

ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ



Науково-дослідна частина
Рада молодих вчених
Наукове товариство студентів, аспірантів і докторантів



ПРОГРАМА

XVII Університетської науково-практичної конференції
студентів, аспірантів, докторантів і молодих учених
«МОЛОДА НАУКА-2024»
17-22 квітня 2024 року

Том 3

Секція «Методика навчання фізики та природничих наук»

Секція «Фізичні науки»

Секція «Історичні науки»

Секція «Математичні науки»

2024=УДК: 001 (06)

М 754

РЕДАКЦІЙНА КОЛЕГІЯ

Фролов М.О. – в. о. ректор ЗНУ;

Васильчук Г.М. – проректор з наукової роботи;

Арабаджиев Д.Ю. – начальник науково-дослідної частини;

Белоконь К.В. – заступник директора з наукової роботи Інженерного навчально-наукового інституту ім. Ю.М. Потебні ЗНУ;

Білівненко С.М. – заступник декана з наукової роботи історичного факультету;

Бобришева К.О. – голова НТ САД факультету іноземної філології;

Будько Д.З. – голова НТ САД економічного факультету;

Вербицька Т.А. – голова НТ САД біологічного факультету;

Євтушенко Д.С. – заступник декана з наукової роботи юридичного факультету;

Єгорова В.С. – голова НТ САД математичного факультету;

Залужна М.В. – заступник декана з наукової роботи факультету іноземної філології;

Зубцова Ю.С. – заступник декана з наукової роботи факультету соціальної педагогіки та психології;

Кайшева Д.О. – голова НТ САД факультету менеджменту;

Караулова С.І. – заступник декана з наукової роботи факультету фізичного виховання, здоров'я та туризму;

Ковпак В.А. – заступник декана з наукової роботи факультету журналістики;

Копійка В.В. – заступник декана з наукової роботи біологічного факультету;

Леонтьєва В.В. – заступник декана з наукової роботи математичного факультету;

Лепська Н.В. – заступник декана з наукової роботи факультету соціології та управління;

Линенко А.В. – заступник декана з наукової роботи економічного факультету;

Ляхов Г.І. – голова НТ САД юридичного факультету;

Меркулова О.В. – заступник декана з наукової роботи філологічного факультету;

Олійник О.М. – заступник декана з наукової роботи факультету менеджменту;

Рибка Д.О. – голова НТ САД факультету журналістики;

Руднік О.Р. – голова НТ САД ЗНУ;

Саражина Є.В. – голова НТ САД факультету фізичного виховання здоров'я та туризму;

Сінельнікова П.Д. – голова НТ САД факультету соціальної педагогіки та психології;

Тарабан Є.В. – голова НТ САД Інженерного навчально-наукового інституту ім. Ю.М. Потебні ЗНУ;

Хавер Д.І. – фахівець центру наукової роботи студентів НДЧ;

Харчева Д.Р. – голова-НТ САД філологічного факультету;

Носик М.О. – відповідальний за наукову роботу у ВСП «ЕПФК ЗНУ»;

Шумська А.Ю. – голова НТ САД історичного факультету;

Ясьмо О.В. – голова НТ САД факультету соціології та управління.

Збірник укладено за результатами XVII університетської науково-практичної конференції студентів, аспірантів, докторантів і молодих вчених «Молода наука-2024», що проходила з 17 по 22 квітня 2024 року.

Автори публікацій несуть відповідальність за достовірність фактичних даних, чіткість викладу тексту, цитування, а також мовно-стилістичний рівень написання матеріалів.

Збірник наукових праць студентів, аспірантів, докторантів і молодих вчених «Молода наука-2024»: у 5 т. / Запорізький національний університет. – Запоріжжя : ЗНУ, 2024. – Т.3. – 259 с.

УДК: 001 (06)

М 754

©Запорізький національний університет, 2024

©Автори публікацій, 2024

4. Терно С. Критичне мислення: чергова мода чи нагальна проблема. *Історія в школах України*. 2007. № 4. С. 13–15.
5. Технології розвитку критичного мислення учнів. Адаптований переклад з анг. Алан Кроуфорд, Е. Венди Саул, Самуел Метьюз, Джеймс Макінстер: за заг. ред. Олени Пометун. 2006. URL : <http://www.criticalthinking.expert/shop/tehnologiyirozvytku-krytychnogo-myslennya-uchniv>.

Усатенко Геннадій

аспірант математичного фак-ту

Леонт'єва В.В.

