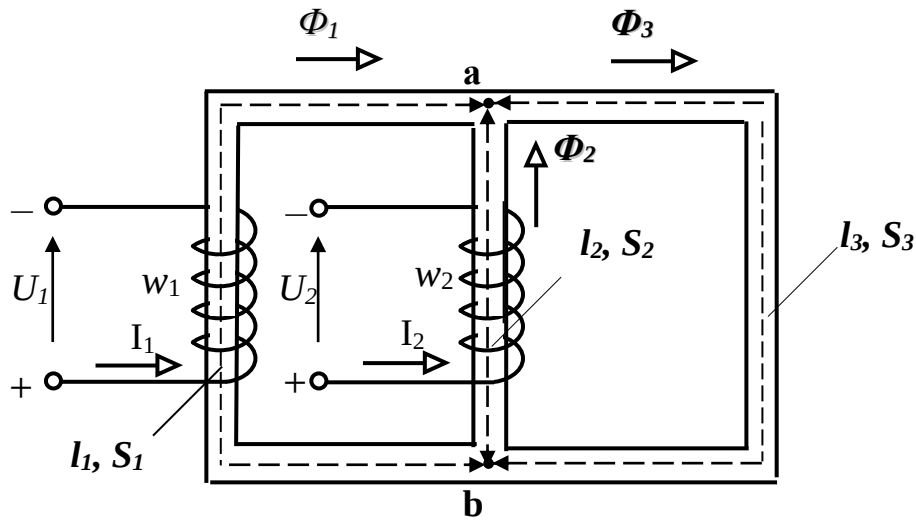


Рисунок 14.7 – Конструктивна схема розгалуженого магнітного кола

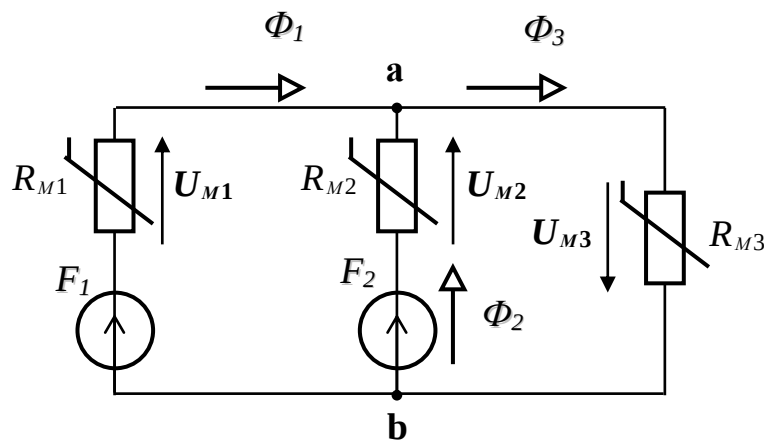


Рисунок 14.8 – Розрахункова схема розгалуженого магнітного кола

Другий закон Кірхгофа для замкненого контуру магнітного кола формулюється так: **алгебраїчна сума магніторушійних сил у контурі дорівнює алгебраїчній сумі добутків магнітних опорів (які входять у контур) на магнітний потік (який протікає в даних опорах).**

Математичний запис другого закону Кірхгофа

$$\sum_{i=1}^n F_i = \sum_{i=1}^n R_{Mi} \Phi_i . \quad (14.26)$$

Наприклад, для замкненого контуру розгалуженого магнітного кола (рисунок 14.11) з магнітними опорами R_{M1}, R_{M2} та джерелами магніторушійних сил F_1, F_2 , даний вираз буде виглядати так

$$F_1 - F_2 = R_{M1} \Phi_1 - R_{M2} \Phi_2 . \quad (14.27)$$

Під час розрахунку нерозгалужених магнітних кіл зустрічаються два типи задач: *пряма задача*, коли заданий магнітний потік в магнітному колі, а необхідно визначити намагнічуючий струм та *зворотна задача*, коли заданий струм або магніторушійна сила, а необхідно знайти магнітний потік в

магнітному колі. В обох випадках, як правило, відомі геометричні розміри магнітного кола, матеріали магнітопроводу, криві намагнічування, число витків котушок або індуктивність.

Пряма задача. Для П-подібного магнітопроводу електромагніту задані геометричні розміри (l_1 , l_2 , l_{Π} , S_1 , S_2 , S_{Π}), крива намагнічування феромагнітного магнітопроводу $B=f(H)$ та значення магнітного потоку Φ . Необхідно визначити намагнічуючий струм, якщо відомо кількість витків w котушки (рисунок 14.12).

Порядок розрахунку:

1. Позначаємо середню магнітну лінію та знаходимо довжину її окремих ділянок l_1 , $2l_{\Pi}$, l_2 .

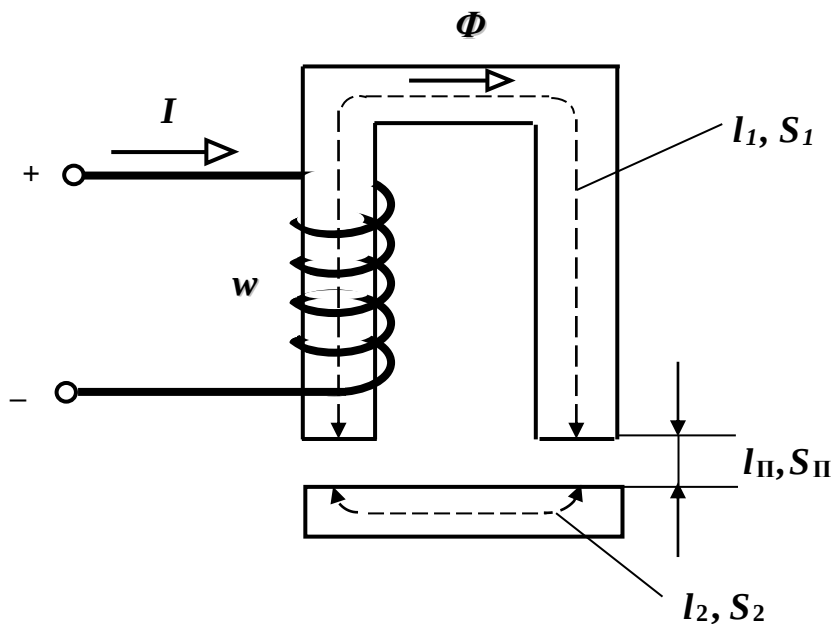


Рисунок 14.9– Конструктивна схема П-подібного феромагнітного магнітопроводу

2. Складаємо еквівалентну розрахункову схему магнітного кола (рисунок 14.10).

3. Записуємо рівняння за другим законом Кірхгофа (14.8, 14.27)

$$F = R_{M1} \Phi + R_{M\Pi} \Phi + R_{M2} \Phi = H_1 l_1 + 2H_{\Pi} l_{\Pi} + H_2 l_2 = w I ,$$

звідки сила струму у котушці

$$I = \frac{H_1 l_1 + 2H_{\Pi} l_{\Pi} + H_2 l_2}{w} .$$

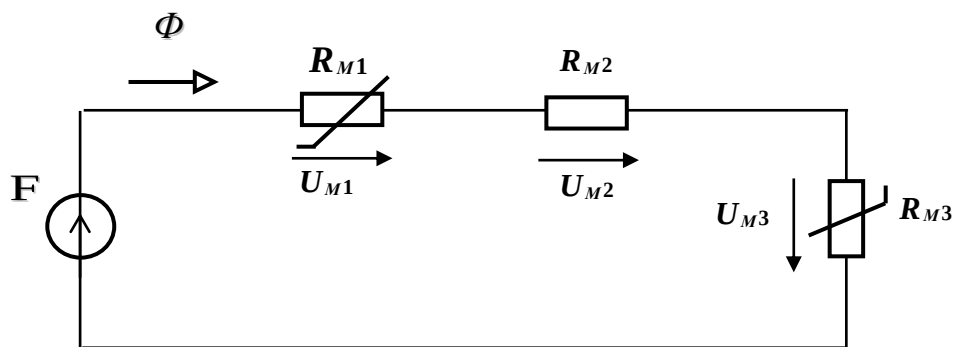


Рисунок 14.10 – Розрахункова схема П-подібного феромагнітного магнітопроводу

4. Будуємо криву намагнічування $B = f(H)$ П-подібного магнітопроводу (рисунок 14.14)

5. Визначаємо магнітні індукції B_1 та B_2 на окремих ділянках кола (14.3)

$$B_1 = \frac{\Phi}{S_1}; \quad B_{\Pi} = \frac{\Phi}{S_{\Pi}}; \quad B_2 = \frac{\Phi}{S_2}.$$

6. За допомогою кривої намагнічування (рисунок 14.11) визначаємо напруженості магнітного поля H_1 та H_2 на окремих ділянках магнітного кола.

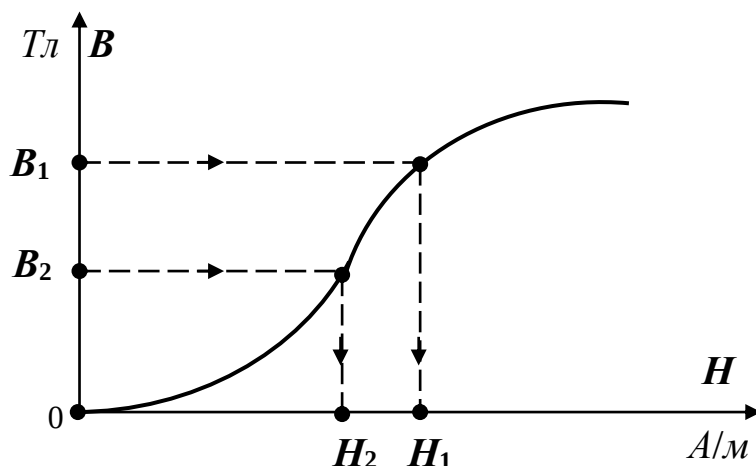


Рисунок 14.11 – Крива намагнічування П-подібного феромагнітного магнітопроводу

7. Визначаємо напруженість магнітного поля в повітряному прошарку магнітопроводу (14.5)

$$H_{\Pi} = \frac{B_{\Pi}}{\mu_{\Pi}}; \quad \mu_{\Pi} \approx \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}.$$

Підставляємо знайдені значення напруженостей H_1 , H_2 та H_{Π} і визначаємо намагнічуючий струм I за формулою (14.27).

Зворотна задача. Задані значення намагнічуючої сили або намагнічуючого струму, геометричні розміри магнітопроводу, крива намагнічування, кількість витків w котушки. Необхідно визначити магнітний потік Φ .

Порядок розрахунку:

1. Довільно задаємося кількома значеннями магнітного потоку і за допомогою геометричних розмірів магнітопроводу, кривої намагнічування визначаємо, як і в попередньому випадку, визначаємо відповідні значення намагнічуючої сили за формулою

$$F = H_1 l_1 + 2H_{\pi} l_{\pi} + H_2 l_2 .$$

2. Будуємо залежність $\Phi = f(F)$ (рисунок 14.12) або вебер-амперну характеристику $\Phi = f(I)$, бо кількість витків задано за умовою задачі.

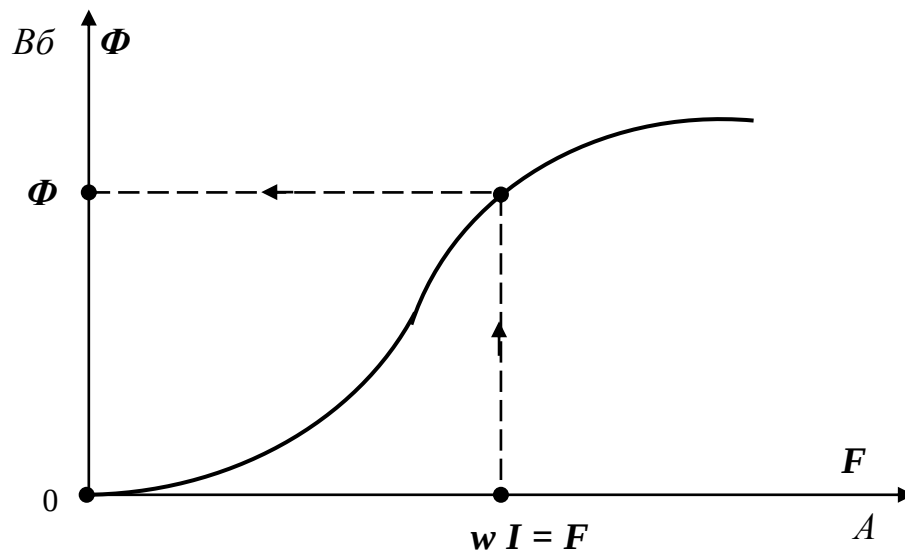


Рисунок 14.12 – Графік залежності магнітного потоку в магнітопроводі від намагнічуючої сили (МРС)

3. Для заданого в умові задачі значення намагнічуючої сили або намагнічуючого струму, за допомогою кривої $\Phi = f(F)$ (рисунок 14.15) визначаємо відповідне значення магнітного потоку Φ .

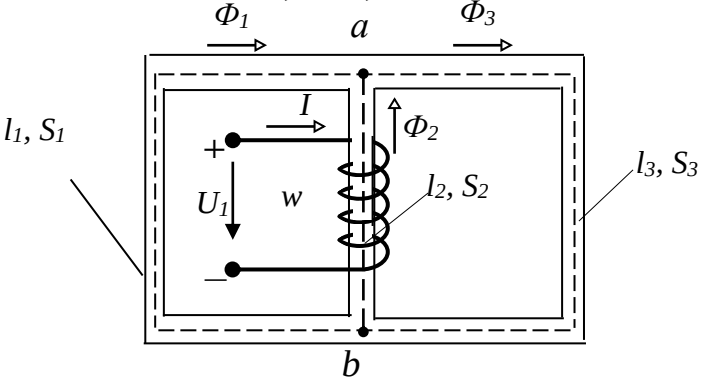
ЗАВДАННЯ ДЛЯ ЗАСВОЄННЯ ТЕОРЕТИЧНОГО МАТЕРІАЛУ

Завдання для засвоєння теоретичного матеріалу виконуються так само, як і у самостійній роботі з пункту 13.1.

Завдання інформаційно-репродуктивного характеру

Таблиця 14.3

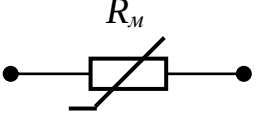
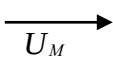
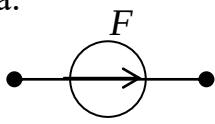
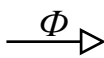
Номер питання, завдання	Питання, завдання	Номер правильної відповіді
1.	Що в магнітному колі є аналогією електрорушійній силі електричного кола? Приведіть умовну позначку.	
2.	Що в магнітному колі є аналогією опору електричному струму електричного кола? Приведіть умовну позначку.	
3.	Що в магнітному колі є аналогією силі струму електричного кола? Приведіть умовну позначку.	
4.	Що в магнітному колі є аналогією напрузі на ділянці електричного кола? Приведіть умовну позначку.	
5.	Сформулюйте закон Ома для ділянки магнітного кола без магніторушійної сили.	
6.	Запишіть математично закон Ома для ділянки магнітного кола без магніторушійної сили.	
7.	Сформулюйте закон Ома для замкнутого магнітного кола з декількома магніторушійними силами.	
8.	Запишіть математично закон Ома для замкнутого магнітного кола з декількома магніторушійними силами.	
9.	Сформулюйте узагальнений закон Ома для ділянки магнітного кола з магніторушійними силами.	

Номер питання, завдання	Питання, завдання	Номер правильної відповіді
10.	Запишіть математично узагальнений закон Ома для ділянки магнітного кола з магніторушійними силами.	
11.	Сформулюйте 1-й закон Кірхгофа для розгалуженого магнітного кола.	
12.	Запишіть математично 1-й закон Кірхгофа для розгалуженого магнітного кола.	
13.	Сформулюйте 2-й закон Кірхгофа для розгалуженого магнітного кола.	
14.	Запишіть математично 2-й закон Кірхгофа для розгалуженого магнітного кола.	
	На представленій розгалуженій схемі позначено: котушка постійного струму із числом витків w, сила струму в котушці I. Магнітопровід, що складається із трьох ділянок, характеризується: довжинами ділянок магнітопроводу – l_1, l_2, l_3; площами перерізу ділянок магнітопроводу – S_1, S_2, S_3. По магнітопроводу замикаються основні магнітні потоки Φ_1, Φ_2, Φ_3. 	
15.	Складіть розрахункову схему цього кола.	
16.	Складіть рівняння по першому законі Кірхгофа для вузла «а» наведеного магнітного кола.	
17.	Складіть рівняння по другому законі Кірхгофа для першого контуру наведеного магнітного кола.	

Номер питання, завдання	Питання, завдання	Номер правильної відповіді
18.	Складіть рівняння по другому законі Кірхгофа для другого контуру наведеного магнітного кола.	

У разі вірного виконання завдання $\Sigma_{\text{непарних}} - \Sigma_{\text{парних}} = 35$.

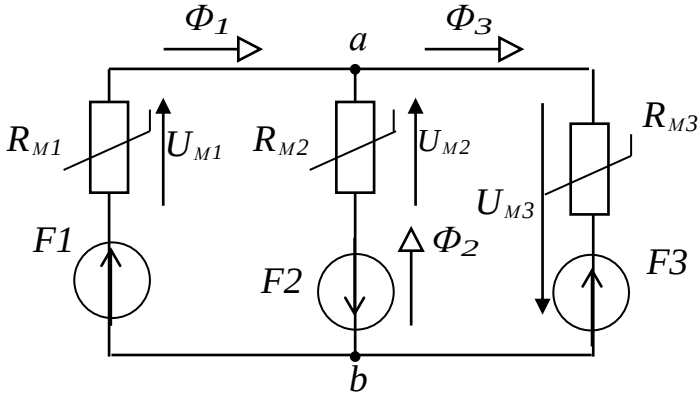
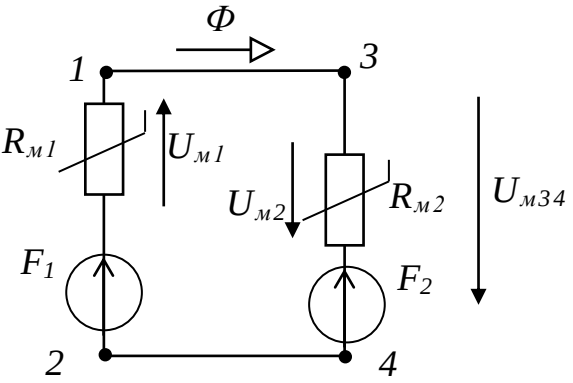
Таблиця 14.3а

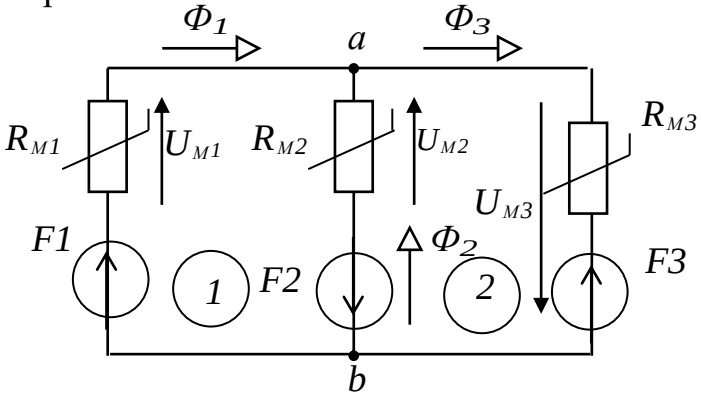
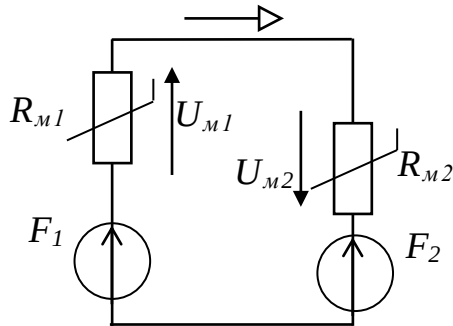
Номер відповіді	Відповіді
1.	Магнітний потік дорівнює відношенню алгебраїчної суми магніторушійних сил у замкнутому колі до суми магнітних опорів даного кола.
2.	Опір магнітному потоку. 
3.	$\Phi = \frac{U_M + \sum_{i=1}^n F_i}{\sum_{i=1}^n R_{Mi}}.$
4.	Магнітна напруга на ділянці кола. 
5.	$\sum_{i=1}^n \Phi_i = 0.$
6.	$\Phi = \frac{U_M}{R_M}.$
7.	Магніторушійна сила. 
8.	$\sum_{i=1}^n F_i = \sum_{i=1}^n R_{M_i} \cdot \Phi_i.$
9.	$\Phi_1 + \Phi_2 - \Phi_3 = 0.$
10.	Магнітний потік. 

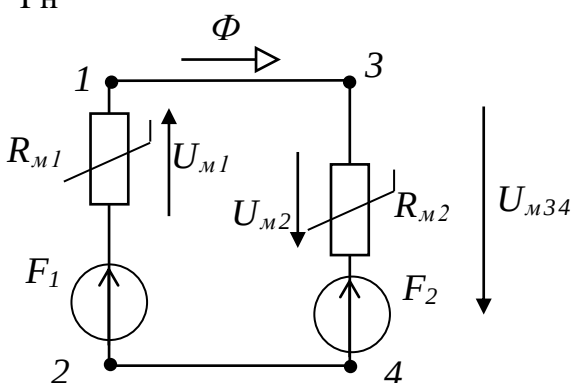
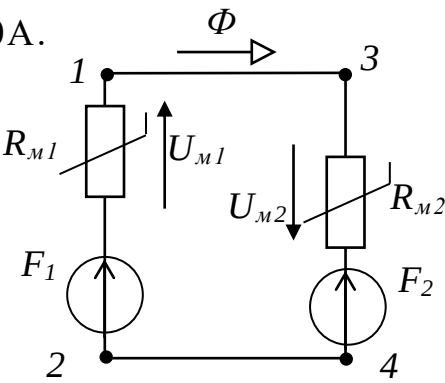
Номер відповіді	Відповіді
11.	Алгебраїчна сума магніторушійних сил у контурі дорівнює алгебраїчній сумі добутків магнітних опорів (що входять у контур) на магнітний потік (що проходить в даних опорах).
12.	Магнітний потік прямо пропорційний магнітній напрузі на ділянці кола і зворотно пропорційний магнітному опору цієї ділянки кола.
13.	Алгебраїчна сума магнітних потоків у вузлі магнітного кола дорівнює нулю.
14.	$\Phi = \frac{\sum_{i=1}^n F_i}{\sum_{i=1}^n R_{Mi}}.$
15.	
16.	Магнітний потік дорівнює відношенню суми магнітної напруги на затискачах кола й алгебраїчної суми магніторушійних сил у замкнутому контурі до суми магнітних опорів у цьому контурі.
17.	$F = R_{M2} \cdot \Phi_2 + R_{M3} \cdot \Phi_3.$
18.	$-F = R_{M1} \cdot \Phi_1 - R_{M2} \cdot \Phi_2$

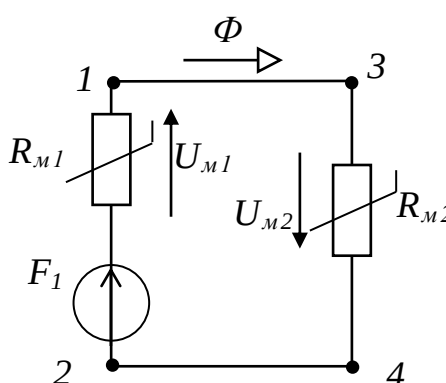
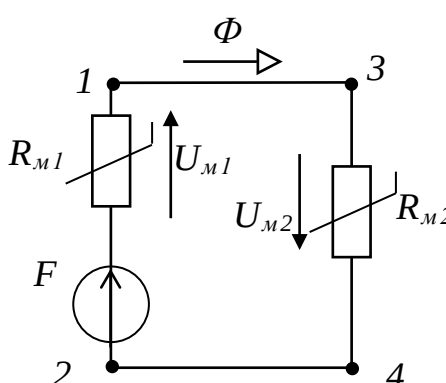
Завдання практично-стереотипного характеру

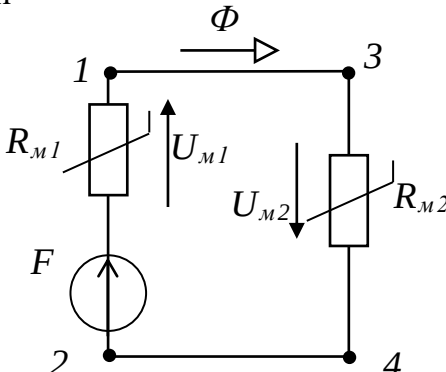
Таблиця 14.4

Номер питання, завдання	Питання, завдання	Номер правильної відповіді
1.	Відносна магнітна проникність матеріалу магнітопроводу дорівнює $6000/\pi$ Гн/м. Магнітна постійна $4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м. Визначити абсолютну магнітну проникність магнітопроводу.	
2.	Запишіть рівняння за першим законом Кірхгофа для вузла «a» наведеної схеми 	
3.	Запишіть рівняння за другим законом Кірхгофа для контуру 1 наведеної схеми, прийняв обхід контуру за годинниковою стрілкою. 	

Номер питання, завдання	Питання, завдання	Номер правильної відповіді
4.	Запишіть рівняння за другим законом Кірхгофа для контуру 2 наведеної схеми, прийняв обхід контуру за годинниковою стрілкою. 	
5	Для магнітного кола відомо: $F_1 = 48 \text{ A}$, $F_2 = 20 \text{ A}$, $R_{M1} = 2 \frac{1}{\text{Гн}}$, $R_{M2} = 5 \frac{1}{\text{Гн}}$,  Визначити магнітний потік в магнітному колі.	

Номер питання, завдання	Питання, завдання	Номер правильної відповіді
6.	Для магнітного кола відомо: $F_2 = 20 \text{ А}$, $R_{m2} = 10 \frac{1}{\text{Гн}}$, $U_{m34} = 80 \text{ А}$.  Визначити магнітний потік в магнітному колі.	
7.	Для магнітного кола відомо: $R_{m2} = 10 \frac{1}{\text{Гн}}$, $U_{m2} = 80 \text{ А}$.  Визначити магнітний потік в магнітному колі.	

Номер питання, завдання	Питання, завдання	Номер правильної відповіді
8.	Для магнітного кола відомо: $R_{m1} = 2 \frac{1}{\text{Гн}}$, $R_{m2} = 10 \frac{1}{\text{Гн}}$, $U_{m2} = 50 \text{ В}$.  Визначити магнітну напругу на ділянці з R_{m1}.	
9.	Для магнітного кола відомо: $R_{m1} = 200 \frac{1}{\text{Гн}}$, $R_{m2} = 100 \frac{1}{\text{Гн}}$, $\Phi = 0,06 \text{ Вб}$.  Визначити магніторушійну силу у контурі.	

Номер питання, завдання	Питання, завдання	Номер правильної відповіді
10.	Для магнітного кола відомо: $R_{m1} = 2 \frac{1}{\text{Гн}}$, $R_{m2} = 10 \frac{1}{\text{Гн}}$, $F = 60 \text{ А}$.  Визначити магнітний потік в магнітному колі.	
11.	У котушці індуктивності з феромагнітним осердям протікає електричний струм 20 А. Котушка має 500 витків. Довжина середньої лінії магнітопроводу дорівнює 2 м. Визначити напруженість магнітного поля в осерді.	
12.	Напруженість магнітного поля в осерді складає 4000 А/м. Магнітна індукція в осерді 2 Тл. Визначити магнітну проникність магнітопроводу.	
13.	Напруженість магнітного поля в осерді складає 4000 А/м. Відносна магнітна проникність матеріалу магнітопроводу дорівнює $2500 / \pi, \mu_0 = 4 \pi 10^{-7} \text{ Гн/м}$. Визначити магнітну індукцію осерді.	

Номер питання, завдання	Питання, завдання	Номер правильної відповіді
14.	У котушці індуктивності з феромагнітним осердям протікає електричний струм 25 А. Котушка має 400 витків. Визначити магніторушійну силу котушки.	
15.	Площа поперечного перерізу магнітопроводу дорівнює 0,01 м ² . Магнітна індукція в магнітопроводі 0,7 Тл. Визначити магнітний потік в магнітопроводі.	
16.	Напруженість магнітного поля в осерді складає 4000 А/м. Довжина середньої лінії магнітопроводу дорівнює 2 м. Визначити магніторушійну силу котушки.	
17.	Котушка з феромагнітним осердям має 1000 витків. Довжина середньої лінії магнітопроводу дорівнює 2,5 м. Площа поперечного перерізу магнітопроводу дорівнює 0,005 м ² . Магнітна проникність матеріалу магнітопроводу дорівнює 0,001 Гн/м. Визначити індуктивність котушки.	
18.	У котушці індуктивності з феромагнітним осердям протікає електричний струм 5 А. Котушка має 2000 витків. Магнітний потік дорівнює 0,004 Вб. Визначити індуктивність котушки.	

Номер питання, завдання	Питання, завдання	Номер правильної відповіді
19.	У котушці індуктивності з феромагнітним осердям протікає постійний електричний струм. Котушка має 500 витків. Довжина середньої лінії осердя дорівнює 5 м. Напруженість магнітного поля в осерді складає 4000 А/м. Визначити силу струму в котушці.	
20.	У котушці індуктивності з феромагнітним осердям протікає електричний струм 5 А. Котушка має індуктивність 0,06 Гн. Визначити енергію, що накопичується магнітним полем котушки.	

У разі вірного виконання завдання $\Sigma_{\text{непарних}} - \Sigma_{\text{парних}} = 14$.

Таблиця 14.4а

Номер відповіді	Відповіді
1.	18
2.	5
3.	$\Phi_1 + \Phi_2 - \Phi_3 = 0$
4.	8
5.	6
6.	10
7.	$-F_2 - F_3 = R_{M2} \Phi_2 + R_{M3} \Phi_3.$
8.	$F_1 - F_2 = R_{M1} \Phi_1 - R_{M2} \Phi_2.$
9.	4
10.	$1,5 \cdot 10^4$
11.	0,0024
12.	8000
13.	2
14.	5000
15.	1,6

Номер відповіді	Відповіді
16.	0,007
17.	40
18.	0,75
19.	10000
20.	4

ТЕМА 15 НЕЛІНІЙНІ КОЛА ЗМІННОГО СТРУМУ

САМОСТІЙНА РОБОТА З ПУНКТИВ

15.1. Загальні положення.

15.2. Нелінійна індуктивність

15.3 Ідеальна котушка з феромагнітним осердям у колі змінного струму

15.4 Втрати активної потужності на гістерезис.

15.5 Втрати активної потужності на вихрові струми.

1. Прочитати та постаратись зрозуміти теоретичний матеріал з пунктів 15.1, 15.5 [1-3, 5-6, 8].
2. Виконати завдання для засвоєння теоретичного матеріалу у таблицях 15.1 – 15.3.
3. Виконати тести на освітньому порталі ТДАТУ до пунктів 15.1– 15.5.

СТИСЛЕ ВИКЛАДЕННЯ ТЕОРЕТИЧНОГО МАТЕРІАЛУ

Нелінійність елементів кола, підключених до джерела змінного струму обумовлена тим, що властивості матеріалу, з яких вони виготовлені (питомий опір, магнітна проникність) або середовища (діелектрична проникність) не міняються. Для нелінійних елементів, в загальному випадку, при змінному струмі вигляд цих функцій $u(i)$, $\Phi(i)$, $q(u)$ залежить від характеру зміни аргументу (струму і напруги) в часі., тобто від частоти.

Індуктивність котушки з феромагнітним осердям, прямо пропорційна квадрату числа витків та зворотно пропорційна магнітному опору котушки з феромагнітним осердям

$$L = \frac{w\Phi}{i} = \frac{w^2 \mu \mu_0 S}{l} = \frac{w^2}{R_m} \quad (15.1)$$

Залежність магнітного потоку від струму $\Phi(I)$ нелінійна, тому кожній точці залежності $\Phi(I)$ (рисунок 15.1) відповідає статична та динамічна індуктивність.

Статична індуктивність

$$L_{cm} = w \frac{\Phi}{I} = m_L \operatorname{tg} \alpha_1, \quad (15.2)$$

де α_1 – кут між прямою, проведеною через початок координат і робочою точкою М, град.

Динамічна індуктивність

$$L_{дин} = w \frac{d\Phi}{dI} = m_L \operatorname{tg} \alpha_2, \quad (15.3)$$

де m_L – масштаб індуктивності, $\Gamma\text{н/см}$;

α_2 – кут між дотичною, проведеною через робочу точку P і віссю струму, град

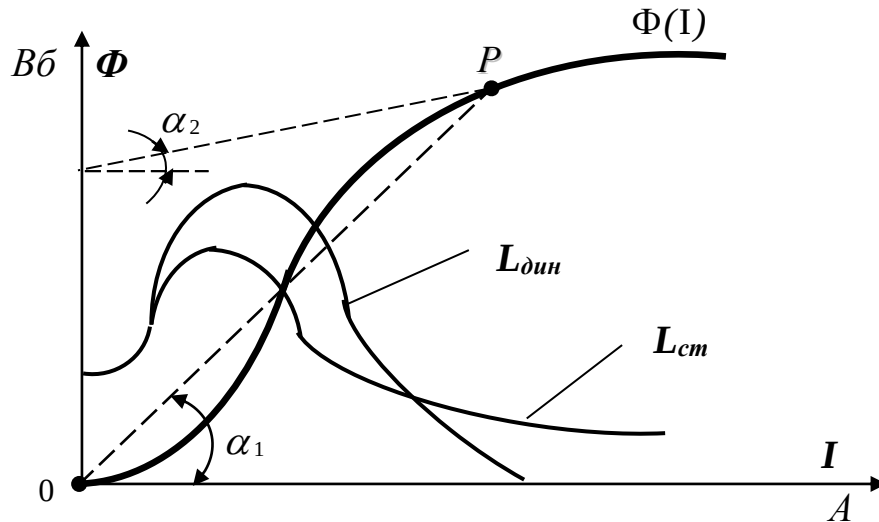


Рисунок 15.1 – Залежності магнітного потоку та статичної і динамічної індуктивностей від сили струму

Масштаб індуктивності можна визначити за формулою

$$m_L = \frac{m_{w\Phi}}{m_I}, \quad (15.1)$$

де $m_{w\Phi}$ – масштаб потокозчеплення, Вб/см ;

m_I – масштаб струму, А/см .

Під **ідеальною котушкою** з феромагнітним осердям розуміють котушку, в якій активний опір проводу обмотки дорівнює нулю, індуктивний опір, обумовлений потоком розсіювання, рівний нулю, відсутні втрати активної потужності від гістерезису і вихрових токів у магнітопроводі [1-3, 5-6, 8].

Ідеальна котушка з феромагнітним осердям не має петлі гістерезису ($r_m = 0$), активний опір проводу ($r = 0$) її дорівнює нулю, магнітний потік розсіювання відсутній ($x_\sigma = 0$) (рисунок 15.2).

Основні співвідношення для цього випадку

$$\Phi = \frac{F}{R_m} = \frac{wi}{R_m}; \quad R_m = \frac{l}{\mu\mu_0 S}; \quad \psi = w\Phi = Li; \quad (15.5)$$

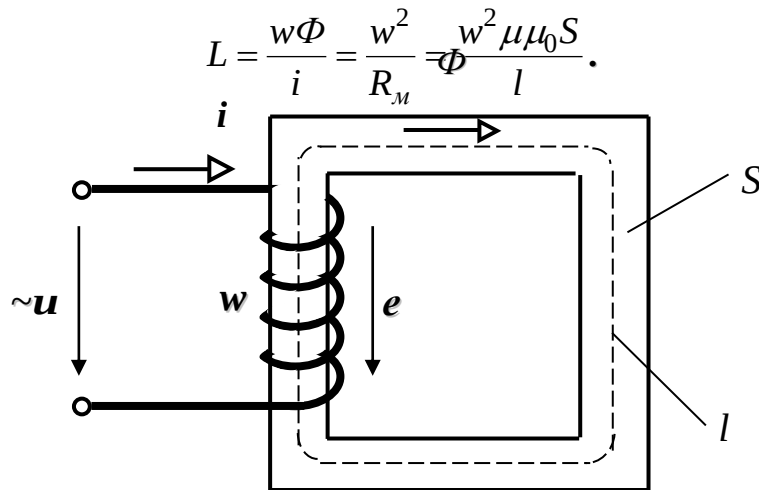


Рисунок 15.2 – Конструктивна схема котушки з феромагнітним осердям в колі синусоїдної напруги

При підключенні ідеальної котушки до джерела синусоїдної напруги, що має початкову фазу 90° і рівняння миттєвого значення

$$u = U_m \sin(\omega t + 90^\circ). \quad (15.6)$$

Співвідношення синусоїдної напруги, та електрорушійної сили самоіндукції при швидкості зміни магнітного потоку

$$u = -e; \quad e = -w \frac{d\Phi}{dt}. \quad (15.7)$$

Рівняння синусоїдного магнітного потоку

$$\Phi = \frac{U_m}{\omega w} \sin \omega t = \Phi_m \sin \omega t. \quad (15.8)$$

Для графічної побудови кривої струму в котушці з феромагнітним осердям, скористаємося залежностями $\Phi(t)$ і $\Phi(i)$ та побудуємо залежність $i(t)$ графічним способом (рисунок 15.3).

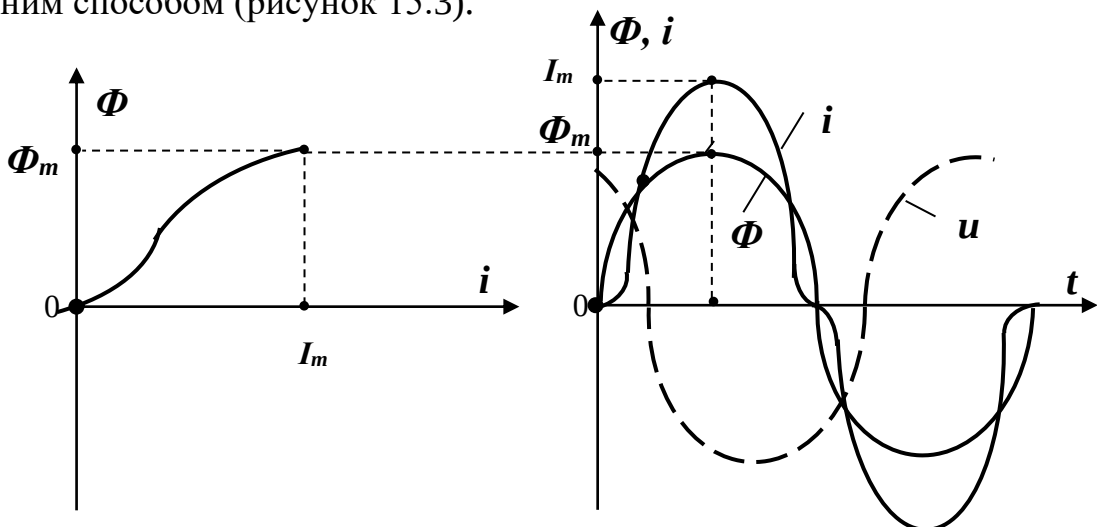


Рисунок 15.3 – Графічне знаходження залежності $\Phi(i)$, $i(t)$, $\Phi(t)$, $i(t)$ в ідеальній котушці з феромагнітним осердям

Отже, графік струму має несинусоїдну форму, але магнітний потік і струм мають однакові за величиною початкові фази ($\psi_\Phi = \psi_i$), оскільки відсутні втрати на гістерезис і вихрові струми. Замінімо несинусоїдний струм еквівалентною синусоїдою, для якої загальний вигляд рівняння миттєвого значення наступний

$$i = I_m \cdot \sin \omega t \quad \text{де} \quad I_m = \sqrt{2} \cdot I \quad (15.9)$$

Активна потужність (середня потужність за період) дорівнює потужності втраті від гістерезису

$$P_r = \frac{1}{T} \int_0^T wS \frac{dB}{dt} \cdot \frac{Hl}{w} dt = \frac{Sl}{T} \oint HdB = fV \oint HdB, \quad (15.10)$$

де V – об'єм осердя магнітопроводу, м^3 ;

$\oint HdB$ – площа петлі гістерезису;

f – частота струму, Гц .

Якщо розглянути петлю гістерезису (рисунок 15.4), її площа дорівнює $\oint HdB$.

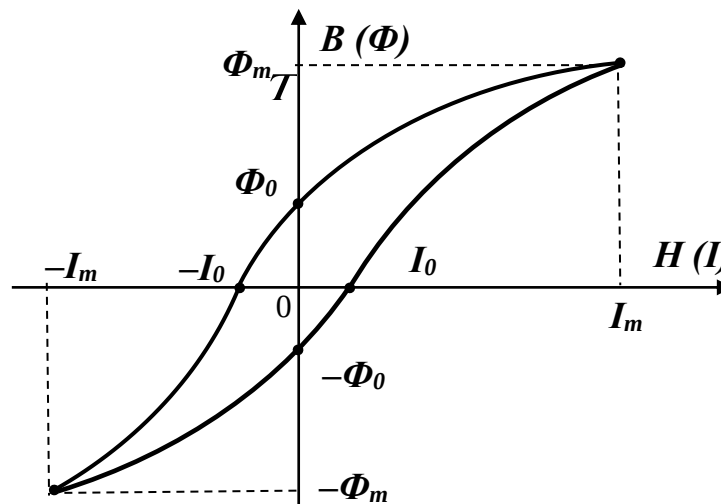


Рисунок 15.4 – Петля гістерезису феромагнітних матеріалів

Втрати активної потужності на гістерезис прямо пропорційні частоті струму, об'єму осердя та площі петлі гістерезису [1-4].

Для зменшення втрат активної потужності на гістерезис магнітопроводи силових машин виготовляють з феромагнітного матеріалу, що має вузьку петлю гістерезису (холоднокатана сталь). При великій частоті (більше 500 Гц) магніто проводи виготовляють із феритів.

В іншому вигляді вираз активної потужності на гістерезис можна записати

$$P_r = r_{mr} I_a^2, \quad (15.11)$$

де r_{mr} – еквівалентний активний опір магнітопроводу, яким враховано втрати активної потужності на гістерезис, Ом ;

I_a – активна складова струму, А .

Втрати активної потужності на вихрові струми прямо пропорційні квадрату частоти струму, товщині окремих листів електротехнічної сталі та магнітній індукції.

Вираз втрат активної потужності на вихрові струми можемо записати у вигляді

$$P_\epsilon = r_{m\epsilon} \cdot I_a^2, \quad (15.12)$$

де $r_{m\epsilon}$ – еквівалентний активний опір, за допомогою якого враховуються втрати активної потужності в магнітопроводі на вихрові струми, Ом ;

P_ϵ – втрати активної потужності в магнітопроводі на вихрові струми, Вт .

В цілому загальні втрати активної потужності в феромагнітному осерді від гістерезисну і вихрових струмів можна визначити

$$P_c = P_r + P_\epsilon = (r_{mr} + r_{m\epsilon}) \cdot I_a^2 = r_m \cdot I_a^2, \quad (15.13)$$

де r_m – еквівалентний активний опір магнітопроводу, який враховує втрати активної потужності в феромагнітному магнітопроводі на гістерезис і вихрові струми, Ом .

ЗАВДАННЯ ДЛЯ ЗАСВОЄННЯ ТЕОРЕТИЧНОГО МАТЕРІАЛУ

Завдання для засвоєння теоретичного матеріалу виконуються так само, як і у самостійній роботі з пунктів 13.1.

Завдання інформаційно-репродуктивного характеру

НАВЧАЛЬНО-КОНТРОЛЮЮЧІ ЗАВДАННЯ ІНФОРМАЦІЙНО-РЕПРОДУКТИВНОГО ХАРАКТЕРУ

Таблиця 15.1

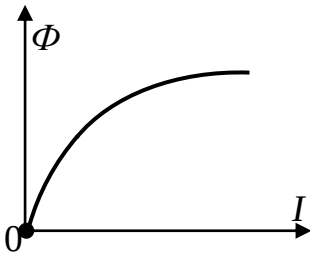
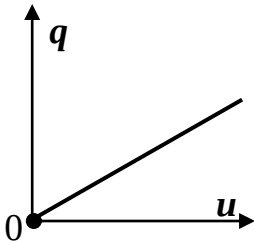
Номер питання, завдання	Питання, завдання	Номер правильної відповіді
1.	Опишіть математично зв'язок між напругою, струмом і лінійним активним опором у колі змінного синусоїдного струму. Зобразіть графічно даний зв'язок.	

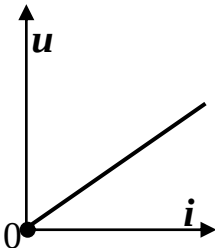
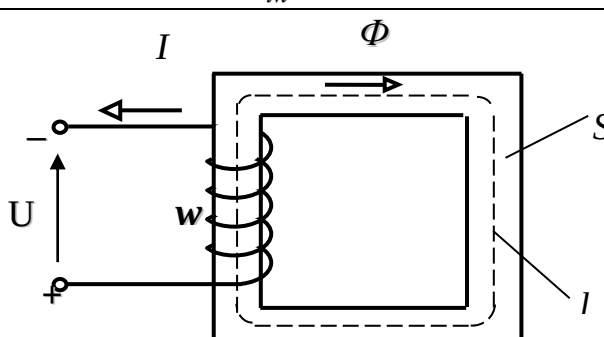
Номер питання, завдання	Питання, завдання	Номер правильної відповіді
2.	Опишіть математично зв'язок між кількістю витків котушки, магнітним потоком, електричним струмом, лінійною індуктивністю в колі змінного синусоїдного струму. Зобразіть графічно даний зв'язок.	
3.	Опишіть математично зв'язок між зарядом, напругою й лінійною ємністю в колі змінного синусоїдного струму. Зобразіть графічно даний зв'язок.	
4.	Покажіть графічно залежність магнітного потоку котушки зі сталлю від струму, що намагнічує.	
5.	Якою буде індуктивність котушки зі сталлю: лінійною або нелінійною?	
6.	Складіть конструктивну схему котушки зі сталлю (зневажаючи магнітним потоком розсіювання) при живленні від джерела постійного струму.	
7.	Запишіть рівняння магнітного потоку через силу, що намагнічує, і магнітний опір для даної схеми.	
8.	Запишіть рівняння магнітного опору через конструктивні параметри магнітопроводу.	
9.	Запишіть закон електромагнетизму для котушки зі сталлю в колі постійного струму.	
10.	Отримайте залежність індуктивності від конструктивних параметрів котушки зі сталлю.	
11.	Запишіть алгоритм визначення динамічної індуктивності котушки графоаналітичним методом, якщо задані таблично залежність $\Phi = f(I)$ і значення струму, що намагнічує.	
12.	Запишіть алгоритм визначення статичної індуктивності котушки графо-аналітичним методом, якщо задані таблично залежність $\Phi = f(I)$ і значення струму, що намагнічує.	

