



УДК 621.92

АНАЛІЗ МЕТОДІВ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ЗМІШУВАННЯ КОРМІВ

Дереза О.О., к.т.н.

Дереза С.В., інженер

Таврійський державний агротехнологічний університет

Тел. (0619) 42-24-36

Анотація – у статті шляхом теоретичного дослідження існуючих математичних моделей змішувальних апаратів отримані аналітичні залежності для опису процесу руху матеріалів у змішувачі.

Ключові слова – змішувальний апарат, концентрація ключового компоненту, дифузійна модель, чарункова модель.

Постановка проблеми. Вивчення властивостей будь-якого апарата або машини шляхом аналізу аналогічних властивостей їх на моделі являє собою процес моделювання. Розрізняють моделювання фізичне та математичне.

Фізичне моделювання передбачає вивчення властивостей об'єкта моделювання на його зменшеній моделі, що дозволяє знизити витрати на проведення необхідних експериментів. Пошук кращого конструктивного втілення ідеї винахідника методом натурного експерименту потребує великих матеріальних витрат і тривалий за часом. Справа значно спрощується, якщо на стадії проектування дослідного зразка змішувача скористатися методом математичного моделювання.

Аналіз останніх досліджень. Математична модель реальної системи є її формалізованим описом, який дозволяє вивчити систему математичними методами. Звичайно вона складається з сукупності співвідношень (рівнянь, нерівностей, логічних умов, формул тощо), що визначають характеристики станів системи залежно від її параметрів, вхідних сигналів, початкових умов і часу.

Структура математичної моделі змішувального апарату визначається характером переміщень часток компонентів, що змішуються, по внутрішньому його об'єму, тобто гідродинамікою, а, вірніше, в даному випадку механікою потоку сипкої маси. Найбільш повно характер руху сипкої маси можна було б описати за допомогою поля швидкостей.



Формулювання мети статті. Для самих різноманітних потоків матеріалу, які можуть виникнути в реальних змішувальних апаратах, можна підібрати математичну модель з так званих типових моделей, яка найбільш підходить.

Сам процес моделювання може здійснюватися за допомогою різних підходів, і в дійсний час їх класифікація включає наступні методи [3]:

- емпіричні;
- аналізу структури потоків матеріалу за допомогою функції розподілення часу перебування часток всередині апарату;
- механіки суцільних середовищ;
- ентропійно-інформаційні;
- статистичні.

Широке розповсюдження серед дослідників отримали наступні типові математичні моделі структури потоку матеріалу: моделі ідеального витиснення та ідеального змішування, дифузійна та комбінована моделі.

Основна частина. Модель ідеального витиснення припускає поршневе переміщення матеріалу вздовж апарату без перемішування часток в напрямку цього переміщення. В напрямі ж, який перпендикулярний руху, компоненти матеріалу вважаються розподіленими рівномірно.

Рівняння цієї моделі записується в наступному вигляді:

$$\frac{dc}{dt} = -W \frac{dc}{dx}, \quad (1)$$

де c – концентрація ключового компонента, проц.;

t – час, с;

W – лінійна швидкість потоку, м/с;

x – координата, м.

Ця модель не передбачає перемішування часток в змішувальному апараті. Отже, для опису процесу змішування компонентів, які інертні по відношенню один до одного в змішувальних апаратах, модель ідеального змішування не підходить

$$\left(\frac{dc}{dx} = 0; \frac{dc}{dt} = 0 \right). \quad (2)$$

Модель ідеального змішування приймається для тих потоків, при яких в апараті частки матеріалу практично миттєво рівномірно розподіляються по всьому його об'єму. Вона описується рівнянням:

$$\frac{dc}{dt} = \frac{Q}{V} (c_{\text{вх}} - c_{\text{вих}}), \quad (3)$$

де V – внутрішній об'єм апарата, м³;

Q – об'ємна швидкість подачі матеріалу в апарат, м³/с;

$c_{\text{вх}}$ і $c_{\text{вих}}$ – концентрація ключового компонента в потоці, що входить та виходить з апарату, проц.

Апарат, в якому існує потік матеріалу, що моделюється моделлю ідеа-



льного змішування, є ідеальним змішувачем: в ньому величина коефіцієнту неоднорідності суміші дорівнює нулю, точно так, як дорівнює нулю й час змішування. Модель ідеального змішування у чистому вигляді мало відповідає дійсному процесу перемішування часток матеріалу, який спостерігається в апаратах для змішування сипких матеріалів.

Дифузійна модель відповідає потоку з поршнеvim рухом матеріалу, який ускладнено повздовжнім або поперечним, а іноді й тим та іншим одночасно перемішуванням часток, що підкоряються закону дифузії. Якщо спостерігається тільки повздовжнє перемішування часток, то дифузійна модель, що називається в такому випадку однопараметричною, описується рівнянням

$$\frac{dc}{dt} = -W \frac{dc}{dx} + \bar{D}_L \frac{d^2c}{dx^2}, \quad (4)$$

де \bar{D}_L – коефіцієнт повздовжнього перемішування.

