



Механізація, електрифікація

УДК 631.37

© 2022

РОЗРОБЛЕННЯ ТА ОБҐРУНТУВАННЯ НОВОГО МЕТОДУ ТЕОРЕТИЧНОГО ДОСЛІДЖЕННЯ КОЛИВАЛЬНИХ ПРОЦЕСІВ ФУНКЦІОНУВАННЯ СІЛЬСЬКОГОСПОДАРСЬКИХ МАШИН І МАШИННИХ АГРЕГАТІВ

В.М. Булгаков¹, В.В. Адамчук², В.Т. Надикто³, М.Я. Ружило⁴

^{1, 2}доктори технічних наук, професори, академіки НААН

³доктор технічних наук, професор, член-кореспондент НААН

^{1, 4}Національний університет біоресурсів і природокористування України

вул. Героїв Оборони, 15, м. Київ, 03041, Україна

²Інститут механіки та автоматики агропромислового виробництва НААН
вул. Вокзальна, 11, смт Глеваха Фастівського р-ну Київської обл., 08631, Україна

³Таврійський державний агротехнологічний університет імені Дмитра Моторного
просп. Б. Хмельницького, 18, м. Мелітополь Запорізької обл., 72312, Україна

e-mail: ¹vbulgakov@meta.ua, ²vvadamchuk@gmail.com,

³volodymyr.nadykto@tsatu.edu.ua, ⁴masha.ruzhilo@ukr.net

ORCID: ¹0000-0003-3445-3721, ²0000-0003-0358-7946,

³0000-0002-1770-8297, ⁴0000-0002-8794-3495

Надійшла 23.05.2022

Мета. Підвищення ефективності оброблення і представлення результатів експериментальних досліджень випадкових коливальних процесів сільськогосподарських машин і машинних агрегатів. **Методи.** Під час виконання досліджень використано основні положення вищої математики, зокрема математичної статистики та дисперсійно-кореляційного аналізів статистично випадкових процесів. **Результати.** Для досягнення поставленої мети запропоновано систему координат із представленим у ній нестационарним за математичним сподіванням випадковим процесом повернути на кут, який дорівнює куту нахилу апроксимуючої цей випадковий процес прямої. Подальший алгоритм дій передбачає перерахунок ординат нестационарного випадкового процесу у новій (повернутій) системі координат. Порівняння статистичних характеристик нестационарного і стаціонарного процесів свідчить, що на статистичному рівні 0,05 нуль-гіпотеза про рівність їх середніх значень (за t-критерієм Стюдента) і дисперсій коливань (за F-критерієм Фішера) відхиляється. Нормована кореляційна функція стаціонарного випадкового процесу водночас, на відміну від нестационарного, характеризується нормальним її перебігом. **Висновки.** На

підставі проведених теоретичних досліджень отримано нову аналітичну залежність (5), використання якої дає змогу привести до стаціонарного лінійно нестаціонарний за математичним сподіванням масив даних випадкового коливного процесу сільськогосподарських машин і машинних агрегатів за статистичного оброблення результатів експериментальних досліджень. Адекватність розробленої аналітичної залежності (5) підтверджується прийнятним характером перебігу нормованої кореляційної функції випадкового коливального процесу, приведеного до стаціонарного.

Ключові слова: стаціонарність, апроксимація, середнє значення, дисперсія, нормована кореляційна функція.

DOI: <https://doi.org/10.31073/agroviznyk202206-06>

Загалом переважна більшість коливальних процесів сільськогосподарських машин і машинних агрегатів — це випадкові нестаціонарні, а часто і неергодичні процеси. Практично усі вони починаються з нестаціонарної стадії, кожна із яких має свій перехідний режим. Водночас після згасання останніх настає момент, коли випадкові коливальні процеси є відносно однорідними. На певному етапі спостережень їх можна вважати майже постійними, а отже, практично стаціонарними.

