

Міністерство освіти і науки України
Таврійський державний агротехнологічний університет
імені Дмитра Моторного

ВОВК О. Ю., КВІТКА С. О., ПОПОВА І. О.

ЛІНІЙНІ ЕЛЕКТРИЧНІ КОЛА ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

Навчальний посібник

Запоріжжя

2023

УДК 621.3
В 61

*Рекомендовано Вченою радою Таврійського державного агротехнологічного
університету імені Дмитра Моторного
(Протокол № 12 від 30 червня 2023 р.)*

Рецензенти:

Островерхов М. Я., доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри «Теоретична електротехніка», Національний технічний університет України «Київський політехнічний університет імені Ігоря Сікорського»

Тиховод С. М., доктор технічних наук, доцент, професор кафедри «Електропривод та автоматизація промислових установок», Національний університет «Запорізька політехніка»

Діордієв В. Т., доктор технічних наук, професор, професор кафедри «Електротехніка і електромеханіка» імені професора В. В. Овчарова, Таврійський державний агротехнологічний університет імені Дмитра Моторного

Вовк О. Ю.

В 61 Лінійні електричні кола постійного струму: навчальний посібник / О. Ю. Вовк, С. О. Квітка, І. О. Попова, ТДАТУ. – Запоріжжя : ВПЦ «Люкс», 2023. – 227 с.

У навчальному посібнику представлено матеріал з лінійних електричних кіл постійного струму, який розглядається на базі електромагнітних явищ. Наведено базові поняття електротехніки, закони електричних кіл, одиниці електричних величин, елементи електричних кіл, їх умовні графічні та літерні позначення. На прикладах певних розрахункових схем розглянуто існуючі методи і принципи розрахунків нерозгалужених та розгалужених лінійних кіл постійного струму. Навчальний посібник призначений для здобувачів ступеня вищої освіти «Бакалавр» зі спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка», але може використовуватись й іншими учасниками освітнього процесу

ISBN

© Вовк О.Ю., Квітка С.О., Попова І.О.
© Таврійський державний
агротехнологічний університет
імені Дмитра Моторного, 2023

ЗМІСТ

ВСТУП	5
ТЕМА 1	
ЛІНІЙНІ НЕРОЗГАЛУЖЕНІ ЕЛЕКТРИЧНІ КОЛА ПОСТІЙНОГО СТРУМУ	6
1.1 Електризація тіл	6
1.2 Взаємодія заряджених тіл	8
1.3 Електричний струм	15
1.4 Теплова дія електричного струму	19
1.5 Електричне коло і його елементи	22
1.6 Зображення електричного кола	24
1.7 Потенціальна діаграма електричного кола	26
1.8 Закони Ома	30
1.8.1 Закон Ома для ділянки електричного кола без електрорушійної сили	30
1.8.2 Закон Ома для замкненого електричного кола з однією електрорушійною силою	31
1.8.3 Закон Ома для замкненого електричного кола	32
1.8.4 Узагальнений закон Ома	34
1.9 Розрахунок нерозгалуженого електричного кола	36
1.10 Режими роботи електричного кола	41
1.11 Робота електричного кола при зміні навантаження	47
1.12 Джерела електричної енергії	55
1.13 Лінія електропередачі	64
1.14 Баланс потужностей	68
ТЕМА 2	
ЛІНІЙНІ РОЗГАЛУЖЕНІ ЕЛЕКТРИЧНІ КОЛА ПОСТІЙНОГО СТРУМУ	71
2.1 Закони Кірхгофа	71
2.2 Застосування законів Кірхгофа для розрахунку розгалужених кіл	73
2.3 Еквівалентні перетворення схем з'єднань опорів	82
2.3.1 Послідовне з'єднання опорів	82
2.3.2 Паралельне з'єднання опорів	83
2.3.3 Змішане з'єднання опорів	85
2.3.4 З'єднання опорів зіркою та трикутником	89

2.4 Еквівалентні перетворення схем з'єднань та перенесення джерел електрорушійних сил та струму	97
2.4.1 Послідовне з'єднання джерел електрорушійних сил	97
2.4.2 Паралельне з'єднання джерел електрорушійних сил	100
2.4.3 Послідовне з'єднання джерел струму	103
2.4.4 Паралельне з'єднання джерел струму	107
2.4.5 Паралельне з'єднання джерел електрорушійних сил та струму	110
2.4.6 Перенесення джерела електрорушійної сили за вузол	111
2.4.7 Перенесення джерела струму	114
2.5 Метод пропорційних величин	121
2.6 Метод контурних струмів	123
2.7 Метод вузлових потенціалів	135
2.8 Метод двох вузлів	147
2.9 Принцип суперпозиції (накладання)	153
2.10 Метод активного двополюсника (еквівалентного генератора)	168
2.11 Принцип взаємності	179
2.12 Принцип компенсації	188
2.13 Принцип варіації	188
2.14 Принцип лінійності	195
2.15 Чотириполюсники	201
2.15.1 Загальні положення	201
2.15.2 Рівняння чотириполюсника	202
2.15.3 Визначення коефіцієнтів чотириполюсника	209
2.15.4 Енергетичні показники чотириполюсника	219
2.15.5 Застосування чотириполюсника для розрахунку електричних кіл	222
СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ	227

ВСТУП

Дисципліна «Теоретичні основи електротехніки», є фундаментальною дисципліною, на базі якої вивчаються всі інші професійно-орієнтовані дисципліни спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» ступеня вищої освіти «Бакалавр». Це обумовлено тим, що сучасна електрифікація, починаючи з отримання електричної енергії і закінчуючи її перетворенням у інші види, базується головним чином на застосуванні різноманітних електричних і електромагнітних пристроїв. Тому задачею даного навчального посібника є навчання здобувачів вищої освіти основам електротехніки з метою підготовки їх як до вивчення інших дисциплін електротехнічного спрямування, так і до практичної діяльності.

Особливе значення при вивченні електротехніки мають знання фізичних явищ та законів, зокрема, семи електромагнітних явищ: електризації тіл, взаємодії зарядів, електричного струму, теплової дії електричного струму, електромагнетизму, електромагнітної індукції, електромагнітної сили, тому в навчальному посібнику наведені основні відомості про ці явища та закони.

На базі вказаних явищ і законів розглядаються лінійні електричні кола постійного струму, які є базою для вивчення роботи будь-якого електротехнічного пристрою. Наводяться основні співвідношення між фізичними величинами у зазначених колах та методи розрахунку вказаних кіл.

Перша тема посібника присвячена нерозгалуженим електричним колам. У ній розглядаються основи електрофізики, які потрібні для подальшого сприйняття матеріалу теоретичних основ електротехніки, а також базові поняття та співвідношення електричних кіл.

Друга тема посібника присвячена розгалуженим електричним колам. У ній розглядаються основні закони цих кіл, методи їх розрахунку та певні принципи розрахунку розгалужених кіл.

Навчальний посібник написаний таким чином, щоб здобувачі вищої освіти мали можливість самостійно вивчати матеріал про лінійні електричні кола постійного струму. Викладений теоретичний матеріал супроводжується значною кількістю прикладів, які спрямовані на додаткове роз'яснення викладеного матеріалу. Наприкінці кожного з пункту тем розміщено запитання та завдання для самоконтролю студентів, призначених для закріплення вивченого матеріалу.

Для успішного вивчення курсу теоретичних основ електротехніки необхідно послідовно і ритмічно виконувати програму вивчення, прагнучі повного розуміння викладеного матеріалу, не минаючи жодного розділу, тому що курс даної дисципліни є цільним та безперервним.

Тема 1

ЛІНІЙНІ НЕРОЗГАЛУЖЕНІ ЕЛЕКТРИЧНІ КОЛА ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

1.1 Електризація тіл

Речовини, з яких утворений навколишній нас світ, складаються з простих елементів – атомів. Кожний атом має ядро, навколо якого на орбітах обертаються електрони. Ядро знаходиться в центрі атома і має позитивний заряд, воно складається з протонів (мають позитивний заряд) і нейтронів (не мають заряду). Електрони мають негативний заряд і рухаються на великій відстані від ядра (якщо уявити собі атом розміром з 10-копійчану монету, то відстань між ядром і найближчими електронами буде дорівнювати 1 км).

У звичайному стані всі тіла електрично нейтральні, тобто кількість електронів у будь-якому тілі дорівнює кількості протонів у ньому, тому сума всіх негативних зарядів у тілі дорівнює сумі всіх позитивних зарядів. При певних умовах електрони, що входять до складу атомів одного тіла, можуть переходити до атомів іншого тіла. У результаті одне тіло втрачає деяку кількість електронів і набуває позитивний заряд, а інше тіло отримує ці електрони і набуває негативний заряд. Отже, **явище електризації тіла полягає у віддачі або приєднанні тілом деякої кількості електронів.** Електричні заряди не створюються і не зникають, вони можуть тільки переходити від одного тіла до іншого.

Електризація тіл може відбуватись внаслідок наступного: тертя тіл між собою (трибоелектричний ефект); піднесення або торкання зарядженого тіла до іншого (електризація внаслідок впливу); попадання на тіло променів Сонця (фотоефект); нагрівання тіла; хімічної реакції; тиску на тіло (п'езоефект).

Закон збереження електричного заряду полягає в тому, що алгебраїчна сума зарядів замкненої системи з часом не змінюється [1-9].

Математичний запис закону наступний:

$$\sum_1^n q_i = \text{const} , \quad (1.1)$$

де q_i – заряд i -го тіла, Кл.

Приклад 1.1

У замкненій системі є два тіла. Перше тіло має заряд **+0,1 Кл**. Друге тіло нейтральне. У результаті взаємодії цих тіл друге тіло віддало першому заряд **-0,1 Кл**. Як зарядилися тіла? Перевірте закон збереження заряду.

Розв'язок.

До взаємодії закон збереження електричного заряду запишеться так:

$$q_1 + q_2 = \text{const};$$
$$0,1 + 0 = 0,1.$$

Після взаємодії перше тіло стало нейтральним, а друге тіло придбало заряд $+0,1$ Кл. Тому після взаємодії закон збереження електричного заряду запишеться так:

$$q_1 + q_2 = \text{const};$$
$$0 + 0,1 = 0,1.$$

Уведемо поняття *точкового заряду*, під яким будемо розуміти заряджене тіло, розмірами якого в даних умовах можна знехтувати. Тому реальне тіло із сукупністю величезної кількості елементарних зарядів (рис.1.1) можна умовно замінити точкою із зарядом (рис.1.2), який дорівнює сумі елементарних зарядів цього тіла (за аналогією з матеріальною точкою в механіці).

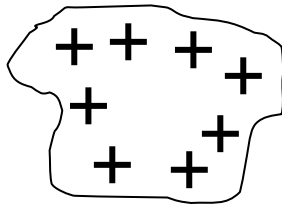


Рис.1.1

$$+ \bullet \quad q = \sum_1^n q_i$$

Рис.1.2

Запитання для самоконтролю

1. Опишіть будову атома.
2. У чому суть явища електризації тіл?
3. Коли тіло електрично нейтральне?
4. Коли тіло має позитивний заряд?
5. Коли тіло має негативний заряд?
6. Як можна наелектризувати тіла?
7. Сформулюйте закон збереження заряду.
8. Виконайте математичний запис закону.
9. Що є одиницею заряду?
10. Дайте визначення точкового заряду.

Завдання для самоконтролю

1. Тіло втратило **20 Кл** негативного заряду. Який заряд придбало це тіло?
2. Тіло придбало **30 Кл** негативного заряду і **30 Кл** позитивного заряду. Який результуючий заряд придбало це тіло?
3. Внаслідок електризації електрично нейтральне тіло отримало **5 Кл** негативного заряду. Визначити заряд тіла після електризації.
4. Тіло, яке має заряд **+15 Кл**, торкнулось іншого тіла, яке має заряд **-10 Кл**. Внаслідок цього від другого тіла до першого перейшов заряд **-3 Кл**. Визначити заряди тіл після електризації та перевірити закон збереження заряду.

1.2 Взаємодія заряджених тіл

Явище взаємодії заряджених тіл відкрив французький фізик Шарль Дюфе в 1730 році. Воно полягає в тому, що між зарядженими тілами існують сили притягання або відштовхування: **тіла, що мають заряд одного знаку, відштовхуються; а тіла, що мають заряд різного знаку, притягуються** (рис.1.3).

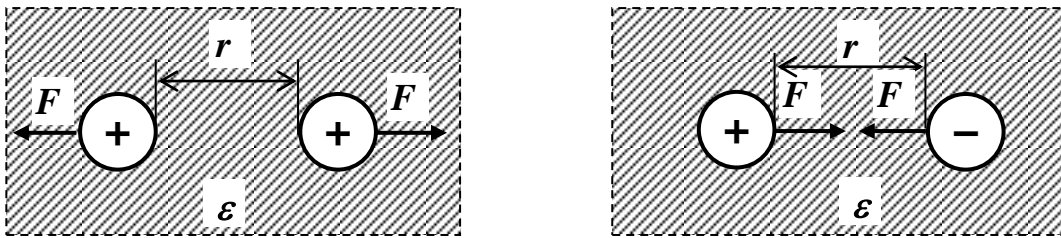


Рис.1.3

Заряджені тіла взаємодіють за допомогою **електричного поля**, що існує навколо них і є особливою формою матерії.

Закон взаємодії заряджених тіл експериментально відкрив французький фізик Шарль Кулон у 1785 році, і він має його ім'я. Формулюється він так: **два нерухомих точкових електричних заряди взаємодіють із силою, прямо пропорційною добутку модулів цих зарядів і обернено пропорційною квадрату відстані між ними і діелектричній проникності середовища та спрямованою уздовж лінії, яка з'єднує ці заряди** [1-9].

Математичний запис закону Кулона у скалярній формі:

$$F = \frac{q_1 \cdot q_2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot \epsilon_0 \cdot r^2}, \quad (1.2)$$

- де F – сила взаємодії між точковими зарядами, H ;
 q_1, q_2 – модулі точкових зарядів, $Кл$;
 r – відстань між точковими зарядами, $м$;
 ϵ_0 – електрична стала, $\Phi/м$;
 ϵ – відносна діелектрична проникність середовища, у якому знаходяться заряди.

$$[F] = \frac{\frac{Кл \cdot Кл}{\Phi \cdot м^2}}{\frac{Кл}{В} \cdot м} = \frac{Кл \cdot Кл}{\frac{А \cdot с}{В} \cdot м} = \frac{А \cdot с \cdot А \cdot с}{м} = \frac{В \cdot А \cdot с}{м} = \frac{Вт \cdot с}{м} = \frac{Дж}{м} = \frac{Н \cdot м}{м} = Н.$$

Електрична стала – це абсолютна діелектрична проникність вакууму. Вона дорівнює $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \Phi/м$. Відносна діелектрична проник-

ність середовища показує, у скільки разів сила взаємодії нерухомих точкових зарядів у певному середовищу менша у порівнянні із вакуумом.

Приклад 1.2

Два точкових заряди $q_1 = +4\pi \cdot 10^{-6} \text{ Кл}$ і $q_2 = -8,85 \cdot 10^{-6} \text{ Кл}$ знаходяться в середовищі з діелектричною проникністю в **20 разів** більшою, ніж у вакуумі, на відстані **0,1 м** один від одного (рис.1.4).

Як і з якою силою будуть взаємодіяти зазначені заряди?

Розв'язок.

1. Заряди мають протилежні знаки, тому вони будуть притягатися один до одного (рис.1.4).

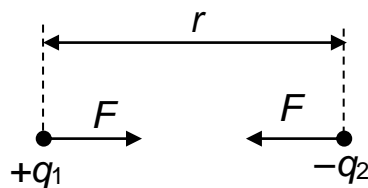


Рис.1.4

2. Силу взаємодії між точковими зарядами знаходимо за (1.2):

$$F = \frac{4\pi \cdot 10^{-6} \cdot 8,85 \cdot 10^{-6}}{4\pi \cdot 20 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,1^2} = 5 \text{ Н}.$$

Якщо необхідно визначити силу взаємодії між трьома і більше нерухомими точковими зарядами, то спочатку знаходять сили взаємодії між парами точкових зарядів (як показано у прикладі 1.2), а потім додають знайдені сили як вектори. Як приклад на рис.1.5 показано визначення рівнодіючої сила на один з трьох нерухомих точкових зарядів.

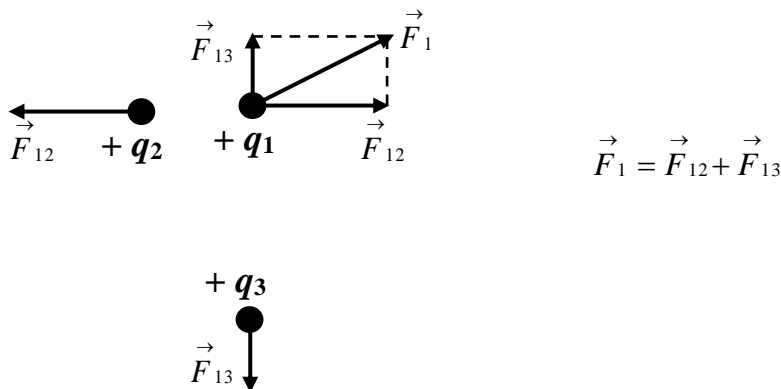


Рис.1.5

Електричне поле зарядженого тіла діє на електричні заряди, поміщені в будь-яку його точку, з певною силою. Уведемо поняття **пробного заряду**, під яким будемо розуміти позитивний заряд малої величини $q_{пр}$, який не створює власного електричного поля. Розташуємо його в полі позитивного заряду q . На пробний заряд з боку електричного поля позитивного заряду буде діяти сила F (рис.1.6).



Рис.1.6

Для силової характеристики електричного поля уведена **напруженість** електричного поля у певній точці, під якою розуміється фізична величина, яка чисельно дорівнює відношенню сили, з якою поле діє на пробний заряд, поміщений у певну його точку, до значення цього заряду, тобто

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_{пр}}, \quad (1.3)$$

де E – напруженість, V/m ;

F – сила, H ;

$q_{пр}$ – пробний заряд, $Кл$.

$$[E] = \frac{H}{Кл} = \frac{H}{A \cdot c} = \frac{Дж}{м \cdot A \cdot c} = \frac{Вт \cdot c}{м \cdot A \cdot c} = \frac{В \cdot A}{A \cdot м} = \frac{В}{м}.$$

Приклад 1.3

Точковий заряд $q = +4\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} Кл$ знаходиться в середовищі з відносною діелектричною проникністю $\epsilon = 10$. Визначити напруженість електричного поля в точці, що знаходиться на відстані $0,05 м$ від заряду.

Розв'язок.

Дослідження електричного поля здійснюємо за допомогою точкового заряду (рис.1.7).

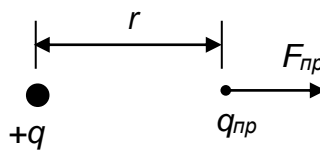


Рис.1.7

Сила, що діє на пробний заряд, згідно рис.1.7 та закону Кулона визначається так:

$$F_{пр} = \frac{q \cdot q_{пр}}{4\pi \cdot \epsilon \cdot \epsilon_0 \cdot r^2}. \quad (1.4)$$

Підставивши (1.4) в (1.3) та перетворивши, знаходимо розрахункову формулу напруженості у певній точці електричного поля:

$$E = \frac{q}{4\pi \cdot \epsilon \cdot \epsilon_0 \cdot r^2}. \quad (1.5)$$

Підставивши значення фізичних величин у (1.5), знаходимо напруженість у даній в умові точці електричного поля:

$$E = \frac{4\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}}{4\pi \cdot 10 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,05^2} = 40 \frac{B}{M}.$$

Напрямок вектора напруженості збігається з напрямком вектора сили, яка діє з боку електричного поля на пробний заряд, розміщений у певній його точці. Електричне поле, в якому напрям і значення напруженості в усіх точках однакові, називається **однорідним**. Таке електричне поле утворюється, наприклад, між плоскими паралельними пластинами, які заряджені протилежними знаками (рис.1.8).

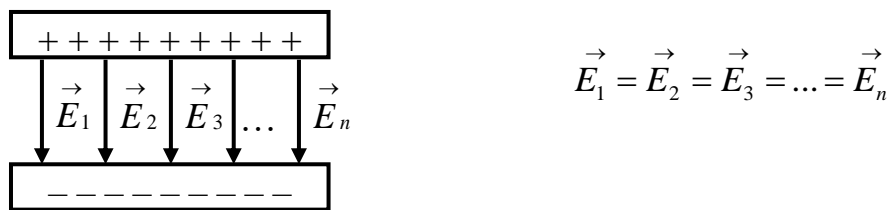


Рис.1.8

Якщо електричне поле утворено декількома нерухомими точковими зарядами (рис.1.5), то результуюча напруженість такого поля визначається за **принципом суперпозиції електричних полів**, який формулюється так: повна напруженість електричного поля у певній його точці дорівнює геометричній сумі напруженостей полів, створених у цій точці окремими точковими зарядами [1-9]. Математичний запис принципу суперпозиції електричних полів:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n. \quad (1.6)$$

Пробний заряд, поміщений у певну точку електричного поля, під дією сили з боку електричного поля у початковий момент часу може почати переміщуватись у певному напрямку (рис.1.6). Тому пробний заряд, поміщений у певну точку електричного поля, має потенціальну енергію (за аналогією з матеріальним тілом, піднятим над землею, на яке діє сила тяжіння). Для енергетичної характеристики електричного поля введений **потенціал** електричного поля у певній його точці, під яким розуміється фізична величина, що чисельно дорівнює відношенню потенціальної енергії, якою володіє пробний заряд, поміщений у певну точку поля, до значення цього заряду, тобто

$$\varphi = \frac{W_n}{q_{np}}, \quad (1.7)$$

де φ – потенціал, В;
 W_n – потенціальна енергія, Дж;
 $q_{пр}$ – пробний заряд, Кл.

$$[\varphi] = \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}} = \frac{\text{Вт} \cdot \text{с}}{\text{А} \cdot \text{с}} = \frac{\text{В} \cdot \text{А}}{\text{А}} = \text{В}.$$

Приклад 1.4

Точковий заряд $q = +4\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-11}$ Кл знаходиться в середовищі, відносна діелектрична проникність якого $\varepsilon = 10$. Визначити потенціал точки електричного поля, яка знаходиться на відстані 0,01 м від заряду.

Розв'язок.

Потенціал точки електричного поля визначається за (1.7).

Потенціальна енергія пробного заряду, внесеного в певну точку поля, визначається так:

$$W_n = F_{пр} r, \quad (1.8)$$

де $F_{пр}$ – сила, що діє на пробний заряд, Н;

r – відстань від джерела електричного поля до пробного заряду, м.

Сила, що діє на пробний заряд, визначається за (1.4). Підставивши (1.4) і (1.8) у (1.7) та перетворивши, отримуємо розрахункову формулу потенціалу у певній точці електричного поля:

$$\varphi = \frac{q}{4\pi \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot r}. \quad (1.9)$$

Підставивши значення фізичних величин у (1.9), знаходимо потенціал:

$$\varphi = \frac{4\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-11}}{4\pi \cdot 10 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,01} = 100 \text{ В}.$$

Пробний заряд, поміщений у певну точку електричного поля, у будь-який момент часу (відмінний від початкового) переміщується під дією сил електричного поля, які виконують роботу з перенесення пробного заряду з однієї точки електричного поля в іншу (рис.1.9).

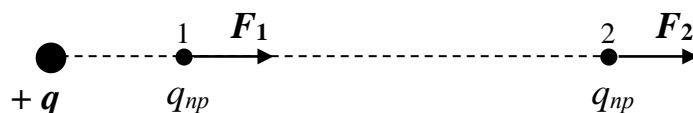


Рис.1.9

На рис.1.9 позначено: F_1 , F_2 – сили, що діють на пробний заряд в точках 1 і 2 електричного поля ($F_1 > F_2$).

Для енергетичної характеристики електричного поля введена також **напруга** електричного поля, під якою розуміється фізична величина, яка чисельно дорівнює відношенню роботи, яку виконують сили електричного поля з перенесення пробного заряду з однієї точки електричного поля в іншу, до значення цього заряду, тобто

$$U_{12} = \frac{A_{12}}{q_{np}}, \quad (1.10)$$

де U_{12} – напруга між точками електричного поля (точками 1 і 2), B ;
 A_{12} – робота сил електричного поля з перенесення пробного заряду з однієї точки поля в іншу (з точки 1 в точку 2), $Дж$.

$$[U] = \frac{Дж}{Кл} = \frac{Вт \cdot с}{А \cdot с} = \frac{В \cdot А}{А} = В.$$

При переміщенні в електричному полі пробного заряду його потенціальна енергія буде зменшуватись, тому робота сил електричного поля з перенесення цього заряду дорівнює зменшенню його потенціальної енергії, тобто

$$A_{12} = W_{n1} - W_{n2}, \quad (1.11)$$

де W_{n1} , W_{n2} – потенціальна енергія пробного заряду у точках електричного поля (в точках 1 і 2), $Дж$.

Підставивши (1.11) у (1.10) та перетворивши, з урахуванням (1.7) отримуємо, що **напруга** електричного поля – це фізична величина, яка дорівнює різниці потенціалів точок електричного поля, тобто

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2, \quad (1.12)$$

де φ_1 , φ_2 – потенціали точок електричного поля (точок 1 і 2), B .

Графічно напруга електричного поля зображується стрілкою, спрямованою від точки з більшим потенціалом до точки з меншим потенціалом (рис.1.10).

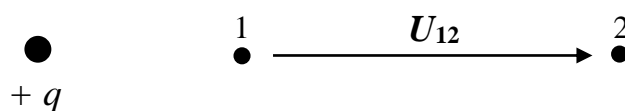


Рис.1.10

Приклад 1.5

Потенціали двох точок електричного поля дорівнюють **50 В** і **22 В**. Визначити напругу електричного поля між цими точками.

Розв'язок.

Підставляємо значення фізичних величин у (1.12) і знаходимо напругу електричного поля між даними в умові точками:

$$U_{12} = 50 - 22 = 28 \text{ В}.$$

Електричне поле точкового заряду можна зобразити графічно за допомогою силових ліній і еквіпотенціальних поверхонь. **Силова лінія електричного поля** – це траєкторія руху пробного заряду у цьому полі. **Еквіпотенціальна поверхня** – це поверхня, у всіх точках якої потенціал електричного поля має однакове значення. Електричне поле позитивного точкового заряду на площині показано на рис.1.11.

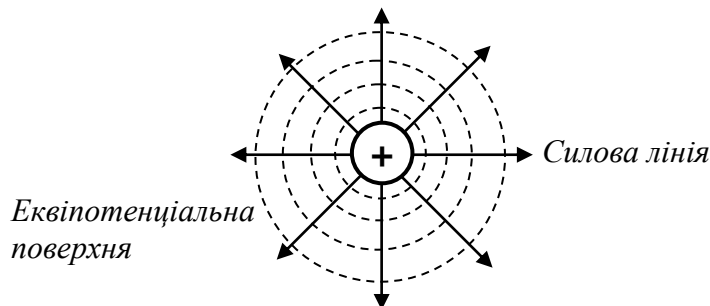


Рис.1.11

Запитання для самоконтролю

1. У чому суть явища взаємодії заряджених тіл?
2. За допомогою чого взаємодіють заряди?
3. Сформулюйте закон взаємодії заряджених тіл.
4. Виконайте математичний запис закону Кулона.
5. Вкажіть одиниці фізичних величин, що описують закон Кулона.
6. Що таке електрична постійна? Укажіть її значення.
7. Що таке відносна діелектрична проникність середовища?
8. Дайте визначення пробного заряду.
9. Дайте визначення напруженості електричного поля.
10. Запишіть визначальну формулу напруженості електричного поля.
11. Що є одиницею напруженості електричного поля?
12. Запишіть розрахункову формулу напруженості електричного поля.
13. Сформулюйте принцип суперпозиції електричних полів.
14. Математично запишіть принцип суперпозиції електричних полів.
15. Дайте визначення потенціалу електричного поля.
16. Запишіть визначальну формулу потенціалу електричного поля.
17. Що є одиницею потенціалу електричного поля?
18. Запишіть розрахункову формулу потенціалу електричного поля.

19. Дайте визначення напруги електричного поля.
20. Запишіть визначальні формули напруги електричного поля.
21. Що є одиницею напруги електричного поля?
22. Що таке силова лінія електричного поля?
23. Що таке екіпотенціальна поверхня електричного поля?
24. Як графічно зображується електричне поле?

Завдання для самоконтролю

1. В електричне поле позитивного точкового заряду $q_1 = 30 \text{ Кл}$ внесли малий пробний заряд $q_2 = 4\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Кл}$. Середовище, у якому знаходяться заряди, має відносну діелектричну проникність $\epsilon = 20$. Заряди знаходяться на відстані **0,1 м** один від одного. Визначити силу, що діє на пробний заряд.
2. Негативний точковий заряд $q_3 = 4\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Кл}$ створює електричне поле в середовищі з відсноною діелектричною проникністю $\epsilon = 10$. Визначити напруженість електричного поля на відстані **0,01 м** від заряду.
3. Визначити потенціал електричного поля у точці, зазначеної в завданні 2.
4. Потенціали точок 1 і 2 електричного поля відповідно дорівнюють **20 В** та **10 В**. Визначити напругу електричного поля між зазначеними точками.
5. Зобразити на площині силові лінії негативно зарядженого точкового заряду.
6. Зобразити у п.5 екіпотенціальні поверхні точкового заряду.

1.3 Електричний струм

Явище електричного струму. У природі є тіла, які мають вільні заряди (такі, що можуть переміщуватись між граничними точками тіла): у металах – вільні електрони (такі, що втратили зв'язок із ядром атома), в електролітах – іони (атоми, у яких різна кількість протонів і електронів), у газах – вільні електрони та іони; такі тіла називаються **провідниками**.

Розглянемо металевий провідник 1, на кінцях якого розташовані тіла 2 і 3, що мають заряди різного знаку. Між тілами 2 і 3 існує електричне поле, створене їхніми зарядами. Вплив електричного поля на вільні заряди 4 призводить їх до руху у певному напрямку (рис.1.12).

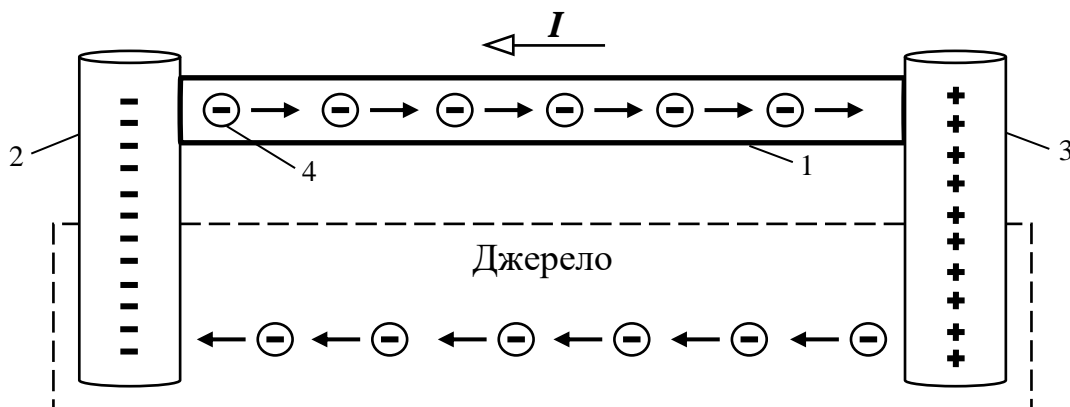


Рис.1.12

Такий упорядкований (спрямований) рух вільних зарядів під дією сил електричного поля назвали електричним струмом провідності.

Графічно електричний струм зображується стрілкою, спрямованою протилежно руху електронів: \overrightarrow{I} .

Для виникнення цього явища необхідно наступне: 1) мати провідник (речовину, у якій є вільні заряди); 2) провідник повинен перебувати у електричному полі, яке створене зарядами різного знаку; 3) провідник повинен бути замкненим (тобто цілісним, не розірваним).

По мірі руху вільних зарядів 4 у напрямку позитивно зарядженого тіла 3 відбувається його нейтралізація і явище електричного струму зникає. Щоб цього не відбувалось, необхідно вільні заряди, які прийшли до позитивно зарядженого тіла 3, переносити на негативно заряджене тіло 2, виконуючи роботу з подолання існуючих між ними сил відштовхування. Виконання даної роботи відбувається у певному пристрої, який називають джерелом електричної енергії (рис. 1.12). Її виконують сили, які прикладаються до джерела зовні і мають різне походження: механічне, хімічне, теплове тощо (наприклад, у електромеханічному генераторі сторонні сили мають механічне походження і прикладаються до його обертової частини). Таким чином, у джерелі за допомогою певного фізичного явища відбувається перетворення енергії, що поступає у нього зовні, у роботу з перенесення вільних зарядів проти сил електричного поля (наприклад, у електромеханічному генераторі таке перетворення відбувається за допомогою явища електромагнітної індукції).

Для енергетичної характеристики джерела електричної енергії уведена фізична величина – *електрорушійна сила (e.p.c.)*, під якою розуміється відношення роботи, яку виконують сторонні сили джерела з перенесення зарядів проти сил електричного поля, до значення цих зарядів, тобто

$$E = \frac{A}{q}, \quad (1.13)$$

де E – електрорушійна сила, B ;
 A – робота сторонніх сил, $Дж$;
 q – заряд, $Кл$.

$$[E] = \frac{Дж}{Кл} = \frac{Вт \cdot с}{А \cdot с} = \frac{В \cdot А}{А} = В.$$

Приклад 1.6

У джерелі електричної енергії сторонні сили переносять **10 Кл** негативно заряду на негативний полюс, виконуючи при цьому роботу, значення якої дорівнює **2000 Дж**. Визначити значення електрорушійної сили, яку розвиває джерело електричної енергії.

Розв'язок.

Підставляємо значення зазначених фізичних величин у (1.13) і знаходимо значення е.р.с.:

$$E = \frac{2000}{10} = 200 \text{ В}.$$

Для характеристики інтенсивності руху вільних зарядів під дією сил електричного поля уведена фізична величина – **сила електричного струму**, під якою розуміється заряд, що проходить через поперечний переріз провідника за одиницю часу, тобто

$$I = \frac{q}{t}, \quad (1.14)$$

де I – сила електричного струму, A ;

q – заряд, $Kл$;

t – час, $с$.

$$[I] = \frac{Kл}{с} = \frac{A \cdot с}{с} = A.$$

Приклад 1.7

Через поперечний переріз провідника за **5 секунд** проходить заряд **100 Кл**. Визначити силу струму в провіднику.

Розв'язок.

Підставляємо значення фізичних величин у (1.14) і знаходимо силу електричного струму:

$$I = \frac{100}{5} = 20 \text{ А}.$$

При русі вільних зарядів по провіднику під дією сил електричного поля вони зіштовхуються з його молекулами (атомами) і отримують опір своєму руху. Для характеристики цього факту введений **опір провідника електричному струму**, який залежить від матеріалу провідника, його довжини і площі поперечного перерізу, тобто

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (1.15)$$

де R – опір провідника, $Ом$;

ρ – питомий опір провідника, $Ом \cdot мм^2/м$ ($Ом \cdot м$);

l – довжина провідника, $м$;

S – площа поперечного перерізу провідника, $мм^2$.

$$[R] = \text{Ом} \cdot \frac{\text{мм}^2}{\text{м}} \cdot \frac{\text{м}}{\text{мм}^2} = \text{Ом}.$$

Приклад 1.8

Провідник з питомим опором $\rho = 0,023 \text{ Ом}\cdot\text{мм}^2/\text{м}$ має довжину $l = 1000 \text{ м}$ і площу поперечного перерізу $S = 2,3 \text{ мм}^2$. Визначити опір провідника.

Розв'язок.

Підставляємо значення фізичних величин у (1.15) і знаходимо опір провідника:

$$R = 0,023 \cdot \frac{1000}{2,3} = 10 \text{ Ом}.$$

Закон електричного струму для окремого провідника відкрив німецький фізик Георг Ом у 1826 році і він має його ім'я. Відповідно до цього закону **сила струму в провіднику прямо пропорційна напрузі на затискачах провідника і обернено пропорційна опору провідника** [1-9].

Математичний запис закону Ома:

$$I = \frac{U}{R}, \quad (1.16)$$

де I – сила струму в провіднику, A ;

U – напруга на затискачах провідника, B ;

R – опір провідника, Ом .

$$[I] = \frac{B}{\text{Ом}} = A.$$

Приклад 1.9

До затискачів провідника, опір якого 100 Ом , приклали напругу 200 В . Визначити силу струму в провіднику.

Розв'язок.

Підставляємо значення фізичних величин у (1.16) і знаходимо силу струму в провіднику:

$$I = \frac{200}{100} = 2 \text{ А}.$$

Заяпитання для самоконтролю

1. Яку речовину називають провідником?
2. Що таке вільний заряд?
3. Що є вільними зарядами у металах, електролітах та газах?
4. Що таке вільний електрон?

5. Що таке іон?
6. У чому суть явища електричного струму?
7. За яких умов виникає електричний струм?
8. Дайте визначення електрорушійної сили.
9. Запишіть визначальну формулу електрорушійної сили.
10. Отримайте одиницю електрорушійної сили з її визначальної формули.
11. Дайте визначення сили електричного струму.
12. Запишіть визначальну формулу сили струму.
13. Отримайте одиницю сили струму з її визначальної формули.
14. Як розрахувати опір провідника електричному струму?
15. Що є одиницею опору провідника електричному струму.
16. Сформулюйте закон Ома для окремого провідника.
17. Виконайте математичний запис закону Ома для окремого провідника.

Завдання для самоконтролю

1. Сторонні сили джерела переносять заряд величиною **200 Кл** проти сил електричного поля. При цьому виконується робота, яка дорівнює **44 кДж**. Визначити е.р.с., яку розвиває джерело.
2. За **2 хвилини** через поперечний переріз провідника проходить заряд величиною **240 Кл**. Визначити силу електричного струму.
3. Провідник з питомим опором, який дорівнює **0,017 Ом·мм²/м**, має довжину **1 км** і площу поперечного перерізу **1,7 мм²**. Визначити опір провідника.
4. До затискачів провідника, опір якого **25 Ом**, приклали напругу **100 В**. Визначити силу струму в провіднику.

1.4 Теплова дія електричного струму

Явище теплової дії електричного струму. При протіканні електричного струму у провіднику відбувається зіткнення вільних зарядів з молекулами (атомами) провідника, під час якого вільні заряди віддають їм частину своєї енергії, збільшуючи швидкість теплового руху молекул (атомів), що призводить до нагрівання провідника при проходженні по ньому електричного струму.

Закон теплової дії струму відкрили англійський фізик Джеймс Джоуль та російський фізик Емілій Ленц. Відповідно до цього закону **кількість теплоти, яка виділяється в провіднику при протіканні електричного струму, прямо пропорційна опору провідника, квадрату сили струму і часу його протікання** [1-9].

Математичний запис закону теплової дії струму:

$$W = R \cdot I^2 \cdot t, \quad (1.17)$$

де W – кількість теплоти, яка виділилася в провіднику, Дж;

R – опір провідника, Ом;

I – сила струму в провіднику, А;

t – час протікання електричного струму в провіднику, с.

$$[W] = \text{Ом} \cdot \text{А}^2 \cdot \text{с} = \text{В} \cdot \text{А} \cdot \text{с} = \text{Вт} \cdot \text{с} = \text{Дж}.$$

Приклад 1.10

По провіднику, опір якого дорівнює **100 Ом**, проходить електричний струм силою **10 А** протягом **100 секунд**. Визначити кількість теплоти, яка виділиться в провіднику за цей час.

Розв'язок.

Підставляємо значення фізичних величин у (1.17) і знаходимо кількість теплоти:

$$W = 100 \cdot 10^2 \cdot 100 = 1\,000\,000 \text{ Дж} = 1\,000 \text{ кДж} = 1 \text{ МДж}.$$

Для назви енергії, якою володіє електричний струм, в електротехніці застосовують не кількість теплоти, а електричну енергію. У технічній системі одиниць електрична енергія вимірюється в кіловат-годинах (*кВт·год*), знайдемо співвідношення енергій 1 *кВт·год* та 1 *Дж*:

$$1 \text{ кВт} \cdot \text{год} = 1000 \text{ Вт} \cdot 3600 \text{ с} = 3\,600\,000 \text{ Дж} = 3,6 \text{ МДж}.$$

Для зручності енергетичної характеристики джерел і приймачів електричної енергії ввели **потужність електричного струму**, під якою розуміється фізична величина, яка дорівнює кількості електричної енергії, яка виділяється в провіднику у вигляді тепла за одиницю часу, тобто

$$P = \frac{W}{t}, \tag{1.18}$$

де P – потужність, *Вт*;

W – електрична енергія, *Дж*;

t – час, *с*.

$$[P] = \frac{\text{Дж}}{\text{с}} = \text{Вт}.$$

Приклад 1.11

У провіднику, по якому проходить електричний струм, за **100 секунд** виділилося **220000 Дж** теплової енергії. Визначити потужність електричного струму.

Розв'язок.

Підставляємо значення фізичних величин у (1.18) і знаходимо потужність електричного струму:

$$P = \frac{220000}{100} = 2200 \text{ Вт} = 2,2 \text{ кВт}.$$

Підставивши (1.17) у (1.18) та перетворивши, отримуємо вираз для розрахунку потужності:

$$P = R \cdot I^2 . \quad (1.19)$$

Приклад 1.12

У провіднику, опір якого дорівнює **20 Ом**, проходить електричний струм силою **5 А**. Визначити потужність електричного струму.