к.ф.-м.н., доц.

Кондрат'єва Н.О.

к.ф.-м.н., доц.

ОСОБЛИВОСТІ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІЧНОЇ СИСТЕМИ ІЗ ЗАПІЗНЕННЯМ

У світі, де складність технологічних процесів та систем невинно зростає, математичне моделювання стає незамінним інструментом для розуміння та оптимізації їх поведінки. Особливо актуальним є дослідження в області складних динамічних систем із запізненням, які широко зустрічаються в різноманітних галузях науки та техніки. Важливість цієї теми обумовлена тим, що врахування ефекту запізнення дозволяє створювати більш точні та реалістичні моделі, які краще відображають природу досліджуваних процесів. Дана робота присвячена детальному аналізу особливостей математичного моделювання динамічних систем із запізненням, розгляду ключових аспектів побудови математичних моделей систем, методах їх аналізу та специфіці розв'язання відповідних рівнянь, що надає додатковий внесок у розвиток методології дослідження та використання розглядуваних динамічних систем.

Розглядаючи особливості математичного моделювання динамічних систем із запізненням, варто зазначити, що ключовим аспектом є коректне врахування часової затримки в рівняннях, що описують поведінку (рух) досліджуваної динамічної системи. Так, вибір функціональної форми запізнення може суттєво вплинути на поведінку моделі [1]. Зокрема, для біологічних систем, в нейрології, фізиці й економіці часто більш адекватним є використання розподіленого запізнення, яке враховує кумулятивний ефект минулих станів системи [2-4]. При цьому потрібно зазначити, що вибір типу запізнення (точкове, розподілене, змінне) повинен базуватися на фізичній природі досліджуваного процесу та може критично впливати на адекватність моделі. При побудові моделей із запізненням важливо також враховувати

можливість наявності множинних запізнень, які можуть виникати в складних системах з декількома взаємодіючими підсистемами. Крім того, в деяких випадках доцільно розглядати моделі з запізненнями, які залежать від стану системи. Зазначені моделі є особливо актуальними в біології та медицині, наприклад, при моделюванні процесів регуляції клітинного циклу. Ці моделі дозволяють враховувати складні механізми зворотного зв'язку та часові запізнення, які залежать від стану клітини, що є критичним для точного опису клітинної динаміки [5]. Також такі моделі застосовуються для вивчення циркадних ритмів та їх впливу на поділ клітин, де тривалість фаз клітинного циклу може змінюватися залежно від внутрішнього годинника клітини [6]. У дослідженнях раку моделі з зазначеними запізненнями допомагають зрозуміти механізми неконтрольованого поділу клітин та розробити стратегії таргетної терапії, враховуючи змінну чутливість ракових клітин до лікування залежно від фази їх циклу [7]. Також зазначені моделі використовуються для вивчення процесів диференціації стовбурових клітин, де час, необхідний для активації генів, може залежати від поточного стану клітини та сигналів з навколишнього середовища. У системній біології моделі з залежним від стану запізненням застосовуються для аналізу складних генних та метаболічних мереж, де запізнення у експресії генів та синтезі білків можуть суттєво впливати на динаміку системи [8]. Часові запізнення дозрівання комах, тварин і навіть клітин крові можуть залежати від щільності популяції [9]. Залежні від стану запізнення також дуже часто виникають у нервовій системі. Наприклад, у зіничному світловому рефлексі запізнення є функцією інтенсивності світла. Така широка застосовність моделей з залежними від стану запізненнями у біології та медицині підкреслює їх важливість для розуміння складних клітинних процесів та розробки нових терапевтичних підходів. Залежні від стану запізнення також виникають і у ряді інженерних застосувань, включаючи фрезерування, системи охолодження, а також у просторово розгалужених мережах [10].