У науковій практиці значну роль відіграють стаціонарні випадкові процеси у широкому сенсі. З обґрунтовано прийнятим припущенням про їхню ергодичність вони дають змогу виявити закономірності їх перебігу за результатами лише однієї репрезентативної реалізації. Для практичної роботи з ними розроблено потужний математичний апарат. Завдяки цьому механізми їхньої обробки практично повністю формалізовані і за використання комп'ютерів з відповідним програмним забезпеченням не викликають ніяких труднощів.

З огляду на це той чи інший нестаціонарний процес за першої можливості бажано привести до стану стаціонарного. Нестационарність може бути за математичним сподіванням, дисперсією або за тим і за другим одночасно. До речі, останній випадок на практиці трапляється не так часто, тому нами не розглядатиметься.

Проблема полягає у тому, що розробленню методів приведення випадкових процесів до стаціонарних (насамперед за математичним сподіванням) приділяють надто мало уваги. Через це значна маса

отриманих під час досліджень даних залишається поза аналізом, оскільки більш-менш прийнятна методика обробки нестаціонарних випадкових процесів є занадто складною та трудомісткою [1–5].

Мета досліджень — підвищення ефективності оброблення і представлення результатів експериментальних досліджень випадкових коливальних процесів сільськогосподарських машин і машинних агрегатів.

Методи досліджень. Під час виконання досліджень використано основні положення вищої математики, зокрема математичної статистики та дисперсійно-кореляційного аналізів статистично випадкових процесів.

Результати досліджень та їх обговорення. Під час дослідження динаміки сільськогосподарських машин і машинних агрегатів іноді виникають випадкові коливальні процеси, які є нестаціонарними за дисперсією. Для прикладу розглянемо генеральну сукупність коливань ординат поздовжнього профілю агрофону, отриманих на ділянці поля довжиною 100 м (рис. 1).

Уся профілеграма складається із 3-х ділянок: 1-ша і 3-тя із них за візуальною оцінкою є стаціонарними, причому як за математичним очікуванням, так і за дисперсією.

Друга (тобто середня) частина ординат профілю агрофону хоч і виглядає стаціонарною за своїм математичним сподіванням, але значно відрізняється від решти своєю дисперсією. Через це загалом уся отримана реалізація ординат репрезентує статистично випадковий процес із нестаціонарністю за дисперсією.

У такому разі за рекомендацією дослідників [6, 7] нестаціонарну ділянку (див. рис. 1)

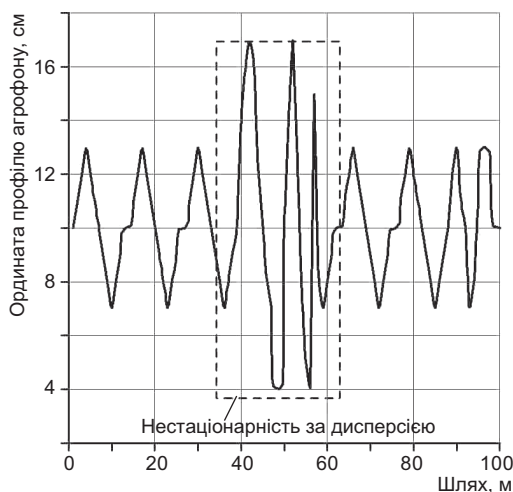


Рис. 1. Нестаціонарний за дисперсією випадковий процес

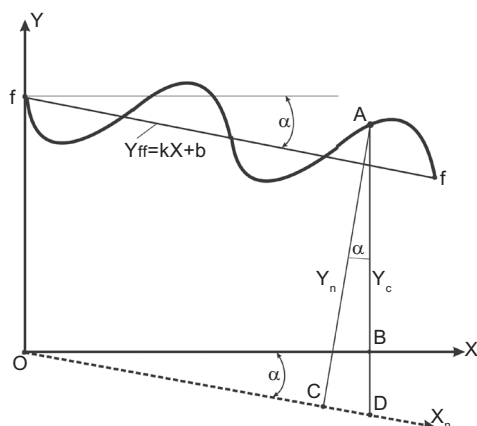


Рис. 2. Схема оброблення процесу, лінійно нестаціонарного за математичним сподіванням

слід просто видалити, а решту даних обробляти як єдину генеральну сукупність. Водночас такий підхід є ефективним лише тоді, коли немає потреби визначати кореляційну функцію або спектральну щільність коливального процесу.