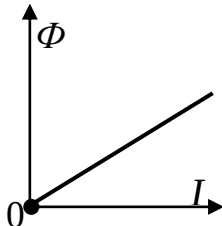
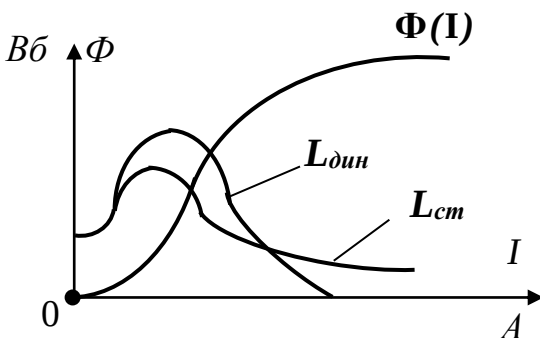
Номер питання, завдання	Питання, завдання	Номер правильної відповіді
13.	Приведіть залежність магнітного потоку від струму, що намагнічує, і покажіть криві статичної й динамічної індуктивності у функції струму.	

У разі вірного виконання завдання $\Sigma_{\text{непарних}} - \Sigma_{\text{парних}} = 15$.

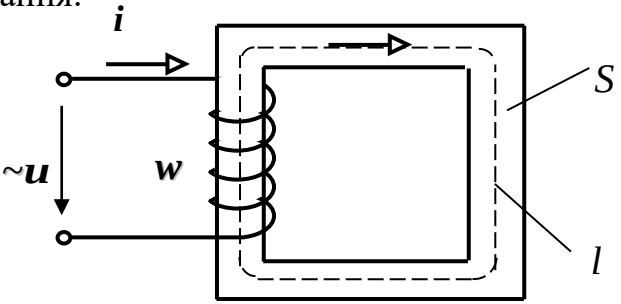
Таблиця 15.1а

Номер відповіді	Відповіді
16.	
17.	- вибираємо масштаби потоку і струму, що намагнічує; - будуємо залежність $\Phi = f(I)$ нелінійної котушки за даними таблиці; - на графіку залежності $\Phi = f(I)$ відзначаємо робочу при заданому значенні струму, що намагнічує; - проводимо пряму, що з'єднує робочу точку з початком координат; - вимірюємо величину кута між віссю абсцис і цією прямою; - визначаємо масштаб індуктивності; - визначаємо величину статичної індуктивності нелінійної котушки в заданій робочій точці.
18.	 $q = Cu.$

Номер відповіді	Відповіді
19.	 $u = r i.$
20.	$\frac{w^2 \cdot \mu \cdot \mu_0 \cdot S}{l}.$
21.	$\frac{w \cdot I}{R_M}.$
22.	
23.	- вибираємо масштаби потоку і струму, що намагнічує; - будуємо залежність $\Phi = f(I)$ нелінійної котушки за даними таблиці; - на графіку залежності $\Phi = f(I)$ відзначаємо робочу точку при заданому значенні струму, що намагнічує; - проводимо дотичну в робочій точці до перетинання з віссю абсцис (віссю сили струму); - вимірюємо величину кута між віссю абсцис і дотичною; - визначаємо масштаб індуктивності; - визначаємо величину динамічної індуктивності нелінійної котушки в заданій робочій точці.
24.	$\psi = w\Phi = LI.$
25.	Нелінійної.
26.	$\frac{l}{\mu \cdot \mu_0 \cdot S}.$

Номер відповіді	Відповіді
27.	 $\psi = w \Phi = L i$
28.	

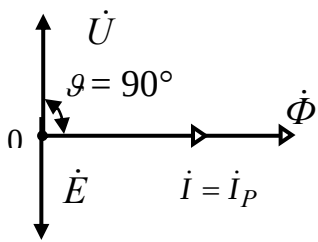
Таблиця 15.2

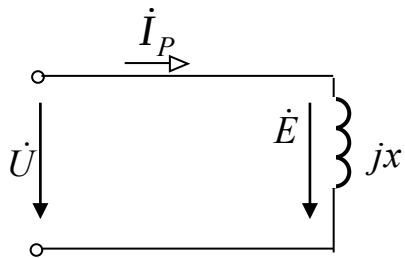
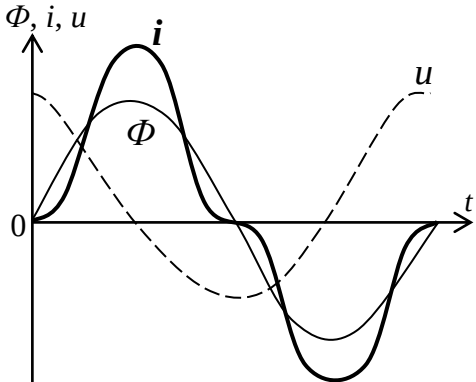
Номер питання, завдання	Питання, завдання	Номер правильної відповіді
	На представленій схемі позначено: котушка с феромагнітним осереддям із числом витків w, сила змінного струму в котушці i. Магнітопровід характеризується: довжиною магнітопроводу – l і площею поперечного перерізу магнітопроводу – S. По магнітопроводу замикається основний магнітний потік Φ. Котушка не має петлі гістерезису, відсутні вихрові струми, активний опір її дорівнює нулю, відсутній магнітний потік розсіювання. 	
1.	Що таке ідеальна котушка з феромагнітним осереддям у колі змінного синусоїдного струму?	
2.	Математично запишіть закон електромагнетизму для даної котушки.	

Номер питання, завдання	Питання, завдання	Номер правильної відповіді
3.	Запишіть рівняння миттєвої напруги джерела при його початковій фазі рівної 90° .	
4.	Отримайте рівняння миттєвого магнітного потоку.	
5.	Покажіть графічно залежності $\Phi=f(t)$, $i=f(t)$, $u=f(t)$ у котушці з феромагнітним осереддям.	
6.	Запишіть рівняння миттєвого несинусоїдного струму, замінивши його еквівалентним синусоїдним.	
7.	Запишіть рівняння миттєвої ЕРС самоіндукції в ідеальній котушці.	
8.	Побудуйте векторну діаграму ідеальної котушки з феромагнітним осереддям у колі змінного струму.	
9.	Складіть розрахункову схему ідеальної котушки з феромагнітним осереддям у колі змінного струму.	
10.	Запишіть рівняння ідеальної котушки в комплексній формі.	
11.	Запишіть рівняння діючого значення потокозчеплення ідеальної котушки.	

У разі вірного виконання завдання $\Sigma_{\text{непарних}} - \Sigma_{\text{парних}} = 8$.

Таблиця 15.2а

Номер відповіді	Відповіді
1.	$E_m \cdot \sin(\omega \cdot t - 90^\circ)$.
2.	 The diagram shows three vectors originating from a point labeled '0'. A vertical vector $\dot{U}$ points upwards. A horizontal vector $\dot{\Phi}$ points to the right. Another horizontal vector $\dot{i} = I_P$ also points to the right, below $\dot{\Phi}$. A vertical vector $\dot{E}$ points downwards. An arc indicates a 90° angle between $\dot{U}$ and $\dot{\Phi}$.
3.	$\psi = w \cdot \Phi = L \cdot I_P$.
4.	$I_m \cdot \sin \omega \cdot t$.

Номер відповіді	Відповіді
5.	
6.	$U_m \cdot \sin(\omega \cdot t + 90^\circ)$.
7.	Котушка з феромагнітним осередком не має петлі гістерезису, відсутні вихрові струми, активний опір її дорівнює нулю, магнітний потік розсіювання відсутній.
8.	$\Phi_m \cdot \sin \omega \cdot t$.
9.	$\dot{U} = jx \cdot \dot{I}_p$.
10.	$\psi = w \cdot \Phi = L \cdot i$.
11.	

Завдання практично-стереотипного характеру

Таблиця 15.3

Номер питання, завдання	Питання, завдання	Номер правильної відповіді
1.	Котушка з феромагнітним осердям має 1000 витків. Довжина середньої магнітної силової лінії магнітопроводу котушки дорівнює 0,4 м. Напруженість магнітного поля в робочій точці 400 А/м. Визначити намагнічуючий струм котушки.	
2.	Напруженість магнітного поля в робочій точці 400 А/м. Магнітна проникність матеріалу магнітопроводу дорівнює 0,001 Гн/м. Визначити магнітну індукцію в осерді котушки.	
3.	Перетин магнітопроводу дорівнює 0,008 м ² . Магнітна індукція в магнітопроводі котушки 5 Тл. Визначити магнітний потік у осерді котушки.	
4.	В робочій точці котушки з феромагнітним осердям магнітний потік у осерді 0,02 Вб, намагнічуючий струм котушки 4 А. Котушка з осердям має 1000 витків. Визначити статичну індуктивність в робочій точці.	
5.	Ідеальну котушку з феромагнітним осердям, що споживала діюче значення струму 2 А, підключили до джерела змінної синусоїдної $u = 282 \sin(\omega t + 30^\circ)$ В. Вказати рівняння миттєвого значення намагнічуючого струму.	
6.	Ідеальну котушку з феромагнітним осердям, підключили до джерела змінної синусоїдної напруги $u = 282 \sin(\omega t + 30^\circ)$ В. Котушка споживала діюче значення струму 2 А. Чому дорівнює індуктивний опір ідеальної котушки з феромагнітним осердям.	

Номер питання, завдання	Питання, завдання	Номер правильної відповіді
7.	Ідеальну котушку з феромагнітним осердям підключили до джерела змінної синусоїдної $u = 282 \sin(\omega t + 30^\circ)$ В. Чому дорівнює початкова фаза магнітного потоку в осерді котушки?	
8.	Індуктивний опір ідеальної котушки з феромагнітним осердям, підключеної до джерела змінної синусоїдної напруги дорівнює 15,7 Ом. Частота джерела 50 Гц. Визначити індуктивність котушки.	
9.	Ідеальну котушку з феромагнітним осердям, підключили до джерела змінної синусоїдної напруги $u = 282 \sin(\omega t + 30^\circ)$ В. Котушка споживала діюче значення струму 2 А. Чому дорівнює активний опір ідеальної котушки з феромагнітним осердям.	
10.	Ідеальну котушку з феромагнітним осердям підключили до джерела змінної синусоїдної напруги $u = 282 \sin(\omega t + 30^\circ)$ В. Чому дорівнює діюче значення ЕРС самоіндукції в ідеальній котушці з феромагнітним осердям?	

У разі вірного виконання завдання $\Sigma_{\text{непарних}} - \Sigma_{\text{парних}} = 3$.

Таблиця 15.3а

Номер відповіді	Відповіді
1.	5
2.	– 60
3.	0
4.	0,4

Номер відповіді	Відповіді
5.	100
6.	0,04
7.	0,05
8.	0,16
9.	200
10.	$2,82 \sin(\omega t - 60^\circ)$

САМОСТІЙНА РОБОТА З ПУНКТУ

15.6. Реальна котушка з феромагнітним осердям в колі змінного струму. Ферорезонанс

1. Прочитати та постаратись зрозуміти теоретичний матеріал з пункту 15.6 [1-3, 5-6, 8].
2. Виконати завдання для засвоєння теоретичного матеріалу у таблицях 15.4-15.7.
3. Виконати тести на освітньому порталі ТДАТУ до пунктів 15.6.

СТИСЛЕ ВИКЛАДЕННЯ ТЕОРЕТИЧНОГО МАТЕРІАЛУ

Фізичні явища і процеси, які відбуваються в реальній котушці з феромагнітним осердям у колі змінного струму (рисунок 15.5):

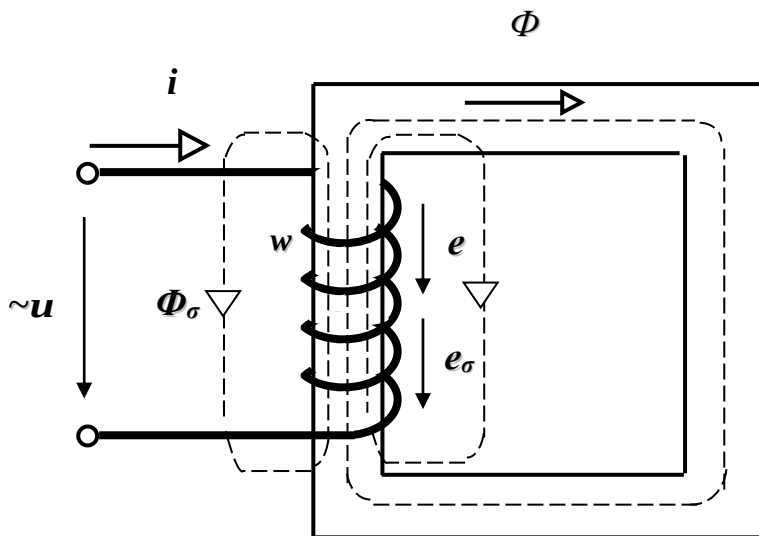


Рисунок 15.5 – Фізичні процеси, що виникають у котушці з феромагнітним осердям у колі змінного струму

- явище електричного змінного струму i ;

- явище електромагнетизму: створюються синусоїдні основний потік Φ і допоміжний потік розсіювання Φ_σ магнітні потоки в наслідок явища електромагнетизму, які замикаються, відповідно, по осерддю і поза нього.

- явище електромагнітної індукції: наводяться основним потоком ЕРС самоіндукції e (індуктивний опір x) і ЕРС розсіювання допоміжним потоком розсіювання e_σ . (індуктивний опір розсіювання x_σ);

- явище теплової дії струму у проводі котушки, що супроводжується виділенням теплоти і втратами потужності (активний опір r);

- гістерезис і вихрові струми у феромагнітному магнітопроводі за рахунок змінної напруги і струму (явища електромагнітної індукції e) у електричному колі котушки, нагрів магнітопроводу [1-3, 5, 8].

Рівняння рівноваги для миттєвих значень напруги котушки з феромагнітним осердям згідно другого закону Кірхгофа

$$u = r \cdot i - e_\sigma - e = r \cdot i + L_\sigma \frac{di}{dt} - e, \quad (15.14)$$

Де r – активний опір проводу котушки, Ом;

$$e_\sigma = L_\sigma \frac{di}{dt} = \frac{d\phi_\sigma}{dt} - \text{ЕРС розсіювання, В.}$$

Відповідно до рівняння (15.6) замінимо реальну котушку з феромагнітним магнітопроводом еквівалентною їй (рисунок 15.6), яка буде складатися з ідеальної котушки з феромагнітним магнітопроводом з урахуванням петлі гістерезисну і послідовно з'єднаними з нею активним опором проводу r і індуктивним опором розсіювання x_σ , що створюється магнітним потоком розсіювання Φ_σ .

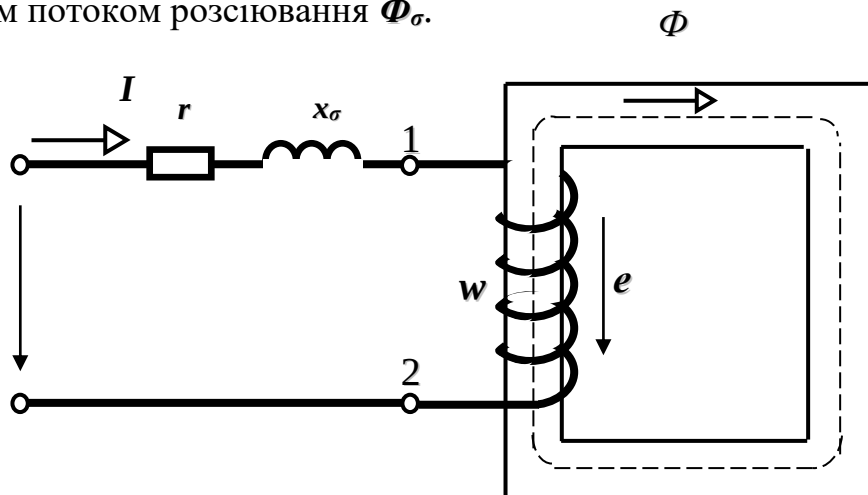


Рисунок 15.6 – Еквівалентна схема реальної котушки з феромагнітним осердям

Розрахункова схема реальної котушки з феромагнітним осердям має вигляд, зображений на рисунку 15.7.

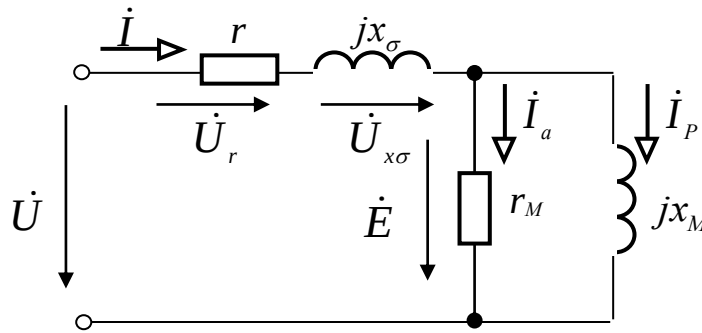


Рисунок 15.7 – Розрахункова схема індуктивної котушки з феромагнітним осердям

Рівняння рівноваги напруги реальної котушки з феромагнітним осердям в комплексній формі

$$\dot{U} = r\dot{I} + jx_{\sigma}\dot{I} - \dot{E}. \quad (15.15)$$

Побудуємо векторну діаграму напруги, основного магнітного потоку, активної та реактивної складових струму і ЕРС самоіндукції реальної котушки з феромагнітним осердям згідно рівняння (15.15). Прийнемо початкову фазу магнітного потоку рівною нулю (рисунок 15.8).

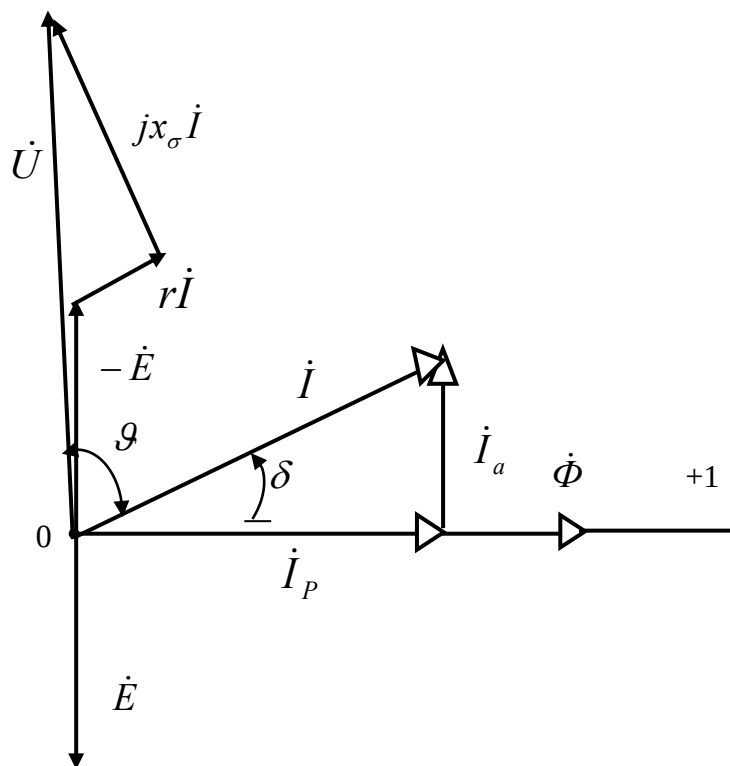


Рисунок 15.8 – Векторна діаграма реальної котушки з феромагнітним осердям

Рівняння рівноваги напруги реальної котушки з феромагнітним осердям в комплексній формі

$$\dot{U} = r\dot{I} + jx_{\sigma}\dot{I} - \dot{E}. \quad (15.16)$$

Діюче значення ЕРС самоіндукції, якщо рівняння миттєвого магнітного потоку $\Phi = \Phi_m \sin \omega t$. Тоді вираз миттєвої ЕРС

$$e = -w \frac{d\Phi}{dt} = -w \cdot \omega \cdot \Phi_m \cdot \sin(\omega t + 90^\circ) = E_m \sin(\omega t - 90^\circ), \quad (15.17)$$

де максимальна ЕРС самоіндукції визначається як

$$E_m = w \cdot \omega \cdot \Phi_m. \quad (15.18)$$

Тоді діюче значення ЕРС самоіндукції

$$E = \frac{w \cdot \omega \cdot \Phi_m}{\sqrt{2}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot f \cdot w}{\sqrt{2}} \cdot \Phi_m = 4,44 \cdot f \cdot w \cdot \Phi_m. \quad (15.19)$$

В колі котушки з феромагнітним осердям, як нелінійного елементу, і конденсатора можливі резонансні явища.

Резонанс напруги у колі, що містить котушку з насиченим феромагнітним магнітопроводом, з'єднану послідовно з конденсатором називається **ферорезонансом напруги** [1-3,5].

У колах, які містять нелінійну індуктивність і ємність, плавна зміна напруги може викликати скачки фази й амплітуди основної гармоніки струму, і, навпаки, плавна зміна струму може супроводжуватися стрибкоподібною зміною фази й амплітуди основної гармоніки напруги на деяких ділянках кола.

Під **ферорезонансом напруги** розуміють стрибкоподібну зміну знака кута зсуву фаз між основними гармоніками напруги й струму, а також різку зміну величини силу струму при незначній зміні напруги на вході кола. Ці явища пов'язані з нелінійною зміною індуктивності котушки з феромагнітним осердям, у лінійних колах подібні явища принципово неможливі.

Розглянемо послідовне з'єднання конденсатора та котушки з феромагнітним осереддям (рисунок 15.9, а). Точний аналіз ферорезонансу напруг з урахуванням того, що крива струму має несинусоїдну форму в котушці з феромагнітним магнітопроводом представляє значні труднощі. Тому в подальшому для спрощення розрахунків приймемо наступні **спрощення**: вважаємо, що котушка з феромагнітним магнітопроводом, яка включена в електричне коло, не має петлі гістерезису, вихрових струмів ($r_m = 0$), активний опір проводу обмотки дорівнює нулю ($r = 0$) тобто в колі присутні ідеальні котушка і конденсатор. Таким чином, розрахункова схема кола має вигляд, представлений на рисунку 15.9, б.

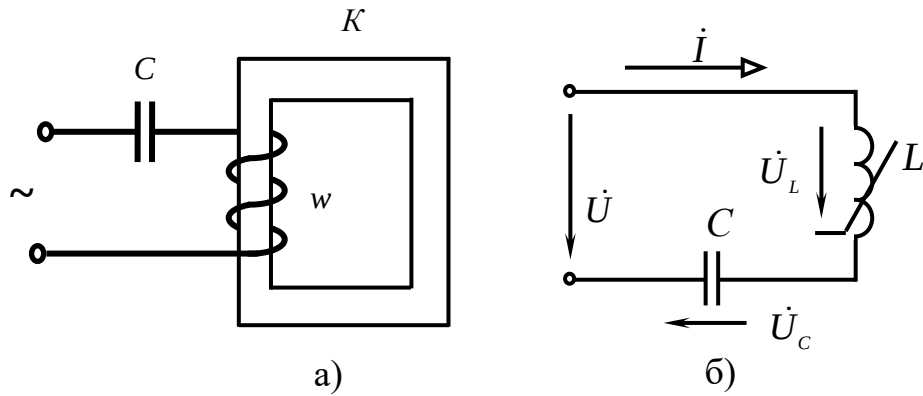


Рисунок 15.9 – Принципова (а) і розрахункова (б) схеми послідовно з'єднаних конденсатора та котушки з феромагнітним осердям

Оскільки котушка з феромагнітним осердям є нелінійним елементом, тому при синусоїдній напрузі і синусоїдному магнітному потоці струм має несинусоїдну форму (рисунок 15.10).

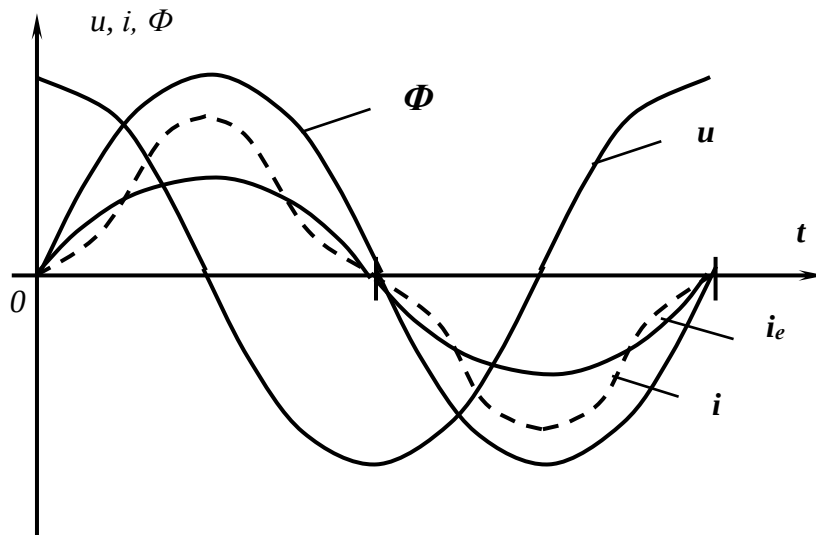


Рисунок 15.10 – Графічні залежності миттєвої напруги, магнітного потоку, струму і еквівалентного струму у котушці

Векторна діаграма електричного кола з урахуванням спрощень і прийнятої початкової фази струму рівною нулю на рисунку 15.11.

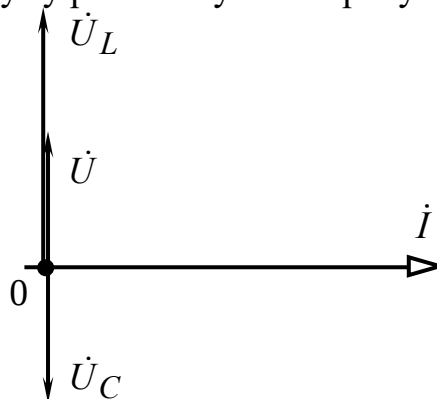


Рисунок 15.11 – Векторна діаграма при ферорезонансі напруг з урахуванням спрощень

Для подальших розрахунків символічним методом застосуємо метод еквівалентних синусоїд: замінимо несинусоїдну форму струму еквівалентною синусоїдою струм i_e .

Початкова фаза напруги на індуктивності $\dot{U}_L$ дорівнює 90° , тобто напруга на індуктивності випереджає струм на 90° , напруга на ємності $\dot{U}_C$ відстає від струму на 90° . Прикладена напруга на затискачах кола, згідно другого закону Кірхгофа, дорівнює

$$\dot{U} = \dot{U}_L + \dot{U}_C. \quad (15.20)$$

Оскільки вектори $\dot{U}_L$ і $\dot{U}_C$ спрямовані протилежно, діюче значення напруги до затискачів кола визначається як

$$U = |U_L - U_C|. \quad (15.21)$$

Оскільки ВАХ котушки $U_L(I)$ є нелінійною, ВАХ конденсатора $U_C(I)$ є похилою прямою лінією (рисунок 15.12), то величина ємності завжди може бути такою, що ВАХ конденсатора та котушки з феромагнітним осердям могли перетнутися. Різниця між залежностями $U_L(I)$ і $U_C(I)$ утворює криву $U(I)$, ординати якої визначають значення прикладеної напруги при різних значеннях струму.

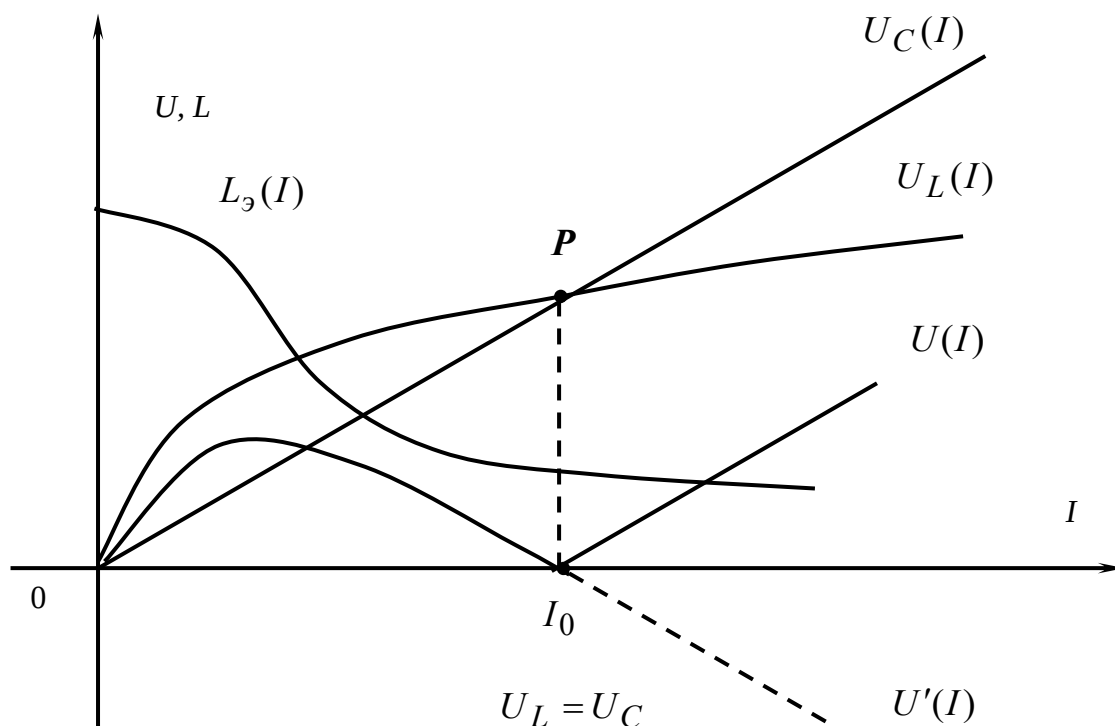


Рисунок 15.12 – ВАХ ідеальної котушки з феромагнітним осердям, ідеального конденсатора і електричного кола при послідовному з'єднанні котушки і конденсатора

Точка перетину «P» залежностей $U_L(I)$ і $U_C(I)$ відповідає ферорезонансу напруги, в цьому випадку $U_L = U_C$.

Ферорезонанс напруг відбувається за рахунок зміни індуктивності в наслідок зміни магнітної проникності феромагнітного матеріалу магнітопроводу котушки при зміні вхідної напруги (залежність $L_9(I)$ рис. 15.12). Однак, на відміну від лінійних кіл, де індуктивність не змінюється, в нелінійній котушці зміни індуктивності відбуваються в наслідок нелінійної залежності між струмом і магнітним потоком. Еквівалентну індуктивність котушки з феромагнітним магнітопроводом при резонансі можна визначити за виразом

$$L_e = \frac{U_L}{\omega \cdot I}. \quad (15.22)$$

Область характеристики $U(I)$ поблизу точки I_P носить суто теоретичний характер. В реальній котушці з феромагнітним осердям, через втрати в осерді і проводі котушки, а особливо через несинусоїдну форми кривої струму, реальна графічна залежність ВАХ електричного кола $U(I)$ має такий вигляд, представлений на рисунку 15.13.

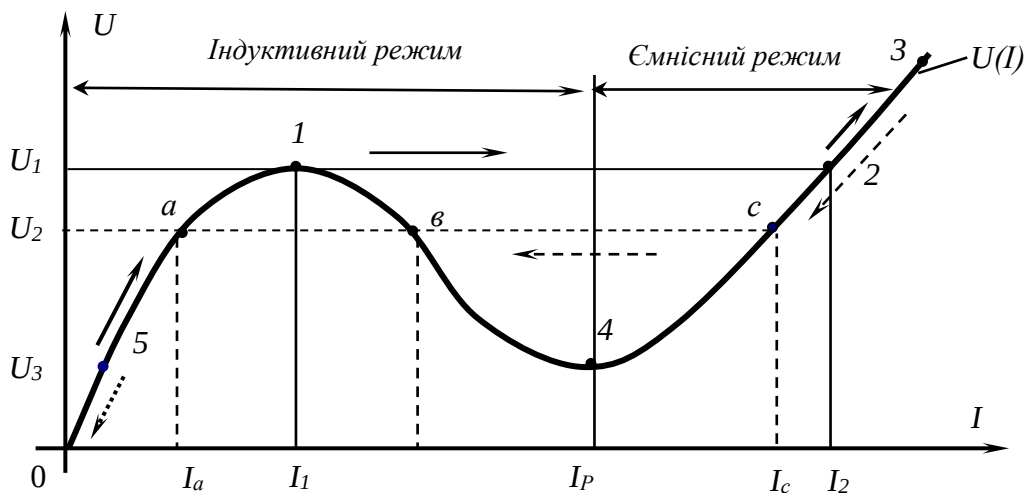


Рисунок 15.13 – Реальна ВАХ електричного кола з послідовно з'єднаними реальною котушкою зі сталлю і конденсатором

При зміні напруги U від нуля до U_1 (рис. 15.13) напруга на індуктивності перевищує напругу на ємності (струм за фазою відстає від напруги), що відповідає індуктивному режиму. Зміна режиму відбувається при досягненні напруги U_1 , при цьому в точці 1 спостерігається стрибок струму, при якому величина струму зростає з I_1 до I_2 (точка 2 рис. 15.13). У цьому випадку напруга на ємності перевищить напругу на індуктивності (по фазі струм I_2 буде випереджати напругу), спостерігається «перекидання фази», що відповідає ємнісному режиму. Подальше зростання напруги викликає плавне збільшення струму (точка 3 рис. 15.13).

При зменшенні напруги до величини U_3 (точка c) знову відбувається зворотній стрибок струму з I_c до I_a , що відповідає переходу із точки 3 у точку 5 (рис. 15.13). Зворотній стрибок струму настає декілька пізніше, ніж прямий, що пов'язано з явищем гістерезису у феромагнітному магнітопроводі. З характеристики видно, що при одному значенні напруги U_2 на затискачах електричного кола можливі три значення струму: I_a , I_{BP} , I_c . У двох перших випадках струм відстає по фазі від напруги ($U_L > U_C$). А у третьому випадку – випереджає його ($U_L < U_C$). Така невизначеність – декілька значень струму в колі при одній і тій же напрузі – може мати місце лише в колах з нелінійними характеристиками. Режим роботи електричного кола при струмах I_a і I_1 є стійким, оскільки на ділянці з підйомом характеристики при збільшенні напруги U струм також зростає, а при зменшенні напруги – зменшується.

Режим роботи при струмі I_2 є нестійким, оскільки на спадаючій ділянці ВАХ зі зменшенням напруги U струм зростає, а з підвищенням напруги навпаки – спадає, таким чином незначна зміна напруги може викликати перехід від поточного режиму роботи електричного кола до першого або третього режиму.

Характерно, що при кожному стрибку струму, фаза струму по відношенню до прикладеної напруги U змінюється на 180° . Явище різкої зміни струму при незначній зміні напруги на вході називається **тригерним ефектом** у послідовному ферорезонансному колі [3-5]. Для зменшення стрибків струму в схемі використовують регулювальний реостат. Якщо в наведеній розрахунковій схемі (рисунок 15.14) опір реостату R набагато більше опору іншого кола, то змінюючи його величину можна плавно змінювати струм у колі.

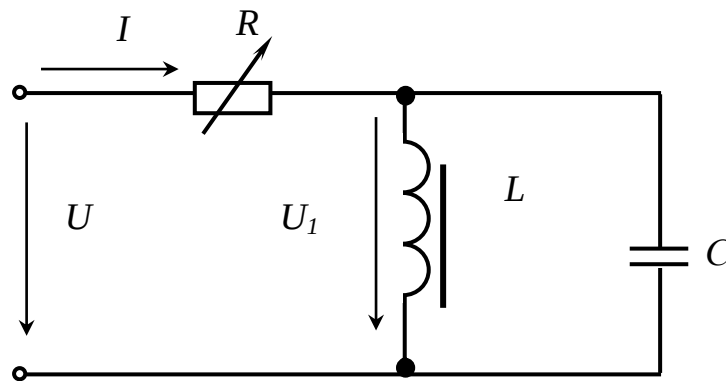


Рисунок 15.14 – Розрахункова схема регулювання сили струму при ферорезонансі струму

При зниженні струму в зворотному напрямку резонанс струмів настає при менших струмах, в порівнянні з прямим резонансом струмів, що пов'язане з явищем гістерезису у сталі магнітопроводу.

Особливості кіл, що містять котушки з феромагнітним осереддям й конденсатори, використовують для пристрою ферорезонансних

стабілізаторів напруги, призначених для підтримки постійною напруги на затискачах приймача при зміні напруги живлючої мережі.

Розглянуті явища резонансу напруги та струму можуть виникати в електричному колі як випадково, так і застосовуватися в електричних пристроях.

Ферорезонансний стабілізатор напруги – такий чотирьохполюсник, у якому значна зміна напруги на вході викликає лише незначну зміну напруги на виході. Основна частина стабілізатора складається із двох послідовно з'єднаних опорів – лінійного (ємнісного опору) й нелінійного (індуктивного опору) (рисунк 15.15) [2, 3, 5]. Розглянемо реальний випадок явища ферорезонансу напруг.

Феромагнітний стабілізатор напруг працює в зоні насиченого магнітопроводу після стрибка струму.

Сутність явища стабілізації полягає в такій зміні параметрів послідовно з'єднаних елементів нелінійного електричного кола при зміні напруги живлення, при якій відносна зміна напруги на одній ділянці кола виявляється значно меншою, ніж на вхідних затискачах кола (рисунк 15.15).

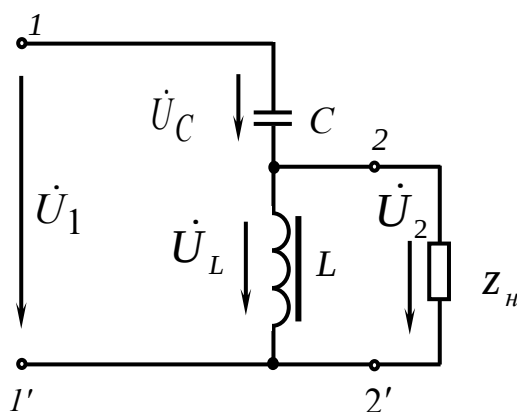


Рисунок 15.15 – Схема основної частини стабілізатора напруги

Так в колі, що зображене на рисунку 15.15, з збільшенням напруги живлення струм різко зростає і його збільшення призводить до зменшення індуктивності котушки з феромагнітним магніто проводом, в той час, як ємність остається без змін. Таким чином, відносна зміна напруги на індуктивності (затискачі 2-2') виявляється значно меншим ніж на затискачах 1-1'.

Визначивши для ряду значень U_1 відповідні значення U_2 , можна побудувати залежність $U_2 = f(U_1)$ (рисунк 15.16).

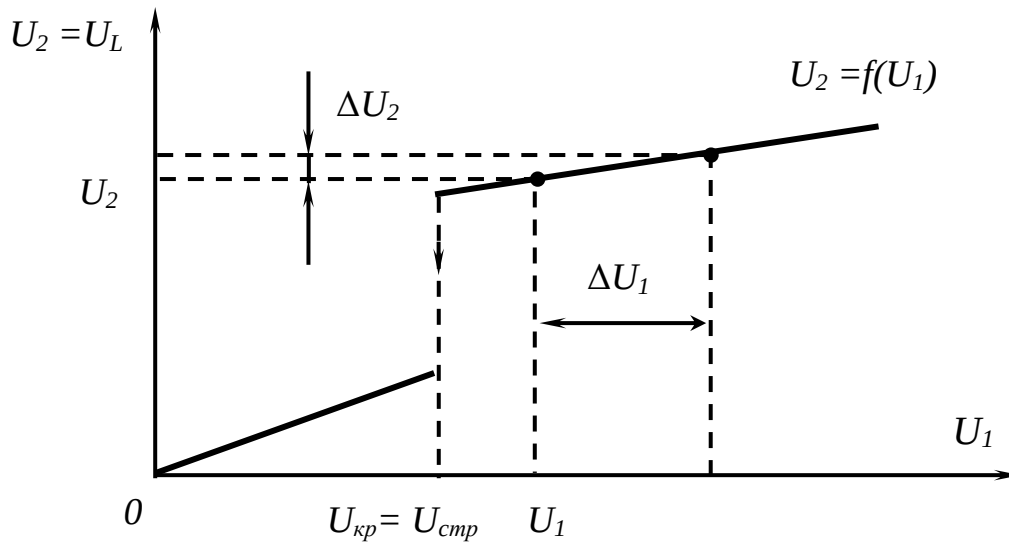


Рисунок 15.16 – Графічна залежність $U_2 = f(U_1)$ стабілізатора напруги

Замість конденсатора C в коло можна включити і лінійний резистор або котушку з лінійною ВАХ, однак ефект стабілізації буде менший, оскільки зміна струму в котушці зі феромагнітним магнітопроводом, а відповідно, в її еквівалентній індуктивності при зміні напруги живлення в цих випадках менше. Приєднання навантаження до вторинних затискачів стабілізатора створить ділянку, паралельну нелінійній котушці, в результаті струм в котушці зменшиться. Зі зміною напруги живлення повний опір між затискачами 2-2' зміниться менше, чим при відсутності навантаження, отже, стане погіршення стабілізуючих властивостей кола. З графіку (рисунок 15.23) видно, що значне збільшення первинної напруги (ΔU_1) відповідає незначній зміні вторинної напруги (ΔU_2) та що схема (рисунок 15.15) дозволяє стабілізувати напруги лише при напрузі мережі більше критичного, рівного $U_{сmp}$.

Ферорезонансні стабілізатори характеризуються коефіцієнтом стабілізації

$$K_c = \frac{\Delta U_1}{U_1} : \frac{\Delta U_2}{U_2} = \frac{\Delta U_1 \cdot U_2}{U_1 \cdot \Delta U_2}, \quad (15.23)$$

де U_1 – напруга на вході стабілізатора, В;

U_2 – напруга на виході стабілізатора (на навантаженні), В;

$\Delta U_1, \Delta U_2$ – зміна напруги на вході й на виході, В.

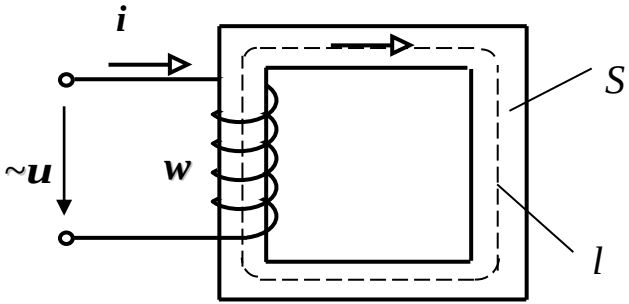
Коефіцієнт навантаженого стабілізатора значно нижчий, чим при холостому ході. За рахунок несинусоїдної форми кривих струмів і напруг в нелінійних колах напруга U_2 зазвичай містить вищі гармоніки навіть при живленні стабілізатора від джерела синусоїдної ЕРС з напругою U . Лише у мостових стабілізаторів з терморезисторами напруга на виході наближається по формі до синусоїди.

ЗАВДАННЯ ДЛЯ ЗАСВОЄННЯ ТЕОРЕТИЧНОГО МАТЕРІАЛУ

Завдання для засвоєння теоретичного матеріалу виконуються так само, як і у самостійній роботі з пункту 13.1.

Завдання інформаційно-репродуктивного характеру

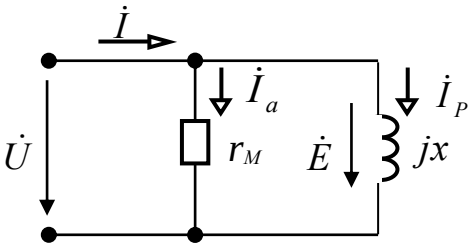
Таблиця 15.4

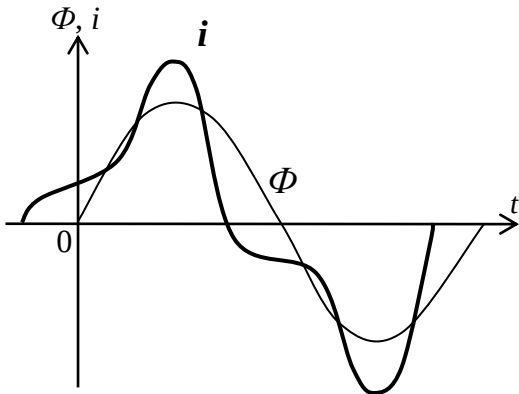
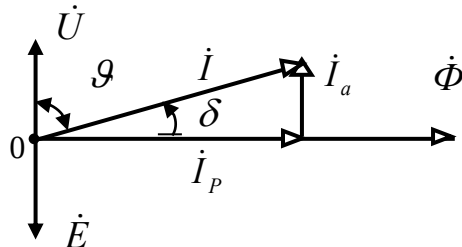
Номер питання, завдання	Питання, завдання	Номер правильної відповіді
	На представленій схемі позначено: котушка с феромагнітним осереддям із числом витків w, сила змінного струму в котушці i. Магнітопровід характеризується: довжиною магнітопроводу – l і площею перерізу магнітопроводу – S. Помагнітопроводу замикається основний магнітний потік Φ. У котушці є петля гістерезису й вихрові струми. Активний опір котушки дорівнює нулю, магнітний потік розсіювання відсутній. 	
1.	Покажіть графічно криву струму в котушці з феромагнітним осереддям з урахуванням втрат на гістерезис і вихрові струми.	
2.	Запишіть рівняння миттєвої напруги джерела при його початковій фазі рівної 90° .	
3.	Запишіть рівняння миттєвого магнітного потоку в котушці з феромагнітним осереддям.	
4.	Запишіть рівняння миттєвого несинусоїдного струму, замінивши його еквівалентним синусоїдним для даного випадку.	
5.	Запишіть рівняння миттєвої ЕРС самоіндукції в котушці з феромагнітним осереддям.	
6.	Побудуйте векторну діаграму котушки з урахуванням втрат на гістерезис і вихрові струми.	