При наявності одночасно повздовжнього та поперечного перемішування часток дифузійна модель називається двопараметричною і описується рівнянням:

$$\frac{dc}{dt} = -W \frac{dc}{dx} + \bar{D}_L \frac{d^2c}{dx^2} + \frac{\bar{D}_R}{R} \cdot \frac{d}{dR} \left(R_n \frac{dc}{dR} \right), \quad (5)$$

де \bar{D}_R – коефіцієнт поперечного перемішування;

R_n – радіус поперечного перерізу апарата, м.

Дифузійною моделлю можна описати процес змішування в більшості змішувачів. Однак для вирішення рівняння цієї моделі необхідно знати величини \bar{D}_L та \bar{D}_R . Як правило їх значення знаходять експериментально на дослідних зразках змішувача, що значно знижує цінність цієї моделі.

Комбіновані моделі найчастіше складають для апаратів, які мають байпасні та циркуляційні потоки, застійні зони. Рівняння комбінованої моделі є комбінацією рівнянь для моделей окремих зон, що складена з урахуванням послідовності та способу з'єднання зон потоком матеріалу. При великій кількості зон практично будь-який складний процес може бути описаний комбінованою моделлю, однак із-за громіздкості рівнянь, що отримуються при цьому, сам процес моделювання значно ускладнюється.

Якість суміші, що отримується, можна оцінити за різними критеріями [1]. Практично всі вони емпіричні. При розробці математичних моделей процесів змішування, головним вихідним параметром яких є якість суміші, що отримується, може бути вибраний теоретичний критерій [4], наприклад КС-ентропія (ентропія Колмогорова-Крилова-Сіная) [5].

Величина ентропії H задається наступним виразом [2]:

$$H = - \sum_{i=1}^{k_c} P_i \log_{k_c} P_i, \quad (6)$$

де P_i – вірогідність виявлення i -тої компоненти суміші в деякому об'ємі



кінцевого стану, що аналізується;

k_c – кількість компонентів, що змішуються.

У процесі змішування значення ентропії зростає, і найвища якість суміші, що отримується, відповідає її максимуму. Основна задача такого методу моделювання – визначення вірогідностей P_i за допомогою системи кінетичних рівнянь, яка в загальному виді без урахування зворотних циклів описується наступним чином:

$$\frac{d\rho_\alpha^i(t)}{dt} = f_i(t) - \sum_a v_a^1 \rho_\alpha^i(t - \tau_a^i), \quad (7)$$

$$\frac{d\rho_\beta^i(t)}{dt} = \sum_a v_a^1 \rho_\alpha^i(t - \tau_a^i) - \sum_b v_b^1 \rho_\beta^i(t - \tau_b^i),$$

$$\frac{d\rho_\eta^i(t)}{dt} = \sum_n v_n^1 \rho_\eta^i(t - \tau_n^i). \quad (8)$$

Дана система (8) складається з неоднорідних лінійних диференціальних рівнянь першого порядку. Її рішення можна проводити як чисельно, так і аналітично. Кількість рівнянь в системі визначається числом $k_c \eta$, де η – кількість можливих зон локалізації матеріалу. Вираз $\rho_\alpha^i(t)$ – вірогіднісні функції потоку i -тих компонентів з деякої зони α в іншу зону.

Мета рішення системи (8) заключається в отриманні всіх функцій $\rho_\eta^i(t)$, які визначають потік часток матеріалу в кінцеву зону η . Величини v_a^1 являються ваговими коефіцієнтами, що визначають частину потоку i -тої компоненти по деякому шляху a . Їх можна оцінити аналітично або експериментально. За сенсом вони виражають число часток, що проходять в одиницю часу заданим шляхом. Число таких коефіцієнтів дорівнює кількості можливих шляхів переходу i -тої компоненти із зони α в зону β . Значення часу τ_a^i визначає можливе запізнення вказаної частки потоку i -тої компоненти при переході в зону β . Верхній індекс i показує, що дані величини можуть відрізнятися для різних компонентів суміші. Значення τ_a^i будуть залежать від конструкційних та режимних параметрів змішувача, тому дані параметри неявним чином входять в рівняння системи (8). Їх конкретну величину визначають експериментальним шляхом, або оцінюють аналітично, знаючи закони руху i -тої компоненти суміші по заданому шляху a . Функції $f_i(t)$ задають форму вхідних потоків, що йдуть від дозуючих пристроїв. Часто вони мають вид деяких періодичних функцій, наприклад, синусоїд.