Розв'язок.

Підставляємо значення фізичних величин у (1.19) і знаходимо потужність електричного струму:

$$P = 20 \cdot 5^2 = 500 \text{ Вт} = 0,5 \text{ кВт} .$$

Виразивши опір з (1.16) і підставивши його у (1.19), після перетворень отримаємо інший вираз для розрахунку потужності:

$$P = U \cdot I . \quad (1.20)$$

Приклад 1.13

У провіднику під дією напруги **200 В** проходить електричний струм силою **15 А**. Визначити потужність електричного струму.

Розв'язок.

Підставляємо значення фізичних величин у (1.20) і знаходимо потужність електричного струму:

$$P = 200 \cdot 15 = 3000 \text{ Вт} = 3 \text{ кВт} .$$

Явище теплової дії електричного струму широко застосовують у техніці для створення різноманітних електронагрівальних пристроїв. Крім позитивного застосування, дане явище негативно впливає на роботу електротехнічних пристроїв, викликаючи нагрів елементів їх конструкцій та внаслідок цього марні витрати електроенергії та прискорене зношування ізоляції, тому при проектуванні та виборі електротехнічних пристроїв враховують вплив на їх роботу теплової дії електричного струму.

Запитання для самоконтролю

1. У чому суть явища теплової дії струму?
2. Сформулюйте закон теплової дії струму.
3. Виконайте математичний запис закону Джоуля – Ленца.
4. Вкажіть одиниці фізичних величин, що характеризують явище теплової дії струму.
5. Що є одиницею електричної енергії у технічній системі?
6. Дайте визначення потужності електричного струму.
7. Запишіть визначальну формулу потужності електричного струму.

8. Отримайте одиницю потужності електричного струму з її визначальної формули.
9. Наведіть вирази для розрахунку потужності електричного струму.

Завдання для самоконтролю

1. По провіднику, який має опір **200 Ом**, проходить струм силою **10 А** протягом **1 хвилини**. Визначити теплову енергію, яка виділяється в провіднику.
2. Визначити потужність електричного струму в завданні 1.
3. У провіднику, опір якого дорівнює, за **40 Ом** проходить електричний струм силою **10 А**. Визначити потужність електричного струму.
4. У провіднику під дією напруги **150 В** проходить електричний струм силою **8 А**. Визначити потужність електричного струму.

1.5 Електричне коло і його елементи

Електричне коло – це сукупність пристроїв (елементів кола), що забезпечують можливість створення електричного струму. Розрізняють основні елементи електричного кола, які безпосередньо створюють електричний струм, і допоміжні елементи електричного кола, які допомагають основним елементам створювати електричний струм.

Основні елементи електричного кола – це джерело, приймач (навантаження, споживач) і проводи, що їх з'єднують.

Джерело електричної енергії – це пристрій, у якому енергія хімічна, теплова, промениста або механічна перетворюється в електричну енергію (тобто в роботу з перенесення вільних зарядів проти сил електричного поля). В залежності від виду перетворюваної енергії розрізняють наступні типи джерел: електричні генератори (перетворюють механічну енергію в електричну), акумулятори, гальванічні елементи, паливні елементи (перетворюють хімічну енергію в електричну), термоелементи (перетворюють теплову енергію в електричну), фотоелементи (перетворюють енергію сонячного випромінювання в електричну), п'єзоелементи (перетворюють енергію тиску в електричну).

Приймач електричної енергії (навантаження, споживач) – це пристрій, у якому електрична енергія перетворюється в інший вид. В залежності від виду перетворюваної енергії розрізняють наступні типи приймачів (навантажень, споживачів): електродвигуни (перетворюють електричну енергію в механічну), електронагрівальні пристрої (перетворюють електричну енергію в теплову), електроосвітлювальні пристрої (перетворюють електричну енергію в енергію випромінювання), тощо.

Елементи електричного кола, які перетворюють якийсь вид енергії в електричну енергію називають *активними* (до них відносяться джерела електричної енергії). Елементи електричного кола, які перетворюють електричну енергію у інші види, називають *пасивними* (до них відносяться споживачі та з'єднувальні проводи).

Допоміжні елементи кола – вимикачі, рубильники (замикають або розмикають електричне коло), амперметри, вольтметри (контролюють роботу електричного кола) тощо.

Залежність між силою струму і напругою на елементі електричного кола називається **вольт-амперною характеристикою**: $I = f(U)$. Математично вона записується, виходячи з закону Ома (1.16): $I = U / R$. Представимо цю залежність графічно (рис.1.13).

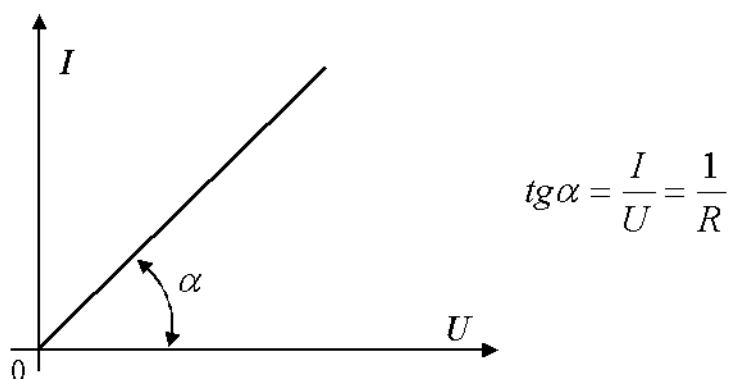


Рис.1.13

Елементи, у яких вольт-амперна характеристика є прямою лінією, називаються **лінійними**. Електричні кола, які складаються з лінійних елементів, називаються **лінійними колами**.

Електричні кола, у яких основні елементи з'єднані послідовно, називаються **нерозгалуженими**.

Приклад 1.14

Лінійний резистор має опір **10 Ом**. Розрахувати та побудувати вольт-амперну характеристику зазначеного елемента.

Розв'язок.

1. Розраховуємо координати точок вольт-амперної характеристики за (1.16). Вольт-амперна характеристика є прямою, тому для її побудови достатньо координат двох точок.

1.1 Координати першої точки:

нехай $U = 0$, тоді $I = \frac{0}{10} = 0 \text{ A}$.

1.2 Координати другої точки:

нехай $U = 100 \text{ B}$, тоді $I = \frac{100}{10} = 10 \text{ A}$.

2. Будуємо вольт-амперну характеристику у вигляді прямої лінії, яка проходить через ці точки (рис.1.14).

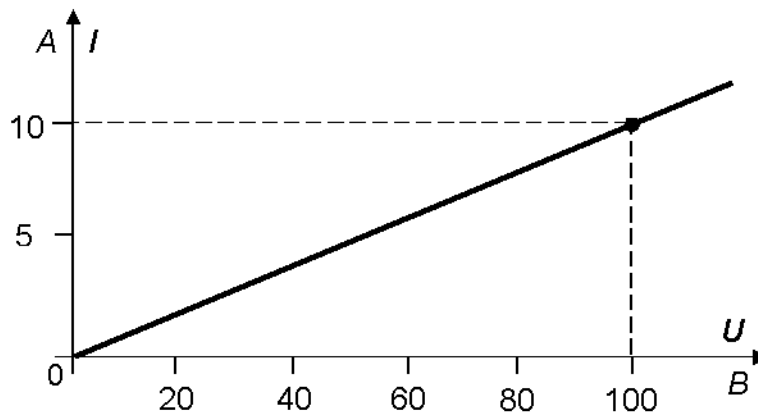


Рис.1.14

Запитання для самоконтролю

1. Дайте визначення електричного кола.
2. На які дві групи поділяють елементи електричного кола?
3. Перелічіть основні елементи електричного кола.
4. Яке загальне призначення основних елементів електричного кола?
5. Який пристрій називають джерелом електричної енергії?
6. Які існують види джерел електричної енергії, які енергії вони перетворюють у електричну енергію?
7. Який пристрій називають приймачем електричної енергії (навантаженням, споживачем)?
8. Які існують види приймачів електричної енергії (навантажень, споживачів), у які енергії вони перетворюють електричну енергію?
9. Які елементи електричного кола називають активними?
10. Які елементи електричного кола називають пасивними?
11. Яке загальне призначення допоміжних елементів електричного кола?
12. Наведіть приклади допоміжних елементів електричного кола, вказавши їх призначення.
13. Що таке вольт-амперна характеристика елемента електричного кола?
14. Зобразіть вольт-амперну характеристику елемента електричного кола. Запишіть вираз тангенсу кута її нахилу до горизонтальної осі.
15. Які елементи електричного кола називаються лінійними?
16. Що таке лінійне електричне коло?
17. Яке електричне коло називається нерозгалуженим?

Завдання для самоконтролю

1. Лінійний резистор має опір **50 Ом**. Розрахувати та побудувати вольт-амперну характеристику зазначеного елемента.

1.6 Зображення електричного кола

Для зручності зображення електричного кола застосовується **принципова електрична схема кола** – графічне і літерне позначення окремих елементів кола, з'єднаних між собою. На цій схемі за допомогою умовних графічних і літерних позначень (що вказані у відповідних стандартах) зо-

бражують окремі елементи електричного кола, які поєднують між собою за допомогою з'єднуючих ліній (проводів). Як приклад розглянемо електричне коло, яке складається з генератора постійного струму, з'єднувальних проводів, освітлювальної лампи, вимикача і амперметра. Принципова електрична схема цього кола має вигляд, наведений на рис.1.15.

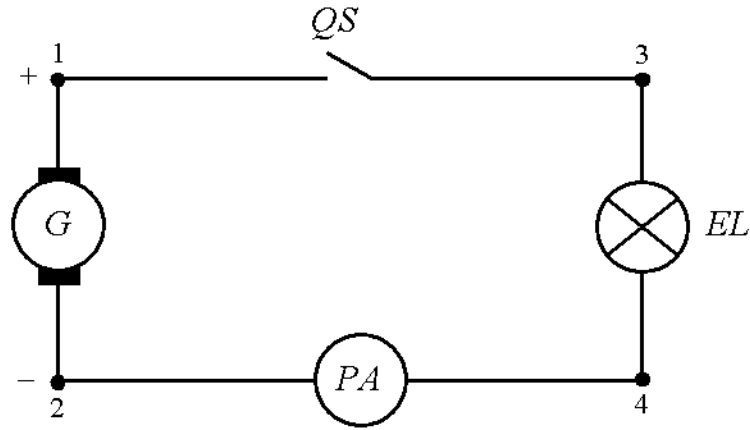


Рис.1.15

На принциповій електричній схемі кола (рис.1.15) позначено: G – генератор постійного струму; EL – лампа освітлювальна; QS – вимикач; PA – амперметр. Щоб зібрати принципову електричну схему кола, наведену на рис.1.15, необхідно використати чотири проводи.

Для аналізу роботи електричного кола застосовується **розрахункова схема електричного кола** – графічне і літерне позначення фізичних явищ, які спостерігаються в окремих елементах кола при його роботі.

Складемо розрахункову схему електричного кола, принципова електрична схема якого показана на рис.1.15, для чого врахуємо наступне: у генераторі спостерігається явище електромагнітної індукції, внаслідок якого у ньому виникає е.р.с., яку графічно позначимо так: .

Під дією е.р.с. в замкнутому електричному колі протікає електричний струм, який позначимо так: . Через те, що електричне коло нерозгалужене, то сила струму буде однаковою на всіх його ділянках.

В обмотці генератора при протіканні електричного струму спостерігається його теплова дія. Врахуємо це за допомогою опору, який назовемо внутрішнім опором генератора і позначимо у такий спосіб: .

У проводах, що з'єднують елементи електричного кола, також спостерігається теплова дія струму. Врахуємо це за допомогою опору, який назовемо опором лінії електропередачі і позначимо у такий спосіб: .

Перетворення електроенергії в лампі врахуємо за допомогою опору, який назовемо опором навантаження і позначимо так: .

Фізичними явищами у вимикачеві і амперметрі знехтуємо.

Тоді розрахункова схема електричного кола, принципова електрична схема якого наведена на рис.1.15, має вигляд, наведений на рис.1.16.

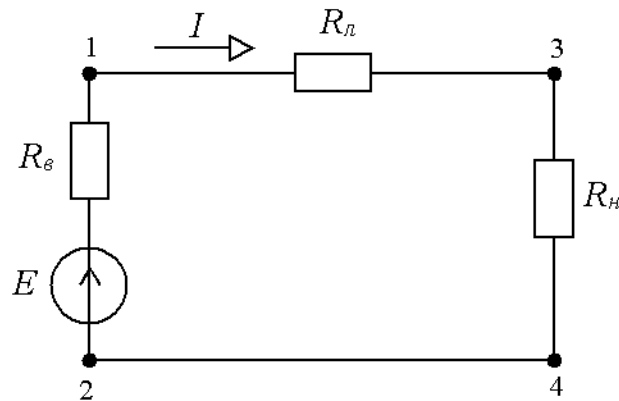


Рис.1.16

Запитання для самоконтролю

1. Дайте визначення принципової електричної схеми кола.
2. Наведіть принципову електричну схему, яке складається з генератора постійного струму, електронагрівального пристрою, вимикача і амперметра.
3. Скільки проводів необхідно мати, щоб зібрати принципову електричну схему з п.2?
4. Перелічте основні елементи електричного кола з п.2 та вкажіть їх призначення.
5. Перелічте допоміжні елементи електричного кола з п.2 та вкажіть їх призначення.
6. Дайте визначення розрахункової схеми електричного кола.
7. Як на розрахунковій схемі враховують явище електромагнітної індукції?
8. Як на розрахунковій схемі враховують явище електричного струму?
9. Як на розрахунковій схемі враховують явище теплової дії електричного струму у генераторі постійного струму?
10. Як на розрахунковій схемі враховують явище теплової дії електричного струму у з'єднувальних проводах?
11. Як на розрахунковій схемі враховують явище теплової дії електричного струму у електронагрівальному пристрої?
12. Складіть розрахункову схему електричного кола з п.2.

1.7 Потенціальна діаграма електричного кола

При роботі електричного кола у ньому виникає електричне поле, тому кожна точка кола має певний потенціал. Графічне зображення розподілення потенціалів уздовж контуру електричного кола в залежності від опорів його ділянок називається **потенціальною діаграмою**.

Для побудови потенціальної діаграми розрахункову схему електричного кола поділяють на окремі ділянки за допомогою точок, які ставлять після кожного елементу схеми (рис.1.17).

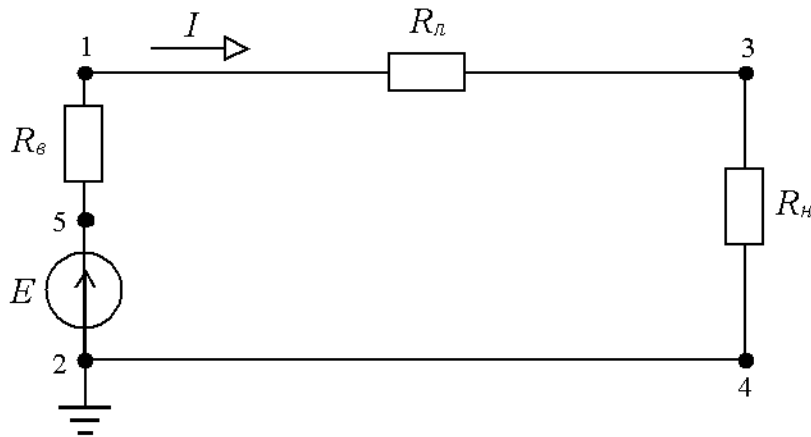


Рис.1.17

Приймають, що потенціал однієї з точок розрахункової схеми кола дорівнює нулю і виконують біля неї відповідне позначення (на рис.1.17 це точка 2), а потім визначають потенціали інших точок. При цьому враховують наступне:

- якщо е.р.с. спрямована у бік точки, то потенціал цієї точки збільшується на величину е.р.с. по відношенню до точки, від якої спрямована е.р.с. (і навпаки);
- при переході через опір за напрямом струму потенціал наступної точки зменшується на величину спадання напруги, яке визначається на підставі (1.16); спадання напруги обумовлене тим, що заряди, які рухаються при протіканні струму, в результаті зіткнення з молекулами (атомами) на цій ділянці віддають їм частину своєї потенціальної енергії, яка виділяється у вигляді тепла;
- електричний струм спрямований від точки з більшим потенціалом до точки з меншим потенціалом.

Враховуючи викладене вище, вирази потенціалів точок розрахункової схеми, зображеної на рис.1.17, наступні:

$$\varphi_5 = \varphi_2 + E; \quad (1.21)$$

$$\varphi_1 = \varphi_5 - R_\epsilon \cdot I = \varphi_2 + E - R_\epsilon \cdot I; \quad (1.22)$$

$$\varphi_3 = \varphi_1 - R_\lambda \cdot I = \varphi_2 + E - R_\epsilon \cdot I - R_\lambda \cdot I; \quad (1.23)$$

$$\varphi_4 = \varphi_3 - R_n \cdot I = \varphi_2 + E - R_\epsilon \cdot I - R_\lambda \cdot I - R_n \cdot I. \quad (1.24)$$

Потенціали точок 2 і 4 дорівнюють один одному, тому що між цими точками розрахункової схеми відсутні будь-які елементи.

Потенціальна діаграма електричного кола, розрахункова схема якого представлена на рис.1.17, має вигляд, показаний на рис.1.18.

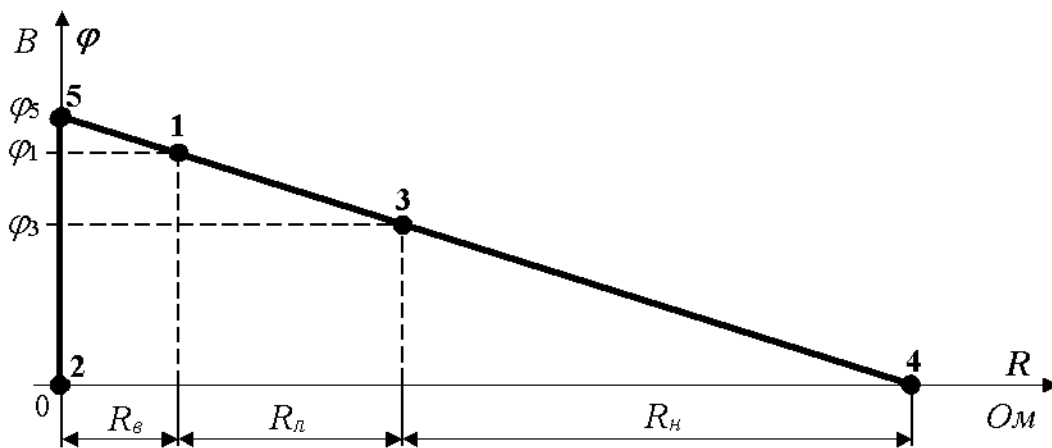


Рис.1.18

На розрахунковій схемі електричного кола, крім фізичних явищ, викладених у п.1.6 і відображених на рис.1.17, також позначають напруги (спадання напруг) на ділянках кола. При цьому напругою називають різницю потенціалів на затискачах джерела або навантаження, а спаданням напруги – різницю потенціалів на інших елементах (спадання напруги на внутрішньому опорі джерела, спадання напруги в лінії електропередачі тощо). Стрілки, які позначають напруги (спадання напруг), спрямовують від точки з більшим потенціалом до точки з меншим потенціалом (рис.1.19).

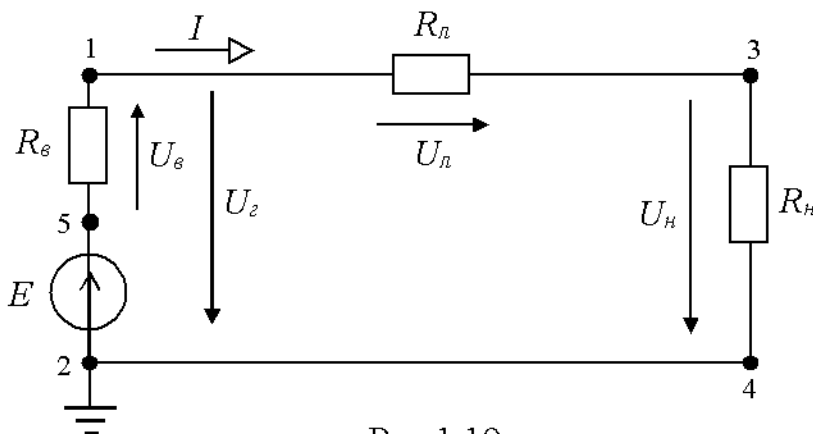


Рис.1.19

На розрахунковій схемі (рис.1.19) позначено: U_2 – напруга на затискачах генератора; $U_ε$ – спадання напруги на внутрішньому опорі генератора; $U_л$ – спадання напруги в лінії електропередачі; $U_н$ – напруга на затискачах навантаження.

Визначати напруги (спадання напруг) на ділянках кола можна на підставі (1.12) як різницю потенціалів відповідних точок розрахункової схеми.

Приклад 1.15

Для електричного кола, розрахункова схема якого наведена на рис.1.19, відомо: $E = 300 \text{ В}$, $I = 20 \text{ А}$, $R_ε = 1 \text{ Ом}$, $R_л = 3 \text{ Ом}$, $R_н = 11 \text{ Ом}$, $φ_2 = 0$.

Визначити потенціали точок розрахункової схеми електричного кола, побудувати потенціальну діаграму, розрахувати напруги (спадання напруг) на ділянках кола.

Розв'язок.

1. Визначаємо потенціал точки 5 за (1.21):

$$\varphi_5 = 0 + 300 = 300 \text{ В.}$$

2. Визначаємо потенціал точки 1 за (1.22):

$$\varphi_1 = 300 - 1 \cdot 20 = 0 + 300 - 1 \cdot 20 = 280 \text{ В.}$$

3. Визначаємо потенціал точки 3 за (1.23):

$$\varphi_3 = 280 - 3 \cdot 20 = 0 + 300 - 1 \cdot 20 - 3 \cdot 20 = 220 \text{ В.}$$

4. Визначаємо потенціал точки 4 за (1.24):

$$\varphi_4 = 220 - 11 \cdot 20 = 0 + 300 - 1 \cdot 20 - 3 \cdot 20 - 11 \cdot 20 = 0 \text{ В.}$$

5. Будуємо потенціальну діаграму за знайденими потенціалами (рис.1.20).

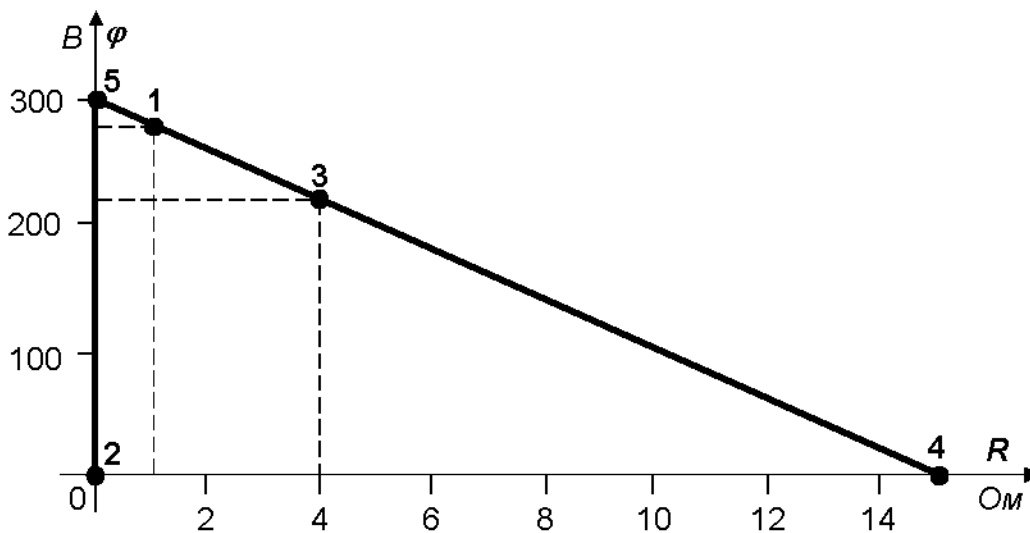


Рис.1.20

6. Визначаємо напругу на затискачах генератора:

$$U_2 = \varphi_1 - \varphi_2; \quad U_2 = 280 - 0 = 280 \text{ В.}$$

7. Визначаємо спадання напруги на внутрішньому опорі генератора:

$$U_в = \varphi_5 - \varphi_1; \quad U_в = 300 - 280 = 20 \text{ В.}$$

8. Визначаємо спадання напруги в лінії електропередачі:

$$U_л = \varphi_1 - \varphi_3; \quad U_л = 280 - 220 = 60 \text{ В.}$$

9. Визначаємо напругу на затискачах навантаження:

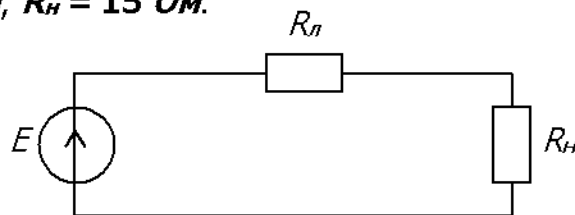
$$U_н = \varphi_3 - \varphi_4; \quad U_н = 220 - 0 = 220 \text{ В.}$$

Запитання для самоконтролю

1. Дайте визначення потенціальної діаграмі електричного кола.
2. Що задають при визначенні потенціалів точок розрахункової схеми електричного кола і як це позначають на схемі?
3. Що враховують при визначенні потенціалів точок розрахункової схеми електричного кола?
4. Як побудувати потенціальну діаграму електричного кола?
5. Що називають напругою на елементі електричного кола?
6. Що називають спаданням напруги на елементі електричного кола?
7. Як розраховують напруги (спадання напруг) на ділянках електричного кола через потенціали точок розрахункової схеми кола?

Завдання для самоконтролю

Для розрахункової схеми, наведеної на рисунку, відомо, що $E = 200 \text{ В}$, $I = 10 \text{ А}$, $R_l = 5 \text{ Ом}$, $R_n = 15 \text{ Ом}$.



1. Розбити розрахункову схему кола на окремі ділянки за допомогою точок.
2. Позначити на розрахунковій схемі кола електричний струм та напруги (спадання напруги) на ділянках.
3. Визначити потенціали точок розрахункової схеми електричного кола.
4. Побудувати потенціальну діаграму електричного кола.
5. Розрахувати напруги (спадання напруг) на ділянках кола через потенціали точок.

1.8 Закони Ома

1.8.1 Закон Ома для ділянки електричного кола без електрорушійної сили

Розглянемо ділянку з навантаженням електричного кола, розрахункова схема якого наведена на рис.1.19. Взаємозв'язок між силою струму I , напругою U_n і опором R_n на даній ділянці кола згідно (1.16) такий:

$$I = \frac{U_n}{R_n}. \quad (1.25)$$

У загальному випадку на ділянці кола може знаходитись будь-який елемент, який не розвиває е.р.с., тому **закон Ома для ділянки електричного кола без електрорушійної сили** формулюється так: **сила струму на ділянці електричного кола без е.р.с. прямо пропорційна напрузі (спаданню напруги) на цій ділянці і обернено пропорційна опору ділянки** [1-9].

Математичний запис даного закону такий:

$$I = \frac{U}{R}, \quad (1.26)$$

де U – напруга (спадання напруги) на ділянці кола, B ;
 R – опір ділянки кола, $Ом$.

Приклад 1.16

Для ділянки з лінією електропередачі електричного кола, розрахункова схема якого наведена на рис.1.19, відомо: $U_{л} = 20 B$, $R_{л} = 4 Ом$.
 Визначити силу струму в лінії електропередачі.

Розв'язок.

Силу струму в лінії електропередачі знаходимо за (1.26):

$$I = \frac{20}{4} = 5 A.$$

1.8.2 Закон Ома для замкненого електричного кола з однією електрорушійною силою

Розглянемо електричне коло, розрахункова схема якого наведена на рис.1.19. Знайдемо взаємозв'язок між силою струму I , електрорушійною силою E і опорами $R_{в}$, $R_{л}$, $R_{н}$. Для цього перепишемо (1.24) так:

$$\varphi_4 - \varphi_2 = E - (R_{в} + R_{л} + R_{н}) \cdot I. \quad (1.27)$$

Через те, що $\varphi_2 = \varphi_4$, після перетворень отримаємо:

$$I = \frac{E}{R_{в} + R_{л} + R_{н}}. \quad (1.28)$$

У загальному випадку нерозгалужене електричне коло може містити будь-яку кількість опорів, тому **закон Ома для замкненого кола з однією електрорушійною силою** формулюється так: **сила струму в замкненому колі, у якому діє одна е.р.с., прямо пропорційна значенню цієї е.р.с. і обернено пропорційна сумарному опору кола [1-9].**

Математичний запис даного закону такий:

$$I = \frac{E}{\sum R}, \quad (1.29)$$

де E – електрорушійна сила, що діє у колі, B ;
 $\sum R$ – сума опорів кола, $Ом$.

Приклад 1.17

Для електричного кола, розрахункова схема якого наведена на рис.1.19, відомо: $E = 150 \text{ В}$, $R_e = 1 \text{ Ом}$, $R_l = 2 \text{ Ом}$, $R_n = 12 \text{ Ом}$.

Визначити силу струму в колі.

Розв'язок.

Силу струму в колі знаходимо за (1.29):

$$I = \frac{150}{1+2+12} = 10 \text{ А.}$$

1.8.3 Закон Ома для замкненого електричного кола

Розглянемо принципову електричну схему кола зарядки акумулятора, представлену на рис.1.21.

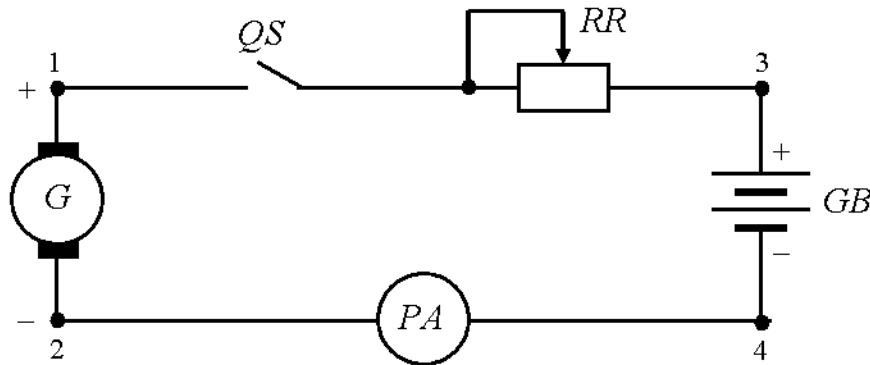


Рис.1.21

На принциповій електричній схемі (рис.1.21) позначено: G – генератор; GB – акумулятор; RR – регулюючий реостат; QS – вимикач; PA – амперметр.

Складемо розрахункову схему цього кола, нехтуючи фізичними явищами у з'єднувальних проводах, вимикачеві та амперметрі (рис.1.22).

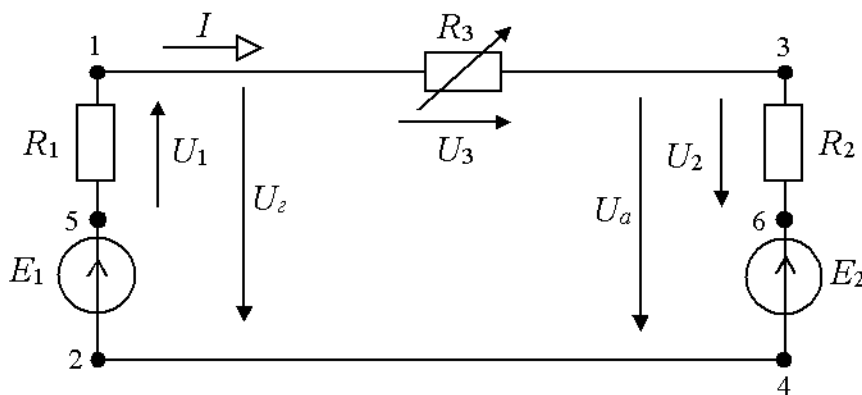


Рис.1.22

На розрахунковій схемі (рис.1.22) позначено: I – сила струму в колі; E_1 – е.р.с. генератора; R_1 – внутрішній опір генератора; E_2 – е.р.с. акумуля-

тора; R_2 – внутрішній опір акумулятора; R_3 – опір регулюючого реостата (стрілка означає, що цей опір можна змінювати); U_2 – напруга на затискачах генератора; U_1 – спадання напруги на внутрішньому опорі генератора; U_3 – спадання напруги у регулюючому реостаті; U_a – напруга на затискачах акумулятора; U_2 – спадання напруги на внутрішньому опорі акумулятора. Е.р.с. E_2 спрямована протилежно струму через те, що цей елемент відображає накопичення енергії у акумуляторі.

Знайдемо взаємозв'язок між силою струму I , електрорушійними силами E_1 і E_2 та опорами R_1 , R_2 , R_3 . Для цього виразимо потенціал точки 4 через потенціал точки 2:

$$\varphi_4 = \varphi_2 + E_1 - R_1 \cdot I - R_3 \cdot I - R_2 \cdot I - E_2. \quad (1.30)$$

Перепишемо (1.30) у такому вигляді:

$$\varphi_4 - \varphi_2 = E_1 - E_2 - (R_1 + R_2 + R_3) \cdot I. \quad (1.31)$$

Через те, що $\varphi_2 = \varphi_4$, після перетворень можемо записати:

$$I = \frac{E_1 - E_2}{R_1 + R_2 + R_3}. \quad (1.32)$$

У загальному випадку нерозгалужене електричне коло може містити будь-яку кількість опорів і будь-яку кількість е.р.с., тому **закон Ома для замкнутого кола** формулюється так: **сила струму у замкнутому колі прямо пропорційна алгебраїчній сумі е.р.с., що діють у колі, і обернено пропорційна сумарному опору кола** [1-9].

Математичний запис даного закону такий:

$$I = \frac{\sum E}{\sum R}, \quad (1.33)$$

де $\sum E$ – алгебраїчна сума е.р.с., що діють у колі, B ;

$\sum R$ – сума опорів кола, Om .

Для електричного кола на рис.1.22 алгебраїчна сума е.р.с.:

$$\sum E = E_1 - E_2. \quad (1.34)$$

Зі знаком «+» записують електрорушійні сили, які збігаються за напрямом з обраним напрямом струму; при розбіжності їх записують зі знаком «-».

Приклад 1.18

Для розрахункової схеми електричного кола, наведеної на рис.1.22, відомо: $E_1 = 24 \text{ В}$, $E_2 = 6 \text{ В}$, $R_1 = 2 \text{ Ом}$, $R_2 = 1 \text{ Ом}$, $R_3 = 3 \text{ Ом}$.

Визначити силу струму в колі.

Розв'язок.

Визначаємо силу струму в колі за (1.33):

$$I = \frac{24 - 6}{2 + 1 + 3} = 3 \text{ А.}$$

1.8.4 Узагальнений закон Ома

Розглянемо ділянку з акумулятором електричного кола, розрахункова схема якого наведена на рис.1.22. Знайдемо взаємозв'язок між силою струму I , напругою U_a , опором R_2 і е.р.с. E_2 на цій ділянці кола. Для цього виразимо потенціал точки 4 через потенціал точки 3:

$$\varphi_4 = \varphi_3 - R_2 \cdot I - E_2. \quad (1.35)$$

Перепишемо цей вираз в іншому вигляді:

$$R_2 \cdot I = \varphi_3 - \varphi_4 - E_2. \quad (1.36)$$

Враховуючи те, що різниця потенціалів точок 3 і 4 являє собою напругу на затискачах акумулятора, після перетворення отримаємо:

$$I = \frac{U_a - E_2}{R_2}. \quad (1.37)$$

У загальному випадку ділянка електричного кола може містити будь-яку кількість опорів і е.р.с., тому у загальному вигляді (1.37) можна записати так (**узагальнений закон Ома**) [1-9]:

$$I = \frac{U + \sum E}{\sum R}, \quad (1.38)$$

де I – сила струму на ділянці кола, A ;

U – напруга на ділянці кола, B ;

$\sum E$ – алгебраїчна сума е.р.с. на ділянці кола, B ;

$\sum R$ – сума опорів на ділянці кола, $Ом$.

Якщо напруга на ділянці електричного кола збігається за напрямом з обраним напрямом струму, то її записують зі знаком «+» (при розбіжності її записують зі знаком «-»); аналогічно поступають і з е.р.с.

Приклад 1.19

Для ділянки електричного кола, розрахункова схема якої наведена на рис.1.23, відомо: $R_1 = 2 \text{ Ом}$, $R_2 = 8 \text{ Ом}$, $E_1 = 17 \text{ В}$, $E_2 = 47 \text{ В}$, $U = 50 \text{ В}$.

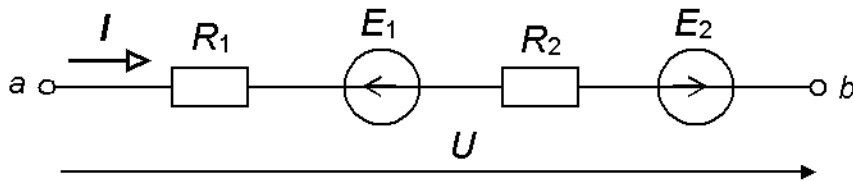


Рис.1.23

Визначити силу струму на ділянці кола.

Розв'язок.

Визначаємо силу струму на ділянці кола за (1.38):

$$I = \frac{50 + (-17 + 47)}{2 + 8} = 8 \text{ А.}$$

Запитання для самоконтролю

1. Сформулюйте і математично запишіть закон Ома для ділянки електричного кола без е.р.с.
2. Сформулюйте і математично запишіть закон Ома для замкнутого електричного кола з однією е.р.с.
3. Сформулюйте, математично запишіть і поясніть закон Ома для замкнутого кола.
4. Математично запишіть і поясніть узагальнений закон Ома.

Завдання для самоконтролю

1. Напряга на затискачах навантаження дорівнює **220 В**, опір навантаження дорівнює **11 Ом**. Визначити силу струму у навантаженні.
2. На затискачах навантаження встановилась напруга **180 В**, під дією якої у ньому протікає електричний струм силою **12 А**. Визначити опір навантаження.
3. У лінії електропередачі, опір якої дорівнює **3 Ом**, протікає електричний струм силою **5 А**. Визначити спадання напруги в лінії електропередачі.
4. У нерозгалуженому електричному колі діє е.р.с., яка дорівнює **300 В**. Опори ділянок кола дорівнюють **2 Ом, 5 Ом, 8 Ом, 15 Ом**. Скласти розрахункову схему кола та визначити силу струму у колі.
5. У нерозгалуженому електричному колі е.р.с., які діють назустріч одна одній, дорівнюють **200 В** і **40 В**. Опори ділянок кола дорівнюють **1 Ом, 3 Ом, 5 Ом, 7 Ом**. Визначити силу струму у колі.
6. У нерозгалуженому електричному колі е.р.с., які діють в один бік, дорівнюють **120 В** і **60 В**. Опори ділянок кола дорівнюють **2 Ом, 4 Ом, 6 Ом**. Визначити силу струму у колі.
7. Для ділянки з генератором електричного кола, приведеного на рис.1.22, відомо, що е.р.с. генератора дорівнює **200 В**, внутрішній опір генератора дорівнює **2 Ом**, напруга на затискачах генератора дорівнює **180 В**. Визначити силу струму в генераторі.

1.9 Розрахунок нерозгалуженого електричного кола

Розрахунок електричного кола виконують у такій послідовності:

- 1) складають розрахункову схему електричного кола;
- 2) встановлюють значення параметрів електричного кола (е.р.с. та усіх опорів);
- 3) розраховують силу електричного струму у колі;
- 4) розраховують напруги (спадання напруг) на ділянках електричного кола;
- 5) розраховують потужності елементів електричного кола;
- 6) розраховують коефіцієнти корисної дії окремих елементів кола та кола (електроустановки) в цілому;
- 7) розраховують кількості електроенергії, які виробляють або споживають елементи електричного кола.

Розглянемо застосування вказаної послідовності розрахунку на прикладі електричного кола, розрахункова схема якого наведена на рис.1.19.

1. Значення параметрів електричного кола (е.р.с. та усіх опорів) встановлюють за допомогою відповідних експериментів або даних виготовлювача електрообладнання.

2. Силу електричного струму в колі розраховують, використовуючи закон Ома для замкненого кола; в даному випадку за виразом (1.28).

3. Розрахунок напруг починають з джерела. Отримаємо вираз для розрахунку напруги на затискачах генератора, для чого перепишемо (1.22) у такому вигляді:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = E - R_g \cdot I. \quad (1.39)$$

Враховуючи те, що різниця потенціалів між точками 1 і 2 електричного кола є напругою на затискачах генератора, отримуємо:

$$U_g = E - R_g \cdot I. \quad (1.40)$$

Напруги (спадання напруг) на інших ділянках кола розраховують на підставі закону Ома для ділянки електричного кола без е.р.с. (1.26).