Номер питання, завдання	Питання, завдання	Номер правильної відповіді
7.	З яких складових складається струм, що намагнічує, у котушці з феромагнітним осереддям?	
8.	Складіть розрахункову схему котушки з урахуванням втрат на гістерезис і вихрові струми.	
9.	Від чого і як залежать втрати активної потужності на гістерезис?	
10.	Від чого і як залежать втрати активної потужності на вихрові струми?	
11.	Чому дорівнюють втрати активної потужності в магнітопроводі з електротехнічної сталі.	

У разі вірного виконання завдання $\Sigma_{\text{непарних}} - \Sigma_{\text{парних}} = 10$.

Таблиця 15.4а

Номер відповіді	Відповіді
1.	
2.	$I_m \cdot \sin(\omega \cdot t + \delta)$.
3.	Сумі втрат активної потужності на вихрові струми і гістерезис.
4.	Прямо пропорційні частоті струму, об'єму осереддя і площі петлі гістерезису.

Номер відповіді	Відповіді
5.	
6.	
7.	$E_m \cdot \sin(\omega \cdot t - 90^\circ)$.
8.	Прямо пропорційні квадрату частоти струму, товщині окремих листів електротехнічної сталі і магнітної індукції.
9.	$\Phi_m \cdot \sin \omega t$.
10.	Активна складова, реактивна складова.
11.	$U_m \sin(\omega t + 90^\circ)$.

Завдання практично-стереотипного характеру

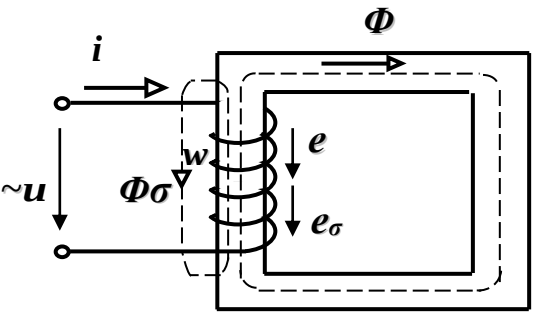
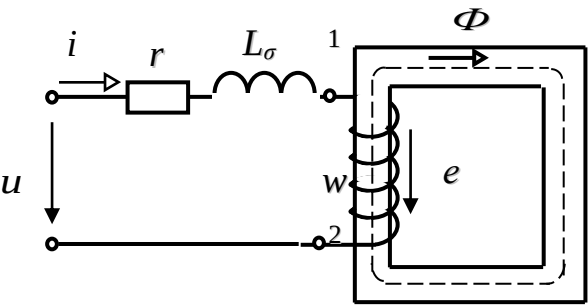
Таблиця 15.5

Номер питання, завдання	Питання, завдання	Номер правильної відповіді
1.	Які фізичні явища і процеси спостерігаються в реальній котушці з феромагнітним осереддям у колі змінного струму?	
2.	Складіть конструктивну схему реальної котушки з феромагнітним осереддям, указавши фізичні величини.	

Номер питання, завдання	Питання, завдання	Номер правильної відповіді
3.	Запишіть рівняння реальної котушки з феромагнітним осереддям для миттєвих значень.	
4.	Складіть еквівалентну схему реальної котушки з феромагнітним осереддям, якщо винести на її затискачі індуктивний опір розсіювання і активний опір реальної котушки.	
5.	Складіть схему заміщення реальної котушки з феромагнітним осереддям у комплексній формі.	
6.	Запишіть рівняння реальної котушки з феромагнітним осереддям у комплексній формі.	
7.	Побудуйте векторну діаграму реальної котушки з феромагнітним осереддям.	
8.	Отримайте рівняння ЕРС самоіндукції, якщо початкова фаза магнітного потоку дорівнює нулю.	
9.	Запишіть розрахункову формулу діючого значення ЕРС самоіндукції.	
	Котушку з феромагнітним осереддям підключили до джерела постійної напруги 110 В . Котушка споживала струм 10,5 А . Потім цю же котушку підключили до джерела змінної синусоїдної напруги з діючим значенням 110 В . Ватметр показав 1500 Вт .	
10.	Визначити активний опір цієї котушки в омах.	
11.	Визначити активну потужність, що виділяється в провідниках даної котушки у ватах.	
12.	Визначити активну потужність, що виділяється в осередді котушки у ватах.	

У разі вірного виконання завдання $\Sigma_{\text{непарних}} - \Sigma_{\text{парних}} = 4$.

Таблиця 15.5а

Номер відповіді	Відповіді
1.	$u = ri + L_{\sigma} \frac{di}{dt} - e .$
2.	
3.	$\dot{U} = r\dot{I} + jx_{\sigma}\dot{I} - \dot{E} .$
4.	
5.	1155.
6.	- явище електричного струму в котушці; - явище електромагнетизму; - явище теплової дії струму в котушці; - явище електромагнітної індукції (самоіндукції); - явище перемагнічування в магнітопроводі; - явище вихрових струмів у магнітопроводі; - явище теплової дії вихрових струмів; - явище теплової дії від перемагнічування.
7.	$4,44 \cdot f \cdot w \cdot \Phi_m .$
8.	$E_m \sin(\omega t - 90^{\circ}) .$
9.	345.

Номер відповіді	Відповіді
10.	
11.	10,48.
12.	

Таблиця 15.6

Номер питання, завдання	Питання, завдання	Номер правильної відповіді
1.	Котушку з феромагнітним осердям підключили до джерела постійної напруги 110 В. Котушка споживала струм 5 А. Визначити потужність споживану котушкою.	
2.	Котушка з феромагнітним осердям, підключена до джерела змінної синусоїдної напруги 110 В, споживала струм 5 А, активний опір котушки дорівнював 20 Ом. Визначити активну потужність, що виділяється в провідниках даної котушки.	

Номер питання, завдання	Питання, завдання	Номер правильної відповіді
3.	Котушку з феромагнітним осердям підключили до джерела змінної синусоїдної напруги. Ватметр показав 3000 Вт. Активна потужність, що виділяється в провідниках даної котушки, дорівнює 2700 Вт. Визначити активну потужність, що виділяється в осерді котушки.	
4.	В котушці з феромагнітним осердям, що має 100 витків, підключеної до джерела змінної синусоїдної напруги, наводиться ЕРС самоіндукції, діюче значення якої складає 222 В. Частота джерела 50 Гц. Визначити максимальний магнітний потік.	
5.	В котушці з феромагнітним осердям, підключеної до джерела змінної синусоїдної напруги, наводиться ЕРС самоіндукції, діюче значення якої складає 200 В. Індуктивний опір магнітопроводу дорівнює 400 Ом. Визначити реактивну складову струму.	
6.	В котушці з феромагнітним осердям, підключеної до джерела змінної синусоїдної напруги, наводиться діюче значення ЕРС самоіндукції 200 В. Втрати активної потужності в осерді котушки складають 50 Вт. Визначити активну складову струму.	
7.	В котушці з феромагнітним осердям, підключеної до джерела змінної синусоїдної напруги, наводиться діюче значення ЕРС самоіндукції 200 В. Втрати активної потужності в осерді котушки складають 50 Вт. Визначити активний опір феромагнітного осердя котушки.	

Номер питання, завдання	Питання, завдання	Номер правильної відповіді
8.	В котушці з феромагнітним осердям, підключеної до джерела змінної синусоїдної напруги, активна складова струму дорівнює 0,25 А, реактивна складова струму дорівнює 1 А. Визначити повний струм котушки.	
9.	В котушці з феромагнітним осердям, підключеної до джерела змінної синусоїдної напруги, активна складова струму дорівнює 0,25 А, реактивна складова струму дорівнює 1 А. Визначити кут втрат котушки.	
10.	В котушці з феромагнітним осердям початкова фаза магнітного потоку дорівнює нулю, а кут втрат котушки 20°. Вказати початкову фазу струму в котушці.	

У разі вірного виконання завдання $\Sigma_{\text{непарних}} - \Sigma_{\text{парних}} = 13$.

Таблиця 15.6а

Номер відповіді	Відповіді
1.	0,01
2.	0,25
3.	1,032
4.	800
5.	20
6.	300
7.	14
8.	550
9.	0,5
10.	500

Завдання інформаційно-репродуктивного характеру

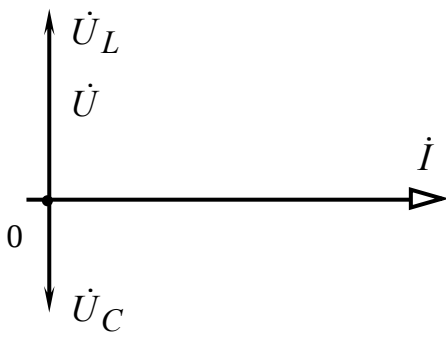
Таблиця 15.7

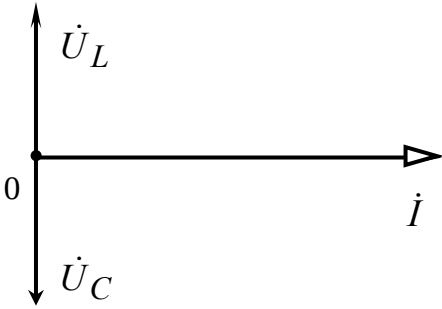
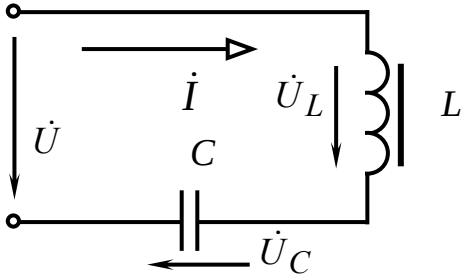
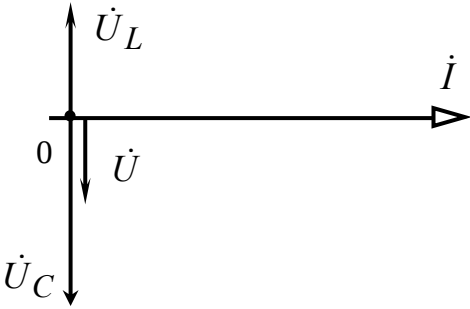
Номер питання, завдання	Питання, завдання	Номер правильної відповіді
1.	Які пристрої повинно містити електричне коло для виникнення в ньому ферорезонансу?	
2.	Яким явищем супроводжується ферорезонанс в електричному колі?	
3.	Чому при ферорезонансі виникає стрибкоподібні зміни струму (напруги) при незначній зміні напруги (струму) на вході електричного кола?	
4.	Що розуміють під ферорезонансом напруги?	
5.	Вкажіть умови виникнення ферорезонансу напруг.	
6.	Вкажіть розрахункову схему послідовно з'єднаних ідеальних конденсатора й котушки з феромагнітним осереддям.	
7.	Наведіть алгоритм побудови вольт-амперної характеристики електричного кола послідовно з'єднаних ідеальної котушки з феромагнітним осереддям і ідеального конденсатора.	
8.	Наведіть графічні залежності ідеальної котушки зі сталлю $U_L(I)$, ідеального конденсатора $U_C(I)$ і вольт-амперну характеристику всього кола $U = (I)$.	
9.	Яка точка на вольт-амперних характеристиках ідеальної котушки зі сталлю $U_L(I)$, ідеального конденсатора $U_C(I)$ відповідає ферорезонансу напруги?	
10.	Побудуйте векторну діаграму електричного кола послідовно з'єднаних ідеальних конденсатора і ідеальної котушки з феромагнітним осереддям при індуктивному режимі у електричному колі.	
11.	Чому дорівнює прикладена напруга до електричного кола для розрахункової схеми послідовно з'єднаних ідеальних конденсатора і ідеальної котушки з феромагнітним осереддям?	

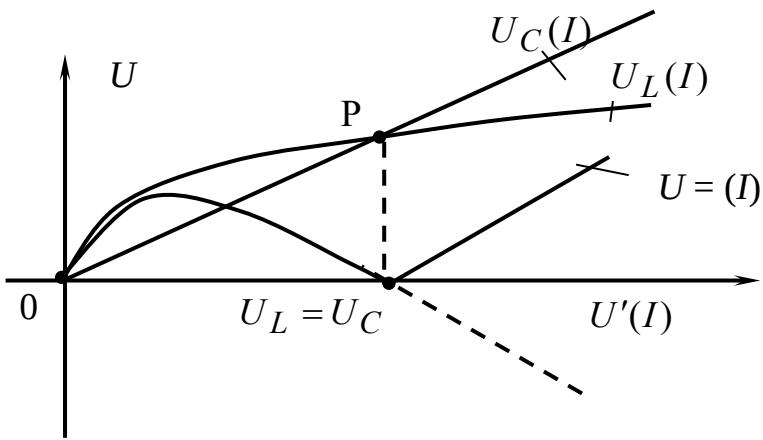
Номер питання, завдання	Питання, завдання	Номер правильної відповіді
12.	Побудуйте векторну діаграму електричного кола послідовно з'єднаних ідеальних конденсатора і ідеальної котушки з феромагнітним осереддям при резонансі напруг.	
13.	Чому дорівнює загальний реактивний опір електричного кола при резонансі напруг?	
14.	Побудуйте векторну діаграму для електричного кола з послідовно з'єднаних ідеальних конденсатора і ідеальної котушки з феромагнітним осереддям при ємнісному у режимі у електричному колі.	
15.	Яке співвідношення між напругами на нелінійній індуктивності і ємності при ферорезонансі напруг?	

У разі вірного виконання завдання $\sum_{\text{непарних}} - \sum_{\text{парних}} = 13$.

Таблиця 15.7а

Номер відповіді	Відповіді
1.	$U_L = U_C$
2.	Явищем стрибкоподібної зміни знаку кута зсуву фаз між основними гармоніками напруги і струму, а також різкою зміною струму (напруги) при незначній зміні напруги (струму) на вході електричного кола.
3.	
4.	$\dot{U} = \dot{U}_L + \dot{U}_C$
5.	Нулю.

Номер відповіді	Відповіді
6.	Точка «Р» перетину вольт-амперних характеристик ідеальної котушки зі сталлю $U_L(I)$ і ідеального конденсатора $U_C(I)$ при якій $U_L = U_C$.
7.	
8.	
9.	Зміна знаку кута зсуву фаз між основними гармоніками напруги і струму при зміні напруги на вході електричного кола.
10.	
11.	Тому, що вольт-амперна характеристик котушки зі сталлю є нелінійною, що є слідством зміни параметру котушки – індуктивності.
12.	Котушку з феромагнітним магнітопроводом, з'єднану послідовно або паралельно з конденсатором.

Номер відповіді	Відповіді
13.	- вибираємо масштаби напруги й сили струму; - будуємо вольт-амперні характеристики ідеальної котушки зі сталлю $U_L(I)$ і ідеального конденсатора $U_C(I)$ за даними таблиць; - будуємо вольт-амперну характеристику всього кола шляхом підсумовування напруг при одній і тій же силі струму $I = f(U)$.
14.	 The graph illustrates the construction of the total voltage-current characteristic $U(I)$ for a series LC circuit. The vertical axis is voltage U and the horizontal axis is current I. The origin is marked 0. Three curves originate from the origin: $U_C(I)$ (a straight line representing the capacitor), $U_L(I)$ (a concave-down curve representing the inductor), and $U(I)$ (the total characteristic, which is the sum of U_C and U_L). A dashed line $U'(I)$ is tangent to $U(I)$ at point P. At this point, the voltage across the inductor U_L equals the voltage across the capacitor U_C, as indicated by the label $U_L = U_C$ on the horizontal axis. The dashed line $U'(I)$ also passes through the origin.
15.	1. Вольт-амперні характеристики котушки з феромагнітним осередком і ідеального конденсатора мають загальну точку перетину. 2. Індуктивний опір кола дорівнює ємнісному опору кола.

САМОСТІЙНА РОБОТА З ПУНКТИВ

15.7. Трансформатор з феромагнітним осередям

15.8. Приведений трансформатор

1. Прочитати та постаратись зрозуміти теоретичний матеріал з пунктів 15.7, 15.8 [1-3, 5, 8].
2. Виконати завдання для засвоєння теоретичного матеріалу у таблицях 15.8-15.9.
3. Виконати тести на освітньому порталі ТДАТУ до пункту 13.1.

СТИСЛЕ ВИКЛАДЕННЯ ТЕОРЕТИЧНОГО МАТЕРІАЛУ

Електромагнітні явища в трансформаторі з феромагнітним (сталевим) осередям подібні явищам у повітряному трансформаторі: явища електричного струму, електромагнетизму (основний і потік розсіювання у первинній обмотці), електромагнітної індукції (ЕРС самоіндукції і ЕРС розсіювання у первинній обмотці ЕРС взаємоіндукції у вторинній обмотці) і теплової дії струму у первинній обмотці. Якщо до вторинної обмотки підключити навантаження, то у вторинній обмотці будуть спостерігатися явища електричного струму, електромагнетизму (потік розсіювання) і нагріву вторинної обмотки. В феромагнітному магнітопроводі будуть спостерігатися явища гістерезису і вихрових струмів.

На відміну від повітряного трансформатора магнітний потік, який пронизує обидві обмотки, замикається не по повітрю, а через сталеве осердя. Конструктивну схему трансформатора зі сталевим осередям наведено на рисунку 15.17.

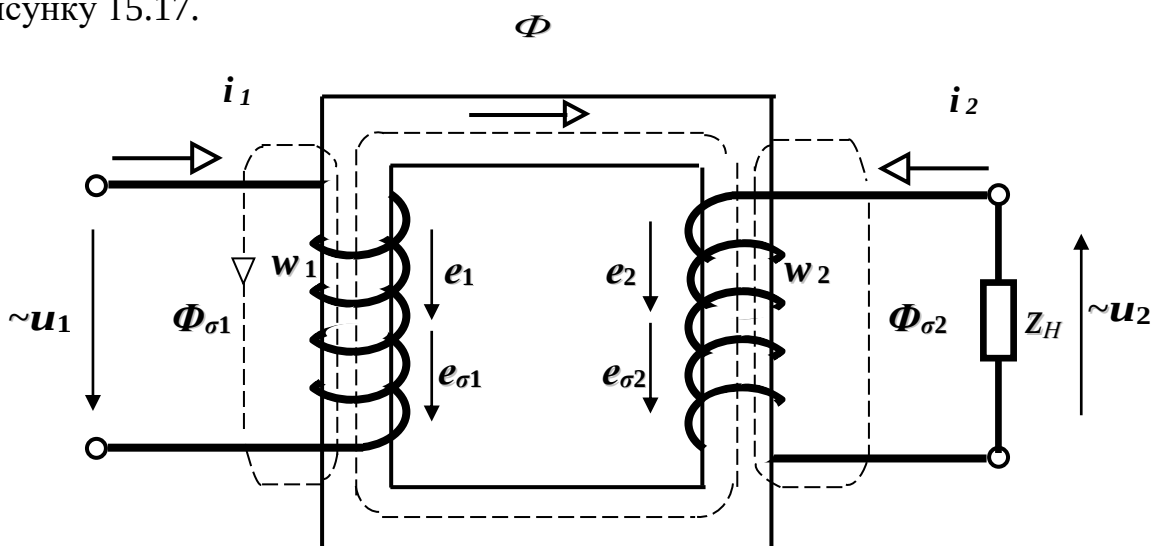


Рисунок 15.17 – Конструктивна схема трансформатора зі сталевим осередям

При навантаженні трансформатора магнітний потік може бути представлений сумою потоків: Φ – основного у осерді, $\Phi_{\sigma 1}$ – розсіювання, зв'язаного тільки з первинною обмоткою, $\Phi_{\sigma 2}$ – розсіювання, зв'язаного тільки зі вторинною обмоткою. Напруга u_1 , прикладена до первинної обмотки, врівноважується спаданням напруги на активному опорі обмотки та електрорушійними силами $e_{\sigma 1}$ і e_1 , тобто

$$u_1 = r_1 i_1 + e_{\sigma 1} - e_1 = r_1 i_1 + L_{\sigma 1} \frac{di_1}{dt} - e_1, \quad (15.36)$$

де $L_{\sigma 1}$ – індуктивність, обумовлена магнітним потоком розсіювання $\Phi_{\sigma 1}$, Гн.

У вторинній обмотці ЕРС, яка наводяться магнітними потоками Φ і $\Phi_{\sigma 2}$, врівноважується спаданням напруг на активному опорі обмотки та опорі навантаження, тобто

$$e_2 + e_{\sigma 2} = r_2 i_2 + u_2 \quad (15.37)$$

або

$$e_2 = r_2 i_2 - e_{\sigma 2} + u_2 = r_2 i_2 + L_{\sigma 2} \frac{di_2}{dt} + u_2, \quad (15.37)$$

де $L_{\sigma 2}$ – індуктивність, обумовлена магнітним потоком розсіювання $\Phi_{\sigma 2}$, Гн.

Замінімо реальний трансформатор еквівалентним конструктивною схемою (рисунок 15.18).

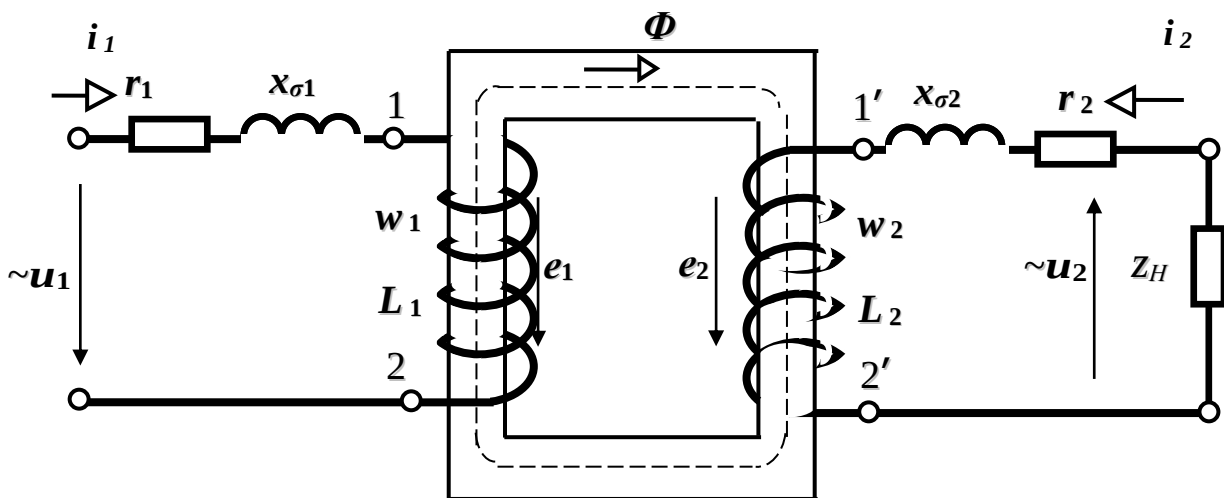


Рисунок 15.18 – Еквівалентна конструктивна схема трансформатора зі сталевим осердям

Трансформатор із затисками 1–2 і 1'–2' називається ідеальним трансформатором (в якому відсутні втрати на нагрів, від потоків розсіювання).

Коефіцієнт трансформації трансформатора

$$k = \frac{E_1}{E_2} = \frac{4,44 f w_1 \Phi_m}{4,44 f w_2 \Phi_m} = \frac{w_1}{w_2}. \quad (15.38)$$

Розглянемо спочатку ідеальний трансформатор, у якому $r_1 = 0$; $x_{\sigma 1} = 0$; $r_2 = 0$; $x_{\sigma 2} = 0$; $w_1 = w_2$.

При холостому ході такий трансформатор не відрізняється від звичайної ідеальної котушки і може бути зображений схемою заміщення (рисунок 15.19).

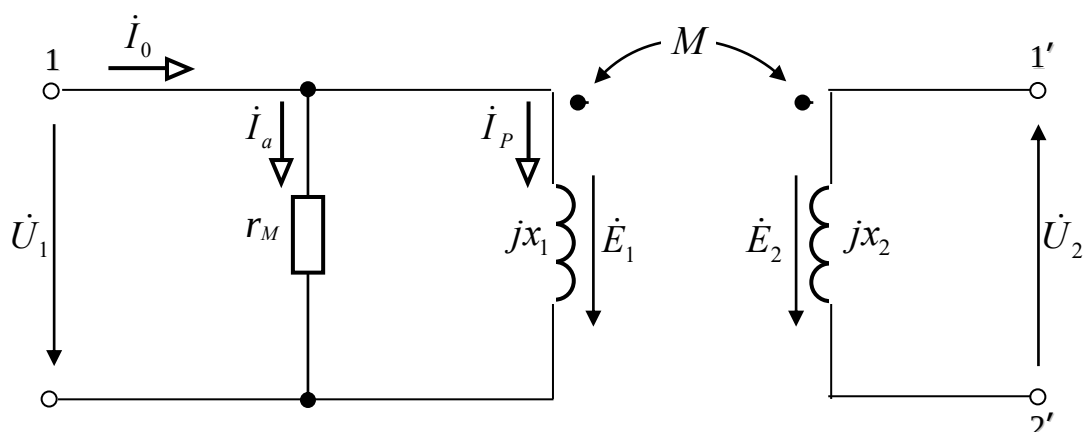


Рисунок 15.19 – Схема заміщення ідеального трансформатора при холостому ході

Побудуємо векторну діаграму ідеального трансформатора при холостому ході (рисунок 15.20).

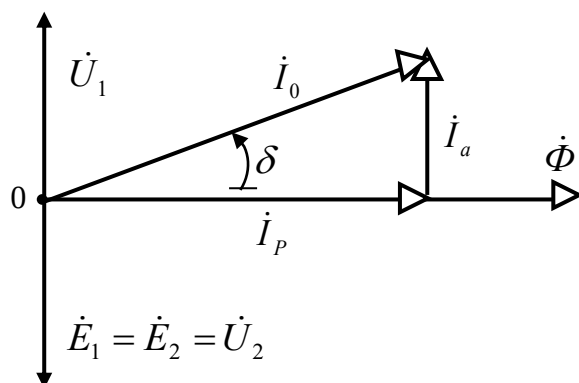


Рисунок 15.21 – Векторна діаграма ідеального трансформатора при холостому ході

Намагнічуюча сила при холостому ході (у первинній обмотці)

$$\dot{F}_0 = w_1 \dot{I}_0 = Z_m \dot{\Phi}, \quad (15.39)$$

де Z_m – комплекс магнітного опору осердя, $1/\Gamma_H$;

$\dot{\Phi}$ – комплекс основного магнітного потоку, Вб.

Рівняння для первинного контуру

$$\dot{U}_1 = -\dot{E}_1. \quad (15.40)$$

Складемо тепер схему заміщення ідеального трансформатора при його навантаженні (рисунок 15.22).

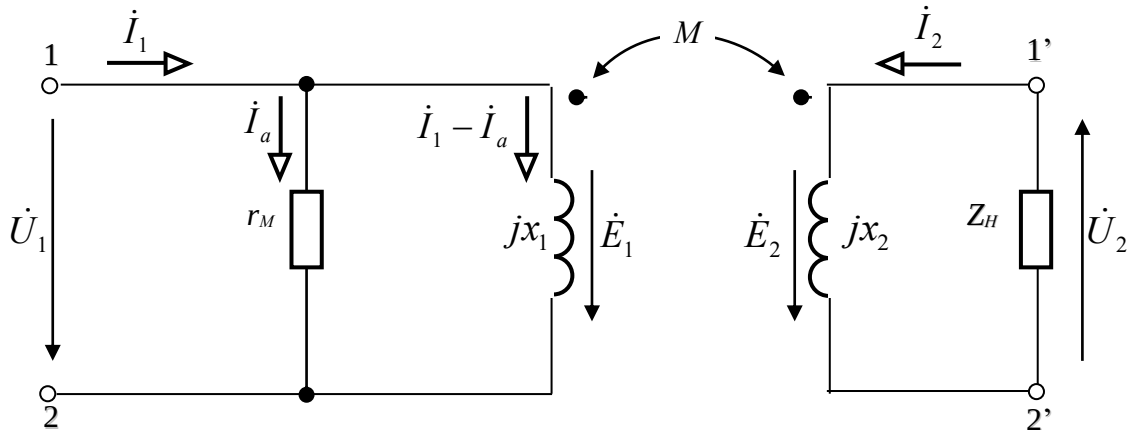


Рисунок 15.22 – Схема заміщення ідеального трансформатора при навантаженні

Якщо до затисків вторинної обмотки підключити навантаження з опором Z_H , то в ній буде проходити струм I_2 , який, у свою чергу, буде намагатися зменшити магнітний потік Φ , а це приведе до ЕРС E_1 , внаслідок чого струм I_1 зросте до такої величини, при якій магнітний потік Φ набуде початкового значення і буде виконуватися рівняння (15.40). Таким чином, поява струму у вторинному контурі приводить до збільшення струму в первинному контурі.

У навантаженому трансформаторі магнітний потік у осерді дорівнює магнітному потоку при холостому ході, тобто завжди $\Phi = const$.

При навантаженні магнітний потік Φ створюється під дією намагнічуючих сил первинної і вторинної обмоток

$$\dot{F}_1 + \dot{F}_2 = w_1 \dot{I}_1 + w_2 \dot{I}_2 = Z_m \dot{\Phi}. \quad (15.41)$$

Порівнявши (15.39) і (15.40), знаходимо

$$w_1 \dot{I}_1 + w_2 \dot{I}_2 = w_1 \dot{I}_0. \quad (15.42)$$

При рівності кількості витків первинної і вторинної обмоток

$$\dot{I}_1 + \dot{I}_2 = \dot{I}_0. \quad (15.43)$$

З рівняння (15.43)

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_0 - \dot{I}_2. \quad (15.44)$$

Побудуємо векторну діаграму ідеального трансформатора при навантаженні (рисунок 15.23).

Перетворимо схему заміщення ідеального трансформатора, для чого розв'яжемо індуктивний зв'язку. Якщо з'єднати однойменні затиски обмоток трансформатора між собою, то режим роботи трансформатора не зміниться.

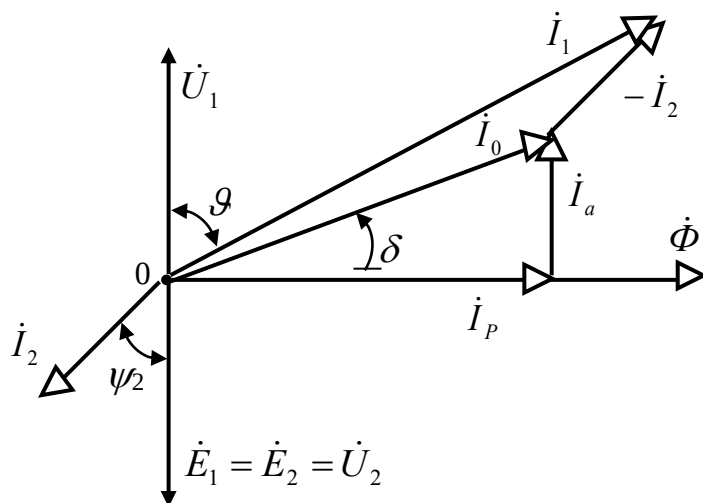


Рисунок 15.23 – Векторна діаграма ідеального трансформатора при навантаженні

Розглянемо спочатку індуктивно зв'язані елементи, які тепер мають загальну точку. Коефіцієнт зв'язку двох елементів у даному випадку дорівнює одиниці, оскільки весь магнітний потік повністю зчеплений з витками первинної і вторинної обмоток, тобто

$$K = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} = 1, \quad (15.45)$$

тому, з огляду на те, що $w_1 = w_2$, знаходимо

$$M = L_1 = L_2. \quad (15.46)$$

Замінімо частину схеми з загальною точкою (рисунок 15.24, а) на еквівалентну схему (рисунок 15.24б).

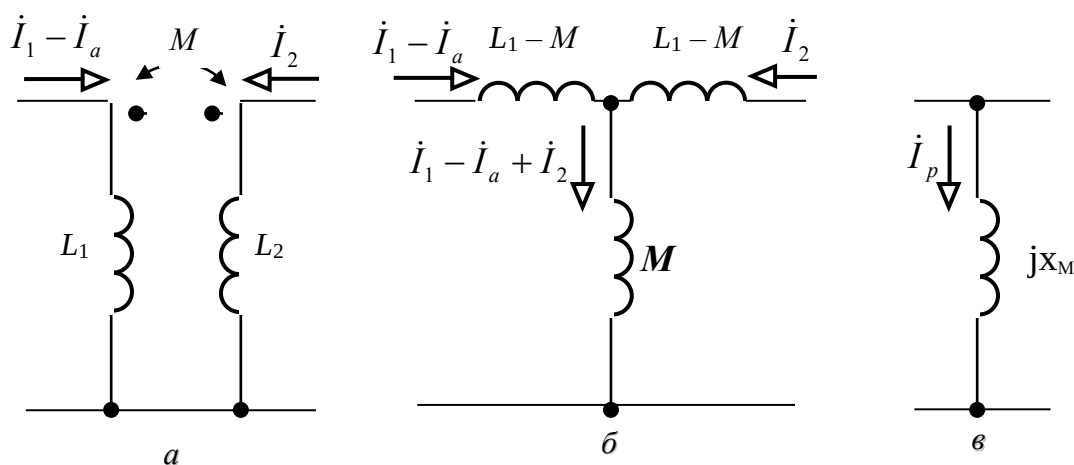


Рисунок 15.24 – Схеми еквівалентного перетворення ідеального трансформатора

$$L_1 - M = 0, \quad L_2 - M = 0, \quad (15.47)$$

$$\dot{I}_1 - \dot{I}_a + \dot{I}_2 = \dot{I}_0 - \dot{I}_a = \dot{I}_p. \quad (15.48)$$

З урахуванням (15.47), (15.48) схема заміщення ідеального трансформатора приймає вигляд (рисунок 15.24, в). Розрахункова схема ідеального трансформатора з феромагнітним осердям має вигляд, зображений на рисунку 15.25.

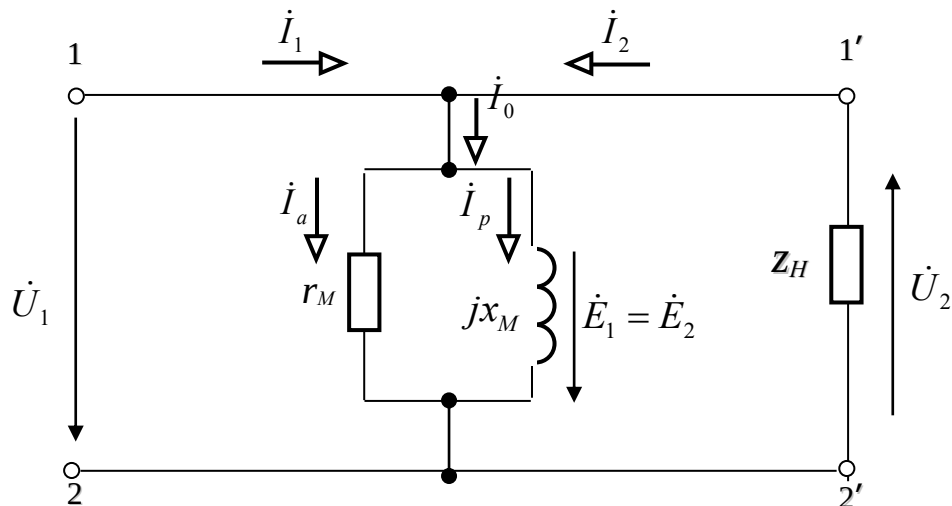


Рисунок 15.25 – Розрахункова схема ідеального трансформатора з феромагнітним осердям

Якщо тепер врахувати активні й індуктивні опори розсіювання обох обмоток, то для трансформатора, у якого $w_1 = w_2$, одержимо схему заміщення, приведену на рисунку 15.26.

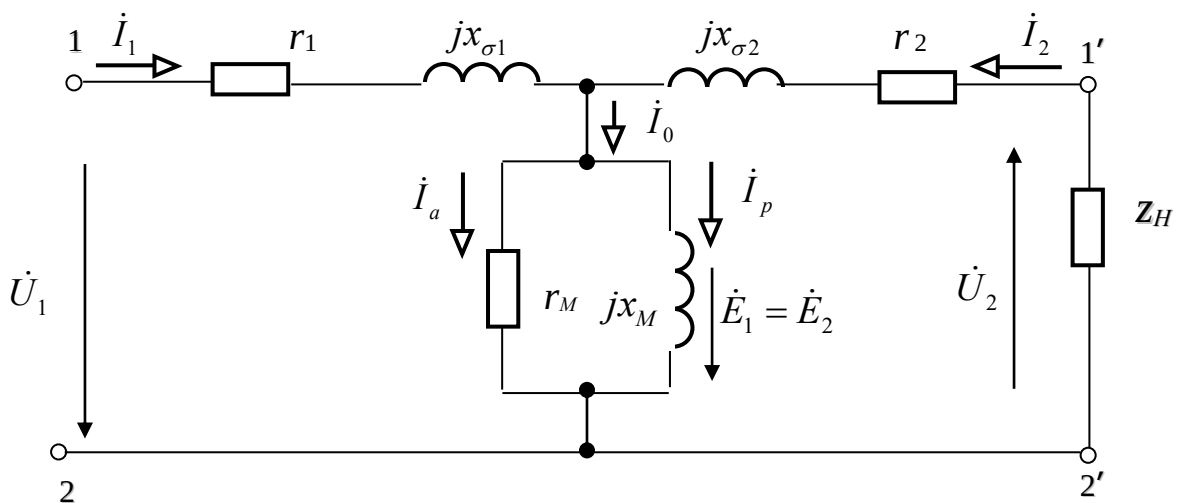


Рисунок 15.26 – Схема заміщення реального трансформатора з феромагнітним осердям

Запишемо рівняння первинного і вторинного контурів кола трансформатора з феромагнітним осердям

$$\dot{U}_1 = r_1 \dot{I}_1 + jx_{\sigma 1} \dot{I}_1 - \dot{E}_1; \quad (15.49)$$

$$\dot{E}_2 = r_2 \dot{I}_2 + jx_{\sigma 2} \dot{I}_2 + \dot{U}_2. \quad (15.50)$$

Побудуємо векторну діаграму напруг і струмів трансформатора з феромагнітним осердям (рисунок 15.27).

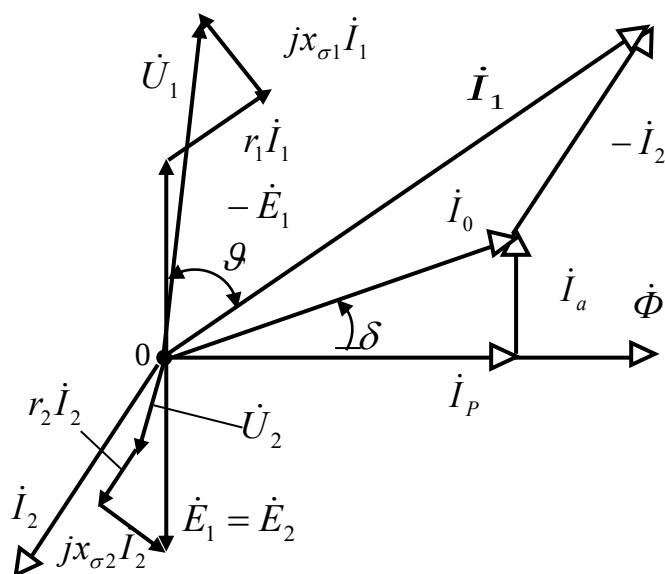


Рисунок 15.27 – Векторна діаграма напруг і струмів трансформатора з феромагнітним осердям

Оскільки в загальному випадку $w_1 \neq w_2$, то і $E_1 \neq E_2$. Це ускладнює аналіз процесів у трансформаторі, тому обидві обмотки трансформатора приводять до однієї кількості витків. Як правило, вторинну обмотку з кількістю витків w_2 приводять до первинної обмотки з кількістю витків w_1 – **приведений трансформатор**.

Для цього вторинну обмотку замінюють еквівалентною з кількістю витків w_1 , але змінюють параметри та електричні величини вторинного контуру так, щоб магнітний потік і потужність трансформатора залишилися без змін. Приведені величини позначають так

$$\dot{E}'_2; \dot{I}'_2; r'_2; x'_{\sigma 2}; z'_n; \dot{U}'_2; w'_2.$$

Електрорушійна сила, яка наводиться у вторинній обмотці основним магнітним потоком, дорівнює

$$E_2 = 4,44 f w_2 \Phi_m, \quad (15.51)$$

звідки

$$\Phi_m = \frac{E_2}{4,44 f w_2}. \quad (15.52)$$

При заміні дійсної вторинної обмотки з кількістю витків w_2 приведеною обмоткою з кількістю витків первинної обмотки $w'_2 = w_1$ основний магнітний потік буде наводити в ній електрорушійну силу

$$E'_2 = 4,44 f w'_2 \Phi_m = 4,44 f w'_2 \frac{E_2}{4,44 f w_2} = E_2 \frac{w_1}{w_2} = E_2 k, \quad (15.53)$$

де k – коефіцієнт трансформації трансформатора.

Коефіцієнт трансформації визначається як відношення ЕРС первинної обмотки до ЕРС вторинної обмотки або відношення кількості витків первинної обмотки до кількості витків вторинної обмотки

$$k = \frac{E_1}{E_2} = \frac{w_1}{w_2}. \quad (15.54)$$

Якщо підставити значення k , то одержимо

$$E'_2 = E_1. \quad (15.55)$$

Аналогічно (15.53) приведена напруга на затискачах вторинної обмотки

$$U'_2 = U_2 k, \quad (15.56)$$

Оскільки у випадку приведення вторинної обмотки до первинної магнітний потік залишається незмінним, то і вторинна намагнічуюча сила повинна залишатися незмінною, тобто

$$F_2 = w_2 I_2 = w_1 I'_2, \quad (15.57)$$

Звідки приведений струм вторинної обмотки

$$I'_2 = I_2 \frac{w_2}{w_1} = \frac{I_2}{k}. \quad (15.58)$$

Через те, що умовою приведення є постійність потужностей (активної, реактивної і повної), то і втрати в провідниках дійсної і приведеної вторинної обмоток повинні бути однаковими, тобто

$$r_2 I_2^2 = r'_2 I'^2_2, \quad (15.59)$$

звідки активний опір проводу приведеної вторинної обмотки

$$r'_2 = r_2 \left(\frac{I_2}{I'_2} \right)^2 = r_2 \left(\frac{k I_2}{I_2} \right)^2 = r_2 k^2. \quad (15.60)$$

Реактивний опір проводу приведеної вторинної обмотки

$$x'_{\sigma 2} = x_{\sigma 2} k^2; \quad z'_H = z_H k^2. \quad (15.61)$$

Приведений повний опір навантаження

$$z'_H = z_H k^2. \quad (15.62)$$

Запишемо рівняння первинного і вторинного контурів трансформатора

$$\dot{U}_1 = r_1 \dot{I}_1 + j x_{\sigma 1} \dot{I}_1 - \dot{E}_1; \quad (15.63)$$

$$\dot{E}'_2 = r'_2 \dot{I}'_2 + jx'_{\sigma 2} \dot{I}'_2 + \dot{U}'_2. \quad (15.64)$$

Схема заміщення приведенного трансформатора представлена на рисунку 15.39.

Векторна діаграма струмів і напруг приведенного трансформатора має такий же вигляд, як і векторна діаграма, приведена на рисунку 15.28.

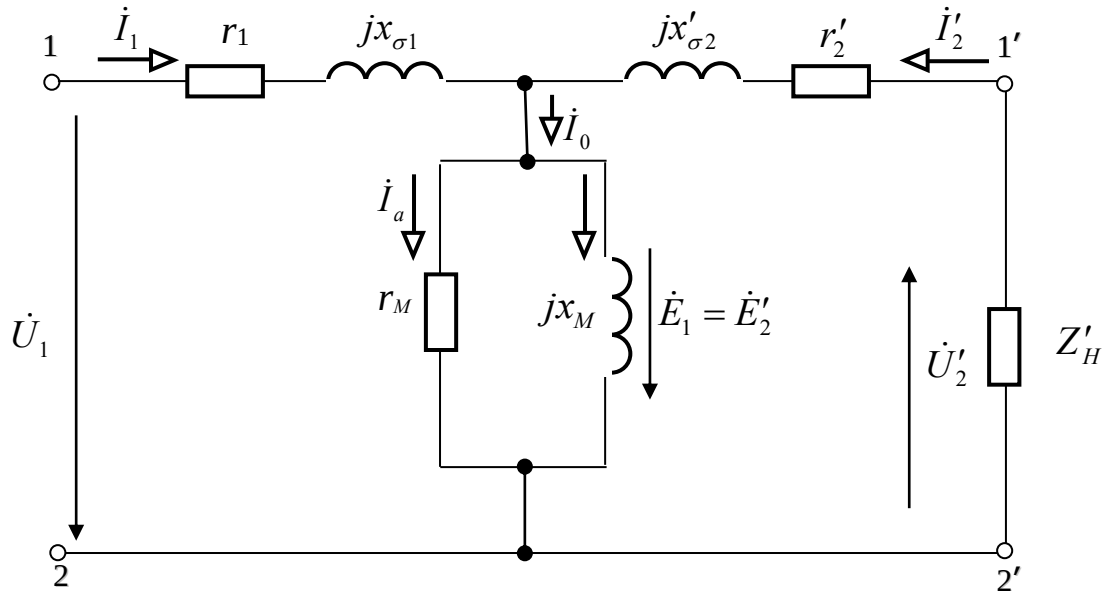


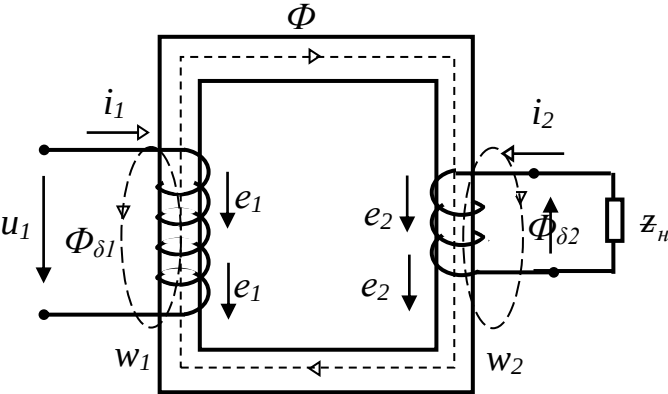
Рисунок.15.28 – Схема заміщення приведенного трансформатора

ЗАВДАННЯ ДЛЯ ЗАСВОЄННЯ ТЕОРЕТИЧНОГО МАТЕРІАЛУ

Завдання для засвоєння теоретичного матеріалу виконуються так само, як і у самостійній роботі з пункту 13.1.