Варто зауважити, що моделювання систем із запізненням вимагає особливого математичного апарату, оскільки традиційні методи аналізу звичайних диференціальних рівнянь часто виявляються недостатніми для адекватного опису та дослідження таких систем. Ця особливість зумовлена тим, що системи із запізненням належать до класу функціонально-диференціальних рівнянь, де стан системи залежить не лише від поточного моменту часу, але й від її попередніх станів (її значень у минулому) [11]. Для аналізу стійкості систем із запізненням широко застосовується метод функціоналів Ляпунова-Красовського, який є узагальненням класичного методу функцій Ляпунова та дозволяє враховувати вплив історії системи на її поточну динаміку [11-13]. Даний метод є потужним інструментом для аналізу стійкості систем із запізненням, але його застосовність не є універсальною для всіх типів запізнень. Так, наприклад, для систем з постійним запізненням метод є найбільш ефективним і широко застосовуваним, для систем з розподіленим запізненням також успішно застосовується, але може вимагати більш складних конструкцій функціоналів, для систем із залежними від стану запізненнями

застосування методу ускладнюється й потрібними стають модифіковані підходи, для нейтральних систем із запізненням метод вимагає особливої уваги до властивостей похідної, для систем з множинними запізненнями складність використання методу зростає зі збільшенням кількості запізнень, для систем зі змінними запізненнями метод вимагає додаткових умов на швидкість зміни запізнення, для стохастичних систем із запізненням використовуються стохастичні версії методу, для систем з нескінченним запізненням застосування методу вимагає спеціальних конструкцій функціоналів. Іншим потужним інструментом є метод D-розбиття, який дозволяє визначати області стійкості в просторі параметрів системи [14]. При цьому ефективність та застосовність зазначеного методу також варіюються залежно від типу запізнення: для систем з постійним запізненням метод є найбільш ефективним і широко застосовуваним, для систем з кількома постійними запізненнями складність використання методу зростає зі збільшенням кількості запізнень, для систем з розподіленим запізненням застосування методу вимагає додаткових математичних перетворень, для систем з періодичним запізненням метод може бути адаптований, але здійснюваний аналіз за його використанням ускладнюється, для систем з залежним від стану запізненням застосування класичного методу D-розбиття є обмеженим і потрібними стають модифіковані підходи, для нейтральних систем із запізненням метод вимагає особливої уваги до властивостей характеристичного квазіполінома, для систем зі змінними запізненнями використовуються модифіковані версії методу, для стохастичних систем із запізненням використовуються спеціальні підходи для аналізу стохастичної стійкості. Також у цьому контексті варто звернути увагу на застосування методів частотного аналізу для дослідження систем із запізненням [11, 14], які, будучи заснованими на аналізі частотних характеристик системи, надають потужний інструментарій для оцінки стійкості та якості перехідних процесів. Умови застосування частотних методів також є різними: особливо ефективними ці методи є для лінійних систем із постійним запізненням, де вони дозволяють візуалізувати вплив запізнення на динаміку системи; для систем з одним запізненням широко застосовується метод Найквіста, адаптований для врахування трансцендентної природи характеристичного рівняння; у випадку множинних запізнень використовуються узагальнені частотні методи, які дозволяють аналізувати взаємодію різних запізнень; для систем з розподіленим запізненням розроблені спеціальні підходи, що враховують інтегральний характер запізнення у частотній області; для аналізу нелінійних систем із запізненням використовується метод гармонічного балансу, дозволяючи оцінювати наявність та параметри періодичних розв'язків; для систем зі змінним запізненням частотні методи вимагають додаткових модифікацій, але залишаються корисним інструментом аналізу. Також важливо відзначити, що частотні методи часто доповнюють інші підходи, такі як згадані вище метод D-розбиття або метод функціоналів Ляпунова-Красовського, надаючи додаткове розуміння динаміки системи із запізненням.

Для чисельного моделювання систем із запізненням розроблено спеціальні методи, такі як метод кроків та псевдоспектральні методи, які

враховують специфіку рівнянь із запізненням [1, 11, 15]. Аналіз біфуркацій у таких системах вимагає застосування теорії нормальних форм та методу центральних многовидів, адаптованих для функціонально-диференціальних рівнянь [16]. Крім того, для систем із багатьма запізненнями або розподіленим запізненням розробляються спеціальні асимптотичні методи та методи усереднення [17]. Особливу складність представляє аналіз стохастичних систем із запізненням, де необхідно враховувати взаємодію випадкових процесів та ефектів запізнення, що вимагає розробки спеціальних методів стохастичного аналізу [18, 19]. Отже, моделювання систем із запізненням не лише вимагає адаптації існуючих методів, але й стимулює розвиток нових математичних підходів, що робить цю область активним напрямком досліджень у прикладній математиці та теорії динамічних систем.

