

## Теорія коливального руху в ґрунті дискового сошника зубчастого типу зернової сівалки прямої сівби

**Адамчук В. В.,**

д.т.н., проф., академік НААН, Національний науковий центр «Інститут механізації та електрифікації сільського господарства», e-mail: vvadamchuk@gmail.com; ORCID iD 0000-0003-0358-7946

**Булгаков В. М.,**

д.т.н., проф., академік НААН, Національний університет біоресурсів і природокористування України, e-mail: vbulgakov@meta.ua; ORCID iD 0000-0003-3445-3721

**Головач І. В.,**

д.т.н., Національний університет біоресурсів і природокористування України, e-mail: holovach.iv@gmail.com; ORCID iD 0000-0003-1387-4789

**Ігнат'єв Є. І.,**

к.т.н., доцент, Таврійський державний агротехнологічний університет ім. Дмитра Моторного, e-mail: yevhen.ihnatiev@tsatu.edu.ua; ORCID iD 0000-0003-0315-1595

### Анотація

**Мета.** Встановлення теоретичних закономірностей коливальних рухів дискового сошникового вузла сівалки прямої сівби для обґрунтування його раціональних режимів, за яких забезпечується якісне виконання висіву насіння в ґрунт.

**Методи.** Під час проведення досліджень використовувалися методи теорії сільськогосподарських машин та моделювання технологічних процесів, які ними виконуються, методи вищої математики, теоретичної механіки, а також числових розрахунків із використанням персонального комп'ютера.

**Результати.** Складені диференціальні рівняння поступальних і кутових коливань сошникового вузла сівалки прямої сівби, які виникають під дією реакцій з боку поверхні ґрунту під час руху висівного агрегату по нерівностях поверхні поля. Аналітичний розв'язок зазначених диференціальних рівнянь дав можливість отримати вирази для обчислення частот і амплітуд досліджуваних коливань залежно від конструкційних і кінематичних параметрів сошникового вузла та параметрів нерівностей поверхні ґрунту. На підставі отриманих аналітичних виразів побудовано графічні залежності амплітуди коливань сошникового вузла сівалки прямої сівби від швидкості її поступального руху за різної жорсткості пружин двопружинної підвіски.

### Висновки

1. Раціональне поєднання конструкційних параметрів висівного агрегату, швидкості його поступального руху та параметрів нерівностей поверхні ґрунту, за яких досягається необхідна якість висіву насіння, забезпечується за їх визначення з використанням отриманих нових аналітичних залежностей.
2. Отримані вирази для визначення амплітуд і частот вертикальних коливань сошникового вузла дають змогу мінімізувати величину зазначених коливань та їхній вплив на якість висіву насіння.
3. Отримані резонансні величини амплітуди коливань, коли частота збурень сошникового вузла співпадає з власною частотою при швидкостях поступального руху сівалки від  $0,6 \text{ м с}^{-1}$  до  $1,0 \text{ м с}^{-1}$ . У разі збільшення швидкості руху від  $1,2 \text{ м с}^{-1}$  до  $4 \text{ м с}^{-1}$  за жорсткості пружин  $C_{п1} = 16815\text{--}67270 \text{ Н}\cdot\text{м}^{-1}$ ,  $C_{п2} = 17150\text{--}68600 \text{ Н}\cdot\text{м}^{-1}$  показники амплітуди вертикальних коливань стабілізуються й набувають значень, що знаходяться в межах  $0,01\text{--}0,0004 \text{ м}$ , відповідно.

**Ключові слова:** сівалка, сошниковий вузол, зубчасті диски, нерівності поверхні ґрунту, коливання, диференціальні рівняння, амплітуда, частота.

## The theory of oscillating movement in the soil of a toothed disc colter of a direct seeding grain seeder

**Adamchuk V. V.,**

Ph.D., Academician of NAAS, National Scientific Center "Institute of Agricultural Engineering and Electrification";  
ORCID iD 0000-0003-0358-7946

**Bulgakov V. M.,**

Ph.D., Academician of NAAS, National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine;  
ORCID iD 0000-0003-3445-3721

**Holovach I. V.,**

Ph.D., National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine,  
e-mail: holovach.iv@gmail.com; ORCID iD 0000-0003-1387-4789

**Ihnatiev Ye. I.,**

Ph.D., Dmytro Motornyi Tavria State Agrotechnological University;  
ORCID iD 0000-0003-0315-1595

### Annotation

**Purpose.** Establishing theoretical regularities of oscillatory movements of the disc colter assembly of a direct seeding planter to justify its rational modes, which ensures high-quality sowing of seeds in the soil.

**Methods.** During the research, methods of the theory of agricultural machines and modeling of technological processes performed by them, methods of higher mathematics, theoretical mechanics, as well as numerical calculations using a personal computer were used.

**Results.** Compiled differential equations of translational and angular oscillations of the colter unit of the direct seeding planter, which arise under the action of reactions from the soil surface during the movement of the seeding unit along the unevenness of the field surface. The analytical solution of the specified differential equations made it possible to obtain expressions for calculating the frequencies and amplitudes of the studied oscillations depending on the structural and kinematic parameters of the colter unit and the parameters of the soil surface irregularities. On the basis of the obtained analytical expressions, graphical dependences of the amplitude of oscillations of the colter unit of the direct seeding planter on the speed of its translational movement with different stiffness of the springs of the double-spring suspension were constructed.

### Conclusions

1. A rational combination of the design parameters of the seeding unit, the speed of its translational movement, and the parameters of the unevenness of the soil surface, which achieve the necessary quality of seed sowing, is ensured by their determination using the obtained new analytical dependencies.
2. The obtained expressions for determining the amplitudes and frequencies of vertical oscillations

of the colter assembly make it possible to minimize the magnitude of these oscillations and their impact on the quality of seed sowing.

3. Resonance values of the amplitude of oscillations are obtained when the frequency of disturbances of the colter assembly coincides with the natural frequency at speeds of translational movement of the seeder from  $0.6 \text{ m s}^{-1}$  to  $1.0 \text{ m s}^{-1}$ . In the case of an increase in the speed of movement from  $1.2 \text{ m s}^{-1}$  to  $4 \text{ m s}^{-1}$  with the stiffness of the springs  $C_{\pi_1} = 16815\text{--}67270 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$ ,  $C_{\pi_2} = 17150\text{--}68600 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$ , the indicators of the amplitude of vertical oscillations stabilize and acquire values, which are within  $0.01\text{--}0.0004 \text{ m}$ , respectively.

**Keywords:** seeder, colter unit, toothed discs, soil surface irregularities, oscillations, differential equations, amplitude, frequency.

**Постановка проблеми.** Сівба є однією з основних технологічних операцій, які визначають майбутній урожай сільськогосподарських культур. Тому основною вимогою до сівалок є забезпечення високої якості висіву насіння в ґрунт. Для забезпечення високої якості висіву слід рівномірно розподілити насіння по площі, при цьому глибина висіву насіння має бути однаковою. Крім того, розміщення насіння в рядках повинно задовольняти агротехнічні вимоги, у разі недотримання яких непродуктивно витрачається насіннєвий матеріал, а зменшення або збільшення норм висіву нерідко призводить до зниження врожайності сільськогосподарських культур.

Слід зазначити, що на якість висіву впливає не лише досконалість конструкції висівного апарату, але й умови виконання технологічного процесу, зокрема вирівняність поверхні ґрунту і його грудкуватість. Надмірна неvirівняність і грудкуватість

ґрунту під час руху висівного агрегату по поверхні поля викликає його коливання у вертикальній площині, що призводить до коливань висівного робочого органу, а отже до зниження якості висіву насіння.

А тому необхідно теоретично дослідити зазначений коливальний процес, зокрема вплив нерівностей поверхні ґрунту на коливання агрегату, визначити амплітуду та частоту цих коливань, з метою подальшого зниження амплітуди і частоти коливань на основі наукового обґрунтування раціональних параметрів сівалки та допустимих значень нерівностей поверхні ґрунту.

Для цього необхідно скласти диференціальні рівняння руху висівного агрегату по нерівностях поверхні ґрунту, отримати розв'язок цих рівнянь та провести необхідний аналіз їх розв'язку.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Насамперед слід зазначити, що більшість наукових праць, які стосуються досліджень механізації процесу висіву, присвячені дослідженню висівних робочих органів і їхнього функціонування під час виконання цього процесу. Найбільш повно і ґрунтовно сучасні дослідження в цьому напрямку висвітлені в монографії [1]. У роботі [2] наведено глибокі теоретичні та експериментальні дослідження з обґрунтування комбінованого дводисково-анкерного сошника нової конструкції. Дослідженню руху висівних агрегатів у цілому як машинно-тракторних агрегатів, із врахуванням зовнішніх впливів на їхній рух, наукових праць присвячено значно менше. До таких зовнішніх впливів насамперед відносяться нерівності поверхні ґрунту, які викликають коливання висівного агрегату, зокрема сошникового вузла, що негативно впливає на якість висіву насіння в ґрунт.