Завдання інформаційно-репродуктивного та і практично-стереотипного характеру

Таблиця 15.8

Номер питання, завдання	Питання, завдання	Номер правильної відповіді
	На представленій конструктивній схемі трансформатора з феромагнітним осереддям позначено: w_1, w_2 – числа витків первинної й вторинної обмоток; u_1 – напруга на затискачах первинної обмотки; u_2 – напруга на затискачах вторинної обмотки; i_1, i_2 – сили струмів первинної і вторинної обмоток; Φ основний магнітний потік у магнітопроводі; $\Phi_{\delta 1}$ – магнітний потік розсіювання в первинній обмотці; $\Phi_{\delta 2}$ – магнітний потік розсіювання у вторинній обмотці; e_1, – ЕРС самоіндукції первинної обмотки; e_2 – ЕРС взаємної індукції вторинної обмотки; $e_{\delta 1}$, $e_{\delta 2}$ – ЕРС первинної і вторинної обмоток, створені відповідними магнітними потоками розсіювання. У феромагнітному осередді є петля гістерезису і вихрові струми. 	
1.	Як улаштований трансформатор з феромагнітним осереддям?	3

Номер питання, завдання	Питання, завдання	Номер правильної відповіді
2.	Які явища спостерігаються в первинній обмотці трансформатора з феромагнітним осереддям?	
3.	Які явища спостерігаються у вторинній обмотці трансформатора з феромагнітним осереддям при підключеному навантаженні?	
4.	Які явища спостерігаються в магнітопроводі трансформатора з феромагнітним осереддям?	
5.	Складіть розрахункову схему трансформатора з феромагнітним осереддям для комплексів, якщо $w_1 = w_2$.	
6.	Запишіть рівняння рівноваги первинного контуру для миттєвих значень.	
7.	Запишіть рівняння рівноваги первинного контуру в комплексній формі.	
8.	Запишіть рівняння рівноваги вторинного контуру для миттєвих значень.	
9.	Запишіть рівняння рівноваги вторинного контуру в комплексній формі.	
10.	Запишіть рівняння для визначення діючого значення ЕРС самоіндукції первинної обмотки.	
11.	Запишіть рівняння для визначення діючого значення ЕРС взаємної індукції вторинної обмотки.	
12.	Що таке коефіцієнт трансформації трансформатора?	
13.	Запишіть рівняння для визначення коефіцієнта трансформації.	
	Трансформатор з феромагнітним осереддям має первинну обмотку з 1200 витків , вторинну обмотку з 60 витків . До первинної обмотки підведена напруга 4000 В .	
14.	Визначити коефіцієнт трансформації даного трансформатора.	
15.	Визначити напруга на затискачах вторинної обмотки у вольтах.	

Номер питання, завдання	Питання, завдання	Номер правильної відповіді
	На магнітопровід трансформатора намотали вимірювальну обмотку з 500 витків . Частота струму в первинній обмотці дорівнює 50 Гц . До вимірювальної обмотки підключили вольтметр, що показав 400 В .	
16.	Визначити амплітуду магнітного потоку в магнітопроводі трансформатора у веберах.	

У разі вірного виконання завдання $\Sigma_{\text{непарних}} - \Sigma_{\text{парних}} = 28$.

Таблиця 15.8а

Номер відповіді	Відповіді
1.	$e_2 = r_2 \cdot i_2 + L_{\sigma 2} \cdot \frac{di_2}{dt} + u_2.$
2.	- явище електромагнітної індукції (взаємоіндукція); - явище електричного струму; - явище теплової дії струму; - явище електромагнетизму; - явище електромагнітної індукції (самоіндукції).
3.	- явище електричного струму; - явище електромагнетизму; - явище теплової дії струму; - явище електромагнітної індукції (самоіндукції).
4.	$u_1 = r_1 \cdot i_1 + L_{\sigma 1} \cdot \frac{di_1}{dt} - e_1.$
5.	

Номер відповіді	Відповіді
6.	- явище електромагнітної індукції; - явище вихрових струмів; - явище теплової дії вихрових струмів; - явище перемагнічування; - явище теплової дії від перемагнічування.
7.	20.
8.	На замкнутому феромагнітному осередді розташовані дві обмотки. До однієї обмотки, що зветься первинної, підводить електрична енергія від джерела. До іншої обмотки, що називається вторинною обмоткою, підключене навантаження.
9.	Відношення електрорушійної сили самоіндукції до електрорушійної сили взаємоіндукції.
10.	$4,44 \cdot f \cdot w_2 \cdot \Phi_m$.
11.	$4,44 \cdot f \cdot w_1 \cdot \Phi_m$.
12.	$\dot{E}_2 = r_2 \cdot \dot{I}_2 + jx_{\sigma 2} \cdot \dot{I}_2 + \dot{U}_2$.
13.	0,016.
14.	$\dot{U}_1 = r_1 \cdot \dot{I}_1 + jx_{\sigma 1} \cdot \dot{I}_1 - \dot{E}_1$.
15.	200.
16.	$\frac{E_1}{E_2} = \frac{w_1}{w_2}$.

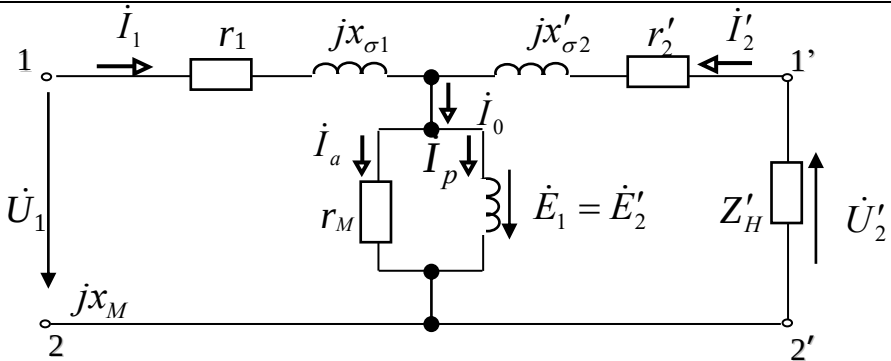
Таблиця 15.9

Номер питання, завдання	Питання, завдання	Номер правильної відповіді
1.	Що таке приведений трансформатор?	
2.	При якій умові виконується приведення вторинної обмотки до первинної обмотки?	
3.	Як привести електрорушійну силу вторинного контуру до числа витків первинної обмотки?	
4.	Запишіть формулу приведення електрорушійної сили вторинного контуру до числа витків первинної обмотки.	

Номер питання, завдання	Питання, завдання	Номер правильної відповіді
5.	Як привести напругу вторинного контуру до числа витків первинної обмотки?	
6.	Запишіть формулу приведення напруги вторинного контуру до числа витків первинної обмотки.	
7.	Як привести силу струму вторинної обмотки до числа витків первинної обмотки?	
8.	Запишіть формулу приведення сили струму вторинної обмотки до числа витків первинної обмотки	
9.	Як привести активний опір вторинної обмотки до числа витків первинної обмотки?	
10.	Запишіть формулу приведення активного опору вторинної обмотки до числа витків первинної обмотки	
11.	Як привести реактивний опір вторинної обмотки до числа витків первинної обмотки?	
12.	Запишіть формулу приведення реактивного опору вторинної обмотки до числа витків первинної обмотки	
13.	Як привести повний опір вторинної обмотки до числа витків первинної обмотки?	
14.	Запишіть формулу приведення повного опору вторинної обмотки до числа витків первинної обмотки	
15.	Складіть розрахункову схему (схему заміщення) приведенного трансформатора комплексами.	
16.	Запишіть рівняння рівноваги первинного контуру приведенного трансформатора в комплексній формі.	
17.	Запишіть рівняння рівноваги вторинного контуру приведенного трансформатора в комплексній формі.	

У разі вірного виконання завдання $\Sigma_{\text{непарних}} - \Sigma_{\text{парних}} = 9$.

Таблиця 15.9а

Номер відповіді	Відповіді
1.	Добуток активного опору вторинної обмотки на квадрат коефіцієнта трансформації.
2.	$r_2 \cdot k^2$.
3.	Добуток повного опору вторинної обмотки на квадрат коефіцієнта трансформації.
4.	$x_{\sigma 2} \cdot k^2$.
5.	$\dot{E}'_2 = r'_2 \cdot \dot{I}'_2 + jx'_{\sigma 2} \cdot \dot{I}'_2 + \dot{U}'_2$.
6.	Магнітний потік і потужність трансформатора залишаються без змін.
7.	$U_2 \cdot k$.
8.	Обидві обмотки трансформатора приводять до однієї кількості витків.
9.	
10.	$E_2 \cdot k$.
11.	$\frac{I_2}{k}$.
12.	Добуток напруги вторинного контуру на коефіцієнт трансформації.
13.	Добуток реактивного опору вторинної обмотки на квадрат коефіцієнта трансформації.
14.	Добуток електрорушійної сили вторинного контуру на коефіцієнт трансформації.
15.	$\dot{U}_1 = r_1 \cdot \dot{I}_1 + jx_{\sigma 1} \cdot \dot{I}_1 - \dot{E}_1$.
16.	Відношення сили струму вторинної обмотки до коефіцієнта трансформації
17.	$z_2 \cdot k^2$.

САМОСТІЙНА РОБОТА З ПУНКТУ

15.9 Феромагнітні підсилювачі потужності

1. Прочитати та постаратись зрозуміти теоретичний матеріал з пунктів 15.9 [1-3, 5].
2. Виконати завдання для засвоєння теоретичного матеріалу у таблиці 15.10.
3. Виконати тести на освітньому порталі ТДАТУ до пункту 15.9.

СТИСЛЕ ВИКЛАДЕННЯ ТЕОРЕТИЧНОГО МАТЕРІАЛУ

Найпростіший магнітний підсилювач, який називають реактором або дроселем, показаний на рисунку 15.29.

На магнітопроводі розміщені дві обмотки: робоча з числом витків w_P і керуюча з числом витків w_K . Послідовно з робочою обмоткою підключається навантаження z_H . Робоча обмотка послідовно з навантаженням підключається до джерела живлення з синусоїдною напругою.

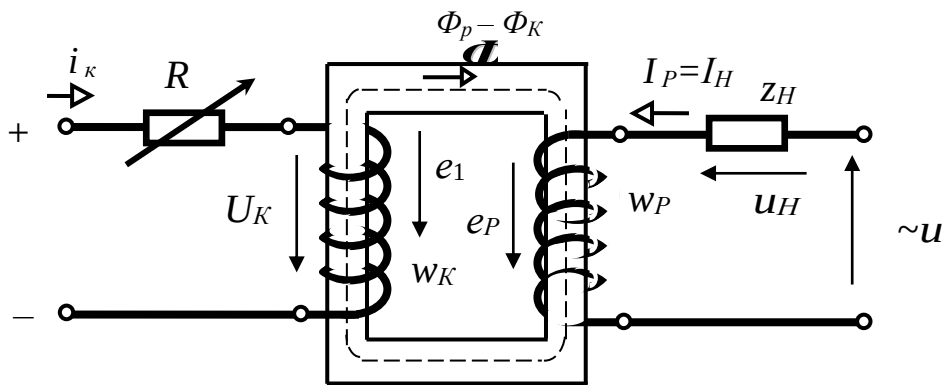


Рисунок 15.29 – Феромагнітний підсилювач потужності

Коло керуючої обмотки w_K називається вхідним колом, коло робочої обмотки w_P і навантаження z_H – вихідним.

Керуюча обмотка через регульовальний резистор R підключена до джерела постійної напруги. Магнітний потік, що створюється струмом I_K в керуючій обмотці w_K називають потоком підмагнічування. Параметри вихідного кола підібрані таким чином, що при відсутності струму у вхідному колі, тобто за відсутністю струму підмагнічування, магнітопровід ненасичений. Індуктивність робочої обмотки пропорційна магнітній проникності, велика.

При наявності струму у вхідному колі, тобто при підмагнічуванні, магнітна проникність зменшується і індуктивність робочої обмотки w_P знижується, в результаті цього зменшується ЕРС e_P , збільшується струм у вихідному колі i_H і напруга на навантаженні u_H . Таким чином, відносно невелика зміна струму вхідного кола викликає значну зміну струму у вихідному колі.

Криві магнітного потоку $\Phi(t)$, що створюються робочою обмоткою за відсутності і при наявності струму I_K у вхідному колі позначені Φ_P' та Φ_P'' .

Струм i_H , у першому приближенні, можна вважати синусоїдним. Криві добутку струму на число витків, для розглянутих випадків, позначені $i_H' \cdot w_P$ та $i_H'' \cdot w_P$ (рис.15.30).

Амплітуда Φ_{Pm}' велика, отже, за відсутності підмагнічування велика ЕРС самоіндукції робочої обмотки, що рівносильна великому індуктивному опору цієї обмотки.

При наявності струму у вхідному колі магнітний потік Φ_P'' становиться несинусоїдним, а границі його зміни значно менші, ніж $2\Phi_{Pm}''$. В цьому випадку в обмотці w_P наводиться значно менша ЕРС, що рівносильна зменшенню індуктивного опору цієї обмотки.

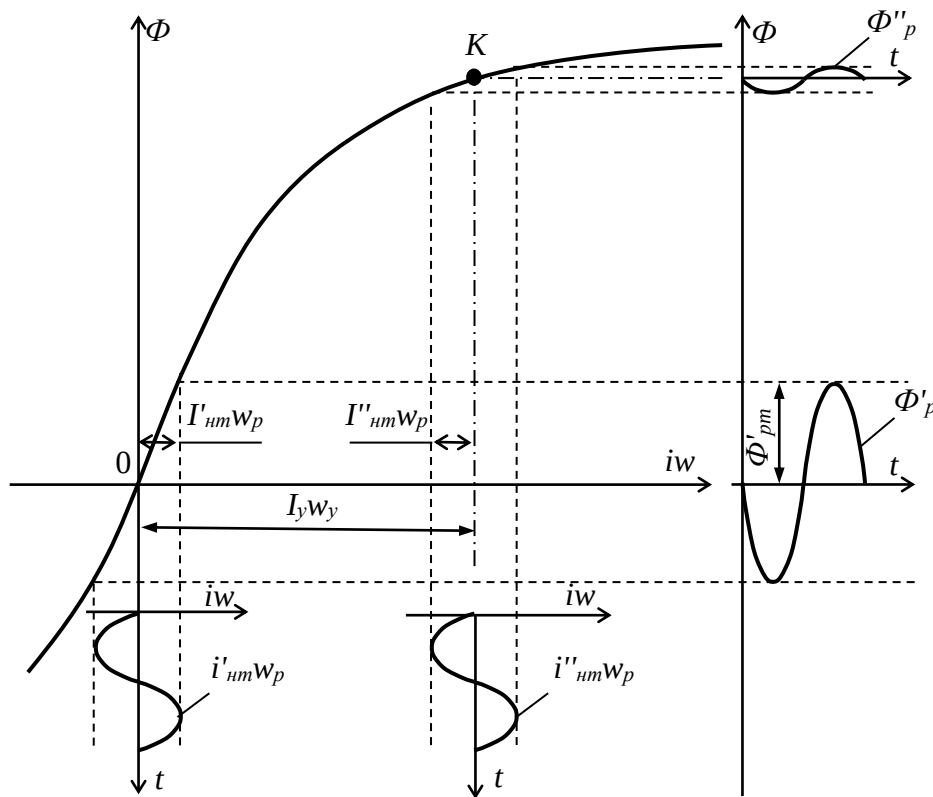


Рисунок 15.30 – Характеристики феромагнітного підсилювача потужності.

Залежність між вхідним і вихідним струмами або напругами в усталеному режимі називається **характеристикою керування**. При цьому під вхідними і вихідними напругами магнітного підсилювача розуміють, відповідно, напруги на обмотці w_K і на навантаженні Z_H .

Розглянута спрощена схема приведена тільки для пояснення принципу роботи підсилювача. Схема має наступні недоліки:

1. Змінний магнітний потік, створений струмом в обмотці w_P , наводить змінну ЕРС в обмотці керування w_K в наслідок чого у колі керування виникає

змінний струм, що викликає додаткові втрати потужності і погіршення роботи підсилювача.

2. З огляду на те, що змінна складова магнітного потоку несинусоїдна, причому друга гармоніка, що міститься в ній відносно велика, у кривих напруги u_H і струму i_H з'являються небажані парні (друга) гармоніки.

Вказані недоліки усуваються різними конструктивними особливостями підсилювачів (розділенням магнітопроводу і обмоток на дві однакові частини і зустрічним включенням робочих обмоток і інші), використанням зворотних зв'язків. Коефіцієнт підсилення по напрузі – відношення приросту вхідної напруги до приросту напруги на вході

$$K_U = \frac{\Delta U_H}{\Delta U_K}. \quad (15.65)$$

Коефіцієнт підсилення за струмом

$$K_I = \frac{\Delta I_H}{\Delta I_K}. \quad (15.66)$$

Коефіцієнт підсилення за потужністю

$$K_P = \frac{\Delta P_H}{\Delta P_K} = K_U \cdot K_I. \quad (15.67)$$

ЗАВДАННЯ ДЛЯ ЗАСВОЄННЯ ТЕОРЕТИЧНОГО МАТЕРІАЛУ

Завдання для засвоєння теоретичного матеріалу виконуються так само, як і у самостійній роботі з пунктів 13.1

Завдання інформаційно-репродуктивного характеру

Таблиця 15.10

Номер питання, завдання	Питання, завдання	Номер правильної відповіді
1.	Яку конструкцію має магнітний підсилювач	7
2.	До якої обмотки підключається навантаження?	1
3.	До якого кола входить керуюча обмотка?	10
4.	До якого кола входить робоча обмотка?	3
5.	Як підбираються параметри вихідного кола?	8
6.	Який магнітний потік називають потоком підмагнічування?	2

Номер питання, завдання	Питання, завдання	Номер правильної відповіді
7.	Як змінюється магнітна проникність і індуктивність робочої обмотки?	9
8.	Як змінюються ЕРС у робочій обмотці, струм у вихідному колі і напруга на навантаженні при зменшенні магнітної проникності і індуктивність робочої обмотки?	4
9.	Яку залежність називають характеристикою керування?	6
10.	В наслідок чого у колі керування виникають додаткові втрати потужності і погіршення його роботи підсилувача?	5

У разі вірного виконання завдання $\Sigma_{\text{непарних}} - \Sigma_{\text{парних}} =$.

Таблиця 15.10а

Номер відповіді	Відповіді
1.	Підключається послідовно з робочою обмоткою
2.	Магнітний потік, що створюється струмом I_K в керуючій обмотці w_K
3.	Входить до вихідного кола
4.	Зменшується ЕРС e_P , збільшується струм у вихідному колі і напруга на навантаженні.
5.	Змінний магнітний потік, створений струмом в обмотці w_P , наводить змінну ЕРС в обмотці керування w_K
6.	Залежність між вхідним і вихідним струмами або напругами в усталеному режимі
7.	На магнітопроводі розміщені дві обмотки: робоча з числом витків w_P і керуюча з числом витків w_K .
8.	Щоб при відсутності струму у вхідному колі, тобто за відсутністю струму підмагнічування, магнітопровід ненасичений..
9.	Магнітна проникність зменшується і індуктивність робочої обмотки w_P знижується
10.	Входить до вхідного кола

ТЕМА 16 ПЕРЕХІДНІ ПРОЦЕСИ В ЛІНІЙНИХ КОЛАХ

САМОСТІЙНА РОБОТА З ПУНКТИВ

- 16.1. Причини виникнення перехідних процесів**
- 16.2. Закони комутації**
- 16.3. Класичний метод розрахунку**
- 16.4. Підключення котушки до джерела постійної ЕРС**
- 16.5 Коротке замикання котушки.**

1. Прочитати та постаратись зрозуміти теоретичний матеріал з пунктів 16.1-16.5 [1, 2, 5, 7].
2. Виконати завдання для засвоєння теоретичного матеріалу у таблицях 16.1-16.6.
3. Виконати тести на освітньому порталі ТДАТУ до пунктів 16.1-16.5.

СТИСЛЕ ВИКЛАДЕННЯ ТЕОРЕТИЧНОГО МАТЕРІАЛУ

Під **перехідними процесами** розуміють електромагнітні процеси переходу від одного усталеного режиму роботи електричного кола до іншого, який будь чим відрізняється від попереднього: величиною амплітуди, фази, формою або частотою діючої в схемі ЕРС, значеннями параметрів схеми, а також зміни конфігурації схеми [1-3, 5-8].

Під **комутацією** (комутаційними змінами) розуміють включення й відключення пасивних або активних галузей, коротке замикання окремих ділянок, різного роду перемикування, раптова зміна параметрів кола.

Попередні зауваження, щодо розгляду перехідних процесів:

- всі закони електричних кіл (Ома, Кірхгофа тощо) справедливі і для перехідного процесу;
- при розгляді перехідних процесів мають на увазі миттєві значення напруги u і струму i ;
- вважається, що комутація відбувається миттєво ($t = 0$).

Перший закон комутації: у будь-якому розгалуженні з індуктивністю струм і магнітний потік у момент комутації зберігають ті значення, які вони мали до комутації, і далі починають змінюватися від цих значень [1-3, 5-7]:

$$i(0-) = i(0); \quad \Phi(0-) = \Phi(0). \quad (16.1)$$

Другий закон комутації формулюється так: на будь-якій ділянці кола з ємністю напруга і заряд на ємності в момент комутації зберігають ті значення, які вони мали до комутації, і далі починають змінюватися від цих значень [1-3, 5-7]:

$$u_C(0-) = u_C(0); \quad q(0-) = q(0). \quad (16.2)$$

Перехідним режимом будемо називати стан кола, який буде спостерігатися в ньому протягом деякого (теоретично нескінченно великого) часу після комутації.

Примусовим режимом будемо називати стан кола, коли з перехідним режимом можна не рахуватись. Примусовий режим, який створюється вільною складовою періодичної напруги, інколи називають усталеним режимом.

Різниця струмів і напруг перехідного і примусового режимів називається відповідно **струмом і напругою вільного режиму** або просто **вільними струмом і напругою**.

Підключення індуктивної котушки до джерела постійної ЕРС

Розрахункова схема рисунку 16.1 перехідного процесу підключення реальної котушки до джерела постійної ЕРС (включення кола r, L на постійну ЕРС), [1-3, 5-7].

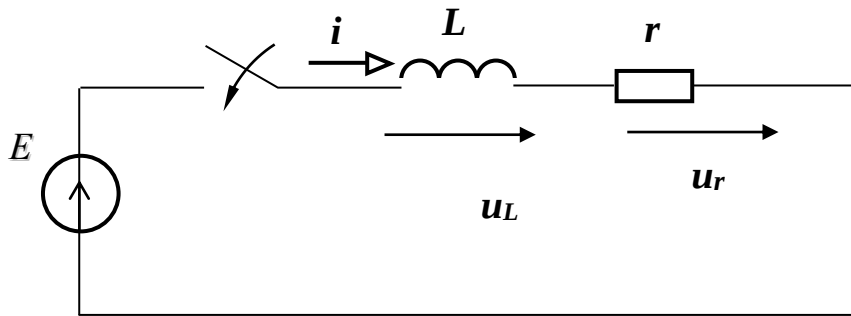


Рисунок 16.6 – Розрахункова схема перехідного процесу підключення котушки до джерела постійної ЕРС

У післякомутаційний період у відповідності з другим законом Кірхгофа **диференціальне рівняння**

$$\text{або} \quad L \cdot \frac{di}{dt} + r \cdot i = E, \quad (16.3)$$

$$\tau \cdot \frac{di}{dt} + i = \frac{E}{r}, \quad (16.4)$$

де постійна часу τ перехідного процесу

$$\tau = \frac{L}{r}. \quad (16.5)$$

Характеристичне рівняння

$$\tau \cdot p + 1 = 0 \quad (16.6)$$

Корінь характеристичного рівняння

$$p = -\frac{1}{\tau}. \quad (16.7)$$

Перехідний струм дорівнює сумі примусового і вільного струмів

$$i = i_{np} + i_{\epsilon}. \quad (16.8)$$

Вільний струм можна виразити так

$$i_{\epsilon} = A \cdot e^{pt} = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (16.9)$$

де A – постійна інтегрування струму, A .

Примусовий струм після комутації

$$i_{np} = \frac{E}{r}. \quad (16.10)$$

Рівняння перехідного струму в колі у загальному вигляді

$$i = \frac{E}{r} + A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (16.11)$$

Незалежні початкові умови:

відповідно до першого закону комутації на ділянці кола з індуктивністю струм не може змінюватися стрибком, тому в момент комутації при $t = 0$, $i(0) = 0$.

Постійна інтегрування струму

$$A = -\frac{E}{r}. \quad (16.12)$$

Вільна складова струму

$$i_{\epsilon} = -\frac{E}{r} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (16.13)$$

Рівняння перехідного струму, графіки примусової, вільної складових і перехідного струму в часі (рисунок 16.1) [1, 3, 5-8].

$$i = \frac{E}{r} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right). \quad (16.14)$$

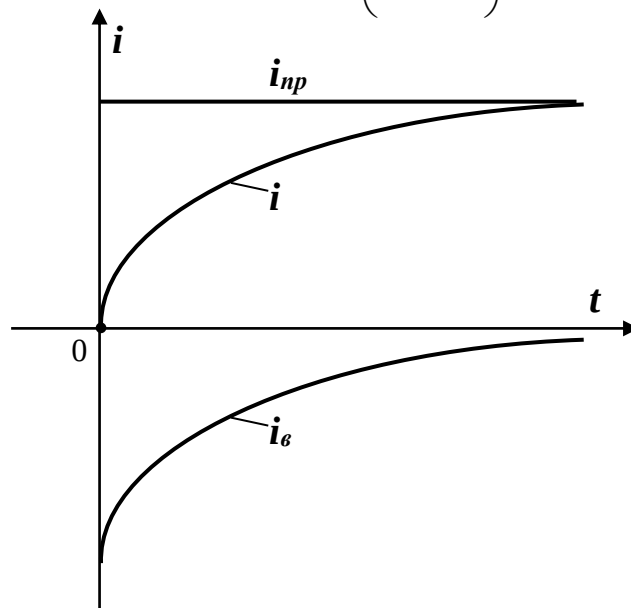


Рисунок 16.2 – Графіки примусової, вільної складових і перехідного струму в часі

Рівняння напруги на активному і індуктивному опорі котушки

$$u_r = r \cdot \frac{E}{r} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = E \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right); \quad (16.15)$$

$$u_L = u_{L\epsilon} = -e_L = L \cdot \frac{di}{dt} = L \cdot \frac{d}{dt} \left(\frac{E}{r} - \frac{E}{r} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \right) =$$
$$= \frac{E \cdot L}{\tau \cdot r} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (16.16)$$

Коротке замикання котушки

Нехай у колі, розрахункова схема якого на рисунку 16.3, ключ був у положенні 1 і джерело було підключено в часі досить довго, тобто наступив усталений режим. Якщо в деякий момент часу ($t = 0$) ключ миттєво (без розриву кола котушки) переключити в положення 2, то буде мати місце **коротке замикання котушки** [1, 3, 5-7].

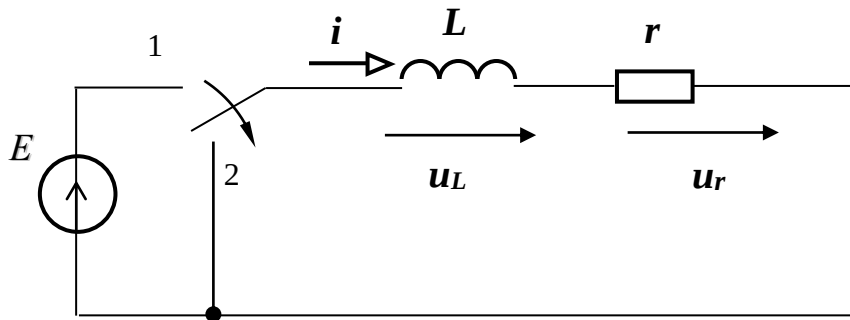


Рисунок 16.3 – Розрахункова схема перехідного процесу короткого замикання котушки

Диференційне рівняння кола при короткому замиканні котушки для післякомутаційної схеми за другим законом Кірхгофа

$$L \cdot \frac{di}{dt} + r \cdot i = 0. \quad (16.17)$$

або

$$\tau \cdot \frac{di}{dt} + i = 0. \quad (16.18)$$

Перехідний струм не буде містити примусової складової, тобто $i = i_\epsilon$, оскільки $i_{np} = 0$.

Характеристичне рівняння, корінь якого та рівняння струму у загальному вигляді мають вигляд

$$\frac{L}{r} \cdot p + 1 = \tau \cdot p + 1 = 0; \quad p = -\frac{1}{\tau}; \quad i = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (16.19)$$

Початкові умови: відповідно до першого закону комутації на ділянці кола з індуктивністю струм не може змінюватися стрибком, тому в момент комутації при $t = 0$

$$i(0) = \frac{E}{r} = i_{np} = I_0 = A. \quad (16.20)$$

Рівняння постійна інтегрування струму

$$\frac{E}{r} = I_0 = A. \quad (16.21)$$

З урахуванням постійної інтегрування струму, одержимо **рівняння перехідного струму** при короткому замиканні котушки

$$i = \frac{E}{r} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = I_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (16.22)$$

Графік перехідного струму для цього випадку представлений на рисунку 16.4.

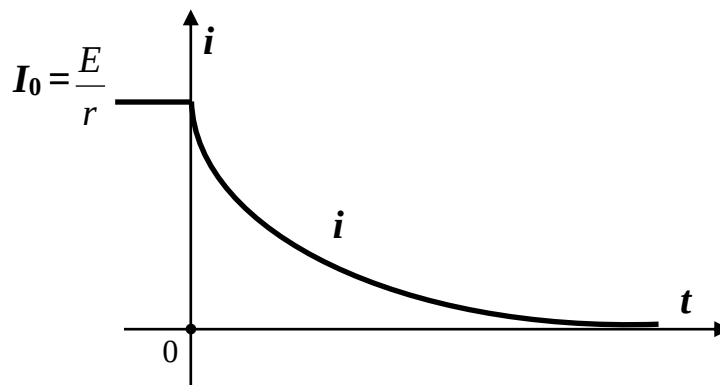


Рисунок 16.4 – Графік перехідного струму при короткому замиканні котушки

Рівняння перехідної напруги на активному опорі та індуктивності котушки

$$u_r = r \cdot i = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}; \quad (16.23)$$

$$u_L = L \cdot \frac{di}{dt} = L \cdot \frac{d}{dt} \cdot \frac{E}{r} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = -\frac{E \cdot L}{\tau \cdot r} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = -E e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (16.24)$$

Запас енергії магнітного поля котушки до комутації дорівнює

$$W_L = \frac{L \cdot I_0^2}{2} = \frac{L \cdot E^2}{2 \cdot r^2}. \quad (16.25)$$

ЗАВДАННЯ ДЛЯ ЗАСВОЄННЯ ТЕОРЕТИЧНОГО МАТЕРІАЛУ

Завдання для засвоєння теоретичного матеріалу виконуються так само, як і у самостійній роботі з пунктів 16.1-16.5.

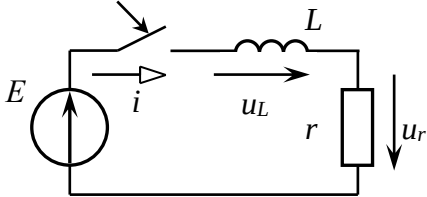
Завдання інформаційно-репродуктивного характеру

Таблиця 16.1

Номер питання, завдання	Питання, завдання	Номер правильної відповіді
1.	Що розуміється під перехідними процесами в електричному колі?	
2.	Що розуміється під комутацією електричного кола?	
3.	Сформулюйте 1-й закон комутації.	
4.	Сформулюйте 2-й закон комутації.	
5.	Складіть розрахункову схему для дослідження перехідного процесу підключення котушки до джерела постійної електрорушійної сили.	
6.	Складіть диференціальне рівняння кола в післякомутаційний період.	
7.	Запишіть розрахункову формулу постійної часу зазначеного перехідного процесу.	
8.	Складіть характеристичне рівняння отриманого диференціального рівняння.	
9.	З характеристичного рівняння знайдіть корінь диференціального рівняння.	
10.	Запишіть рівняння перехідного струму через примусову і вільну складові.	
11.	Запишіть примусову складову перехідного струму зазначеного перехідного процесу.	
12.	Запишіть вільну складову перехідного струму зазначеного перехідного процесу.	
13.	Запишіть загальне рішення диференціального рівняння зазначеного перехідного процесу.	
14.	Визначите постійну інтегрування в рівнянні перехідного струму, записавши початкові умови по першому закону комутації.	
15.	Запишіть рівняння перехідного струму зазначеного перехідного процесу.	

У разі вірного виконання завдання $\sum_{\text{непарні}} - \sum_{\text{парні}} = 27$.

Таблиця 16.1а

Номер відповіді	Відповіді
1.	$\tau \cdot p + 1 = 0.$
2.	$E = r \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt}.$
3.	$A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}.$
4.	
5.	У колі з ємністю напруга й заряд у момент комутації зберігають ті значення, які були до комутації, і починають змінюватися із цих значень.
6.	Включення й відключення пасивних або активних галузей, коротке замикання окремих ділянок, різного роду перемикання, раптова зміна параметрів кола.
7.	$-\frac{E}{r}.$
8.	Процес переходу від одного сталого режиму роботи електричного кола до іншого.
9.	$i_{np} + i_{св}.$
10.	$-\frac{1}{\tau}.$
11.	$\frac{E}{r} + A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}.$
12.	У колі з індуктивністю струм і магнітний потік у момент комутації зберігають ті значення, які були до комутації, і починають змінюватися із цих значень.
13.	$\frac{E}{r} \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}).$
14.	$\frac{L}{r}.$
15.	$\frac{E}{r}.$

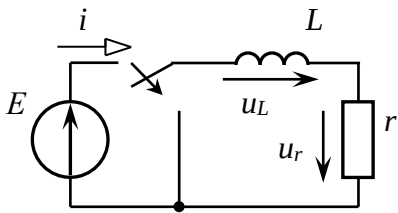
Таблиця 16.2

Номер питання, завдання	Питання, завдання	Номер правильної відповіді
1.	Складіть розрахункову схему для дослідження перехідного процесу короткого замикання котушки, підключеної до джерела постійної електрорушійної сили.	
2.	Складіть диференціальне рівняння кола в післякомутаційний період.	
3.	Запишіть розрахункову формулу постійної часу зазначеного перехідного процесу.	
4.	Складіть характеристичне рівняння отриманого диференціального рівняння.	
5.	З характеристичного рівняння знайдіть корінь диференціального рівняння.	
6.	Запишіть рівняння перехідного струму через примусову і вільну складові.	
7.	Запишіть примусову складову перехідного струму зазначеного перехідного процесу.	
8.	Запишіть вільну складову перехідного струму зазначеного перехідного процесу.	
9.	Запишіть загальне рішення диференціального рівняння зазначеного перехідного процесу.	
10.	Визначите постійну інтегрування в рівнянні перехідного струму, записавши початкові умови по першому закону комутації.	
11.	Запишіть рівняння перехідного струму зазначеного перехідного процесу.	

У разі вірного виконання завдання $\sum_{\text{непарні}} - \sum_{\text{парні}} = 21$.

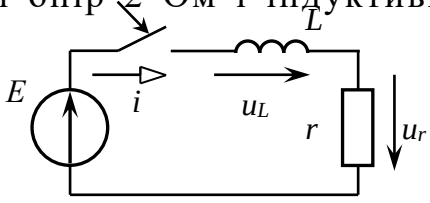
Таблиця 16.2а

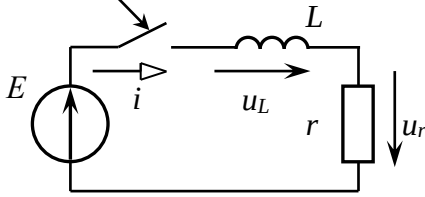
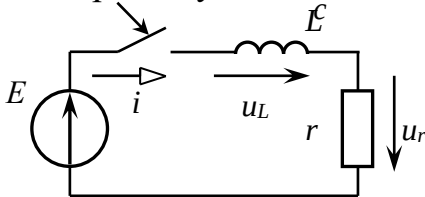
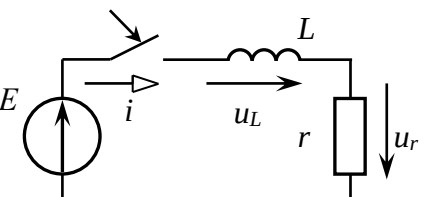
Номер відповіді	Відповіді
1.	0.
2.	$-\frac{1}{\tau}$.

Номер відповіді	Відповіді
3.	$i_{np} + i_{cs}$.
4.	$A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$.
5.	$0 = r \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt}$.
6.	$\tau \cdot p + 1 = 0$.
7.	
8.	$\frac{E}{r}$.
9.	$\frac{E}{r} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$.
10.	$\frac{L}{r}$.
11.	$0 + A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$.

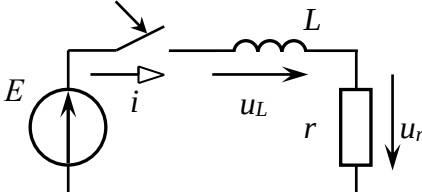
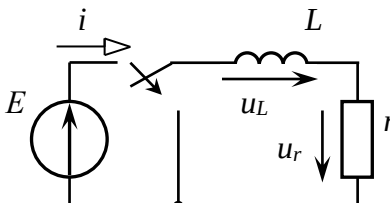
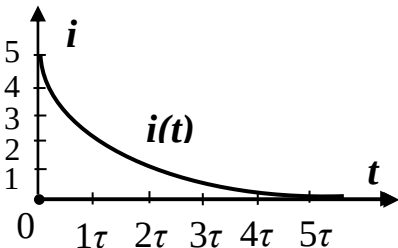
Завдання практично-стереотипного характеру

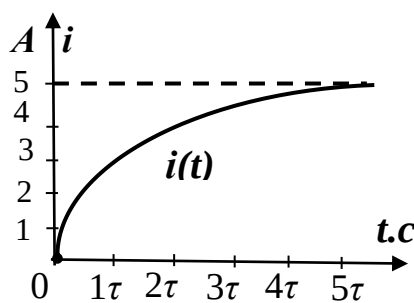
Таблиця 16.3

Номер питання, завдання	Питання, завдання	Номер правильної відповіді
1.	Котушка індуктивності має параметри: активний опір 2 Ом і індуктивність 0,5 Гн.  Визначити постійну часу вказаного перехідного процесу.	

Номер питання, завдання	Питання, завдання	Номер правильної відповіді
2.	Характеристичне рівняння для диференціального рівняння кола перехідного процесу підключення котушки до джерела постійної електрорушійної сили $4p + 5 = 0$. Визначити корінь характеристичного рівняння.	
3.	Котушка індуктивності має параметри: Активний опір 2 Ом і індуктивність 0,5 Гн. 	
4.	Вказати характеристичне рівняння перехідного процесу. 	
5.	Котушка індуктивності з параметрами: активний опір 2 Ом і індуктивність 0,5 Гн. 	
	Визначити силу перехідного струму в колі в початковий момент часу $t = 0$ вказаного перехідного процесу.	

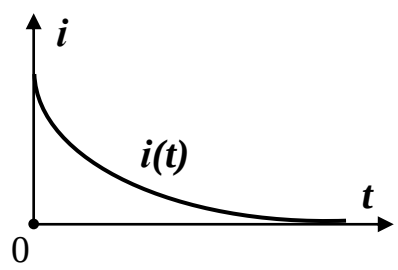
Номер питання, завдання	Питання, завдання	Номер правильної відповіді
6.	Котушка індуктивності з параметрами: активний опір 2 Ом і індуктивність 0,5 Гн підключається до джерела постійної електрорушійної сили 5 В. Визначити постійну інтегрування перехідного струму в колі при підключенні котушки до джерела постійної електрорушійної сили.	
7.	Постійна часу перехідного процесу короткого замикання котушки підключенні до джерела постійної ЕРС дорівнює 0,4 с. .Визначити корінь характеристичного рівняння	
8.	Коротке замикання котушки індуктивності з параметрами: активний опір 7 Ом і індуктивність 0,5 Гн підключається до джерела постійної електрорушійної сили 3,5 В. Визначити силу струму в колі в початковий момент часу $t = 0$ вказаного перехідного процесу.	
9.	Перехідний процес підключення котушки до джерела постійної електрорушійної сили. Примушений струм дорівнює 5 А, постійна інтегрування перехідного струму в колі дорівнює -5 А, корінь характеристичного рівняння $-0,2 \frac{1}{\text{с}}$. Вкажіть рівняння перехідного струму зазначеного перехідного процесу.	

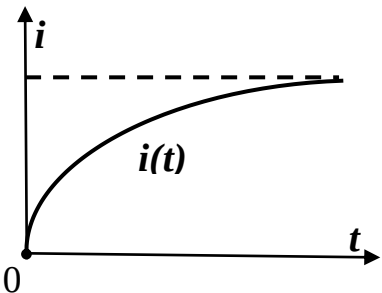
Номер питання, завдання	Питання, завдання	Номер правильної відповіді
10.	Коротке замикання котушки, підключеної до джерела постійної електрорушійної сили. Примушений струм дорівнює нулю, постійна інтегрування перехідного струму в колі 5 А, корінь характеристичного рівняння $-0,2 \frac{1}{\text{с}}$. Вкажіть рівняння перехідного струму зазначеного перехідного процесу.	
11.	Задана розрахункова схема перехідного процесу.  Вкажіть графічну залежність сили перехідного струму	
12.	Задана розрахункова схема перехідного процесу.  Вкажіть графічну залежність сили струму перехідного процесу.	
13.	Заданий графік сили струму перехідного процесу  Вкажіть, чому дорівнюють примушена і вільна складова заданого графіку перехідного струму.	

Номер питання, завдання	Питання, завдання	Номер правильної відповіді
14.	Заданий графік сили струму перехідного процесу.  Вкажіть, чому дорівнюють примушена і вільна складова заданого графіку перехідного струму.	

У разі вірного виконання завдання $\Sigma_{\text{непарних}} - \Sigma_{\text{парних}} = 3$.

Таблиця 16.3а

Номер відповіді	ВІДПОВІДІ
1.	-25.
2.	0,5.
3.	0,25.
4.	-2,5.
5.	$5 \cdot e^{-0.2 \cdot t}$.
6.	-1,25.
7.	0.
8.	$5 \cdot (1 - e^{-0.2 \cdot t})$.
9.	$2 + 0,5 \cdot p = 0$.
10.	0,05.
11.	

Номер відповіді	ВІДПОВІДІ
12	
13	Примушений струм дорівнює 5А , вільна складова перехідного струму в колі дорівнює $-5e^{-t/\tau}$ А.
14	Примушений струм дорівнює 0А , вільна складова перехідного струму в колі дорівнює $5e^{-t/\tau}$ А.

САМОСТІЙНА РОБОТА З ПУНКТИВ

16.6 Заряд конденсатора через резистор

16.7 Розряд конденсатора через резистор

- Прочитати та постаратись зрозуміти теоретичний матеріал з пунктів 16.6-16.7[1, 2, 5 7].
- Виконати завдання для засвоєння теоретичного матеріалу у таблицях 16.4-16.6.
- Виконати тести на освітньому порталі ТДАТУ до пунктів 1.3, 1.4.

Завдання

- Вивчити теоретичний матеріал 16.6-16.7 теми 16.
- Виконати тестові завдання на освітньому порталі до пунктів 16.6 16.7.
- Виконати навчально-контролюючі завдання інформаційно-репродуктивного та практично-стереотипного характеру таблиць 16.4-16.6.

1 Основні положення теоретичного матеріалу

Заряд конденсатора через резистор

Розрахункова схема послідовного з'єднання активного опору і ємності ідеального конденсатора в колі з постійною ЕРС (рисунок 16.5).