Спадання напруги на внутрішньому опорі генератора:

$$U_g = R_g \cdot I. \quad (1.41)$$

Спадання напруги в лінії електропередачі:

$$U_n = R_n \cdot I. \quad (1.42)$$

Напруга на затискачах навантаження:

$$U_n = R_n \cdot I . \quad (1.43)$$

4. Потужності елементів електричного кола розраховують на підставі (1.19) і (1.20).

Потужність, що розвиває генератор:

$$P = E \cdot I . \quad (1.44)$$

Потужність, що втрачається в генераторі:

$$P_\epsilon = R_\epsilon \cdot I^2 \quad \text{або} \quad P_\epsilon = U_\epsilon \cdot I . \quad (1.45)$$

Потужність, що віддається генератором:

$$P_\epsilon = U_\epsilon \cdot I . \quad (1.46)$$

Потужність, що втрачається в лінії електропередачі:

$$P_l = R_l \cdot I^2 \quad \text{або} \quad P_l = U_l \cdot I . \quad (1.47)$$

Потужність, що споживає навантаження:

$$P_n = R_n \cdot I^2 \quad \text{або} \quad P_n = U_n \cdot I . \quad (1.48)$$

5. Коефіцієнти корисної дії окремих елементів кола та кола в цілому розраховують так:

$$\eta_\epsilon = \frac{P_\epsilon}{P} ; \quad (1.49)$$

$$\eta_l = \frac{P_n}{P_\epsilon} ; \quad (1.50)$$

$$\eta_{\text{кола}} = \frac{P_n}{P} , \quad (1.51)$$

де η_g – коефіцієнт корисної дії генератора;
 $\eta_{л}$ – коефіцієнт корисної дії лінії електропередачі;
 $\eta_{кола}$ – коефіцієнт корисної дії електричного кола (всієї установки),
або з урахуванням (1.44), (1.46), (1.48) так:

$$\eta_g = \frac{U_g}{E}; \quad (1.52)$$

$$\eta_{л} = \frac{U_{л}}{U_g}; \quad (1.53)$$

$$\eta_{кола} = \frac{U_{н}}{E}. \quad (1.54)$$

6. Кількість електричної енергії, яку розвивають або споживають елементи електричного кола, або яка втрачається в елементах електричного кола, розраховують на підставі (1.18). Наприклад, кількість спожитої навантаженням електричної енергії розраховують так:

$$W_{н} = P_{н} \cdot t, \quad (1.55)$$

де $W_{н}$ – кількість електричної енергії, спожитої навантаженням, *кВт·год*;
 $P_{н}$ – потужність, яку споживає навантаження, *кВт*;
 t – час роботи навантаження, *год*.

Приклад 1.20

Для електричного кола, розрахункова схема якого наведена на рис.1.19, відомо наступне: $E = 250 \text{ В}$, $R_e = 2 \text{ Ом}$, $R_{л} = 6 \text{ Ом}$, $R_{н} = 17 \text{ Ом}$, $t = 1000 \text{ год.}$, $c_E = 2,5 \text{ грн./(кВт·год.)}$.

Виконати розрахунок електричного кола: визначити силу струму у колі, напруги та спадання напруг на ділянках кола, потужності та втрати потужності на ділянках кола, коефіцієнти корисної дії елементів кола та кола в цілому, кількість та вартість спожитої навантаженням електроенергії.

Розв'язок.

1. Визначаємо силу електричного струму в колі за (1.29):

$$I = \frac{250}{2+6+17} = 10 \text{ А.}$$

2. Визначаємо напругу на затискачах генератора за (1.40):

$$U_g = 250 - 2 \cdot 10 = 230 \text{ В.}$$

3. Визначаємо спадання напруги на внутрішньому опорі генератора за (1.41):

$$U_e = 2 \cdot 10 = 20 \text{ В.}$$

4. Визначаємо спадання напруги в лінії електропередачі за (1.42):

$$U_{\pi} = 6 \cdot 10 = 60 \text{ В.}$$

5. Визначаємо напругу на затискачах навантаження за (1.43):

$$U_H = 17 \cdot 10 = 170 \text{ В.}$$

6. Визначаємо потужність, яку розвиває джерело, за (1.44):

$$P = 250 \cdot 10 = 2500 \text{ Вт} = 2,5 \text{ кВт.}$$

7. Визначаємо потужність, яка втрачається в джерелі, за (1.45):

$$P_B = 2 \cdot 10^2 = 20 \cdot 10 = 200 \text{ Вт.}$$

8. Визначаємо потужність, яка віддається джерелом, за (1.46):

$$P_e = 230 \cdot 10 = 2300 \text{ Вт} = 2,3 \text{ кВт.}$$

9. Визначаємо потужність, яка втрачається в лінії електропередачі, за (1.47):

$$P_{\pi} = 6 \cdot 10^2 = 60 \cdot 10 = 600 \text{ Вт.}$$

10. Визначаємо потужність, яка споживається навантаженням, за (1.48):

$$P_H = 17 \cdot 10^2 = 170 \cdot 10 = 1700 \text{ Вт} = 1,7 \text{ кВт.}$$

12. Визначаємо к.к.д. генератора (джерела) за (1.49) та (1.52):

$$\eta_r = \frac{2300}{2500} = \frac{230}{250} = 0,92.$$

13. Визначаємо к.к.д. лінії електропередачі визначається за (1.50) та (1.53):

$$\eta_{\pi} = \frac{1700}{2300} = \frac{170}{230} \approx 0,74.$$

14. Визначаємо к.к.д. електричного кола (всієї електроустановки) за (1.51) та (1.54):

$$\eta_{\text{кола}} = \frac{1700}{2500} = \frac{170}{250} = 0,68.$$

$$\text{або } \eta_{\text{кола}} = \eta_{\pi} \cdot \eta_e = 0,74 \cdot 0,92 = 0,68.$$

15. Визначаємо кількість електроенергії, яку споживе навантаження за вказаний в умові час, за (1.55):

$$W_H = 1,7 \cdot 1000 = 1700 \text{ кВт} \cdot \text{год.}$$

16. Визначаємо вартість електричної енергії, яку споживе навантаження за вказаний в умові час:

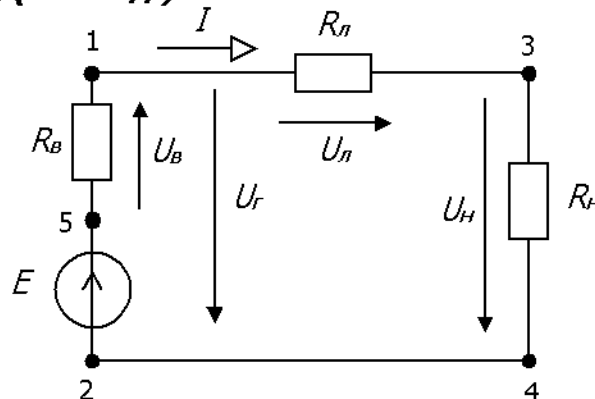
$$C_H = W_H \cdot c_E; \quad C_H = 1700 \cdot 2,5 = 4250 \text{ грн.}$$

Запитання для самоконтролю

1. Наведіть послідовність розрахунку електричного кола.
2. Як визначаються вихідні дані для розрахунку електричного кола?
3. Як розрахувати силу струму в електричному колі?
4. Як розрахувати напругу на затискачах джерела?
5. Як розрахувати спадання напруги в джерелі?
6. Як розрахувати спадання напруги в лінії електропередачі?
7. Як розрахувати напругу на навантаженні?
8. Як розрахувати потужність, яку розвиває джерело?
9. Як розрахувати втрати потужності в джерелі?
10. Як розрахувати потужність, що віддає джерело?
11. Як розрахувати втрати потужності в лінії електропередачі?
12. Як розрахувати потужність навантаження?
13. Як розрахувати к.к.д. джерела?
14. Як розрахувати к.к.д. лінії електропередачі?
15. Як розрахувати к.к.д. електроустановки?
16. Як розрахувати кількість електроенергії, яку споживає навантаження?
17. Як розрахувати вартість електроенергії, яку споживає навантаження?

Завдання для самоконтролю

Для приведеної на рисунку розрахункової схеми електричного кола відомо:
 $E = 200 \text{ В}; R_B = 1 \text{ Ом}; R_L = 3 \text{ Ом}; R_H = 16 \text{ Ом}; t = 500 \text{ год.};$
 $c_E = 2,5 \text{ грн./}(кВт \cdot \text{год.}).$



1. Визначити силу струму у колі.
2. Визначити напруги та спадання напруг на ділянках кола.
3. Визначити потужності та втрати потужності на ділянках кола.
4. Визначити коефіцієнти корисної дії елементів кола.
5. Визначити кількість та вартість спожитої навантаженням електроенергії.

1.10 Режими роботи електричного кола

Розглянемо роботу електричного кола, яке складається з джерела, до якого за допомогою лінії електропередачі підключене навантаження. Розрахункова схема такого кола має вигляд, наведений на рис.1.19. Дане коло може працювати при різних значеннях сили струму у колі, яке згідно (1.28) залежить як від е.р.с. джерела, так і від опорів кола. Внаслідок зміни сили струму в колі відбувається зміна енергетичних показників роботи кола та стану ізоляції його елементів.

Робота електричного кола, коли струм у ньому не призводить до пошкоджень елементів кола, а всі величини (опори, сила струму, напруги, потужності тощо) мають значення, передбачені виготівником, називається *номінальним режимом*. У такому режимі коло може працювати довготривало, а значення усіх величин, що характеризують роботу кола, у такому режимі називають номінальними.

Робота електричного кола, коли струм у ньому не протікає за наявності напруги на затискачах джерела, називається *режимом холостого ходу*. У такому режимі роботи згідно (1.40) напруга на затискачах джерела дорівнює е.р.с., яку воно розвиває.

Приклад 1.21

Електричне коло складається з генератора постійного струму, до затискачів якого за допомогою лінії електропередачі підключено навантаження. На затискачах генератора та навантаження включені вольтметри, у коло включений амперметр та вимикач. Відомо, що в номінальному режимі роботи кола вольтметр на затискачах генератора показав **200 В**, вольтметр на затискачах навантаження показав **160 В**, амперметр показав **10 А**. В режимі холостого ходу вольтметр на затискачах генератора показав **210 В**.

Скласти принципову електричну схему та розрахункову схему електричного кола. Визначити е.р.с. генератора та опори елементів електричного кола.

Розв'язок.

1. Складаємо принципову електричну схему кола, прийнявши у якості навантаження електроосвітлювальний пристрій (рис.1.24).

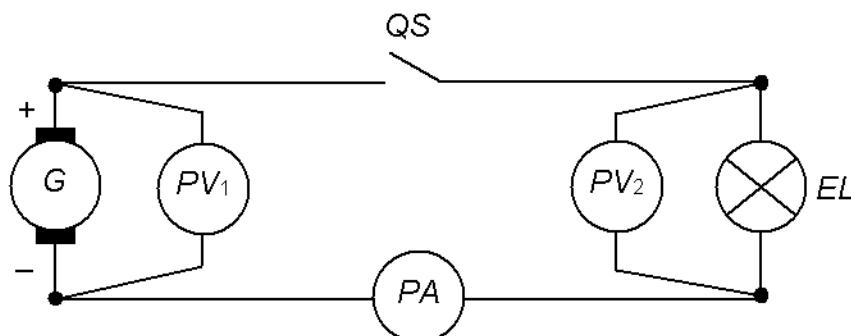


Рис.1.24

2. Розрахункова схема електричного кола так ж, як і на рис.1.19. Для неї відомо: $U_2 = 200 \text{ В}$, $U_H = 160 \text{ В}$, $I = 10 \text{ А}$ (номінальний режим роботи); $U_{2(x)} = 210 \text{ В}$ (холостий хід).

3. Визначаємо е.р.с. генератора, застосовуючи дані холостого ходу. При холостому ході кола сила струму дорівнює нулю, тому на підставі (1.40):

$$U_{2(x)} = E - R_{\text{в}} \cdot 0, \quad \text{звідки} \quad E = U_{2(x)}; \quad E = 210 \text{ В}.$$

4. Визначаємо опори елементів електричного кола, застосовуючи дані номінального режиму роботи.

4.1 Визначаємо внутрішній опір генератора з (1.40):

$$R_{\text{в}} = \frac{E - U_2}{I}; \quad R_{\text{в}} = \frac{210 - 200}{10} = 1 \text{ Ом}.$$

4.2 Визначаємо опір лінії електропередачі з (1.26):

$$R_{\text{л}} = \frac{U_{\text{л}}}{I} = \frac{U_2 - U_H}{I}; \quad R_{\text{л}} = \frac{200 - 160}{10} = 4 \text{ Ом}.$$

4.3 Визначаємо опір навантаження з (1.26):

$$R_{\text{н}} = \frac{U_H}{I}; \quad R_{\text{н}} = \frac{160}{10} = 16 \text{ Ом}.$$

5. Перевіряємо розрахунок, застосовуючи закон Ома для замкненого кола з однією е.р.с. (1.29):

$$I = \frac{E}{R_{\text{в}} + R_{\text{л}} + R_{\text{н}}}; \quad I = \frac{210}{1 + 4 + 16} = 10 \text{ А},$$

отриманий результат співпадає із заданим показанням амперметра, тому розрахунок виконаний вірно.

Робота електричного кола, коли сила струму у ньому перевищує номінальне значення, називається **режимом перевантаження**. Така збільшена сила струму обумовлює підсилення теплової дії струму і перегрівання ізоляції елементів електричного кола, внаслідок чого відбувається її погіршення та вихід з ладу. Крім того, знижуються енергетичні показники роботи кола (потужності, к.к.д.) внаслідок збільшення втрат потужності у джерелі та в лінії електропередачі. Тому робота кола у такому режимі не повинна бути довготривалою.

Робота електричного кола, коли сила струму у ньому менша за номінальне значення, називається **режимом недовантаження**. Робота кола у такому режимі може бути довготривалою, тому що відбувається послаблення теплової дії струму й ізоляція елементів електричного кола не пере-

грівається, але потужність джерела і навантаження будуть меншими у порівнянні із номінальним режимом.

Робота замкненого електричного кола при замкнених затискачах навантаження називається **режимом короткого замикання навантаження**. У даному випадку опір навантаження дорівнює нулю ($R_n = 0$), тому розрахункова схема для такого режиму має вигляд, наведений на рис.1.25.

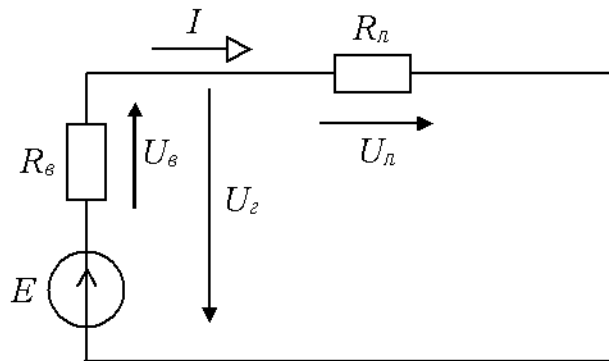


Рис.1.25

Згідно розрахункової схеми на рис.1.25 і закону Ома (1.29) сила струму у колі в даному режимі обмежується внутрішнім опором джерела та опором лінії електропередачі, тому вона значно збільшується у порівнянні з номінальним значенням. Таке збільшення сили струму обумовлює різке підсилення теплової дії струму і перегрівання ізоляції елементів електричного кола, внаслідок чого відбувається її швидке руйнування та вихід з ладу. Крім того, як впливає з розрахункової схеми на рис.1.25, у такому режимі роботи кола напруга на затискачах джерела дорівнює спаданню напруги в лінії електропередачі. Потужність, яку розвиває джерело, зростає внаслідок збільшення сили струму, причому уся вона втрачається у джерелі та в лінії електропередачі. Тому даний режим роботи є аварійним, коло у ньому повинно бути миттєво розімкнено.

Приклад 1.22

Вихідні дані такі ж, як і у прикладі 1.20.

Скласти розрахункову схему електричного кола для режиму короткого замикання навантаження та визначити силу струму у колі, напругу на затискачах джерела, спадання напруги в лінії електропередачі, потужності елементів кола.

Розв'язок.

1. Розрахункова схема електричного кола наведена на рис.1.25.
2. Визначаємо силу струму у колі в режимі короткого замикання навантаження:

$$I = \frac{E}{R_в + R_n}; \quad I = \frac{250}{2+6} = 31,25 \text{ А.}$$

3. Визначаємо напругу на затискачах джерела в режимі короткого замикання навантаження за (1.40):

$$U_z = 250 - 2 \cdot 31,25 = 187,5 \text{ В.}$$

4. Визначаємо спадання напруги в лінії електропередачі в режимі короткого замикання навантаження за (1.42):

$$U_n = 6 \cdot 31,25 = 187,5 \text{ В.}$$

5. Визначаємо потужність, що розвиває джерело, в режимі короткого замикання навантаження за (1.44):

$$P_z = 250 \cdot 31,25 = 7812,5 \text{ Вт.}$$

6. Визначаємо потужність, що втрачається в джерелі, в режимі короткого замикання навантаження за (1.45):

$$P_6 = 2 \cdot 31,25^2 = 1953,125 \text{ Вт.}$$

7. Визначаємо потужність, що віддає джерело, в режимі короткого замикання навантаження за (1.46):

$$P_7 = 187,5 \cdot 31,25 = 5859,375 \text{ Вт.}$$

8. Визначаємо втрати потужності в лінії електропередачі в режимі короткого замикання навантаження за (1.47):

$$P_n = 187,5 \cdot 31,25 = 5859,375 \text{ Вт.}$$

Робота електричного кола при закорочених затискачах джерела називається **режимом короткого замикання джерела**. У даному випадку опір лінії електропередачі та опір навантаження дорівнюють нулю ($R_n = 0$; $R_n = 0$), тому розрахункова схема для такого режиму має вигляд, наведений на рис.1.26.

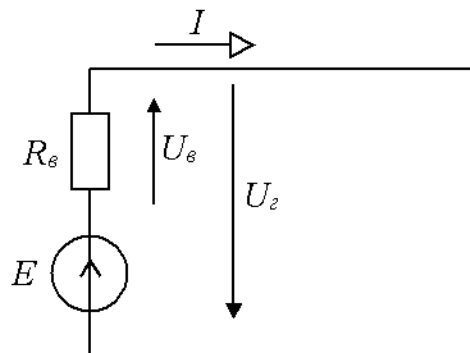


Рис.1.26

Згідно розрахункової схеми на рис.1.26 і закону Ома (1.29) сила струму у колі в даному режимі обмежується тільки внутрішнім опором джерела, тому вона у декілька разів збільшується у порівнянні з номінальним значенням. Таке збільшення сили струму обумовлює величезне підсилення теплової дії струму і різке перегрівання ізоляції елементів електричного кола, внаслідок чого відбувається її миттєве руйнування та вихід з ладу. Крім того, як впливає з розрахункової схеми на рис.1.26, у такому режимі роботи електрорушійна сила джерела дорівнює спаданню напруги на внутрішньому опорі джерела, тобто напруга на затискачах джерела дорівнює нулю. Потужність, яку розвиває джерело, збільшується у декілька разів внаслідок різкого збільшення сили струму, причому уся вона втрачається у джерелі, що призводить до його значного нагрівання. Тому даний режим роботи є аварійним і особливо небезпечним, робота джерела у ньому має бути миттєво припинена.

Приклад 1.23

Вихідні дані такі ж, як і у прикладі 1.20.

Скласти розрахункову схему електричного кола для режиму короткого замикання джерела (генератора) та визначити для даного режиму силу струму у колі, напругу на затискачах джерела, потужності елементів кола.

Розв'язок.

1. Розрахункова схема електричного кола наведена на рис.1.26.
2. Визначаємо силу струму у колі в режимі короткого замикання джерела:

$$I = \frac{E}{R_e}; \quad I = \frac{250}{2} = 125 \text{ A.}$$

3. Визначаємо напругу на затискачах джерела при його короткому замиканні за (1.40):

$$U_e = 250 - 2 \cdot 125 = 0 \text{ V.}$$

4. Визначаємо потужність, що розвиває джерело при його короткому замиканні, за (1.44):

$$P = 250 \cdot 125 = 31250 \text{ Вт} = 31,25 \text{ кВт.}$$

5. Визначаємо потужність, що втрачається в джерелі при його короткому замиканні, за (1.45):

$$P_e = 2 \cdot 125^2 = 31250 \text{ Вт} = 31,25 \text{ кВт.}$$

6. Визначаємо потужність, що віддає джерело при його короткому замиканні, за (1.46):

$$P_s = 0 \cdot 125 = 0 \text{ Вт.}$$

Запитання для самоконтролю

1. Який режим роботи електричного кола називають номінальним? Чим він характеризується?
2. Який режим роботи електричного кола називають холостим ходом? Чим він супроводжується?
3. Який режим роботи електричного кола називають перевантаженням? Чим він супроводжується?
4. Який режим роботи електричного кола називають недовантаженням? Чим він супроводжується?
5. Який режим роботи електричного кола називають коротким замиканням навантаження? Чим він супроводжується?
6. Який режим роботи електричного кола називають коротким замиканням джерела? Чим він супроводжується?
7. Який з режимів коротких замикань є найбільш небезпечним для електричного кола? Чому?

Завдання для самоконтролю

1. Електричне коло складається з генератора постійного струму, до затискачів якого за допомогою лінії електропередачі підключено електронагрівальний пристрій. На затискачах генератора та електронагрівального пристрою включені вольтметри, у коло включений амперметр та вимикач. Відомо, що в номінальному режимі роботи кола вольтметр на затискачах генератора показав **250 В**, вольтметр на затискачах електронагрівального пристрою показав **200 В**, амперметр показав **5 А**. В режимі холостого ходу вольтметр на затискачах генератора показав **260 В**.

Скласти принципову електричну схему та розрахункову схему кола. Визначити е.р.с. генератора і опори основних елементів кола.

2. Електричне коло складається з генератора, лінії електропередачі і навантаження. Відомо, що коло розраховано виготівником на наступні значення величин: е.р.с. джерела дорівнює **200 В**; внутрішній опір джерела дорівнює **1 Ом**, опір лінії електропередачі дорівнює **4 Ом**, опір навантаження дорівнює **15 Ом**.

Скласти розрахункову схему електричного кола для номінального режиму і визначити для цього режиму силу струму у колі.

Скласти розрахункову схему електричного кола для режиму короткого замикання навантаження і визначити для цього режиму силу струму у колі, напруги (спадання напруг) на ділянках кола та потужності елементів кола.

Скласти розрахункову схему електричного кола для режиму короткого замикання джерела і визначити для цього режиму силу струму у колі, напруги (спадання напруг) на ділянках кола та потужності елементів кола.

Порівняти між собою сили струмів у колі при вказаних вище режимах роботи та зробити висновок, який режим є найбільш небезпечним.

1.11 Робота електричного кола при зміні навантаження

Розглянемо роботу електричного кола електроустановки, яка складається з генератора постійного струму (джерела), лінії електропередачі і навантаження, опір якого може змінюватись. Розрахункова схема даного кола наведена на рис.1.27.

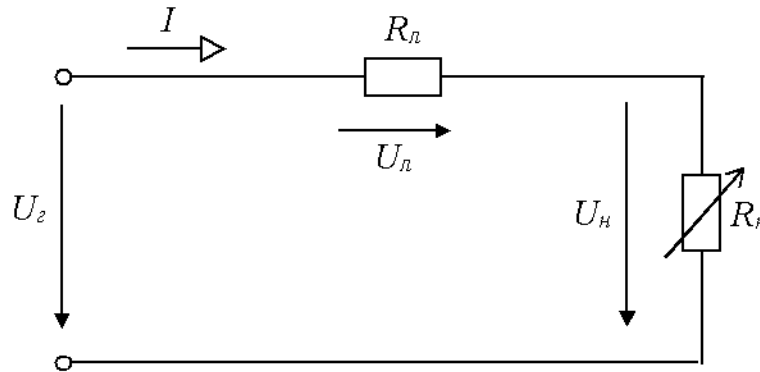


Рис.1.27

На розрахунковій схемі (рис.1.27) позначено: U_2 – напруга на затискачах генератора (джерела); U_l – спадання напруги в лінії електропередачі; U_n – напруга на навантаженні.

Прийmemo наступні умови: генератор вважаємо ідеальним (тобто його внутрішній опір дорівнює нулю), напруга на його затискачах у процесі роботи не змінюється ($U_2 = \text{const}$); опір лінії електропередачі у процесі роботи не змінюється ($R_l = \text{const}$), опір навантаження у процесі роботи змінюється від ∞ до 0 ($R_n = \infty \dots 0$).

Розглянемо, як буде змінюватись сила струму у колі при вказаній зміні опору навантаження.

У загальному випадку сила струму в колі дорівнює:

$$I = \frac{U_2}{R_l + R_n}. \quad (1.56)$$

З (1.56) випливає, що сила струму в колі лінійно залежить від опору навантаження. Якщо $R_n = \infty$, то коло працює у режимі холостого ходу і сила струму в колі дорівнює нулю ($I_x = 0$, де I_x – сила струму в колі в режимі холостого ходу). Якщо $R_n = 0$, то коло працює у режимі короткого замикання і сила струму в колі дорівнює максимальному значенню:

$$I_k = \frac{U_2}{R_l}, \quad (1.57)$$

де I_k – сила струму в колі в режимі короткого замикання, А.

Розглянемо, як будуть змінюватись спадання напруги в лінії електропередачі та напруга на навантаженні при зміні опору навантаження.

У загальному випадку спадання напруги в лінії електропередачі дорівнює:

$$U_{\lambda} = R_{\lambda} \cdot I . \quad (1.58)$$

З (1.58) випливає, що спадання напруги в лінії електропередачі лінійно залежить від сили струму в колі, а відповідно і від опору навантаження. Якщо $R_{\lambda} = \infty$, то сила струму у колі дорівнює нулю і спадання напруги в лінії дорівнює нулю ($U_{\lambda(x)} = 0$, де $U_{\lambda(x)}$ – спадання напруги в лінії в режимі холостого ходу). Якщо $R_{\lambda} = 0$, то сила струму в колі дорівнює максимальному значенню і спадання напруги в лінії дорівнює максимальному значенню:

$$U_{\lambda(x)} = R_{\lambda} \cdot I_{\lambda} , \quad (1.59)$$

де $U_{\lambda(x)}$ – спадання напруги в лінії в режимі короткого замикання, B .

Підставивши (1.57) у (1.59), для режиму короткого замикання отримаємо:

$$U_{\lambda(x)} = U_{\varepsilon} . \quad (1.60)$$

У загальному випадку напруга на навантаженні дорівнює:

$$U_{\lambda} = U_{\varepsilon} - R_{\lambda} \cdot I . \quad (1.61)$$

З (1.61) випливає, що напруга на навантаження лінійно залежить від сили струму в колі, а відповідно і від опору навантаження. Якщо $R_{\lambda} = \infty$, то сила струму в колі дорівнює нулю, а напруга на навантаженні дорівнює максимальному значенню:

$$U_{\lambda(x)} = U_{\varepsilon} , \quad (1.62)$$

де $U_{\lambda(x)}$ – напруга на навантаженні в режимі холостого ходу, B .

Якщо $R_{\lambda} = 0$, то сила струму в колі дорівнює максимальному значенню, а напруга на навантаженні, враховуючи (1.60), дорівнює нулю ($U_{\lambda(x)} = 0$, де $U_{\lambda(x)}$ – напруга на навантаженні в режимі короткого замикання).

Таким чином, при зменшенні опору навантаження спадання напруги в лінії електропередачі збільшується, а напруга на навантаженні зменшується, і навпаки. Знайдемо умову, за якої вони будуть дорівнювати одне одному. Для цього запишемо напругу на навантаженні так:

$$U_n = R_n \cdot I . \quad (1.63)$$

Дорівнявши (1.63) і (1.58), бачимо, що напруга на навантаженні дорівнює спаданню напруги в лінії електропередачі, якщо

$$R_n = R_n . \quad (1.64)$$

За цієї умови (1.64) напруга на навантаженні і спадання напруги в лінії електропередачі згідно (1.61) дорівнюють половині напруги на затискачах генератора (джерела).

Покажемо залежності спадання напруги в лінії електропередачі та напруги на навантаженні у функції сили струму на рис.1.28.

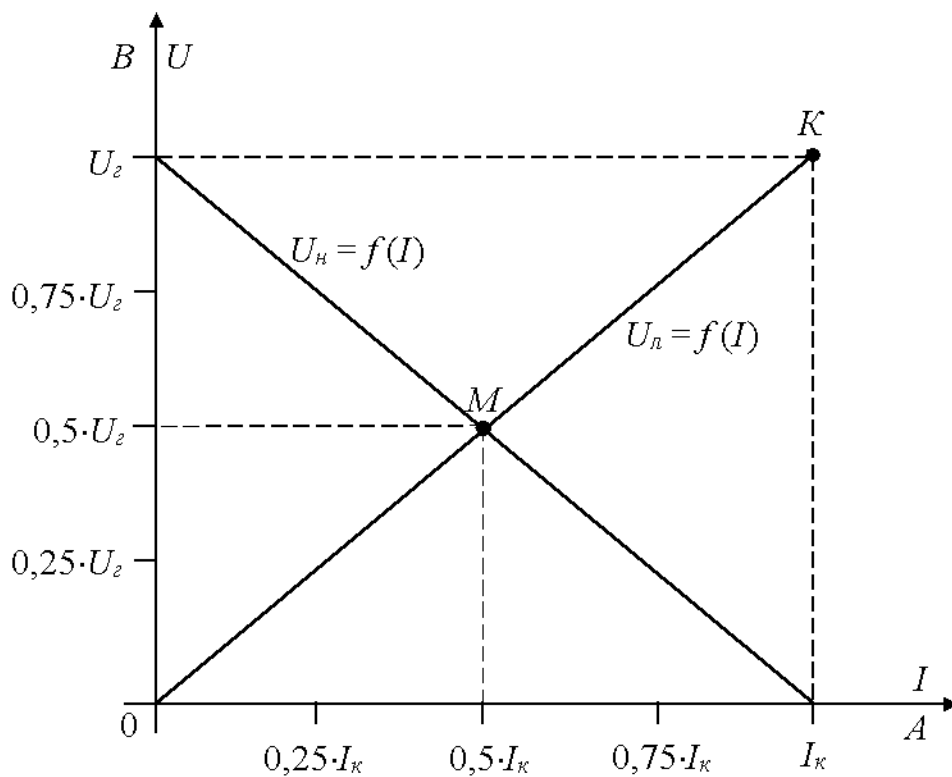


Рис.1.28

Розглянемо, як будуть змінюватись потужність джерела, втрата потужності в лінії електропередачі та потужність навантаження при зміні опору навантаження.

У загальному випадку потужність джерела дорівнює:

$$P_\varrho = U_\varrho \cdot I . \quad (1.65)$$

З (1.65) випливає, що потужність джерела лінійно залежить від сили струму в колі, а відповідно і від опору навантаження. Якщо $R_n = \infty$, то сила

струму в колі дорівнює нулю і потужність джерела дорівнює нулю ($P_{\varepsilon(x)} = 0$, де $P_{\varepsilon(x)}$ – потужність джерела в режимі холостого ходу). Якщо $R_H = 0$, то сила струму в колі дорівнює максимальному значенню і потужність джерела дорівнює максимальному значенню:

$$P_{\varepsilon(x)} = U_{\varepsilon} \cdot I_x, \quad (1.66)$$

де $P_{\varepsilon(x)}$ – потужність джерела в режимі короткого замикання, *Вт*.

У загальному випадку втрати потужності в лінії електропередачі дорівнює:

$$P_{\varepsilon} = R_{\varepsilon} \cdot I^2. \quad (1.67)$$

З (1.67) випливає, що втрати потужності в лінії електропередачі нелінійно (квадратично) залежить від сили струму в колі, а відповідно і від опору навантаження. Якщо $R_H = \infty$, то сила струму в колі дорівнює нулю і втрата потужності в лінії дорівнює нулю ($P_{\varepsilon(x)} = 0$, де $P_{\varepsilon(x)}$ – втрати потужності в лінії в режимі холостого ходу). Якщо $R_H = 0$, то сила струму в колі дорівнює максимальному значенню і втрати потужності в лінії дорівнюють максимальному значенню:

$$P_{\varepsilon(x)} = R_{\varepsilon} \cdot I_x^2. \quad (1.68)$$

де $P_{\varepsilon(x)}$ – втрати потужності в лінії в режимі короткого замикання, *Вт*.

У режимі короткого замикання вся потужність джерела виділяється у опорі R_{ε} (тому що $R_H = 0$), тобто втрачається у лінії електропередачі:

$$P_{\varepsilon(x)} = P_{\varepsilon(x)}. \quad (1.69)$$

У загальному випадку потужність навантаження дорівнює:

$$P_H = R_H \cdot I^2. \quad (1.70)$$

З (1.70) випливає, що потужність навантаження нелінійно (квадратично) залежить від сили струму в колі, а відповідно і від опору навантаження. Якщо $R_H = \infty$, то сила струму в колі дорівнює нулю і потужність навантаження дорівнює нулю ($P_{H(x)} = 0$, де $P_{H(x)}$ – потужність навантаження у режимі холостого ходу). Якщо $R_H = 0$, то сила струму в колі дорівнює максимальному значенню, а потужність навантаження дорівнює нулю ($P_{H(x)} = 0$, де $P_{H(x)}$ – потужність навантаження у режимі короткого замикання). Між вказаними режимами роботи відбувається збільшення потужності навантаження від нуля до максимального значення, а потім зменшення до нуля.

Визначимо, за якого значення опору навантаження потужність навантаження буде максимальною. Для цього виразимо її через потужність джерела і втрати потужності в лінії електропередачі:

$$P_n = P_z - P_l. \quad (1.71)$$

Підставимо (1.65) і (1.67) у (1.71) та отримаємо:

$$P_n = U_z \cdot I - R_n \cdot I^2. \quad (1.72)$$

При зміні R_n відбувається зміна сили струму у колі, тому візьмемо похідну від P_n по I :

$$\frac{dP_n}{dI} = U_z - 2R_n \cdot I, \quad (1.73)$$

і дорівнюємо її до нуля:

$$U_z - 2R_n \cdot I = 0. \quad (1.74)$$

З (1.74) отримуємо:

$$I = \frac{U_z}{2R_n}. \quad (1.75)$$

Порівнявши (1.56) і (1.75) бачимо, що потужність навантаження буде максимальною, якщо виконується умова (1.64). Тобто максимальну потужність навантаженню можна передати за умови, якщо опір навантаження дорівнює опору лінії електропередачі.

За умови (1.64) сила струму у колі з урахуванням (1.57) і (1.75) буде дорівнювати:

$$I = 0,5 \cdot I_k, \quad (1.76)$$

потужність джерела з урахуванням (1.65), (1.66) і (1.76) буде дорівнювати:

$$P_z = 0,5 \cdot P_{z(x)}, \quad (1.77)$$

втрата потужності в лінії та потужність навантаження будуть однаковими та з урахуванням (1.77) будуть дорівнювати:

$$P_l = P_n = 0,25 \cdot P_{z(x)}. \quad (1.78)$$

Залежності потужностей електричного кола у функції сили струму показані на рис.1.29.

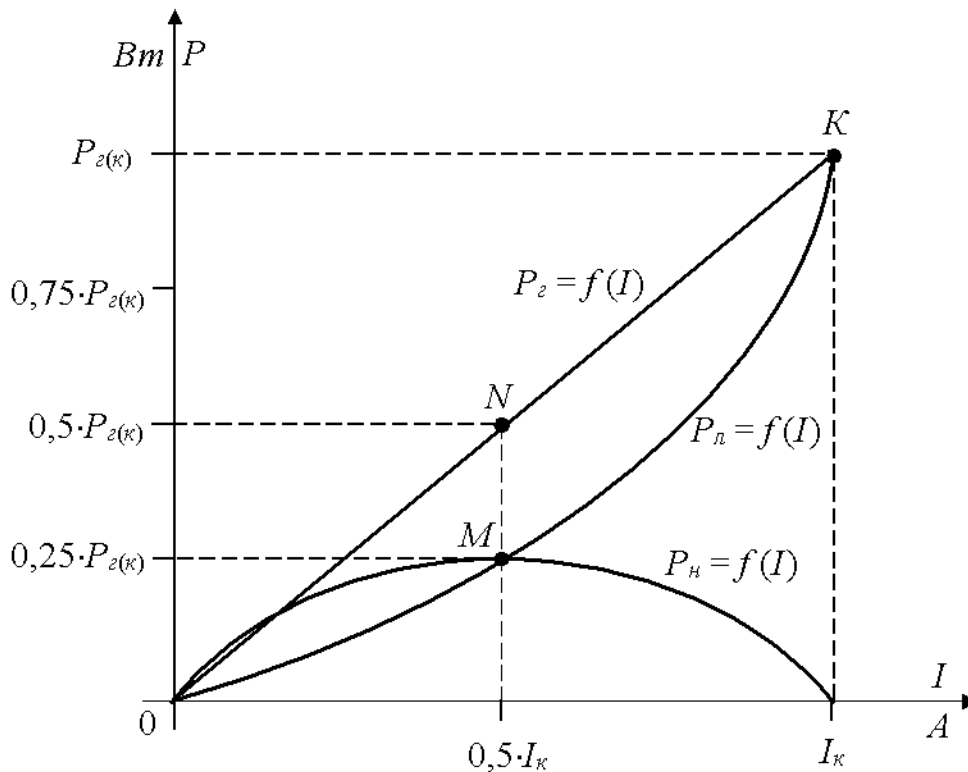


Рис.1.29

Розглянемо, як буде змінюватись коефіцієнт корисної дії лінії електропередачі при зміні опору навантаження.

У загальному випадку коефіцієнт корисної дії лінії електропередачі дорівнює:

$$\eta_n = \frac{P_n}{P_z}. \quad (1.79)$$

Якщо підставити (1.65) та (1.72) у (1.79), то після перетворень отримаємо:

$$\eta_n = 1 - \frac{R_n I}{U_z}. \quad (1.80)$$

З (1.80) випливає, що к.к.д. лінії електропередачі лінійно залежить від сили струму в колі, а відповідно і від опору навантаження. Якщо $R_n = \infty$, то сила струму в колі дорівнює нулю, а к.к.д. лінії електропередачі буде максимальним ($\eta_{л(х)} = 1$, де $\eta_{л(х)}$ – к.к.д. лінії електропередачі в режимі холостого ходу). Якщо $R_n = 0$, то сила струму в колі дорівнює максималь-

ному значенню, а к.к.д. лінії електропередачі, враховуючи (1.60), буде дорівнювати нулю ($\eta_{л(к)} = 0$, де $\eta_{л(к)}$ – к.к.д. лінії електропередачі у режимі короткого замикання).

Перепишемо (1.79) так:

$$\eta_n = \frac{P_n}{P_n + P_n} = \frac{R_n I^2}{(R_n + R_n) I^2} = \frac{R_n}{R_n + R_n}. \quad (1.81)$$

Якщо $P_n = \max$, то к.к.д. лінії електропередачі з урахуванням (1.64) буде дорівнювати:

$$\eta_n = \frac{R_n}{R_n + R_n} = \frac{R_n}{2R_n} = 0,5. \quad (1.82)$$

Отже, при передачі навантаженню максимальної потужності коефіцієнт корисної дії лінії електропередачі буде дорівнювати 50 %, тому що половина потужності, яку розвиває джерело, буде втрачатися в лінії. Внаслідок незначного к.к.д. такий режим роботи застосовують у тих електричних колах, де не потрібна передача значної кількості електроенергії (у радіотехнічних колах, у колах автоматики і телемеханіки).

Покажемо залежності потужності навантаження та к.к.д. лінії електропередачі у функції сили струму на рис.1.30.

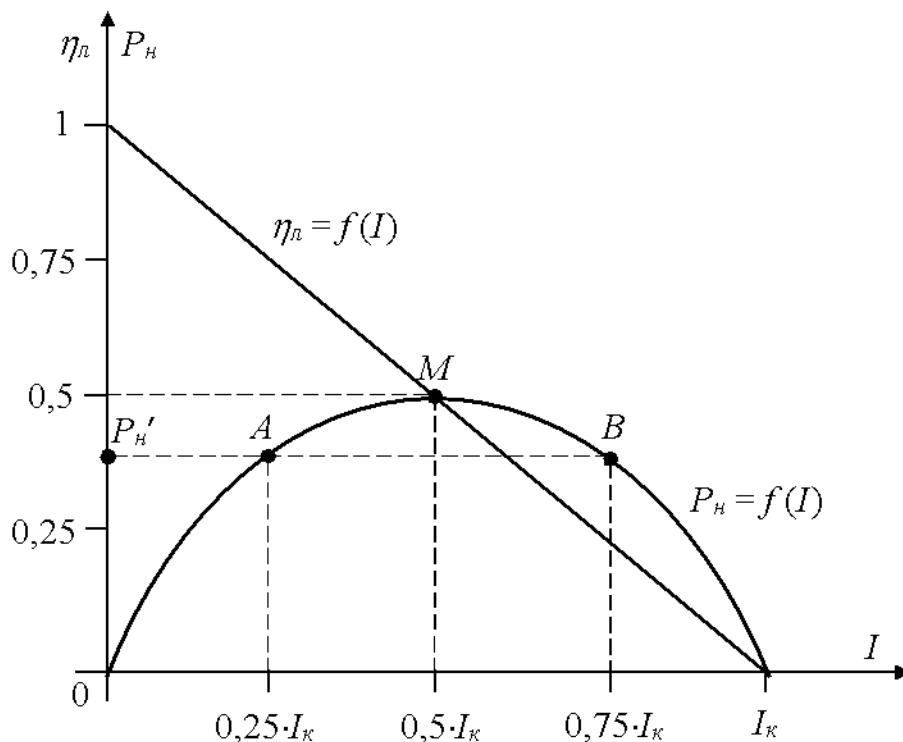


Рис.1.30

З рис.1.30 випливає, що однакова потужність навантаженню може бути передана за різної сили струму і різних к.к.д. лінії електропередачі. Наприклад, потужність P_n' може бути передана як при силі струму $I = 0,25 \cdot I_k$, так і при силі струму $I = 0,75 \cdot I_k$. К.к.д. лінії електропередачі є більшим за меншої сили струму, тому передача потужності навантаженню здійснюється за меншої сили струму у колі.