Дослідженню коливального руху машинно-тракторних агрегатів іншого призначення під час їхнього руху по нерівностях поверхні ґрунту присвячено чимало наукових праць. Насамперед слід відмітити монографію [3], де широко висвітлені теоретичні та експериментальні дослідження коливального руху фронтально- та задньоначіплених на інтегральний орно-просапний трактор гичкозбиральних машин, зокрема асиметричного гичкозбирального агрегату. Дослідженню вертикальних коливань фронтально начіпленої гичкозбиральної машини також присвячена робота [4]. У працях [5–7] ґрунтовно досліджені вертикальні коливання льонозбирального комбайну під час його руху по нерівностях поверхні ґрунту, а в праці [8] проведено аналітичне дослідження втрат гички за коливань роторного гичкорізального апарату в повздовжньо-вертикальній площині. І, нарешті, в працях [9–10] наведені теоретичні дослідження коливань зубчастого сошника селекцій-

ної сівалки. Проте в зазначених працях досліджені лише поступальні вертикальні коливання зубчастого однодискового сошника. Кутових коливань агрегату в цих працях не досліджено. У пропонуваній авторами статті проведені дослідження коливань дводискового сошника, причому, окрім поступальних вертикальних коливань лонжерона, також досліджені кутові коливання поводка, до якого прикріплений лонжерон із дводисковим сошником на двопружинній підвісці, разом із насіннепроводом та котком.

**Мета дослідження.** Встановлення теоретичних закономірностей коливальних рухів дискового сошникового вузла сівалки прямої сівби для обґрунтування його раціональних режимів, за яких забезпечується якісне виконання висіву насіння в ґрунт.

**Методи дослідження.** Під час проведення досліджень використовувалися методи теорії сільськогосподарських машин та моделювання технологічних процесів, які ними виконуються, методи вищої математики, теоретичної механіки, а також числових розрахунків із використанням персонального комп'ютера.

**Результати дослідження.** За рівномірного руху посівного агрегату по нерівностях поверхні ґрунту виникають два види коливань – поступальні коливання лонжерона, до якого прикріплені два зубчастих диски, анкер-насіннепровід і коток, та кутові коливання поводка, з'єднаного шарнірно з поводковим брусом сівалки. Оскільки лонжерон в одній точці з'єднаний шарнірно з поводком, а в іншій – через пружину, то зазначені поступальні та кутові коливання можна практично вважати незалежними. Якби пружина лонжерона була відсутня, то тоді кутові коливання поводка і поступальні коливання Лонжерона були б функціонально залежними і достатньо було б дослідити лише кутові коливання поводка або поступальні коливання лонжерона. У випадку, який розглядається, потрібно дослідити як поступальні коливання Лонжерона, так і кутові коливання поводка навколо поводкового бруса (точки  $Q_1$ , рис. 1), тобто скласти систему диференціальних рівнянь, яка описує зазначені коливальні процеси.

Дослідимо спочатку поступальні коливання лонжерона, потім отримані результати застосуємо під час складання диференціального рівняння кутових коливань поводка.

Для складання диференціальних рівнянь, що описують коливання сошникового вузла за його руху по нерівностях поверхні ґрунту, необхідно насамперед побудувати еквівалентну схему, на якій показати сили, що діють на цей вузол під час його рівномірного руху по поверхні поля. Така еквівалентна схема представлена на рисунку 1.



$V$  – швидкість усталеного поступального руху сошникового вузла,  $\text{м} \cdot \text{с}^{-1}$ ;

$t$  – поточний час, с;

$L$  – довжина нерівностей поверхні ґрунту (відстань між двома сусідніми гребенями), м.

У першому наближенні будемо вважати, що опорні реакції, які діють із боку ґрунту на зубці зубчастого диска під час руху сошникового вузла по нерівностях поверхні ґрунту, також змінюються за таким же самим синусоїдальним законом, а тому можуть бути описаними таким рівнянням:

$$R_i(t) = R_0 + H \cdot \sin\left(\frac{2\pi \cdot V \cdot t}{L}\right), \quad i = \overline{1, 4}, \quad (3)$$

де  $R_0$  – реакція з боку ґрунту при русі сошникового вузла по ідеально рівній поверхні ґрунту,  $H$ ;

$H \cdot \sin\left(\frac{2\pi \cdot V \cdot t}{L}\right)$  – збурювальна компонента реакції ґрунту, яка виникає через нерівності поверхні поля;

$H$  – амплітуда цього збурення,  $H$ .

Силу тертя кочення зубчастого диска в першому наближенні можна обчислити за таким виразом:

$$F_{\partial} = \frac{4 \cdot R_i \cdot \delta_1}{r_{\partial}}, \quad (4)$$

або враховуючи отриманий вираз (3):

$$F_{\partial} = \frac{4 \cdot \delta_1 \cdot \left[ R_0 + H \cdot \sin\left(\frac{2\pi \cdot V \cdot t}{L}\right) \right]}{r_{\partial}}, \quad (5)$$

де  $\delta_1$  – коефіцієнт тертя кочення, м;

$r_{\partial}$  – радіус диска, м.

Також із боку ґрунту на анкерний насіннепровід діє реакція  $\bar{R}_a$ , яка, хоч і незначно, однак також впливає на рух сошникового вузла.

І нарешті, під час кочення котка по розпушеному ґрунту виникає нормальна реакція  $\bar{N}_k$  з боку ґрунту на коток, а також сила тертя кочення  $\bar{F}_k$  котка, яка дорівнює:

$$F_k = \delta \cdot \frac{N_k}{r_k}, \quad (6)$$

де  $\delta$  – коефіцієнт тертя кочення, м;

$r_k$  – радіус котка, м.

Далі виберемо і покажемо на еквівалентній схемі систему прямокутних декартових координат  $Ox$  із її початком у точці  $O$  (тобто точці контакту котка з поверхнею ґрунту). Вісь  $Ox$  спрямуємо в напрямку поступального руху сошникового вузла (паралельно вектору швидкості  $V$  поступального руху вузла), вісь  $Oy$  спрямуємо вертикально вгору (рис. 1).

Тепер є всі підстави скласти диференціальне рівняння руху сошникового вузла. Спочатку запише-

мо рівняння руху сошникового вузла у векторній формі:

$$M \cdot \bar{a} = \bar{F}_{\Pi_1} + \bar{F}_{\Pi_2} + \bar{G}_{\Pi} + 2\bar{G}_{\partial} + \bar{G}_a + \bar{G}_k + 2\bar{R}_1 + 2\bar{R}_2 + 2\bar{R}_3 + 2\bar{R}_4 + 2\bar{F}_{\partial} + \bar{R}_a + \bar{N}_k + \bar{F}_k + \bar{F}_T, \quad (7)$$

де:  $M$  – маса вузла, кг;

$\bar{a}$  – прискорення руху сошникового вузла,  $\text{м} \cdot \text{с}^{-2}$ .

При цьому маса  $M$  сошникового вузла визначається за таким виразом:

$$M = m_{\Pi} + 2m_{\partial} + m_a + m_k. \quad (8)$$

Далі необхідно векторне рівняння (7) представити в проекціях на осі  $Ox$  і  $Oy$  прийнятої системи координат. Для цього необхідно відразу прийняти деякі припущення й визначити значення потрібних силових параметрів.

Будемо вважати, що в першому наближенні обидві пружини розташовані паралельно осі  $Oy$  (рис. 1). Також у першому наближенні будемо вважати, що реакції, які діють із боку ґрунту на зубці диска, спрямовані перпендикулярно до поверхні зубця, як це показано на рисунку 1. Очевидно, що сусідні зубці диска зміщені один відносно одного на кут

$$\alpha = \frac{2 \cdot \pi}{z}, \quad (9)$$

де  $z$  – кількість зубців на диску.

Нехай далі  $\varepsilon$  – кут між горизонталлю (віссю  $Ox$ ) і тильною кромкою (розташованою радіально) першого зубця диска, який здійснює контакт із поверхнею ґрунту, а  $\beta$  – кут між тильною поверхнею зубця і його різальною кромкою (рис. 1). Тоді проекції сил  $\bar{R}_i$  на вісь  $Oy$  будуть відповідно дорівнювати для всіх чотирьох зубців, що одночасно здійснюють контакт (різання) із ґрунтом, який є ще незруйнований передньою частиною зубчастого розрізального диска:

$$\begin{aligned} R_{1y} &= R_1 \cdot \cos(\beta - \varepsilon), \\ R_{2y} &= R_1 \cdot \cos(\beta - \varepsilon + \alpha) = R_1 \cdot \cos\left(\beta - \varepsilon - \frac{2\pi}{z}\right), \\ R_{3y} &= R_1 \cdot \cos(\beta - \varepsilon + 2\alpha) = R_1 \cdot \cos\left(\beta - \varepsilon - \frac{4\pi}{z}\right), \\ R_{4y} &= R_1 \cdot \cos(\beta - \varepsilon + 3\alpha) = R_1 \cdot \cos\left(\beta - \varepsilon - \frac{6\pi}{z}\right). \end{aligned} \quad (10)$$

Аналогічно проекції на вісь  $Ox$ :

$$\begin{aligned} R_{1x} &= -R_1 \cdot \sin(\beta - \varepsilon), \\ R_{2x} &= -R_1 \cdot \sin\left(\beta - \varepsilon - \frac{2\pi}{z}\right), \\ R_{3x} &= -R_1 \cdot \sin\left(\beta - \varepsilon - \frac{4\pi}{z}\right), \\ R_{4x} &= -R_1 \cdot \sin\left(\beta - \varepsilon - \frac{6\pi}{z}\right). \end{aligned} \quad (11)$$

Проекції сили  $\bar{R}_a$  на осі координат  $x$  та  $y$  будуть дорівнювати:

$$\begin{aligned} R_{ax} &= -R_a \cdot \cos \gamma, \\ R_{ay} &= -R_a \cdot \sin \gamma. \end{aligned} \quad (12)$$

Кут  $\gamma$  відхилення нижнього кінця насіннепроводу від вертикалі показано на рисунку 1.