Рівняння перехідної напруги на ємності після комутації [1, 3, 5-7] для кола за другим законом Кірхгофа

$$u_r + u_C = E . \quad (16.26)$$

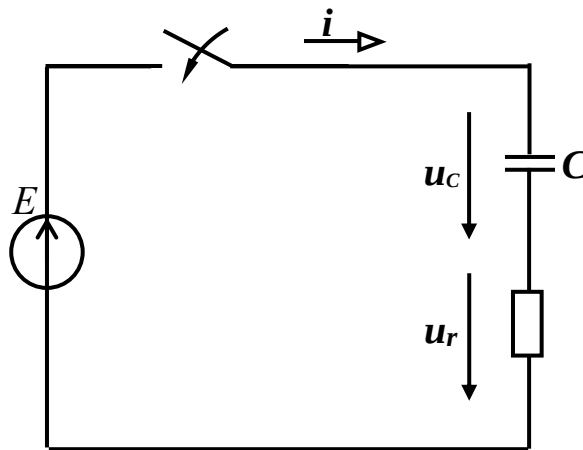


Рисунок 16.5 – Розрахункова схема перехідного процесу у при зарядженні конденсатора через резистор в колі з постійною ЕРС

Напруга на активному опорі визначається

$$u_r = r \cdot i = r \cdot C \cdot \frac{du_C}{dt} = \tau \cdot \frac{du_C}{dt}, \quad (16.27)$$

де $\tau = r \cdot C$ – постійна часу кола, с;

одержимо диференціальне рівняння напруги для кола після комутації

$$\tau \cdot \frac{du_C}{dt} + u_C = E. \quad (16.28)$$

Рівняння перехідної напруги на конденсаторі при зарядженні

$$u_C = u_{Cnp} + u_{C\delta}. \quad (16.29)$$

Примусова складова напруги на ємності дорівнює

$$u_{Cnp} = E, \quad (16.30)$$

оскільки у сталому режимі конденсатор зарядиться до величини ЕРС джерела напруги

Характеристичне рівняння і корінь рівняння

$$r \cdot C + p = \tau \cdot p + 1 = 0; \quad p = -\frac{1}{\tau} = -\frac{1}{r \cdot C}; \quad (16.31)$$

Рівняння вільної складової напруги на ємності (у загальному вигляді)

$$u_{C\delta} = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (16.32)$$

Загальне рішення рівняння перехідної напруги на ємності

$$u_C = E + A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (16.33)$$

Постійну інтегрування перехідної напруги на ємності з **початкових умов**:

у момент комутації відповідно до другого закону комутації, напруга на ємності конденсатора дорівнює нулю, тобто при $t = 0$ $u_C(0) = 0$, таким чином, рівняння (16.33) для цього моменту часу приймає вигляд

$$0 = E + A, \quad (16.34)$$

Постійна інтегрування напруги на ємності конденсатора

$$A = -E. \quad (16.35)$$

Закон зміни перехідної напруги на ємності після комутації

$$u_C = E \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right). \quad (16.36)$$

Графік перехідної напруги на ємності приведено на рисунку 16.6.

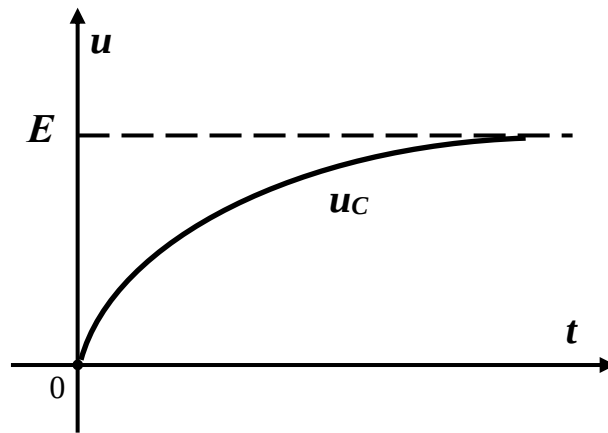


Рисунок 16.6 – Графік перехідної напруги на ємності $u_C(t)$

Рівняння перехідного струму при зарядженні конденсатора через резистор в колі з постійною ЕРС

$$i = C \cdot \frac{du_C}{dt} = C \cdot \frac{d}{dt} \left[E \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \right] = \frac{C \cdot E}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{E}{r} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (16.37)$$

Енергія, що надходить від джерела, накопичується на конденсаторі

$$W_C = \frac{C \cdot E^2}{2}.$$

Розряд конденсатора через резистор

Конденсатор ємністю C , заряджений від джерела постійної ЕРС до напруги $U_0 = E = u(0)$, у момент комутації замикається на активний опір (рисунок 16.7).

Диференціальне рівняння кола згідно з другим законом Кірхгофа

$$u_r + u_C = r \cdot i + u_C = r \cdot C \frac{du_C}{dt} + u_C = \tau \cdot \frac{du_C}{dt} + u_C = 0. \quad (16.38)$$

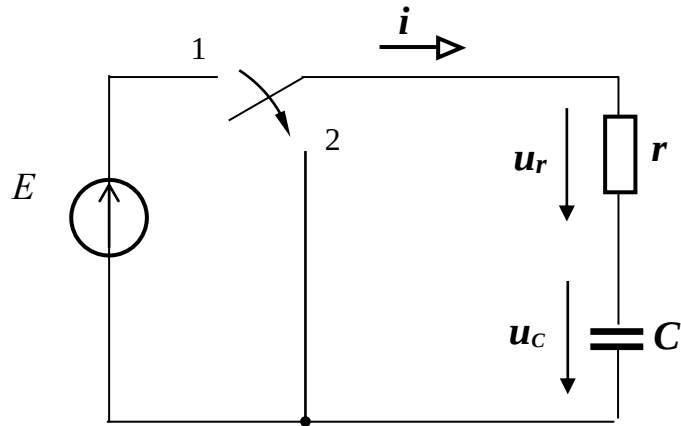


Рисунок 16.7 – Розрахункова схема перехідного процесу при розрядженні конденсатора через резистор

Примусова складова напруги на ємності дорівнює нулю ($u_{Cnp} = 0$), оскільки примусовий струм в колі теж буде рівний нулю ($i_{np} = 0$).

Характеристичне рівняння і корінь характеристичного рівняння для кола після комутації

$$r \cdot C \cdot p + 1 = \tau \cdot p + 1 = 0; \quad p = -\frac{1}{\tau}; \quad (16.39)$$

Початкові умови: у момент комутації за другим законом комутації напруга на ємності дорівнює E , тобто при $t = 0$ $u(0) = E$.

Постійна інтегрування напруги на ємності

$$E = A. \quad (16.40)$$

Рівняння перехідної напруги на ємності та графік (рис.16.8) при розрядженні конденсатора через резистор

$$u_C = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (16.41)$$

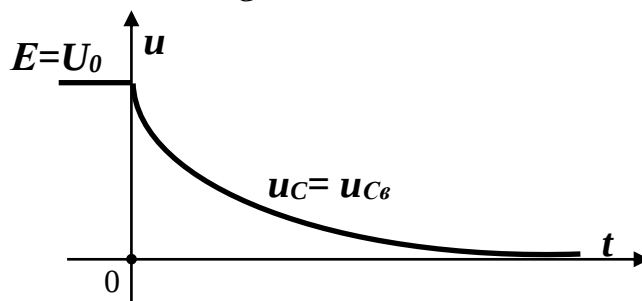


Рисунок 16.8 – Графік напруги на ємності у часі $u_C = f(t)$

ЗАВДАННЯ ДЛЯ ЗАСВОЄННЯ ТЕОРЕТИЧНОГО МАТЕРІАЛУ

Завдання для засвоєння теоретичного матеріалу виконуються так само, як і у самостійній роботі з пунктів 16.6-16.7.

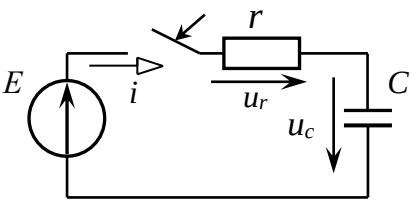
Завдання інформаційно-репродуктивного характеру

Таблиця 16.4

Номер питання, завдання	Питання, завдання	Номер правильної відповіді
1.	Складіть розрахункову схему для дослідження перехідного процесу зарядки конденсатора через резистор від джерела постійної електрорушійної сили.	
2.	Складіть диференціальне рівняння кола в післякомутаційний період.	
3.	Запишіть вираження постійної часу зазначеного перехідного процесу.	
4.	Складіть характеристичне рівняння отриманого диференціального рівняння.	
5.	З характеристичного рівняння знайдіть корінь диференціального рівняння.	
6.	Запишіть рівняння перехідної напруги на ємності через примусову і вільну складові.	
7.	Запишіть примусову складову перехідної напруги на ємності.	
8.	Запишіть вільну складову перехідної напруги на ємності.	
9.	Запишіть загальне рішення диференціального рівняння.	
10.	Визначите постійну інтегрування в рівнянні перехідної напруги на ємності, записавши початкові умови по другому закону комутації.	
11.	Запишіть рівняння перехідної напруги на ємності.	

У разі вірного виконання завдання $\sum_{\text{непарні}} - \sum_{\text{парні}} = 16$.

Таблиця 16.4а

Номер відповіді	Відповіді
1.	$u_{C_{np}} + u_{C_{св}}.$
2.	$-\frac{1}{\tau}.$
3.	$E.$
4.	$A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}.$
5.	$E = r \cdot C \cdot \frac{du_c}{dt} + u_c.$
6.	
7.	$-E.$
8.	$\tau \cdot p + 1 = 0.$
9.	$E + A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}.$
10.	$r \cdot C.$
11.	$E \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}).$

Таблиця 16.5

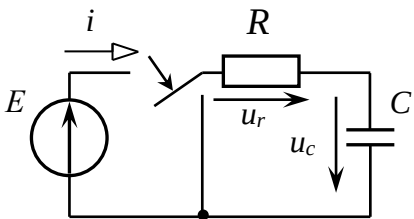
Номер питання, завдання	Питання, завдання	Номер правильної відповіді
1.	Вкажіть розрахункову схему для дослідження перехідного процесу розрядки конденсатора через резистор, підключених до джерела постійної електрорушійної сили.	
2.	Вкажіть диференціальне рівняння кола в післякомутаційний період.	
3.	Запишіть розрахункову формулу постійної часу зазначеного перехідного процесу.	
4.	Вкажіть характеристичне рівняння отриманого диференціального рівняння.	

Номер питання, завдання	Питання, завдання	Номер правильної відповіді
5.	З характеристичного рівняння знайдіть корінь диференціального рівняння.	
6.	Запишіть рівняння перехідної напруги на ємності через примусову у вільну складові.	
7.	Запишіть примусову складову перехідної напруги на ємності.	
8.	Запишіть вільну складову перехідної напруги на ємності.	
9.	Запишіть загальне рішення диференціального рівняння.	
10.	Визначите постійну інтегрування в рівнянні перехідної напруги на ємності, записавши початкові умови по другому закону комутації.	
11.	Запишіть рівняння перехідної напруги на ємності.	

У разі вірного виконання завдання $\sum_{\text{непарні}} - \sum_{\text{парні}} = 34$.

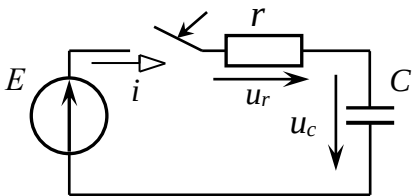
Таблиця 16.5а

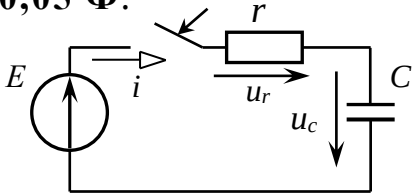
Номер відповіді	Відповіді
1.	$A \cdot e^{\frac{t}{\tau}}$.
2.	$u_{C_{np}} + u_{C_{св}}$.
3.	$\tau \cdot p + 1 = 0$.
4.	$0 = r \cdot C \cdot \frac{du_c}{dt} + u_c$.
5.	$-\frac{1}{\tau}$.
6.	E .
7.	$E \cdot e^{\frac{t}{\tau}}$.

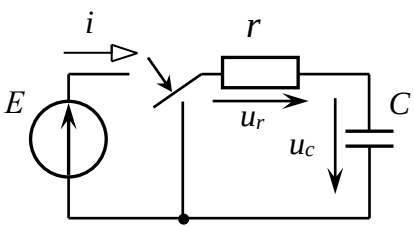
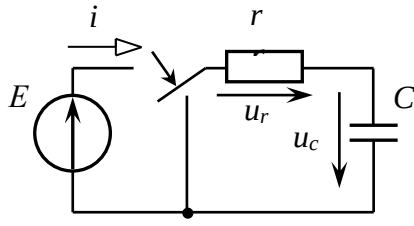
Номер відповіді	Відповіді
8.	
9.	$0 + A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$
10.	0.
11.	$r \cdot C$

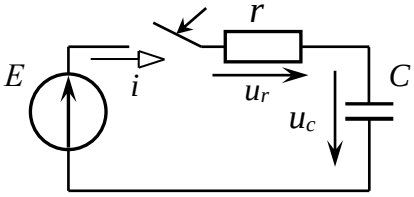
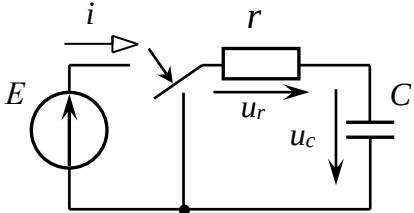
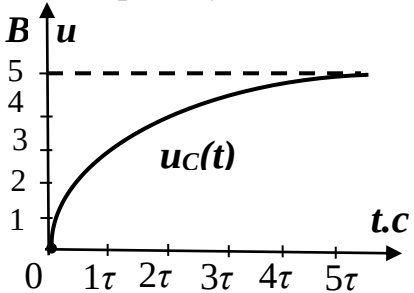
Завдання практично-стереотипного характеру

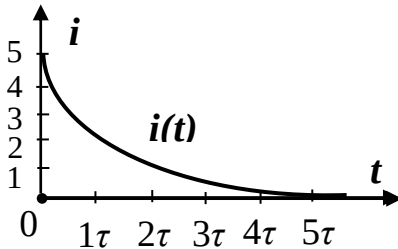
Таблиця 16.6

Номер питання, завдання	Питання, завдання	Номер правильної відповіді
1.	Для заданої розрахункової схеми перехідного процесу відомо: активний опір резистора 2 Ом і ємність ідеального конденсатора 0,05 Ф.  Визначити постійну часу перехідного процесу підключення зазначеного кола до джерела постійної електрорушійної сили.	
2.	Характеристичне рівняння для диференціального рівняння кола перехідного процесу зарядки конденсатора через резистор від джерела постійної електрорушійної сили $0,5p + 1 = 0$. Визначити корінь характеристичного рівняння.	

Номер питання, завдання	Питання, завдання	Номер правильної відповіді
3.	Для заданої розрахункової схеми перехідного процесу відомо: активний опір резистора 2 Ом і ємність ідеального конденсатора 0,05 Ф.  Чому дорівнює ємнісний опір ідеального конденсатора, підключеного до джерела постійної електрорушійної сили.	
4.	Корінь характеристичного рівняння для диференціального рівняння кола для перехідного процесу зарядки конденсатора через резистор від джерела постійної електрорушійної сили $-0,2 \frac{1}{с}$. Визначити постійну часу перехідного процесу.	
5.	Коло перехідного процесу зарядки ідеального конденсатора з ємністю 0,05 Ф через резистор з активним опором 2 Ом від джерела постійної електрорушійної сили 15 В. Визначити напругу на ємності в початковий момент часу $t=0$ зазначеного перехідного процесу.	
6.	Коло перехідного процесу зарядки ідеального конденсатора з ємністю 0,05 Ф через резистор з активним опором 2 Ом від джерела постійної електрорушійної сили 15 В. Визначити постійну інтегрування перехідної напруги на ємності при підключенні котушки до джерела постійної електрорушійної сили.	

Номер питання, завдання	Питання, завдання	Номер правильної відповіді
7.	Постійна часу перехідного процесу зарядки конденсатора через резистор від джерела постійної електрорушійної сили дорівнює 4 с . Визначити корінь характеристичного рівняння.	
8.	Перехідний процес зарядки ідеального конденсатора через резистор, підключених до джерела постійної електрорушійної сили. Примушена напруга на ємності дорівнює 10 В , постійна інтегрування перехідної напруги на ємності дорівнює -10 В , корінь характеристичного рівняння $-2\frac{1}{с}$. Вкажіть рівняння перехідної напруги на ємності зазначеного перехідного процесу.	
9.	Для заданої розрахункової схеми перехідного процесу відомо: ємність 0,05 Ф , активний опір 2 Ом , електрорушійна сила джерела 10 В .  Визначити напругу на ємності в початковий момент часу $t=0$ зазначеного перехідного процесу.	
10.	Для заданої розрахункової схеми перехідного процесу примушена напруга на ємності дорівнює нулю, постійна інтегрування перехідної напруги на ємності дорівнює 10 В , корінь характеристичного рівняння $-2\frac{1}{с}$.  Вкажіть рівняння перехідної напруги на ємності зазначеного перехідного процесу.	

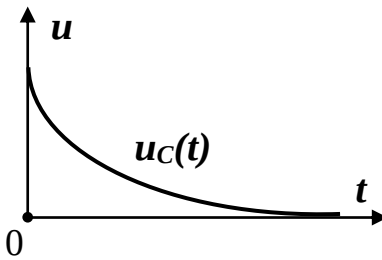
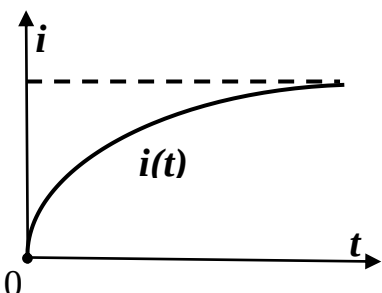
Номер питання, завдання	Питання, завдання	Номер правильної відповіді
11.	Задана розрахункова схема перехідного процесу.  Вкажіть графічну залежність напругу на ємності зазначеного перехідного процесу.	
12.	Задана розрахункова схема перехідного процесу  Вкажіть графічну залежність напругу на ємності зазначеного перехідного процесу.	
13.	Заданий графік переходної напруги на ємності перехідного процесу.  Вкажіть, чому дорівнюють примушена складова і рівняння вільної складової заданої на графіку переходної напруги на ємності.	

Номер питання, завдання	Питання, завдання	Номер правильної відповіді
14.	Заданий графік переходної напруги на ємності перехідного процесу.  Вкажіть, чому дорівнюють примушена складова і рівняння вільної складової заданої на графіку переходної напруги на ємності.	

У разі вірного виконання завдання $\Sigma_{\text{непарних}} - \Sigma_{\text{парних}} = -3$.

Таблиця 16.6а

Номер відповіді	Відповіді
1.	$10 \cdot (1 - e^{-2 \cdot t})$.
2.	10.
3.	∞ .
4.	5.
5.	$10 \cdot e^{-2 \cdot t}$.
6.	0,1.
7.	0.
8.	-0,25.
9.	-2.
10.	-15.
11.	Примушена складова напруги на ємності дорівнює 5 В , рівняння вільної складової $-5e^{-t/\tau}$ В .

Номер відповіді	Відповіді
12.	
13.	Примушена складова напруги на ємності дорівнює 0 В , рівняння вільної складової $5e^{-t/\tau}$ В .
14.	

САМОСТІЙНА РОБОТА З ПУНКТИВ

16.8 Перехідний процес у колі з послідовно з'єднаними котушкою і конденсатором

16.9 Розряд конденсатора на котушку

1. Прочитати та постаратись зрозуміти теоретичний матеріал з пунктів 16.8-16.9 [1, 2, 5, 7, 8].
2. Виконати завдання для засвоєння теоретичного матеріалу у таблицях 16.7–16.9.
3. Виконати тести на освітньому порталі ТДАТУ до пунктів 16.8–16.9.

СТИСЛЕ ВИКЛАДЕННЯ ТЕОРЕТИЧНОГО МАТЕРІАЛУ

Перехідний процес у колі з послідовно з'єднаними котушкою і конденсатором

Включення послідовно з'єднаних котушки і конденсатора при постійній напрузі джерела живлення (рисунок 16.9).

Для післякомутаційної схеми справедливе рівняння згідно другого закону Кірхгофа

$$E = u_L + u_r + u_C = L \cdot \frac{di}{dt} + r \cdot i + \frac{1}{C} \cdot \int i \cdot dt. \quad (16.42)$$

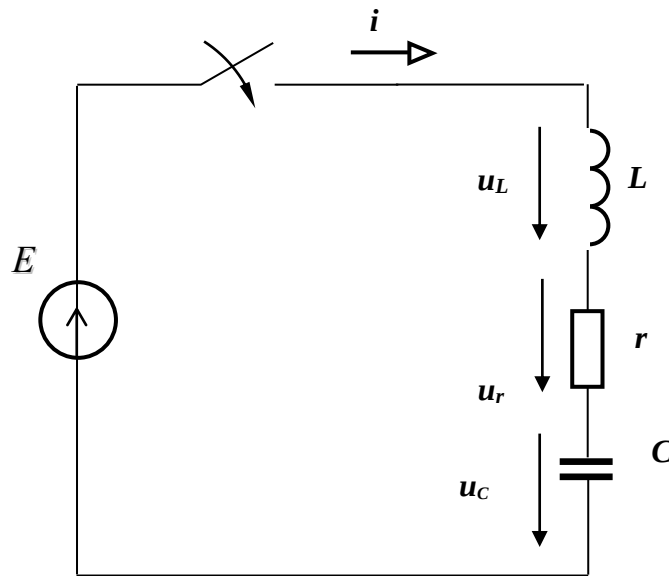


Рисунок 16.9 – Розрахункова схема включення послідовно з'єднаних котушки і конденсатора на постійну напругу джерела живлення

Якщо продиференціювати обидві частини рівняння (16.42), то одержимо диференціальне рівняння другого порядку

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + 2 \cdot \alpha \cdot \frac{di}{dt} + \omega_0^2 \cdot i = 0, \quad (16.43)$$

де прийняті наступні позначення

$$2 \cdot \alpha = \frac{r}{L}; \quad \omega_0^2 = \frac{1}{L \cdot C}. \quad (16.44)$$

Приймемо, що $\frac{di}{dt} = p$, з (16.43) отримаємо **характеристичне рівняння**

$$p^2 + 2\alpha \cdot p + \omega_0^2 = 0. \quad (16.45)$$

Оскільки характеристичне рівняння другого порядку, тоді вільний струм має дві постійні інтегрування A_1 і A_2 , два корені характеристичного рівняння p_1 і p_2

$$p_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}. \quad (16.46)$$

Рівняння **вільного струму в загальному вигляді** мають вид

$$i_g = A_1 \cdot e^{p_1 \cdot t} + A_2 \cdot e^{p_2 \cdot t}. \quad (16.47)$$

де A_1 і A_2 – постійні інтегрування струму, А;

p_1 і p_2 – корені характеристичного рівняння, 1/с.

Таким чином, характер вільного процесу залежить від параметрів котушки і конденсатора (L , r , C), тобто від коренів характеристичного рівняння і знака дискримінанту, який визначає, будуть корені дійсними ($D > 0$) або комплексними ($D < 0$). Можливі три випадки розвитку перехідного процесу [1, 2, 5-7].

Перший випадок. Якщо $\alpha > \omega_0$, дискримінант позитивний $D > 0$, співвідношення параметрів кола

$$\frac{r}{2L} > \frac{1}{\sqrt{LC}} \rightarrow r > 2\sqrt{\frac{L}{C}}, \quad (16.48)$$

тоді корені p_1 і p_2 дійсні, негативні та різні. При цьому загальне рішення рівняння перехідного струму

$$i = i_{np} + i_{cv} = i_{np} + A_1 \cdot e^{p_1 t} + A_2 \cdot e^{p_2 t}. \quad (16.49)$$

Примусовий струм $i_{np} = 0$, оскільки в колі постійного струму у примусовому режимі $x_C^{(0)} = \infty$.

Постійні інтегрування знаходяться з початкових умов.

Незалежні початкові умови, згідно законів комутації, у момент комутації $t = 0$: $i(0) = 0$ і $u_C(0) = 0$.

Залежні початкові умови при $t = 0$ знайдемо з рівняння для кола згідно другого закону Кірхгофа з урахуванням незалежних початкових умов

$$E = r \cdot i(0) + u_L(0) + u_C(0) \Rightarrow u_L(0) = E, \quad (16.50)$$

Для знаходження постійних інтегрування струму A_1 і A_2 складемо систему рівнянь: перехідного струму i та першої похідної струму i'

$$\begin{aligned} i &= 0 + A_1 \cdot e^{p_1 t} + A_2 \cdot e^{p_2 t}; \\ i' &= p_1 \cdot A_1 \cdot e^{p_1 t} + p_2 \cdot A_2 \cdot e^{p_2 t}. \end{aligned} \quad (16.51)$$

Перша похідна струму з урахуванням початкових умов, оскільки

$$u_L = L \cdot \frac{di}{dt} = L \cdot i' \Rightarrow i'(0) = \frac{u_L(0)}{L} = \frac{E}{L}, \quad (16.52)$$

Система рівнянь (16.51) з урахуванням початкових умов і першої похідної струму при $t = 0$ має вигляд

$$\begin{cases} 0 = A_1 + A_2 \Rightarrow -A_1 = A_2; \\ \frac{E}{L} = p_1 \cdot A_1 + p_2 \cdot A_2 \Rightarrow \frac{E}{L} = p_1 \cdot A_1 - p_2 \cdot A_1 = A_1 \cdot (p_1 - p_2), \end{cases} \quad (16.53)$$

З співвідношення (16.53) маємо постійні інтегрування струму

$$A_1 = -A_2 = \frac{E}{L \cdot (p_1 - p_2)}. \quad (16.54)$$

Рівняння перехідного струму

$$i = \frac{E}{L \cdot (p_1 - p_2)} (e^{p_1 t} - e^{p_2 t}). \quad (16.55)$$

Графік перехідного струму для випадку, що розглядається представлено на рисунку 16.10

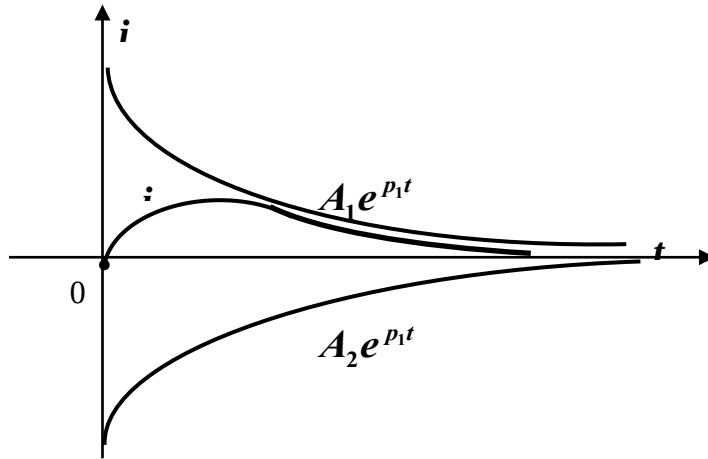


Рисунок 16.10– Графік перехідного струму при заряді конденсатора, якщо $D > 0$

Якщо перехідний струм в колі не змінює напрям і у колі йде накопичення зарядів на конденсаторі – це **апериодичний процес** [1, 2, 5-8].

Другий випадок. Якщо $\alpha < \omega_0$, $r = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$, то $D = 0$, корені характеристичного рівняння комплексно-спряжені

$$p_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} = -\alpha \pm j\omega, \quad (16.55)$$

де ω – частота вільних затухаючих коливань, рад/с;

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}. \quad (16.56)$$

Постійні інтегрування A_1 і A_2

$$A_1 = -A_2 = \frac{E}{\omega \cdot L}, \quad (16.57)$$

Рівняння перехідного струму

$$i = \frac{E}{\omega \cdot L} e^{(-\alpha + j\omega)t} - \frac{E}{\omega \cdot L} e^{(-\alpha - j\omega)t} = \frac{E}{\omega \cdot L} e^{-\alpha t} \cdot (e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}) \quad (16.58)$$

або

$$i = \frac{E}{\omega \cdot L} e^{-\alpha t} \cdot \sin \omega t. \quad (16.59)$$

З графіку перехідного струму для випадку $D < 0$ (рисунок 16.17) слідує, що перехідний струм в колі змінює напрям впродовж накопичення зарядів на конденсаторі – це **періодичний процес** [1, 3, 5-7].

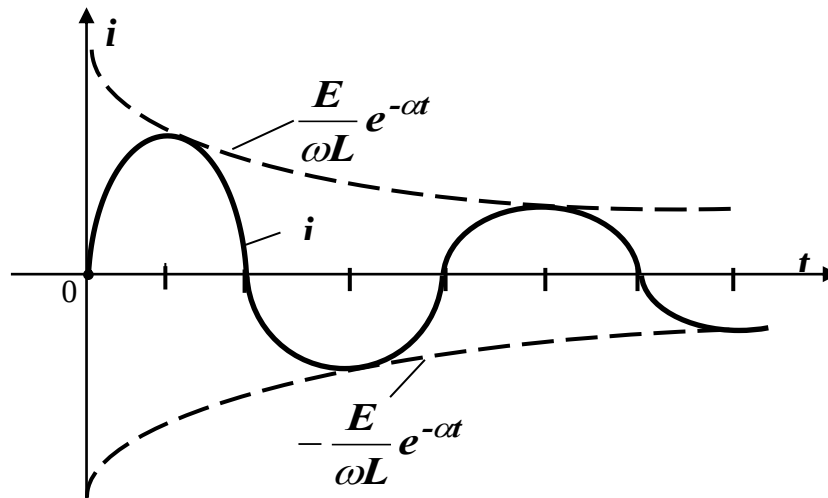


Рисунок 16.11– Графік перехідного струму при заряді конденсатора, якщо $D < 0$

Коливання в контурі виникають внаслідок періодичного взаємного перетворення енергії електричного поля, яка накопичується в конденсаторі, та магнітного поля котушки.

Третій випадок. Якщо $\alpha = \omega_0$, $r = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$, то $D = 0$, корінь $p_1 = -\alpha$, дійсний, негативний, заряд конденсатора **гранично аперіодичний**. Загальне рішення рівняння (16.80) у цьому випадку має дріб

$$\frac{\sin \omega t}{\omega} \rightarrow \frac{0}{0}. \quad (16.60)$$

Виникає математична невизначеність, для розкриття якої по правилу Лопітала продиференціюємо чисельник і знаменник за ω .

$$\left(\frac{\sin \omega t}{\omega} \right)' \bigg|_{\omega \rightarrow 0} = \frac{t \cdot \cos \omega t}{1} = 0. \quad (16.61)$$

Рівняння перехідного струму у цьому випадку наступне

$$i = (A_1 + A_2 \cdot t)e^{-\alpha \cdot t} = \frac{E}{L} \cdot t \cdot e^{-\alpha \cdot t}. \quad (16.62)$$

Розряд конденсатора на котушку

Заряджений до значення E конденсатор у момент часу $t = 0$ підключається до затисків котушки (рисунок 16.12).

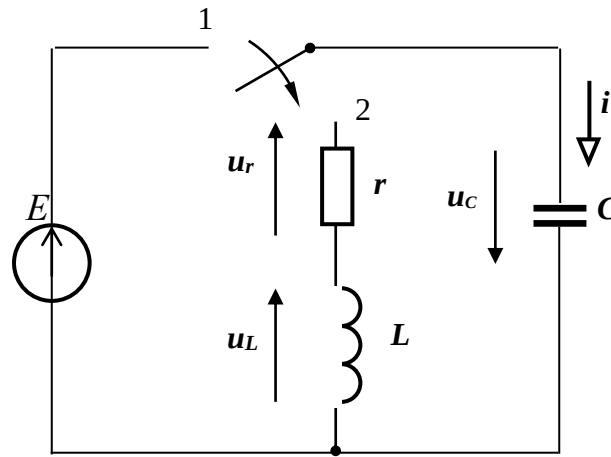


Рисунок 16.12 – Розрахункова схема послідовно з'єднаних котушки і конденсатора при розряді конденсатора на котушку

Для післякомутаційної схеми справедливе рівняння

$$u_L + u_r + u_C = L \cdot \frac{di}{dt} + r \cdot i + \frac{1}{C} \int i \cdot dt = 0. \quad (16.63)$$

Характеристичне рівняння (16.45). В залежності від коренів характеристичного рівняння можливий аперіодичний і періодичний розряд конденсатора на котушку.

Перший випадок. Якщо $\alpha > \omega_0$, $D > 0$, тоді $r > 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ тоді корені p_1 і p_2 дійсні, негативні та різні.

Знайдемо рівняння перехідної напруги на ємності u_C і перехідного струму i . Примусовий струм $i_{np} = 0$. Примусова напруга на ємності $u_{Cnp} = 0$.

Загальне рішення рівняння перехідного струму (16.55).

У загальному вигляді **рівняння перехідної напруги на ємності u_C**

$$u_C = 0 + A_1 \cdot e^{p_1 \cdot t} + A_2 \cdot e^{p_2 \cdot t}. \quad (16.64)$$

Постійні інтегрування знаходяться з початкових умов.

Незалежні початкові умови, згідно законів комутації, у момент комутації при $t = 0$ $i(0) = 0$, оскільки $x_C^{(0)} = 0$, а $u_C(0) = E$.

Для знаходження постійних інтегрування струму A_1 і A_2 складемо систему рівнянь: перехідної напруги u_C та першої похідної u_C'

$$\begin{cases} u_C = 0 + A_1 \cdot e^{p_1 \cdot t} + A_2 \cdot e^{p_2 \cdot t}; \\ u_C' = p_1 \cdot A_1 e^{p_1 t} + p_2 \cdot A_2 e^{p_2 \cdot t}. \end{cases} \quad (16.65)$$

Перша похідна з урахуванням початкових умов, оскільки

$$i = C \cdot \frac{du_C}{dt} = C \cdot u_C' \Rightarrow u_C'(0) = \frac{i(0)}{C} = 0. \quad (16.66)$$

Визначимо постійні інтегрування напруги на ємності A_1 і A_2

$$A_1 = \frac{E \cdot p_2}{p_2 - p_1}, \quad A_2 = \frac{-E \cdot p_1}{p_2 - p_1}. \quad (16.67)$$

Рівняння перехідної напруги на ємності

$$u_C = \frac{E}{p_2 - p_1} (p_2 \cdot e^{p_1 t} - p_1 \cdot e^{p_2 t}). \quad (16.68)$$

Графік перехідної напруги на ємності має вигляд, представлений на рисунку 16.13.

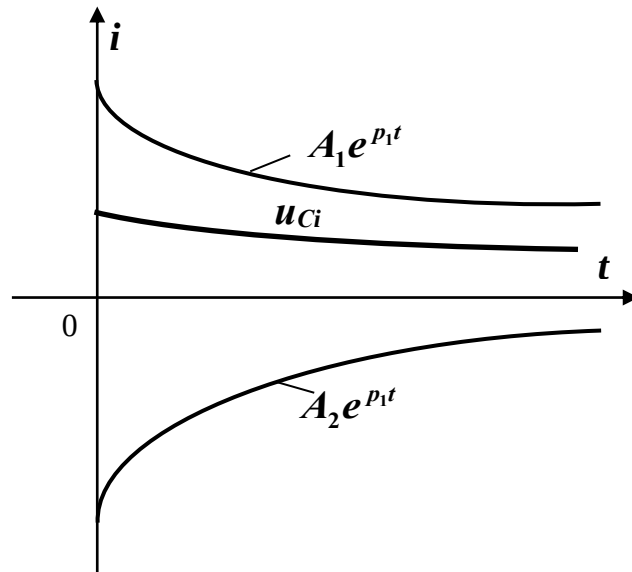


Рисунок 16.13 – Графік перехідної напруги на ємності при розряді конденсатора, якщо $D > 0$

Рівняння перехідного струму в колі [1, 3, 5-7]

$$i = \frac{C \cdot p_1 \cdot p_2 \cdot E}{p_2 - p_1} (e^{p_1 t} - e^{p_2 t}). \quad (16.69)$$

З графіку слідує, що перехідна напруга на ємності при розряді не перетинає вісь часу – це характерно для **апериодичного процесу**.

Другий випадок. Якщо $\alpha < \omega_0$, $r = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$, то $D = 0$, корені характеристичного рівняння комплексно-спряжені (16.77).

$$A_1 = -A_2 = \frac{E}{\omega \cdot \sqrt{L \cdot C}}. \quad (16.70)$$

Рівняння перехідної напруги на ємності

$$u_C = \frac{E \cdot \omega_0}{\omega} \cdot e^{-\alpha t} \cdot \cos \omega t. \quad (16.71)$$

На рисунку 16.14 показаний графік перехідного процесу в цьому випадку. З графіку слідує, що конденсатор при розрядці обмінюється енергією з котушкою – це **періодичний процес**.

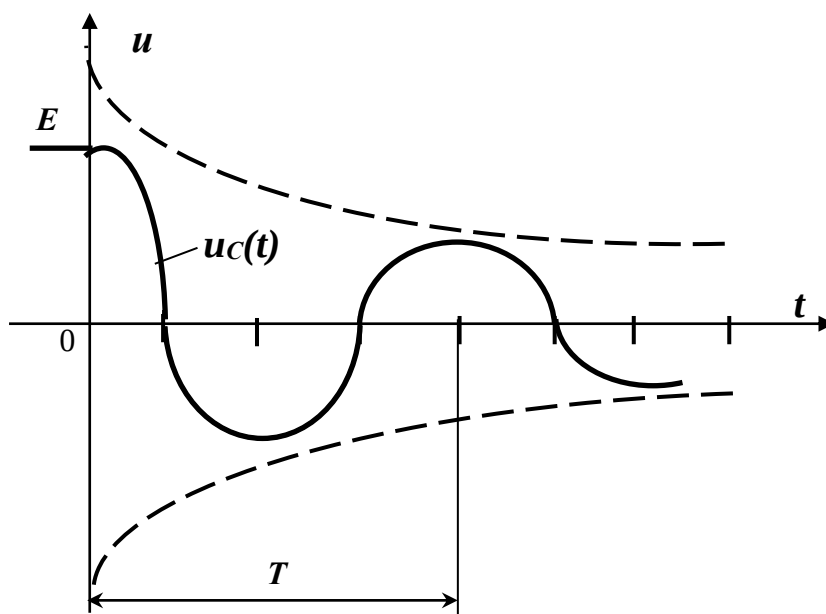


Рисунок 16.14 – Графік перехідної напруги на ємності при розряді конденсатора, якщо $D < 0$

Коливальний процес при розрядці конденсатора на котушку характеризується періодом власних коливань

Якщо втрати енергії в контурі відсутні ($r = 0$, $\alpha = 0$), то

$$T = \frac{2 \cdot \pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{L \cdot C}, \quad (16.72)$$

$$T = \frac{2 \cdot \pi}{\omega} = \frac{2 \cdot \pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}}, \quad (16.73)$$

Таким чином, LC -контур, у якому будь-яким способом компенсуються втрати енергії, може служити генератором незатухаючих гармонічних коливань. [1, 3, 5-7]

Третій випадок. Якщо $\alpha = \omega_0$, $r = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$, то $D = 0$, корінь $p_1 = -\alpha$, дійсний, негативний.

Рівняння перехідних напруги на ємності і струму

$$u_C = E \cdot (1 - p \cdot t) \cdot e^{-\alpha \cdot t} = E \cdot (1 + \alpha \cdot t) \cdot e^{-\alpha \cdot t},$$

$$i = -\frac{E}{L} \cdot t \cdot e^{p \cdot t}. \quad (16.74)$$

Розряд конденсатора на котушку **гранично аперіодичний**.

ЗАВДАННЯ ДЛЯ ЗАСВОЄННЯ ТЕОРЕТИЧНОГО МАТЕРІАЛУ

Завдання для засвоєння теоретичного матеріалу виконуються так само, як і у самостійній роботі з пунктів 16.8-16.9.

Завдання інформаційно-репродуктивного характеру

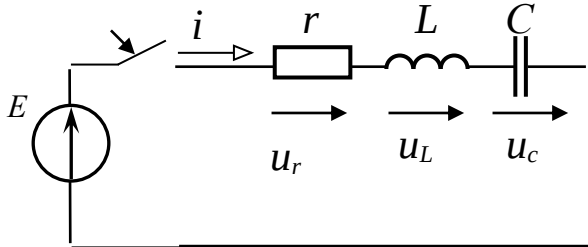
Таблиця 16.7

Номер питання, завдання	Питання, завдання	Номер правильної відповіді
1.	Вкажіть розрахункову схему для дослідження перехідного процесу включення послідовно з'єднаних реальної котушки й ідеальний конденсатор до джерела постійної ЕРС	
2.	Вкажіть диференціальне рівняння кола в післякомутаційний період.	
3.	Перетворіть отримане диференціальне рівняння, увівши позначення $2\alpha = \frac{r}{L}; \omega_0^2 = \frac{1}{LC}$.	
4.	Вкажіть характеристичне рівняння отриманого диференціального рівняння.	
5.	Визначите корінь диференціального рівняння, для випадку якщо $\alpha > \omega_0$.	
6.	Запишіть примусову складову перехідного струму для даного випадку.	
7.	Запишіть вільну складову перехідного струму для даного випадку.	
8.	Запишіть загальне рішення диференціального рівняння для даного випадку.	
9.	Визначите постійні інтегрування в рівнянні перехідного струму, записавши початкові умови по першому і другому законам комутації.	
10.	Запишіть вираження перехідного струму для зазначеного випадку.	
11.	Який характер носить перехідний процес за даних умов.	
12.	Запишіть корінь характеристичного рівняння для випадку, якщо $\alpha < \omega_0$.	
13.	Запишіть вираження перехідного струму для зазначеного випадку.	
14.	Який характер носить перехідний процес за даних умов.	

Номер питання, завдання	Питання, завдання	Номер правильної відповіді
15.	Запишіть корінь характеристичного рівняння для випадку, якщо $\alpha = \omega_0$.	
16.	Запишіть вираження перехідного струму для зазначеного випадку.	
17.	Який характер носить перехідний процес за даних умов.	

При правильному виконанні завдання $\sum_{\text{непарні}} - \sum_{\text{парні}} = 17$.

Таблиця 16.7а

Номер відповіді	ВІДПОВІДІ
1.	
2.	$\frac{d^2 i}{dt^2} + 2 \cdot \alpha \cdot \frac{di}{dt} + \omega_0^2 \cdot i = 0.$
3.	$E = r \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \cdot \int i \cdot dt.$
4.	$0 + A_1 \cdot e^{p_1 t} + A_2 \cdot e^{p_2 t}.$
5.	$\pm \frac{E}{L \cdot (p_2 - p_1)}.$
6.	Аперіодичний.
7.	$(A_1 + A_2 \cdot t) \cdot e^{-\alpha t}.$
8.	$p^2 + 2 \cdot \alpha \cdot p + \omega_0^2 = 0.$
9.	$-\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}.$

Номер відповіді	ВІДПОВІДІ
10.	$-\alpha \pm j\omega.$
11.	0.
12.	$\frac{E}{L \cdot (p_2 - p_1)} \cdot (e^{p_1 t} - e^{p_2 t}).$
13.	Періодичний.
14.	$\frac{E}{\omega \cdot L} \cdot e^{-\alpha t} \cdot \sin \omega \cdot t.$
15.	Граничний аперіодичний.
16.	$A_1 \cdot e^{p_1 t} + A_2 \cdot e^{p_2 t}.$
17.	$\alpha.$

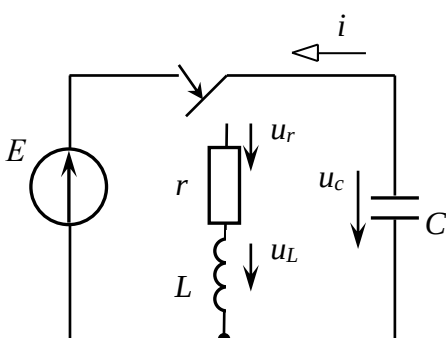
Таблиця 16.8

Номер питання, завдання	Питання, завдання	Номер правильної відповіді
1.	Вкажіть розрахункову схему для дослідження перехідного процесу розрядки ідеального конденсатора в колі з реальною котушкою.	
2.	Вкажіть диференціальне рівняння кола в післякомутаційний період.	
3.	Перетворіть отримане диференціальне рівняння, увівши позначення $2\alpha = \frac{r}{L}; \omega_0^2 = \frac{1}{LC}$	
4.	Вкажіть характеристичне рівняння отриманого диференціального рівняння.	
5.	Визначите корінь диференціального рівняння, для випадку якщо $\alpha > \omega_0$ перехідного процесу розрядки ідеального конденсатора в колі з реальною котушкою.	
6.	Запишіть примусову складову перехідної напруги на конденсаторі для даного випадку.	

Номер питання, завдання	Питання, завдання	Номер правильної відповіді
7.	Запишіть вільну складову перехідної напруги на конденсаторі для перехідного процесу розрядки ідеального конденсатора в колі з реальною котушкою.	
8.	Запишіть загальне рішення диференціального рівняння для даного випадку.	
9.	Визначите постійні інтегрування в рівнянні перехідної напруги на конденсаторі, записавши початкові умови по першому й другому законам комутації.	
10.	Запишіть вираження перехідної напруги на конденсаторі для перехідного процесу розрядки ідеального конденсатора в колі з реальною котушкою.	
11.	Який характер носить перехідний процес за даних умов.	
12.	Запишіть корінь характеристичного рівняння для випадку, якщо $\alpha < \omega_0$.	
13.	Знайдіть вираження перехідної напруги на конденсаторі для зазначеного випадку.	
14.	Який характер носить перехідний процес за даних умов.	
15.	Запишіть корінь характеристичного рівняння для випадку, якщо $\alpha = \omega_0$.	
16.	Запишіть вираження перехідної напруги на конденсаторі для перехідного процесу розрядки ідеального конденсатора в колі з реальною котушкою.	
17.	Який характер носить перехідний процес за даних умов.	
18.	Запишіть вираження періоду власних коливань при розрядці конденсатора на котушку.	
19.	Запишіть вираження періоду власних коливань при розрядці конденсатора на котушку, для випадку, якщо втрати активної потужності в контурі відсутні.	

При правильному виконанні завдання $\Sigma_{\text{непарні}} - \Sigma_{\text{парні}} = 16$.

Таблиця 16.8а

Номер відповіді	Відповіді
1.	
2.	$\frac{E \cdot p_2}{(p_2 - p_1)}; \quad \frac{E \cdot p_1}{(p_2 - p_1)}.$
3.	$A_1 \cdot e^{p_1 t} + A_2 \cdot e^{p_2 t}.$
4.	0.
5.	$-\alpha \pm j\omega.$
6.	$p^2 + 2 \cdot \alpha \cdot p + \omega_0^2 = 0.$
7.	$\frac{d^2 i}{dt^2} + 2 \cdot \alpha \cdot \frac{di}{dt} + \omega_0^2 \cdot i = 0.$
8.	$E \cdot (1 - \alpha \cdot t) \cdot e^{-\alpha t}.$
9.	$0 = i \cdot r + L \cdot \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \cdot \int i \cdot dt.$
10.	$\frac{E}{\omega \cdot \sqrt{LC}} \cdot e^{-\alpha t} \cdot \sin(\omega \cdot t + \psi).$
11.	Періодичний.
12.	$-\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}.$
13.	$\frac{E}{(p_2 - p_1)} \cdot (p_2 \cdot e^{p_1 t} - p_1 \cdot e^{p_2 t})$
14.	Аперіодичний.
15.	$\frac{2 \cdot \pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}}.$
16.	$0 + A_1 \cdot e^{p_1 t} + A_2 \cdot e^{p_2 t}.$
17.	$2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}.$

Номер відповіді	Відповіді
18.	<i>α.</i>
19.	Граничний аперіодичний.