Підсумовуючи, можна стверджувати, що математичне моделювання динамічних систем із запізненням є потужним інструментом для дослідження широкого класу явищ у різних галузях науки та техніки. Особливості таких систем вимагають розробки спеціальних методів аналізу та чисельного розв'язання, що відкриває нові перспективи для наукових досліджень. Водночас, застосування цих методів на практиці вимагає ретельного вибору підходу та врахування специфіки конкретної задачі. Перспективними напрямками подальших досліджень у цій галузі є розробка ефективних методів оцінювання параметрів моделей із запізненням на основі експериментальних даних, дослідження стохастичних систем із запізненням та їх застосування в фінансовому моделюванні, розвиток теорії оптимального керування для систем із запізненням, а також застосування методів машинного навчання для аналізу та прогнозування поведінки складних систем із запізненням. Особливо цікавим є напрямок інтеграції моделей із запізненням з методами штучного інтелекту, застосування якого може відкрити нові можливості для прогнозування й керування складними динамічними системами в реальному часі. Отже, ця область дослідження залишається актуальною й перспективною, відкриваючи нові можливості для розуміння складних процесів у природі, техніці та суспільстві.

Література

1. Bocharov G. A., Rihan F. A. Numerical modelling in biosciences using delay differential equations. *Journal of Computational and Applied Mathematics*. 2000. Vol. 125, No. 1-2. P. 183-199.
2. MacDonald N. *Biological Delay Systems: Linear Stability Theory*. Cambridge, UK : Cambridge University Press, 1989. 235 p.
3. Kuang Y. *Delay Differential Equations: With Applications in Population Dynamics*. Boston, USA : Academic Press, 1993. 398 p.
4. Анісімов І. О. Коливання та хвилі : навч. посіб. Київ : «Київський університет», 2009. 399 с.

5. Tyson J. J., Novak B. Regulation of the eukaryotic cell cycle: molecular antagonism, hysteresis, and irreversible transitions. *Journal of Theoretical Biology*. 2001. Vol. 210, No. 2. P. 249-63. doi: 10.1006/jtbi.2001.2293.
6. Goldbeter A. Biochemical Oscillations and Cellular Rhythms : The Molecular Bases of Periodic and Chaotic Behaviour. Cambridge, UK : Cambridge University Press, 1996. 632 p.
7. Altinok A., Lévi F., Goldbeter A. A cell cycle automaton model for probing circadian patterns of anticancer drug delivery. *Advanced Drug Delivery Reviews*. 2007. Vol. 59, No. 9-10. P. 1036-1053.
8. Alon U. An Introduction to Systems Biology: Design Principles of Biological Circuits. Boca Raton, USA : Chapman and Hall/CRC, 2006. 320 p.
9. Gurney W. S. C., Nisbet R. M., Lawton J. H. The systematic formulation of tractable single-species population models incorporating age structure. *Journal of Animal Ecology*. 1983. Vol. 52, No. 2. P. 479-495.
10. Insperger T., Stépán G. Semi-Discretization for Time-Delay Systems : Stability and Engineering Applications. New York, USA : Springer, 2011. 174 p.
11. Хусайнов Д. Я., Шатирко А. В. Динамічні системи з післядією : навч. посіб. Київ : ВПЦ «Київський університет», 2018. 153 с.
12. Шатирко А. В., Хусайнов Д. Я. Стійкість нелінійних систем з післядією : навч. посіб. Київ : ДП «Інформаційно-аналітичне агентство», 2012. 74 с.
13. Шатирко А. В., Хусайнов Д. Я. Отримання умов абсолютної стійкості систем непрямого регулювання методом функціоналів Ляпунова-Красовського. *Вісник Київського національного університету ім. Т. Г. Шевченка. Серія: Фіз.-мат. Науки*. Київ : Київський національний університет ім. Т. Г. Шевченка, 2009. Вип. 4. С. 145-152.
14. Боровська Т. М. Теорія автоматичного управління : курс лекцій. Вінниця : ВНТУ, 2018. 256 с.
15. Bellen A., Zennaro M. Numerical methods for delay differential equations. Oxford University Press, 2003. 395 p.
16. Hale J. K., Verduyn Lunel S. M. Introduction to Functional Differential Equations. New York, USA : Springer-Verlag, 1993. 458 p.
17. Mitropolsky Y. A., Samoilenko A. M., Martynyuk D. I. Systems of Evolution Equations with Periodic and Quasiperiodic Coefficients. Dordrecht, Netherlands : Springer, 1993. 312 p.
18. Mohammed S.-E. A. Stochastic Functional Differential Equations. Boston, USA : Pitman Advanced Publishing Program, 1984. 245 p.