Приклад 1.24

Для електричного кола, розрахункова схема якого наведена на рис.1.26, відомо: $U = 200 \text{ В}$, $R_n = 2 \text{ Ом}$, опір навантаження змінюється від ∞ до 0.

Визначити опір навантаження, за якого йому буде передана максимальна потужність, і знайти цю потужність.

Розв'язок.

1. Визначаємо опір навантаження, за якого йому буде передана максимальна потужність:

$$R_n = R_n;$$

$$R_n = 2 \text{ Ом}.$$

2. Знаходимо силу струму в колі в цьому випадку:

$$I = \frac{U}{R_n + R_n};$$

$$I = \frac{200}{2+2} = 50 \text{ А}.$$

3. Знаходимо максимальну потужність, яка буде передана навантаженню:

$$P_{n(\max)} = R_n \cdot I^2;$$

$$P_{n(\max)} = 2 \cdot 50^2 = 5000 \text{ Вт} = 5 \text{ кВт}.$$

Залитання для самоконтролю

1. Як змінюється сила струму у колі в залежності від опору навантаження?
2. Як змінюється спадання напруги в лінії електропередачі в залежності від опору навантаження?
3. За якої умови спадання напруги в лінії електропередачі дорівнює напрузі на затискачах джерела?
4. Як змінюється напруга на навантаженні в залежності від опору навантаження?
5. За якої умови спадання напруги у лінії електропередачі дорівнює напрузі на навантаженні?
6. Як змінюється потужність джерела в залежності від опору навантаження?
7. Як змінюються втрати потужності в лінії електропередачі в залежності від опору навантаження?
8. За якої умови втрати потужності в лінії електропередачі дорівнюють потужності джерела?
9. Як змінюється потужність навантаження в залежності від опору навантаження?
10. За якої умови по лінії електропередачі можна передати навантаженню максимальну потужність?
11. За якої умови потужність навантаження дорівнює втратам потужності в лінії електропередачі?

12. Як змінюється коефіцієнт корисної дії лінії електропередачі в залежності від опору навантаження?
13. Чому дорівнює коефіцієнт корисної дії лінії електропередачі у разі передачі навантаженню максимальної потужності?
14. Коли застосовують передачу навантаженню максимальної потужності? Чому?
15. За якої сили струму намагаються передавати потужність навантаженню у силових електричних колах? Чому?

Завдання для самоконтролю

1. Для електричного кола, розрахункова схема якого наведена на рис.1.26, відомо, що $U = 240 \text{ В}$, $R_n = 4 \text{ Ом}$, опір навантаження змінюється від 0 до ∞ . Визначити опір навантаження, за якого йому буде передана максимальна потужність, і знайти цю потужність.

1.12 Джерела електричної енергії

Зобразимо на рис.1.31 розрахункову схему електричного кола, наведену на рис.1.19, виділивши частину кола, яка приєднана до джерела (генератора) як навантаження.

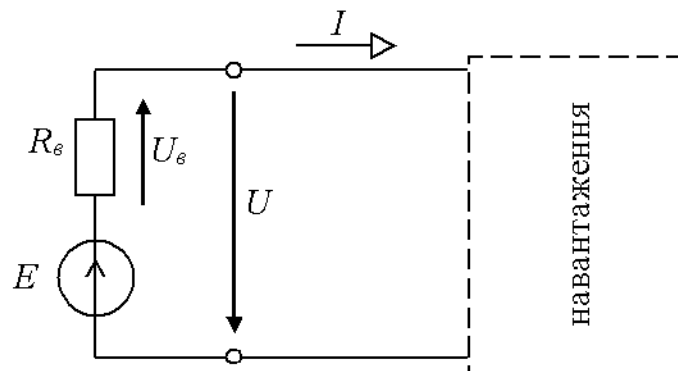


Рис.1.31

На рис.1.31 позначено: U – напруга на затискачах джерела, інші літери розшифровано у п.1.6 і 1.7. Таке джерело, розрахункова схема якого наведена на рис.1.31, називається *джерелом е.р.с.* У ньому е.р.с. E завжди має незмінне значення, яке не залежить від сили струму навантаження I . За допомогою такої схеми представляють фізичні явища у електромеханічних генераторах, силових трансформаторах, хімічних джерелах, термопарах.

Напруга на затискачах джерела е.р.с. визначається рівнянням:

$$U = E - R_s \cdot I. \quad (1.83)$$

Графічна залежність $U = f(I)$, тобто вольт-амперна характеристика джерела е.р.с., наведена на рис.1.32.

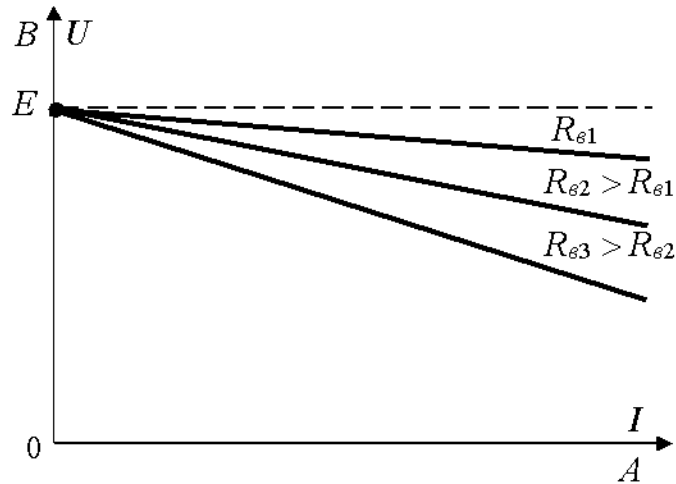


Рис.1.32

Як видно з (1.83) та рис.1.32 при збільшенні сили струму у джерелі е.р.с. напруга на його затискачах зменшується. Це обумовлено спаданням напруги на внутрішньому опорі джерела. Чим більше буде внутрішній опір джерела, тим більше буде спадання напруги на ньому і тем менше буде напруга на затискачах джерела. Штриховою лінією на рис.1.31 показана вольт-амперна характеристика ідеального джерела е.р.с., у якого $R_e = 0$.

Якщо продовжити вольт-амперну характеристику, то вона перетнеться із віссю сили струму. У точці перетинання напруга на затискачах джерела буде дорівнювати нулю ($U = 0$), а сила струму буде дорівнювати максимальному значенню, яке називається силою струму короткого замикання джерела (позначається літерою J) та згідно (1.83) дорівнює:

$$J = \frac{E}{R_e}. \quad (1.84)$$

Якщо (1.83) поділити на R_e , то отримаємо:

$$\frac{U}{R_e} = \frac{E}{R_e} - I. \quad (1.85)$$

Перепишемо (1.85) з урахуванням (1.84):

$$I = J - \frac{U}{R_e}. \quad (1.86)$$

Отриманому рівнянню (1.86) відповідає розрахункова схема, показана на рис.1.33.

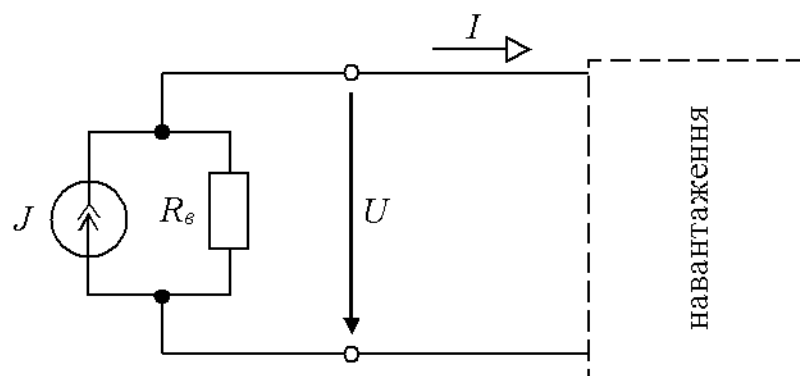


Рис.1.33

На розрахунковій схемі (рис.1.33) за допомогою $\begin{matrix} \text{---} \circ \text{---} \\ \text{---} \circ \text{---} \end{matrix} J$ враховано отримання електричної енергії у джерелі, за допомогою $\begin{matrix} \text{---} \square \text{---} \\ \text{---} \square \text{---} \end{matrix} R_\epsilon$ враховано втрату електричної енергії у джерелі внаслідок теплової дії струму. Таке джерело, розрахункова схема якого наведена на рис.1.33, називається *джерелом струму*. У ньому сила струму джерела J завжди має незмінне значення, яке не залежить від напруги на затискачах навантаження U . За допомогою такої схеми представляють фізичні явища у вторинних обмотках трансформаторів струму, індуктивних котушках після зняття з них напруги, електронних генераторах струму.

Графічна залежність $J = f(U)$, тобто вольт-амперна характеристика джерела струму, наведена на рис.1.34.

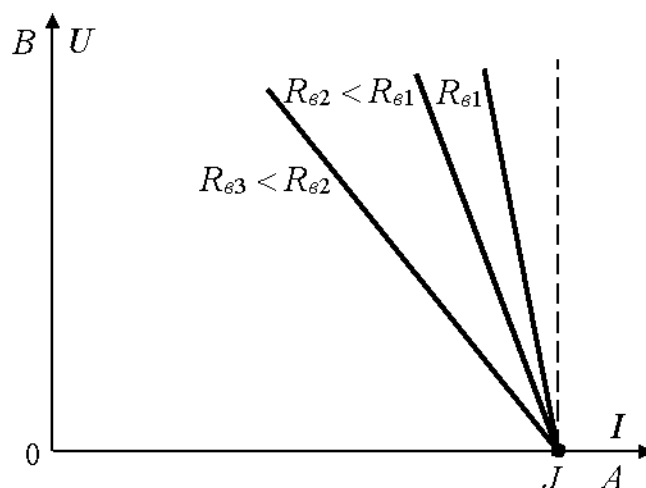


Рис.1.34

Як видно з (1.86) та рис.1.34 при збільшенні напруги на затискачах джерела струму сила струму у навантаженні зменшується. Це обумовлено збільшенням сили струму у внутрішньому опорі джерела. Чим менше буде внутрішній опір джерела, тим більше буде сила струму у ньому і тем менше буде сила струму у навантаженні. Штриховою лінією на рис.1.34 показана вольт-амперна характеристика ідеального джерела струму, у якого $R_\epsilon = \infty$.

Приклад 1.25

Нерозгалужене електричне коло складається з ідеального джерела струму, до якого за допомогою з'єднувальних проводів підключене навантаження. Відомо, що струм джерела $J = 2 \text{ A}$, опір з'єднувальних проводів $R_n = 2 \text{ Ом}$, опір навантаження $R_H = 12 \text{ Ом}$.

Скласти розрахункову схему електричного кола, визначити напруги та потужності на ділянках кола.

Розв'язок.

1. Складаємо розрахункову схему електричного кола (рис.1.35).

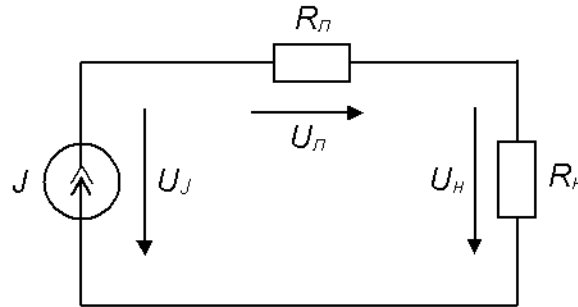


Рис.1.35

2. Визначаємо напругу на затискачах навантаження:

$$U_H = R_H \cdot J; \quad U_H = 12 \cdot 2 = 24 \text{ В.}$$

3. Визначаємо спадання напруги в лінії електропередачі:

$$U_n = R_n \cdot J; \quad U_n = 2 \cdot 2 = 4 \text{ В.}$$

4. Визначаємо напругу на затискачах джерела струму:

$$U_J = (R_n + R_H) \cdot J; \quad U_J = (2 + 12) \cdot 2 = 28 \text{ В.}$$

5. Визначаємо потужність, що споживає навантаження:

$$P_H = R_H \cdot J^2; \quad P_H = 12 \cdot 2^2 = 48 \text{ Вт.}$$

6. Визначаємо потужність, що втрачається в лінії електропередачі:

$$P_n = R_n \cdot J^2; \quad P_n = 2 \cdot 2^2 = 8 \text{ Вт.}$$

7. Визначаємо потужність джерела струму:

$$P_J = U_J \cdot J; \quad P_J = 28 \cdot 2 = 56 \text{ Вт.}$$

Розрахункові схеми джерела, які представлені на рис.1.31 і 1.33, є еквівалентними щодо навантаження. Тобто сила струму у навантаженні I є однаковою у обох схемах. Здійснити еквівалентний перехід від джерела е.р.с. до джерела струму і навпаки можна, використовуючи (1.84).

Приклад 1.26

Електричне коло складається з реального джерела струму, до якого за допомогою з'єднувальних проводів підключене навантаження. Відомо, що сила струму джерела $J = 30 \text{ А}$, внутрішній опір джерела $R_e = 2 \text{ Ом}$, опір з'єднувальних проводів $R_l = 5 \text{ Ом}$, опір навантаження $R_n = 23 \text{ Ом}$.

Скласти розрахункову схему кола та визначити силу струму навантаження, напругу на навантаженні та потужність навантаження, виконавши еквівалентне перетворення джерела струму у джерело е.р.с.

Розв'язок.

1. Складаємо розрахункову схему електричного кола (рис.1.36).

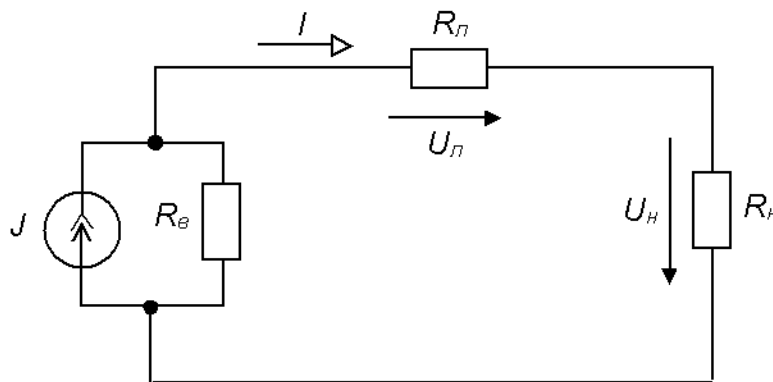


Рис.1.36

2. Виконуємо еквівалентне перетворення джерела струму у джерело е.р.с.

2.1 Визначаємо е.р.с. джерела:

$$E = R_e \cdot J; \quad E = 2 \cdot 30 = 60 \text{ В.}$$

2.2 Складаємо еквівалентну розрахункову схему кола (рис.1.37).

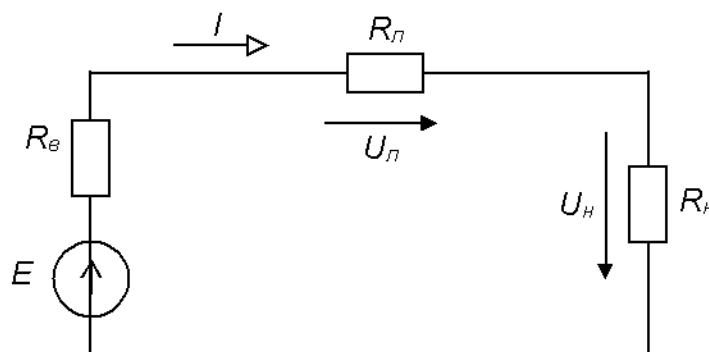


Рис.1.37

3. Визначаємо силу струму навантаження:

$$I = \frac{E}{R_B + R_n + R_H}; \quad I = \frac{60}{2+5+23} = 2 \text{ A.}$$

4. Визначаємо напругу на навантаженні:

$$U_H = R_H \cdot I; \quad U_H = 23 \cdot 2 = 46 \text{ B.}$$

5. Визначаємо потужність навантаження:

$$P_H = R_H \cdot I^2; \quad P_H = 23 \cdot 2^2 = 92 \text{ Вт.}$$

Джерела е.р.с. та струму, розглянуті вище, називають *незалежними* (або *некерованими*) через те, що електрорушійна сила джерела е.р.с. і сила струму джерела струму не залежать від сили струму або напруги на певній ділянці приєднаної до них частини кола. На практиці існують також *залежні* (або *керовані*) джерела е.р.с. та струму, у яких електрорушійна сила джерела е.р.с. і сила струму джерела струму залежать від сили струму або напруги на певній ділянці приєднаної до них частини кола. Силу струму та напругу, від яких залежить е.р.с. або струм джерела, називають *керуючими*. До залежних (керованих) джерел відносяться різноманітні електронні пристрої (транзистори, операційні підсилювачі тощо). Розрізняють чотири типи залежних (керованих) джерел: джерело е.р.с., кероване напругою; джерело е.р.с., кероване струмом; джерело струму, кероване напругою і джерело струму, кероване струмом.

При розрахунках електричних кіл нехтують внутрішніми опорами таких джерел внаслідок малозначущості, представляючи їх на розрахункових схемах як ідеальні джерела. На рис.1.38 наведена розрахункова схема джерела е.р.с., керованого напругою.

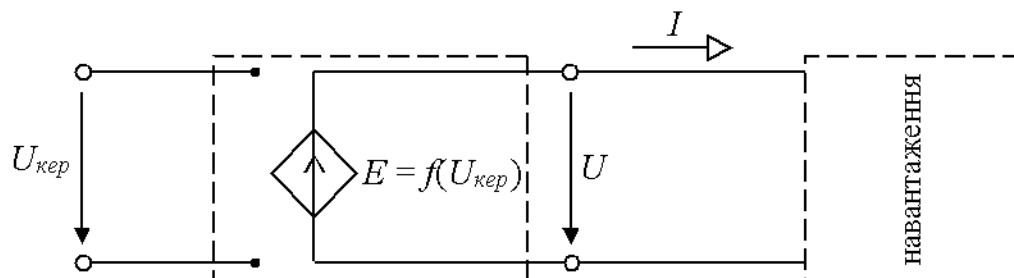


Рис.1.38

Для такого джерела (рис.1.38) існує наступний взаємозв'язок між е.р.с. та керуючою напругою:

$$E = K_{E(U)} \cdot U_{кер}, \quad (1.87)$$

де E – е.р.с. джерела, B ;
 $U_{кер}$ – керуюча напруга, B ;
 $K_{E(U)}$ – коефіцієнт пропорційності між е.р.с. джерела і керуючою напругою.

Наприклад, якщо $K_{E(U)} = 50$, то при керуючій нарузі $U_{кер} = 10 B$ е.р.с. джерела $E = 500 B$.

На рис.1.39 наведена розрахункова схема джерела е.р.с., керованого струмом.

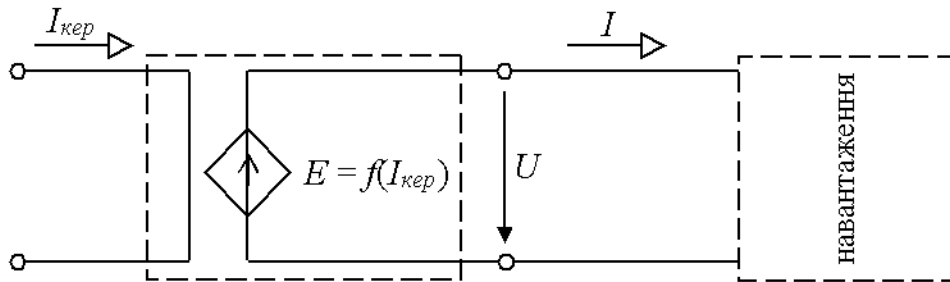


Рис.1.39

Для такого джерела (рис.1.39) існує наступний взаємозв'язок між е.р.с. та керуючим струмом:

$$E = K_{E(I)} \cdot I_{кер}, \quad (1.88)$$

де E – е.р.с. джерела, B ;
 $I_{кер}$ – сила керуючого струму, A ;
 $K_{E(I)}$ – коефіцієнт пропорційності між е.р.с. джерела і силою керуючого струму, $Ом$.

Наприклад, якщо $K_{E(I)} = 8 Ом$, то при силі керуючого струму $I_{кер} = 4 A$ е.р.с. джерела $E = 32 B$.

На рис.1.40 наведена розрахункова схема джерела струму, керованого напругою.

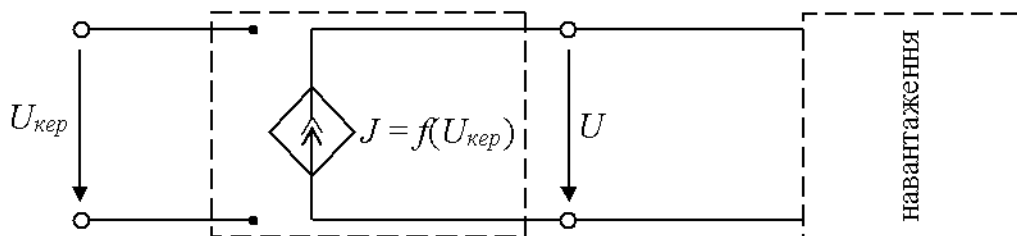


Рис.1.40

Для такого джерела (рис.1.40) існує наступний взаємозв'язок між силою струму та керуючою напругою:

$$J = K_{J(U)} \cdot U_{кер}, \quad (1.89)$$

де J – сила струму джерела, A ;

$U_{кер}$ – керуюча напруга, B ;

$K_{J(U)}$ – коефіцієнт пропорційності між силою струму джерела і керуючою напругою, $1/Ом$ ($Ом^{-1}$).

Наприклад, якщо $K_{J(U)} = 2 \text{ Ом}^{-1}$, то при керуючий нарузі $U_{кер} = 5,5 \text{ B}$ сила струму джерела $J = 11 \text{ A}$.

На рис.1.41 наведена розрахункова схема джерела струму, керованого струмом.

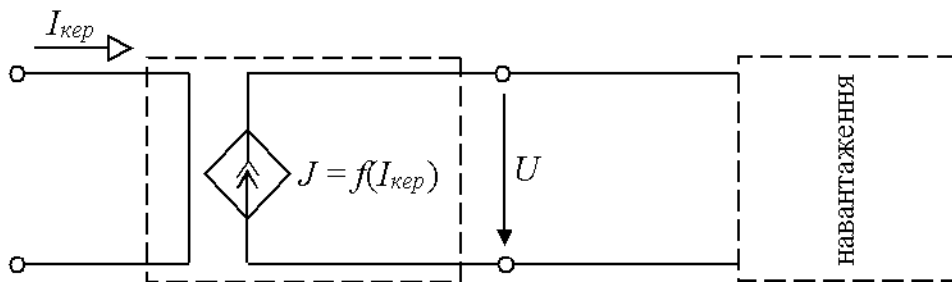


Рис.1.41

Для такого джерела (рис.1.41) існує наступний взаємозв'язок між силою струму та керуючим струмом:

$$J = K_{J(I)} \cdot I_{кер}, \quad (1.90)$$

де J – сила струму джерела, A ;

$I_{кер}$ – сила керуючого струму, A ;

$K_{J(I)}$ – коефіцієнт пропорційності між силою струму джерела і силою керуючого струму.

Наприклад, якщо $K_{J(I)} = 1,5$, то при силі керуючого струму $I_{кер} = 6 \text{ A}$ сила струму джерела $J = 9 \text{ A}$.

Таким чином, електрорушійна сила або сила струму відповідного керованого джерела лінійно змінюється в залежності від керуючої напруги або сили керуючого струму (від нуля до якогось максимального значення) з урахуванням певного коефіцієнту пропорційності, значення якого при роботі джерела не змінюється і визначається його конструкцією.

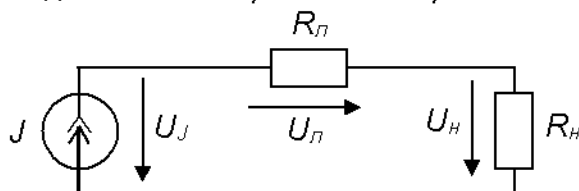
Запитання для самоконтролю

1. Яке джерело електричної енергії називають джерелом е.р.с.?
2. Наведіть розрахункову схему джерела е.р.с.
3. Коли на розрахунковій схемі застосовують джерело е.р.с.?
4. Яке джерело е.р.с. називають ідеальним?

5. Наведіть вольт-амперні характеристики джерел е.р.с. із різними внутрішніми опорами та поясніть їх вигляд.
6. Яке джерело електричної енергії називають джерелом струму?
7. Наведіть розрахункову схему джерела струму.
8. Коли на розрахунковій схемі застосовують джерело струму?
9. Яке джерело струму називають ідеальним?
10. Наведіть вольт-амперні характеристики джерел струму із різними внутрішніми опорами та поясніть їх вигляд.
11. Як здійснити еквівалентний перехід від джерела е.р.с. до джерела струму і навпаки?
12. Які джерела е.р.с. та струму називають незалежними (некерованими)?
13. Які джерела е.р.с. та струму називають залежними (керованими)?
14. Які пристрої є керованими джерелами?
15. Що розуміють під керуючою напругою джерела е.р.с. або струму?
16. Що розуміють під керуючим струмом джерела е.р.с. або струму?
17. Перелічте типи керованих джерел е.р.с. та струму.
18. Наведіть розрахункову схему кола із джерелом е.р.с., керованого напругою, та запишіть взаємозв'язок між е.р.с. джерела та керуючою напругою.
19. Наведіть розрахункову схему кола із джерелом е.р.с., керованого струмом, та запишіть взаємозв'язок між е.р.с. джерела та силою керуючого струму.
20. Наведіть розрахункову схему кола із джерелом струму, керованого напругою, та запишіть взаємозв'язок між силою струму джерела та керуючою напругою.
21. Наведіть розрахункову схему кола із джерелом струму, керованого струмом, та запишіть взаємозв'язок між силою струму джерела та силою керуючого струму.

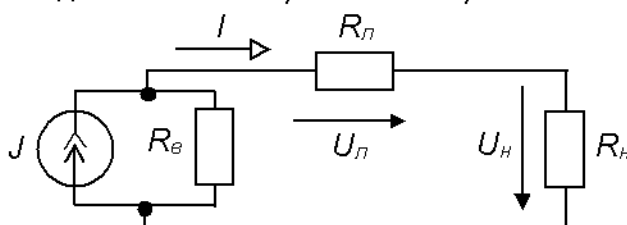
Завдання для самоконтролю

1. Для електричного кола, розрахункова схема якого наведена на рисунку, відомо: $J = 5 \text{ A}$, $R_{\pi} = 3 \text{ Ом}$, $R_H = 15 \text{ Ом}$.



Визначити напруги на ділянках кола та потужності елементів кола.

2. Для електричного кола, розрахункова схема якого наведена на рисунку, відомо: $J = 50 \text{ A}$, $R_B = 2 \text{ Ом}$, $R_{\pi} = 6 \text{ Ом}$, $R_H = 17 \text{ Ом}$.



Визначити силу струму навантаження, напругу на навантаженні та потужність навантаження, виконавши еквівалентне перетворення джерела струму у джерело е.р.с.

3. Відомо, що у джерела е.р.с., керованого напругою, при керуючій напрузі 25 В е.р.с. джерела дорівнює 100 В . Визначити коефіцієнт пропорційності між е.р.с. джерела і керуючою напругою.
4. Відомо, що у джерела струму, керованого напругою, при керуючій напрузі $2,5 \text{ В}$ сила струму джерела дорівнює 10 А . Визначити коефіцієнт пропорційності між силою струму джерела і керуючою напругою.

1.13 Лінія електропередачі

Розглянемо роботу лінії електропередачі у нерозгалуженому колі постійного струму (рис.1.27). У такому колі електрична енергія від джерела до споживача надходить через лінію електропередачі внаслідок протікання у ній електричного струму. При протіканні електричного струму у лінії електропередачі виникає *спадання напруги*, під яким розуміють добуток опору лінії на силу струму, який у ній протікає:

$$U_n = R_n \cdot I, \quad (1.91)$$

де U_n – спадання напруги в лінії електропередачі, B ;

R_n – опір лінії електропередачі, Om ;

I – сила струму в лінії електропередачі, A .

Опір лінії електропередачі згідно (1.15) дорівнює:

$$R_n = \rho \frac{l}{S}, \quad (1.92)$$

де ρ – питомий опір проводу лінії електропередачі, $Om \cdot mm^2/m$ ($Om \cdot m$);

l – загальна довжина проводів лінії електропередачі, m ;

S – площа поперечного перерізу проводу лінії електропередачі, mm^2 .

Сила струму в лінії електропередачі згідно (1.20) дорівнює:

$$I = \frac{P_2}{U_2}, \quad (1.93)$$

де P_2 – потужність, споживана навантаженням, Bm .

Підставивши (1.92) і (1.93) у (1.91), отримуємо:

$$U_n = \frac{\rho \cdot l \cdot P_2}{S \cdot U_2}. \quad (1.94)$$

Через спадання напруги в лінії електропередачі напруга на її початку більша за напругу наприкінці лінії електропередачі. Різниця між напругами на початку і наприкінці лінії електропередачі називається *втратою напруги в лінії електропередачі*:

$$\Delta U_n = U_1 - U_2, \quad (1.95)$$

де ΔU_n – втрата напруги в лінії електропередачі, B ;
 U_1 – напруга на початку лінії електропередачі, B ;
 U_2 – напруга наприкінці лінії електропередачі, B .

У колах постійного струму спадання напруги і втрата напруги в лінії електропередачі дорівнюють одне одному:

$$\Delta U_n = U_n, \quad (1.96)$$

тому підставивши (1.94) у (1.96), отримуємо:

$$\Delta U_n = \frac{\rho \cdot l \cdot P_2}{S \cdot U_2}. \quad (1.97)$$

Втрата напруги в лінії електропередачі у відсотках дорівнює:

$$\Delta U_{n\%} = \frac{\Delta U_n}{U_2} \cdot 100. \quad (1.98)$$

Підставивши (1.97) у (1.98), отримуємо:

$$\Delta U_{n\%} = \frac{\rho \cdot l \cdot P_2}{S \cdot U_2^2} \cdot 100. \quad (1.99)$$

Задавшись допустимим значенням $\Delta U_{n\%}$ та знаючи характеристики лінії електропередачі (питомий опір матеріалу, загальну довжину проводів) і характеристики навантаження (споживану потужність, напругу), визначають площу поперечного перерізу проводу лінії електропередачі, яка з (1.99) дорівнює:

$$S = \frac{\rho \cdot l \cdot P_2}{U_2^2 \cdot \Delta U_{n\%}} \cdot 100. \quad (1.100)$$

Як видно з (1.100), при збільшенні напруги, на якій передається електроенергія, розрахункове значення площі поперечного перерізу проводу лінії електропередачі зменшується. Між ними існує обернена квадратична залежність: наприклад, при збільшенні напруги у 2 рази розрахункове значення площі поперечного перерізу зменшується у 4 рази.

Для різних споживачів електричної енергії відповідними стандартами нормується відхилення напруги на їх затискачах, тому втрата напруги в

лінії електропередачі не повинна перевищувати дане значення. **Відхилення напруги на затискачах споживача** – це різниця між поточним значенням напруги на затискачах споживача і номінальним:

$$\Delta U_2 = U_2 - U_{2ном}, \quad (1.101)$$

де ΔU_2 – відхилення напруги на затискачах навантаження, В;

$U_{2ном}$ – номінальна напруга навантаження, В.

Відхилення напруги на затискачах споживача у відсотках дорівнює:

$$\Delta U_{2\%} = \frac{\Delta U_2}{U_2} \cdot 100. \quad (1.102)$$

Приклад 1.27

Від генератора постійного струму необхідно заживити алюмінієвим проводом (питомий опір $\rho = 0,028 \text{ Ом-мм}^2/\text{м}$) електродвигун постійного струму, який знаходиться на відстані **75 м** від нього. Номінальна напруга на затискачах генератора $U_1 = 220 \text{ В}$; напруга на затискачах електродвигуна повинна бути не менше, ніж $U_2 = 210 \text{ В}$; потужність електродвигуна $P_2 = 3 \text{ кВт}$.

Визначити площу поперечного перерізу проводів лінії електропередачі, яку необхідно застосувати при їх виборі.

Розв'язок.

1. Визначаємо допустиме значення втрати напруги у лінії електропередачі за (1.94):

$$\Delta U_n = 220 - 210 = 10 \text{ В}.$$

2. Визначаємо допустиме значення втрати напруги у лінії електропередачі у відсотках за (1.97):

$$\Delta U_{л\%} = \frac{10}{210} \cdot 100 = 4,8 \text{ \%}.$$

3. Визначаємо площу поперечного перерізу проводів лінії електропередачі за умови допустимої втрати напруги за (1.99):

$$S = \frac{0,028 \cdot 150 \cdot 3000}{4,8 \cdot 210^2} \cdot 100 = 6 \text{ мм}^2.$$

При протіканні електричного струму у лінії електропередачі внаслідок теплової дії струму виникають втрати потужності, які згідно (1.19) дорівнюють:

$$P_n = R_n \cdot I^2, \quad (1.103)$$

де P_n – втрати потужності в лінії електропередачі, *Вт*.

Підставивши (1.92) і (1.93) у (1.103), отримуємо:

$$P_n = \rho \frac{l}{S} \cdot \frac{P_2^2}{U_2^2}, \quad (1.104)$$

Як видно з (1.104), при збільшенні напруги, на якій передається електроенергія, втрати потужності в лінії електропередачі зменшуються. Між ними існує обернена квадратична залежність: наприклад, при збільшенні напруги у 2 рази втрати потужності в лінії електропередачі зменшуються у 4 рази.

Приклад 1.28

Для прикладу 1.27 визначити, як зміняться втрати потужності в лінії електропередачі, якщо застосувати генератор на напругу $U_1 = 440 \text{ В}$, а електродвигун на напругу $U_2 = 420 \text{ В}$. Визначити, чи зміниться при цьому втрата напруги в лінії електропередачі.

Розв'язок.

1. Визначаємо зміну втрат потужності у лінії електропередачі на підставі (1.104):

$$\frac{P'_n}{P_n} = \left(\frac{U'_2}{U_2} \right)^2; \quad \frac{P'_n}{P_n} = \left(\frac{210}{420} \right)^2 = \frac{1}{4}.$$

Втрати потужності у лінії електропередачі зменшились у 4 рази.

2. Визначаємо значення втрати напруги у лінії електропередачі у відсотках на підставі (1.95) і (1.98):

$$\Delta U'_{n\%} = \frac{U'_1 - U'_2}{U'_2} \cdot 100; \quad \Delta U'_{n\%} = \frac{440 - 420}{420} \cdot 100 = 4,8 \%$$

Значення втрати напруги у лінії електропередачі не змінилось, тому вибирати провід з іншою площею поперечного перерізу не потрібно.

Запитання для самоконтролю

1. Що таке спадання напруги у лінії електропередачі?
2. Запишіть вираз для визначення спадання напруги у лінії електропередачі.
3. Що таке втрата напруги у лінії електропередачі?
4. Запишіть вираз для визначення втрати напруги у лінії електропередачі.
5. Запишіть вираз для визначення втрати напруги у лінії електропередачі у відсотках.

6. Якими є одне щодо одного спадання напруги і втрата напруги в лінії електропередачі за постійного струму?
7. Запишіть вираз для розрахунку площі поперечного перерізу проводу лінії електропередачі за умови допустимої втрати напруги.
8. Як впливає значення напруги, на якій лінією електропередачі передається електроенергія, на значення площі поперечного перерізу її проводів?
9. Що таке відхилення напруги на затискачах споживача?
10. Запишіть вираз для визначення відхилення напруги на затискачах споживача.
11. Запишіть вираз для визначення відхилення напруги на затискачах споживача у відсотках.
12. Чому при роботі лінії електропередачі у ній виникають втрати потужності?
13. Запишіть вираз для визначення втрат потужності в лінії електропередачі.
14. Як впливає значення напруги, на якій лінією електропередачі передається електроенергія, на значення втрат потужності у лінії електропередачі?

Завдання для самоконтролю

1. Від генератора постійного струму необхідно заживити алюмінієвим проводом (питомий опір $\rho = 0,028 \text{ Ом}\cdot\text{мм}^2/\text{м}$) електродвигун постійного струму, який знаходиться на відстані **150 м** від нього. Номінальна напруга на затискачах генератора $U_1 = 400 \text{ В}$; напруга на затискачах електродвигуна повинна бути не менше, ніж $U_2 = 380 \text{ В}$; потужність електродвигуна $P_2 = 5 \text{ кВт}$. Визначити площу поперечного перерізу проводів лінії електропередачі, яку необхідно застосувати при їх виборі.
2. Для завдання 1 визначити, як зміняться втрати потужності в лінії електропередачі, якщо застосувати генератор на напругу $U_1 = 600 \text{ В}$, а електродвигун на напругу $U_2 = 580 \text{ В}$. Визначити, чи зміниться при цьому втрата напруги в лінії електропередачі.

1.14 Баланс потужностей

В електричному колі діє **закон збереження енергії**, відповідно до якого **енергія нізвідки не береться і нікуди не зникає, а переходить з одного виду в інший**. У джерелі певна енергія (механічна, хімічна тощо) перетворюється у електричну енергію, яка далі розподіляється між усіма елементами електричного кола і перетворюється у них у інші види енергії (теплову, механічну тощо).

Потужність елемента електричного кола (кількість електричної енергії за одиницю часу) розраховують на підставі (1.19) і (1.20).

Як приклад розглянемо перетворення потужності у електричному колі зарядки акумулятора (рис. 1.21). Генератор розвиває потужність

$$P_g = E_1 I. \quad (1.105)$$

Ця потужність частково виділяється в генераторі та витрачається на його нагрівання:

$$P_1 = R_1 I^2, \quad (1.106)$$

частково виділяється в регулюючому реостаті та витрачається на його нагрівання:

$$P_3 = R_3 I^2, \quad (1.107)$$

частково виділяється в акумуляторі та витрачається на нагрівання акумулятора:

$$P_2 = R_2 I^2, \quad (1.108)$$

частково споживається акумулятором і витрачається на його зарядку:

$$P_a = E_2 I. \quad (1.109)$$

Складемо *баланс потужностей електричного кола* – рівняння витрати потужності, яку розвиває джерело (генератор):

$$P_e = P_1 + P_2 + P_3 + P_a. \quad (1.110)$$

Перепишемо (1.110) в іншому вигляді:

$$E_1 I = R_1 I^2 + R_2 I^2 + R_3 I^2 + E_2 I, \quad (1.111)$$

або

$$E_1 I - E_2 I = R_1 I^2 + R_2 I^2 + R_3 I^2. \quad (1.112)$$

У загальному випадку (1.112) запишеться так:

$$\sum EI = \sum RI^2. \quad (1.113)$$

Зі знаком “+” записують добуток електрорушійної сили та сили струму, якщо е.р.с. збігається за напрямом з обраним напрямом струму (при розбіжності їх записують зі знаком “-”). Добуток опору на квадрат сили струму завжди записують зі знаком “+”.

Приклад 1.29

Використовуючи вихідні дані та результати розрахунків прикладу 1.20 скласти баланс потужностей кола.

Розв'язок.

Джерело е.р.с. розвиває потужність, яка виділяється у вигляді тепла у самому джерелі, у лінії електропередачі та споживається навантаженням, тому баланс потужностей кола такий:

$$P = P_e + P_l + P_n;$$

$$2500 = 200 + 600 + 1700;$$

$$2500 = 2500.$$

Електричне коло може містити як джерела е.р.с., так і джерела струму, тому баланс потужностей будь-якого кола у загальному випадку має вигляд:

$$\sum EI + \sum U_J J = \sum RI^2, \quad (1.114)$$

де U_J – напруга на джерелі струму, B ;
 J – сила струму джерела струму, A .

Приклад 1.30

Використовуючи вихідні дані та результати розрахунків прикладу 1.25 скласти баланс потужностей кола.

Розв'язок.

Джерело струму розвиває потужність, яка виділяється у вигляді тепла у лінії електропередачі та споживається навантаженням, тому баланс потужностей кола такий:

$$P_J = P_l + P_n;$$

$$56 = 48 + 8;$$

$$56 = 56.$$

Запитання для самоконтролю

1. Що таке баланс потужностей кола і як його скласти?
2. Запишіть рівняння балансу потужностей кола у загальному вигляді та поясніть його.

Завдання для самоконтролю

1. Реальне джерело е.р.с. розвиває потужність, яка дорівнює **2 кВт**, а віддає у коло потужність, яка дорівнює **1,8 кВт**. Визначити втрати потужності у джерелі.
2. Нерозгалужене електричне коло складається з ідеального джерела е.р.с., до якого за допомогою лінії електропередачі приєднане навантаження. Відомо, що потужність джерела дорівнює **800 Вт**, втрати потужності в лінії електропередачі дорівнюють **100 Вт**. Визначити потужність, яку споживає навантаження.