Отже, враховуючи вирази (7), (10), (11) та (12), складемо систему диференціальних рівнянь руху сошникового вузла в проекціях на осях  $Ox$  і  $Oy$ :

$$\begin{aligned} M \cdot \ddot{x} &= -2R_1 \cdot \left[ \sin(\beta - \varepsilon) + \sin\left(\beta - \varepsilon - \frac{2\pi}{z}\right) + \sin\left(\beta - \varepsilon - \frac{4\pi}{z}\right) + \right. \\ &\quad \left. + \sin\left(\beta - \varepsilon - \frac{6\pi}{z}\right) \right] - R_a \cdot \cos \gamma - F_\partial - F_k + F_T; \\ M \cdot \ddot{y} &= -F_{\Pi_1} - F_{\Pi_2} - G_{\Pi} - 2G_\partial - G_\pi - G_a - G_k + 2R_1 \cdot \left[ \cos(\beta - \varepsilon) + \right. \\ &\quad \left. + \cos\left(\beta - \varepsilon - \frac{2\pi}{z}\right) + \cos\left(\beta - \varepsilon - \frac{4\pi}{z}\right) + \cos\left(\beta - \varepsilon - \frac{6\pi}{z}\right) \right] - \\ &\quad - R_a \cdot \sin \gamma + N_k. \end{aligned} \quad (13)$$

Підставляючи в систему диференціальних рівнянь (13) вирази (1), (3), (5) та (6), отримаємо систему диференціальних рівнянь у такому вигляді:

$$\begin{aligned} M \cdot \ddot{x} &= -2 \cdot \left[ R_0 + H \cdot \sin\left(\frac{2\pi \cdot V \cdot t}{L}\right) \right] \cdot \left[ \sin(\beta - \varepsilon) + \sin\left(\beta - \varepsilon - \frac{2\pi}{z}\right) + \right. \\ &\quad \left. + \sin\left(\beta - \varepsilon - \frac{4\pi}{z}\right) + \sin\left(\beta - \varepsilon - \frac{6\pi}{z}\right) \right] - R_a \cdot \cos \gamma - \\ &\quad - \frac{8 \left[ R_0 + H \cdot \sin\left(\frac{2\pi \cdot V \cdot t}{L}\right) \right] \cdot \delta_1}{r_\partial} - \delta \cdot \frac{N_k}{r_k} + F_T; \\ M \cdot \ddot{y} &= -C_{\Pi_1} \cdot l_{\Pi_1} - C_{\Pi_2} \cdot y - (m_{\Pi} + 2m_\partial + m_\pi + m_a + m_k)g + \\ &\quad + 2 \left[ R_0 + H \cdot \sin\left(\frac{2\pi \cdot V \cdot t}{L}\right) \right] \cdot \left[ \cos(\beta - \varepsilon) + \cos\left(\beta - \varepsilon - \frac{2\pi}{z}\right) + \right. \\ &\quad \left. + \cos\left(\beta - \varepsilon - \frac{4\pi}{z}\right) + \cos\left(\beta - \varepsilon - \frac{6\pi}{z}\right) \right] - R_a \cdot \sin \gamma + N_k. \end{aligned}$$

Система диференціальних рівнянь (14) описує процес горизонтальних і вертикальних поступальних коливань сошникового дводискового вузла (лонжерона) під час його переміщення по нерівній ґрунтовій поверхні поля. Функцію збурювальної сили тут виконує складова  $H \cdot \sin\left(\frac{2\pi \cdot V \cdot t}{L}\right)$ , функцію відновлювальної сили – складова  $C_{\Pi_2} \cdot y$ .

Для спрощення запису системи диференціальних рівнянь (14) введемо такі позначення:

$$\begin{aligned} \left[ \sin(\beta - \varepsilon) + \sin\left(\beta - \varepsilon - \frac{2\pi}{z}\right) + \sin\left(\beta - \varepsilon - \frac{4\pi}{z}\right) + \sin\left(\beta - \varepsilon - \frac{6\pi}{z}\right) \right] &= A, \\ \left[ \cos(\beta - \varepsilon) + \cos\left(\beta - \varepsilon - \frac{2\pi}{z}\right) + \cos\left(\beta - \varepsilon - \frac{4\pi}{z}\right) + \cos\left(\beta - \varepsilon - \frac{6\pi}{z}\right) \right] &= B. \end{aligned} \quad (15)$$

Тоді система диференціальних рівнянь (14) набуде такого вигляду:

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= -2A \cdot \frac{R_0}{M} - \frac{2A \cdot H}{M} \cdot \sin\left(\frac{2\pi \cdot V \cdot t}{L}\right) - \frac{R_a \cdot \cos \gamma}{M} - \frac{8R_0 \cdot \delta_1}{M \cdot r_\partial} - \\ &\quad - 8H \cdot \frac{\sin\left(\frac{2\pi \cdot V \cdot t}{L}\right) \cdot \delta_1}{M \cdot r_\partial} - \frac{\delta \cdot N_k}{M \cdot r_k} + \frac{F_T}{M}; \\ \ddot{y} &+ \frac{C_{\Pi_2} \cdot y}{M} = -\frac{C_{\Pi_1} \cdot l_{\Pi_1}}{M} - g + \frac{2R_0 \cdot B}{M} + \frac{2B \cdot H}{M} \cdot \sin\left(\frac{2\pi \cdot V \cdot t}{L}\right) - \\ &\quad - \frac{R_a \cdot \sin \gamma}{M} + \frac{N_k}{M}. \end{aligned} \quad (16)$$

Оскільки диференціальні рівняння, що входять у систему (16), незалежні й їх можна інтегрувати окремо, то спочатку проінтегруємо перше рівняння системи. Перший інтеграл першого рівняння системи (16) буде дорівнювати:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \frac{F_T}{M} \cdot t - \left( \frac{2R_0 \cdot A}{M} + \frac{R_a \cdot \cos \gamma}{M} + \frac{8R_0 \cdot \delta_1}{M \cdot r_\partial} + \frac{\delta \cdot N_k}{M \cdot r_k} \right) t + \\ &\quad + \left( \frac{L \cdot A \cdot H}{\pi \cdot V \cdot M} + \frac{4L \cdot H \cdot \delta_1}{\pi \cdot V \cdot M \cdot r_\partial} \right) \cdot \cos\left(\frac{2\pi \cdot V \cdot t}{L}\right) + C_1. \end{aligned} \quad (17)$$

Другий інтеграл першого рівняння системи (16) буде дорівнювати:

$$\begin{aligned} x &= \frac{F_T}{M} \cdot \frac{t^2}{2} - \left( \frac{2R_0 \cdot A}{M} + \frac{R_a \cdot \cos \gamma}{M} + \frac{8R_0 \cdot \delta_1}{M \cdot r_\partial} + \frac{\delta \cdot N_k}{M \cdot r_k} \right) \cdot \frac{t^2}{2} + \\ &\quad + \left( \frac{L^2 \cdot A \cdot H}{2\pi^2 \cdot V^2 \cdot M} + \frac{2L^2 \cdot H \cdot \delta_1}{\pi^2 \cdot V^2 \cdot M \cdot r_\partial} \right) \cdot \sin\left(\frac{2\pi \cdot V \cdot t}{L}\right) + C_1 \cdot t + C_2. \end{aligned} \quad (18)$$

Довільні сталі  $C_1$  і  $C_2$ , що входять у вирази (17) та (18), знаходимо з таких початкових умов:

$$\text{при } t = 0: x = 0, \dot{x} = 0, y = 0, \dot{y} = 0. \quad (19)$$

При цьому отримуємо такі значення довільних сталей  $C_1$  і  $C_2$ :

$$C_1 = -\left( \frac{L \cdot A \cdot H}{\pi \cdot V \cdot M} + \frac{4L \cdot H \cdot \delta_1}{\pi \cdot V \cdot M \cdot r_\partial} \right), C_2 = 0. \quad (20)$$

Отже, перший інтеграл (17) першого диференціального рівняння системи (16), що задовольняє початкові умови (19), матиме такий вигляд:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \frac{F_T}{M} \cdot t - \left( \frac{2R_0 \cdot A}{M} + \frac{R_a \cdot \cos \gamma}{M} + \frac{8R_0 \cdot \delta_1}{M \cdot r_\partial} + \frac{\delta \cdot N_k}{M \cdot r_k} \right) \cdot t + \\ &\quad + \left( \frac{L \cdot A \cdot H}{\pi \cdot V \cdot M} + \frac{4L \cdot H \cdot \delta_1}{\pi \cdot V \cdot M \cdot r_\partial} \right) \cdot \cos\left(\frac{2\pi \cdot V \cdot t}{L}\right) - \\ &\quad - \left( \frac{L \cdot A \cdot H}{\pi \cdot V \cdot M} + \frac{4L \cdot H \cdot \delta_1}{\pi \cdot V \cdot M \cdot r_\partial} \right). \end{aligned} \quad (21)$$

Другий інтеграл, тобто розв'язок цього рівняння, що задовольняє початкові умови (19), матиме такий вигляд:

$$x = \frac{F_T}{M} \cdot \frac{t^2}{2} - \left( \frac{2R_0 \cdot A}{M} + \frac{R_a \cdot \cos \gamma}{M} + \frac{8R_0 \cdot \delta_1}{M \cdot r_0} + \frac{\delta \cdot N_k}{M \cdot r_k} \right) \cdot \frac{t^2}{2} + \left( \frac{L^2 \cdot A \cdot H}{2\pi^2 \cdot V^2 \cdot M} + \frac{2L^2 \cdot H \cdot \delta_1}{\pi^2 \cdot V^2 \cdot M \cdot r_0} \right) \cdot \sin\left(\frac{2\pi \cdot V \cdot t}{L}\right) - \left( \frac{L \cdot A \cdot H}{\pi \cdot V \cdot M} + \frac{4L \cdot H \cdot \delta_1}{\pi \cdot V \cdot M \cdot r_0} \right) \cdot t. \quad (22)$$

Вираз (22) описує поступальні коливання сошникового дводискового вузла вздовж осі  $Ox$ . Амплітуда зазначених коливань, як видно з виразу (22), знаходиться як коефіцієнт при функції  $\sin\left(\frac{2\pi \cdot V \cdot t}{L}\right)$ .