Значно частіше той чи інший випадковий процес може бути нестаціонарним (причому лінійно) за математичним очікуванням. Здебільшого це зумовлено наявністю постійної складової коливного процесу, яку слід відфільтрувати із отриманого масиву експериментальних даних.

Нехай випадковий процес зміни того чи іншого параметра зображено кривою $f-f$, яка апроксимується прямою лінією $Y_{ff}=k \cdot X+b$ (рис. 2). Причому щодо цієї лінії наведений випадковий процес є стаціонарним, зокрема і за дисперсією.

Про нестаціонарність за математичним сподіванням коливального процесу, що розглядається, у системі координат XOY свідчить те, що його апроксимаційна пряма нахилена до осі OX під кутом α . Отже, зі збільшенням значення регресора X ордината Y_c досліджуваного процесу щодо апроксимаційної прямої Y_{ff} поступово зменшується.

Повернемо систему координат XOY за годинниковою стрілкою на кут α . У цьому разі процес $f-f$ щодо нової системи координат X_nOY_n (на рис. 2 вісь OY_n не показана) стане стаціонарним. Для здійснення подальшого статистичного аналізу потрібно лише замінити старі ординати процесу $Y_c=AB$ на нові $Y_n=AC$.

Алгоритм цієї процедури розглянемо на прикладі ординати точки A. Як видно з рис. 2:

$$Y_n = AD \cdot \cos \alpha. \quad (1)$$

Також:

$$AD = Y_c + BD. \quad (2)$$

Із трикутника OBD маємо:

$$BD = OB \cdot \tan \alpha = X \cdot \tan \alpha. \quad (3)$$

Оскільки у цьому разі $\tan \alpha = -k$, то можемо записати, що:

$$BD = -k \cdot X. \quad (4)$$

З урахуванням наведеного остаточно отримуємо:

$$Y_n = (Y_c - k \cdot X) \cdot \cos(\arctan k). \quad (5)$$

Аналitична залежність (5) дає змогу ординати лінійно нестаціонарного коливного процесу перетворити у стаціонарний за математичним сподіванням масив.

Практичне застосування цієї методики можна навести на такому прикладі. У процесі експериментальних досліджень було отримано масив 100 ординат відхилення траєкторії руху посівного машинно-тракторного агрегата від прямої лінії. Виявилося, що цей процес (нижня крива, зображена на рис. 3) є нестаціонарним за математичним сподіванням, оскільки апроксимаційна

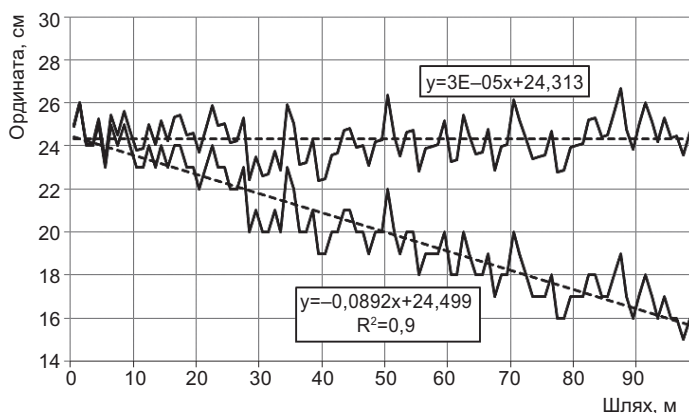


Рис. 3. Нестационарний (нижня крива) та приведений до стану стаціонарності (верхня крива) за математичним сподіванням випадкові процеси

пряма $y = -0,0892 \cdot x + 24,499$ не паралельна до осі абсцис. Однією із причин такого результату може бути неточне провішування прямої лінії відносно сліду проходу посівного машинно-тракторного агрегата.