Тема 2

ЛІНІЙНІ РОЗГАЛУЖЕНІ ЕЛЕКТРИЧНІ КОЛА ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

2.1 Закони Кірхгофа

Розглянемо електричне коло, яке складається з двох паралельно з'єднаних джерел (генераторів постійного струму G_1 і G_2), до затискачів яких приєднане навантаження (електронагрівальний пристрій EK). Принципова електрична схема такого кола має вигляд, наведений на рис.2.1.

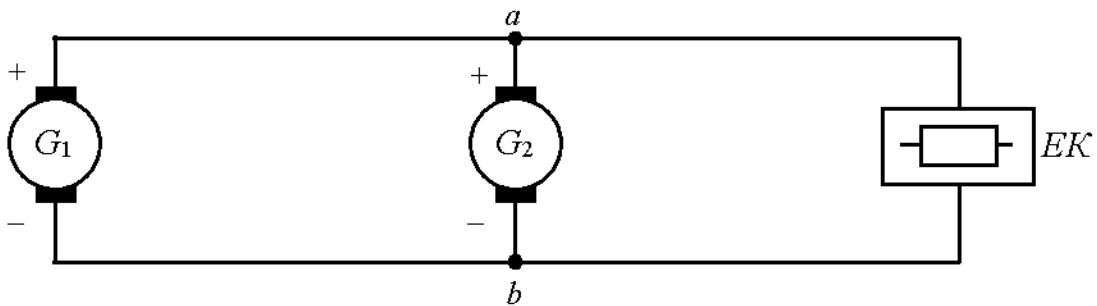


Рис.2.1

Складемо розрахункову схему кола, показаного на рис.2.1, для чого врахуємо наступне: у генераторах спостерігаються явища електромагнітної індукції, внаслідок чого у них виникають е.р.с. E_1 і E_2 . Під дією цих е.р.с. у генераторах і у навантаженні протікають електричні струми I_1 , I_2 і I_3 . В обмотках генераторів при протіканні електричних струмів спостерігаються їх теплові дії, які врахуємо за допомогою внутрішніх опорів R_1 і R_2 . Тепловою дією струму у з'єднувальних проводах знехтуємо внаслідок її незначущості з причини невеликої протяжності цих проводів. Перетворення електричної енергії в теплоту у електронагрівальному пристрої врахуємо за допомогою опору R_3 . Напругу на затискачах пристроїв позначимо U_{ab} . Тоді розрахункова схема зазначеного електричного кола буде мати вигляд, наведений на рис.2.2.

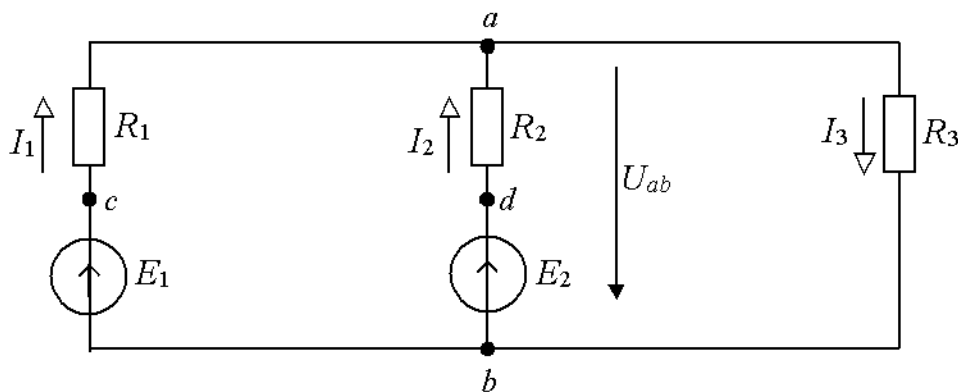


Рис.2.2

На розрахунковій схемі цього кола (рис.2.2) є ділянки, які містять декілька послідовно з'єднаних елементів (E_1 і R_1 ; E_2 і R_2) або один елемент (R_3). На таких ділянках проходить струм однакової сили. Ці ділянки називають вітками, а їх кінцеві точки – вузлами (у схемі на рис.2.2 такими точками є точки a і b). Отже, **вітка** – це ділянка кола між двома вузлами, по якій проходить струм однакової сили, а **вузол** – це точка, у якій сходяться не менше трьох віток. Замкнена частина кола, яка утворюється при обході по віткам (при цьому обхід крізь вузол здійснюється один раз), називається **контуром**.

Електричні кола, які мають у своєму складі вітки, називають **розгалуженими**. Такі кола розраховуються різними методами, в основу яких, окрім законів Ома і Джоуля–Ленца, покладені закони Кірхгофа.

Перший закон Кірхгофа застосовується для вузла електричного кола і встановлює взаємозв'язок між силами струмів, які протікають крізь вузол. Формулюється він так: **у вузлу електричного кола алгебраїчна сума сил струмів дорівнює нулю** [1-9]. Математичний запис цього закону:

$$\sum I = 0 . \quad (2.1)$$

Прийнято сили струмів, спрямованих до вузла, записувати зі знаком «+», а сили струмів, спрямованих від вузла, записувати зі знаком «-».

Другий закон Кірхгофа застосовується для контуру електричного кола і встановлює взаємозв'язок між спаданнями напруг на опорах контуру і е.р.с., що діють у контурі. Формулюється він так: **у замкненому контурі електричного кола алгебраїчна сума спадань напруг на опорах, що входять до цього контуру, дорівнює алгебраїчній сумі електрорушійних сил, що діють у контурі** [1-9]. Математичний запис цього закону:

$$\sum RI = \sum E . \quad (2.2)$$

Прийнято спадання напруг на опорах та е.р.с. записувати зі знаком «+», якщо напрями струмів в опорах та напрями е.р.с. збігаються з довільно обраним напрямом обходу контуру; якщо не збігаються, то їх записують зі знаком «-». **Напрямок обходу контуру** – це послідовність розгляду елементів, що входять до контуру. Обходити контур можна за годинниковою стрілкою або проти неї.

Заяпитання для самоконтролю

1. Що таке вузол розгалуженого електричного кола?
2. Що таке вітка розгалуженого електричного кола?
3. Що таке контур розгалуженого електричного кола?
4. Наведіть приклад принципової електричної схеми розгалуженого кола.

5. Наведіть розрахункову схему розгалуженого кола з пункту 4.
6. Сформулюйте перший закон Кірхгофа.
7. Запишіть математично перший закон Кірхгофа.
8. Коли сили струмів у рівнянні за першим законом Кірхгофа записують зі знаком «+», а коли зі знаком «-»?
9. Запишіть рівняння за першим законом Кірхгофа для одного з вузлів розрахункової схеми кола з п.5.
10. Сформулюйте другий закон Кірхгофа.
11. Запишіть математично другий закон Кірхгофа.
12. Коли е.р.с. і спадання напруг на опорах у рівнянні за другим законом Кірхгофа записують зі знаком «+», а коли зі знаком «-»?
13. Що розуміють під напрямом обходу контуру?
14. Запишіть рівняння за 2-м законом Кірхгофа для одного з контурів наведеної у пункті 5 розрахункової схеми.

2.2 Застосування законів Кірхгофа для розрахунку розгалужених кіл

При розрахунку розгалужених електричних кіл відомими є е.р.с. та опори, а потрібно знайти сили струмів, напруги, потужності. Розглянемо на прикладі розрахункової схеми, наведеної на рис.2.3, суть розрахунку сил струмів у розгалуженому колі за допомогою законів Кірхгофа.

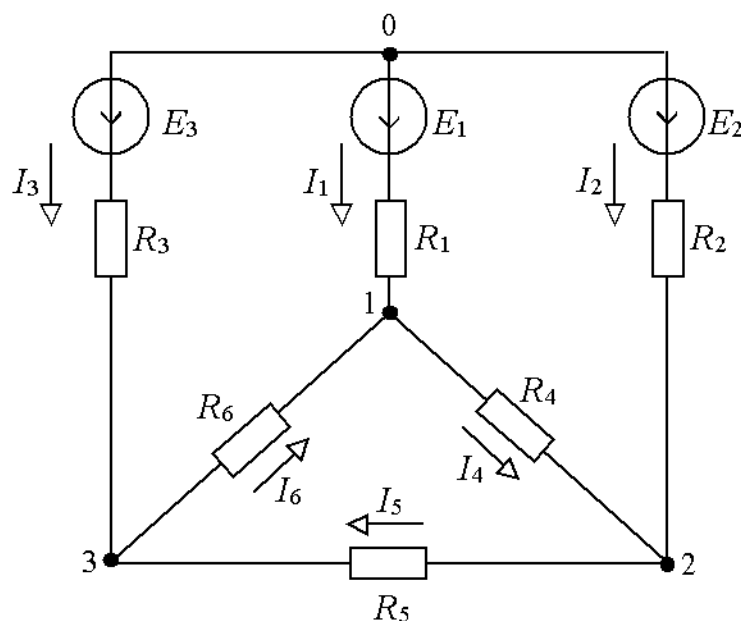


Рис.2.3

Дане електричне коло має шість віток, у яких протікають відповідні електричні струми. Для знаходження сил цих струмів необхідно скласти шість взаємно незалежних рівнянь, у які б вони входили. Розв'язання такої системи рівнянь, складеної за законами Кірхгофа, дозволить визначити шукані сили струмів.

Складаємо рівняння за першим законом Кірхгофа:

$$\text{для вузла 1:} \quad I_1 - I_4 + I_6 = 0; \quad (2.3)$$

$$\text{для вузла 2:} \quad I_2 + I_4 - I_5 = 0; \quad (2.4)$$

$$\text{для вузла 3:} \quad I_3 + I_5 - I_6 = 0; \quad (2.5)$$

$$\text{для вузла 0:} \quad -I_1 - I_2 - I_3 = 0 \quad \text{або} \quad I_1 + I_2 + I_3 = 0. \quad (2.6)$$

Рівняння для вузла 0 можна отримати з рівнянь для вузлів 1, 2 і 3 шляхом їх додавання між собою, тому при розрахунку сил струмів дане рівняння не застосовується. Внаслідок цього можна зробити висновок, щоб рівняння за першим законом Кірхгофа були взаємно незалежні, їх кількість повинна бути на одне менше, ніж вузлів у схемі.

При складанні рівнянь за другим законом Кірхгофа теж необхідно, щоб рівняння були взаємно незалежними. Для цього контури вибирають так, щоб до кожного наступного контуру (для якого складається рівняння) входила хоча б одна нова вітка, яка б ще не входила до вже розглянутих контурів. Такі контури називають *незалежними*. Для кола на рис.2.3 незалежними контурами, наприклад, є такі: 0–1–3–0, 0–1–2–0, 1–2–3–1. Складаємо рівняння для вказаних контурів за другим законом Кірхгофа (обравши напрям обходу кожного контуру за годинниковою стрілкою):

$$\text{для контуру 0–1–3–0:} \quad R_1 I_1 - R_6 I_6 - R_3 I_3 = E_1 - E_3; \quad (2.7)$$

$$\text{для контуру 0–1–2–0:} \quad R_2 I_2 - R_4 I_4 - R_1 I_1 = E_2 - E_1; \quad (2.8)$$

$$\text{для контуру 1–2–3–1:} \quad R_4 I_4 + R_5 I_5 + R_6 I_6 = 0. \quad (2.9)$$

Замість будь-якого із наведених вище контурів можна застосувати контур 0–2–3–0, який теж буде незалежним по відношенню до залишених. Можна скласти й інші комбінації незалежних контурів.

Отже, для розрахунку сил струмів розгалуженого кола, наведеного на рис.2.3, необхідно розв'язати систему рівнянь, яка складається з (2.3) – (2.5) та (2.7) – (2.9). Для цього у неї підставляють значення опорів і е.р.с., після чого визначають сили струмів. Якщо в результаті розрахунку сила струму буде отримана з від'ємним знаком, а перевірка (шляхом підстановки отриманих значень у систему рівнянь) покаже вірність розрахунку, то це означає, що на розрахунковій схемі напрям струму вибраний не вірно. В

такому випадку необхідно змінити напрям струму на розрахунковій схемі на протилежний, а розрахунок не повторювати. Значення інших величин (напруг, потужностей тощо) визначають так само, як і при розрахунку незгалужених кіл.

Розглянемо, як за допомогою законів Кірхгофа розраховується розгалужене електричне коло, яке має у своєму складі джерела е.р.с. та струму (рис.2.4).

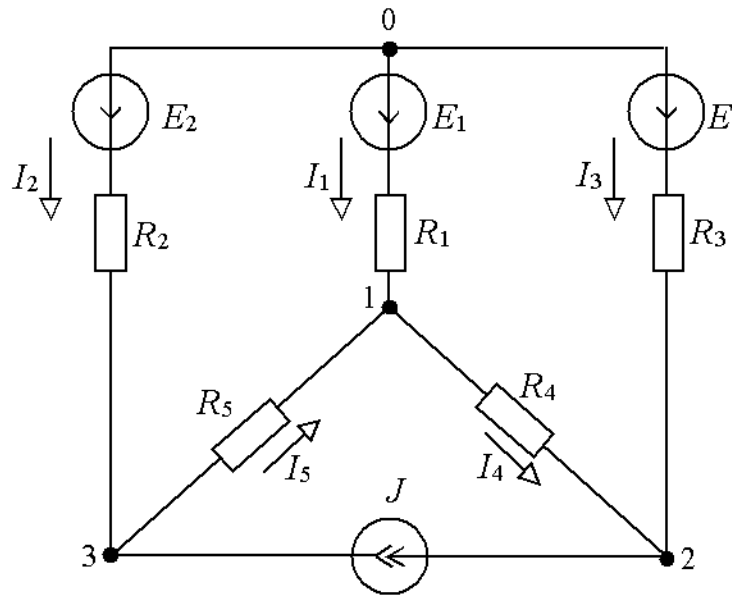


Рис.2.4

Через те, що необхідно знайти п'ять сил струмів, то й рівнянь необхідно скласти п'ять. За першим законом Кірхгофа складаємо три незалежних рівняння (тому що вузлів чотири):

$$\text{для вузла 1:} \quad I_1 - I_4 + I_5 = 0; \quad (2.10)$$

$$\text{для вузла 2:} \quad I_3 + I_4 - J = 0; \quad (2.11)$$

$$\text{для вузла 3:} \quad I_2 - I_5 + J = 0. \quad (2.12)$$

За другим законом Кірхгофа складаємо ще два рівняння для тих контурів, які не містять джерело струму (обравши напрям обходу кожного контуру за годинниковою стрілкою):

$$\text{для контуру 0-1-3-0:} \quad R_1 I_1 - R_5 I_5 - R_2 I_2 = E_1 - E_2; \quad (2.13)$$

$$\text{для контуру 0-1-2-0:} \quad R_3 I_3 - R_4 I_4 - R_1 I_1 = E_3 - E_1. \quad (2.14)$$

Потім необхідно записати складені рівняння у вигляді системи рівнянь з коефіцієнтами при невідомих (підставивши значення відомих величин) та розв'язати її (знайти сили струмів).

Після визначення сил струмів виконують перевірку шляхом підстановки знайдених значень у складену систему рівнянь або складанням балансу потужностей. Для складання балансу потужностей додатково визначають напругу на джерелі струму, для чого застосовують другий закон Кірхгофа для контуру 1–2–3–1:

$$R_4 I_4 + R_5 I_5 = U_J. \quad (2.15)$$

Баланс потужностей кола на рис.2.4 буде таким:

$$E_1 I_1 + E_2 I_2 + E_3 I_3 + U_J J = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2 + R_4 I_4^2 + R_5 I_5^2. \quad (2.16)$$

У загальному випадку, якщо джерело струму реальне, то можна перетворити його на джерело е.р.с. і розглядати вже перетворену розрахункову схему.

Таким чином, *послідовність розрахунку сил струмів* у розгалуженому електричному колі *за законами Кірхгофа* наступна:

- 1) складають розрахункову схему електричного кола, на якій позначають умовно позитивні напрями струмів;
- 2) визначають кількість вузлів, загальну кількість віток розрахункової схеми електричного кола і кількість віток, які містять джерела струму;
- 3) складають рівняння за законами Кірхгофа (кількість рівнянь повинна дорівнювати кількості невідомих сил струмів):
 - кількість рівнянь за першим законом Кірхгофа повинна дорівнювати $n - 1$ (n – кількість вузлів на схемі);
 - кількість рівнянь за другим законом Кірхгофа повинна дорівнювати $m - m_J - (n - 1)$ (m – загальна кількість віток на схемі, m_J – кількість віток на схемі, які містять джерела струму); контури повинні бути незалежними, перед складанням рівнянь довільно обирають напрями обходів контурів;
- 4) записують складені рівняння у вигляді системи рівнянь з коефіцієнтами при невідомих (підставляють значення відомих величин);
- 5) розв'язують отриману систему рівнянь і знаходять сили струмів;
- 6) перевіряють отримані значення сил струмів (шляхом підстановки у систему рівнянь або складанням балансу потужностей).

Приклад 2.1

Для електричного кола, наведеного на рис.2.1, відомо, що е.р.с. першого генератора дорівнює **100 В**, внутрішній опір першого генератора дорівнює **4 Ом**,

е.р.с. другого генератора дорівнює **90 В**, внутрішній опір другого генератора дорівнює **2 Ом**, опір навантаження дорівнює **8 Ом**.

Визначити сили струмів в елементах електричного кола за допомогою законів Кірхгофа.

Розв'язок.

1. Розрахункова схема електричного кола наведена на рис.2.2. Для неї відомо: $E_1 = 100 \text{ В}$, $E_2 = 90 \text{ В}$, $R_1 = 4 \text{ Ом}$, $R_2 = 2 \text{ Ом}$, $R_3 = 8 \text{ Ом}$.

2. Коло має два вузли і три вітки, які не містять джерел струму.

3. Складаємо за першим законом Кірхгофа одне рівняння, тому що коло має два вузли ($2 - 1 = 1$). Дане рівняння складаємо для вузла b :

$$-I_1 - I_2 + I_3 = 0.$$

4. Складаємо за другим законом Кірхгофа рівняння для двох незалежних контурів, тому що коло має три вітки, які не містять джерел струму ($3 - 0 - 1 = 1$). Дані рівняння складаємо для контурів $a-d-b-c-a$ і $a-d-b-a$, обравши напрями обходів проти годинникової стрілки:

$$-R_1 I_1 + R_2 I_2 = -E_1 + E_2;$$

$$-R_2 I_2 - R_3 I_3 = -E_2.$$

5. Записуємо рівняння, складені за законами Кірхгофа, у вигляді системи рівнянь з коефіцієнтами при невідомих:

$$\left. \begin{aligned} -1 \cdot I_1 - 1 \cdot I_2 + 1 \cdot I_3 &= 0; \\ -4 \cdot I_1 + 2 \cdot I_2 + 0 \cdot I_3 &= -10; \\ 0 \cdot I_1 - 2 \cdot I_2 - 8 \cdot I_3 &= -90. \end{aligned} \right\}$$

6. Розв'язуємо отриману систему рівнянь і знаходимо сили струмів.

6.1 Знаходимо визначник системи рівнянь:

$$\begin{aligned} \Delta &= \begin{vmatrix} -1 & -1 & 1 \\ -4 & 2 & 0 \\ 0 & -2 & -8 \end{vmatrix} = -1 \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ -2 & -8 \end{vmatrix} - (-1) \begin{vmatrix} -4 & 0 \\ 0 & -8 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} -4 & 2 \\ 0 & -2 \end{vmatrix} = \\ &= -1 \cdot 2 \cdot (-8) - (-1) \cdot (-2) \cdot 0 + 1 \cdot (-4) \cdot (-8) - 1 \cdot 0 \cdot 0 + 1 \cdot (-4) \cdot (-2) - 1 \cdot 0 \cdot 2 = \\ &= 16 - 0 + 32 - 0 + 8 - 0 = 56 \text{ Ом}^3. \end{aligned}$$

6.2 Знаходимо доповнення визначника системи рівнянь:

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -10 & 2 & 0 \\ -90 & -2 & -8 \end{vmatrix} = 0 \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ -2 & -8 \end{vmatrix} - (-1) \begin{vmatrix} -10 & 0 \\ -90 & -8 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} -10 & 2 \\ -90 & -2 \end{vmatrix} =$$

$$= 0 \cdot 2 \cdot (-8) - 0 \cdot (-2) \cdot 0 + 1 \cdot (-10) \cdot (-8) - 1 \cdot (-90) \cdot 0 + 1 \cdot (-10) \cdot (-2) - 1 \cdot (-90) \cdot 2 =$$

$$= 0 + 0 + 80 + 0 + 20 + 180 = 280 \text{ В} \cdot \text{Ом}^2;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -4 & -10 & 0 \\ 0 & -90 & -8 \end{vmatrix} = -1 \begin{vmatrix} -10 & 0 \\ -90 & -8 \end{vmatrix} - 0 \begin{vmatrix} -4 & 0 \\ 0 & -8 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} -4 & -10 \\ 0 & -90 \end{vmatrix} =$$

$$= -1 \cdot (-10) \cdot (-8) - (-1) \cdot (-90) \cdot 0 - 0 \cdot (-4) \cdot (-8) + 0 \cdot 0 \cdot 0 + 1 \cdot (-4) \cdot (-90) - 1 \cdot 0 \cdot (-10) =$$

$$= -80 - 0 - 0 + 0 + 360 + 0 = 280 \text{ В} \cdot \text{Ом}^2;$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} -1 & -1 & 0 \\ -4 & 2 & -10 \\ 0 & -2 & -90 \end{vmatrix} = -1 \begin{vmatrix} 2 & -10 \\ -2 & -90 \end{vmatrix} - (-1) \begin{vmatrix} -4 & -10 \\ 0 & -90 \end{vmatrix} + 0 \begin{vmatrix} -4 & 2 \\ 0 & -2 \end{vmatrix} =$$

$$= -1 \cdot 2 \cdot (-90) - (-1) \cdot (-2) \cdot (-10) + 1 \cdot (-4) \cdot (-90) - 1 \cdot 0 \cdot (-10) + 0 \cdot (-4) \cdot (-2) - 0 \cdot 0 \cdot 2 =$$

$$= 180 + 20 + 360 + 0 + 0 - 0 = 560 \text{ В} \cdot \text{Ом}^2.$$

6.3 Знаходимо сили струмів:

$$I_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}; \quad I_1 = \frac{280}{56} = 5 \text{ А};$$

$$I_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta}; \quad I_2 = \frac{280}{56} = 5 \text{ А};$$

$$I_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta}; \quad I_3 = \frac{560}{56} = 10 \text{ А}.$$

7. Перевіряємо розрахунок сил струмів, підставивши отримані значення у систему рівнянь:

$$\left. \begin{aligned} -1 \cdot 5 - 1 \cdot 5 + 1 \cdot 10 &= 0; \\ -4 \cdot 5 + 2 \cdot 5 + 0 \cdot 10 &= -10; \\ 0 \cdot 5 - 2 \cdot 5 - 8 \cdot 10 &= -90; \end{aligned} \right\}$$

усі рівняння сходяться, тому сили струмів знайдені вірно.

Приклад 2.2

Для електричного кола, розрахункова схема якого наведена на рис.2.5, відомо: $E_1 = 200 \text{ В}$, $E_2 = 180 \text{ В}$, $R_1 = 2 \text{ Ом}$, $R_2 = 2 \text{ Ом}$, $R_3 = 10 \text{ Ом}$, $R_4 = 20 \text{ Ом}$, $J_1 = 2 \text{ А}$, $J_2 = 8 \text{ А}$.

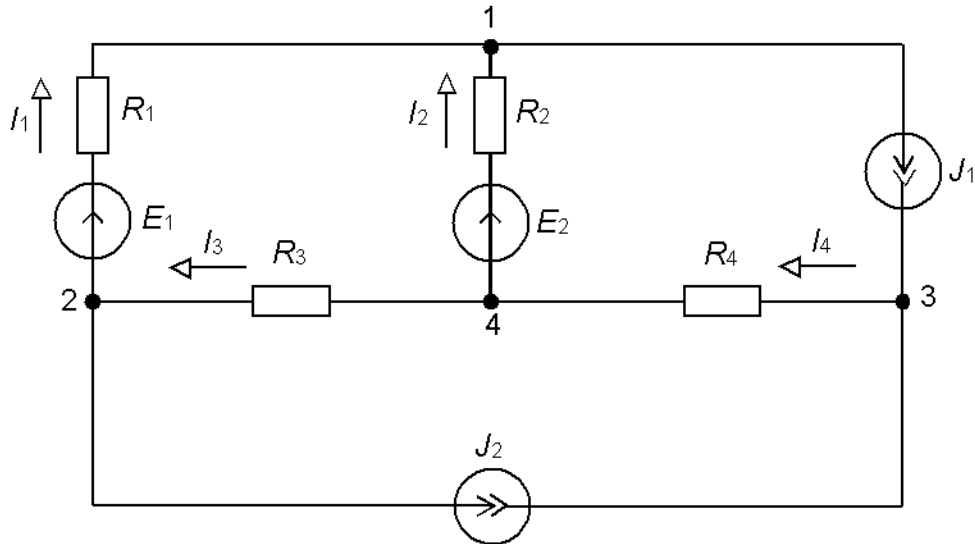


Рис.2.5

Визначити сили струмів у колі за допомогою законів Кірхгофа.

Розв'язок.

1. Коло має чотири вузли та шість віток, дві з яких містять джерела струму.
2. Складаємо за першим законом Кірхгофа три рівняння, тому що коло має чотири вузли ($4 - 1 = 3$). Дані рівняння складаємо для вузлів 1, 2 і 3:

$$I_1 + I_2 - J_1 = 0;$$

$$-I_1 + I_3 - J_2 = 0;$$

$$-I_4 + J_1 + J_2 = 0.$$

3. Складаємо за другим законом Кірхгофа рівняння для одного незалежного контуру, тому що коло має шість віток, дві з яких містять джерела струму ($6 - 2 - 3 = 1$). Дане рівняння складаємо для незалежного контуру, у який входять E_1 , R_1 , E_2 , R_2 та R_4 , обравши напрям обходу за годинниковою стрілкою:

$$R_1 I_1 - R_2 I_2 + R_4 I_4 = E_1 - E_2.$$

4. Знаходимо силу струму I_4 з рівняння, складеного за першим законом Кірхгофа для вузла 3:

$$I_4 = J_1 + J_2;$$

$$I_4 = 2 + 8 = 10 \text{ А}.$$

5. Записуємо інші рівняння, складені за законами Кірхгофа, у вигляді системи рівнянь з коефіцієнтами при невідомих:

$$\left. \begin{aligned} I_1 + I_2 &= 2; \\ -I_1 + I_3 &= 8; \\ 2 \cdot I_1 - 2 \cdot I_2 + 10 \cdot I_3 &= 20. \end{aligned} \right\}$$

або

$$\left. \begin{aligned} I_1 + I_2 &= 2; \\ -I_1 + I_3 &= 8; \\ I_1 - I_2 + 5 \cdot I_3 &= 10. \end{aligned} \right\}$$

5. Знаходимо сили струмів I_2 , I_3 , I_4 методом підстановки.

5.1 Виражаємо силу струму I_2 з першого рівняння:

$$I_2 = 2 - I_1.$$

5.2 Виражаємо силу струму I_3 з другого рівняння:

$$I_3 = 8 + I_1$$

5.3 Підставляємо вирази сил струмів I_2 та I_3 у третє рівняння:

$$I_1 - (2 - I_1) + 5 \cdot (8 + I_1) = 10,$$

після перетворень отримуємо:

$$I_1 = -4 \text{ A},$$

від'ємний знак означає, що напрям струму на розрахунковій схемі потрібно змінити на протилежний.

5.4 Підставляємо отримане значення сили струму I_1 у вирази сил струмів I_2 та I_3 та отримуємо:

$$I_2 = 6 \text{ A};$$

$$I_3 = 4 \text{ A}.$$

6. Виконуємо перевірку розрахунку сил струмів шляхом складання балансу потужностей кола.

6.1 Складаємо рівняння за другим законом Кірхгофа для контуру, у який входять E_2 , R_2 , R_3 та J_1 , обравши напрям обходу за годинниковою стрілкою:

$$R_2 I_2 + R_4 I_4 - U_{J_1} = E_2,$$

звідки визначаємо напругу на затискачах першого джерела струму:

$$U_{J_1} = R_2 I_2 + R_4 I_4 - E_2; \quad U_{J_1} = 2 \cdot 6 + 20 \cdot 10 - 180 = 32 \text{ В.}$$

6.2 Складаємо рівняння за другим законом Кірхгофа для контуру, у який входять R_3 , R_4 та J_2 , обравши напрям обходу проти годинникової стрілки:

$$R_3 I_3 + R_4 I_4 - U_{J_2} = 0,$$

звідки визначаємо напругу на затискачах другого джерела струму:

$$U_{J_2} = R_3 I_3 + R_4 I_4; \quad U_{J_2} = 10 \cdot 4 + 20 \cdot 10 = 240 \text{ В.}$$

6.3 Складаємо баланс потужностей кола:

$$E_1 I_1 + E_2 I_2 + U_{J_1} J_1 + U_{J_2} J_2 = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2 + R_4 I_4^2;$$

$$200 \cdot (-4) + 180 \cdot 6 + 32 \cdot 2 + 240 \cdot 8 = 2 \cdot 4^2 + 2 \cdot 6^2 + 10 \cdot 4^2 + 20 \cdot 10^2;$$

$$2264 = 2264,$$

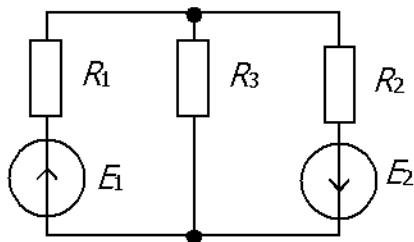
рівняння сходиться, тому сили струмів знайдені вірно.

Запитання для самоконтролю

1. Скільки незалежних рівнянь за першим законом Кірхгофа можна записати для розрахункової схеми розгалуженого електричного кола?
2. Скільки незалежних рівнянь за другим законом Кірхгофа можна записати для розрахункової схеми розгалуженого електричного кола?
3. Що таке незалежний контур розгалуженого електричного кола?
4. Наведіть послідовність аналізу розгалуженого електричного кола за допомогою законів Кірхгофа.
5. Що потрібно зробити, якщо в результаті аналізу силу струму отримано від'ємною?

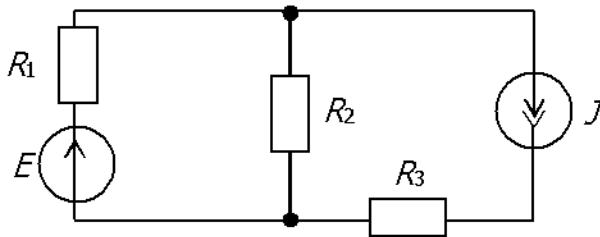
Завдання для самоконтролю

1. Для електричного кола, розрахункова схема якого наведена на рисунку, відомо: $E_1 = 150 \text{ В}$, $E_2 = 100 \text{ В}$, $R_1 = 1 \text{ Ом}$, $R_2 = 2 \text{ Ом}$, $R_3 = 1 \text{ Ом}$.



На розрахунковій схемі показати струми кола та визначити їх за допомогою законів Кірхгофа (перевірку розрахунку здійснити шляхом підстановки у рівняння, складені за законами Кірхгофа).

2. Для електричного кола, розрахункова схема якого наведена на рисунку, відомо: $E = 300 \text{ В}$, $R_1 = 4 \text{ Ом}$, $R_2 = 10 \text{ Ом}$, $R_3 = 5 \text{ Ом}$, $J = 5 \text{ А}$.



На розрахунковій схемі показати струми кола та визначити їх за допомогою законів Кірхгофа (перевірку розрахунку здійснити шляхом складання балансу потужностей кола).

2.3 Еквівалентні перетворення схем з'єднань опорів

2.3.1 Послідовне з'єднання опорів

Розглянемо розрахункову схему кола з послідовним з'єднанням опорів, яка наведена на рис.2.6.

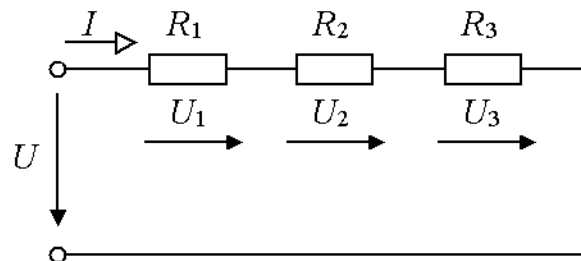


Рис.2.6

На наведеній розрахунковій схемі необхідно усі опори замінити одним еквівалентним (рис.2.7). При цьому напруга U і сила струму I не повинні змінитись.

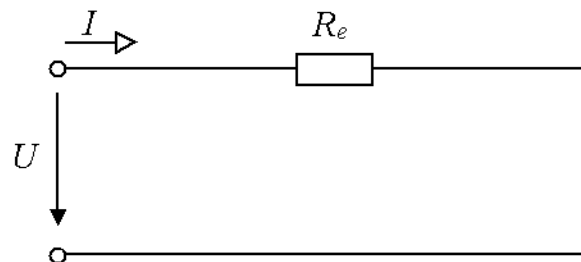


Рис.2.7

Складемо для розрахункової схеми на рис.2.6 рівняння за другим законом Кірхгофа:

$$U = U_1 + U_2 + U_3, \quad (2.17)$$

та перепишемо його, використовуючи закон Ома для ділянки кола без е.р.с.:

$$U = R_1 \cdot I + R_2 \cdot I + R_3 \cdot I, \quad (2.18)$$

або

$$U = (R_1 + R_2 + R_3) \cdot I, \quad (2.19)$$

або

$$U = R_e \cdot I, \quad (2.20)$$

де R_e – еквівалентний опір електричного кола, Ом;

$$R_e = R_1 + R_2 + R_3. \quad (2.21)$$

Таким чином, *еквівалентний опір послідовно з'єднаних елементів дорівнює сумі опорів цих елементів*, тобто

$$R_e = \sum R. \quad (2.22)$$

2.3.2 Паралельне з'єднання опорів

Розглянемо розрахункову схему кола з паралельним з'єднанням опорів, яка наведена на рис.2.8.

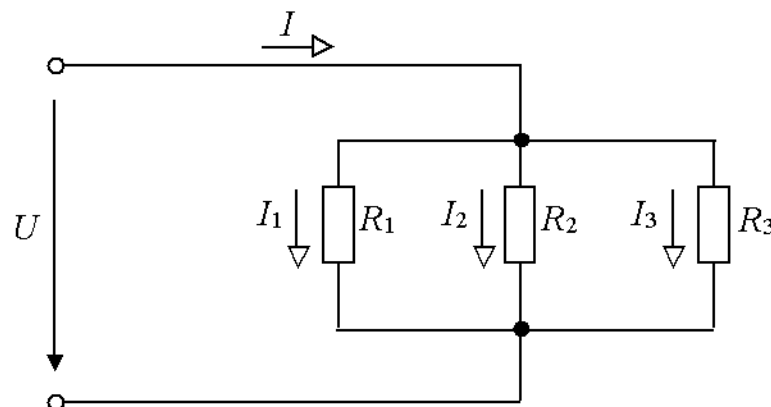


Рис.2.8

На наведеній розрахунковій схемі необхідно усі опори замінити одним еквівалентним (рис.2.7). При цьому напруга U і сила струму I не повинні змінитись.

Складемо для розрахункової схеми на рис.2.8 рівняння за першим законом Кірхгофа:

$$I = I_1 + I_2 + I_3, \quad (2.23)$$

та перепишемо його, використовуючи закон Ома для ділянки кола без е.р.с.:

$$I = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \frac{U}{R_3}. \quad (2.24)$$

Сила струму у кожній вітці обернено пропорційна опорі. Фізична величина, обернено пропорційна опорі, називається **провідністю**:

$$g_1 = \frac{1}{R_1}; \quad g_2 = \frac{1}{R_2}; \quad g_3 = \frac{1}{R_3}, \quad (2.25)$$

де g_1, g_2, g_3 – провідності ділянок кола, См.

Перепишемо (2.24) з урахуванням (2.25):

$$I = g_1 \cdot U + g_2 \cdot U + g_3 \cdot U, \quad (2.26)$$

В іншому вигляді (2.26) можна записати так:

$$I = (g_1 + g_2 + g_3) \cdot U, \quad (2.27)$$

або

$$I = g_e \cdot U, \quad (2.28)$$

де g_e – еквівалентна провідність електричного кола, См;

$$g_e = g_1 + g_2 + g_3. \quad (2.29)$$

Таким чином, *еквівалентна провідність паралельно з'єднаних елементів дорівнює сумі провідностей цих елементів*, тобто

$$g_e = \sum g. \quad (2.30)$$

У свою чергу, *еквівалентний опір паралельно з'єднаних елементів* розраховується так:

$$R_e = \frac{1}{\sum \frac{1}{R}} \quad (2.31)$$

2.3.3 Змішане з'єднання опорів

У разі змішаного з'єднання опорів у розгалуженому колі виконують їх еквівалентні перетворення з метою отримання нерозгалуженого кола або максимального його спрощення. Еквівалентні перетворення виконують на ділянках, які містять однотипово з'єднані опори (паралельно, послідовно тощо). При цьому враховують умову еквівалентних перетворень – напруги і сили струмів на ділянках, де не виконують еквівалентне перетворення, не повинні змінюватись. Розглянемо на прикладі, як виконують еквівалентні перетворення опорів розгалужених кіл при їх змішаному з'єднанні.

Приклад 2.3

Електричне коло складається з генератора постійного струму, до затисків якого за допомогою лінії електропередачі приєднані такі навантаження: наприкінці першої ділянки лінії включений електронагрівальний пристрій, наприкінці другої ділянки – два електроосвітлювальні пристрої. Відомо, що е.р.с. генератора дорівнює **450 В**, внутрішній опір генератора дорівнює **1 Ом**, опір першої ділянки лінії електропередачі дорівнює **4 Ом**, опір електронагрівального пристрою дорівнює **30 Ом**, опір другої ділянки лінії електропередачі дорівнює **3 Ом**, опори електроосвітлювальних пристроїв дорівнюють **20 Ом** і **30 Ом**.

Визначити сили струмів, які протікають у колі за допомогою еквівалентних перетворень.

Розв'язок.

1. Складаємо принципову електричну схему кола (рис.2.9)

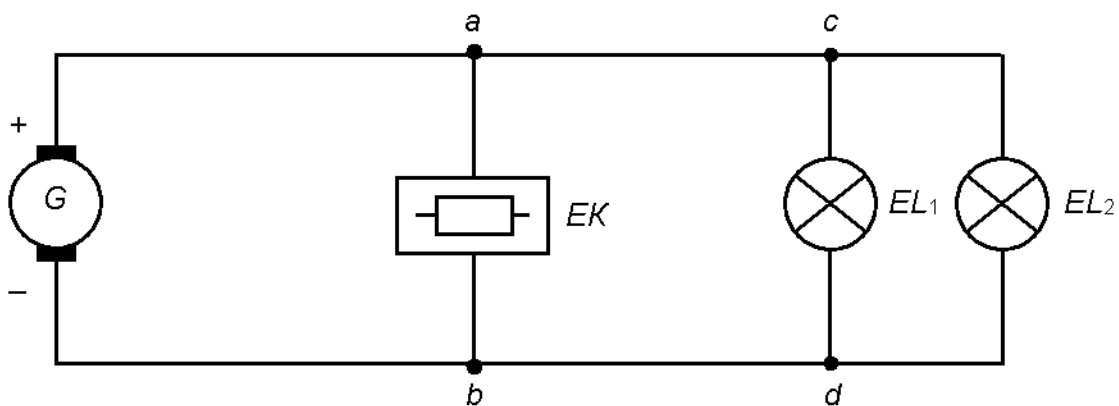


Рис.2.9

На схемі (рис.2.8) позначено: *G* – генератор постійного струму; *EK* – електронагрівальний пристрій; *EL₁*, *EL₂* – електроосвітлювальні пристрої.

2. Складаємо розрахункову схему кола, показаного на рис.2.9, для чого враховуємо наступне: у генераторі спостерігається явище електромагнітної індукції, внаслідок якого у ньому виникає е.р.с. E . Під дією цієї е.р.с. у генераторі і на першій ділянці лінії протікає струм I_1 , у електронагрівальному пристрої протікає струм I_2 , на другій ділянці лінії протікає струм I_3 , у електроосвітлювальних пристроях протікають струми I_4 і I_5 . В обмотці генератора при протіканні електричного струму спостерігається його теплова дія, яку враховуємо за допомогою внутрішнього опору R_e . Теплову дію струму на першій ділянці лінії враховуємо за допомогою опору R_1 . Перетворення електричної енергії у електронагрівальному пристрої враховуємо за допомогою опору R_2 . Теплову дію струму на другій ділянці лінії враховуємо за допомогою опору R_3 . Перетворення електричної енергії у теплову в електроосвітлювальних пристроях враховуємо за допомогою опорів R_4 і R_5 . Тоді розрахункова схема зазначеного електричного кола буде мати вигляд, наведений на рис.2.10.