Слід відмітити, що збільшення точності опису процесу змішування та оцінки якості суміші, яка отримується, суттєво збільшує число можливих зон η . Після рішення системи (8) нормують всі отримані функції $\rho_\eta^i(t)$ по всьому вхідному потоку наступним чином:



$$P_i(t) = \frac{1}{\sum_{i=1}^{k_c} f_i(t)} \cdot \frac{dp_n^i(t)}{dt}, \quad (9)$$

отримуючи вірогідності $P_i(t)$, що знаходяться для кожного з компонентів. Підставивши знайдені значення вірогідностей $P_i(t)$ в формулу (9), визначимо значення ентропії як функції часу та параметрів змішувача. Варіюючи ці параметри в заданому діапазоні, можна спостерігати за зміною ентропії суміші, що отримується [6].

Необхідність більш детального дослідження процесу, ніж це допускається аналітичними рішеннями, приводить до застосування чисельних методів, серед яких найбільш наглядним з точки зору складання рівнянь балансу є чарункові моделі та моделі, що ґрунтуються на теорії ланцюгів Маркова [7], причому якщо мова йде про потоки маси, то моделі зводяться до чарункових, а якщо про потоки вірогідності, то до ланцюгових.

Чарункова модель припускає, що потік матеріалу послідовно проходить крізь декілька чарунок, на які розбито увесь об'єм апарату, й що в межах кожної частки матеріалу ідеально перемішуються. Вона описується m -им числом лінійних диференціальних рівнянь першого порядку:

$$\frac{1}{m} \cdot \frac{dc}{dt} = \bar{\phi}_h (c_{i-1} - c_i), \quad (10)$$

де $i = 1, 2, \dots, m$;

m – кількість чарунок;

$\bar{\phi}_h$ – середній час перебування часток в чарунках від першої до $(i-1)$ -ої,

c ;

C – крива для чарункової моделі, яка описується рівнянням

$$C = \frac{c}{c_0} = \frac{m^m}{(m-1)!} e^{-m\bar{\phi}_h}. \quad (11)$$

Зв'язок між числом чарунок m , на які розбито увесь апарат, та дисперсією функції перебування (C -кривої) приблизно можна виразити рівнянням

$$S^2 = \frac{1}{m} \cdot 2 \frac{\bar{D}_L}{WL}. \quad (12)$$

При $m = 1$ чарункова модель переходить в модель ідеального змішування, а при $m = \infty$ - в модель ідеального витіснення.

Опис процесу змішування з точки зору отримання однорідної по складу суміші зводиться до визначення концентраційних полів і траєкторії руху компонентів суміші.

Висновки. Чарункова модель може бути успішно використана для опису процесу змішування сипких матеріалів в змішувачах безперервної дії та в змішувачах періодичної дії з вираженою внутрішньою циркуляцією матеріалу по замкненому контуру.



Література.

1. *Макаров Ю.И.* Аппараты для смешения сыпучих материалов / *Ю.И. Макаров* – М.: «Машиностроение», 1973. – 216 с.
2. *Кафаров В.В.* Системный анализ процессов химической технологии. Процессы измельчения и смешения сыпучих материалов / *В.В. Кафаров, И.Н. Дорохов, С.Ю. Арутюнов* – М.: Наука, 1985. – 440 с.
3. *Ахмадиев Ф.Г.* Моделирование и реализация способов приготовления смесей. - Журнал Всесоюзного хим. общества им. Д.И. Менделеева / *Ф.Г. Ахмадиев, А.А. Александровский* – Т. XXXIII. №4. 1988.
4. *Иванец В.Н.* Энтропийный подход к оценке процесса смешивания сыпучих материалов / *В.Н. Иванец, И.А. Бакин, Г.Н. Белоусов* - Хранение и переработка сельскохозяйственного сырья. - №11. 2002.
5. *Колмогоров А.Н.* - ДАН. СССР. 1959. Т. 124.
6. *Бакин И.А.* Моделирование процесса смешивания энтропийно - информационным методом / *И.А. Бакин, Г.Н. Белоусов, А.И. Саблинский* – Новые технологии в научных исследованиях в образовании. Материалы Всероссийской научно - практической конференции. ч.1., г. Юрга. 2001.
7. *Марик К.* Математическая модель процесса непрерывного смешения сыпучих материалов / *К. Марик, Е.А. Баранцева, В.Е. Мизонов, А. Бертъе* - Изв. вузов «Химия и хим. технология», т. 44, вып. 2, 2001, с. 121-123.

АНАЛИЗ МЕТОДОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССА СМЕШИВАНИЯ КОРМОВ

Дережа Е.А., Дереза С.В.

Аннотация

В статье путем теоретического исследования существующих математических моделей смесительных аппаратов получены аналитические зависимости для описания процесса движения материалов в смесителе.

ANALYSIS OF METHODS OF DESIGN OF PROCESS OF MIXING OF FORAGE

O. Dereza, S. Dereza

Summary

The analysis of theoretical research of existent mathematical models of mixer vehicles analytical dependences are got for description of process of motion of materials in a mixer.