Після оброблення експериментальних даних статистичними методами з урахуванням залежності (5) отримано новий масив ординат, який вже відображає практично стаціонарний процес коливань траєкторії руху просапного машинно-тракторного агрегата (верхня крива, рис. 3).

Порівняємо статистичні характеристики обох розглянутих процесів (таблиця). Для цього перевіримо нуль-гіпотези про рівність їхніх середніх значень і дисперсій коливань на статистичному рівні значущості 0,05.

Порівняння середніх значень ординат випадкових коливальних процесів будемо здійснювати за t-критерієм Стюдента. Дійсне його значення знаходимо із виразу [8]:

$$t = \frac{X_n - X_s}{\sqrt{s_n^2 + s_s^2}}, \quad (6)$$

де X_n , X_s — відповідно більше і менше середні значення ординат випадкових процесів, які порівнюються; s_n , s_s — похибки порівнюваних середніх значень (див. таблицю).

Для порівняння дисперсій коливань цих процесів застосуємо F-критерій Фішера, дійсне значення якого дорівнює відношенню більшого значення цього статистичного показника ($D_n = 7,54 \text{ см}^2$) до меншого ($D_s = 0,87 \text{ см}^2$) [8]:

$$F = \frac{D_n}{D_s}. \quad (7)$$

Обчислення за виразом (6) свідчить, що дійсне значення t-критерію Стюдента для порівнюваних випадкових процесів — 15,1. Це набагато більше, ніж теоретичне

Статистичні показники нестационарного і стаціонарного випадкових процесів

Статистичний показник	Процес	
	нестационарний	стаціонарний
Середнє значення, см	20,0	24,3
Похибка середнього значення, см	0,27	0,09
Стандарт, см	$\pm 2,75$	$\pm 0,93$
Дисперсія, см^2	7,54	0,87
t_{05} -критерій Стюдента (теор.)		1,98
F_{05} -критерій Фішера (теор.)		1,39

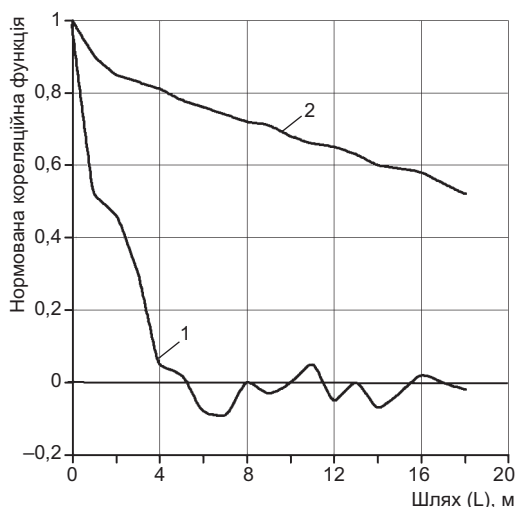


Рис. 4. Нормовані кореляційні функції коливальних процесів: 1 — стаціонарного; 2 — нестационарного

значення цього критерію, яке становить 1,98. На підставі цього із довірчою вірогідністю 95% можна стверджувати, що нуль-гіпотеза про рівність порівнюваних середніх значень (24,3 і 20,0 см) відхиляється. Такі середні значення репрезентують абсолютно різні генеральні сукупності даних.

Аналогічний результат отримуємо і під час порівняння дисперсій коливальних процесів, які розглядаються. Згідно з розрахунком за виразом (7) дійсне значення F-критерію Фішера становить 8,7. Очевидно, що це набагато перевищує його теоретичне значення, яке становить 1,39. Звідси цілком зрозуміло, що нуль-гіпотеза про рівність порівнюваних дисперсій теж відхиляється. Ці статистичні показники, як і проаналізовані вище середні значення коливальних процесів, свідчать про те, що приведені до стаціонарного і нестационарного за математичним сподіванням масиви даних — це не один, а абсолютно різні випадкові процеси.