Завдання практично-стереотипного характеру

Таблиця 16.9

Номер питання, завдання	Питання, завдання	Номер правильної відповіді
1.	Перехідний процес включення послідовно з'єднаних реальної котушки і ідеального конденсатора до джерела постійної електрорушійної сили. Відомо, що $\alpha = 5 \frac{1}{c}, \omega_0 = 3 \frac{1}{c}$. Визначити корні диференціального рівняння для заданого випадку.	
2.	Перехідний процес включення послідовно з'єднаних реальної котушки і ідеального конденсатора до джерела постійної електрорушійної сили. Відомо, що $\alpha = 5 \frac{1}{c}, \omega_0 = 3 \frac{1}{c}$. Який характер носить перехідний процес?	
3.	Перехідний процес включення послідовно з'єднаних реальної котушки і ідеального конденсатора до джерела постійної електрорушійної сили. Відомо, що $\alpha = 12 \frac{1}{c}, \omega_0 = 20 \frac{1}{c}$. Визначити корні диференціального рівняння для заданого випадку.	

Номер питання, завдання	Питання, завдання	Номер правильної відповіді
4.	Перехідний процес включення послідовно з'єднаних реальної котушки і ідеального конденсатора до джерела постійної електрорушійної сили. Відомо, що $\alpha = 12 \frac{1}{\text{с}}, \omega_0 = 20 \frac{1}{\text{с}}$. Який характер носить перехідний процес?	
5.	Перехідний процес включення послідовно з'єднаних реальної котушки і ідеального конденсатора до джерела постійної електрорушійної сили. Відомо, що $\alpha = 12 \frac{1}{\text{с}}, \omega_0 = 12 \frac{1}{\text{с}}$. Вкажіть корні диференціального рівняння для заданого випадку.	
6.	Перехідний процес включення послідовно з'єднаних реальної котушки і ідеального конденсатора до джерела постійної електрорушійної сили. Відомо, що $\alpha = 12 \frac{1}{\text{с}}, \omega_0 = 12 \frac{1}{\text{с}}$. Який характер носить перехідний процес?	
7.	Перехідний процес включення послідовно з'єднаних реальної котушки з активним опором 4 Ом, індуктивністю 12 мГн і ідеального конденсатора з ємністю 160 мкФ до джерела постійної електрорушійної сили. Вкажіть примушену складову перехідного струму.	

Номер питання, завдання	Питання, завдання	Номер правильної відповіді
8.	Характеристичне рівняння для диференціального рівняння кола перехідного процесу розрядки ідеального конденсатора на реальну котушку $p^2 + 4p + 3 = 0$. Вкажіть корні характеристичного рівняння для заданого випадку.	
9.	Перехідний процес включення послідовно з'єднаних реальної котушки з активним опором 4 Ом , індуктивністю 2 Гн і ідеального конденсатора з ємністю 2 Ф до джерела постійної електрорушійної сили. Визначити частоту незатухаючих коливань ω_0 .	
10.	Перехідний процес включення послідовно з'єднаних реальної котушки і ідеального конденсатора до джерела постійної електрорушійної сили. Відомо, що $\alpha = 12 \frac{1}{с}$, $\omega_0 = 20 \frac{1}{с}$. Вкажіть частоту затухаючих коливань ω .	

У разі вірного виконання тестів $\sum_{\text{непарні}} - \sum_{\text{парні}} = -3$.

Таблиця 16.9а

Номер відповіді	ВІДПОВІДІ
1.	$p_1 = -1 \frac{1}{с}, \quad p_2 = -3 \frac{1}{с}$.
2.	0.
3.	0,5.
4.	$p_1 = -1 \frac{1}{с}, \quad p_2 = -9 \frac{1}{с}$.
5.	Периодичний.
6.	Аперіодичний.

Номер відповіді	ВІДПОВІДІ
7.	$p_1 = -12+j16; \quad p_2 = -12-j16.$
8.	Гранично апериодичний.
9.	$12\frac{1}{с}.$
10.	4.

САМОСТІЙНА РОБОТА З ПУНКТИВ

16.10. Включення котушки при синусоїдній напрузі

1. Прочитати та постаратись зрозуміти теоретичний матеріал з пунктів 16.10 [1, 2, 5-8].
2. Виконати завдання для засвоєння теоретичного матеріалу у таблицях 16.10-16.11.
3. Виконати тести на освітньому порталі ТДАТУ до пункту 16.10.

СТИСЛЕ ВИКЛАДЕННЯ ТЕОРЕТИЧНОГО МАТЕРІАЛУ

Котушка індуктивності підключається до джерела гармонійної ЕРС з рівнянням (рисунок 16.15):

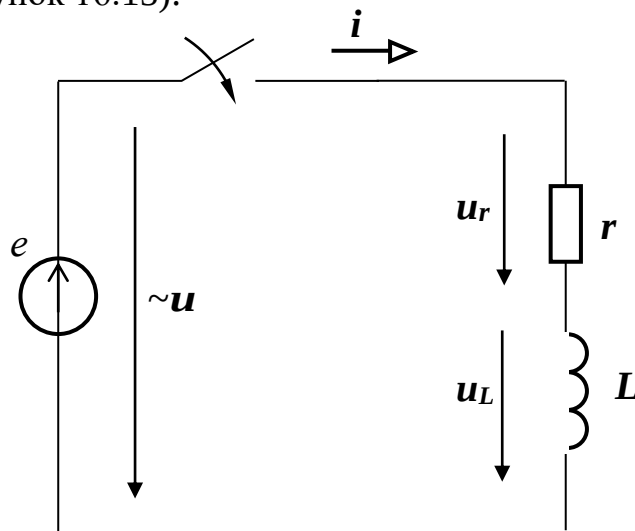


Рисунок 16.15 – Розрахункова схема підключення котушки до джерела синусоїдної напруги

$$e = E_m \cdot \sin(\omega t + \psi_e). \quad (16.75)$$

Для цього кола в післякомутаційний період справедливі рівняння

$$L \cdot \frac{di}{dt} + r \cdot i = e \quad (16.76)$$

або

$$\tau \cdot \frac{di}{dt} + i = \frac{E_m}{r} \cdot \sin(\omega t + \psi_i), \quad (16.77)$$

де τ – **постійна часу** перехідного процесу

$$\tau = \frac{L}{r}. \quad (16.78)$$

В загальному вигляді рівняння перехідного струму можна записати у вигляді суми вільної і примусової складових

$$i = i_{np} + i_{cv}. \quad (16.79)$$

Примусовий (сталий) струм у колі

$$i_{np} = I_m \cdot \sin(\omega t + \psi_e - \varphi), \quad (16.80)$$

де I_m – максимальний струм, А. Визначимо як

$$I_m = \frac{E_m}{z}. \quad (16.81)$$

Повний опір електричного кола в перехідному режимі

$$z = \sqrt{r^2 + (\omega L)^2}. \quad (16.82)$$

Кут зсуву фаз між напругою і струмом кола в перехідному режимі

$$\varphi = \left| \arctg \frac{\omega L}{r} \right|. \quad (16.83)$$

Вільна складова струму змінюється за експонентою $i_s = A e^{-\frac{t}{\tau}}$.

Рівняння перехідного струму у загальному вигляді з урахуванням примусової складової струму

$$i = I_m \cdot \sin(\omega t + \psi_e - \varphi) + A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (16.84)$$

Знаходимо **постійну інтегрування** перехідного струму з початкових умов: $t = 0$ $i(0) = 0$, тому

$$A = -I_m \cdot \sin(\psi_e - \varphi). \quad (16.85)$$

Остаточно **рівняння перехідного струму у колі** [1, 3, 5]

$$i = I_m \cdot \sin(\omega t + \psi_e - \varphi) - I_m \cdot \sin(\psi_e - \varphi) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (16.86)$$

Максимально можливого значення струм у перехідному електричному колі досягає, якщо в момент включення котушки примусовий струм буде мати амплітудне значення. Це виникає при початковій фазі

$\psi_i = \left(\psi_e - \varphi = \frac{\pi}{2} \right)$, а постійна часу електричного кола буде дуже великою ($r \approx 0$, $\tau \rightarrow \infty$ і $\varphi = \frac{\pi}{2}$), тобто вільний струм буде затухати дуже повільно (рисунок 16.16).

За цих умов $\psi = \varphi$ і прикладена напруга буде проходити через нуль. У цьому випадку амплітуда перехідного струму в електричному колі може досягти подвоєного значення амплітуди примусового (усталеного) струму.

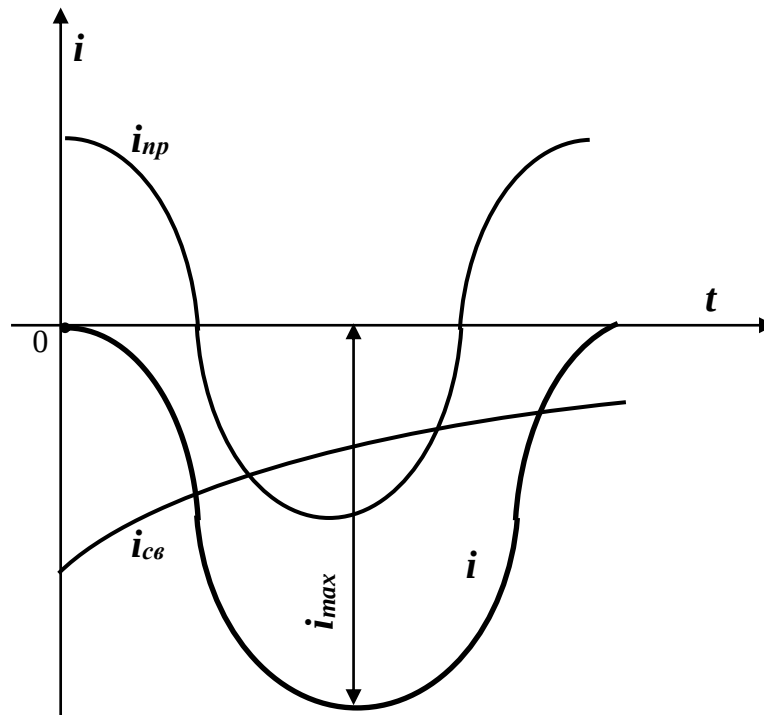


Рисунок 16.16 – Графіки примусового, вільного і перехідного струму

при його початковій фазі $\psi_i = \left(\psi_e - \varphi = \frac{\pi}{2} \right)$

ЗАВДАННЯ ДЛЯ ЗАСВОЄННЯ ТЕОРЕТИЧНОГО МАТЕРІАЛУ

Завдання для засвоєння теоретичного матеріалу виконуються так само, як і у самостійній роботі з пунктів 1.1, 1.2.

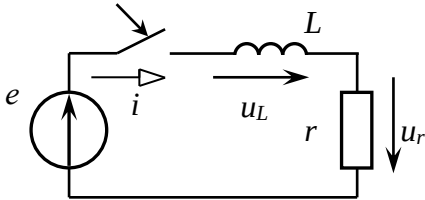
Завдання інформаційно-репродуктивного характеру

Таблиця 16.10

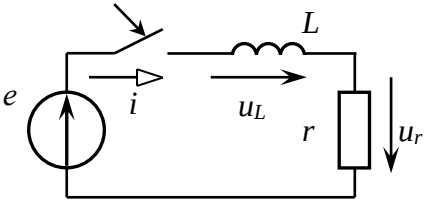
Номер питання, завдання	Питання, завдання	Номер правильної відповіді
1.	Вкажіть розрахункову схему для дослідження перехідного процесу підключення котушки до джерела гармонійної електрорушійної сили, задавшись її загальним вираженням.	
2.	Вкажіть диференціальне рівняння кола в післякомутаційний період.	
3.	Запишіть розрахункову формулу постійної часу зазначеного перехідного процесу.	
4.	Вкажіть характеристичне рівняння отриманого диференціального рівняння.	
5.	З характеристичного рівняння знайдіть корінь диференціального рівняння.	
6.	Запишіть рівняння перехідного струму через примусову і вільну складові.	
7.	Запишіть примусову складову перехідного струму зазначеного перехідного процесу.	
8.	Запишіть вільну складову перехідного струму зазначеного перехідного процесу.	
9.	Запишіть загальне рішення диференціального рівняння зазначеного перехідного процесу.	
10.	Визначите постійну інтегрування в рівнянні перехідного струму, записавши початкові умови по першому закону комутації.	
11.	Запишіть рівняння перехідного струму зазначеного перехідного процесу.	

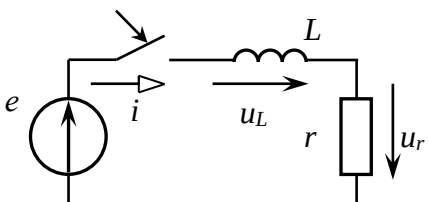
При правильному виконанні завдання $\sum_{\text{непарні}} - \sum_{\text{парні}} = 12$.

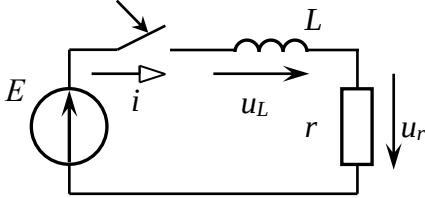
Таблиця 16.10а

Номер відповіді	Відповіді
1.	$\frac{E_m}{z} \cdot \sin(\omega \cdot t + \psi_e - \varphi) - \frac{E_m}{z} \cdot \sin(\psi_e - \varphi) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}.$
2.	$A \cdot e^{p \cdot t}.$
3.	$i_{np} + i_{cs}.$
4.	$-\frac{E_m}{r} \cdot \sin(\psi_e - \varphi).$
5.	$\frac{E_m}{z} \cdot \sin(\omega \cdot t + \psi_e - \varphi) + A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}.$
6.	$\frac{L}{r}.$
7.	$\frac{E_m}{z} \cdot \sin(\omega \cdot t + \psi_e - \varphi).$
8.	$e = r \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt}.$
9.	$-\frac{1}{\tau}.$
10.	$\tau \cdot p + 1 = 0.$
11.	

Таблиця 16.11

Номер питання, завдання	Питання, завдання	Номер правильної відповіді
1.	Котушка індуктивності має параметрами: активний опір 4 Ом і індуктивність 0,1 Гн.  Вкажіть постійну часу перехідного процесу підключення котушки до джерела синусоїдної електрорушійної сили.	
2.	Постійну часу перехідного процесу підключення котушки до джерела синусоїдної електрорушійної сили дорівнює 0,1 с. Вкажіть корінь характеристичного рівняння.	
3.	Котушка індуктивності з параметрами: активний опір 6 Ом і індуктивність 0,02548 Гн підключена до джерела синусоїдної електрорушійної сили з частотою 50Гц. Чому дорівнює індуктивний опір котушки.	
4.	Котушка індуктивності з параметрами: активний опір 6 Ом і індуктивність 0,02548 Гн підключена до джерела синусоїдної електрорушійної сили з частотою 50Гц. Чому дорівнює повний опір котушки.	

Номер питання, завдання	Питання, завдання	Номер правильної відповіді
5.	Котушка індуктивності з повним опором 10 Ом підключається до джерела синусоїдної електрорушійної сили $e = 141 \sin \omega t$, В.  Кут зсуву фаз котушки 30°. Вкажіть рівняння примушеної складової перехідного струму зазначеного перехідного процесу.	
6.	Котушка індуктивності з повним опором 10 Ом підключається до джерела синусоїдної електрорушійної сили $e = 141 \sin \omega t$, В. Вкажіть силу перехідного струму в колі в початковий момент часу $t=0$ зазначеного перехідного процесу.	
7.	Котушка індуктивності підключається до джерела синусоїдної електрорушійної сили. Початкова фаза синусоїдної електрорушійної сили 30°, кут зсуву фаз котушки 53°. Вкажіть початкову фазу примушеної складової перехідного струму зазначеного перехідного процесу.	
8.	Котушка індуктивності підключається до джерела синусоїдної електрорушійної сили. Сила струму в колі в початковий момент часу $t=0$ дорівнює 0 А. Рівняння примушеної складової перехідного струму $i_{\text{пр}} = 10 \sin(\omega t + 30^\circ)$, А. Вкажіть постійну інтегрування сили перехідного струму зазначеного перехідного процесу.	

Номер питання, завдання	Питання, завдання	Номер правильної відповіді
9.	Котушка індуктивності має параметрами: активний опір 10 Ом і індуктивність 0,5 Гн.  Вкажіть характеристичне рівняння.	
10.	Постійна інтегрування перехідного струму дорівнює 5 А, корінь характеристичного рівняння $-0,2 \frac{1}{\text{с}}$. Вкажіть рівняння вільної складової перехідного струму зазначеного перехідного процесу.	

У разі вірного виконання завдання $\sum_{\text{непарних}} - \sum_{\text{парних}} = -23$.

Таблиця 16.11а

Номер відповіді	Відповіді
1.	$14,1 \sin (\omega t - 30^\circ)$.
2.	0,025.
3.	-23°.
4.	$10 + 0,5p = 0$.
5.	0.
6.	8.
7.	10.
8.	$5 \cdot e^{-0,2 \cdot t}$.
9.	-10.

Номер відповіді	Відповіді
10.	–5.

САМОСТІЙНА РОБОТА З ПУНКТИВ

16.11. Включення реального конденсатора при синусоїдній напрузі

16.12 Розрахунок перехідного процесу в розгалуженому колі

1. Прочитати та постаратись зрозуміти теоретичний матеріал з пунктів 16.11, 16.12 [1, 2, 5-8].
2. Виконати завдання для засвоєння теоретичного матеріалу у таблицях 16.12-16.13.
3. Виконати тести на освітньому порталі ТДАТУ до пунктів 16.11, 16.12.

СТИСЛЕ ВИКЛАДЕННЯ ТЕОРЕТИЧНОГО МАТЕРІАЛУ

Послідовно з'єднані резистор і ідеальний конденсатор підключаються до джерела синусоїдної ЕРС (рисунок 16.18).

Миттєве рівняння електрорушійної сили джерела синусоїдної ЕРС

$$e = E_m \cdot \sin(\omega t + \psi_e). \quad (16.88)$$

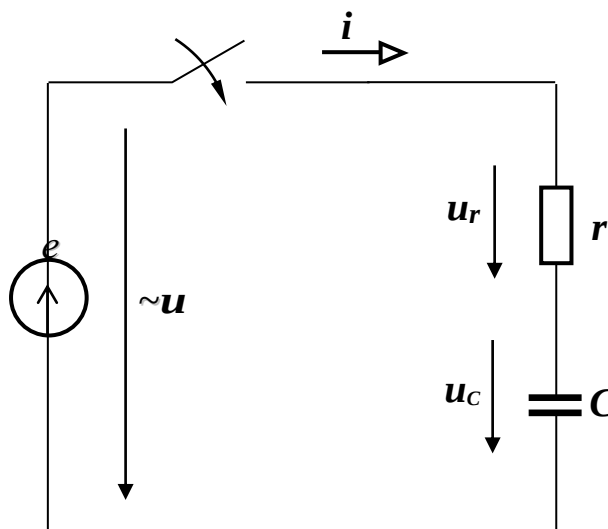


Рисунок 16.18 – Розрахункова схема послідовно з'єднаних резистора і конденсатора при підключенні до джерела синусоїдної ЕРС

Для цього кола справедливе рівняння, складене за другим законом Кірхгофа

$$r \cdot i + \frac{1}{C} \int i \cdot dt = e. \quad (16.89)$$

Струм у колі

$$i = C \cdot \frac{du_C}{dt}, \quad (16.90)$$

тоді

$$r \cdot C \cdot \frac{du_C}{dt} + u_C = e \quad (16.91)$$

або

$$\tau \cdot \frac{du_C}{dt} + u_C = e, \quad (16.92)$$

де $\tau = r \cdot C$ – постійна часу кола, с.

Рівняння перехідної напруги на ємності

$$u_C = u_{Cnp} + u_{Ccc} \quad (16.93)$$

Примусова (усталена) напруга на ємності

$$u_C = U_{Cm} \cdot \sin(\omega t + \psi_e + \varphi - 90^\circ), \quad (16.94)$$

оскільки рівняння примусового струму

$$i_{np} = I_m \cdot \sin(\omega t + \psi + \varphi), \quad (16.95)$$

де амплітуда струму в колі

$$I_m = \frac{E_m}{z}. \quad (16.96)$$

Повний опір кола

$$z = \sqrt{r^2 + \left(\frac{1}{\omega \cdot C}\right)^2}. \quad (16.97)$$

Рівняння вільної складової напруги на ємності у загальному вигляді

$$u_{Ccc} = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (16.98)$$

Рівняння для напруги на ємності рівняння з урахуванням примусової і вільної складових

$$u_C = U_{Cm} \cdot \sin(\omega t + \psi_e + \varphi - 90^\circ) + A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (16.99)$$

Знаходимо постійну інтегрування напруги на ємності з початкових умов: $t = 0$ $u_C(0) = 0$

$$A = -U_{Cm} \cdot \sin(\psi + \varphi - 90^\circ). \quad (16.100)$$

Остаточно одержимо рівняння перехідної напруги на ємності

$$u_C = U_{Cm} \cdot \sin(\omega t + \psi + \varphi - 90^\circ) - U_{Cm} \cdot \sin(\psi + \varphi - 90^\circ). \quad (16.101)$$

Максимально можливого значення напруга на ємності досягає, якщо в момент включення кола примусова складова напруги буде мати амплітудне

значення. Це буде мати місце за умови, якщо початкова фаза напруги на ємності $\psi_{uc} = \psi_e + \varphi = \pi$. Крім того, будемо вважати, що постійна часу кола має дуже мале значення, оскільки активний опір конденсатора $r \rightarrow 0$ (рисунок 16.19).

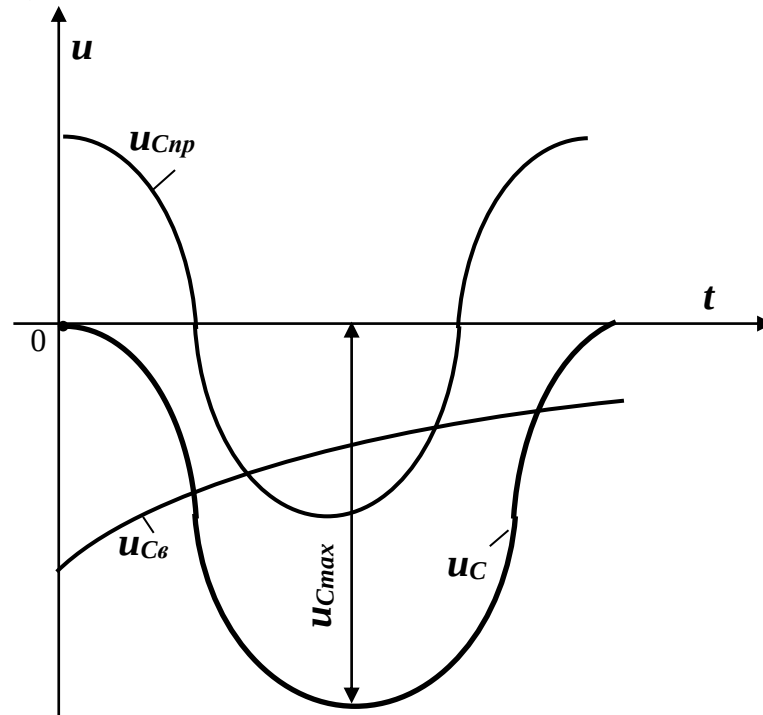


Рисунок 16.19 – Графік перехідної напруги на ємності при початковій фазі напруги на ємності $\psi_{uc} = \psi_e + \varphi = \pi$

У цьому випадку максимальне значення перехідної напруги на ємності може досягати майже подвоєного значення амплітуди примусової складової перехідної напруги на ємності.

Розрахунок перехідного процесу в розгалуженому колі

Перехідний процес в розгалуженому лінійному колі описується системою лінійних диференціальних рівнянь з постійними коефіцієнтами, загальне рішення яких знаходиться як сума примусової і вільної складових. Задана розрахункова схема (рисунок 16.20) та відомі всі параметри і ЕРС.

Необхідно знайти струми в розгалуженнях і напруги на всіх елементах під час перехідного процесу [1, 2, 5-8].

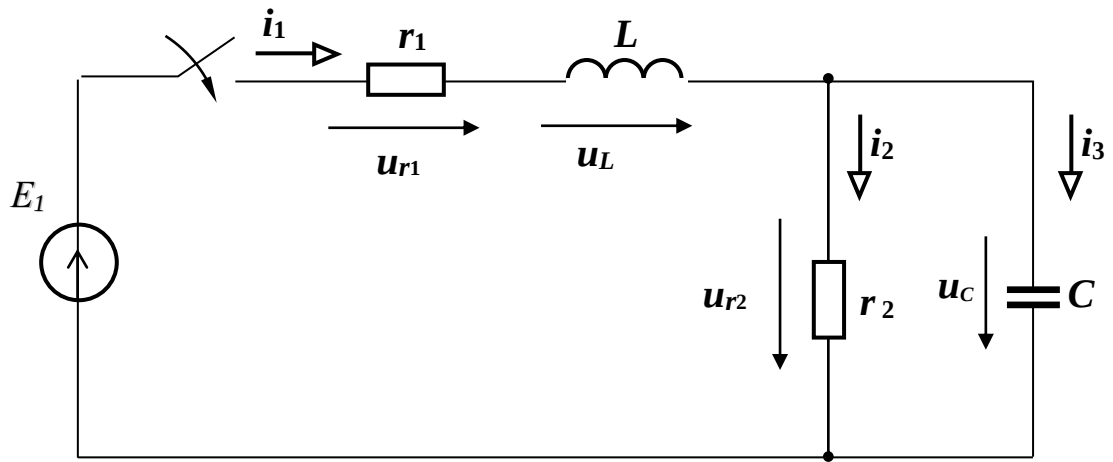


Рисунок 16.20 Розрахункова схема розгалуженого кола

Кожна електрична величина в перехідному процесі буде мати примушену і вільну складову, через що розрахунок перехідного процесу в розгалуженому колі зводиться до визначення примушених і вільних складових струмів і напруг, а також постійних інтегрування.

а) **Визначення вільних складових струмів і напруг.**

Для післякомутаційної схеми складаємо рівняння за законами Кірхгофа

$$\begin{cases} i_1 - i_2 - i_3 = 0 \\ L \cdot \frac{di_1}{dt} + r_1 \cdot i_1 + r_2 \cdot i_2 = E_1 \\ r_2 \cdot i_2 - \frac{1}{C} \int i_3 \cdot dt = 0. \end{cases} \quad (16.102)$$

У цих рівняннях i_1 , i_2 і i_3 – повні струми.

Перепишемо систему рівнянь для **вільних складових струмів**

$$\begin{cases} i_{1\epsilon} - i_{2\epsilon} - i_{3\epsilon} = 0 \\ L \cdot \frac{di_{1\epsilon}}{dt} + r_1 \cdot i_{1\epsilon} + r_2 \cdot i_{2\epsilon} = 0 \\ r_2 \cdot i_{2\epsilon} - \frac{1}{C} \cdot \int i_{3\epsilon} \cdot dt = 0. \end{cases} \quad (16.103)$$

Вільний струм можна визначити шляхом рішення однорідного диференціального рівняння, яке записується у вигляді показової функції $A \cdot e^{pt}$. Таким чином, кожний вільний струм може бути представлений у вигляді

$$i_{\epsilon} = A \cdot e^{pt}. \quad (16.104)$$

Постійна інтегрування A для кожного вільного струму різна, а показники затухання p однакові для всіх вільних струмів, тому що все коло охоплене єдиним перехідним процесом.

Візьмемо похідну від вільного струму

$$\frac{di_{\epsilon}}{dt} = \frac{d}{dt}(A \cdot e^{pt}) = p \cdot A \cdot e^{pt} = p \cdot i_{\epsilon}. \quad (16.105)$$

Знайдемо інтеграл від вільного струму

$$\int i_{\epsilon} \cdot dt = \int A \cdot e^{p \cdot t} = \frac{A \cdot e^{p \cdot t}}{p} = \frac{i_{\epsilon}}{p}. \quad (16.106)$$

Перепишемо систему рівнянь (16.134) з урахуванням (16.105) і (16.106)

$$\begin{cases} i_{1\epsilon} - i_{2\epsilon} - i_{3\epsilon} = 0 \\ (p \cdot L + r_1) \cdot i_{1\epsilon} + r_2 \cdot i_{2\epsilon} = 0 \\ r_2 \cdot i_{2\epsilon} - \frac{i_{3\epsilon}}{p \cdot C} = 0. \end{cases} \quad (16.107)$$

Отримана система рівнянь являє собою систему алгебраїчних рівнянь відносно $i_{1\epsilon}$, $i_{2\epsilon}$, $i_{3\epsilon}$ та не містить похідних і інтегралів.

Вирішимо систему рівнянь (16.107) методом визначників

$$i_{1\epsilon} = \frac{\Delta_1}{\Delta}; \quad i_{2\epsilon} = \frac{\Delta_2}{\Delta}; \quad i_{3\epsilon} = \frac{\Delta_3}{\Delta}; \quad (16.108)$$

Знаходимо визначник системи

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ (p \cdot L + r_1) & r_2 & 0 \\ 0 & r_2 & -\frac{1}{p \cdot C} \end{vmatrix}. \quad (16.109)$$

Знаходимо доповнення визначника

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 0 & r_2 & 0 \\ 0 & r_2 & -\frac{1}{p \cdot C} \end{vmatrix}; \quad (16.110)$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ (p \cdot L + r_1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{p \cdot C} \end{vmatrix}; \quad (16.111)$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ (p \cdot L + r_1) & r_2 & 0 \\ 0 & r_2 & 0 \end{vmatrix}. \quad (16.112)$$

Таким чином, $\Delta_1 = 0$, $\Delta_2 = 0$, $\Delta_3 = 0$, тому що

$$i_{1e} = \frac{0}{\Delta}; \quad i_{2e} = \frac{0}{\Delta}; \quad i_{3e} = \frac{0}{\Delta}. \quad (16.113)$$

Кожний з вільних струмів не може дорівнювати нулю, оскільки в цьому випадку не будуть виконуватися закони комутації. А це може бути тільки тоді, коли визначник системи Δ дорівнює нулю, тобто $\Delta = 0$.

Рівняння $\Delta = 0$ називають **характеристичним**. Єдиним невідомим у ньому є корінь p . У даному прикладі одержимо

$$\frac{r_2}{p \cdot C} + r_2 \cdot (p \cdot L + r_1) + \frac{p \cdot L + r_1}{p \cdot C} = 0 \quad (16.114)$$

або

$$r_2 \cdot L \cdot C \cdot p^2 + (r_1 \cdot r_2 \cdot C + L) \cdot p + (r_1 + r_2) = 0. \quad (16.115)$$

Корені характеристичного рівняння

$$p_{1,2} = \frac{-(r_1 \cdot r_2 \cdot C + L) \pm \sqrt{(r_1 \cdot r_2 \cdot C + L)^2 - 4 \cdot r_2 \cdot L \cdot C(r_1 + r_2)}}{2 \cdot r_2 \cdot L \cdot C} \quad (16.116)$$

Знайшовши корені характеристичного рівняння системи, можна записати загальні вирази для кожного з вільних струмів. Можливі декілька випадків:

1) рівняння має один корінь, тоді вільна складова струму

$$i_e = A \cdot e^{p \cdot t}; \quad (16.117)$$

2) рівняння має два дійсних нерівних корені, тоді

$$i_e = A_1 \cdot e^{p_1 \cdot t} + A_2 \cdot e^{p_2 \cdot t}; \quad (16.118)$$

3) рівняння має два дійсних рівних корені, тоді

$$i_e = (A_1 + A_2 \cdot t) e^{p \cdot t}; \quad (16.119)$$

4) рівняння має два комплексно-спряжених корені, тоді

$$i_e = (A_1 \cdot \cos \omega t + A_2 \cdot \sin \omega t) e^{p \cdot t}. \quad (16.120)$$

б) Знаходження примушених складових струмів і напруг виконується відомими методами.

в) Знаходження загального рішення для струмів і напруг як суми примушених і вільних складових.

г) Знаходження постійних інтегрування виконується з урахуванням початкових умов, які поділяються на незалежні і залежні початкові умови.

ЗАВДАННЯ ДЛЯ ЗАСВОЄННЯ ТЕОРЕТИЧНОГО МАТЕРІАЛУ

Завдання для засвоєння теоретичного матеріалу виконуються так само, як і у самостійній роботі з пунктів 16.11, 16.12.

Завдання інформаційно-репродуктивного характеру

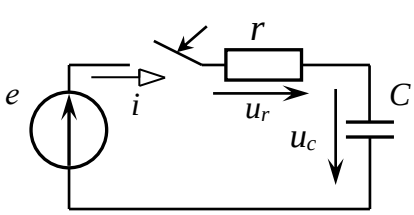
Таблиця 16.12

Номер питання, завдання	ПИТАННЯ, ЗАВДАННЯ	Номер правильної відповіді
1.	Вкажіть розрахункову схему для дослідження перехідного процесу зарядки конденсатора через резистор, підключених до джерела гармонійної електрорушійної сили, задавшись її загальним вираженням.	
2.	Вкажіть диференціальне рівняння кола в післякомутаційний період.	
3.	Як розрахувати постійну часу зазначеного перехідного процесу?	
4.	Вкажіть характеристичне рівняння отриманого диференціального рівняння.	
5.	З характеристичного рівняння знайдіть корінь диференціального рівняння.	
6.	Запишіть рівняння перехідної напруги на ємності через примусову й вільну складові.	
7.	Запишіть примусову складову перехідної напруги на ємності.	
8.	Запишіть вільну складову перехідної напруги на ємності.	
9.	Запишіть загальне рішення диференціального рівняння.	
10.	Визначите постійну інтегрування в рівнянні перехідної напруги на ємності, записавши початкові умови по другому закону комутації.	

Номер питання, завдання	ПИТАННЯ, ЗАВДАННЯ	Номер правильної відповіді
11.	Запишіть рівняння перехідної напруги на ємності.	

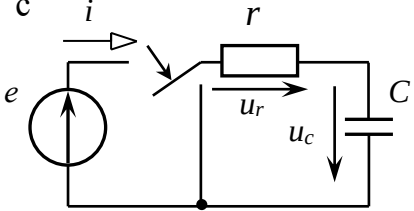
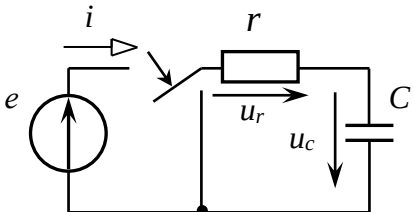
При правильному виконанні завдання $\sum_{\text{непарні}} - \sum_{\text{парні}} = 16$.

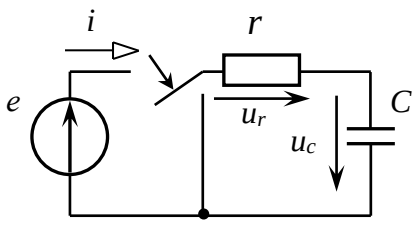
Таблиця 16.12а

Номер відповіді	ВІДПОВІДІ
1.	
2.	$\tau \cdot p + 1 = 0.$
3.	$Ae^{\frac{t}{\tau}}.$
4.	$e = r \cdot C \cdot \frac{du_c}{dt} + u_c.$
5.	$-U_{Cm} \cdot \sin(\psi_e + \varphi - 90^\circ).$
6.	$U_{Cm} \cdot \sin(\omega \cdot t + \psi_e + \varphi - 90^\circ) - U_{Cm} \cdot \sin(\psi_e + \varphi - 90^\circ).$
7.	$U_{Cm} \cdot \sin(\omega \cdot t + \psi_e + \varphi - 90^\circ).$
8.	$r \cdot C.$
9.	$U_{Cm} \cdot \sin(\omega \cdot t + \psi_e + \varphi - 90^\circ) + Ae^{\frac{t}{\tau}}.$
10.	$-\frac{1}{\tau}.$
11.	$u_{Cnp} + u_{Ccs}.$

Таблиця 16.13

Номер питання, завдання	ПИТАННЯ, ЗАВДАННЯ	Номер правильної відповіді
1.	Перехідний процес зарядки конденсатора ємністю 0,004 Ф через резистор опором 100 Ом, підключених до джерела гармонійної електрорушійної сили. Вкажіть постійну часу перехідного процесу.	
2.	Перехідний процес зарядки конденсатора ємністю 0,004 Ф через резистор опором 100 Ом, підключених до джерела гармонійної електрорушійної сили. Вкажіть корінь характеристичного рівняння.	
3.	Перехідний процес зарядки конденсатора ємністю 0,000106 Ф через резистор опором 40 Ом, підключених до джерела гармонійної електрорушійної сили з частотою 50 Гц. Чому дорівнює ємнісний опір конденсатора.	
4.	Перехідний процес зарядки конденсатора ємністю 0,000106 Ф через резистор опором 40 Ом, підключених до джерела гармонійної електрорушійної сили з частотою 50 Гц. Чому дорівнює повний опір кола.	
5.	Перехідний процес зарядки конденсатора з ємнісним опором 20 Ом через резистор, підключених до джерела гармонійної електрорушійної сили. Рівняння сили струму у примушеному режимі $i = 10 \sin \omega t$, А. Вкажіть рівняння примушеної складової напруги на ємності зазначеного перехідного процесу.	

Номер питання, завдання	ПИТАННЯ, ЗАВДАННЯ	Номер правильної відповіді
6.	Перехідний процес зарядки конденсатора через резистор, підключених до джерела гармонійної електрорушійної сили. Початкова фаза сили струму у примушеному режимі дорівнює 30°. Вкажіть початкову фазу примушеної складової напруги на ємності зазначеного перехідного процесу.	
7.	Корінь характеристичного рівняння кола дорівнює $-0,5 \frac{1}{с}$.  Вкажіть постійну часу перехідного процесу.	
8.	Перехідний процес розряду конденсатора через резистор, підключених до джерела гармонійної електрорушійної сили. Сила перехідного струму в колі в початковий момент часу $t=0$ дорівнює 5 А. Ємність конденсатора 0,01 Ф. Визначити швидкість зміни напруги на ємності в початковий момент часу $t=0$.	
9.	Перехідний процес розряду конденсатора через резистор, підключених до джерела гармонійної електрорушійної сили.  Швидкість зміни напруги на ємності в початковий момент часу $t=0$ дорівнює 200 В/с. Ємність конденсатора 0,2 Ф. Вкажіть силу перехідного струму в колі в початковий момент часу $t=0$ зазначеного перехідного процесу.	

Номер питання, завдання	ПИТАННЯ, ЗАВДАННЯ	Номер правильної відповіді
10.	Перехідний процес розряду конденсатора через резистор, підключених до джерела гармонійної електрорушійної сили.  Швидкість зміни напруги на ємності в початковий момент часу $t=0$ дорівнює 100 В/с, сила перехідного струму в колі в початковий момент часу $t=0$ дорівнює 5 А. Вкажіть ємність конденсатора зазначеного перехідного процесу.	

У разі вірного виконання тестів $\Sigma_{\text{непарних}} - \Sigma_{\text{парних}} = -21$.

Таблиця 16.13а

Номер відповіді	Відповіді
1.	30.
2.	40.
3.	0,4.
4.	2.
5.	500.
6.	-2,5.
7.	$200 \sin (\omega t - 90^\circ)$.
8.	0,05.
9.	-60.
10.	50.

САМОСТІЙНА РОБОТА З ПУНКТИВ

16.13. Перетворення Лапласа

16.14. Закону Ома і Кірхгофа в операторній формі

16.15. Теорема розкладання

16.16. Формула включення

1. Прочитати та постаратись зрозуміти теоретичний матеріал з пунктів 16.13–16.16 [1, 2, 5, 7].
2. Виконати завдання для засвоєння теоретичного матеріалу у таблицях 16.14, 16.15.
3. Виконати тести на освітньому порталі ТДАТУ до пунктів 16.13–16.16.

СТИСЛЕ ВИКЛАДЕННЯ ТЕОРЕТИЧНОГО МАТЕРІАЛУ

Лінійні диференціальні рівняння з постійними коефіцієнтами можуть бути розв'язані за допомогою інтегральних перетворень Лапласа. Різним функціям дійсних змінних (часу t) ці перетворення відповідають функції комплексної змінної $p = \alpha + j\omega$ і навпаки. Комплексну змінну слід відрізнити

від змінної $p = \frac{d}{dt}$, яка позначає оператор диференціювання. Пряме перетворення Лапласа функції часу $f(t)$ визначається співвідношенням

$$F(p) = \int_0^{\infty} e^{-p \cdot t} f(t) \cdot dt. \quad (16.121)$$

Функцію $f(t)$ називають оригіналом, а $F(p)$ – зображенням функції $f(t)$ за Лапласом. Таким чином, можна записати

$$f(t) \stackrel{\bullet}{=} F(p). \quad (16.122)$$

тобто оригінал відповідає зображенню.

Запишемо деякі зображення, що доводяться в курсі вищої математики:

зображення постійної величини

$$A \stackrel{\bullet}{=} \frac{A}{p}. \quad (16.123)$$

зображення похідної функції $f(t)$

$$f(t) \stackrel{\bullet}{=} pF(p) - f(0); \quad (16.124)$$

зображення інтеграла функції $f(t)$

$$\varphi(t) = \int f(t) dt \stackrel{\bullet}{=} \frac{F(p)}{p} + \frac{\varphi(0)}{p}. \quad (16.125)$$

Нехай коло (рисунок 16.21) підключається до джерела напруги при ненульових початкових умовах, тобто до комутації в колі проходив деякий струм.

Тоді можемо записати $i(0) \neq 0$, $u_C \neq 0$. Складемо диференціальне рівняння перехідного процесу

$$ri + L \cdot \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i \cdot dt = u(t). \quad (16.126)$$

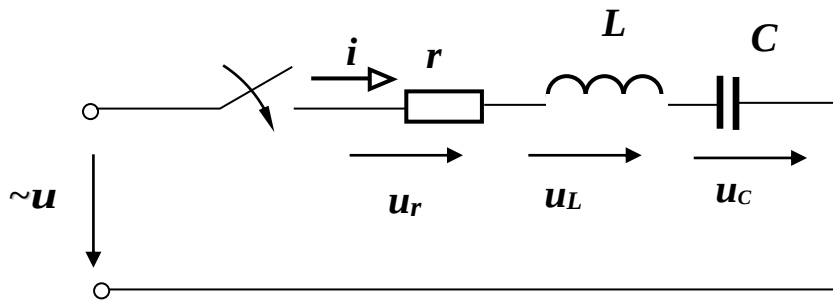


Рисунок 16.21 Розрахункова схема кола для миттєвих значень

Замінімо оригінали функцій їх зображеннями за Лапласом (рисунок 16.22)

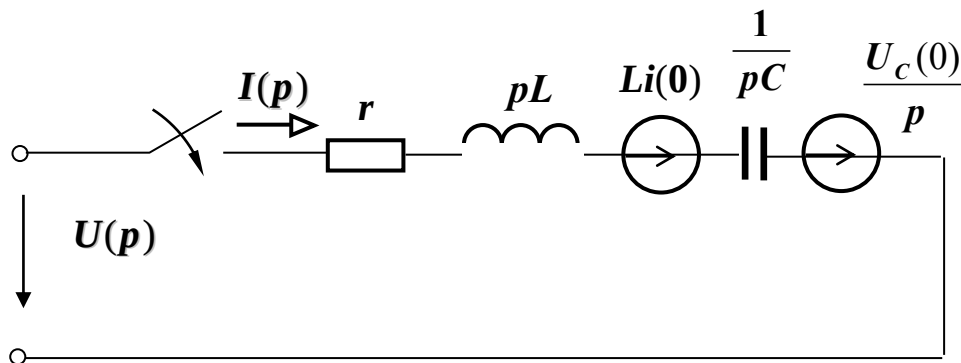


Рисунок 16.22 – Розрахункова схема кола в операторній формі

$$i(t) = \dot{I}(p); \quad u(t) \doteq U(p); \quad \frac{di}{dt} \doteq pI(p) - i(0); \quad (16.127)$$

Тоді одержимо $\frac{1}{C} \int i dt = u_C(t) \doteq \frac{1}{C} \frac{I(p)}{p} + \frac{u_C(0)}{p}.$

$$r \cdot I(p) + p \cdot L \cdot I(p) - L \cdot i(0) + \frac{I(p)}{p \cdot C} + \frac{u_C(0)}{p} = U(p). \quad (16.128)$$

Звідки

$$I(p) = \frac{U(p) + L \cdot i(0) - \frac{u_C(0)}{p}}{r + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}}. \quad (16.129)$$

Отримане рівняння подібне закону Ома в операторній формі для перехідного процесу при ненульових початкових умовах. У знаменнику знаходиться операторний опір

$$Z(p) = r + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}. \quad (16.130)$$

Він може бути визначений з комплексу повного опору синусоїдного струму

$$Z = r + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} \quad (16.131)$$

шляхом заміни $j\omega$ на p .

При нульових початкових умовах, тобто при $i(0) = 0$ і $u(0) = 0$, одержимо

$$I(p) = \frac{U(p)}{Z(p)}. \quad (16.132)$$

Аналогічно можна записати закони Кірхгофа в операторній формі

$$\sum_{k=1}^n I_k(p) = 0; \quad (16.133)$$

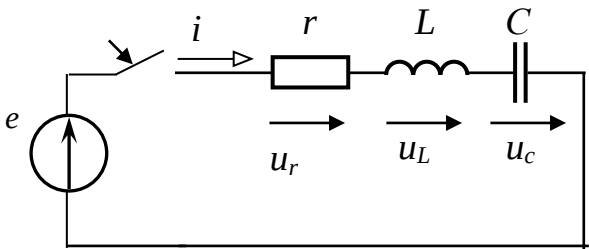
$$\sum_{k=1}^n U_k(p) = \sum_i^n E_k(p). \quad (16.134)$$

ЗАВДАННЯ ДЛЯ ЗАСВОЄННЯ ТЕОРЕТИЧНОГО МАТЕРІАЛУ

Завдання для засвоєння теоретичного матеріалу виконуються так само, як і у самостійній роботі з пунктів 16.13–16.16.