Розглянемо далі друге диференціальне рівняння системи (16). При цьому відразу можемо зробити таке позначення:  $\sqrt{\frac{C_{\Pi_2}}{M}} = k$ . Тоді це диференціальне рівняння набуде такого вигляду:

$$\ddot{y} + k^2 \cdot y = -\frac{C_{\Pi_1} - I_{\Pi_1}}{M} \cdot g + \frac{2B \cdot R_0}{M} + \frac{2B \cdot H}{M} \cdot \sin\left(\frac{2\pi \cdot V \cdot t}{L}\right) - \frac{R_a \cdot \sin \gamma}{M} + \frac{N_k}{M}. \quad (23)$$

Для спрощення запису введемо таке позначення:

$$-\frac{C_{\Pi_1} \cdot I_{\Pi_1}}{M} \cdot g + \frac{2B \cdot R_0}{M} - \frac{R_a \cdot \sin \gamma}{M} + \frac{N_k}{M} = D, \quad (24)$$

тоді диференціальне рівняння (23) набуде такого вигляду:

$$\ddot{y} + k^2 \cdot y = \frac{2B \cdot H}{M} \cdot \sin\left(\frac{2\pi \cdot V \cdot t}{L}\right) + D. \quad (25)$$

Рівняння (25) є лінійним диференціальним рівнянням другого порядку з постійними коефіцієнтами, з правою частиною. Його розв'язок складається з розв'язку однорідного диференціального рівняння:

$$\ddot{y} + k^2 \cdot y = 0 \quad (26)$$

і частинного розв'язку, що залежить від вигляду правої частини цього рівняння. Відомо, що диференціальне рівняння (26) має такий розв'язок:

$$y_{одн.} = L_1 \cdot \sin(k \cdot t) + L_2 \cdot \cos(k \cdot t), \quad (27)$$

де  $L_1$  і  $L_2$  – довільні сталі, які визначаються з початкових умов.

Частинний розв'язок неоднорідного рівняння з правою частиною знаходимо в такому вигляді:

$$y_{част.} = R \cdot \sin\left(\frac{2\pi \cdot V \cdot t}{L}\right) + S \cdot \cos\left(\frac{2\pi \cdot V \cdot t}{L}\right) + T, \quad (28)$$

де  $R, S$  і  $T$  – невідомі коефіцієнти.

Ці коефіцієнти знаходимо методом невизначених коефіцієнтів. Для цього продиференціюємо вираз (28) за часом  $t$ . У підсумку отримуємо такі значення першої та другої похідних:

$$\dot{y}_{част.} = \frac{2R \cdot \pi \cdot V}{L} \cdot \cos\left(\frac{2\pi \cdot V \cdot t}{L}\right) - \frac{2S \cdot \pi \cdot V}{L} \cdot \sin\left(\frac{2\pi \cdot V \cdot t}{L}\right); \quad (29)$$

$$\ddot{y}_{част.} = \frac{4R \cdot \pi^2 \cdot V^2}{L^2} \cdot \sin\left(\frac{2\pi \cdot V \cdot t}{L}\right) - \frac{4S \cdot \pi^2 \cdot V^2}{L^2} \cdot \cos\left(\frac{2\pi \cdot V \cdot t}{L}\right); \quad (30)$$

Підставляємо вирази (28) і (30) у рівняння (25), отримаємо:

$$\begin{aligned} & -\frac{4R \cdot \pi^2 \cdot V^2}{L^2} \cdot \sin\left(\frac{2\pi \cdot V \cdot t}{L}\right) - \frac{4S \cdot \pi^2 \cdot V^2}{L^2} \cdot \cos\left(\frac{2\pi \cdot V \cdot t}{L}\right) + \\ & + k^2 \cdot R \cdot \sin\left(\frac{2\pi \cdot V \cdot t}{L}\right) + k^2 \cdot S \cdot \cos\left(\frac{2\pi \cdot V \cdot t}{L}\right) + \\ & + k^2 \cdot T = \frac{2B \cdot H}{M} \cdot \sin\left(\frac{2\pi \cdot V \cdot t}{L}\right) + D. \end{aligned} \quad (31)$$

Прирівнюючи коефіцієнти при однакових тригонометричних функціях у виразі (31), отримуємо таку систему рівнянь:

$$\begin{aligned} & \left( -\frac{4\pi^2 \cdot V^2}{L^2} + k^2 \right) \cdot R \cdot \frac{2B \cdot H}{M}; \\ & \left( -\frac{4\pi^2 \cdot V^2}{L^2} + k^2 \right) \cdot S = 0; \\ & k^2 \cdot T = D. \end{aligned} \quad (32)$$

Із системи рівнянь (32) знаходимо невідомі коефіцієнти  $R, S$  і  $T$ . Вони будуть дорівнювати:

$$\begin{aligned} R &= \frac{2B \cdot H}{M \left( k^2 - \frac{4\pi^2 \cdot V^2}{L^2} \right)}; \\ S &= 0; \\ T &= \frac{D}{k^2}. \end{aligned} \quad (33)$$

Підставляючи вирази (33) у вираз (28), знаходимо необхідний частинний розв'язок:

$$y_{\text{част.}} = \frac{2B \cdot H}{M \left( k^2 - \frac{4\pi^2 \cdot V^2}{L^2} \right)} \cdot \sin \left( \frac{2\pi \cdot V \cdot t}{L} \right) + \frac{D^2}{k^2}, \quad (34)$$

або в такому вигляді:

$$y_{\text{част.}} = \frac{2L \cdot B \cdot H}{M(L^2 \cdot k^2 - 4\pi^2 \cdot V^2)} \cdot \sin \left( \frac{2\pi \cdot V \cdot t}{L} \right) + \frac{D}{k^2}. \quad (35)$$

Отже, загальний розв'язок диференціального рівняння (25) буде дорівнювати  $y = y_{\text{одн.}} + y_{\text{част.}}$ , або, враховуючи вирази (27) і (35), отримуємо розв'язок у такому вигляді:

$$y = L_1 \cdot \sin(k \cdot t) + L_2 \cdot \cos(k \cdot t) + \frac{2L^2 \cdot B \cdot H}{M(L^2 \cdot k^2 - 4\pi^2 \cdot V^2)} \cdot \sin \left( \frac{2\pi \cdot V \cdot t}{L} \right) + \frac{D}{k^2}. \quad (36)$$

Довільні сталі  $L_1$  і  $L_2$  знаходимо з початкових умов (19).

З виразу (36) при  $t = 0$  отримуємо:

$$L_2 = - \frac{D}{k^2}. \quad (37)$$

Для знаходження довільної сталої  $L_1$  продиференціюємо вираз (36) за часом  $t$ . Будемо мати:

$$\dot{y} = L_1 \cdot k \cdot \cos(k \cdot t) - L_2 \cdot k \cdot \sin(k \cdot t) + \frac{4\pi \cdot V \cdot L \cdot B \cdot H}{M(L^2 \cdot k^2 - 4\pi^2 \cdot V^2)} \cdot \cos \left( \frac{2\pi \cdot V \cdot t}{L} \right). \quad (38)$$

З виразу (38) при  $t = 0$  знаходимо значення довільної сталої  $L_1$ :

$$L_1 = - \frac{4\pi \cdot V \cdot L \cdot B \cdot H}{k \cdot M(L^2 \cdot k^2 - 4\pi^2 \cdot V^2)}. \quad (39)$$

Отже, отримуємо розв'язок диференціального рівняння (25), який задовольняє початковим умовам (19):

$$y = - \frac{4\pi \cdot V \cdot L \cdot B \cdot H}{k \cdot M(L^2 \cdot k^2 - 4\pi^2 \cdot V^2)} \cdot \sin(k \cdot t) - \frac{D}{k^2} \cdot \cos(k \cdot t) + \frac{2L^2 \cdot B \cdot H}{M \cdot (L^2 \cdot k^2 - 4\pi^2 \cdot V^2)} \cdot \sin \left( \frac{2\pi \cdot V \cdot t}{L} \right) + \frac{D}{k^2}. \quad (40)$$

Вираз (40) описує поступальні коливання агрегату вздовж осі  $Oy$  за наявності збурювальної сили  $R_0 \cdot H + \sin \left( \frac{2\pi \cdot V \cdot t}{L} \right)$  і відновлювальної сили  $C_{\Pi_2} \cdot y$  у пружини вібратора.