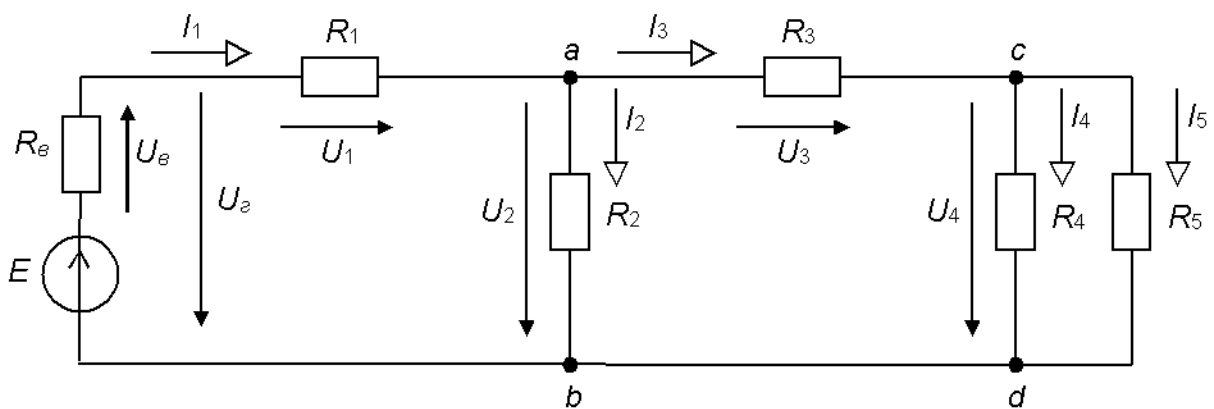


Рис.2.10

На розрахунковій схемі (рис.2.10) також позначено: U_e – напруга на затискачах генератора; U_e – спадання напруги на внутрішньому опорі генератора; U_1 – спадання напруги на першій ділянці лінії електропередачі; U_2 – напруга на затискачах електронагрівального пристрою; U_3 – спадання напруги на другій ділянці лінії електропередачі; U_4 – напруга на затискачах електроосвітлювальних пристроїв.

Для цієї схеми відомо: $E = 450 \text{ В}$, $R_e = 1 \text{ Ом}$, $R_1 = 4 \text{ Ом}$, $R_2 = 30 \text{ Ом}$, $R_3 = 3 \text{ Ом}$, $R_4 = 20 \text{ Ом}$, $R_5 = 30 \text{ Ом}$.

3. Виконуємо еквівалентне перетворення паралельно з'єднаних опорів R_4 і R_5 , на підставі (2.31):

$$R_{45} = \frac{1}{\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}}; \quad \text{або} \quad R_{45} = \frac{1}{\frac{1}{R_5 + R_4}}; \quad \text{звідки}$$

$$R_{45} = \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5}; \quad R_{45} = \frac{20 \cdot 30}{20 + 30} = 12 \text{ Ом.}$$

Це дозволяє отримати еквівалентну розрахункову схему електричного кола після першого перетворення (рис.2.11).

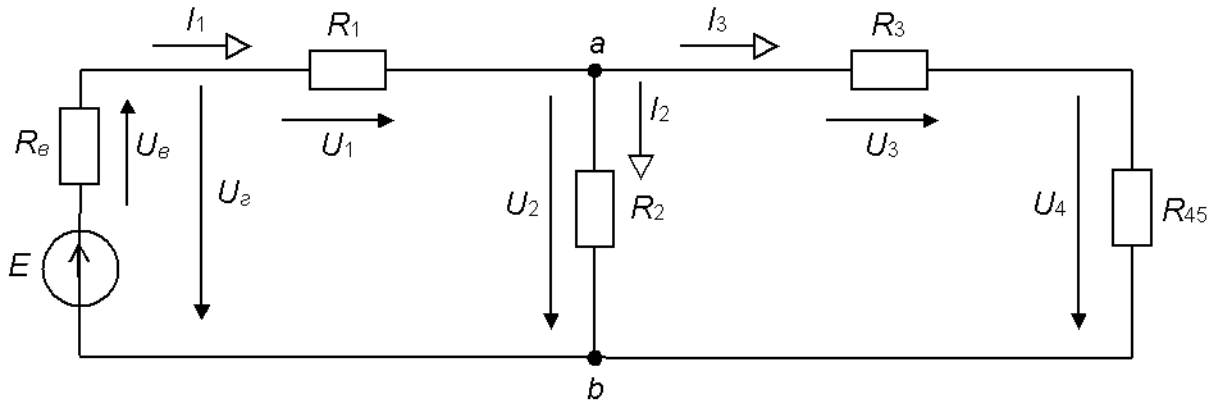


Рис.2.11

4. Виконуємо еквівалентне перетворення послідовно з'єднаних опорів R_3 і R_{45} на підставі (2.22):

$$R_{345} = R_3 + R_{45}; \quad R_{345} = 3 + 12 = 15 \text{ Ом.}$$

Це дозволяє отримати еквівалентну розрахункову схему електричного кола після другого перетворення (рис.2.12).

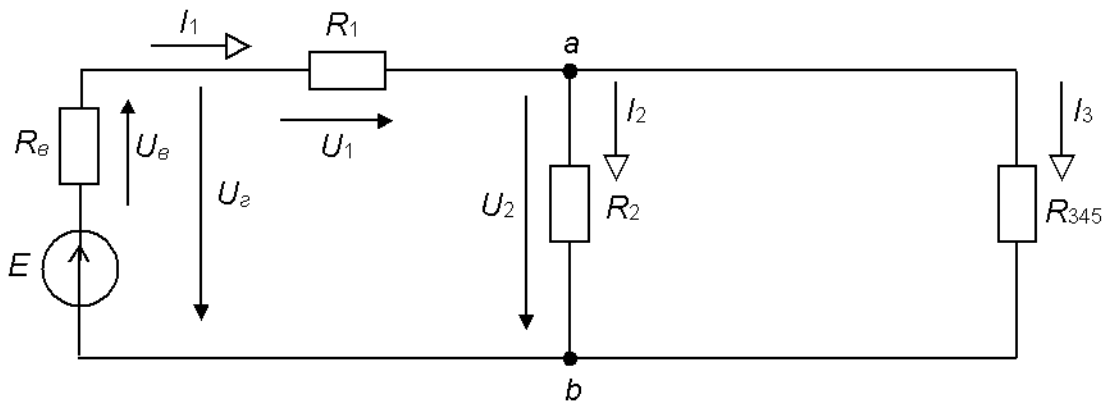
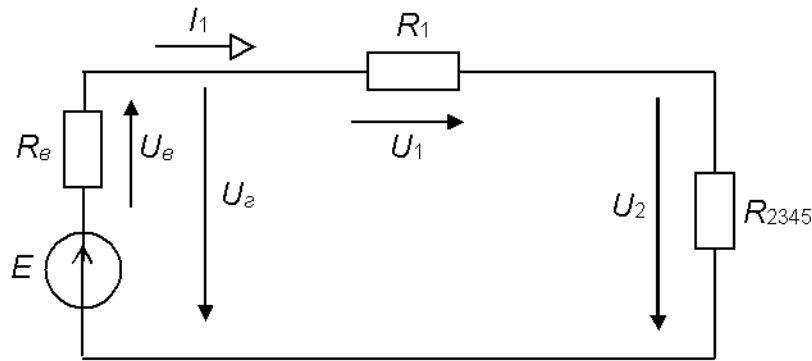


Рис.2.12

5. Виконуємо еквівалентне перетворення паралельно з'єднаних опорів R_2 і R_{345} на підставі (2.31):

$$R_{2345} = \frac{R_2 \cdot R_{345}}{R_2 + R_{345}}; \quad R_{2345} = \frac{30 \cdot 15}{30 + 15} = 10 \text{ Ом.}$$

Це дозволяє отримати еквівалентну розрахункову схему електричного кола після третього перетворення (рис.2.13).



6. Визначаємо силу струму у загальній частині кола, використовуючи розрахункову схему на рис.2.13 і закон Ома для замкненого кола з однією е.р.с.:

$$I_1 = \frac{E}{R_e + R_1 + R_{2345}}; \quad I_1 = \frac{450}{1 + 4 + 10} = 30 \text{ A.}$$

7. Визначаємо напругу на затискачах електронагрівального пристрою, використовуючи розрахункову схему на рис.2.13 і закон Ома для ділянки кола без е.р.с.:

$$U_2 = R_{2345} \cdot I_1; \quad U_2 = 10 \cdot 30 = 300 \text{ B.}$$

8. Визначаємо силу струму у електронагрівальному пристрої, використовуючи розрахункову схему на рис.2.12 і закон Ома для ділянки кола без е.р.с.:

$$I_2 = \frac{U_2}{R_2}; \quad I_2 = \frac{300}{30} = 10 \text{ A.}$$

9. Визначаємо силу струму на другій ділянці лінії електропередачі, використовуючи розрахункову схему на рис.2.12 і закон Ома для ділянки кола без е.р.с.:

$$I_3 = \frac{U_2}{R_{345}}; \quad I_3 = \frac{300}{15} = 20 \text{ A.}$$

10. Визначаємо напругу на затискачах електроосвітлювальних пристроїв, використовуючи розрахункову схему на рис.2.11 і закон Ома для ділянки кола без е.р.с.:

$$U_4 = R_{45} \cdot I_3; \quad U_4 = 12 \cdot 20 = 240 \text{ B.}$$

11. Визначаємо сили струмів у електроосвітлювальних пристроях, використовуючи розрахункову схему на рис.2.10 і закон Ома для ділянки кола без е.р.с.:

$$I_4 = \frac{U_4}{R_4}; \quad I_4 = \frac{240}{20} = 12 \text{ A;}$$

$$I_5 = \frac{U_4}{R_5};$$

$$I_5 = \frac{240}{30} = 8 \text{ A.}$$

12. Виконуємо перевірку розрахунку сил струмів шляхом складання балансу потужностей кола.

$$EI_1 = (R_6 + R_1)I_1^2 + R_2I_2^2 + R_3I_3^2 + R_4I_4^2 + R_5I_5^2;$$

$$450 \cdot 30 = (1+4) \cdot 30^2 + 30 \cdot 10^2 + 3 \cdot 20^2 + 20 \cdot 12^2 + 30 \cdot 8^2;$$

$$13500 = 13500,$$

рівняння сходиться, тому сили струмів знайдені вірно.

2.3.4 З'єднання опорів зіркою та трикутником

У розгалужених колах елементи можуть з'єднуватись не тільки послідовно, паралельно або змішано, а й зіркою або трикутником. *Схемою з'єднання «зірка»* називають таку, у якій однойменні вивідні затискачі трьох елементів поєднуються у загальний вузол (рис.2.14а). *Схемою з'єднання «трикутник»* називають таку, у якій початковий вивідний затискач першого елемента поєднується з кінцевим вивідним затискачем другого елемента, початковий вивідний затискач другого елемента поєднується з кінцевим вивідним затискачем третього елемента, початковий вивідний затискач третього елемента поєднується з кінцевим вивідним затискачем першого елемента, утворюючи замкнений контур (рис.2.14б).

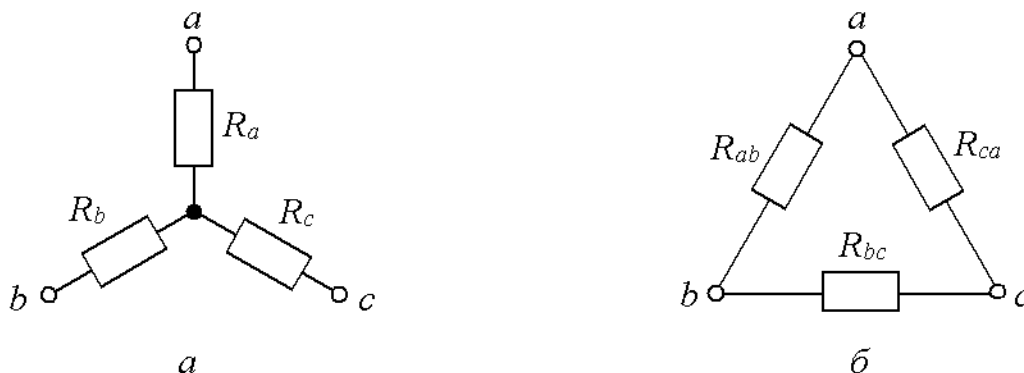


Рис.2.14

При розрахунку розгалужених кіл буває необхідно виконати перетворення частини розрахункової схеми, на якій опори з'єднані трикутником, у зірку і навпаки. Умовою еквівалентного перетворення із трикутника на зірку і навпаки є незмінність опорів між точками цих схем.

Розглянемо, як перетворити трикутник на еквівалентну йому зірку, тобто як визначити опори еквівалентної зірки через опори трикутника. Для отримання цих виразів запишемо опори між точками цих схем та дорівняємо їх між собою, виходячи із умови еквівалентного перетворення.

Опори між точками a і b :

$$R_a + R_b = \frac{R_{ab} \cdot (R_{bc} + R_{ca})}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}}; \quad \text{або} \quad R_a + R_b = \frac{R_{ab} \cdot R_{bc} + R_{ab} \cdot R_{ca}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}}, \quad (2.32)$$

опори між точками b і c :

$$R_b + R_c = \frac{R_{bc} \cdot (R_{ab} + R_{ca})}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}}; \quad \text{або} \quad R_b + R_c = \frac{R_{ab} \cdot R_{bc} + R_{bc} \cdot R_{ca}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}}, \quad (2.33)$$

опори між точками c і a :

$$R_a + R_c = \frac{R_{ca} \cdot (R_{ab} + R_{bc})}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}}; \quad \text{або} \quad R_a + R_c = \frac{R_{ab} \cdot R_{ca} + R_{bc} \cdot R_{ca}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}}. \quad (2.34)$$

Додамо (2.32) – (2.34) між собою та розділимо отриманий результат на два, внаслідок чого отримаємо:

$$R_a + R_b + R_c = \frac{R_{ab} \cdot R_{ca} + R_{ab} \cdot R_{bc} + R_{bc} \cdot R_{ca}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}}. \quad (2.35)$$

Віднімемо (2.33) від (2.35), отримаємо:

$$R_a = \frac{R_{ab} \cdot R_{ca}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}}. \quad (2.36)$$

Віднімемо (2.34) від (2.35), отримаємо:

$$R_b = \frac{R_{ab} \cdot R_{bc}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}}. \quad (2.37)$$

Віднімемо (2.32) від (2.35), отримаємо:

$$R_c = \frac{R_{bc} \cdot R_{ca}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}}. \quad (2.38)$$

Отримані рівняння (2.36) – (2.38) дозволяють перетворити частину розрахункової схеми, на якій опори з'єднані трикутником, у еквівалентну йому зірку.

Розглянемо, як перетворити зірку на еквівалентний їй трикутник, тобто як визначити опори еквівалентного трикутника через опори зірки. Для отримання цих виразів будемо замикати попарно точки схем і записувати еквівалентну провідність між тими точками, які залишилися. При цьому будемо дорівнювати їх між собою, виходячи із умови еквівалентного перетворення.

Замкнемо між собою затискачі b і c , схеми для цього випадку наведені на рисунку 2.15 (a – зірка; $б$ – трикутник).

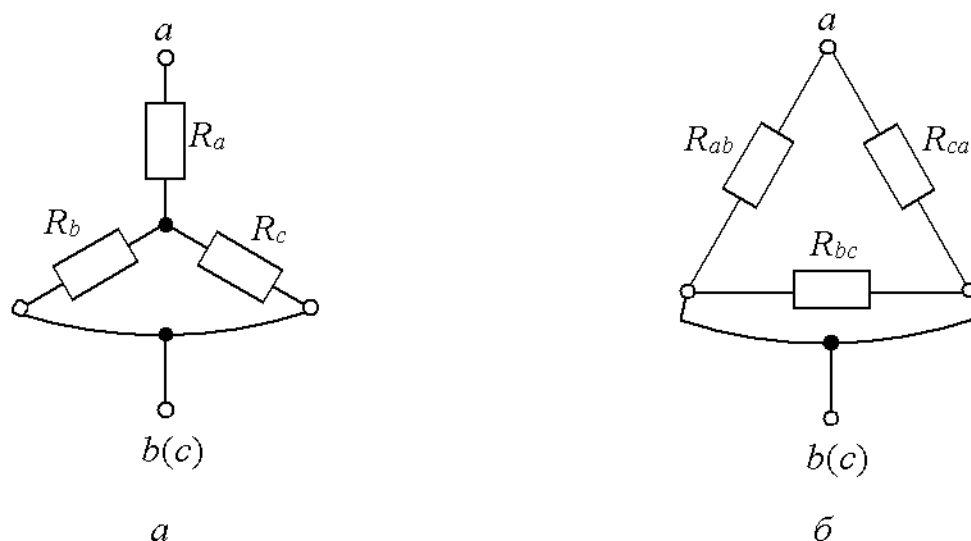


Рис.2.15

Представимо дані схеми у вигляді, більш зручному для візуального сприйняття, показаному на рис.2.16 (a – зірка; $б$ – трикутник).

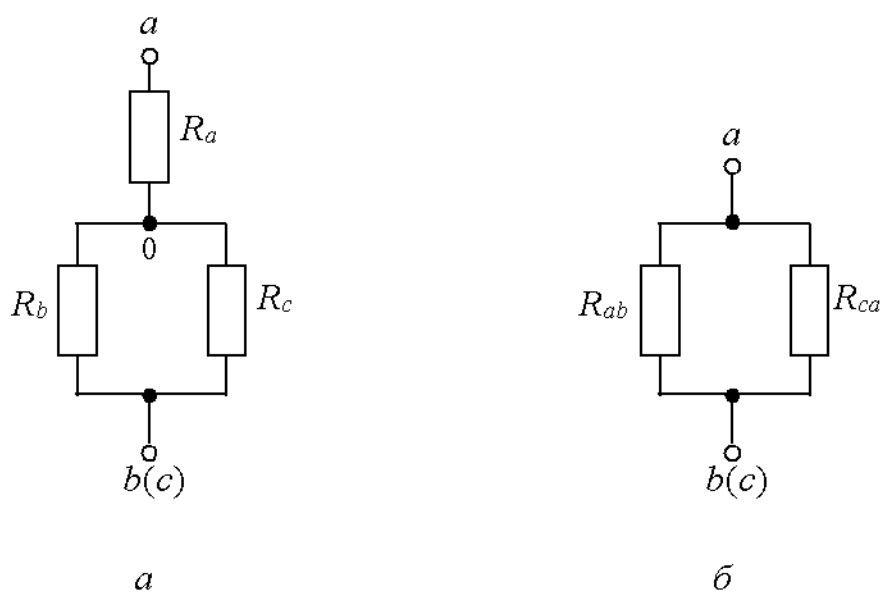


Рис.2.16

На підставі рис.2.16 запишемо еквівалентну провідність між точками a і $b(c)$:

$$\frac{1}{R_a + \frac{R_b \cdot R_c}{R_b + R_c}} = \frac{1}{R_{ab}} + \frac{1}{R_{ca}}, \quad (2.39)$$

або

$$\frac{R_b + R_c}{R_a \cdot R_b + R_b \cdot R_c + R_a \cdot R_c} = \frac{1}{R_{ab}} + \frac{1}{R_{ca}}. \quad (2.40)$$

Замкнемо між собою затискачі a і c , схеми для цього випадку наведені на рис.2.17 (a – зірка; $б$ – трикутник).

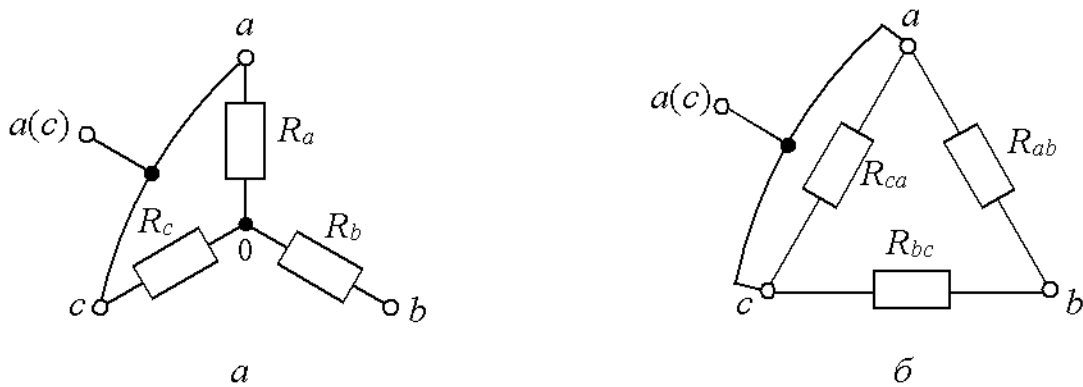


Рис.2.17

Представимо дані схеми у вигляді, більш зручному для візуального сприйняття, показаному на рис.2.18 (a – зірка; $б$ – трикутник).

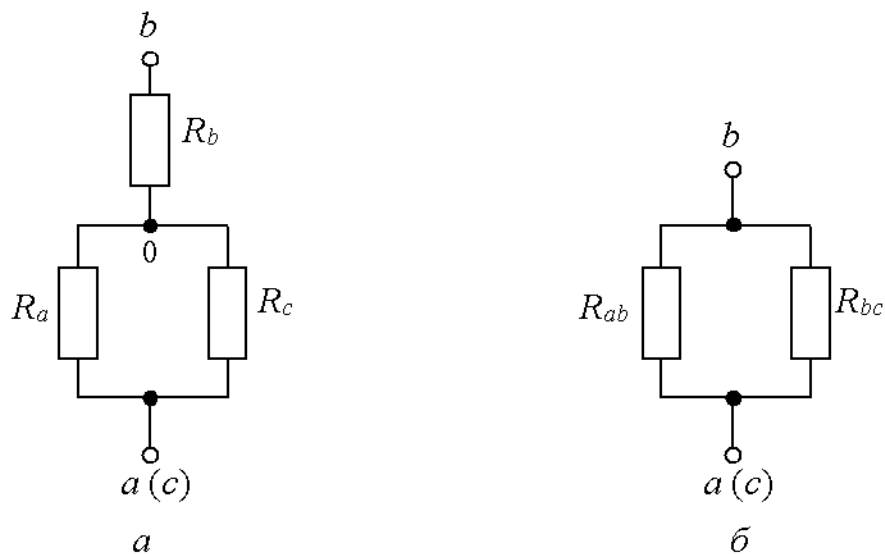


Рис.2.18

На підставі рис.2.18 запишемо еквівалентну провідність між точками $a(c)$ і b :

$$\frac{1}{R_b + \frac{R_a \cdot R_c}{R_a + R_c}} = \frac{1}{R_{ab}} + \frac{1}{R_{bc}}, \quad (2.41)$$

або

$$\frac{R_a + R_c}{R_a \cdot R_b + R_b \cdot R_c + R_a \cdot R_c} = \frac{1}{R_{ab}} + \frac{1}{R_{bc}}. \quad (2.42)$$

Замкнемо між собою затискачі a і b , схеми для цього випадку наведені на рис.2.19 (a – зірка; $б$ – трикутник).

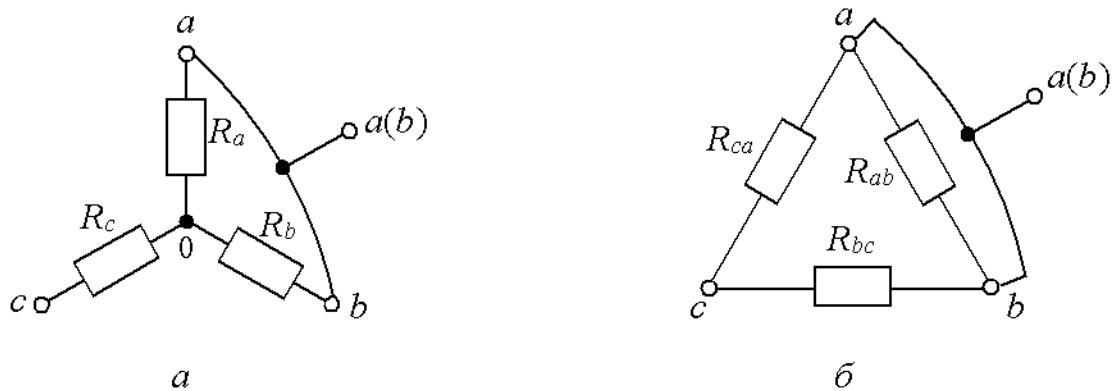


Рис.2.19

Представимо дані схеми у вигляді, більш зручному для візуального сприйняття, показаному на рис.2.20 (a – зірка; $б$ – трикутник).

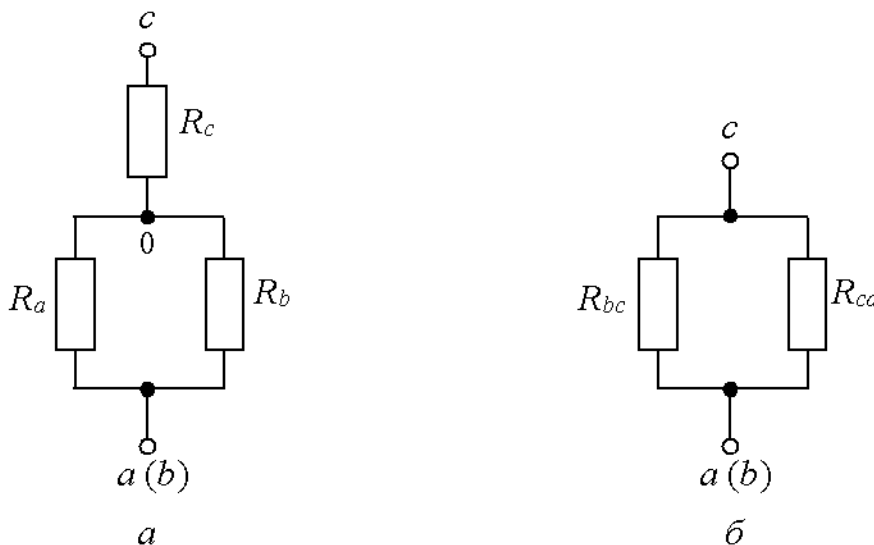


Рис.2.20

На підставі рис.2.20 запишемо еквівалентну провідність між точками $a(b)$ і c :

$$\frac{1}{R_c + \frac{R_a \cdot R_b}{R_a + R_b}} = \frac{1}{R_{bc}} + \frac{1}{R_{ca}}, \quad (2.43)$$

або

$$\frac{R_a + R_b}{R_a \cdot R_b + R_b \cdot R_c + R_a \cdot R_c} = \frac{1}{R_{bc}} + \frac{1}{R_{ca}}. \quad (2.44)$$

Додамо (2.40) до (2.42), віднімемо від отриманої суми (2.44) і результат розділимо на два, внаслідок чого отримаємо:

$$\frac{1}{R_{ab}} = \frac{R_c}{R_a \cdot R_b + R_b \cdot R_c + R_a \cdot R_c}, \quad (2.45)$$

звідки

$$R_{ab} = R_a + R_b + \frac{R_a \cdot R_b}{R_c}. \quad (2.46)$$

Додамо (2.42) до (2.44), віднімемо від отриманої суми (2.40) і результат розділимо на два, внаслідок чого отримаємо:

$$\frac{1}{R_{bc}} = \frac{R_a}{R_a \cdot R_b + R_b \cdot R_c + R_a \cdot R_c}, \quad (2.47)$$

звідки

$$R_{bc} = R_b + R_c + \frac{R_b \cdot R_c}{R_a}. \quad (2.48)$$

Додамо (2.40) до (2.44), віднімемо від отриманої суми (2.42) і результат розділимо на два, внаслідок чого отримаємо:

$$\frac{1}{R_{ca}} = \frac{R_b}{R_a \cdot R_b + R_b \cdot R_c + R_a \cdot R_c}, \quad (2.49)$$

звідки

$$R_{ca} = R_a + R_c + \frac{R_a \cdot R_c}{R_b}. \quad (2.50)$$

Таким чином, отримані рівняння (2.46), (2.48) і (2.50) дозволяють перетворити частину розрахункової схеми, на якій опори з'єднані зіркою, у еквівалентний їй трикутник.

Приклад 2.4

Для електричного кола, розрахункова схема якого наведена на рис.2.3, відомо: $R_1 = 0,6 \text{ Ом}$; $R_2 = 1,2 \text{ Ом}$; $R_3 = 1,6 \text{ Ом}$; $R_4 = 2 \text{ Ом}$; $R_5 = 2 \text{ Ом}$; $R_6 = 1 \text{ Ом}$.

Виконати еквівалентне перетворення опорів R_4, R_5, R_6 , з'єднаних трикутником, у зірку.

Розв'язок.

1. Перетворюємо опори R_4, R_5, R_6 , з'єднані трикутником, у зірку:

$$R'_1 = \frac{R_4 \cdot R_6}{R_4 + R_5 + R_6}; \quad R'_1 = \frac{2 \cdot 1}{2 + 2 + 1} = 0,4 \text{ Ом};$$

$$R'_2 = \frac{R_4 R_5}{R_4 + R_5 + R_6}; \quad R'_2 = \frac{2 \cdot 2}{2 + 2 + 1} = 0,8 \text{ Ом};$$

$$R'_3 = \frac{R_5 R_6}{R_4 + R_5 + R_6}; \quad R'_3 = \frac{2 \cdot 1}{2 + 2 + 1} = 0,4 \text{ Ом}.$$

2. Внаслідок такого перетворення отримаємо розрахункову схему, показану на рис.2.21.

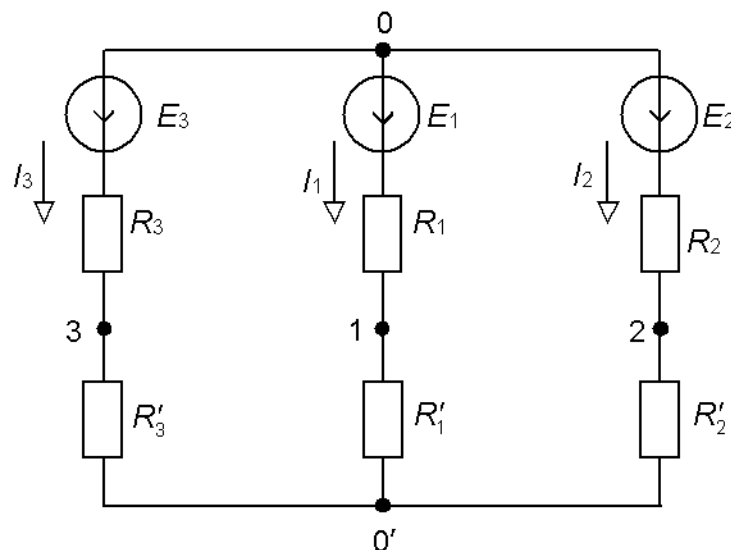


Рис.2.21

3. У кожній вітці розрахункової схеми (рис.2.21) опори з'єднані послідовно, тому:

$$R_{1e} = R_1 + R'_1; \quad R_{1e} = 0,6 + 0,4 = 1 \text{ Ом};$$

$$R_{2e} = R_2 + R'_2; \quad R_{2e} = 1,2 + 0,8 = 2 \text{ Ом};$$

$$R_{3e} = R_3 + R'_3; \quad R_{3e} = 1,6 + 0,4 = 2 \text{ Ом}.$$

4. Внаслідок останнього перетворення отримуємо розрахункову схему, показану на рис.2.22.

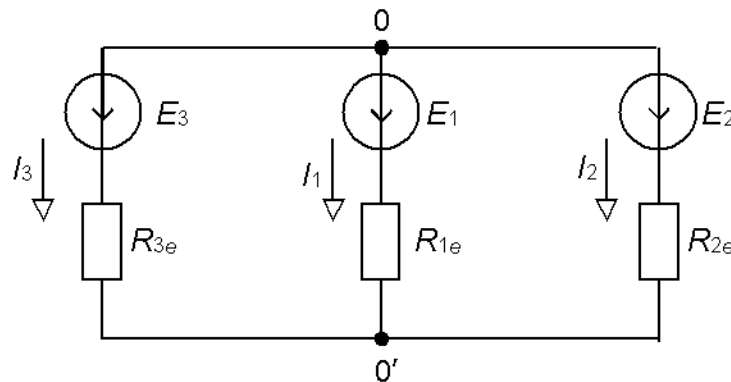


Рис.2.22

Розрахунок сил струмів у джерелах за розрахунковою схемою, наведеною на рис.2.22, здійснювати простіше, ніж за схемою на рис.2.3.

Запитання для самоконтролю

1. Як розрахувати еквівалентний опір послідовно з'єднаних елементів кола?
2. Дайте визначення провідності елемента кола.
3. Запишіть визначальну формулу провідності елемента кола.
4. Що є одиницею провідності?
5. Як розрахувати еквівалентну провідність паралельно з'єднаних елементів кола?
6. Як розрахувати еквівалентний опір паралельно з'єднаних елементів кола?
7. Наведіть вираз для розрахунку еквівалентного опору двох паралельно з'єднаних елементів кола.
8. Якої умови необхідно дотримуватись при еквівалентному перетворенні електричного кола?
9. У чому суть еквівалентного перетворення розгалуженого електричного кола?
10. На яких ділянках розгалуженого електричного кола виконують еквівалентні перетворення?
11. Яку схему з'єднання опорів називають зіркою?
12. Яку схему з'єднання опорів називають трикутником?
13. Як перетворити схему з'єднання опорів зіркою на еквівалентний трикутник?
14. Як перетворити схему з'єднання опорів трикутником на еквівалентну зірку?

Завдання для самоконтролю

1. На ділянці електричного кола послідовно включені опори **4 Ом, 6 Ом, 10 Ом**. Визначити еквівалентний опір ділянки кола.

2. На ділянці електричного кола паралельно включені опори **5 Ом, 10 Ом**. Визначити еквівалентну провідність ділянки кола.
3. На ділянці електричного кола паралельно включені опори **3 Ом, 6 Ом**. Визначити еквівалентний опір ділянки кола.
4. На ділянці електричного кола паралельно включені опори **4 Ом, 6 Ом, 12 Ом**. Визначити еквівалентний опір ділянки кола.
5. На ділянці електричного кола змішано включені опори **5 Ом, 10 Ом, 15 Ом**. Визначити еквівалентний опір ділянки кола.
6. Для розрахункової схеми на рис.2.10 відомо, що **$E = 240 \text{ В}$, $R_6 = 1 \text{ Ом}$, $R_1 = 5 \text{ Ом}$, $R_2 = 4 \text{ Ом}$, $R_3 = 2 \text{ Ом}$, $R_4 = 3 \text{ Ом}$, $R_5 = 6 \text{ Ом}$** . Визначити сили струмів кола за допомогою еквівалентних перетворень (результати розрахунку перевірити шляхом складання балансу потужностей кола).
7. Відомо, що опори **2 Ом, 5 Ом, 10 Ом** з'єднані зіркою. Виконайте еквівалентне перетворення їх з'єднання на схему трикутника.
8. Три навантаження з однаковими опором з'єднані зіркою. Як зміняться їх опори при еквівалентному перетворенні їх схеми з'єднання на трикутник?
9. Відомо, що опори **2 Ом, 5 Ом, 10 Ом** з'єднані трикутником. Виконайте еквівалентне перетворення їх з'єднання на схему зірки.
10. Три навантаження з однаковими опором з'єднані трикутником. Як зміняться їх опори при еквівалентному перетворенні їх схеми з'єднання на зірку?
11. Знайдіть на розрахунковій схемі з п.6 з'єднання опорів трикутником і перетворіть його на зірку, після чого визначте силу струму у загальній частині кола (у джерелі) і порівняйте отримане значення з п.6.

2.4 Еквівалентні перетворення схем з'єднань та перенесення джерел електрорушійних сил та струму

2.4.1 Послідовне з'єднання джерел електрорушійних сил

Розглянемо розрахункову схему ділянки електричного кола з послідовним з'єднанням джерел е.р.с., наведену на рис.2.23.

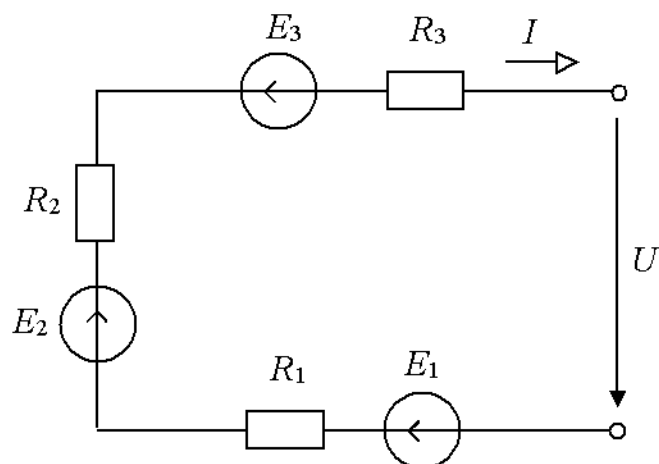


Рис.2.23

Необхідно наведену ділянку (рис.2.23) замінити еквівалентним джерелом е.р.с. (рис.2.24).

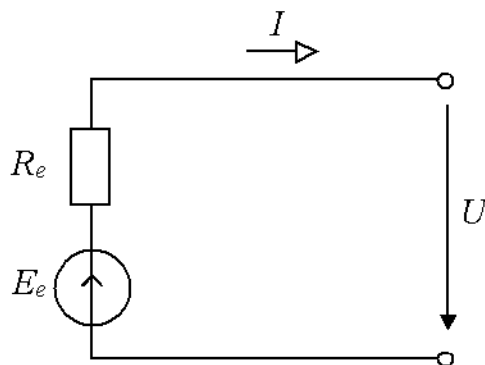


Рис.2.24

При еквівалентному перетворенні схеми на рис.2.23 у схему на рис.2.24 враховуємо незмінність напруги на затискачах U і сили струму I у цих схемах.

Запишемо для ділянки кола розрахункової схеми на рис.2.23 рівняння за другим законом Кірхгофа:

$$R_1 I + R_2 I + R_3 I + U = E_1 + E_2 - E_3, \quad (2.51)$$

або

$$U = (E_1 + E_2 - E_3) - (R_1 + R_2 + R_3) \cdot I. \quad (2.52)$$

Запишемо рівняння напруги на затискачах еквівалентного джерела е.р.с. (рис.2.24):

$$U = E_e - R_e I. \quad (2.53)$$

Порівнюючи (2.53) з (2.52), отримуємо:

$$E_e = E_1 + E_2 - E_3. \quad (2.54)$$

$$R_e = R_1 + R_2 + R_3. \quad (2.55)$$

Таким чином, еквівалентна електрорушійна сила послідовно з'єднаних джерел е.р.с. дорівнює алгебраїчній сумі е.р.с. даних джерел, тобто

$$E_e = \sum E. \quad (2.56)$$

Зі знаком “+” записують електрорушійні сили, які збігаються за напрямом з еквівалентною е.р.с., при розбіжності їх записують зі знаком “-”.

Еквівалентний внутрішній опір послідовно з’єднаних джерел е.р.с. дорівнює сумі внутрішніх опорів даних джерел, тобто

$$R_e = \sum R. \quad (2.57)$$

Приклад 2.5

Для розрахункової схеми електричного кола, наведеної на рис.2.25, відомо: $E_1 = 50 \text{ В}$, $E_2 = 30 \text{ В}$, $E_3 = 80 \text{ В}$, $R_1 = 1 \text{ Ом}$, $R_2 = 2 \text{ Ом}$, $R_3 = 2 \text{ Ом}$, $R_4 = 15 \text{ Ом}$.

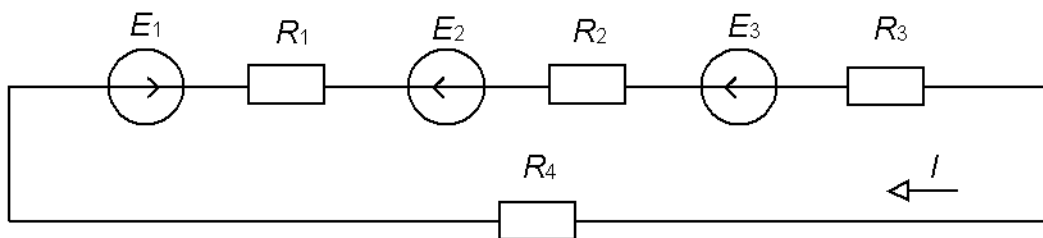


Рис.2.25

Визначити потужність, що виділяється у опорі R_4 , здійснивши еквівалентне перетворення джерел е.р.с.

Розв’язок.

1. Визначаємо еквівалентний внутрішній опір джерел:

$$R_e = R_1 + R_2 + R_3; \quad R_e = 1 + 2 + 2 = 5 \text{ Ом.}$$

2. Визначаємо еквівалентну електрорушійну силу джерел:

$$E_e = E_1 - E_2 + E_3; \quad E_e = 50 - 30 + 80 = 100 \text{ В.}$$

3. Складаємо еквівалентну розрахункову схему кола (рис.2.26).