Завдання інформаційно-репродуктивного характеру

Таблиця 16.14

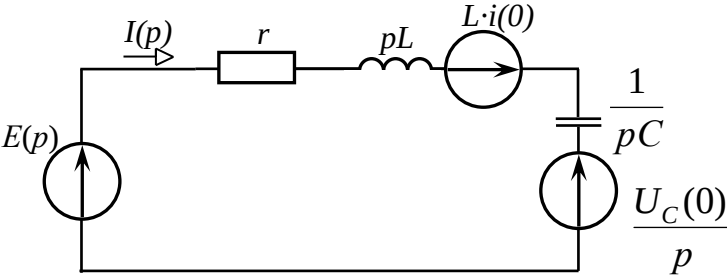
Номер питання, завдання	ПИТАННЯ, ЗАВДАННЯ	Номер правильної відповіді
1.	Запишіть математичне вираження зображення постійної величини A застосувавши перетворення Лапласа.	
2.	Запишіть математичне вираження зображення похідної функції $f(t)$ застосувавши перетворення Лапласа.	
3.	Запишіть математичне вираження зображення інтеграла функції $f(t)$ застосувавши перетворення Лапласа.	
	На розрахунковій схемі позначено: миттєва синусоїдальна електрорушійна сила джерела – e; миттєва сила струму в колі – i; активний опір кола – r; індуктивність кола – L; ємність кола – C; миттєві спадання напруги на активному опорі, індуктивності і ємності відповідно – u_r, u_L і u_C. 	
4.	Запишіть диференціальне рівняння перехідного процесу для даного кола.	
5.	Замініть оригінал функції $i(t)$ його зображенням, застосувавши перетворення Лапласа.	

Номер питання, завдання	ПИТАННЯ, ЗАВДАННЯ	Номер правильної відповіді
6.	Замініть оригінал функції $e(t)$ його зображенням, застосувавши перетворення Лапласа.	
7.	Замініть оригінал функції $\frac{di}{dt}$ його зображенням, застосувавши перетворення Лапласа.	
8.	Замініть оригінал функції $\frac{1}{C} \cdot \int i \cdot di$ його зображенням, застосувавши перетворення Лапласа.	
9.	Складіть схему заміщення даного кола зображеннями.	
10.	Запишіть диференціальне рівняння перехідного процесу в операторній формі для даного кола.	
11.	Запишіть закон Ома для ненульових початкових умов в операторній формі.	
12.	Запишіть закон Ома для нульових початкових умов в операторній формі.	
13.	Запишіть перший закон Кірхгофа в операторній формі.	
14.	Запишіть другий закон Кірхгофа в операторній формі.	
15.	Запишіть теорему розкладання для зображення $\frac{\varphi(p)}{F(p)}$.	
16.	Запишіть формулу включення для зображення $\frac{\varphi(p)}{p \cdot F(p)}$.	

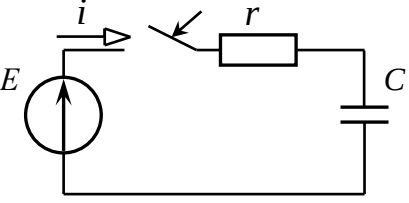
При правильному виконанні завдання $\sum_{\text{нечет}} - \sum_{\text{чет}} = 8$.

Таблиця 16.14а

Номер відповіді	Відповіді
1.	$\frac{1}{C} \cdot \frac{I(p)}{p} + \frac{u_C(0)}{p}$.

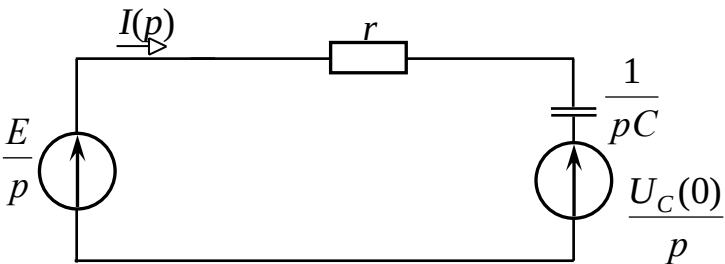
Номер відповіді	Відповіді
2.	$r \cdot I(p) + p \cdot L \cdot I(p) - L \cdot i(0) + \frac{I(p)}{p \cdot C} + \frac{u_C(0)}{p} = E(p).$
3.	$E(p).$
4.	$p \cdot I(p) - i(0).$
5.	
6.	$\frac{F(p)}{p} + \frac{\varphi(0)}{p}.$
7.	$r \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \cdot \int i \cdot dt = e(t).$
8.	$\frac{A}{p}.$
9.	$I(p).$
10.	$p \cdot F(p) - f(0).$
11.	$f(t) = \sum_{i=1}^n \frac{\varphi(p_k)}{F'(p_k)} \cdot e^{p_k \cdot t}.$
12.	$\sum_{i=1}^n U_k(p) = \sum_{i=1}^n E_k(p).$
13.	$\sum_{i=1}^n I_k(p) = 0.$
14.	$I(p) = \frac{U(p)}{Z(p)}.$
15.	$f(t) = \frac{\varphi(0)}{F(0)} + \sum_{i=1}^n \frac{\varphi(p_k)}{p_k \cdot F'(p_k)} \cdot e^{p_k \cdot t}.$
16.	$I(p) = \frac{U(p) + L \cdot i(0) - \frac{u_C(0)}{p}}{r + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}}.$

Таблиця 16.15

Номер питання, завдання	ПИТАННЯ, ЗАВДАННЯ	Номер правильної відповіді
	Для розрахункової схеми відомо: електрорушійна сила джерела $E = 100 \text{ В}$; активний опір кола $r = 5 \text{ Ом}$; ємність кола $C = 1 \text{ мФ}$. Одержати вираження перехідного струму, використовуючи перетворення Лапласа. 	
1.	Запишіть диференціальне рівняння перехідного процесу для даного кола.	
2.	Складіть схему заміщення даного кола, замінивши оригінали їхніми зображеннями.	
3.	Запишіть рівняння перехідного процесу в операторній формі для даного кола.	
4.	Знайдіть вираження зображення перехідного струму.	
5.	З характеристичного рівняння визначите корінь диференціального рівняння.	
6.	Знайдіть оригінал перехідного струму, використавши формулу включення.	
7.	Запишіть рівняння перехідного струму за даних умов.	

При правильному виконанні завдання $\sum_{\text{непарні}} - \sum_{\text{парні}} = 16$.

Таблиця 16.15а

Номер відповіді	ВІДПОВІДІ
1.	$I(p) = \frac{E}{p \cdot \left(r + \frac{1}{p \cdot C} \right)}.$
2.	
3.	$\frac{E}{r} \cdot e^{p \cdot t}.$
4.	$r \cdot i + \frac{1}{C} \cdot \int i \cdot di = E.$
5.	$20 \cdot e^{-200 \cdot t}.$
6.	$r \cdot I(p) + \frac{1}{p \cdot C} \cdot I(p) + \frac{u_C(0)}{p} = \frac{E}{p}.$
7.	-200 1/c.

ТЕМА 17 КОЛА З РОЗПОДІЛЕНИМИ ПАРАМЕТРАМИ

САМОСТІЙНА РОБОТА З ПУНКТИВ

- 17.1 Струми і напруги в довгих лініях. Загальні відомості про колах з розподіленими параметрами**
- 17.2 Диференціальні рівняння однорідних ліній**
- 17.3 Сталый режим в однорідній лінії**
- 17.4 Хвилі в лінії при сталому режимі**
- 17.5 Лінія без спотворень**

1. Прочитати та постаратись зрозуміти теоретичний матеріал з пунктів 17.1–17.5 [1, 8].
2. Виконати завдання для засвоєння теоретичного матеріалу у таблицях 17.1–17.4.
3. Виконати тести на освітньому порталі ТДАТУ до пунктів 17.1–17.5.

СТИСЛЕ ВИКЛАДЕННЯ ТЕОРЕТИЧНОГО МАТЕРІАЛУ

17.1 Струми і напруги в довгих лініях. Загальні відомості про колах з розподіленими параметрами

У попередніх розділах розглядалися лінії і електричні кола (рисунок 17.1) з зосередженими параметрами, тобто передбачалося, що електричне коло представляє собою сукупність деяких самостійно існуючих елементів r , L і C , зосереджених в різних його точках. Напруга і струми цих елементів зв'язуються відомими співвідношенням:

$$u_r = r \cdot i; \quad u_L = L \cdot \frac{di}{dt}; \quad i = C \cdot \frac{du_C}{dt}; \quad u_C = \frac{1}{C} \cdot \int i \cdot dt.$$

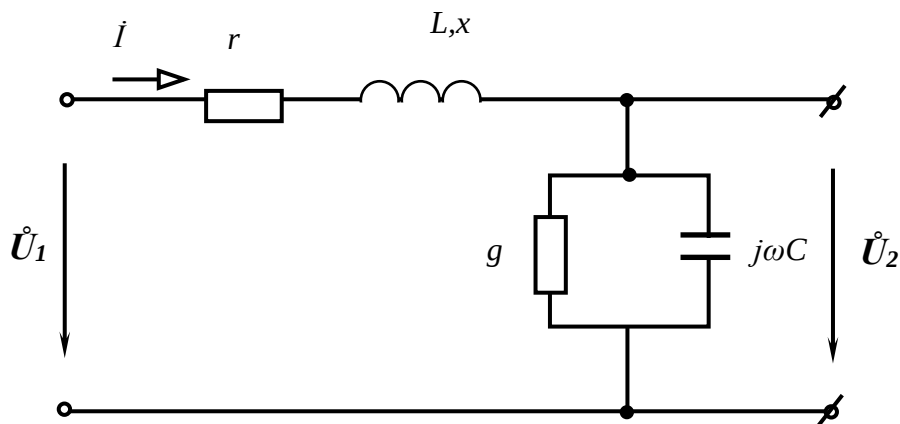


Рисунок. 17.1 Схема заміщення ЛЕП з зосередженими параметрами

В лінії невеликої довжини, при частоті 50 Гц і напругах до 35 кВ можна знехтувати струмами, зумовленими ємністю між проводами (струмами зміщення) і провідністю ізоляції (струмами витоку через гірлянди ізоляторів і струмами, зумовленими коронним електричним зарядом поблизу поверхні проводів). Вони застосовуються лише до ділянок нескінченно малої довжини.

Наведені вище рівняння засновані на припущенні, що струм, що входить в кожен з цих елементів, дорівнює струму, який виходить з нього. Вирішення цих рівнянь дає закон зміни досліджуваної електричної величини, в залежності від часу, але не від координати довжини, яка в ці рівняння не входить. При великих напругах, що зустрічаються в електроенергетиці, і при великих частотах з якими має справу електрозв'язок, а також при значній довжині ліній нехтувати струмами зміщення і струмами витоку неприпустимо. Отже, струм в проводах не однаковий у різних точках лінії. Струм в проводах лінії викликає падіння напруги в активному опорі проводів і створює змінне магнітне поле, яке в свою чергу наводить уздовж всієї лінії ЕРС самоіндукції. Тому напруга між проводами також не залишається постійним уздовж лінії.

Щоб врахувати зміну струму і напруги вздовж лінії, потрібно вважати, що кожен як завгодно малий елемент лінії володіє опором і індуктивністю, а між провідниками – провідністю та ємністю, тобто розглядати лінію як коло з розподіленими параметрами. Таку лінію називають довгою. Довгу лінію вважають **однорідною**, якщо активний опір, індуктивність, провідність і ємність рівномірно розподілені вздовж лінії.

17.2 Диференціальні рівняння однорідних ліній

Довгу лінію (рисунок 17.2) можна представити у вигляді безлічі сполучених в коло нескінченно малих елементів довжиною dx , кожен з яких має активний опір – $r_0 dx$, індуктивність – $L_0 dx$, провідність – $g_0 dx$ і ємність – $C_0 dx$. Приймаються опір $r_0 dx$ і індуктивність $L_0 dx$ включеними в один провід. Складемо диференціальні рівняння, яким задовольняють струми і напруги в будь-якому перетині двопровідної лінії.

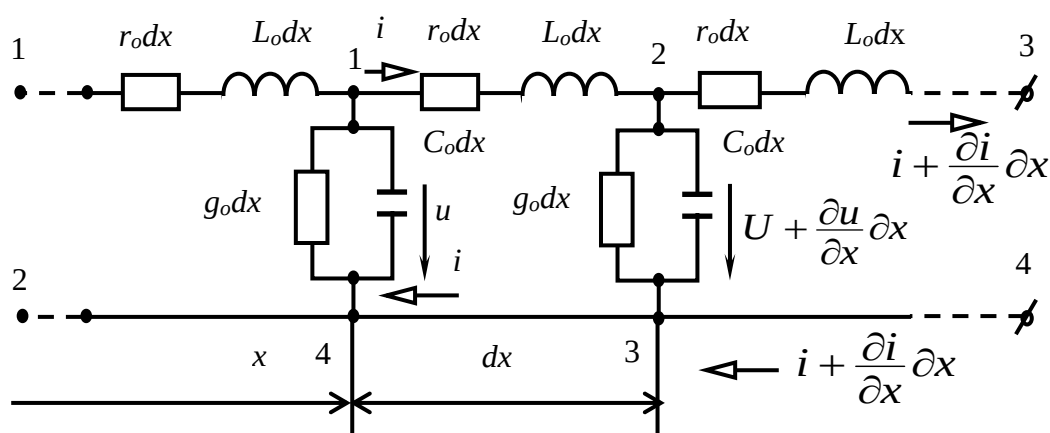


Рисунок 17.2 – Схема заміщення ЛЕП з розподіленими параметрами

Нехай відомі **первинні параметри** однорідної лінії, віднесення до одиниці довжини: r_0 – активний опір прямого і зворотного проводів, Ом/км ; L_0 – індуктивність кола, що утворена прямим і зворотним проводами, Гн/км ; g_0 – активна провідність між проводами, См/км ; C_0 – ємність між проводами, Ф/км ;

Позначимо через x відстань від початку лінії до поточного елемента її довжини. Напруга і струм лінії є функціями двох незалежних змінних: просторової координати x , що визначає місце спостереження, і часу t , що визначає момент спостереження. Передбачається, що напрямок координатної осі x збігається з напрямком осі лінії.

Зважаючи на наявність двох незалежних змінних (x і t) рівняння записуються в приватних похідних. Миттєві значення напруги і струму на початку вибраного елемента лінії dx позначимо через i і u , на початку наступного - через $u + \frac{\partial u}{\partial x} dx$ і $i + \frac{\partial i}{\partial x} dx$. На підставі законів Кірхгофа для елемента лінії довжиною dx можна записати наступні рівняння

$$u - \left(u + \frac{\partial u}{\partial x} \cdot dx \right) = r_0 \cdot dx \cdot i + L_0 \cdot dx \cdot \frac{\partial i}{\partial t} \quad (17.1)$$

$$i - \left(i + \frac{\partial i}{\partial x} \cdot dx \right) = \left(u + \frac{\partial u}{\partial x} \cdot dx \right) g_0 \cdot dx + C_0 \cdot dx \cdot \frac{\partial}{\partial t} \cdot \left(u + \frac{\partial u}{\partial x} \cdot dx \right) \quad (17.2)$$

Наводячи подібні члени і скорочуючи на dx , легко отримати наступні диференціальні рівняння – **рівняння довгої лінії**

$$-\frac{\partial u}{\partial x} = r_0 \cdot i + L_0 \cdot \frac{\partial i}{\partial t} \quad (17.3)$$

$$\frac{\partial i}{\partial x} = g_0 \cdot u + C_0 \cdot \frac{\partial u}{\partial t} \quad (17.4)$$

Початковими умовами будуть значення напруги і струму на початку або кінці лінії в момент часу, прийнятий за нуль.

Граничні умови визначаються зв'язками між напругою і струмом на початку або в кінці лінії, залежними від заданого режиму роботи лінії.

17.3 Сталий режим однорідної лінії

Розглянемо сталий режим у довгій лінії при синусоїдній напрузі джерела живлення.

Перепишемо рівняння (17.3) і (17.4) для сталого режиму, вводячи комплексні напруги, струми, опори і провідності:

$$\left. \begin{aligned} -\frac{d\dot{U}}{dx} &= (r_0 + j\omega L_0) \dot{I} = Z_0 \dot{I}, \\ -\frac{d\dot{I}}{dx} &= (g_0 + j\omega C_0) \dot{U} = Y_0 \dot{U}. \end{aligned} \right\} \quad (17.5)$$

$$(17.6)$$

де $Z_0 = r_0 + j\omega L_0$ – поздовжній комплексний опір; Ом;
 $Y_0 = g_0 + j\omega C_0$ – поперечна комплексна провідність одиниці лінії, См; $Y_0 \neq \frac{1}{Z_0}$.

Продиференціюємо рівняння (17.5) и (17.6) і замінимо $\frac{d\dot{I}}{dx}$ і $\frac{d\dot{U}}{dx}$ їх значеннями, згідно (17.5) і (17.6). Отримаємо

$$\frac{d^2 \dot{U}}{dx^2} = Z_0 \cdot Y_0 \cdot \dot{U}, \quad (17.7)$$

$$\frac{d^2 \dot{I}}{dx^2} = Z_0 Y_0 \dot{I}. \quad (17.8)$$

Диференціальні рівняння (17.7) і (17.8), визначаючи зміни комплексних напруги і струму вздовж лінії, однакові. Тому достатньо знайти закон зміни напруги $\dot{U}$, а струм можна отримати з рівняння (17.5). Рішення лінійного диференціального рівняння другого порядку (17.7) з постійними коефіцієнтами має вигляд

$$\dot{U} = \dot{A}_1 e^{-\gamma x} + \dot{A}_2 e^{\gamma x}, \quad (17.9)$$

де γ – корінь характеристичного рівняння або постійна поширення,

$\dot{A}_1$ и $\dot{A}_2$ - постійні інтегрування (комплексні числа)

$\dot{U}$ - комплексна напруга в лінії на відстані x від її початку.

Вираз для комплексного струму $\dot{I}$ визначаємо з рівняння (17.5)

$$\dot{I} = -\frac{1}{Z_0} \cdot \frac{d\dot{U}}{dx} = \frac{\gamma}{Z_0} (\dot{A}_1 \cdot e^{-\gamma x} - \dot{A}_2 \cdot e^{\gamma x}) = \frac{\dot{A}_1 \cdot e^{-\gamma x} - \dot{A}_2 \cdot e^{\gamma x}}{\sqrt{\frac{Z_0}{Y_0}}}. \quad (17.10)$$

Знаменник рівняння (17.10) називають хвильовим опором лінії

$$Z_C = z_C e^{j\theta} = r_C + jx_C = \sqrt{\frac{Z_0}{Y_0}} = \sqrt{\frac{r_0 + j\omega L_0}{g_0 + j\omega C_0}} = \sqrt{\frac{Z_0}{Y_0}} e^{j\theta}, \quad (17.11)$$

$$\text{де } \theta = \frac{1}{2} \cdot \arctg \frac{\omega(g_0 \cdot L_0 - r_0 \cdot C_0)}{r_0 \cdot g_0 + \omega^2 \cdot L_0 \cdot C_0}.$$

Хвильовий опір лінії постійному струму

$$Z = \sqrt{\frac{r}{g}} = \sqrt{r^2} = r. \quad (17.12)$$

Підставляючи Z_C (17.12) в формулу (17.11), отримаємо

$$\dot{I} = \frac{\dot{A}_1}{Z_C} \cdot e^{-\gamma x} - \frac{\dot{A}_2}{Z_C} e^{\gamma x}. \quad (17.13)$$

Таким чином, отримаємо:

$$\dot{U} = \dot{A}e^{-\gamma x} + \dot{A}e^{-x}, \quad (17.14)$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{A}_1}{Z_C} e^{-\gamma x} - \frac{\dot{A}_2}{Z_C} e^{\gamma x}. \quad (17.15)$$

Величини γ , α , β и Z_C називаються **вторинними** або **хвильовими параметрами** лінії.

Для визначення постійних інтегрування $\dot{A}_1$ и $\dot{A}_2$ підставимо в (17.14) и (17.15) граничні значення $\dot{U}_1$ и $\dot{I}_2$ на початку лінії. Вирішуючи спільно ці рівняння, знайдемо постійні інтегрування

$$\dot{A}_1 = \frac{1}{2} \cdot (\dot{U}_1 + Z_c \cdot \dot{I}_1), \quad (17.16)$$

$$\dot{A}_2 = \frac{1}{2} (\dot{U}_1 - Z_c \cdot \dot{I}_1). \quad (17.17)$$

Підставимо значення постійних інтегрування (17.16), (17.17) у (17.14), (17.15) і після перетворення рівнянь отримаємо

$$\dot{U} = \dot{U}_1 \operatorname{ch} \gamma x - Z_c \dot{I}_1 \operatorname{sh} \gamma x, \quad (17.18)$$

$$\dot{I} = \dot{I}_1 \operatorname{ch} \gamma x - \frac{\dot{U}_1}{Z_c} \operatorname{sh} \gamma x., \quad (17.19)$$

де $\dot{U}$ і $\dot{I}$ – комплексні діючі значення напруги і струму на відстані x від кінця лінії;

ch , sh – гіперболічний косинус і синус відповідно;

Z_c – хвильовий або характеристичний опір лінії;

γ – коефіцієнт розповсюдження.

$$\gamma = \alpha + j\beta, \quad (17.20)$$

де α – коефіцієнт загасання, Нп (Непер). В лінії без втрат $\alpha = 0$;

β – коефіцієнт фази, рад.

Користуючись цими рівняннями, можна отримати напруга і струм в будь-якій точці лінії по заданих параметрах лінії і відомим значенням $\dot{U}_1$ і $\dot{I}_1$ на початку лінії.

17.4 Хвилі в лінії при сталому режимі

Для отримання рівнянь, що визначають миттєві значення напруги та струму в будь-якій точці лінії, всі комплексні величини, що входять в рівняння (9) і (10) необхідно надати у показовій формі. Комплекси $\dot{A}_1$ і $\dot{A}_2$, що мають розмірність напруги, можна записати у вигляді $\dot{A}_1 = A_1 \cdot e^{j\Psi_1}$ і $\dot{A}_2 = A_2 \cdot e^{j\Psi_2}$. Характеристичний опір Z_C представити у показовій формі (17.11).

Тоді вирази миттєвих значень напруги та струму

$$u = \sqrt{2} A_1 e^{-\alpha l} \sin(\omega t + \psi_1 - \beta x) + \sqrt{2} A_2 e^{\alpha l} \sin(\omega t + \psi_2 + \beta x), \quad (17.21)$$

$$i = \frac{\sqrt{2}}{Z_C} A_1 e^{-\alpha l} \sin(\omega t + \psi_1 - \beta x - \vartheta) - \frac{\sqrt{2}}{Z_C} A_2 e^{\alpha l} \sin(\omega t + \psi_2 - \beta x + \vartheta). \quad (17.22)$$

Перші доданки в правій частині отриманих виразів характеризують **біжучі хвилі** напруги і струму, що рухаються в напрямку зростання координати x і затухають у напрямку руху (рисунок 17.3).

Величина α , характеризує зміна амплітуди хвилі на одиницю довжини лінії і називається **коефіцієнтом загасання**. Величина β рівна зміні фази на одиницю довжини лінії, називається **коефіцієнтом фази**.

Другий доданок – відбита хвиля.

Якщо опір навантаження в кінці лінії дорівнює хвильовому ($Z_n = Z_C$) відбита хвиля відсутня, і в лінії встановлюється режим біжучої хвилі, яка подає енергію від джерела до навантаження. При цьому в лінії без втрат потужність джерела буде тільки активною і рівною потужності приймача. Такий режим роботи довгої лінії називають режимом узгодженого навантаження.

Якщо опір навантаження рівний 0; ∞ або носить тільки реактивний характер, в лінії виникає режим **стоячої хвилі**. Передачі енергії від джерела до навантаження не відбувається.

Змішаний режим – коли в лінії є хвилі, що біжать, і стоячі хвилі. Цей режим виникає, коли навантаження носить комплексний характер. У змішаному режимі передається у навантаження мала частка енергії джерела живлення.

Хвилі, що поширюються вздовж лінії від джерела до приймача в напрямку збільшення координати x , називають **прямими (падаючими)**, а хвилі, що поширюються в зворотному напрямку, - **зворотними (відбитими)**.

Характерною величиною біжучої хвилі є її довжина λ , яка визначається відстанню між найближчими двома точками, взятими в напрямку поширення хвилі, з фазами коливання, що відрізняються на 2π . Лінії, фізична довжина яких порівнянна з довжиною хвилі, вважаються **довгими лініями**.

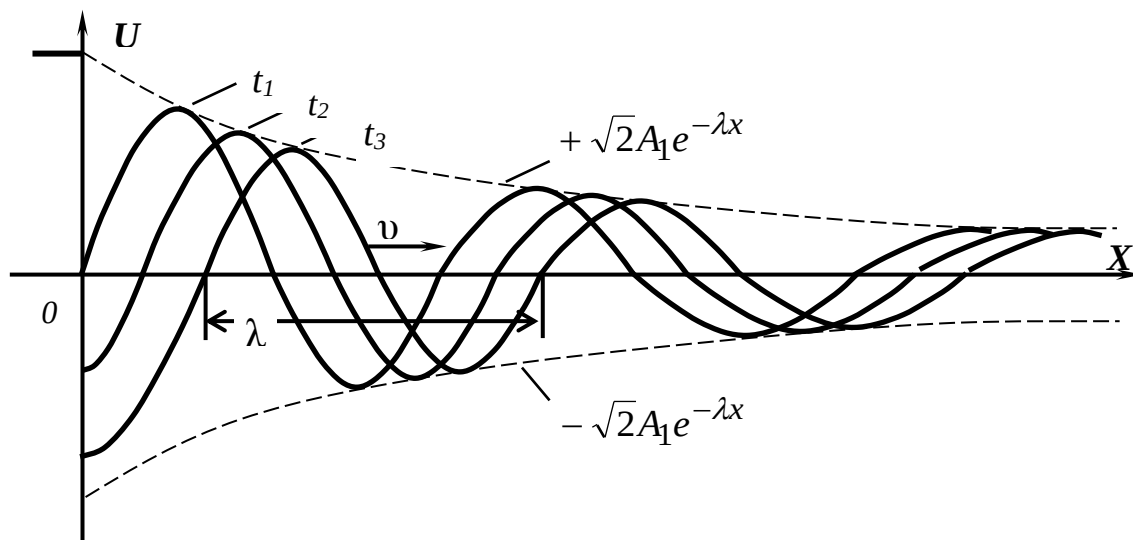


Рисунок 17.3 – Графіки біжучих загасаючих хвиль напруги і струму

Довжина хвилі в лінії

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta}. \quad (17.23)$$

Фазова швидкість повітряної лінії близька до швидкості світла (близько $3 \cdot 10^8$ м / с).

Кола з розподіленими параметрами мають явну залежність їх параметрів від частоти струму. Наприклад, звичайна котушка індуктивності на високій частоті (одиниці МГц) вже може розглядатися як лінія з розподіленими параметрами (рисунок 17.4).

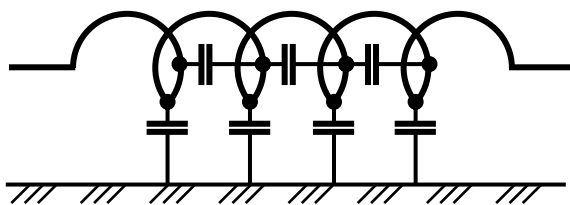


Рисунок 17.4 – Схема заміщення котушки струмам високої частоти

При частоті струму рівній десяткам ГГц в цілому котушка буде оказувати проходженню струму ємнісний, а не індуктивний опір.

Розглянемо схему заміщення котушки, приведену на рисунку 4. З рисунку 17.4 видно, що окрім індуктивностей, в колі є між виткові ємності і ємності між витками і землею (загальним проводом).

Якщо по котушці проходить змінний струм, то при зростанні частоти буде рости і індуктивний опір кожного повздовжньої ділянки dx (рисунок 17.2) кола, в той час, як ємнісний опір поперечної ділянки буде зменшуватися. Таким чином, з збільшенням частоти змінного струму в повздовжньому напрямі розповсюдження хвилі буде зменшуватися, а у поперечному (ємнісному), навпаки – збільшуватися.

17.5 Лінія без спотворень

Передача сигналів без спотворень по лініях зв'язку має виключне значення.

Неспотвореної передачею сигналу називається така передача, при якій форма сигналу на початку і кінці лінії однакова, тобто всі ординати кривої напруги або струму в кінці лінії прямо пропорційні відповідним ординатам кривої на початку лінії.

Таке явище має місце в тому випадку, коли коефіцієнт загасання лінії β , а також фазова швидкість U на всіх частотах однакові.

Неоднакове загасання на різних частотах створює **амплітудні спотворення**, а неоднакова швидкість хвиль на різних частотах – **фазові спотворення**. Таким чином, для неспотвореної передачі потрібно, щоб коефіцієнт загасання β не залежав від частоти, коефіцієнт фази α був прямо пропорційний частоті. В цьому випадку фазова швидкість $v = \frac{\omega}{\beta}$ виходить незалежною від частоти. Це дотримується при умові

$$\frac{L_0}{r_0} = \frac{C_0}{g_0} . \quad (17.24)$$

В цьому випадку коефіцієнт поширення дорівнює

$$\gamma = \sqrt{r_0 \cdot g_0} + j\omega \sqrt{L_0 \cdot C_0} . \quad (17.25)$$

Таким чином, лінія, параметри якої задовольняють умові (17.24) називається **лінією без спотворень**.

Хвильовий опір ліній без спотворень - дійсне число, що дорівнює активного опору, не залежного від частоти

$$Z_C = \sqrt{\frac{r_0}{g_0}} = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} . \quad (17.26)$$

Фазова швидкість в лінії без спотворень постійна

$$v = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{L_0 \cdot C_0}} . \quad (17.27)$$

Для усунення спотворень, що викликаються неузгодженістю опорів навантаження (приймача) з опором лінії, опір навантаження повинен бути рівним хвильовому опору. Коефіцієнт корисної дії у цьому випадку має максимальне значення $\eta_l = e^{-2\alpha x}$.

Для коротких високочастотних ліній, застосованих у радіотехніці, часто з доволі великою точністю можна знехтувати опором r_0 і активною провідністю g_0 , в порівнянні з ωL_0 і ωC_0 . Тому в радіотехніці часто розглядають двупровідні повітряні лінії і коаксіальні кабелі як лінії без втрат.

ЗАВДАННЯ ДЛЯ ЗАСВОЄННЯ ТЕОРЕТИЧНОГО МАТЕРІАЛУ

Завдання для засвоєння теоретичного матеріалу виконуються так само, як і у самостійній роботі з пунктів 17.1–17.5.

Завдання інформаційно-репродуктивного характеру

Таблиця 17.1

Номер питання, завдання	ПИТАННЯ, ЗАВДАННЯ	Номер правильної відповіді
1.	Величина струму змінюється від початку до кінця довгої лінії?	
2.	Величина напруги залишається постійною між проводами довгої лінії?	
3.	Якими параметрами володіє кожен як завгодно малий елемент довгої лінії	
4.	Навіщо довгу лінію розглядають як лінію з розподіленими параметрами?	
5.	З яких струмів складається струм у довгій лінії?	
6.	Яку довгу лінію називають однорідною?	
7.	Складіть розрахункову схему однорідної лінії з розподіленими параметрами	
8.	Як позначають відстань від початку лінії до поточного елемента її довжини?	
9.	Як позначаються миттєві значення напруги і струму на початку вибраного елемента dx довгої лінії?	
10.	Як позначається миттєве значення напруги на початку наступного елемента довгої лінії?	
11.	Як позначається миттєве значення струму на початку наступного елемента довгої лінії?	

Номер питання, завдання	ПИТАННЯ, ЗАВДАННЯ	Номер правильної відповіді
12.	Що розуміється під первинним параметром однорідної лінії $r_o dx$?	
13.	Якою одиницею вимірюється $r_o dx$?	
14.	Що розуміється під первинним параметром однорідної лінії $L_o dx$?	
15.	Якою одиницею вимірюється L_o ?	
16.	Що розуміється під первинним параметром однорідної лінії $g_o dx$?	
17.	Якою одиницею вимірюється $g_o dx$?	
18.	Що розуміється під первинним параметром однорідної лінії $C_o dx$?	
19.	Якою одиницею вимірюється $C_o dx$?	
20.	Навести рівняння для елемента однорідної лінії dx на основі закону Ома і першого закону Кірхгофа	
21.	Навести рівняння для визначення струму і напруги в функції довжини (відстані від початку лінії) і часу.	

При правильному виконанні завдання $\sum_{\text{непарні}} - \sum_{\text{парні}} = 17$.

Таблиця 17.1а

Номер відповіді	ВІДПОВІДІ
1.	Якщо активний опір, індуктивність, провідність і ємність рівномірно розподілені вздовж лінії.
2.	Не залишається постійним уздовж лінії
3.	Щоб врахувати зміну струму і напруги вздовж лінії.
4.	Так
5.	См.
6.	Ф.
7.	Через x
8.	Гн .

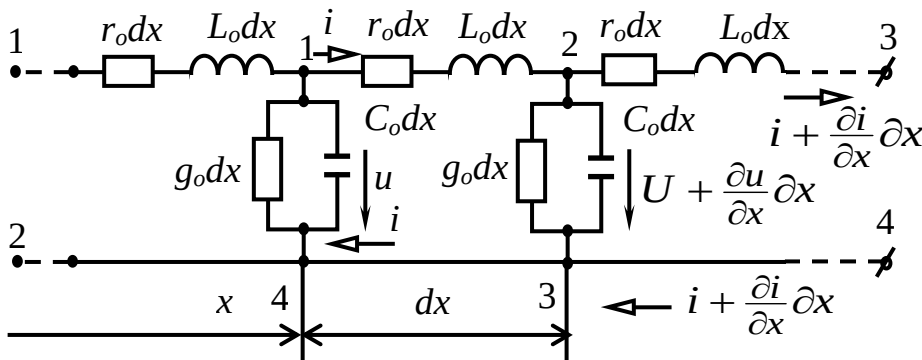
Номер відповіді	ВІДПОВІДІ
9.	
10.	Ом .
11.	Володіє опором і індуктивністю, а між провідниками - провідністю та ємністю
12.	Активний опір прямого і зворотного провідів.
13.	Струми зміщення і струми витоку
14.	Ємність між проводами
15.	$u - \left(u + \frac{\partial u}{\partial x} dx \right) = r_o \cdot dx \cdot i + L_o dx \frac{\partial i}{\partial t},$ $i - \left(i + \frac{\partial i}{\partial x} dx \right) = \left(u + \frac{\partial u}{\partial x} dx \right) g_o dx + C_o dx \frac{\partial}{\partial t} \left(u + \frac{\partial u}{\partial x} dx \right)$
16.	Індуктивність кола, що утворена прямим і зворотним проводами.
17.	Активна провідність між проводами.
18.	$i + \frac{\partial i}{\partial x} dx$
19.	Через i і u .
20.	Через $u + \frac{\partial u}{\partial x} dx$.
21.	$-\frac{\partial u}{\partial x} = r_o i + L_o \frac{\partial i}{\partial t}$ $-\frac{\partial i}{\partial x} = g_o u + C_o \frac{\partial u}{\partial t}$

Таблиця 17.2

Номер питання, завдання	ПИТАННЯ, ЗАВДАННЯ	Номер правильної відповіді
1.	Складіть розрахункову схему розрахункову схему однорідної довгої лінії	
2.	Як визначити позовжній комплексний опір однорідної лінії Z_0 ?	
3.	Як визначити поперечна комплексна провідність Y_0 ?	
4.	Навести диференційне рівняння зміни комплексу напруги вздовж довгої лінії	
5.	Навести диференційне рівняння зміни комплексу струму вздовж довгої лінії	
6.	Навести рівняння хвильового опору довгої лінії синусоїдному струму.	
7.	Навести рівняння хвильового опору довгої лінії постійному струму.	
8.	Чому дорівнює хвильовий опір для ліній синусоїдного струму без втрат ($r = g = 0$)?	
9.	Чому дорівнює хвильовий опір для ліній синусоїдного струму з малими втратами $\left(\frac{r}{\omega L} \ll 1, \frac{g}{\omega C} \ll 1\right)$?	
10.	Як визначити коефіцієнт розповсюдження?	
11.	Навести вираз миттєвого значення напруги у сталому режимі лінії.	
12.	Навести вираз миттєвого значення струму у сталому режимі.	
13.	Які хвилі називають прямими (падаючими)?	
14.	Які хвилі називають зворотними (відбитими)?	
15.	Що характеризує коефіцієнт загасання?	
16.	Що характеризує коефіцієнт фази?	

При правильному виконанні завдання $\sum_{\text{непарні}} - \sum_{\text{парні}} = 30$.

Таблиця 17.2а

Номер відповіді	ВІДПОВІДІ
1.	$r_0 + j\omega L_0$
2.	$\dot{A}_1 e^{-\gamma x} + \dot{A}_2 e^{\gamma x}$
3.	$\sqrt{\frac{Z_0}{Y_0}} = \sqrt{\frac{r_0 + j\omega L_0}{g_0 + j\omega C_0}} = \sqrt{\frac{Z_0}{Y_0}} e^{j\theta}$
4.	$\sqrt{\frac{L}{C}}$
5.	$\frac{\sqrt{2}}{Z_C} A_1 e^{-\alpha l} \sin(\omega t + \psi_1 - \beta x) - \frac{\sqrt{2}}{Z_C} A_2 e^{\alpha l} \sin(\omega t + \psi_2 - \beta x + \beta x).$
6.	$g_0 + j\omega C_0$
7.	
8.	$\sqrt{\frac{L}{C}} \cdot \left[1 + j \left(-\frac{r}{2\omega L} + \frac{g}{2\omega C} \right) \right]$
9.	r
10.	$\beta + j\alpha = \sqrt{Z_0 \cdot Y_0} = \sqrt{(r_0 + j\omega L_0)(g_0 + j\omega C_0)}$
11.	$\frac{\dot{A}_1 e^{-\gamma l} - \dot{A}_2 e^{\gamma l}}{\sqrt{\frac{Z_0}{Y_0}}}$
12.	$\sqrt{2} A_1 e^{-\alpha l} \sin(\omega t + \psi_1 - \beta x) + \sqrt{2} A_2 e^{\alpha l} \sin(\omega t + \psi_2 + \beta x)$
13.	Хвилі, що поширюються вздовж лінії від джерела до приймача в напрямку збільшення координати x

Номер відповіді	ВІДПОВІДІ
14.	Хвилі, що поширюються вздовж лінії від приймача до джерела в зворотному напрямку збільшення координати x
15.	Характеризує зміну фази на одиницю довжини лінії
16.	Характеризує зміни амплітуди хвилі на одиницю довжини лінії

Таблиця 17.3

Номер питання, завдання	ПИТАННЯ, ЗАВДАННЯ	Номер правильної відповіді
1.	Яку передачу сигналу називають неспотвореною?	
2.	Що утворює амплітудні спотворення сигналу?	
3.	Що утворює фазові спотворення сигналу?	
4.	Яка умова неспотвореної передачі сигналу вздовж лінії?	
5.	Чому дорівнює хвильовий опір лінії без спотворень?	
6.	Як визначити коефіцієнт загасання у лінії без спотворень сигналу?	
7.	Як визначити коефіцієнт форми у лінії без спотворень сигналу?	
8.	Як визначити фазову швидкість хвилі в лінії без спотворень?	
9.	Навести рівняння напруги у вигляді двох складових падаючої (прямої) і відбитої (зворотної) синусоїдної хвилі.	
10.	Навести рівняння напруги падаючої (прямої) хвилі.	
11.	Навести рівняння напруги відбитої (зворотної) хвилі.	
12.	Що називають коефіцієнтом відбиття по напрузі k_u ?	
13.	Що називають коефіцієнтом відбиття по струму k_i ?	

При правильному виконанні завдання $\sum_{\text{непарні}} - \sum_{\text{парні}} = 15$.

Таблиця 17.3а

Номер відповіді	ВІДПОВІДІ
1.	$\sqrt{r_o g_o}$
2.	$\omega \sqrt{L_o C_o}$
3.	Неоднакове загасання сигналу на різних частотах.
4.	$\sqrt{\frac{r_o}{g_o}} = \sqrt{\frac{L_o}{C_o}}$
5.	$\frac{L_o}{r_o} = \frac{C_o}{g_o}$
6.	Неоднакова швидкість хвиль на різних частотах.
7.	Передача, при якій форма сигналу на початку і кінці лінії однакова, тобто всі ординати кривої напруги або струму в кінці лінії прямо пропорційні відповідним ординатам кривої на початку лінії.
8.	$\frac{1}{\sqrt{L_o C_o}}$
9.	$\frac{1}{2}(\dot{U}_1 + Z_C \dot{I}_1)e^{-\gamma x};$
12.	Відношення комплексів відбитої хвилі напруги в кінці лінії до напруги падаючої хвилі.
13.	$\dot{U}_\psi = \frac{1}{2}(\dot{U}_1 - Z_C \dot{I}_1)e^{\gamma x},$
14.	$\dot{U}_\varphi + \dot{U}_\psi,$
15.	Відношення комплексів струмів відбитої хвилі і падаючою хвилі.

Таблиця 17.4

Номер питання, завдання	ПИТАННЯ, ЗАВДАННЯ	Номер правильної відповіді
1.	Чому дорівнюють активний опір і активна провідність у лінії без втрат?	
2.	Чому дорівнює коефіцієнт розповсюдження у лінії без втрат?	

Номер питання, завдання	ПИТАННЯ, ЗАВДАННЯ	Номер правильної відповіді
3.	Чому дорівнює хвильовий опір у лінії без втрат?	
4.	Чи має місце послаблення сигналу у лінії без втрат?	
5.	За яких умов у лінії без втрат виникають стоячі хвилі?	
6.	Що розуміють під стоячою хвилею?	
7.	Чому дорівнює кут зсуву фаз між стоячими хвилями напруги і струму?	

При правильному виконанні завдання $\sum_{\text{непарні}} - \sum_{\text{парні}} = 16$.

Таблиця 17.4а

Номер відповіді	ВІДПОВІДІ
1.	$j\omega\sqrt{L_0C_0}$
2.	Немає
3.	Це хвиля, яка отримана в результаті накладення двох хвиль однакової інтенсивності: падаючій і відбитій електромагнітним хвилям, які рухаються назустріч.
4.	$\sqrt{\frac{L_0}{C_0}}$
5.	0
6.	90°
7.	Якщо у кінці лінії без втрат не споживається активна потужність (лінія розімкнена, закорочена, замкнута на реактивну котушку).

ТЕМА 18

ЕЛЕКТРОМАГНІТНЕ ПОЛЕ ТА МЕТОДИ ЙОГО АНАЛІЗУ

САМОСТІЙНА РОБОТА З ПУНКТІВ

18.1 Основні параметри електростатичного поля

18.2 Електричне поле постійного струму в електропровідному середовищі та його основні параметри

18.3 Магнітне поле постійного струму. Зв'язок основних величин, що характеризують магнітне поле

18.4 Основні рівняння змінного електромагнітного поля

1. Прочитати та постаратись зрозуміти теоретичний матеріал з пунктів 18.1-18.4 [1, 4, 8].
2. Виконати завдання для засвоєння теоретичного матеріалу у таблицях 18.1-18.4.
3. Виконати тести на освітньому порталі ТДАТУ до пунктів 18.1-18.4.

СТИСЛЕ ВИКЛАДЕННЯ ТЕОРЕТИЧНОГО МАТЕРІАЛУ

18.1 Основні параметри електростатичного поля

Електростатичне поле – це частковий вид електромагнітного поля. Воно створюється сукупністю електричних зарядів, нерухомих в просторі по відношенню до наглядача і незмінних в часі.

З курсу фізики відомо, що люба речовина складається з елементарних заряджених часток, оточених електромагнітним полем.

Елементарні заряди (заряди електрона і протона) характеризуються зв'язком з власним і взаємодією з зовнішнім електричним полями. Електростатичне поле має лише електричну складову електромагнітного поля.

Під **зарядом** (зарядом тіла) розуміють скалярну величину, яка дорівнює алгебраїчній сумі елементарних електричних зарядів в цьому тілі. У основу визначення електричного поля покладено механічний його прояв. Воно описується законом Кулона.

Закон Кулона формулюється таким чином: два точкових заряди q_1 і q_2 у вакуумі взаємодіють між собою з силою $\vec{F}$, прямо пропорційною добутку зарядів q_1 і q_2 і зворотно пропорційно квадрату відстані R між ними (рисунок 18.1).

Ця сила направлена по лінії, яка з'єднує точкові заряди.

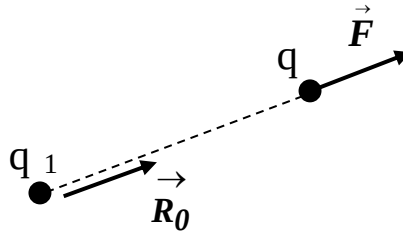


Рисунок 18.1 – Ілюстрація до закону Кулона

Математичний запис закону Кулона

$$\vec{F} = \frac{q_1 \cdot q_2}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot R^2} \cdot \vec{R}_0, \quad (18.1)$$

де $\vec{F}$ – сила взаємодії між точковими зарядами, H ;

q_1, q_2 – точкові заряди, $Кл$;

r – відстань між точковими зарядами, $м$;

ε_0 – електрична постійна, $\Phi/м$;

ε – відносна діелектрична проникність середовища, у якому знаходяться заряди;

$\vec{R}_0$ – одиничний вектор, направлений по лінії, яка з'єднує заряди.

Електричне поле зарядженого тіла діє на електричний заряд, поміщений в будь-яку його точку, з визначеною силою.

Для силової характеристики електричного поля введено поняття **напруженості** електричного поля в даній точці, під якою розуміється фізична величина, чисельно рівна відношенню сили, з якою поле діє на одиничний заряд, поміщений у дану точку поля, до значення цього заряду, тобто

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}, \quad (18.2)$$

де $\vec{E} = E$ – напруженість електричного поля, $В/м$;

$\vec{F} = F$ – сила, H ;

q – заряд, $Кл$.