У виразі (40) перших два доданки описують вільні вертикальні коливання сошникового вузла, третій доданок – змушені вертикальні коливання

цього вузла. При цьому амплітуда вільних коливань, як видно з виразу (40), буде дорівнювати:

$$A_1 = \sqrt{\frac{16\pi^2 \cdot V^2 \cdot L^2 \cdot B^2 \cdot H^2}{k^2 \cdot M^2 \cdot (L^2 \cdot k^2 - 4\pi^2 \cdot V^2)} + \frac{D^2}{k^4}}, \quad (41)$$

а амплітуда змушених коливань знаходиться з такого виразу:

$$B_1 = \frac{2L^2 \cdot B \cdot H}{M \cdot (L^2 \cdot k^2 - 4\pi^2 \cdot V^2)}. \quad (42)$$

Частота вільних коливань визначається як

$$k = \sqrt{\frac{C_{\Pi_2}}{M}}, \quad (43)$$

а частота змушених коливань, як відомо, дорівнює частоті збурювальної сили:

$$k_1 = \frac{2\pi \cdot V}{L}. \quad (44)$$

Отже, отримані вирази для визначення амплітуди (41), частоти вільних коливань (43) та амплітуди змушених коливань (42) лонжерона дводискового сошникового вузла залежно від його основних конструкційних параметрів і режимів роботи за рівномірного переміщення по нерівностям поверхні ґрунту. Зокрема, у зазначені вирази входять кількість зубців зубчастого розрізального диска, жорсткість пружин та швидкість поступального руху.

Перейдемо далі до теоретичного дослідження кутових коливань повідка навколо повідкового бруса сівалки (точка  $O_1$ ). Позначимо  $\varphi$  – кут повороту повідка навколо точки  $O_1$  за кутових коливань повідка в поточний момент часу  $t$ , тобто  $\varphi = \varphi(t)$ , рад. Тоді в загальному кутові коливання описуються таким диференціальним рівнянням [11]:

$$J_{O_1} \cdot \ddot{\varphi} = \sum_{k=1}^n M_{O_1}(\overline{F}_k), \quad (45)$$

де  $J_{O_1}$  – момент інерції коливної системи (повідка і лонжерона з приєднаними до нього двома зубчастими дисками, анкер-навісний провідом і котком) відносно точки  $O_1$ ;

$\ddot{\varphi}$  – кутове прискорення коливної системи в поточний момент часу  $t$ ;

$\sum_{k=1}^n M_{O_1}(\overline{F}_k)$ , – алгебраїчна сума моментів усіх активних сил і сил опору, що діють на коливну систему, відносно точки  $O_1$  в поточний момент часу  $t$ .

Враховуючи еквіваленту схему, наведену на рисунку 1, на підставі рівняння (45) запишемо диференціальне рівняння кутових коливань повідка навколо точки  $O_1$ :

$$\begin{aligned}
J_{O_1} \cdot \ddot{\varphi} = & -C_{\Pi_1} \cdot l_{\Pi_1} \cdot h_{\Pi_1} \cdot \cos \varphi - C_{\Pi_2} \cdot y \cdot h_{\Pi_2} \cdot \cos \varphi - \\
& -G_{\Pi} \cdot h_{\Pi} - 2G_{\delta} \cdot h_{\delta} - G_a \cdot h_a - G_k \cdot h_k - \\
& -R_a \cdot \sin \gamma \cdot h_a + R_a \cdot \cos \gamma \cdot (E+a) + \\
& + 8 \left[ R_0 + H \cdot \sin \left( \frac{2\pi \cdot V \cdot t}{L} \right) \right] \cdot (h_{\delta} - \delta_1) + \\
& + \frac{8 \left[ R_0 + H \cdot \sin \left( \frac{2\pi \cdot V \cdot t}{L} \right) \right] \cdot \delta_1 \cdot (E+d)}{r_{\delta}} + \\
& + N_k \cdot (h_k - \delta) + \delta \frac{N_k}{r_k} \cdot E,
\end{aligned} \quad (46)$$

де  $h_{\Pi_1}$ ,  $h_{\Pi_2}$ ,  $h_{\Pi}$ ,  $h_{\delta}$ ,  $h_a$ ,  $h_k$  – плечі сил  $\bar{F}_{\Pi_1} = C_{\Pi_1} \cdot l_{\Pi_1}$ ,  $\bar{F}_{\Pi_2} = C_{\Pi_2} \cdot y$ ,  $\bar{G}_{\Pi}$ ,  $\bar{G}_{\delta}$ ,  $\bar{G}_a$ ,  $\bar{G}_k$ , відповідно, відносно точки  $O_1$ , м;

$E$  – висота розташування повідкового бруса (точки  $O_1$ ) над поверхнею ґрунту, м;

$a$  – глибина точки прикладання сили  $\bar{R}_a$  в ґрунті, м;

$d$  – глибина ходу зубчастого диска в ґрунті, м.

Оскільки кут  $\varphi$  достатньо малий, можемо вважати, що  $\cos \varphi \approx 1$ . Це значно спрощує рівняння (46).

Підставивши в рівняння (46) замість  $y$  отриманий вище вираз (40), матимемо таке рівняння:

$$\begin{aligned}
J_{O_1} \cdot \ddot{\varphi} = & -C_{\Pi_1} \cdot l_{\Pi_1} \cdot h_{\Pi_1} - C_{\Pi_2} \cdot h_{\Pi_2} \cdot \left[ -\frac{4\pi \cdot V \cdot L \cdot B \cdot H}{k \cdot M \cdot (L^2 \cdot k^2 - 4\pi^2 \cdot V^2)} \times \right. \\
& \times \sin(k \cdot t) - \frac{D}{k^2} \cdot \cos(k \cdot t) + \frac{2L^2 \cdot B \cdot H}{M \cdot (L^2 \cdot k^2 - 4\pi^2 \cdot V^2)} \cdot \sin \left( \frac{2\pi \cdot V \cdot t}{L} \right) + \\
& + \frac{D}{k^2} \left. \right] - G_{\Pi} \cdot h_{\Pi} - 2G_{\delta} \cdot h_{\delta} - G_a \cdot h_a - G_k \cdot h_k - \\
& - R_a \cdot \sin \gamma \cdot h_a + R_a \cdot \cos \gamma \cdot (E+a) + 8 \left[ R_0 + H \cdot \sin \left( \frac{2\pi \cdot V \cdot t}{L} \right) \right] \times \\
& \times (h_{\delta} - \delta_1) + \frac{8 \left[ R_0 + H \cdot \sin \left( \frac{2\pi \cdot V \cdot t}{L} \right) \right] \cdot \delta_1 \cdot (E+d)}{r_{\delta}} + \\
& + N_k \cdot (h_k - \delta) + \delta \frac{N_k}{r_k} \cdot E.
\end{aligned} \quad (47)$$

Здійснимо перетворення рівняння (47) з метою виділення доданків, які є постійними величинами. У підсумку отримаємо рівняння такого вигляду:

$$\begin{aligned}
J_{O_1} \cdot \ddot{\varphi} = & \left[ -C_{\Pi_1} \cdot l_{\Pi_1} \cdot h_{\Pi_1} - G_{\Pi} \cdot h_{\Pi} - 2G_{\delta} \cdot h_{\delta} - G_a \cdot h_a - \right. \\
& - G_k \cdot h_k - R_a \cdot \sin \gamma \cdot h_a + R_a \cdot \cos \gamma \cdot (E+a) + \\
& + 8R_0 \cdot (h_{\delta} - \delta_1) + \frac{8R_0 \cdot \delta_1 \cdot (E+d)}{r_{\delta}} + N_k \cdot (h_k - \delta) + \\
& + \delta \frac{N_k}{r_k} \cdot E - C_{\Pi_2} \cdot h_{\Pi_2} \cdot \frac{D}{k^2} \left. \right] + C_{\Pi_2} \cdot h_{\Pi_2} \cdot \left[ \frac{4\pi \cdot V \cdot L \cdot B \cdot H}{k \cdot M \cdot (L^2 \cdot k^2 - 4\pi^2 \cdot V^2)} \times \right. \\
& \times \sin(k \cdot t) + \frac{D}{k^2} \cdot \cos(k \cdot t) \left. \right] - \frac{2C_{\Pi_2} \cdot h_{\Pi_2} \cdot L^2 \cdot B \cdot H}{M \cdot (L^2 \cdot k^2 - 4\pi^2 \cdot V^2)} \cdot \sin \left( \frac{2\pi \cdot V \cdot t}{L} \right) + \\
& + 8H \cdot \sin \left( \frac{2\pi \cdot V \cdot t}{L} \right) \cdot (h_{\delta} - \delta_1) + \frac{8H \cdot \sin \left( \frac{2\pi \cdot V \cdot t}{L} \right) \cdot \delta_1 \cdot (E+d)}{r_{\delta}}.
\end{aligned} \quad (48)$$