До того ж зазначимо, що нестационарність випадкового коливального процесу як за математичним сподіванням, так і за дисперсією відповідним чином відображається на характері його кореляційної функції. Для стаціонарного аперіодичного процесу вона

наближається до нульового значення і, не перетинаючи її, здійснює щодо неї згасаючі коливання. Для такого самого процесу з прихованою періодичною складовою кореляційна функція перетинає нульову позначку, а потім коливається щодо неї (або наближається до неї) з відповідним зменшенням амплітуди коливань [9].

Якщо ж коливальний процес є нестационарним, то його кореляційна функція «поводить себе» за іншими законами. Для її розрахунку потрібно застосовувати вже зовсім інший алгоритм, ніж той, який застосовується під час аналізу стаціонарних процесів [10].

Розглянемо нормовані кореляційні функції, приведені до стаціонарного та нестационарного за математичним сподіванням графічно зображених коливальних процесів (рис. 4). За стаціонарного характеру коливального процесу зміна цієї статистичної функції (крива 1, рис. 4) свідчить про те, що коливання ординат траєкторії руху посівного машинно-тракторного агрегата містять приховану періодичну складову. Методику визначення періоду цих коливань досить ґрунтовно викладено дослідниками [11, 12].

Довжина кореляційного зв'язку між координатами коливального стаціонарного процесу становить приблизно 5 м. Це значення тієї абсциси, де нормована кореляційна функція (крива 1, рис. 4) перетинає нульову позначку осі абсцис. За $L > 10$ м ця кореляційна функція поступово наближається до свого нульового значення, що є доказом стаціонарного характеру коливань досліджуваного статистично випадкового процесу.

За нестационарного характеру коливального процесу кореляційна функція поводить себе інакше (крива 2, рис. 4). За збільшення аргументу (параметр L, рис. 4) вона монотонно зменшується, залишаючись водночас істотно віддаленою від нульової осі абсцис. Для будь-якого подальшого аналізу кореляційна функція такого виду непридатна за низкою причин [6, 9]. І принаймні одна причина цього явища відома. Вона полягає в тому, що досліджуваний випадковий коливальний процес є нестационарним за математичним сподіванням.

Висновки

На підставі проведених теоретичних досліджень отримано нову аналітичну залежність (5), використання якої дає змогу привести до стаціонарного лінійно нестаціонарний за математичним сподіванням масив даних випадкового коливного процесу сільськогосподарських машин і машинних агрегатів за

статистичного оброблення результатів експериментальних досліджень. Адекватність розробленої аналітичної залежності (5) підтверджується прийнятним характером перебігу нормованої кореляційної функції випадкового коливального процесу, приведенного до стаціонарного.

Bulgakov V.¹, Adamchuk V.², Nadykto V.³, Ruzhylo M.⁴

¹National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine, 15 Heroiv Oborony Str., Kyiv, Ukraine, 03041; ²Institute of Mechanics and Automation of Agricultural Production of NAAS, 11 Vokzalna Str., vil. Hlevakha, Fastiv district, Kyiv oblast, Ukraine, 08631; ³D. Motornyi Tavria State Agrotechnological University, 18 B. Khmelnytskyi Ave., Melitopol, Zaporizhzhia oblast, Ukraine, 72310; e-mail: ¹vbulgakov@meta.ua; ²vvadamchuk@gmail.com; ³volodymyr.nadykto@tsatu.edu.ua; ⁴masha.ruzhilo@ukr.net; ORCID: ¹0000-0003-3445-3721, ²0000-0003-0358-7946, ³0000-0002-1770-8297, ⁴0000-0002-8794-3495