Напруженість електричного поля – величина векторна, яка визначається в кожній точці величиною і напрямом.

Сила, діюча на заряд може бути визначена за рівнянням

$$\vec{F} = \vec{E} \cdot q. \quad (18.3)$$

Якщо поле утворюється декількома зарядами $q_1, q_2, q_3 \dots$, то його напруженість дорівнює геометричній сумі напруженостей від кожного заряду поодиноці

$$E = E_1 + E_2 + E_3 + \dots \quad (18.4)$$

Поле є носієм енергії, тобто може виконувати роботу за допомогою сил поля по переміщенню заряду.

Потенціал точки поля може бути визначеним як відношення роботи, яка виконується силами поля по переносу одиничного позитивного заряду з даної точки поля в точку поля, до величини цього заряду. Потенціал якої дорівнює нулю (у нескінченності).

$$\varphi = \frac{\vec{F} \cdot d\vec{l}}{q_0} \quad (18.5)$$

Робота, яка пов'язана з переміщенням заряду по будь-якому замкнутому шляху, дорівнює нулю: після повернення заряду в початкову точку отримаємо попереднє розподілення зарядів і попередній запас енергії

$$\oint \vec{F} \cdot d\vec{l} = \oint \vec{E} \cdot q \cdot d\vec{l} = 0. \quad (18.6)$$

Геометричне місце точок електричного поля, де потенціал має однакові значення $\varphi = \text{const}$ називають **еквіпотенціальними поверхнями**.

Напруга U_{12} – це різниця потенціалів між точками 1 і 2, яка залежить тільки від положення цих точок і не залежить від шляху, по якому проходило переміщення.

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{l}, \quad (18.7)$$

Якщо пройти по **замкнутому** шляху, то початкова точка 1 і кінцева 2 співпадуть, тоді різниця потенціалів цих точок буде дорівнювати нулю.

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0. \quad (18.8)$$

В електростатичному полі силові лінії не можуть бути замкнутими, оскільки це протиріч рівнянню 18.9.

Якщо різницю потенціалів між двома точками розділити на найкоротший шлях, то отримана величина буде швидкістю зміни потенціалу в напрямку найкоротшого шляху між точками. Ця швидкість буде залежати від напрямку, вздовж якого взяті точки. У курсі математики є поняття **градієнту** – скалярної функції, під якою розуміють швидкість зміни скалярної функції, взятую в напрямі її найбільшого збільшення.

Прийmemo що $\varphi_1 > \varphi_2$, напруженість електричного поля направлена від більш високого потенціалу φ_1 до більш низького потенціалу φ_2 . Тоді маємо

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 E \cdot dl = -d\varphi, \quad (18.9)$$

де $d\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ – прирощення потенціалу при переході з точки 1 до точки 2.

Градiєнт потенціалу – це швидкість зміни потенціалу, яка визначається за формулою

$$\text{grad } \varphi = d\varphi/dl, \quad (18.10)$$

де dl – прирощення відстані, м.

Рівнянню (18.10) рівноцінний математичний запис

$$\vec{E} = -\text{grad } \varphi = -d\varphi/dl. \quad (18.11)$$

Знак «мінус у формулі 18.11 вказує, що вектор напруженості направлений в сторону зменшення потенціалів, а радіан потенціалу приймається в сторону збільшення.

Для скорочення запису різних операцій над скалярними і векторними величинами використовують диференційний **оператор Гамільтона (оператор набла ∇)**. Під диференційним оператором Гамільтона (оператором набла) розуміють суму часткових похідних по трьох координатних осях, помножених на відповідні одиничні вектори (орти). В декартовій системі координат його записують так

$$\nabla = \vec{i} \cdot \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \cdot \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \cdot \frac{\partial}{\partial z}. \quad (18.12)$$

Застосуємо оператор ∇ до потенціалу φ .

$$\nabla \varphi = \left(\vec{i} \cdot \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \cdot \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \cdot \frac{\partial}{\partial z} \right) \varphi = \left(\vec{i} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \vec{j} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \vec{k} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right). \quad (18.13)$$

Виходячи з визначення градієнту потенціалу слід зауважити, що $\nabla \varphi$ еквівалентна запису $\text{grad } \varphi$. Оператор означає взяття градієнту від цієї скалярної функції.

$$\nabla \varphi = \text{grad } \varphi. \quad (18.14)$$

Якщо взяти поверхневий інтеграл напруженості електричного поля по деякій поверхні S , то отримаємо ще одну скалярну характеристику електричного поля – **потік вектора напруженості**

$$N_E = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S}. \quad (18.15)$$

Потік вектору через елемент поверхні може бути позитивним, або негативним. Позитивне значення потоку $\vec{E} \cdot \vec{dS}$ означає, що він направлений в сторону $\vec{dS}$, негативне його значення, що він направлений зворотно. Значок s під знаком інтегралу означає, підсумовування проводиться по елементам поверхні.

Якщо потік вектора напруженості проходить через замкнену поверхню, яка охоплює заряд q , то на знаку інтегралу ставлять кружок $\oint \vec{E} \cdot \vec{dS}$.

В електротехнічних розрахунках окрім вектору $\vec{E}$ використовують вектор електричної індукції або **вектор електричного зміщення** $\vec{D}$

$$\vec{D} = \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot \vec{E} = \varepsilon_a \cdot \vec{E}. \quad (18.16)$$

В системі «СІ» $[\vec{D}] = \text{Кл/м}^2$.

Теорема Гауса є однією з важливіших теорем електростатики. Вона відповідає закону Кулона і принципу накладання. **Теорему Гауса формулюється** таким чином: **потік вектора електричного зміщення через будь-яку замкнуту поверхню, яка оточує деякий об'єм, дорівнює алгебраїчній сумі вільних зарядів, які знаходяться усередині цієї поверхні**

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \sum q_k. \quad (18.17)$$

З (18.17) слідує, що вектор $\vec{D}$ є такою характеристикою поля, яка не залежить від діелектричних властивостей середовища ε_a . Оскільки виконується рівняння (18.16), тоді теорему Гауса для однорідного і ізотропного середовища можна записати і в такій формі

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\sum q_k}{\varepsilon \cdot \varepsilon_0}. \quad (18.18)$$

Формули (18.17) і (18.18) це математичний запис теореми Гауса в інтегральній формі.

Теорема Гауса в інтегральній формі виражає зв'язок між потоком вектора зміщення $\vec{D}$ через поверхню S , яка обмежує деякий об'єм. За допомогою теореми Гауса в інтегральній формі неможливо визначити, як пов'язаний $\vec{D}$ у даній точці поля з щільністю зарядів в даній точці поля. Відповідь на це запитання дає диференціальна форма теореми Гауса.

Розділимо обидві частини рівняння (18.17) на одну й ту ж скалярну величину – об’єм V , який знаходиться в середині замкнутої поверхні S

Вираз (18.19) незмінний для об’єму будь-якої величини. Спрямуємо об’єм до нуля

$$\lim \frac{\oint \vec{D} \cdot d\vec{S}}{V} = \lim \frac{\sum q}{V}. \quad (18.19)$$

При спрямуванні об’єму до нуля $\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S}$ теж прямує до нуля. Межа відносини потоку $\lim \frac{\oint \vec{D} \cdot d\vec{S}}{V}$ векторної величини крізь замкнуту поверхню,

яка обмежує деякий об’єм до об’єму V називають **дивергенцією вектора $\vec{D}$** ($\text{div} \vec{D}$). Часто замість терміну «дивергенція» вживають термін «розходження» або «виток» вектору $\vec{D}$. У правій частині рівняння (18.19) знаходиться об’ємна щільність зарядів ρ .

Таким чином теорему Гауса в диференціальній формі записують наступним чином (*перша форма запису*)

$$\text{div} \vec{D} = \rho. \quad (18.20)$$

Залежність вектору електричного зміщення від щільності зарядів наведена на рисунку 18.2

Таким чином розходження ліній вектору $\vec{D}$ в даній точці поля визначається величиною щільності зарядів в даній точці. Якщо об’ємна щільність зарядів в точці позитивна ($\rho > 0$) (рисунок 18.2, а), тоді лінії вектору $\vec{D}$ виходять, виток позитивний.

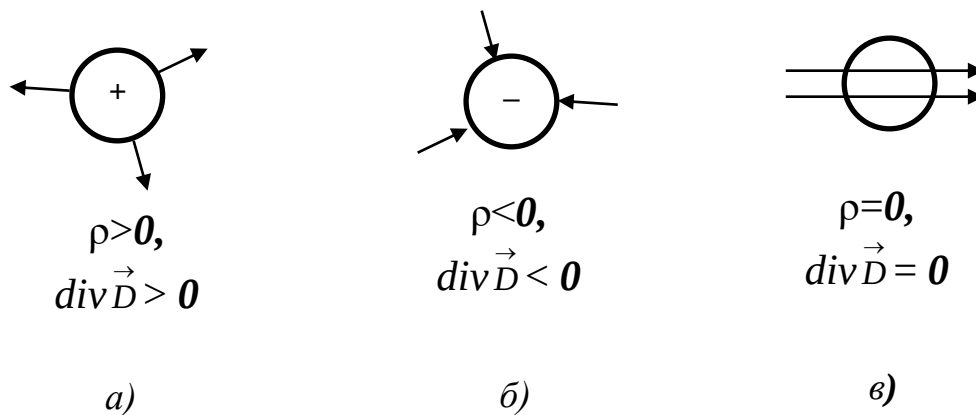


Рисунок 18. 2 – Залежність вектор електричного зміщення від щільності зарядів

Якщо об'ємна платність зарядів в точці негативна ($\rho < 0$) (рисунок 18.2, б), тоді маємо стік ліній вектору $\vec{D}$, тобто вони входять, виток негативний. І якщо $\rho=0$ (рисунок 18.2в), то в даній точці поля нема ні витоку ні стоку ліній вектору $\vec{D}$, тобто в даній точці вони не починаються і не закінчуються.

Якщо середовище однорідне і ізотропне, тоді його $\epsilon_a = const$, замість (18.20) запишемо $div \epsilon_a \cdot \vec{E} = \rho$, тоді вірна наступна друга форма запису

$$div \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_a}. \quad (18.21)$$

Рівняння Пуассона і Лапласа є основними диференціальними рівняннями електростатичного поля. Вони витікають з теореми Гауса в диференціальній формі. Оскільки $\vec{E} = -grad \varphi$, в той же час згідно теореми Гауса $div \vec{E} = \rho / \epsilon_a$, отримаємо

$$div \vec{E} = div(-grad \varphi) = \frac{\rho}{\epsilon_a}. \quad (18.22)$$

Винесемо мінус за знак дивергенції

$$div(grad \varphi) = -\frac{\rho}{\epsilon_a}. \quad (18.23)$$

Замість $grad \varphi$ запишемо його еквівалент оператор потенціалу $\nabla \varphi$, замість div напишемо ∇ , тоді отримаємо рівняння

$$\nabla \cdot (\nabla \varphi) = -\frac{\rho}{\epsilon_a}. \quad (18.24)$$

або

$$\nabla^2 \varphi = -\frac{\rho}{\epsilon_a}. \quad (18.25)$$

Рівняння (25) називають рівнянням Пуассона.

Окремий випадок рівняння Пуассона, коли $\rho = 0$, називають **рівнянням Лапласа**. Рівняння Лапласа записується так

$$\nabla^2 \varphi = 0. \quad (18.26)$$

Оператор $\nabla^2 = \text{div}(\text{grad } \varphi)$ називають **оператором Лапласа** або **лапласіаном** і іноді позначають його символом Δ . Тому можна зустріти і таку форму запису рівняння Пуассона

$$\Delta\varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon_a} \quad (18.27)$$

Енергія поля, утвореного системою n заряджених тіл, які мають потенціали $\varphi_1 \dots \varphi_n$ і заряди $q_1 \dots q_n$

$$W = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n q_k \cdot \varphi_k \quad (18.28)$$

При інтегруванні рівняння Лапласа (або Пуассона) в рішення входять постійні інтегрування. Їх визначають, виходячи з граничних умов. Під граничними умовами розуміють умови, яким підкорюється поле на границях розділу середовищ з різними електричними властивостями.

Поле в середині провідного тіла в умовах електростатики

В провідному тілі, яке знаходиться в електростатичному полі, внаслідок явища електростатичної індукції відбувається розділ зарядів. Негативні заряди зміщуються на поверхню тіла, яка повернута в сторону з більш високим потенціалом, позитивні – в протилежну сторону. Всі точки тілі будуть мати однаковий потенціал. Якщо між будь-якими точками виникла б різниця потенціалів, то під її дією з'явився би упорядкований рух зарядів, що протирічить поняттю електростатичного поля.

Поверхня тіла еквіпотенціальна. Вектор напруженості зовнішнього поля в будь-якій точці поверхні підходить до неї під прямим кутом. **В середині провідного тіла напруженість поля дорівнює нулю**, так як зовнішнє поле компенсується полем зарядів, розташованих на поверхні тіла.

Умови на границі розділу провідного тіла і діелектрика

На границі провідне тіло-діелектрик при відсутності струму по провідному тілу виконуються дві умови:

1) відсутня тангенціальна (дотична к поверхні) складова напруженості поля

$$E_t = 0; \quad (18.29)$$

2) вектор електричного зміщення $\vec{D}$ в будь-якій точці діелектрика, що безпосередньо примикає до поверхні провідного тіла, чисельно рівний щільності заряду σ на поверхні провідного тіла в цій точці

$$D_n = \sigma. \quad (18.30)$$

Що до першої умови, то всі точки провідного тіла мають однаковий потенціал. Як слід, між двома любими надто близько розташованими одна до одної точками поверхні прирошення потенціалу $d\varphi = 0$, але $d\varphi = E_t \cdot dl$, як слідство $E_t \cdot dl = 0$. Оскільки елемент шляху dl не рівний нулю, тоді рівний нулю E_t .

Для доказу другої умови виділимо нескінченно малий паралелепіпед (рисунок 18.3).

Верхня грань його паралельна поверхні провідного тіла і розташована у діелектрику. Висоту паралелепіпеду візьмемо дуже малою.

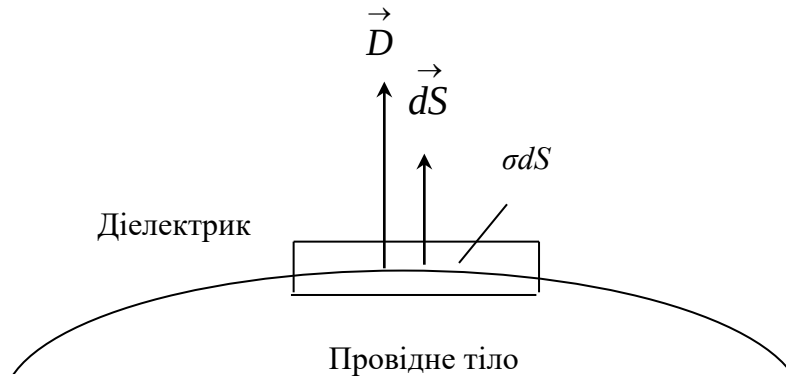


Рисунок 18.3 – Розташування вектору електричного зміщення на границі розділу провідного тіла і діелектрика

Застосуємо теорему Гауса. В силу малих лінійних розмірів можна прийняти, що щільність заряду σ у всіх точках на поверхні dS провідного тіла, потрапив в середину паралелепіпеду, одна й та ж. Повний заряд в середині розглянутого об'єму рівний σdS .

Потік вектору $\vec{D}$ через верхню грань об'єму $\vec{D} \cdot \vec{dS} = D \cdot dS$. Потіку вектору $\vec{D}$ через бокову грань (оскільки вона дуже мала) немає, він дотикається їй. Через нижню грань об'єму потік теж відсутній, оскільки всередині провідного тіла $E = 0$ і $D = 0$ (а провідного поля є величина кінцева). Таким чином, потік вектору $\vec{D}$ із об'єму рівний $D \cdot dS = \sigma dS$ або $D = \sigma$.

Умови на границі розділу двох діелектриків

На границі розділу двох діелектриків з різними діелектричними проникністями виконуються дві наступні умови:

1) рівні тангенціальні складові напруженості поля (рисунок 18.4)

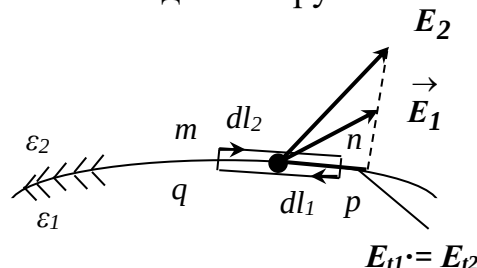


Рисунок 18.4 – Вектори напруженості на границі розділу двох діелектриків

$$E_{t1} = E_{t2}. \quad (18.31)$$

Індекс 1 відноситься до першого діелектрика, 2 – до другого.

2) рівні нормальні складові електричної індукції (рисунок 18.5)

$$D_{1n} = D_{2n}. \quad (18.32)$$

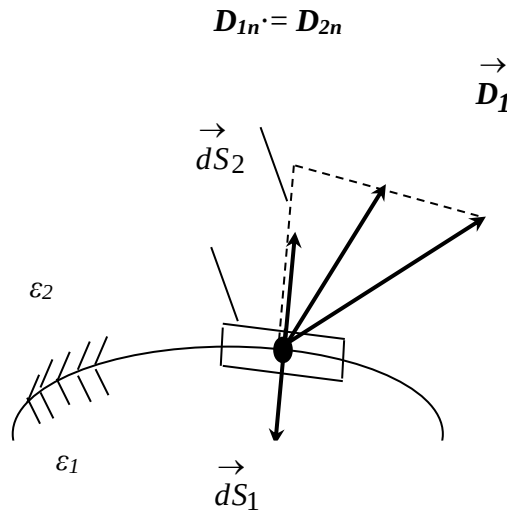


Рисунок 18.5 – Електричні індукції на границі розділу двох діелектриків

18.2 Електричне поле постійного струму в електропровідному середовищі та його основні параметри

Якщо під впливом зовнішніх джерел у провідному середовищі (металевих проводах, землі, рідині) створено електричне поле, то в ньому буде протікати електричний струм.

Упорядкований рух вільних електронів у металі і іонів у рідині під впливом електричного поля прийнято називати **струмом провідності**.

При своєму упорядкованому русі носії зарядів випробовують численні зштовхування з іншими частками речовини, які знаходяться в тепловому русі. Властивість середовища, що характеризує його здібність проводити струм, називають **питомою провідністю** γ , має розмірність $\text{Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1} = \text{См/м}$.

Основною величиною в електричному полі провідного середовища є **щільність струму** $\vec{j}$. Це векторна величина, яка направлена по напруженості електричного поля. Вона чисельно дорівнює відношенню $\Delta \vec{i}$, що проходить через елемент поверхні (перпендикулярний до направлення напруженості поля в даній точці) до величини ΔS цієї поверхні, має розмірність А/м^2 .

Якщо поверхня має конечні розміри, то напрям вектора щільності струму у всіх елементах, на які може бути розбита ця поверхня, і напрям елементів поверхні можуть бути різними, і струм визначить таким чином

$$I = \int_S \vec{\delta} \cdot d\vec{S}. \quad (18.33)$$

Таким чином, **струм є потік вектора щільності струму.**

При протікання постійних струмів як всередині провідних тіл, так і зовні їх існують постійні (незмінні в часі) магнітні поля. Оскільки такі поля незмінні в часі, то не виникає явища електромагнітної індукції, тобто магнітне поле, створене постійним струмом, не впливає на електричне поле постійного струму. Тому електричні і магнітні поля постійного струму можна розглядати окремо.

Закон Ома встановлює зв'язок між струмом, що тече в провіднику і напругою на його кінцях

$$U = R \cdot I. \quad (18.34)$$

Коефіцієнт пропорційності називається опором провідника, який визначається за рівнянням

$$R = \frac{l}{\gamma \cdot S}. \quad (18.35)$$

Для елемента провідника довжиною dl , опір має величину $\frac{dl}{\gamma \cdot dS}$, а струм через переріз dS цього елемента дорівнює $\delta \cdot dS$, і в силу закону Ома напруга між двома торцевими поверхнями цього елемента, тобто на довжині dl , повинна рівнятися $dU = \frac{\delta \cdot dl}{\gamma}$. З іншого боку, напругу між двома точками провідника можна визначити як лінійний інтеграл вектора напруженості електричного поля

$$U = \int_1^2 E \cdot dl. \quad (18.36)$$

Для напруги на довжині dl величину напруги $dU = E \cdot dl$ і як слідує

$$\vec{\delta} = \gamma \cdot \vec{E}. \quad (18.37)$$

Рівняння (18.37) називають **диференціальною формою закону Ома.**

Рівняння (18.37) справедливе для областей поза джерел ЕРС. В областях, які зайняті джерелами ЕРС, окрім кулонова (електростатичного) поля існує ще так зване стороннє поле, яке забезпечує безперервний рух зарядів у електричному колі.

Під стороннім полем розуміють електричне поле, обумовлене хімічними, електрохімічними, тепловими, термоелектричними процесами.

Напруженість сторонніх сил позначається $\vec{E}_{стор}$. У областях, зайнятих джерелами ЕРС, повне значення напруженості поля дорівнює геометричній сумі напруженості кулонова і стороннього полів $\vec{E} + \vec{E}_{стор}$. Рівняння узагальненого закону Ома і диференціальної форми другого закону Кірхгофа має вигляд

$$\vec{\delta} = \gamma \cdot (\vec{E} + \vec{E}_{стор}).. \quad (18.38)$$

Потужність, що обумовлена виділенням тепла у провіднику при протіканні по ньому електричного струму, визначається законом Джоуля-Ленца

$$P = R \cdot I^2. \quad (18.39)$$

В тому об'ємі ділянки проводу довжиною dl розвивається потужність, яка дорівнює $\delta \cdot dS \cdot \frac{dl}{\gamma}$. Якщо віднести її на одиницю об'єму і прийнявши до уваги співвідношення (18.40), получимо для питомої потужності вираз

$$P = \frac{\delta^2}{\gamma} = \gamma \cdot E^2. \quad (18.40)$$

Рівняння (18.37) є диференціальною формою закону Джоуля-Ленца.

Якщо у об'ємі елементу провідника протікає постійний струм, незмінний в часі, то можна сказати, що сума струмів, що входить до об'єму елементу проводу дорівнює сумі струмів, що виходять із об'єму, тобто

$$\oint_S \vec{\delta} \cdot \vec{dS} = 0. \quad (18.41)$$

Тоді рівняння (18.42) є диференціальною формою першого закону Кірхгофа.

Енергія, що виділяється в одиниці об'єму провідника в одиницю часу (у секунду) дорівнює

$$\frac{I^2 \cdot R}{V} = \frac{\delta^2}{\gamma} = \gamma \cdot E^2. \quad (18.42)$$

Перехід струму від середовища з провідністю γ_1 до середовища з провідністю γ_2 . Граничні умови

На границі переходу струму з середовища з одною провідністю в середовище з іншою провідністю виконуються дві наступні умови

1) рівні тангенціальні складові напруженості поля

$$E_{t1} = E_{t2}; \quad (18.43)$$

2) рівні щільності струму

$$\delta_{1t} = \delta_{2t}. \quad (18.44)$$

Індекс 1 відноситься до першого середовища, 2 – до другого.

Проведемо аналогію між полем у провідному середовищі і електростатичним полем. По своїй природі поле електростатичне і поле постійного струму у провідному середовищі різні. Електростатичне поле утворюється електричними зарядами, незмінними в часі і нерухомими у просторі, тоді, як електричне поле у провідному середовищі – це поле, у якому заряди мають упорядкований рух під дією зовнішнього джерела. Але між двома полями може бути проведена формальна аналогія (таблиця 18.1).

Таблиця 18.1 – Формальна аналогія між електростатичним полем і електричним полем у провідному середовищі

Електростатичне поле	Електричне поле у провідному середовищі
1 У областях електростатичного поля, не зайнятих зарядами виконується рівняння Лапласа $\nabla^2 \varphi = \text{div}(\text{grad } \varphi) = 0$. Розходження швидкості зміни потенціалів при відсутності зарядів дорівнює нулю.	Електричне поле постійного струму в провідному середовищі теж йому задовольняє.
2 Силова характеристика вектор напруженості $\vec{E}$.	Силова характеристика вектор напруженості $\vec{E}$.
3 Вектор електричного зміщення $\vec{D} = \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot \vec{E} = \varepsilon_a \cdot \vec{E}$. $[\vec{D}] = \text{Кл/м}^2$.	Вектор щільності струму $\vec{\delta} = \gamma \cdot \vec{E}$. $[\vec{\delta}] = \text{А/м}^2$.
4 Потік вектора зміщення, позначимо його ψ . $\psi = \int \vec{D} \cdot d\vec{S}$	Вектор щільності струму $I = \int \vec{\delta} \cdot d\vec{S}$.
5 Граничні умови на поверхні розділу двох середовищ: $E_{1t} = E_{2t}, D_{1t} = D_{2t}$.	Граничні умови на поверхні розділу двох середовищ з різними провідностями: $E_{1t} =$

Електростатичне поле	Електричне поле у провідному середовищі
Сукупність силових і еквіпотенціальних ліній полів буде однаковою.	$E_{2t} \delta_{1t} = \delta_{2t}$. Сукупність силових і еквіпотенціальних ліній полів буде однаковою.

18.3 Магнітне поле постійного струму. Зв'язок основних величин, що характеризують магнітне поле

Магнітне поле постійного струму є одним із компонентів електромагнітного поля. Воно утворюється незмінними в часі струмами, що протікають по провідних тілах, нерухомих в просторі по відношенню до наглядача. Оскільки струм незмінний у часі, то магнітне поле не залежить від електричного поля.

Магнітне поле характеризується індукцією $\vec{B}$, намагніченістю $\vec{J}$ і напруженістю магнітного поля $\vec{H}$. Ці три величини зв'язані співвідношенням

$$\vec{B} = \mu_0 \cdot (\vec{H} + \vec{J}) \cdot \mu_0 \cdot \mu \vec{H} = \mu_a \cdot \vec{H} \quad (18.45)$$

де $\vec{B}$ - вектор магнітної індукції, Тл;

$\vec{H}$ - вектор напруженості, А/м;

$\vec{J}$ - вектор намагніченості, А/м;

μ_0 - магнітна стала, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м;

μ - відносна магнітна проникність;

μ_a - абсолютна магнітна проникність.

Одним з основних проявів магнітного поля є вплив його на провід з током, який поміщений в це поле. Сила $\vec{F}$, з якою магнітне поле діє на елемент провідника довжиною $\vec{dl}$ визначається співвідношенням (18.46), якщо сила направлена перпендикулярно індукції в даній точці поля і перпендикулярна елементу струму $I \cdot \vec{dl}$

$$\vec{F} = I (\vec{dl} \times \vec{B}) \quad (18.46)$$

Магнітна індукція є силовою характеристикою магнітного поля, що слідує з (18.46).

Кількісний зв'язок між циркуляцією вектора $\vec{H}$ по замкнутому контуру і струмом всередині контуру визначає **закон повного струму в інтегральній формі**: лінійний інтеграл від напруженості магнітного поля вздовж любого замкнутого контуру рівний повному току, який пронизує замкнутий контур:

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I \quad (18.47)$$

Під повним струмом розуміють весь струм (струм провідності і струм зміщення).

Інтегральна форма використовується коли є симетрія в магнітному полі, наприклад напруженість поля в деякій точці A у полі відокремленого прямого проводу з током I , можна розрахувати за формулою:

$$H = \frac{I}{2\pi R}, \quad (18.48)$$

де R – радіус (відстань) в площині, перпендикулярній осі проводу від точки A до проводу.

Співвідношення (18.47) придатне для контурів любых розмірів, в тому числі і для дуже малих. Якщо площа мала, то можна прийняти, що щільність струму $\vec{\delta}$ в межах цієї площі однакова і тоді струм, що пронизує площу, рівний

$$\Delta i = \vec{\delta} \cdot d\vec{S} = \delta_n \cdot \Delta S \quad (18.49)$$

де δ_n – проекція вектора щільності струму $\vec{\delta}$ на нормаль до площини, тобто на напрям $d\vec{S}$.

Оскільки

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \delta_n \cdot \Delta S, \quad (18.50)$$

тоді розділимо праву і ліву частини (18.50) на ΔS , при чому $\Delta S \rightarrow 0$. Межа отриманого відношення має вигляд:

$$\lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\oint \vec{H} \cdot d\vec{l}}{\Delta S} = \delta_n. \quad (18.51)$$

У лівій частині рівняння (1852) знаходиться величина, яка є проекцією ротора $\vec{H}$ на напрям нормалі до площини ΔS . Як слідство $rot_n \vec{H} = \delta_n$. Тоді замість рівності проекцій двох векторів $rot_n \vec{H}$ і δ_n можна записати рівність самих векторів

$$rot \vec{H} = \vec{\delta}, \quad (18.52)$$

Рівняння (18.52) представляє собою **закон повного струму у диференціальній формі**.

Для сукупності точок, де $\delta = 0$, $rot_n \vec{H} = 0$ (область, не зайнята струмом), магнітне поле може розглядатися як потенціальне, тобто як поле, кожна точка якого має скалярний магнітний потенціал ϕ_m , $[\phi_m] = A/m$.

Різниця скалярних магнітних потенціалів між точками 1 і 2 називають спадом магнітної напруги U_{m12} , $[U_{m12}] = A$

$$U_{m12} = \varphi_{m1} - \varphi_{m2} = \int_1^2 \vec{H} \cdot d\vec{l} \quad (18.53)$$

Для розрахунку магнітних полів широко використовують векторний потенціал, або вектор-потенціал магнітного поля. Його позначають $\vec{A}$. Це векторна величина, яка плавно змінюється від точки до точки поля, ротор якої рівний магнітній індукції

$$\vec{B} = \text{rot } \vec{A} . \quad (18.54)$$

На відміну від скалярного магнітного потенціалу φ_m , використовувати який можна для областей, не зайнятих струмом, векторним потенціалом можна користуватися як для областей, не зайнятих струмом, так і для областей, зайнятих струмом.

Магнітний потік, що пронизує будь-яку поверхню S дорівнює

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_S \text{rot } \vec{A} \cdot d\vec{S} , \quad (18.55)$$

Згідно теореми Стокса $\int_S \text{rot } \vec{A} \cdot d\vec{S} = \oint \vec{A} \cdot d\vec{l}$, тоді:

$$\Phi = \oint \vec{A} \cdot d\vec{l} , \quad (18.56)$$

Таким чином, **магнітний потік через поверхню S дорівнює лінійному інтегралу векторного потенціалу по замкнутому контуру, що обмежує цю поверхню.**

Магнітний опір середовища магнітному потоку визначається за формулою:

$$R_m = \frac{U_m}{\Phi} , \quad (18.57)$$

де R_m – магнітний опір, 1/Гн.

Магнітна провідність – величина, зворотна R_m , одиниця виміру – Гн.

У магнітному полі, як в електростатичному і полі провідного середовища, виконуються визначені граничні умови.

На границі розділу двох однорідних і ізотропних середовищ, які мають різні магнітні проникності виконуються дві наступні умови:

$$1) \text{ рівні тангенціальні складові векторів напруженості магнітного поля} \\ H_{t1} = H_{t2}; \quad (18.58)$$

$$2) \text{ рівні нормальні складові векторів магнітної індукції} \\ B_{1n} = B_{2n}. \quad (18.59)$$

18.4 Основні рівняння змінного електромагнітного поля

Під змінним електромагнітним полем розуміють **сукупність змінних в часі і взаємно зв'язаних і обумовлюючих один одне електричного і магнітного полів.**

Воно визначається двома векторними величинами – напруженістю електричного поля $\vec{E}$ і напруженістю магнітного поля $\vec{H}$.

Змінне електромагнітне поле є одним з видів матерії. Воно володіє енергією, масою, кількістю руху, може перетворюватися в інші види матерії і самотійно існувати у вигляді електромагнітних хвиль. Швидкість розповсюдження електромагнітних хвиль у вакуумі – $3 \cdot 10^8$ м/с.

При дослідженні процесів в змінному електромагнітному полі користуються рівняннями Максвелла. Систему рівнянь Максвелла створюють чотири рівняння.

Перше рівняння Максвелла виражає зв'язок між ротором напруженості електричного поля і щільністю струму в тій же точці поля, записується перше рівняння Максвелла наступним чином:

$$\text{rot} \vec{H} = \vec{\delta} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}; \quad (18.60)$$

де $\vec{\delta}$ – щільність струму провідності, А/м²;

$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ – щільність струму електричного зміщення А/м².

Струм електричного зміщення виникає в будь-якому діелектрику, в тому числі і в вакуумі. Хоча природа струму провідності і струму зміщення неоднакова, але кожен з них має властивість викликати магнітне поле.

Друге рівняння Максвелла визначає зв'язок між ротором напруженості електричного струму і швидкості зміни магнітного поля в тій же точці. Друге рівняння Максвелла записується наступним чином:

$$\text{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}; \quad (18.61)$$

Фізичний смисл складається в тому, що люба зміна магнітного поля в часі $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ в будь-якій точці поля збуджує вихор або ротор електричного поля в тій же точці, тобто викликає вихрове електричне поле. Друге рівняння Максвелла називають диференціальною формою закону електромагнітної індукції.

Окрім рівнянь Максвелла, велике значення в теорії електромагнітного поля має **теорема Умова-Пойнтінга**, яка описує енергетичні співвідношення у електромагнітному полі.

Теорему Умова-Пойнтінга для миттєвих значень записують наступним чином:

$$-\oint_S \vec{E} \cdot \vec{H} \cdot d\vec{S} = -\oint_S \vec{P} \cdot d\vec{S} = \int_V \gamma \cdot E^2 dV + \frac{\partial}{\partial t} \int_V \left(\frac{\epsilon_a E^2}{2} + \frac{\mu_a H^2}{2} \right) dV, \quad (18.62)$$

де $\vec{P} = \vec{E} \cdot \vec{H}$ – вектор Пойнтінга, ВА/м²;

$\int_V \gamma \cdot E^2 dV$ – енергія, що виділяється у вигляді теплоти у одиницю об’єму;

$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \left(\frac{\epsilon_a E^2}{2} + \frac{\mu_a H^2}{2} \right) dV$ – швидкість зміни електромагнітної енергії в одиниці об’єму.

Теорему Пойнтінга слід трактувати як рівняння енергетичного балансу: ліва частина (18.62) є потужність або енергія в одиницю часу, яка доставляється у вигляді потоку вектора Пойнтінга в середину деякого об’єму; права частина є енергія, що витрачається одиницю часу в середині об’єму.

Якщо поле не змінюється в часі, тоді:

$$-\oint_S \vec{P} \cdot d\vec{S} = \int_V \gamma \cdot E^2 dV ; \quad (18.63)$$

оскільки в незмінному полі

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \left(\frac{\epsilon_a E^2}{2} + \frac{\mu_a H^2}{2} \right) dV = 0. \quad (18.64)$$

2. Виконання навчально-контролюючих завдань інформаційно-репродуктивного характеру

Виконати навчально-контролюючі завдання інформаційно-репродуктивного характеру у таблицях 18.1-18.4.

Алгоритм виконання навчально-контролюючих завдань інформаційно-репродуктивного та практично-стереотипного характеру наведене ний у самостійній роботі 1 до пункту 13.1.

ЗАВДАННЯ ДЛЯ ЗАСВОЄННЯ ТЕОРЕТИЧНОГО МАТЕРІАЛУ

Завдання для засвоєння теоретичного матеріалу виконуються так само, як і у самостійній роботі з пунктів 18.1-18.4.

Завдання інформаційно-репродуктивного характеру

Таблиця 18.1

Номер питання, завдання	ПИТАННЯ, ЗАВДАННЯ	Номер правильної відповіді
1.	Чим створюється електростатичне поле?	
2.	Електростатичне є якою складовою електромагнітного поля?	
3.	Що розуміють під зарядом (зарядом тіла?)	

Номер питання, завдання	ПИТАННЯ, ЗАВДАННЯ	Номер правильної відповіді
4.	Як формулюється закон Кулона?	
5.	Який математичний запис закону Кулону?	
6.	Що означає $\vec{R_0}$?	
7.	Як позначається електрична постійна?	
8.	Яка одиниця електричної постійної?	
9.	Як позначається відносна діелектрична проникність?	
10.	Що є силовою характеристикою електричного поля?	
11.	Що розуміється під напруженості електричного поля в даній точці?	
12.	Як визначити напруженість електричного поля?	
13.	Яка одиниця напруженості електричного поля?	
14.	Як визначають потенціал електричного поля?	
15.	За якою формулою визначають потенціал електричного поля?	
16.	Яка одиниця потенціалу	
17.	Що таке електрична напруга між точками 1 і 2?	
18.	Яку поверхню в електричному полі називають еквіпотенціальною?	
19.	Що розуміють під градієнтом потенціалу?	
20.	Як позначається градієнт потенціалу?	
22.	За якою формулою визначається градієнт потенціалу?	

При правильному виконанні завдання $\sum_{\text{непарні}} - \sum_{\text{парні}} = 17$.

Таблиця 18.1a

Номер відповіді	ВІДПОВІДІ
1.	Одиничний вектор, направлений по лінії, яка з'єднує заряди.
2.	Електричною.
3.	Два точкових заряди q_1 і q_2 у вакуумі взаємодіють один з одним з силою $\vec{F}$, прямо пропорційною добутку зарядів q_1 і q_2 і зворотно пропорційно квадрату відстані R між ними.
4.	Створюється сукупністю електричних зарядів, нерухомих в просторі по відношенню до наглядача і незмінних в часі.
5.	Це різниця потенціалів між точками 1 і 2, яка залежить тільки від положення цих точок і не залежить від шляху, по якому проходило переміщення
6.	Це швидкість зміни потенціалу
7.	Φ/m
8.	$\frac{\vec{F} \cdot d\vec{l}}{q_0}$.
9.	ϵ_0
10.	В/м.
11.	Скалярну величину, яка дорівнює алгебраїчній сумі елементарних електричних зарядів в цьому тілі
12.	$\frac{\vec{F}}{q}$.
13.	$\vec{F} = \frac{q_1 \cdot q_2}{4 \cdot \pi \epsilon \epsilon_0 R^2} \vec{R}_0$.
14.	Геометричне місце точок електричного поля, де потенціал має однакові значення $\varphi = \text{const.}$
15.	$\text{grad } \varphi$
16.	Як відношення роботи, яка виконується силами поля по переносу одиничного позитивного заряду з даної точки поля в точку поля, до величини цього заряду. Потенціал якої дорівнює нулю (у нескінченність)

Номер відповіді	ВІДПОВІДІ
17.	В.
18.	Фізична величина, чисельно рівна відношенню сили, з якою поле діє на одиничний заряд, поміщений у дану точку поля, до значення цього заряду.
19.	ϵ
20.	Напруженість електричного поля.
21.	$d\phi/dl$

Таблиця 18.2

Номер питання, завдання	ПИТАННЯ, ЗАВДАННЯ	Номер правильної відповіді
1.	Що розуміють під диференційним оператором Гамільтона (оператором набла)?	
2.	Якою літерою позначається оператор Гамільтона?	
3.	За якою формулою визначається оператор Гамільтона?	
4.	Як позначається вектор електричного зміщення?	
5.	За якою формулою визначається вектор електричного зміщення?	
6.	Навести формулювання теореми Гауса.	
7.	Навести математичний запис першої форми запису теореми Гауса.	
8.	Що розуміють під дивергенцією електричного вектора зміщення?	
9.	Навести рівняння Пуассона.	
10.	Навести рівняння Лапласа	
11.	Як позначається об'ємна щільність зарядів електричного поля?	
12.	Навести математичний запис другої форми запису теореми Гауса.	
13.	Який напрям мають лінії вектору електричного зміщення $\vec{D}$, якщо об'ємна щільність зарядів в точці позитивна ($\rho > 0$)?	

Номер питання, завдання	ПИТАННЯ, ЗАВДАННЯ	Номер правильної відповіді
14.	Який напрям мають лінії вектору електричного зміщення $\vec{D}$, якщо об'ємна щільність зарядів в точці негативна ($\rho < 0$)?	
15.	Який напрям мають лінії вектору електричного зміщення $\vec{D}$, якщо об'ємна щільність зарядів в точці негативна ($\rho = 0$)?	
16.	Навести формулу для визначення енергії електростатичного поля, утворених системою n заряджених тіл, які мають потенціали $\phi_1 \dots \phi_n$ і заряди $q_1 \dots q_n$.	

При правильному виконанні завдання $\sum_{\text{непарні}} - \sum_{\text{парні}} = 30$.

Таблиця 18.2а

Номер відповіді	ВІДПОВІДІ
1.	∇
2.	$\vec{D}$
3.	Потік вектора електричного зміщення через любую замкнуту поверхню, яка оточує деякий об'єм, дорівнює алгебраїчній сумі вільних зарядів, які знаходяться усередині цієї поверхні.
4.	Межа відношення потоку $\lim_{V \rightarrow 0} \frac{\oint \vec{D} \cdot d\vec{S}}{V}$ векторної величини скрізь замкнуту поверхню, яка обмежує деякий об'єм до об'єму V .
5.	$\text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_a}$
6.	$\vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial}{\partial z}$
7.	Розуміють суму часткових похідних по трьох координатних осях, помножених на відповідні одиничні вектори (орти).
8.	$\nabla^2 \phi = -\frac{\rho}{\epsilon_a}$

Номер відповіді	ВІДПОВІДІ
9.	$\vec{\text{div}} \vec{D} = \rho.$
10.	$\nabla^2 \varphi = 0$
11.	$\vec{\varepsilon} \cdot \vec{\varepsilon}_0 \cdot \vec{E} := \vec{\varepsilon}_a \cdot \vec{E}$
12.	$\rho.$
13.	Лінії входять, виток негативний.
14.	Лінії виходять, виток позитивний.
15.	$\frac{1}{2} \sum_{k=1}^n q_k \cdot \varphi_k$
16.	В даній точці поля нема ні витоку ні стоку ліній.

Таблиця 18.3

Номер питання, завдання	ПИТАННЯ, ЗАВДАННЯ	Номер правильної відповіді
1.	Що розуміють під струмом провідності?	
2.	Яка величина характеризує властивість середовища проводити електричний струм?	
3.	Якою літерою позначається питома провідність?	
4.	Яку розмірність має питома провідність?	
5.	Як визначити силу струму через щільність струму і площу елемента поверхні?	
6.	Навести рівняння диференціальної форми закону Ома.	
7.	Навести рівняння узагальненого закону Ома і диференціальної форми другого закону Кірхгофа.	
8.	Навести рівняння диференціальної форми закону Джоуля-Ленца.	
9.	Навести рівняння диференціальної форми першого закону Кірхгофа.	
10.	Навести формулу для визначення вектору щільність струму.	

Номер питання, завдання	ПИТАННЯ, ЗАВДАННЯ	Номер правильної відповіді
11.	Яку розмірність має щільність струму?	
12.	Як визначити потужність, що обумовлена виділенням тепла у провіднику при протіканні електричного струму?	
13.	Яку розмірність має потужність?	

При правильному виконанні завдання $\sum_{\text{непарні}} - \sum_{\text{парні}} = 16$.

Таблиця 18.3а

Номер відповіді	ВІДПОВІДІ
1.	$\vec{\delta} = \gamma \cdot E.$
2.	$\vec{\delta} = \gamma \cdot (\vec{E} + \vec{E}_{\text{стор}}).$
3.	Питома провідність.
4.	$I = \int_S \vec{\delta} \cdot d\vec{S}.$
5.	$\text{Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1} = \text{См/м}.$
6.	γ
7.	Упорядкований рух вільних електронів у металі і іонів у рідині під впливом електричного поля
8.	$p = \frac{\delta^2}{\gamma} = \gamma \cdot E^2.$
9.	$\vec{\delta} = \gamma \cdot E.$
10.	$P = R \cdot I^2.$
11.	$\text{А/м}^2.$

Номер відповіді	ВІДПОВІДІ
12.	$\oint_S \vec{\delta} \cdot \vec{dS} = 0.$
13.	Вт.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Попова І.О., Курашкін С.Ф., Вовк О.Ю., Попрядухін В.С. Теоретичні основи електротехніки» частина 3. Навчальний посібник для студентів освітньо-кваліфікаційного рівня «Бакалавр» зі спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» Мелітополь: Видавничо-поліграфічний центр «Люкс», 2020. 221 с.
2. Овчаров В.В. Теоретичні основи електротехніки. – К.: Урожай, 1993. 224с.
3. Теорія електричних і магнітних кіл: Підручник / С. В. Панченко, О. М. Ананьєва, М. М. Бабаєв та ін. – 2-ге вид., випр. та допов. Харків: УкрДУЗТ, 2020. 246 с.
4. Теоретичні основи електротехніки. Електромагнітне поле: Підручник /за ред. проф. Ю. О. Карпова – Стереотип. вид. Херсон: ОЛДІ-ПЛЮС, 2017. 338 с.
5. Бойко В.С. Теоретичні основи електротехніки [Текст]: підручник у 3-х т./ В.С. Бойко, В.В. Бойко, Ю.Ф. Видолоб та ін.// За заг. ред. І.М. Чиженка, В.С. Бойка. К.: НТУУ «КПІ», 3 2008. Т.2: Перехідні процеси у лінійних електричних колах із зосередженими параметрами. Нелінійні та магнітні кола. 224с.
6. Булашенко А. В. Теорія електричних та магнітних кіл. : навч. посібник / А. В. Булашенко. – Суми : Вид-во СумДУ, 2009. – 398 с.
7. Булашенко А. В. Перехідні процеси у лінійних електричних колах із зосередженими параметрами [Текст]: Навчальний посібник. А.В. Булашенко, М.І.Ястребов – Київ: Вид-во «Політехніка», 2011. – 153 с
8. Попова І.О., Курашкін С.Ф., Вовк., О.Ю., Попрядухін В.С. Теоретичні основи електротехніки» частина 3: нав. посіб. для викон. лаб. робіт Мелітополь: Видавництво Мелітопольська типографія «Люкс», 2018. 256 с.