Введемо таке позначення:

$$\begin{aligned}
& \left[ -C_{\Pi_1} \cdot l_{\Pi_1} \cdot h_{\Pi_1} - G_{\Pi} \cdot h_{\Pi} - 2G_{\delta} \cdot h_{\delta} - G_a \cdot h_a - \right. \\
& - G_k \cdot h_k - R_a \cdot \sin \gamma \cdot h_a + R_a \cdot \cos \gamma \cdot (E+a) + \\
& + 8R_0 \cdot (h_{\delta} - \delta_1) + \frac{8R_0 \cdot \delta_1 \cdot (E+d)}{r_{\delta}} + N_k \cdot (h_k - \delta) + \\
& \left. \delta \cdot \frac{N_k}{r_k} \cdot E - G_{\Pi_2} \cdot h_{\Pi_2} \cdot \frac{D}{k^2} \right] = K = \text{const}.
\end{aligned} \quad (49)$$

Тоді рівняння (48) набуде такого вигляду:

$$\begin{aligned}
\ddot{\varphi} = & \frac{C_{\Pi_2} \cdot h_{\Pi_2}}{J_{O_1}} \cdot \left[ \frac{4\pi \cdot V \cdot L \cdot B \cdot H}{k \cdot M \cdot (L^2 \cdot k^2 - 4\pi^2 \cdot V^2)} \cdot \sin(k \cdot t) + \right. \\
& + \frac{D}{k^2} \cdot \cos(k \cdot t) \left. \right] + \left[ -\frac{2C_{\Pi_2} \cdot h_{\Pi_2} \cdot L^2 \cdot B \cdot H}{J_{O_1} \cdot M \cdot (L^2 \cdot k^2 - 4\pi^2 \cdot V^2)} + \right. \\
& + \frac{8H \cdot (h_{\delta} - \delta_1)}{J_{O_1}} + \frac{8H \cdot \delta_1 \cdot (E+d)}{J_{O_1} \cdot r_{\delta}} \left. \right] \cdot \sin \left( \frac{2\pi \cdot V \cdot t}{L} \right) + K,
\end{aligned} \quad (50)$$

де константа  $K$  визначається згідно з виразом (49).

Після першого інтегрування диференціального рівняння (50) отримуємо:

$$\begin{aligned}
\dot{\varphi} = & \frac{C_{\Pi_2} \cdot h_{\Pi_2}}{J_{O_1}} \cdot \left[ -\frac{4\pi \cdot V \cdot L \cdot B \cdot H}{k^3 \cdot M \cdot (L^2 \cdot k^2 - 4\pi^2 \cdot V^2)} \cdot \cos(k \cdot t) + \right. \\
& + \frac{D}{k^3} \cdot \sin(k \cdot t) \left. \right] + \left[ \frac{2C_{\Pi_2} \cdot h_{\Pi_2} \cdot L^2 \cdot B \cdot H}{J_{O_1} \cdot M \cdot (L^2 \cdot k^2 - 4\pi^2 \cdot V^2)} - \right. \\
& - \frac{8H \cdot (h_{\delta} - \delta_1)}{J_{O_1}} + \frac{8H \cdot \delta_1 \cdot (E+d)}{J_{O_1} \cdot r_{\delta}} \left. \right] \cdot \frac{L}{2\pi \cdot V} \cdot \cos \left( \frac{2\pi \cdot V \cdot t}{L} \right) + \\
& + K \cdot t + C_1.
\end{aligned} \quad (51)$$

Після другого інтегрування рівняння (50) матимемо:

$$\begin{aligned}
\varphi = & \frac{C_{\Pi_2} \cdot h_{\Pi_2}}{J_{O_1}} \cdot \left[ -\frac{4\pi \cdot V \cdot L \cdot B \cdot H}{k^3 \cdot M \cdot (L^2 \cdot k^2 - 4\pi^2 \cdot V^2)} \cdot \sin(k \cdot t) - \right. \\
& - \frac{D}{k^4} \cdot \cos(k \cdot t) \left. \right] + \left[ \frac{2C_{\Pi_2} \cdot h_{\Pi_2} \cdot L^2 \cdot B \cdot H}{J_{O_1} \cdot M \cdot (L^2 \cdot k^2 - 4\pi^2 \cdot V^2)} - \right. \\
& - \frac{8H \cdot (h_{\delta} - \delta_1)}{J_{O_1}} + \frac{8H \cdot \delta_1 \cdot (E+d)}{J_{O_1} \cdot r_{\delta}} \left. \right] \cdot \frac{L^2}{4\pi^2 \cdot V^2} \cdot \sin \left( \frac{2\pi \cdot V \cdot t}{L} \right) + \\
& + K \cdot \frac{t^2}{2} + C_1 \cdot t + C_2.
\end{aligned} \quad (52)$$

Довільні сталі  $C_1$  і  $C_2$  визначаємо з таких початкових умов:

$$\text{при } t = 0: \varphi = 0 \text{ і } \dot{\varphi} = 0. \quad (53)$$

З виразу (51) знаходимо значення  $C_1$ :

$$C_1 = \frac{4C_{\Pi_2} \cdot h_{\Pi_2} \cdot \pi \cdot V \cdot L \cdot B \cdot H}{J_{Q_1} \cdot k^2 \cdot M \cdot (L^2 \cdot k^2 - 4\pi^2 \cdot V^2)} - \left[ \frac{2C_{\Pi_2} \cdot h_{\Pi_2} \cdot L^2 \cdot B \cdot H}{J_{Q_1} \cdot M \cdot (L^2 \cdot k^2 - 4\pi^2 \cdot V^2)} - \frac{8H \cdot (h_e - \delta_1)}{J_{Q_1}} - \frac{8H \cdot \delta_1 \cdot (E + d)}{J_{Q_1} \cdot r_e} \right] \cdot \frac{L}{2\pi \cdot V}. \quad (54)$$

З виразу (52) знаходимо значення  $C_2$ :

$$C_2 = \frac{C_{\Pi_2} \cdot h_{\Pi_2} \cdot D}{J_{O_1} \cdot k^4}. \quad (55)$$

Підставляючи отримані значення довільних сталих  $C_1$  і  $C_2$  у вираз (52), остаточно матимемо:

$$\varphi = \frac{C_{\Pi_2} \cdot h_{\Pi_2}}{J_{Q_1}} \cdot \left[ -\frac{4\pi \cdot V \cdot L \cdot B \cdot H}{k^3 \cdot M \cdot (L^2 \cdot k^2 - 4\pi^2 \cdot V^2)} \cdot \sin(k \cdot t) - \frac{D}{k^4} \cdot \cos(k \cdot t) \right] + \left[ \frac{2C_{\Pi_2} \cdot h_{\Pi_2} \cdot L^2 \cdot B \cdot H}{J_{Q_1} \cdot M \cdot (L^2 \cdot k^2 - 4\pi^2 \cdot V^2)} - \frac{8H \cdot (h_e - \delta_1)}{J_{Q_1}} + \frac{8H \cdot \delta_1 \cdot (E + d)}{J_{Q_1} \cdot r_e} \right] \cdot \frac{L^2}{4\pi^2 \cdot V^2} \cdot \sin\left(\frac{2\pi \cdot V \cdot t}{L}\right) + K \cdot \frac{t^2}{2} + \left\{ \frac{C_{\Pi_2} \cdot h_{\Pi_2} \cdot 4\pi \cdot V \cdot L \cdot B \cdot H}{J_{Q_1} \cdot k^2 \cdot M \cdot (L^2 \cdot k^2 - 4\pi^2 \cdot V^2)} - \left[ \frac{2C_{\Pi_2} \cdot h_{\Pi_2} \cdot L^2 \cdot B \cdot H}{J_{Q_1} \cdot M \cdot (L^2 \cdot k^2 - 4\pi^2 \cdot V^2)} - \frac{8H \cdot (h_e - \delta_1)}{J_{Q_1}} - \frac{8H \cdot \delta_1 \cdot (E + d)}{J_{Q_1} \cdot r_e} \right] \cdot \frac{L}{2\pi \cdot V} \right\} \cdot t + \frac{C_{\Pi_2} \cdot h_{\Pi_2} \cdot D}{J_{Q_1} \cdot k^4}. \quad (56)$$

Вираз (56) описує кутові коливання повідка навколо повідкового бруса сівалки, що виникають під час руху всього посівного агрегату по нерівностях поверхні ґрунту, з врахуванням впливу вертикальних поступальних коливань лонжерона.