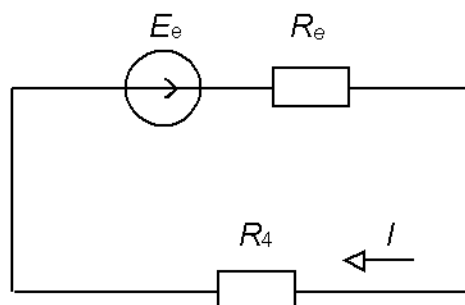


Рис.2.26

4. Визначаємо силу струму в колі:

$$I = \frac{E_e}{R_e + R_4}; \quad I = \frac{100}{5 + 15} = 5 \text{ А.}$$

5. Визначаємо потужність, що виділяється у опорі R_4 :

$$P_4 = R_4 \cdot I^2;$$

$$P_4 = 15 \cdot 5^2 = 375 \text{ Вт.}$$

2.4.2 Паралельне з'єднання джерел електрорушійних сил

Розглянемо розрахункову схему ділянки електричного кола з паралельним з'єднанням джерел е.р.с., яка наведена на рис.2.27.

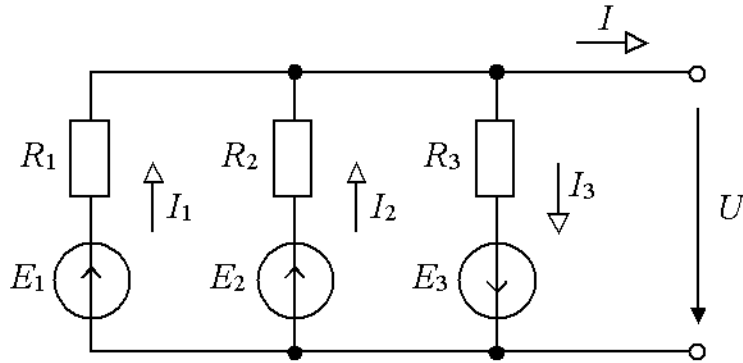


Рис.2.27

Наведену ділянку (рис.2.27) необхідно замінити еквівалентним джерелом е.р.с. (рис.2.24), враховуючи незмінність напруги на затискачах U і сили струму I у цих схемах.

Запишемо силу струму I розрахункової схеми на рис.2.27 відповідно до першого закону Кірхгофа:

$$I = I_1 + I_2 - I_3. \quad (2.58)$$

Запишемо сили струмів у джерелах розрахункової схеми на рис.2.27, користуючись узагальненим законом Ома:

$$I_1 = \frac{-U + E_1}{R_1}; \quad (2.59)$$

$$I_2 = \frac{-U + E_2}{R_2}; \quad (2.60)$$

$$I_3 = \frac{U + E_3}{R_3}. \quad (2.61)$$

Враховуючи те, що

$$g_1 = \frac{1}{R_1}; \quad g_2 = \frac{1}{R_2}; \quad g_3 = \frac{1}{R_3}, \quad (2.62)$$

перепишемо (2.59) – (2.61) у такому вигляді:

$$I_1 = E_1 \cdot g_1 - U \cdot g_1; \quad (2.63)$$

$$I_2 = E_2 \cdot g_2 - U \cdot g_2; \quad (2.64)$$

$$I_3 = E_3 \cdot g_3 + U \cdot g_3. \quad (2.65)$$

Запишемо силу струму у еквівалентному джерелі (рис.2.24), користуючись узагальненим законом Ома:

$$I = \frac{-U + E_e}{R_e}. \quad (2.66)$$

Враховуючи те, що

$$g_e = \frac{1}{R_e}, \quad (2.67)$$

перепишемо (2.66) у такому вигляді:

$$I = E_e \cdot g_e - U \cdot g_e. \quad (2.68)$$

Підставимо (2.63) – (2.65), (2.68) у (2.58) та після перетворень отримуюємо:

$$(E_1 \cdot g_1 + E_2 \cdot g_2 - E_3 \cdot g_3) - U \cdot (g_1 + g_2 + g_3) = E_e \cdot g_e - U \cdot g_e. \quad (2.69)$$

Порівнюючи ліву та праву частину (2.69), отримуємо:

$$E_e \cdot g_e = E_1 \cdot g_1 + E_2 \cdot g_2 - E_3 \cdot g_3; \quad (2.70)$$

$$U \cdot g_e = U \cdot (g_1 + g_2 + g_3). \quad (2.71)$$

З (2.70), (2.71) випливає, що

$$E_e = \frac{E_1 \cdot g_1 + E_2 \cdot g_2 - E_3 \cdot g_3}{g_1 + g_2 + g_3}; \quad (2.72)$$

$$g_e = g_1 + g_2 + g_3. \quad (2.73)$$

Таким чином, для розрахунку еквівалентної е.р.с. та еквівалентного внутрішнього опору при перетворенні паралельно з'єднаних джерел е.р.с. застосовують такі вирази:

$$E_e = \frac{\sum E g}{\sum g}; \quad (2.74)$$

$$R_e = \frac{1}{\sum \frac{1}{R}}, \quad (2.75)$$

де E – е.р.с. відповідного джерела, B ;

g – внутрішня провідність відповідного джерела, Cm ;

R – внутрішній опір відповідного джерела, Om .

Зі знаком “+” записують електрорушійні сили, які збігаються за напрямом з еквівалентною е.р.с., при розбіжності їх записують зі знаком “–”.

Приклад 2.6

Вихідні дані такі ж, як і у прикладі 2.1.

Визначити силу струму у навантаженні (електронагрівальному пристрої), здійснивши еквівалентне перетворення джерел е.р.с.

Розв'язок.

1. Розрахункова схема електричного кола наведена на рис.2.28. Для неї відомо: $E_1 = 100 B$, $E_2 = 90 B$, $R_1 = 4 Om$, $R_2 = 2 Om$, $R_3 = 8 Om$.

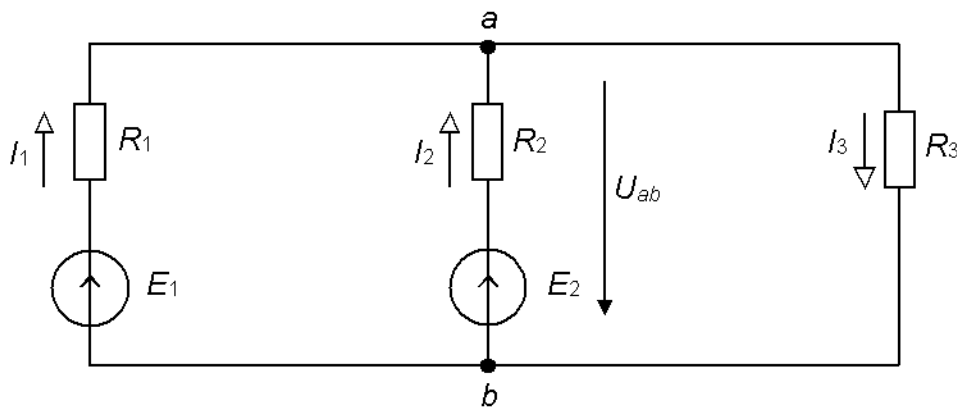


Рис.2.28

2. Визначаємо провідності джерел:

$$g_1 = \frac{1}{R_1};$$

$$g_1 = \frac{1}{4} = 0,25 \text{ См};$$

$$g_2 = \frac{1}{R_2};$$

$$g_2 = \frac{1}{2} = 0,5 \text{ См}.$$

3. Визначаємо еквівалентну внутрішню провідність джерел:

$$g_e = g_1 + g_2;$$

$$g_e = 0,25 + 0,5 = 0,75 \text{ См}.$$

4. Визначаємо еквівалентний внутрішній опір джерел:

$$R_e = \frac{1}{g_e};$$

$$R_e = \frac{1}{0,75} = 1,33 \text{ Ом}.$$

5. Визначаємо еквівалентну електрорушійну силу джерел:

$$E_e = \frac{E_1 \cdot g_1 + E_2 \cdot g_2}{g_1 + g_2};$$

$$E_e = \frac{100 \cdot 0,25 + 90 \cdot 0,5}{0,25 + 0,5} = 93,33 \text{ В}.$$

6. Складаємо еквівалентну розрахункову схему кола (рис.2.29).

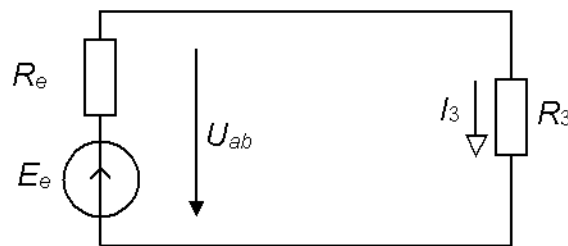


Рис.2.29

7. Визначаємо силу струму у навантаженні (електронагрівальному пристрої):

$$I_3 = \frac{E_e}{R_e + R_3};$$

$$I_3 = \frac{93,33}{1,33 + 8} = \frac{93,33}{9,33} = 10 \text{ А}.$$

2.4.3 Послідовне з'єднання джерел струму

Розглянемо розрахункову схему ділянки електричного кола з послідовним з'єднанням джерел струму, яка наведена на рис.2.30.

Наведену ділянку (рис.2.30) необхідно замінити еквівалентним джерелом струму (рис.2.31), враховуючи незмінність напруги на затискачах U і сили струму I у цих схемах.

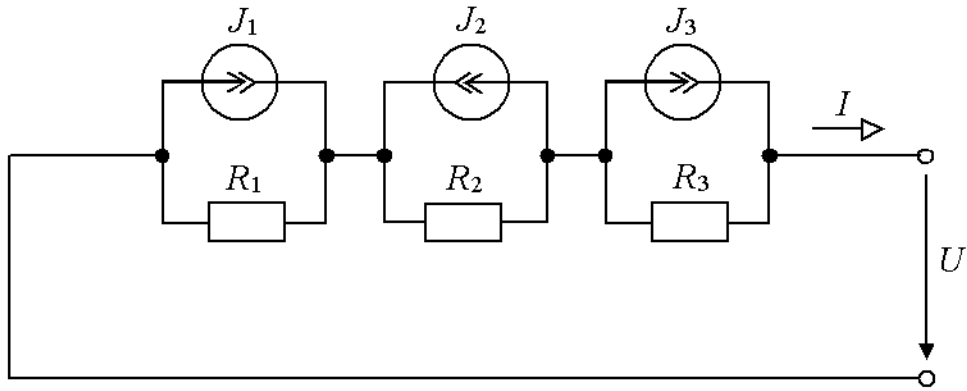


Рис.2.30

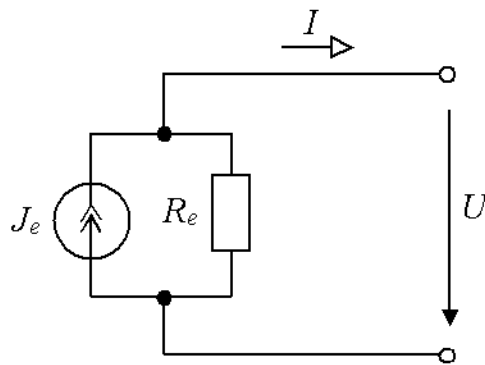


Рис.2.31

Перетворимо джерела струму на розрахунковій схемі, наведеній на рис.2.30, на джерела е.р.с.:

$$E_1 = R_1 \cdot J_1; \quad E_2 = R_2 \cdot J_2; \quad E_3 = R_3 \cdot J_3. \quad (2.76)$$

Тоді розрахункова схема, наведена на рис.2.30, прийме вигляд, показаний на рис.2.32.

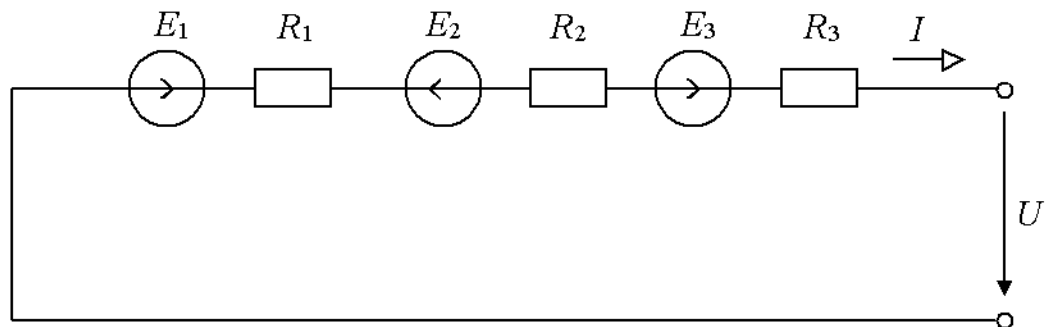


Рис.2.32

Дану розрахункову схему (рис.2.32) перетворимо на еквівалентну, наведену на рис.2.24, застосовуючи такі вирази:

$$E_e = E_1 - E_2 + E_3; \quad (2.77)$$

$$R_e = R_1 + R_2 + R_3. \quad (2.78)$$

Підставивши (2.76) у (2.77), отримуємо:

$$E_e = R_1 \cdot J_1 - R_2 \cdot J_2 + R_3 \cdot J_3; \quad (2.79)$$

Перетворимо джерело е.р.с. на розрахунковій схемі, наведеній на рис.2.24, на джерело струму, наведене на рис.2.31:

$$J_e = \frac{E_e}{R_e}. \quad (2.80)$$

Підставивши (2.78) і (2.79) у (2.80), отримуємо:

$$J_e = \frac{R_1 \cdot J_1 - R_2 \cdot J_2 + R_3 \cdot J_3}{R_1 + R_2 + R_3}. \quad (2.81)$$

Таким чином, *еквівалентна сила струму послідовно з'єднаних джерел струму дорівнює*

$$J_e = \frac{\sum RJ}{\sum R}. \quad (2.82)$$

Зі знаком “+” записують сили струмів, які збігаються за напрямом з обраним напрямом еквівалентного струму; при розбіжності їх записують зі знаком “-”.

Для розрахунку еквівалентного внутрішнього опору послідовно з'єднаних джерел струму застосовують (2.57).

Приклад 2.7

Для електричного кола, розрахункова схема якого наведена на рис.2.33, відомо: $J_1 = 11,5 \text{ А}$, $J_2 = 5 \text{ А}$, $R_1 = 2 \text{ Ом}$, $R_2 = 1 \text{ Ом}$, $R_3 = 6 \text{ Ом}$.

Визначити силу струму у опорі R_3 , здійснивши еквівалентне перетворення джерел струму.

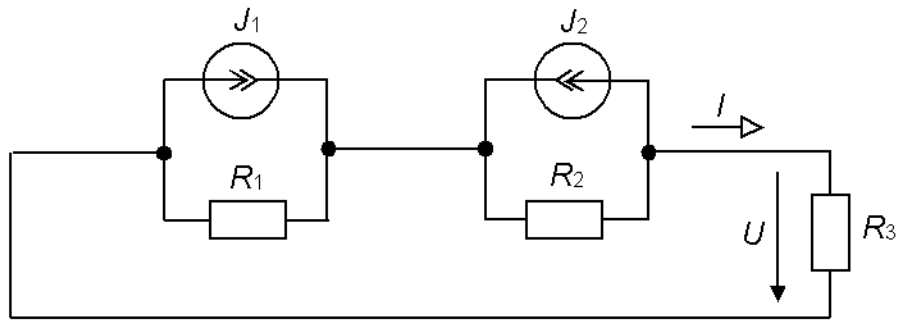


Рис.2.33

Розв'язок.

1. Виконуємо еквівалентне перетворення джерел струму.

1.1 Визначаємо еквівалентну силу струму:

$$J_e = \frac{J_1 \cdot R_1 - J_2 \cdot R_2}{R_1 + R_2}; \quad J_e = \frac{11,5 \cdot 2 - 5 \cdot 1}{2 + 1} = 6 \text{ A.}$$

1.2 Визначаємо еквівалентний внутрішній опір:

$$R_e = R_1 + R_2; \quad R_e = 2 + 1 = 3 \text{ Ом.}$$

1.3 Складаємо еквівалентну розрахункову схему кола (рис.2.34).

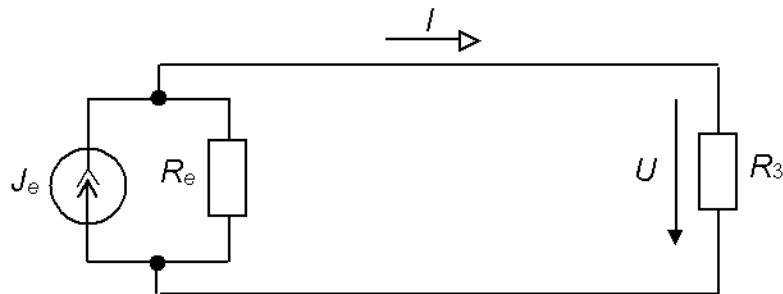


Рис.2.34

2. Визначаємо еквівалентний опір кола:

$$R = \frac{R_e \cdot R_3}{R_e + R_3}; \quad R = \frac{3 \cdot 6}{3 + 6} = 2 \text{ Ом.}$$

3. Визначаємо напругу на опорі R_3 :

$$U = R \cdot J_e; \quad U = 2 \cdot 6 = 12 \text{ В.}$$

4. Визначаємо силу струму в опорі R_3 :

$$I = \frac{U}{R}; \quad I = \frac{12}{6} = 2 \text{ A.}$$

2.4.3 Паралельне з'єднання джерел струму

Розглянемо розрахункову схему ділянки електричного кола з паралельним з'єднанням джерел струму, яка наведена на рис.2.35.

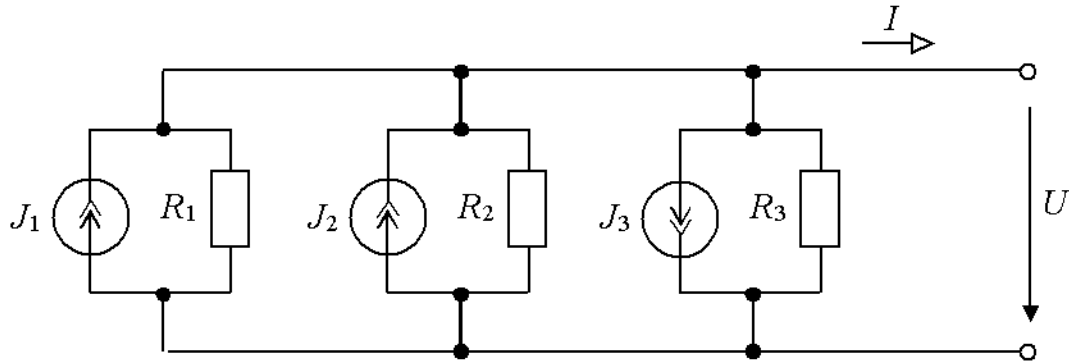


Рис.2.35

Наведену ділянку (рис.2.35) необхідно замінити еквівалентним джерелом струму (рис.2.31), враховуючи незмінність напруги на затискачах U і сили струму I у цих схемах.

Через те, що всі елементи розрахункової схеми на рис.2.35 з'єднані паралельно, представимо її у вигляді, наведеному на рис.2.36.

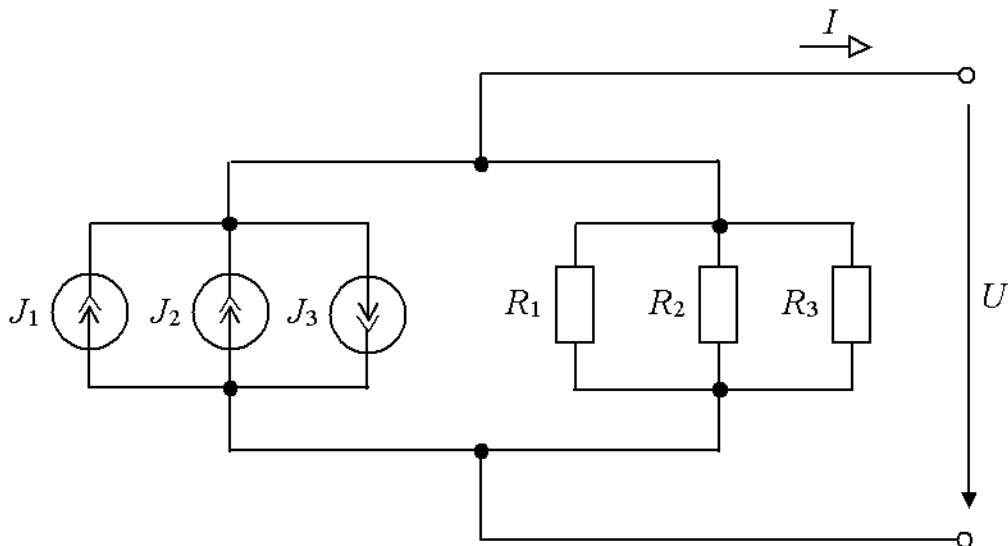


Рис.2.36

Порівнюючи розрахункові схеми на рис.2.31 і 2.36, на підставі першого закону Кірхгофа отримуємо:

$$J_e = J_1 + J_2 - J_3, \quad (2.83)$$

та згідно (2.31) отримуємо:

$$R_e = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}. \quad (2.84)$$

Таким чином, *еквівалентна сила струму паралельно з'єднаних джерел струму дорівнює алгебраїчній сумі сил струмів даних джерел*, тобто

$$J_e = \sum J. \quad (2.85)$$

Зі знаком “+” записують сили струмів, які збігаються за напрямом з обраним напрямом еквівалентного струму; при розбіжності їх записують зі знаком “-”.

Для розрахунку еквівалентного внутрішнього опору паралельно з'єднаних джерел струму застосовують (2.74).

Приклад 2.8

Для електричного кола, розрахункова схема якого наведена на рис.2.37, відомо: $J_1 = 20 \text{ A}$, $J_2 = 5 \text{ A}$, $R_1 = 2 \text{ Ом}$, $R_2 = 2 \text{ Ом}$, $R_3 = 5,25 \text{ Ом}$.

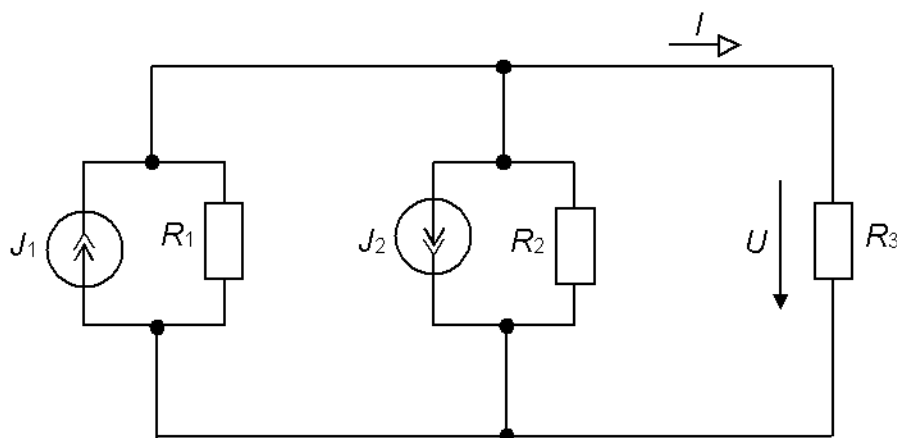


Рис.2.37

Визначити силу струму у опорі R_3 , здійснивши еквівалентне перетворення джерел струму.

Розв'язок.

1. Виконуємо еквівалентне перетворення джерел струму.

1.1 Визначаємо еквівалентну силу струму:

$$J_e = J_1 - J_2; \quad J_e = 20 - 5 = 15 \text{ A}.$$

1.2 Визначаємо еквівалентний внутрішній опір:

$$R_e = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}; \quad R_e = \frac{3 \cdot 1}{3 + 1} = 0,75 \text{ Ом.}$$

1.3 Складаємо еквівалентну розрахункову схему кола (рис.2.38).

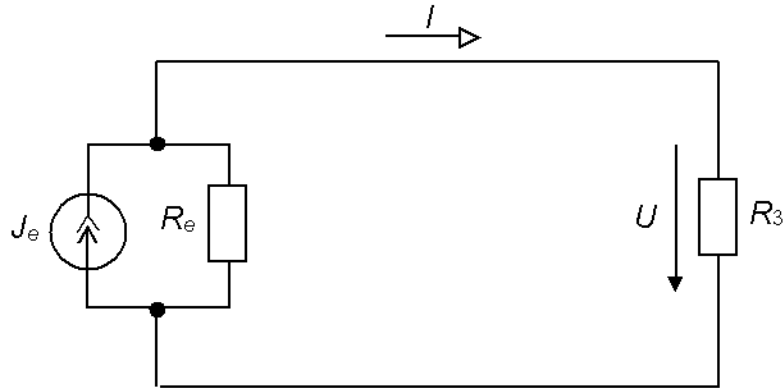


Рис.2.38

2. Виконуємо еквівалентне перетворення джерела струму на рис.2.38 у джерело е.р.с.

2.1 Визначаємо е.р.с. джерела:

$$E_e = R_e \cdot J_e; \quad E_e = 0,75 \cdot 40 = 30 \text{ В.}$$

2.2 Складаємо еквівалентну розрахункову схему кола (рис.2.39).

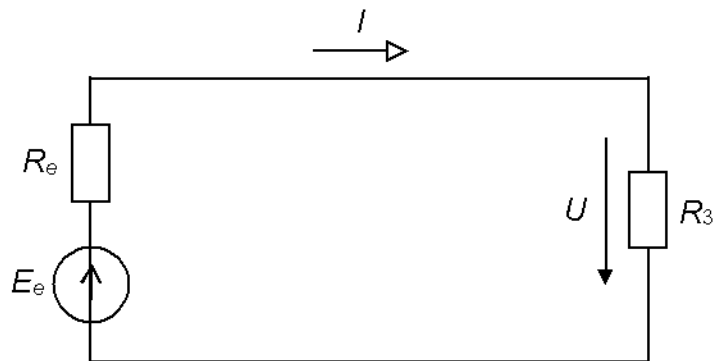


Рис.2.39

3. Визначаємо силу струму навантаження:

$$I = \frac{E}{R_e + R_3}; \quad I = \frac{30}{0,75 + 5,25} = 5 \text{ А.}$$

2.4.4 Паралельне з'єднання джерел електрорушійних сил та струму

Розглянемо розрахункову схему ділянки електричного кола з паралельним з'єднанням джерел е.р.с. та струму, яка наведена на рис.2.40.

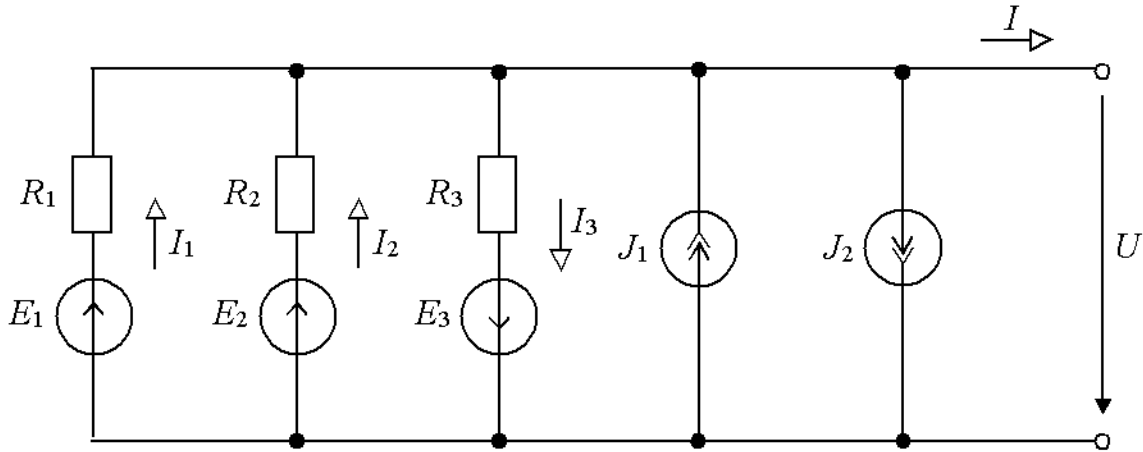


Рис.2.40

Наведену ділянку (рис.2.40) необхідно замінити еквівалентним джерелом е.р.с. (рис.2.24), враховуючи незмінність напруги на затискачах U і сили струму I у цих схемах.

Запишемо силу струму I розрахункової схеми на рис.2.40 відповідно до першого закону Кірхгофа:

$$I = I_1 + I_2 - I_3 + J_1 - J_2. \quad (2.86)$$

Вирази (2.59) – (2.68) щодо розрахункової схеми на рис.2.40 залишаться без змін, а (2.69) прийме такий вигляд:

$$(E_1 \cdot g_1 + E_2 \cdot g_2 - E_3 \cdot g_3 + J_1 - J_2) - U \cdot (g_1 + g_2 + g_3) = E_e \cdot g_e - U \cdot g_e. \quad (2.87)$$

З (2.87) випливає, що

$$E_e \cdot g_e = E_1 \cdot g_1 + E_2 \cdot g_2 - E_3 \cdot g_3 + J_1 - J_2; \quad (2.88)$$

$$E_e = \frac{E_1 \cdot g_1 + E_2 \cdot g_2 - E_3 \cdot g_3 + J_1 - J_2}{g_1 + g_2 + g_3}. \quad (2.89)$$

Таким чином, при перетворенні паралельно з'єднаних джерел е.р.с. та джерел струму для розрахунку еквівалентного внутрішнього опору застосовують вираз (2.72), а еквівалентної е.р.с. – наступний вираз:

$$E_e = \frac{\sum E g + \sum J}{\sum g}, \quad (2.90)$$

де E – е.р.с. відповідного джерела, B ;

g – внутрішня провідність відповідного джерела, Cm .

J – сила струму відповідного джерела струму, A .

Зі знаком “+” записують електрорушійні сили та сили струмів, які збігаються за напрямом з еквівалентною е.р.с.; при розбіжності їх записують зі знаком “-”.

Ділянку електричного кола з паралельним з'єднанням джерел е.р.с. та струму (рис.2.40) можна замінити еквівалентним джерелом струму (рис.2.31). Для цього потрібно спочатку перетворити джерела е.р.с. на джерела струму, використовуючи (1.65), а потім визначити еквівалентний внутрішній опір за (2.74) та еквівалентну силу струму за (2.85).

2.4.5 Перенесення джерела електрорушійної сили за вузол

У розрахункових схемах розгалужених кіл зустрічаються випадки, коли вітка у своєму складі містить тільки ідеальне джерело е.р.с., тому для виключення цієї вітки зі схеми і відповідно зменшення вузлів схеми виконують перенесення джерела е.р.с. за вузол.

Розглянемо розрахункову схеми електричного кола, наведену на рис.2.41.

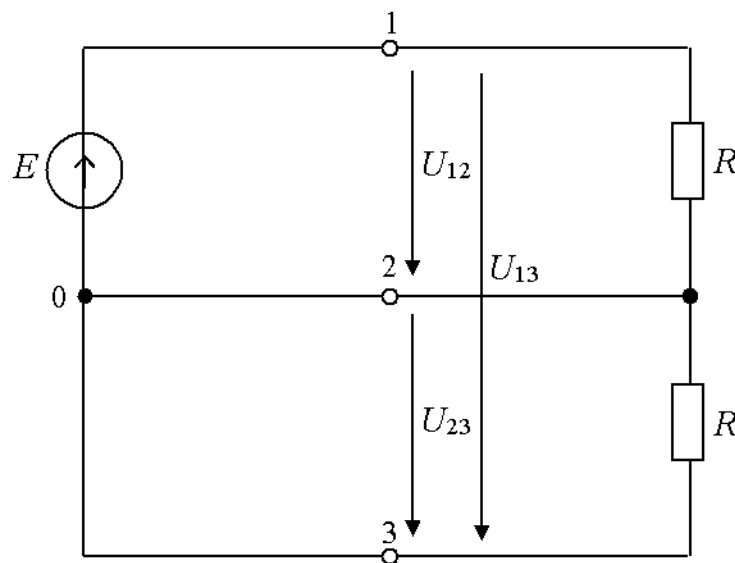


Рис.2.41

Запишемо потенціали точок кола для схеми на рис.2.41:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1 &= \varphi_2 + E; \\ \varphi_2 &= \varphi_3; \\ \varphi_1 &= \varphi_3 + E. \end{aligned} \right\} \quad (2.91)$$

Уведемо у кожен віток кола (рис.2.41) електрорушійні сили E , які будуть спрямовані до вузла 0. Отримуємо розрахункову схему, наведену на рис.2.42.

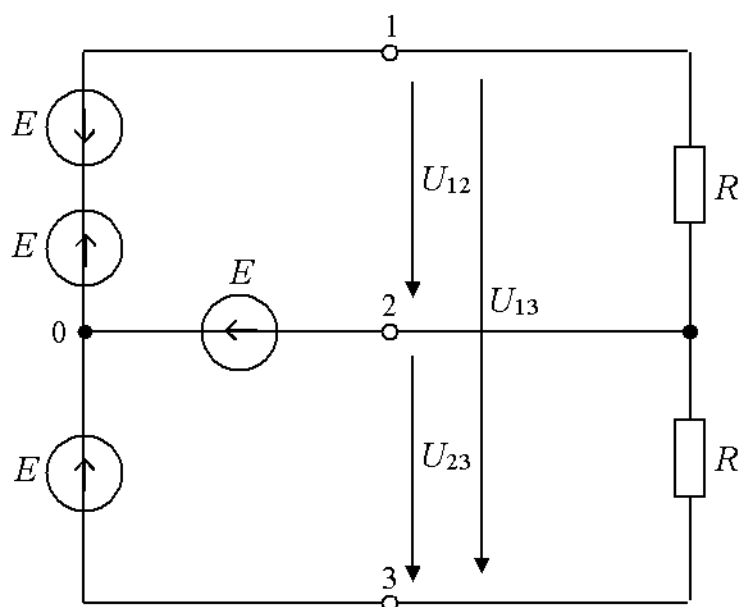


Рис.2.42

Запишемо потенціали точок кола для схеми на рис.2.42:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1 &= \varphi_2 + E + E - E = \varphi_2 + E; \\ \varphi_2 &= \varphi_3 + E - E = \varphi_3; \\ \varphi_3 &= \varphi_1 + E - E - E = \varphi_1 - E. \end{aligned} \right\} \quad (2.92)$$

У вітці 1–0 розрахункової схеми на рис.2.42 електрорушійні сили однакові та спрямовані назустріч одна одній, тому їх алгебраїчна сума дорівнює нулю і вони можуть бути виключені зі схеми. Внаслідок цього отримуємо розрахункову схему, наведену на рис.2.43.

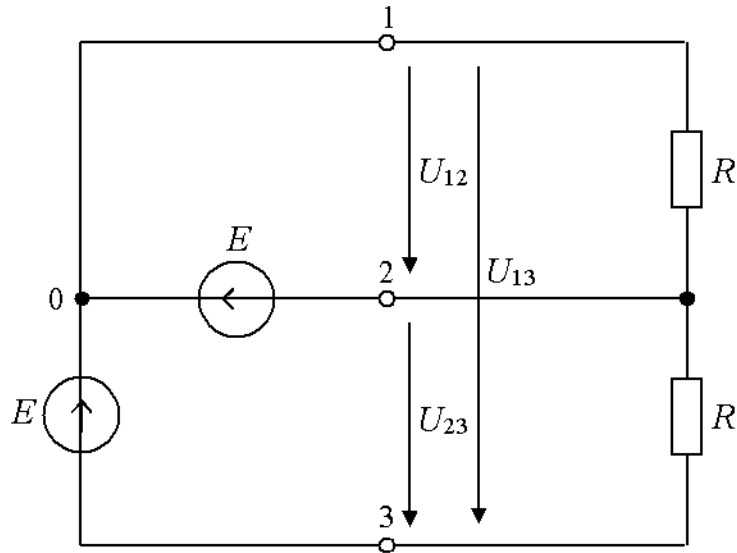


Рис.2.43

Запишемо потенціали точок кола для схеми на рис.2.43:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1 &= \varphi_2 + E; \\ \varphi_2 &= \varphi_3 + E - E = \varphi_3; \\ \varphi_3 &= \varphi_1 - E. \end{aligned} \right\} \quad (2.93)$$

Через те, що потенціали точок розрахункових схем на рис.2.41 і рис.2.43 однакові, то і напруги між цими точками однакові. Однакові напруги обумовлюють однаковість струмів, що протікають у вітках, які з'єднують ці точки. Це означає, що схеми, наведені на рис.2.41 і рис.2.43, є еквівалентними.

Таким чином, *при перенесенні е.р.с. з однієї вітки за вузол у всі інші вітки, які приєднані до цього вузла, включають такі ж самі е.р.с. за значенням, але протилежні за напрямом.*

На підставі рис.2.41 і рис.2.43 та (2.91) – (2.93) можна зробити і зворотній висновок: *якщо у всіх приєднаних до вузла вітках (окрім однієї) діють однакові за значенням і напрямом е.р.с., то вони можуть бути виключені із цих віток шляхом включення такої ж за значенням, але протилежної за напрямом е.р.с. у вітку, де вона була відсутня.*

Приклад 2.9

До затискачів двох паралельно працюючих генераторів за допомогою ідеальної лінії електропередачі приєднаний електронагрівальний пристрій. Кожен з генераторів розвиває е.р.с. **200 В** і має внутрішній опір **2 Ом**, опір електронагрівального пристрою дорівнює **19 Ом**.

Визначити силу струму у навантаженні (електронагрівальному пристрої) за допомогою перенесення е.р.с.

Розв'язок.

1. Складаємо розрахункову схему електричного кола (рис.2.44).

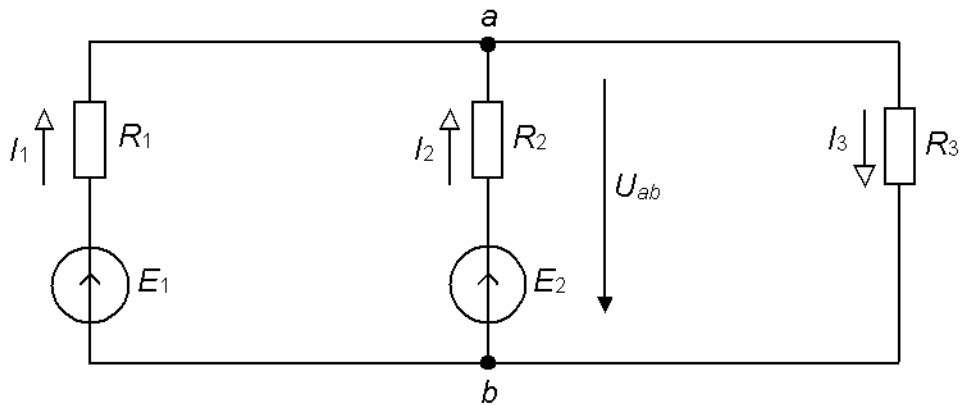


Рис.2.44

Для неї відомо: $E_1 = E_2 = 100 \text{ В}$, $R_1 = R_2 = 2 \text{ Ом}$, $R_3 = 19 \text{ Ом}$.

2. Складаємо розрахункову схему електричного кола з перенесеною е.р.с. у вітку навантаження (рис.2.45).

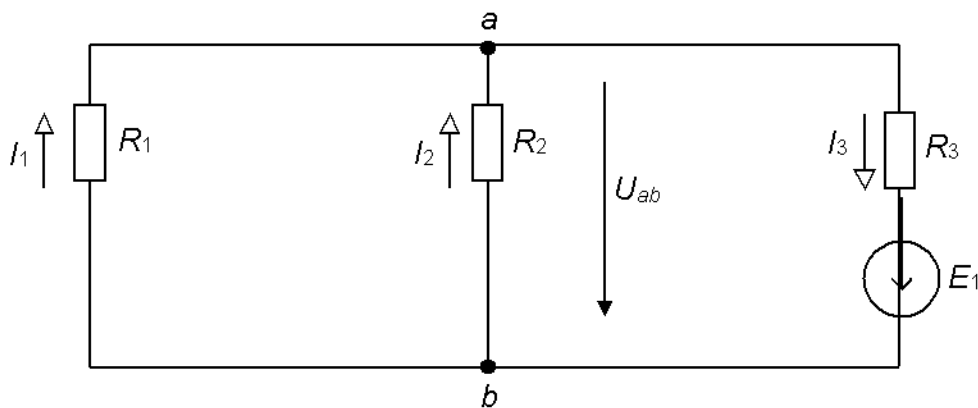


Рис.2.45

3. Визначаємо еквівалентний опір кола:

$$R_e = R_3 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}; \quad R_e = 19 + \frac{2 \cdot 2}{2 + 2} = 20 \text{ Ом.}$$

4. Визначаємо силу струму у навантаженні (електронагрівальному пристрої):

$$I_3 = \frac{E_e}{R_e}; \quad I_3 = \frac{200}{20} = 10 \text{ А.}$$

2.4.6 Перенесення джерела струму

Розглянемо розрахункову схему кола, наведену на рис.2.46, у якій джерело струму J включено між вузлами 2 і 3. З метою спрощення розрахункової схеми кола необхідно перенести джерело струму на інші ділянки кола. Виконуючи перенесення, джерело приєднують до вузлів так, щоб алгебраїчна сума сил струмів у цих вузлах не змінювалась.