Development and justification of a new method of theoretical research of oscillating processes of functioning of agricultural machines and machine units

Goal. To improve the efficiency of processing and presenting the results of experimental studies of random oscillatory processes of agricultural machines and machine units. **Methods.** The basic provisions of higher mathematics, in particular mathematical statistics and variance-correlation analyzes of statistically random processes, were used during the research. **Results.** To achieve this goal, it is proposed to return the coordinate system with the

random process presented in it by a non-stationary mathematical expectation to an angle equal to the angle of inclination of the line approximating this random process. The further algorithm of actions provides recalculation of ordinates of non-stationary random processes in the new (returned) coordinate system. A comparison of the statistical characteristics of non-stationary and stationary processes shows that at the statistical level of 0.05 the null hypothesis about the equality of their mean values (according to Student's t-test) and variances of oscillations (according to Fisher's F-test) is rejected. The normalized correlation function of a stationary random process at the same time, in contrast to a non-stationary one, is characterized by its normal course. **Conclusions.** Based on the conducted theoretical research the new analytical dependence (5) is obtained, the use of which allows lead to a stationary array the linearly non-stationary by mathematical expectation array of data of random oscillating process of agricultural machines and machine units by statistical processing of experimental research results. The adequacy of the developed analytical dependence (5) is confirmed by the acceptable nature of the normalized correlation function of a random oscillatory process reduced to a stationary one.

Key words: stationarity, approximation, mean value, variance, normalized correlation function.

DOI: <https://doi.org/10.31073/agroviznyk202206-06>

Бібліографія

1. Пугачов О.М. Аналіз деяких моделей для прогнозування нестаціонарних процесів. Київ: Інтернаука, 2016. С. 197–200.

2. Мейш В.Ф., Мейш Ю.А. Нестаціонарні хвильові процеси в системі сферична оболонка — двошарове ґрунтове середовище. *Доповіді Національної академії наук України*, 2018. № 7. С. 40–46.

3. Павлов А.Н., Филатова А.Е., Храмов А.Е. Частотно-временной анализ нестационарных процессов: концепции вейвлетов и эмпирических

мод. *Известия вузов «ПНД»*, 2011. Т. 12. № 2. С. 141–157.

4. Changqing Cheng, Akkarapol Sa-Ngasoongsong, Omer Beyca et al. Time series forecasting for nonlinear and non-stationary processes: a review and comparative study. 2015. *IIE Transactions*. V. 47:10. P. 1053–1071. doi: 10.1080/0740817X.2014.999180

5. Carlos Granero-Belinchyn, Stüphan G. Roux, Nicolas B. Garnier. Information Theory for Non-Stationary Processes with Stationary Increments.

Entropy, 2019. V. 21. P. 1223. doi: 10.3390/e21121223

6. Лурье А.Б. Статистическая динамика сельскохозяйственных агрегатов. Ленинград: Колос, 1970. 254 с.

7. Лурье А.Б., Нагорский И.С., Озеров В.Г., и др. Моделирование сельскохозяйственных агрегатов и их систем управления; под ред. А.Б. Лурье. Ленинград: Колос, 1979. 312 с.

8. Доспехов Б.А. Методика полевого опыта (с основами статистической обработки результатов исследований). Москва: Агропромиздат, 1985. 351 с.

9. Купер Дж., Макгиллем К. Вероятностные методы анализа сигналов и систем. Москва: Мир, 1989. 376 с.

10. Жуковский Е.Е., Кисилева Т.Л., Мандельштам Т.Л. Статистический анализ случайных процессов. Москва–Ленинград: Гидрометеиздат, 1976. 408 с.

11. Надикто В.Т. Основи наукових досліджень. Херсон: ОЛДІ–ПЛЮС, 2017. 268 с.

12. Белов В., Булгаков В., Адамчук В. и др. Основа проведения научных исследований в области агроинженерии. Болгария, Русе: Академическое издание Русенский университет, 2021. 200 с.