Амплітуда  $A_2$  вільних коливань повідка, як видно з виразу (56), дорівнює:

$$A_2 = \frac{C_{\Pi_2} \cdot h_{\Pi_2}}{J_{O_1} \cdot k^3} \sqrt{\frac{16\pi^2 \cdot V^2 \cdot L^2 \cdot B^2 \cdot H^2}{M^2 \cdot (L^2 \cdot k^2 - 4\pi^2 \cdot V^2)} + \frac{D^2}{k^2}}. \quad (57)$$

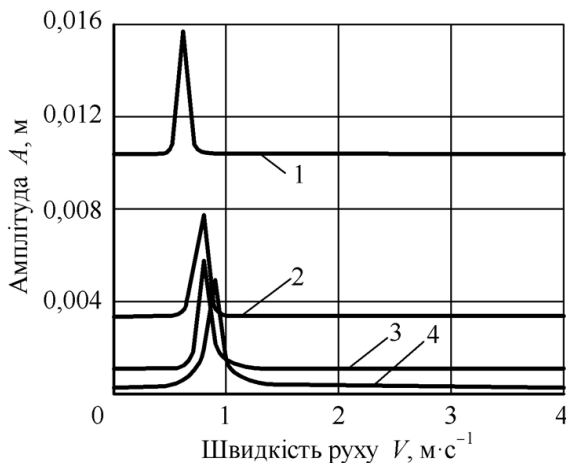
Амплітуда  $B_2$  змущених коливань повідка визначається з такого виразу:

$$B_2 = \left[ \frac{2C_{\Pi_2} \cdot h_{\Pi_2} \cdot L^2 \cdot B \cdot H}{J_{Q_1} \cdot M \cdot (L^2 \cdot k^2 - 4\pi^2 \cdot V^2)} - \frac{8H \cdot (h_e - \delta_1)}{J_{Q_1}} - \frac{8H \cdot \delta_1 \cdot (E + d)}{J_{Q_1} \cdot r_e} \right] \cdot \frac{L^2}{4\pi^2 \cdot V^2}. \quad (58)$$

Частоти вільних і змущених коливань повідка визначаються згідно з виразами (43) і (44), відповідно.

За отриманими кінцевими виразами амплітуди та частоти коливань лонжерона сошникового вузла проведемо чисельні розрахунки за допомогою персонального комп'ютера.

Згідно з розробленою вище математичною моделлю процесу взаємодії з ґрунтом комбінованого сошникового вузла із зубчастим розрізальним диском і системою пружинних механізмів із натискною пружиною та додатковою пружиною проведені розрахунки амплітуди коливань для оцінки стану системи й оптимізації, у подальшому, енергетичних характеристик універсальної сівалки прямої сівби. Побудована залежність амплітуди коливань сошникового вузла з двома зубчастими дисками, встановленими на двопружинній підвісці, за різних значень жорсткості пружин  $C_{\Pi_1}$  і  $C_{\Pi_2}$ , Н·м<sup>-1</sup>, від швидкості  $V$  поступального руху сівалки, м·с<sup>-1</sup>. Розрахунки виконано за допомогою програми MathCAD. Отримані графіки наведені на рисунку 2.



**Рис. 2.** Залежності амплітуди коливань сошникового вузла з двома зубчастими розрізальними дисками на двопружинній підвісці від швидкості його руху за жорсткості пружин, Н·м<sup>-1</sup>:

- 1 –  $C_{\Pi_1} = 16815$ ,  $C_{\Pi_2} = 17150$  (25% номінальної жорсткості);
- 2 –  $C_{\Pi_1} = 33635$ ,  $C_{\Pi_2} = 34300$  (50% номінальної жорсткості);
- 3 –  $C_{\Pi_1} = 50450$ ,  $C_{\Pi_2} = 51450$  (75% номінальної жорсткості);
- 4 –  $C_{\Pi_1} = 67270$ ,  $C_{\Pi_2} = 68600$  (100% номінальної жорсткості)

**Fig. 2.** Dependences of the amplitude of the oscillations of the node of the colter with two cutting discs on the double spring suspension from the speed of its movement at the stiffness of the springs, N·m<sup>-1</sup>:

- 1 –  $C_{\Pi_1} = 16815$ ,  $C_{\Pi_2} = 17150$  (25% of rated rigidity);
- 2 –  $C_{\Pi_1} = 33635$ ;  $C_{\Pi_2} = 34300$  (50% of rated rigidity);
- 3 –  $C_{\Pi_1} = 50450$ ;  $C_{\Pi_2} = 51450$  (75% of rated rigidity);
- 4 –  $C_{\Pi_1} = 67270$ ;  $C_{\Pi_2} = 68600$  (100% nominal rigidity)

Як видно з графіків, наведених на рисунку 2, резонансні величини амплітуди, коли частота збурень сошникового вузла співпадає з власною частотою, мають місце при швидкостях поступального руху сівалки від  $0,5 \text{ м}\cdot\text{с}^{-1}$  до  $1,0 \text{ м}\cdot\text{с}^{-1}$ , за подальшого збільшення швидкості посівного агрегату від  $1,2 \text{ м}\cdot\text{с}^{-1}$  до  $4 \text{ м}\cdot\text{с}^{-1}$  спостерігаються стабільні показники його амплітуди, причому за жорсткості пружин двопружинної підвіски  $C_{п1} = 16815\text{--}67270 \text{ Н}\cdot\text{м}^{-1}$ ,  $C_{п2} = 17150\text{--}68600 \text{ Н}\cdot\text{м}^{-1}$  значення амплітуд знаходяться в межах  $0,01\text{--}0,0004 \text{ м}$ , відповідно.

Отримані теоретичні закономірності коливальних рухів дискового сошникового вузла сівалки прямої сівби дали можливість обґрунтувати такі раціональні режими, які забезпечують якісне виконання цього технологічного процесу [12–14].

### Висновки

1. Раціональне поєднання конструкційних параметрів висівного агрегату, швидкості його поступального руху та параметрів нерівностей поверхні ґрунту, за яких досягається необхідна якість висіву насіння, забезпечується за їх визначення з використанням отриманих нових аналітичних залежностей.
2. Отримані вирази для визначення амплітуд і частот вертикальних коливань сошникового вузла дають змогу мінімізувати значення зазначених коливань та їхній вплив на якість висіву насіння.
3. Отримані резонансні величини амплітуди коливань, коли частота збурень сошникового вузла співпадає з власною частотою при швидкостях поступального руху сівалки від  $0,6 \text{ м}\cdot\text{с}^{-1}$  до  $1,0 \text{ м}\cdot\text{с}^{-1}$ . У разі збільшення швидкості руху від  $1,2 \text{ м}\cdot\text{с}^{-1}$  до  $4,0 \text{ м}\cdot\text{с}^{-1}$  за жорсткості пружин  $C_{п1} = 16815\text{--}67270 \text{ Н}\cdot\text{м}^{-1}$ ,  $C_{п2} = 17150\text{--}68600 \text{ Н}\cdot\text{м}^{-1}$  показники амплітуди вертикальних коливань стабілізуються й набувають значень, що знаходяться в межах  $0,01\text{--}0,0004 \text{ м}$ , відповідно.

### Бібліографія

1. Теорія і проектування робочих органів сівалок для селекції та насінництва зернових культур : монографія / А. С. Заришняк, В. В. Адамчук, В. М. Булгаков, І. В. Головач, Г. М. Калетнік, В. П. Горобей. Київ : Аграрна наука, 2017. 318 с.
2. Адамчук В. В., Булгаков В. М., Головач І. В., Горобей В. П. Теоретичне та експериментальне обґрунтування комбінованого дводисково-анкерного сошника. *Механізація та електрифікація сільського господарства* : загальнодержавний зб. / ННЦ «ІМЕСГ». 2016. Вип. 3 (102). С. 11–19.
3. Теорія і технічні засоби для збирання гички буряків цукрових : монографія / В. М. Булгаков, І. В. Головач, З. В. Ружи́ло, Є. І. Ігнат'єв, О. В. Адамчук, О. М. Троханяк. Київ : Аграрна наука, 2021. 212 с.
4. Булгаков В. М., Адамчук В. В., Ігнат'єв Є. І. Теорія вертикальних коливань фронтально навішеної гичкозбиральної машини. *Вісник аграрної науки*. 2017. № 2. С. 36–42.
5. Головач І. В., Литвинов О. І., Васьков В. І., Горбовой А. Ю. Расчетная математическая модель колебаний льноуборочного комбайна. *Вісник Харківського державного технічного університету сільського господарства. Серія. Механізація сільськогосподарського виробництва*. 2003. Вип. 21. С. 118–123.
6. Булгаков В. М., Головач І. В., Горбовой А. Ю. Моделювання коливальних рухів льнозбиральних агрегатів. *Вібрації в техніці і технологіях*. 2006. № 3 (45). С. 32–39.
7. Булгаков В. М., Головач І. В., Горбовой А. Ю. Математичне моделювання коливального руху причіпного льнозбирального агрегату. *Механізація та електрифікація сільського господарства* : міжвідомчий науковий зб. / ННЦ «ІМЕСГ». 2007. Вип. 91. С. 103–110.
8. Булгаков В. М., Головач І. В. Визначення втрат гички при коливаннях гичкорізального апарату у повздовжньо-вертикальній площині. *Праці Таврійської державної агротехнічної академії* / ТДАТА. Мелітополь, 2006. Вип. 39. С. 112–122.
9. Адамчук В. В., Булгаков В. М., Головач І. В. Теоретичні основи коливань зубчастого сошника селекційної сівалки. *Механізація та електрифікація сільського господарства* : загальнодержавний зб. / ННЦ «ІМЕСГ». Глеваха, 2015. Вип. 1 (100). С. 41–49.
10. Булгаков В. М., Головач І. В., Свірень М. О., Горобей В. П. Побудова математичної моделі коливального руху у ґрунті зубчастого сошника селекційної сівалки. *Конструювання, виробництво та експлуатація сільськогосподарських машин* : загальнодержавний міжвідомчий науково-технічний зб. / КНТУ. Кіровоград : КНТУ, 2015. Вип. 45. Ч. І. С. 50–62.
11. Бутенин Н. В., Лунц Я. Л., Меркин Д. Р. Курс теоретической механики. М. : Наука, 1985. Т. 2. Динамика. 496 с.
12. V. Bulgakov, V. Adamchuk, V. Gorobey, J. Olt. (2016). Theory of the oscillations of a toothed disc opener during its movement across irregularities of the soil surface. *Agronomy Research*, 14 (3), 711–724.
13. Сошниковий вузол для селекційних сівалок : патент на винахід № 113016, Україна, МПК А 01 С 7/20 / В. П. Горобей, В. М. Булгаков, В. В. Адамчук. Опубл. 25.11.2016, Бюл. № 22.
14. Адамчук В. В., Булгаков В. М., Горобей В. П. Теоретичні передумови визначення енергети-

чних характеристик сошника із зубчастим диском на вібропідвісці. *Вісник аграрної науки*. 2015. № 2. С. 45–49.

### Bibliohrafiia

1. Zaryshniak A. S., Adamchuk V. V., Bulhakov V. M., Holovach I. V., Kaletnik H. M., Horobei V. P. (2017). Teoriia i proektuvannia robochykh orhaniv sivalok dlia selektsii ta nasinnytstva zernovykh kultur : monohrafiia. Kyiv : Ahrarna nauka. 318 s.
2. Adamchuk V. V., Bulhakov V. M., Holovach I. V., Horobei V. P. (2016). Teoretychne ta eksperymentalne obgruntuvannia kombinovanoho dvodyskovo-ankernoho soshnyka. *Mekhanizatsiia ta elektryfikatsiia silskoho hospodarstva* : zahalnoderzhavnyi zbirnyk, 3 (102), 11–19 / NNTs «IMESH».
3. Bulhakov V. M., Holovach I. V., Ruzhylo Z. V., Ihnatiev Ye. I., Adamchuk O. V., Trokhaniak O. M. (2021). Teoriia i tekhnichni zasoby dlia zbyrannia hychky buriakiv tsukrovykh : monohrafiia. Kyiv : Ahrarna nauka. 212 s.
4. Bulhakov V. M., Adamchuk V. V., Ihnatiev Ye. I. (2017). Teoriia vertykalnykh kolyvan frontalno navishenoï hychkozbyralnoi mashyny. *Visnyk ahrarnoi nauky*, 2, 36–42.
5. Golovach I. V., Litvinov O. I., Vas'kov V. I., Gorbovoy A. YU. (2003). Raschetnaya matematicheskaya model' kolebanij l'nouborochnogo kombajna. *Mekhanizatsiia silskohospodarskoho vyrobnytstva* : Visnyk Kharkivskoho derzhavnoho tekhnichnoho universytetu silskoho hospodarstva, 21, 118–123.
6. Bulhakov V. M., Holovach I. V., Horbovoi A. Iu. (2006). Modeliuvannia kolyvalnykh rukhiv lonozbyralnykh ahrehativ. *Vibratsii v tekhnitsi i tekhnolohiiakh*, 3 (45), 32–39. Vinnytsia : VDAU.
7. Bulhakov V. M., Holovach I. V., Horbovoi A. Iu. (2007). Matematychno modeliuvannia kolyvalnoho rukhu prychipnoho lonozbyralnoho ahrehatu. *Mekhanizatsiia ta elektryfikatsiia silskoho hospodarstva* : mizhvidomchyï naukovyi zbirnyk, 91, 103–110 / NNTs «IMESH».
8. Bulhakov V. M., Holovach I. V. (2006). Vyznachennia vtrat hychky pry kolyvanniakh hychkorizalnoho aparatu u povzdovzhno-vertikalnii ploshchyni. *Pratsi Tavriiskoi derzhavnoi ahrotekhnichnoi akademii*, 39, 112–122. Melitopol : TDATA.
9. Adamchuk V. V., Bulhakov V. M., Holovach I. V. (2015). Teoretychni osnovy kolyvan zubchastoho soshnyka selektsiinoi sivalky. *Mekhanizatsiia ta elektryfikatsiia silskoho hospodarstva* : zahalnoderzhavnyi zbirnyk, 1 (100), 41–49 / NNTs «IMESH».
10. Bulhakov V. M., Holovach I. V., Sviren M. O., Horobei V. P. (2015). Pobudova matematychnoi modeli kolyvalnoho rukhu u grunti zubchastoho

soshnyka selektsiinoi sivalky. *Konstruiuvannia, vyrobnytstvo ta ekspluatatsiia silskohospodarskykh mashyn* : zahalnoderzhavnyi mizhvidomchyï naukovo-tekhnichnyi zbirnyk KNTU, vyp. 45, ch. I, 50–62. Kirovohrad : KNTU.

11. Butenin N. V., Lunc YA. L., Merkin D. R. (1985). Kurs teoreticheskoy mekhaniki. T. 2. Dinamika. Moskva : Nauka. 496 s.
12. V. Bulgakov, V. Adamchuk, V. Gorobey, J. Olt. (2016). Theory of the oscillations of a toothed disc opener during its movement across irregularities of the soil surface. *Agronomy Research*, 14 (3), 711–724.
13. Soshnykovyi vuzol dlia selektsiinykh sivalok : patent na vynakhid № 113016, Ukraina, MPK A 01 C 7/20 / V. P. Horobei, V. M. Bulhakov, V. V. Adamchuk. Opubl. 25.11.2016, Biul. № 22.
14. Adamchuk V. V., Bulhakov V. M., Horobei V. P. (2015). Teoretychni peredumovy vyznachennia enerhetychnykh kharakterystyk soshnyka iz zubchastym dyskom na vibropidvisti. *Visnyk ahrarnoi nauky*, 2, 45–49.

### References

1. Zarishniak, A. S., Adamchuk, V. V., Bulgakov, V. M., Golovach, I. V., Kaletnik, G. M., & Gorobay, V. P. (2017). Theory and design of working bodies of seeders for breeding and seeding of grain crops : monograph. Kyiv : Agrarian Science [in Ukrainian].
2. Adamchuk, V. V., Bulgakov, V. M., Golovach, I. V., & Gorobay, V. P. (2016). Theoretical and experimental substantiation of the combined two-disk anchor colter. *Mechanization and electrification of agriculture*, 3 (102), 11–19 [in Ukrainian].
3. Bulgakov, V. M., Golovach, I. V., Ruzilo, Z. V., Ignatiev, E. I., Adamchuk, O. V., & Trokhanyak, O. M. (2021). Theory and technical means for collecting sugar beet bush : monograph. Kyiv : Agrarian Science [in Ukrainian].
4. Bulgakov, V. M., Adamchuk, V. V., & Ignatiev, E. I. (2017). The theory of vertical oscillations of a front-mounted string harvesting machine. *Bulletin of agricultural science*, 2, 36–42 [in Ukrainian].
5. Golovach, I. V., Litvinov, O. I., Vaskov, V. I., & Gorbovoy, A. Yu. (2003). Calculated mathematical model of a flax harvester fluctuations. *Mechanization of agricultural production / Kharkiv state technical university of agriculture*, 21, 118–123 [in Russian].
6. Bulgakov, V. M., Golovach, I. V., & Gorbovoy, A. Yu. (2006). Modeling of oscillating movements of flax-harvesting units. *Vibrations in engineering and technology*, 3 (45), 32–39. Vinnytsia : VDAU [in Ukrainian].
7. Bulgakov, V. M., Golovach, I. V., & Gorbovoy, A. Yu. (2007). Mathematical modeling of the oscillating

- motion of the trailed flax-harvesting unit. *Mechanization and electrification of agriculture*, 91, 103–110 [in Ukrainian].
8. Bulgakov, V. M., & Golovach, I. V. (2006). Determining the losses of string at the oscillations of the string cutting apparatus in the longitudinal-vertical plane. *Proceedings of the Tavri state agricultural technical academy*, 39, 112–122. Melitopol : TSATA [in Ukrainian].
  9. Adamchuk, V. V., Bulgakov, V. M., & Golovach, I. V. (2015). Theoretical basis of oscillations of the toothed coulter of a selection seeder. *Mechanization and electrification of agriculture*, 1 (100), 41–49 [in Ukrainian].
  10. Bulgakov, V. M., Golovach, I. V., Sviren, M. O., & Gorobey, V. P. (2015). Construction of a mathematical model of oscillatory movement in the soil of a toothed coulter of a selection seeder. *Design, production and operation of agricultural machines*, issue 45, ch. 1, 50–62. Kirovohrad : KSTU [in Ukrainian].
  11. Butenin, N. V., Lunts, Ya. L., & Merkin, D. R. (1985). The course of theoretical mechanics. Dynamics. (Vol. 2). Moscow : Science [in Russian].
  12. Bulgakov, V., Adamchuk, V., Gorobey, V., & Olt, J. (2016). Theory of the oscillations of a toothed disc opener during its movement across irregularities of the soil surface. *Agronomy Research*, 14 (3), 711–724 [in English].
  13. Gorobay, V. P., Bulgakov, V. M., & Adamchuk, V. V. (2016). Colter's node for breeding seeders. Patent for invention No. 113016, Ukraine, IPC a 01 c 7/20. Kyiv : State Patent Agency of Ukraine [in Ukrainian].
  14. Adamchuk, V. V., Bulgakov, V. M., & Gorobai, V. P. (2015). Theoretical prerequisites for determining the energy characteristics of a colter with a dentate disk on a vibration suspension. *Bulletin of agrarian science*, 2, 45–49 [in Ukrainian].