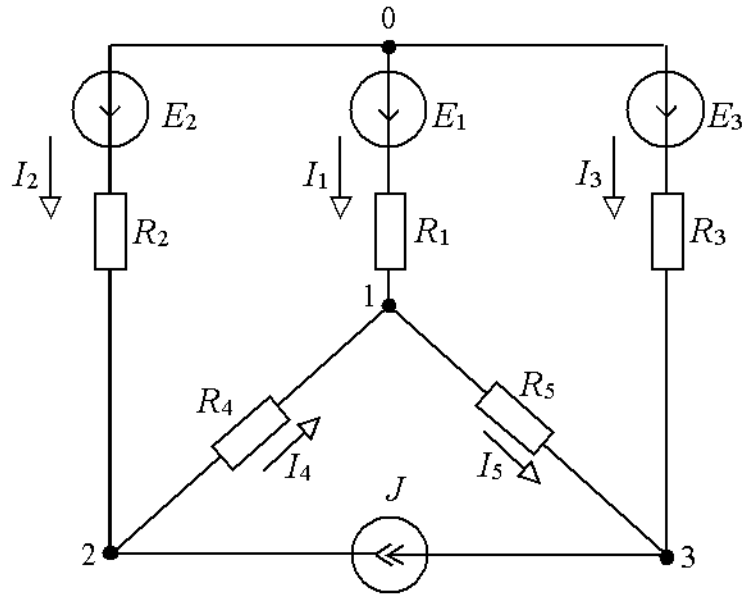


Рис.2.46

Запишемо для вузлів 1, 2 і 3 розрахункової схеми на рис.2.46 рівняння за першим законом Кірхгофа:

$$\text{вузол 1:} \quad I_1 - I_4 + I_5 = 0; \quad (2.94)$$

$$\text{вузол 2:} \quad I_3 + I_4 - J = 0; \quad (2.95)$$

$$\text{вузол 3:} \quad I_2 - I_5 + J = 0. \quad (2.96)$$

Перенесемо джерело струму J з ділянки 2–3 на ділянки 1–2 і 1–3 так, щоб алгебраїчна сума сил струмів у вузлах 1, 2 і 3 не змінилась. Розрахункова схема для даного випадку наведена на рис.2.47.

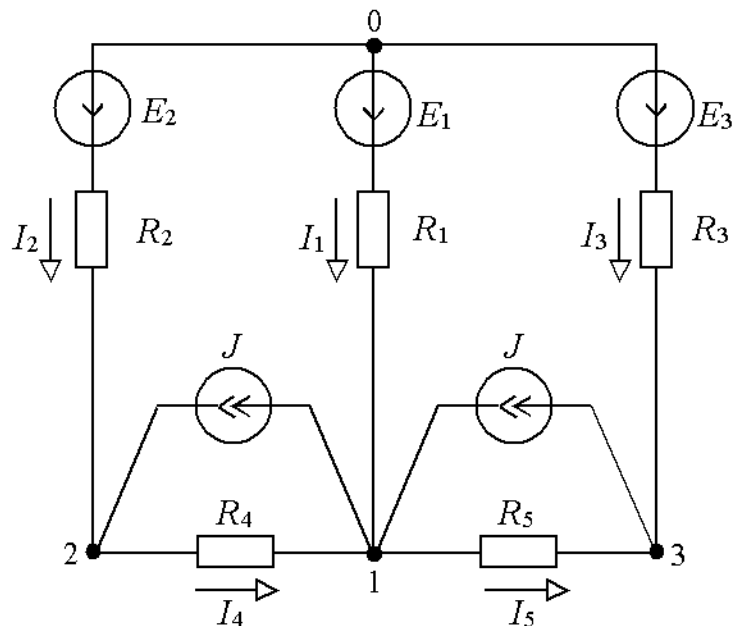


Рис.2.47

Запишемо для зазначених вузлів розрахункової схеми на рис.2.47 рівняння за першим законом Кірхгофа:

$$\text{вузол 1: } I_1 - I_4 + I_5 - J + J = 0; \quad \text{або } I_1 - I_4 + I_5 = 0; \quad (2.97)$$

$$\text{вузол 2: } I_3 + I_4 - J = 0; \quad (2.98)$$

$$\text{вузол 3: } I_2 - I_5 + J = 0. \quad (2.99)$$

Рівняння (2.94) – (2.96) співпадають з (2.97) – (2.99), тому розрахункові схеми на рис.2.46 і рис.2.47 еквівалентні.

Таким чином, для виключення зі схеми вітки з джерелом струму потрібно включити такі ж самі джерела струму паралельно всім іншим віткам, які складають з ним замкнений контур.

Джерела струму на розрахунковій схемі (рис.2.40) на підставі (1.65) можна перетворити на джерела е.р.с.:

$$\left. \begin{aligned} E_4 &= R_4 J; \\ E_5 &= R_5 J, \end{aligned} \right\} \quad (2.100)$$

що призведе до подальшого спрощення схеми (рис.2.48).

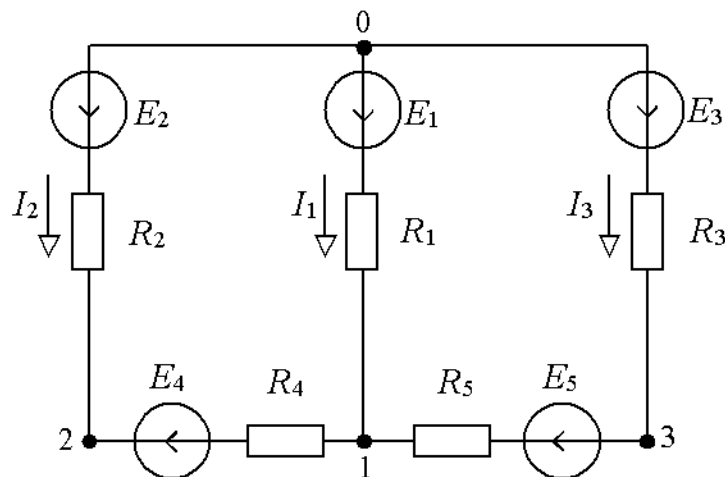


Рис.2.48

Приклад 2.10

Для електричного кола, розрахункова схема якого наведена на рис.2.49, відомо: $E_1 = 220 \text{ В}$; $R_1 = 2 \text{ Ом}$; $R_2 = 14 \text{ Ом}$; $R_3 = 24 \text{ Ом}$; $R_4 = 20 \text{ Ом}$; $J = 5 \text{ А}$.

Зменшити кількість контурів кола, виконавши перенесення джерела струму та еквівалентне перетворення.

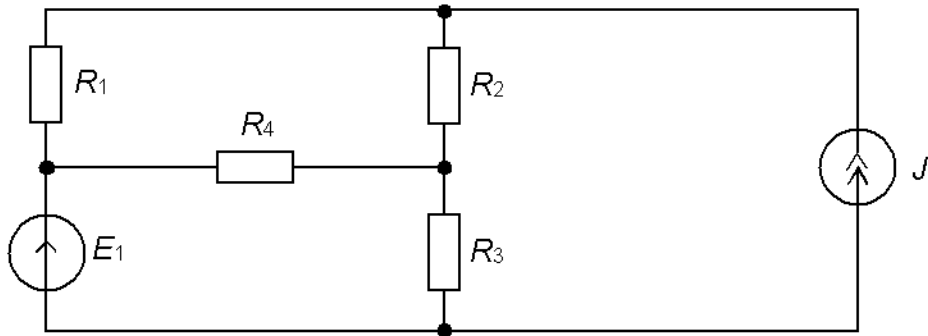


Рис.2.49

Розв'язок.

1. Складаємо розрахункову схему електричного кола з перенесенням джерелом струму (рис.2.50).

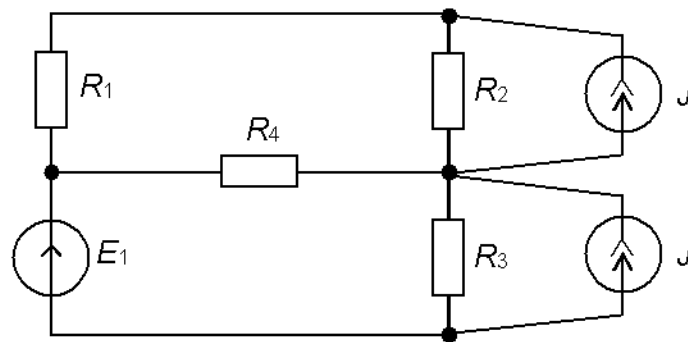


Рис.2.50

2. Перетворюємо джерела струму на джерела е.р.с. і складаємо нову розрахункову схему електричного кола з джерелами е.р.с. (рис.2.51).

$$E_2 = R_2 \cdot J; \quad E_2 = 14 \cdot 5 = 70 \text{ В};$$

$$E_3 = R_3 \cdot J; \quad E_3 = 24 \cdot 5 = 120 \text{ В}.$$

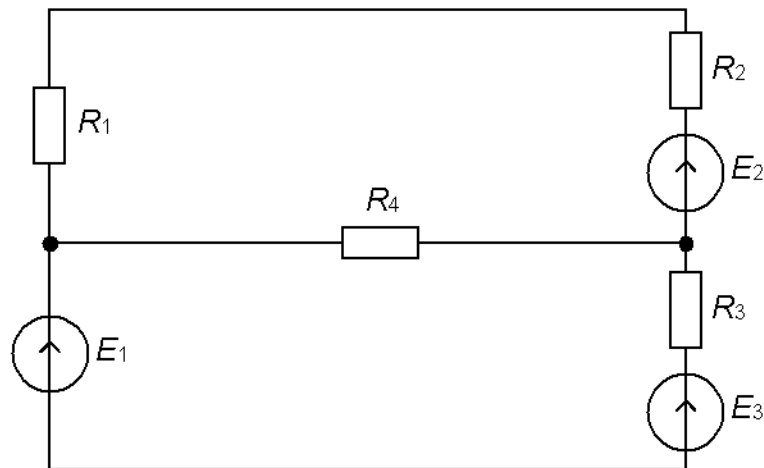


Рис.2.51

3. Виконуємо еквівалентні перетворення у вітках розрахункової схеми на рис.2.51 і отримуємо еквівалентну їй розрахункову схему електричного кола (рис.2.52).

$$R_{12} = R_1 + R_2; \quad R_{12} = 2 + 14 = 16 \text{ Ом};$$

$$E_{13} = E_1 - E_3; \quad E_{13} = 220 - 120 = 100 \text{ В}.$$

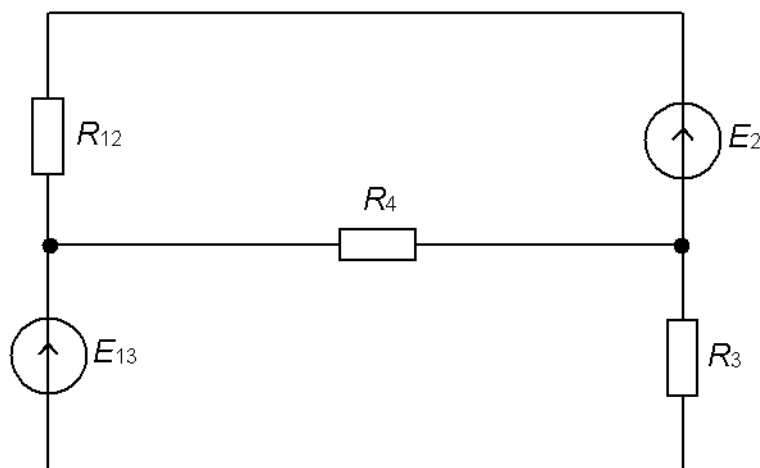


Рис.2.52

Отримана розрахункова схема, наведена на рис.2.52, має два контури і п'ять елементів на відміну від розрахункової схеми, наведеної на рис.2.49, яка має три контури і шість елементів.

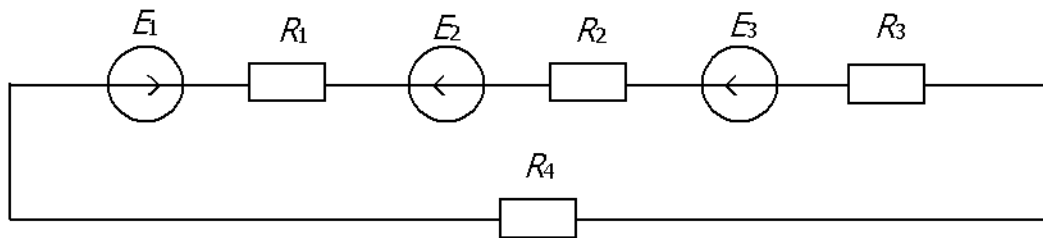
Запитання для самоконтролю

1. Наведіть та поясніть вираз для розрахунку еквівалентної е.р.с. послідовного з'єднаних джерел е.р.с.
2. Наведіть вираз для розрахунку еквівалентного внутрішнього опору послідовного з'єднаних джерел е.р.с.
3. Наведіть та поясніть вираз для розрахунку еквівалентної е.р.с. паралельно з'єднаних джерел е.р.с.
4. Наведіть вираз для розрахунку еквівалентного внутрішнього опору паралельно з'єднаних джерел е.р.с.
5. Наведіть та поясніть вираз для розрахунку еквівалентної сили струму послідовно з'єднаних джерел струму.
6. Наведіть вираз для розрахунку еквівалентного внутрішнього опору послідовно з'єднаних джерел струму.
7. Наведіть та поясніть вираз для розрахунку еквівалентної сили струму паралельно з'єднаних джерел струму.
8. Наведіть вираз для розрахунку еквівалентного внутрішнього опору паралельно з'єднаних джерел струму.
9. Наведіть та поясніть вираз для розрахунку еквівалентної е.р.с. паралельно з'єднаних джерел е.р.с. та струму.
10. Наведіть вираз для розрахунку еквівалентного внутрішнього опору паралельно з'єднаних джерел е.р.с. та струму.

11. Наведіть та поясніть послідовність розрахунку еквівалентної сили струму паралельно з'єднаних джерел е.р.с. та струму.
12. Як перенести е.р.с. за вузол?
13. Як виключити з розрахункової схеми кола вітку з ідеальним джерелом струму? Якої умови необхідно при цьому дотримуватись?

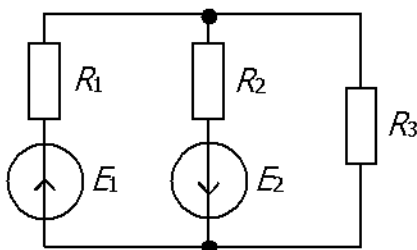
Завдання для самоконтролю

1. Для електричного кола, розрахункова схема якого наведена на рисунку, відомо: $E_1 = 250 \text{ В}$, $E_2 = 30 \text{ В}$, $E_3 = 70 \text{ В}$, $R_1 = 2 \text{ Ом}$, $R_2 = 3 \text{ Ом}$, $R_3 = 3 \text{ Ом}$, $R_4 = 22 \text{ Ом}$.



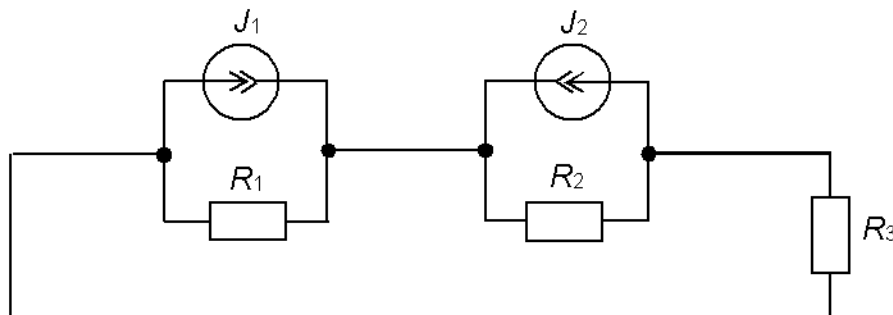
Позначити на розрахунковій схемі електричний струм та визначити потужність, що виділяється у опорі R_4 , здійснивши еквівалентне перетворення джерел е.р.с.

2. Для розрахункової схеми, наведеної на рисунку нижче, відомо: $E_1 = 200 \text{ В}$, $E_2 = 100 \text{ В}$, $R_1 = 2 \text{ Ом}$, $R_2 = 2 \text{ Ом}$, $R_3 = 24 \text{ Ом}$.



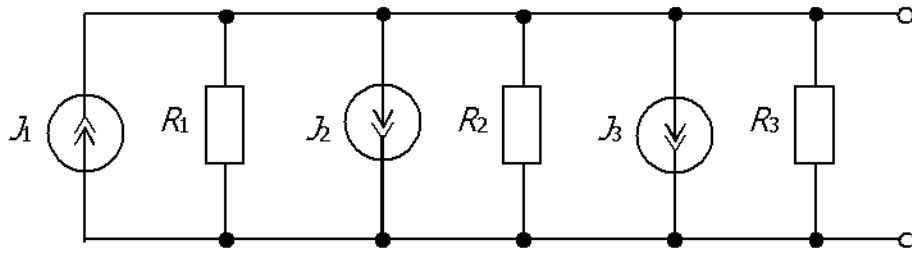
Позначити на розрахунковій схемі електричні струми у вітках та визначити силу струму у опорі R_3 , здійснивши еквівалентне перетворення джерел е.р.с.

3. Для електричного кола, розрахункова схема якого наведена на рисунку, відомо: $J_1 = 23 \text{ А}$, $J_2 = 10 \text{ А}$, $R_1 = 2 \text{ Ом}$, $R_2 = 1 \text{ Ом}$, $R_3 = 12 \text{ Ом}$.



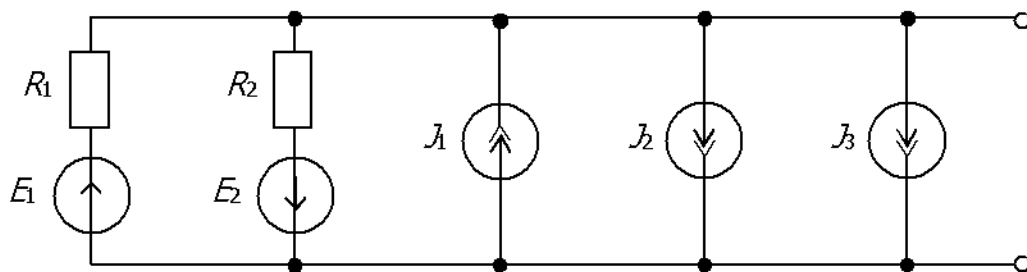
Позначити на розрахунковій схемі електричний струм у опорі R_3 та визначити потужність, що виділяється у цьому опорі, здійснивши еквівалентне перетворення джерел струму.

4. Для розрахункової схеми ділянки кола з паралельно з'єднаними джерелами струму, наведеної на рисунку, відомо: $J_1 = 30 \text{ А}$, $J_2 = 8 \text{ А}$, $J_3 = 12 \text{ А}$, $R_1 = 2 \text{ Ом}$, $R_2 = 4 \text{ Ом}$, $R_3 = 4 \text{ Ом}$.



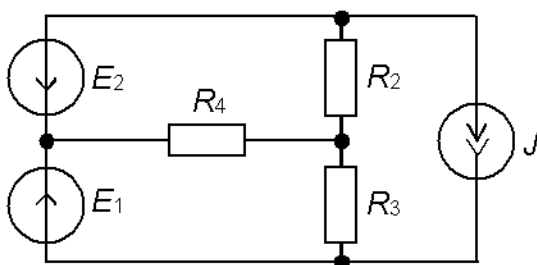
Скласти розрахункову схему еквівалентного джерела струму та визначити його силу струму і внутрішній опір.

5. Для розрахункової схеми ділянки кола з паралельно з'єднаними джерелами е.р.с. і струму, наведеної на рисунку, відомо: $E_1 = 200 \text{ В}$, $E_2 = 100 \text{ В}$, $J_1 = 55 \text{ А}$, $J_2 = 8 \text{ А}$, $J_3 = 12 \text{ А}$, $R_1 = 2 \text{ Ом}$, $R_2 = 4 \text{ Ом}$.



Скласти розрахункову схему еквівалентного джерела е.р.с. та визначити його е.р.с. і внутрішній опір.

6. Для завдання з п.5 скласти розрахункову схему еквівалентного джерела струму та визначити його силу струму і внутрішній опір.
7. До затискачів двох паралельно працюючих генераторів за допомогою ідеальної лінії електропередачі приєднаний електроосвітлювальний пристрій. Кожен з генераторів розвиває е.р.с. 300 В і має внутрішній опір 3 Ом . Опір електроосвітлювального пристрою дорівнює $18,5 \text{ Ом}$. Визначити силу струму у електроосвітлювальному пристрої за допомогою перенесення е.р.с.
8. Для електричного кола, розрахункова схема якого наведена на рисунку, відомо: $E_1 = 200 \text{ В}$, $E_2 = 50 \text{ В}$, $R_1 = 1 \text{ Ом}$, $R_2 = 15 \text{ Ом}$, $R_3 = 5 \text{ Ом}$, $R_4 = 25 \text{ Ом}$, $J = 10 \text{ А}$.



Зменшити кількість контурів кола, виконавши перенесення джерела струму та еквівалентні перетворення.

2.5 Метод пропорційних величин

Розрахунок розгалужених електричних кіл, які мають у своєму складі одне джерело е.р.с. та змішано з'єднані елементи, можна виконувати за допомогою *методу пропорційних величин*. Суть цього методу полягає у наступному: задаються силою струму у найбільш віддаленому від джерела елементі, а потім розраховують сили струмів на інших ділянках кола та е.р.с. джерела; порівнюють отримане значення е.р.с. із заданим, визначаючи їх відношення, а потім перераховують усі сили струмів кола пропорційно знайденому відношенню е.р.с. *Послідовність розрахунку* наступна:

- 1) складають розрахункову схему електричного кола (для якої відомі значення е.р.с. і опорів);
- 2) задаються будь-яким значенням сили струму у найвіддаленішій вітці від джерела е.р.с.;
- 3) розраховують значення сил струмів, напруг та електрорушійної сили кола, які вони будуть мати при заданому значенні сили струму (при цьому розглядають коло послідовно від найвіддаленішої вітки до джерела е.р.с. і використовують еквівалентні перетворення, закони Ома та Кірхгофа);
- 4) розраховують співвідношення між дійсним значенням е.р.с. (яке було відоме до початку розрахунку) і знайденим;
- 5) розраховують дійсні значення сил струмів і напруг кола як добуток співвідношення е.р.с. і знайдених значень сил струмів і напруг;
- 6) перевіряють отримані значення сил струмів за законами Кірхгофа або складанням балансу потужностей кола.

Приклад 2.11

Вихідні дані такі ж, як і у прикладі 2.3.

Визначити сили струмів в елементах електричного кола за допомогою методу пропорційних величин.

Розв'язок.

1. Розрахункова схема електричного кола наведена на рис.2.53. Для неї відомо: $E = 450 \text{ В}$, $R_e = 1 \text{ Ом}$, $R_1 = 4 \text{ Ом}$, $R_2 = 30 \text{ Ом}$, $R_3 = 3 \text{ Ом}$, $R_4 = 20 \text{ Ом}$, $R_5 = 30 \text{ Ом}$.

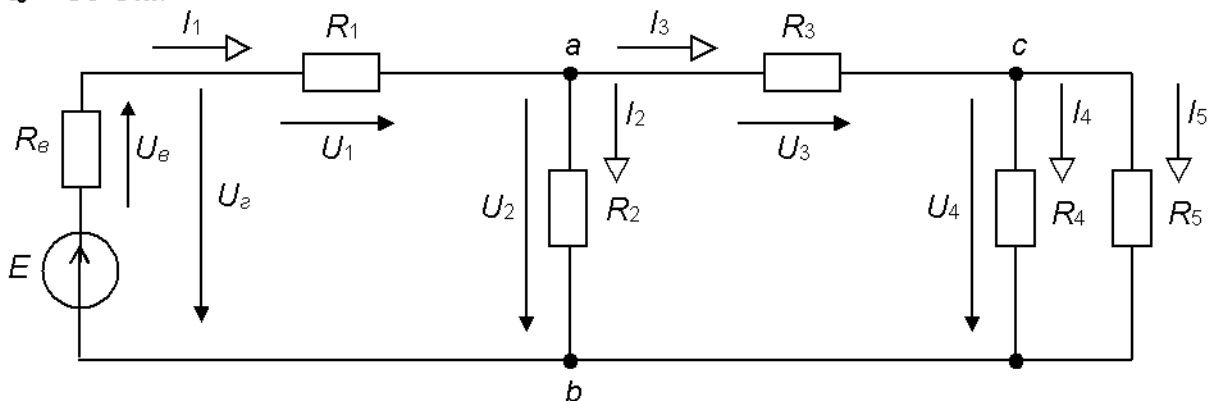


Рис.2.53

2. Задаємось силою струму у найвіддаленішій від джерела е.р.с. вітці (у другому електроосвітлювальному пристрої):

$$I'_5 = 10 \text{ A}.$$

3. Визначаємо сили струмів і напруги при заданому струмі.

3.1 Визначаємо напругу на затискачах паралельно з'єднаних електроосвітлювальних пристроїв:

$$U'_4 = R_5 \cdot I'_5; \quad U'_4 = 30 \cdot 10 = 300 \text{ B}.$$

3.2 Визначаємо силу струму у першому електроосвітлювальному пристрої:

$$I'_4 = \frac{U'_4}{R_4}; \quad I'_4 = \frac{300}{20} = 15 \text{ A}.$$

3.3 Визначаємо силу струму на другій ділянці лінії електропередачі:

$$I'_3 = I'_4 + I'_5; \quad I'_3 = 15 + 10 = 25 \text{ A}.$$

3.4 Визначаємо напругу на затискачах електронагрівального пристрою:

$$U'_2 = R_3 \cdot I'_3 + U'_4; \quad U'_2 = 3 \cdot 25 + 300 = 375 \text{ B}.$$

3.5 Визначаємо силу струму у електронагрівальному пристрої:

$$I'_2 = \frac{U'_2}{R_2}; \quad I'_2 = \frac{375}{30} = 12,5 \text{ A}.$$

3.6 Визначаємо силу струму у загальній частині кола:

$$I'_1 = I'_2 + I'_3; \quad I'_1 = 12,5 + 25 = 37,5 \text{ A}.$$

3.6 Визначаємо е.р.с. джерела:

$$E' = R_6 \cdot I'_1 + R_1 \cdot I'_1 + U'_2; \quad E' = 1 \cdot 37,5 + 4 \cdot 37,5 + 375 = 562,5 \text{ B}.$$

4. Визначаємо співвідношення між реальним значенням е.р.с. і знайденим:

$$k = \frac{E}{E'}; \quad k = \frac{450}{562,5} = 0,8.$$

5. Визначаємо дійсні значення сил струмів кола.

5.1 Визначаємо силу струму у загальній частині кола:

$$I_1 = k \cdot I'_1; \quad I_1 = 0,8 \cdot 37,5 = 30 \text{ A};$$

5.2 Визначаємо силу струму у електронагрівальному пристрої:

$$I_2 = k \cdot I'_2; \quad I_2 = 0,8 \cdot 12,5 = 10 \text{ A};$$

5.3 Визначаємо силу струму на другій ділянці лінії електропередачі:

$$I_3 = k \cdot I'_3; \quad I_3 = 0,8 \cdot 25 = 20 \text{ A};$$

5.4 Визначаємо силу струму у першому електроосвітлювальному пристрої:

$$I_4 = k \cdot I'_4; \quad I_4 = 0,8 \cdot 15 = 12 \text{ A};$$

5.5 Визначаємо сила струму у другому електроосвітлювальному пристрої:

$$I_5 = k \cdot I'_5; \quad I_5 = 0,8 \cdot 10 = 8 \text{ A}.$$

6. Виконуємо перевірку знайдених реальних сил струмів за законами Кірхгофа.

Перевірка така ж, як і у прикладі 2.3.

Запитання для самоконтролю

1. Коли можна застосовувати метод пропорційних величин?
2. У чому суть методу пропорційних величин
3. Наведіть послідовність розрахунку сил струмів розгалуженого кола за допомогою методу пропорційних величин.

Завдання для самоконтролю

1. Для розрахункової схеми на рис.2.53 відомо, що $E = 100 \text{ В}$, $R_6 = 1 \text{ Ом}$, $R_1 = 2 \text{ Ом}$, $R_2 = 3 \text{ Ом}$, $R_3 = 2 \text{ Ом}$, $R_4 = 6 \text{ Ом}$, $R_5 = 12 \text{ Ом}$. Визначити сили струмів кола за допомогою методу пропорційних величин (результати розрахунку перевірити шляхом складання балансу потужностей кола).

2.6 Метод контурних струмів

Для більш раціональних розрахунків розгалужених кіл застосовують методи, в основу яких покладені закони Кірхгофа. Одним з них є метод контурних струмів. Розглянемо його на прикладі розрахункової схеми електричного кола, наведеної на рис.2.54. На ній є три незалежних контури: наприклад, 0–1–3–0; 0–1–2–0 і 1–2–3–1. Припустимо, що в кожному з цих

контурів проходять умовні контурні струми, спрямовані за годинниковою стрілкою. У контурі 0–1–3–0 проходить контурний струм I_{11} , у контурі 0–1–2–0 проходить контурний струм I_{22} , у контурі 1–2–3–1 проходить контурний струм I_{33} .

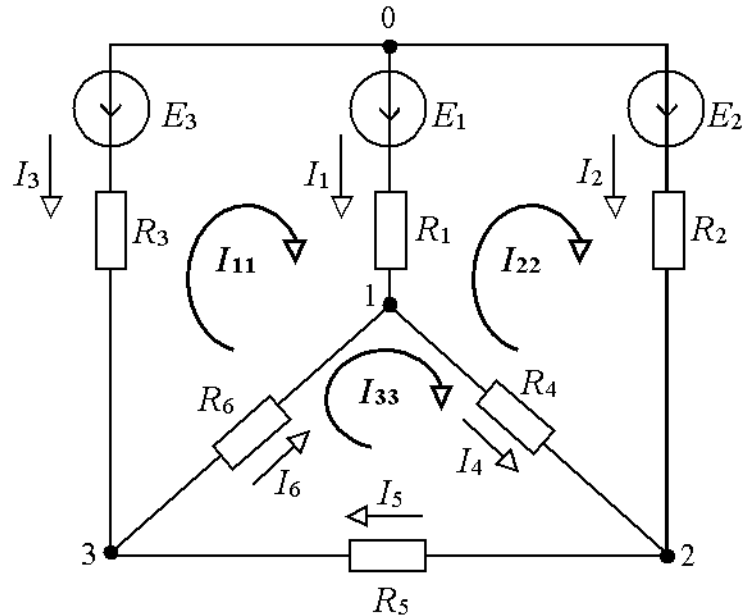


Рис.2.54

Для кожного контуру складаємо рівняння за другим законом Кірхгофа із застосуванням контурних струмів. При цьому вважаємо, що в загальних вітках незалежних контурів (вітках 0–1, 1–2, 1–3) одночасно проходять обидва контурних струми. Приймаємо напрями обходів контурів такими ж, як і напрями контурних струмів.

Складаємо рівняння для контуру 0–1–3–0:

$$(R_1 + R_6 + R_3)I_{11} - R_1I_{22} - R_6I_{33} = E_1 - E_3 . \quad (2.101)$$

Уводимо позначення:

$$R_1 + R_6 + R_3 = R_{11} ; \quad (2.102)$$

$$-R_1 = R_{12} ; \quad (2.103)$$

$$-R_6 = R_{13} ; \quad (2.104)$$

$$E_1 - E_3 = E_{11} , \quad (2.105)$$

де E_{11} – контурна е.р.с. першого контуру, B ;

R_{11} – повний (або власний) опір першого контуру, Ом;

R_{12} – спільний опір першого та другого контурів, Ом;

R_{13} – спільний опір першого та третього контурів, Ом.

Контурна е.р.с. дорівнює алгебраїчній сумі е.р.с., що діють у цьому контурі. При її визначенні е.р.с. записують зі знаком «+», якщо їх напрями збігаються із напрямом обходу контуру, у протилежному випадку їх записують зі знаком «-».

Повний (або власний) опір контуру дорівнює сумі опорів, що входять до цього контуру.

Спільний опір двох контурів дорівнює сумарному опору вітки, що належить обом контурам. При його визначенні опори вітки записують зі знаком «+», якщо напрями контурних струмів у цій вітці збігаються, у протилежному випадку їх записують зі знаком «-».

Тоді (2.101) з урахуванням (2.102) – (2.105) буде мати вигляд:

$$R_{11}I_{11} + R_{12}I_{22} + R_{13}I_{33} = E_{11} . \quad (2.106)$$

Складаємо рівняння для контуру 0–1–2–0:

$$(R_1 + R_2 + R_4)I_{22} - R_1I_{11} - R_4I_{33} = E_2 - E_1 . \quad (2.107)$$

Уводимо позначення:

$$R_1 + R_2 + R_4 = R_{22} ; \quad (2.108)$$

$$-R_1 = R_{21} ; \quad (2.109)$$

$$-R_4 = R_{23} ; \quad (2.110)$$

$$E_2 - E_1 = E_{22} . \quad (2.111)$$

де E_{22} – контурна е.р.с. другого контуру, В;

R_{22} – повний (або власний) опір другого контуру, Ом;

R_{21} – спільний опір другого та першого контурів, Ом;

R_{23} – спільний опір другого та третього контурів, Ом.

Тоді (2.107) з урахуванням (2.108) – (2.111) буде мати вигляд:

$$R_{21}I_{11} + R_{22}I_{22} + R_{23}I_{33} = E_{22} . \quad (2.112)$$

Складаємо рівняння для контуру 1–2–3–1:

$$(R_4 + R_5 + R_6)I_{33} - R_6I_{11} - R_4I_{22} = 0 . \quad (2.113)$$

Уводимо позначення:

$$R_4 + R_5 + R_6 = R_{33} ; \quad (2.114)$$

$$-R_6 = R_{31} ; \quad (2.115)$$

$$-R_4 = R_{32} ; \quad (2.116)$$

$$0 = E_{33} . \quad (2.117)$$

де E_{33} – контурна е.р.с. третього контуру, B ;

R_{33} – повний (або власний) опір третього контуру, $Ом$;

R_{31} – спільний опір третього та першого контурів, $Ом$;

R_{32} – спільний опір третього та другого контурів, $Ом$.

Тоді (2.113) з урахуванням (2.114) – (2.117) буде мати вигляд:

$$R_{31}I_{11} + R_{32}I_{22} + R_{33}I_{33} = E_{33} . \quad (2.118)$$

Розв'язавши систему рівнянь, яка складається з (2.107), (2.113), (2.118), знаходимо контурні струми I_{11} , I_{22} , I_{33} . Після цього визначаємо дійсні струми у вітках, які дорівнюють алгебраїчній сумі контурних струмів, що протікають у цій вітці. Якщо контурний струм збігається за напрямом з дійсним струмом, то його записують зі знаком «+», у протилежному випадку його записують зі знаком «-». Тобто

$$\left. \begin{array}{ll} I_1 = I_{11} - I_{22}; & I_2 = I_{22}; \\ I_3 = -I_{11}; & I_4 = I_{33} - I_{22}; \\ I_5 = I_{33}; & I_6 = I_{33} - I_{11}. \end{array} \right\} \quad (2.119)$$

Після визначення дійсних струмів проводять перевірку розрахунку за допомогою системи рівнянь, складених за законами Кірхгофа, або за допомогою балансу потужностей кола (тоді перевірку за законами Кірхгофа можна не виконувати). Потім визначають напруги і потужності кола.

Розглянемо, як за допомогою методу контурних струмів розраховується розгалужене електричне коло, яке має у своєму складі джерела е.р.с. та струму (рис.2.55). Для визначення сил струмів за методом контурних струмів розглянемо на розрахунковій схемі незалежні контури (наприклад, такі ж, як і вище: 0–1–3–0; 0–1–2–0 і 1–2–3–1). Позначимо у кожному з них контурні струми I_{11} , I_{22} , I_{33} .

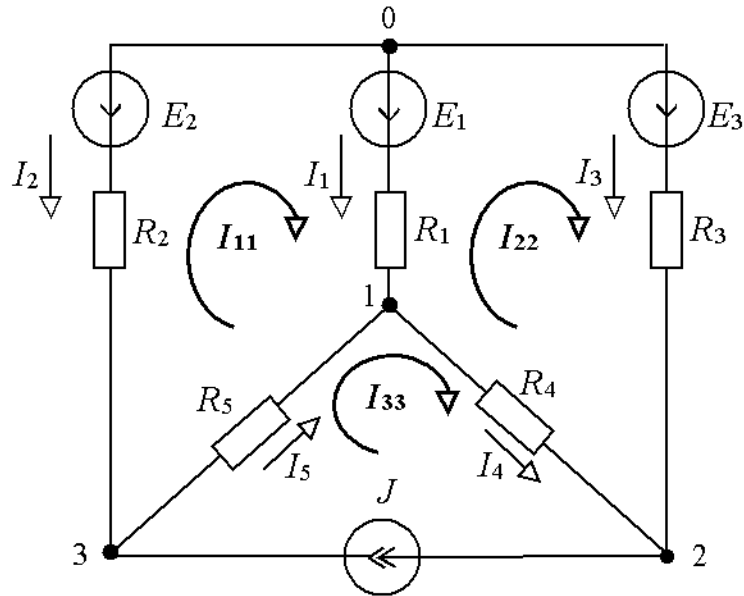


Рис.2.55

В даному випадку $I_{33} = J$. У загальному випадку контурний струм у контурі із джерелами струму дорівнює алгебраїчній сумі сил струмів цих джерел. Зі знаком «+» записуються сили струмів джерел, напрями яких збігаються із напрямом контурного струму, у протилежному випадку – зі знаком «-».

Отже, для визначення контурних струмів I_{11} та I_{22} необхідно скласти два рівняння за методом контурних струмів (тобто рівняння за другим законом Кірхгофа із застосуванням цих контурних струмів).

Складаємо рівняння для контуру 0–1–3–0:

$$R_{11}I_{11} + R_{12}I_{22} + R_{13}I_{33} = E_{11}, \quad (2.120)$$

де

$$R_{11} = R_1 + R_5 + R_2; \quad (2.121)$$

$$R_{12} = -R_1; \quad (2.122)$$

$$R_{13} = -R_5; \quad (2.123)$$

$$E_{11} = E_1 - E_3. \quad (2.124)$$

Складаємо рівняння для контуру 0–1–2–0:

$$R_{21}I_{11} + R_{22}I_{22} + R_{23}I_{33} = E_{22}, \quad (2.125)$$

де

$$R_{22} = R_1 + R_3 + R_4 ; \quad (2.126)$$

$$R_{21} = -R_1 ; \quad (2.127)$$

$$R_{23} = -R_4 ; \quad (2.128)$$

$$E_{22} = E_3 - E_1 . \quad (2.129)$$

Спільне розв'язання (2.120) і (2.125) дозволить визначити I_{11} та I_{22} , а потім і дійсні струми у вітках:

$$\left. \begin{array}{ll} I_1 = I_{11} - I_{22}; & I_2 = -I_{11}; \\ I_3 = I_{22}; & I_4 = I_{33} - I_{22}; \\ I_5 = I_{33} - I_{11}; & I_6 = I_{33}. \end{array} \right\} \quad (2.130)$$

Після визначення дійсних струмів виконують перевірку шляхом підстановки знайдених значень у систему рівнянь, складених за законами Кірхгофа, або складанням балансу потужностей. Для складання балансу потужностей додатково визначають напругу на джерелі струму за (2.15). Баланс потужностей даного кола буде визначатись (2.16).

Таким чином, *послідовність розрахунку сил струмів* у розгалуженому електричному колі *за методом контурних струмів* наступна:

- 1) складають розрахункову схему електричного кола, на якій у кожному незалежному контурі додатково позначають умовні контурні струми, спрямовуючи їх довільним чином (за годинникової стрілкою або проти неї);
- 2) якщо до складу контуру входять джерела струму, то визначають контурний струм цього контуру як алгебраїчну суму сил струмів цих джерел (зі знаком «+» записують сили струмів джерел, напрями яких збігаються із напрямом контурного струму, у протилежному випадку їх записують зі знаком «-»);
- 3) складають систему рівнянь за методом контурних струмів (кількість рівнянь дорівнює кількості невідомих контурних струмів):
 - у лівій частині кожного рівняння записують добуток повного (власного) опору контуру і контурного струму цього контуру, до якого додають добутки спільних опорів контурів і контурних струмів;
 - у правій частині кожного рівняння записують контурні е.р.с.;
- 4) визначають складові рівнянь, записаних за методом контурних струмів:

- повні (власні) опори контурів як суму опорів, що входять до контуру;
 - спільні опори контурів як суму опорів вітки, що належить обом контурам (якщо напрями контурних струмів у вітці збігаються, то опори віток записують зі знаком «+», у протилежному випадку їх записують зі знаком «-»);
 - контурні е.р.с. як алгебраїчну суму е.р.с., що діють у відповідному контурі (якщо напрям е.р.с. збігається з напрямом обходу контуру, то її записують зі знаком «+», у протилежному випадку її записують зі знаком «-»);
- 5) переписують систему рівнянь, складену за методом контурних струмів, з коефіцієнтами при невідомих (підставляють значення опорів та е.р.с.) і розв'язують її (визначають сили контурних струмів);
 - 6) визначають дійсні струми у вітках, як алгебраїчну суму контурних струмів, які проходять у цій вітці (якщо контурний струм збігається за напрямом з дійсним струмом, то його записують зі знаком «+», у протилежному випадку його записують зі знаком «-»);
 - 7) перевіряють розрахунок реальних струмів за законами Кірхгофа або складанням балансу потужностей кола.

Приклад 2.12

Вихідні дані такі ж, як і у прикладі 2.1.

Визначити сили струмів у колі за допомогою методу контурних струмів.

Розв'язок.

1. Складаємо розрахункову схему електричного кола, у кожному незалежному контурі якої довільно позначаємо контурні струми (рис.2.56).

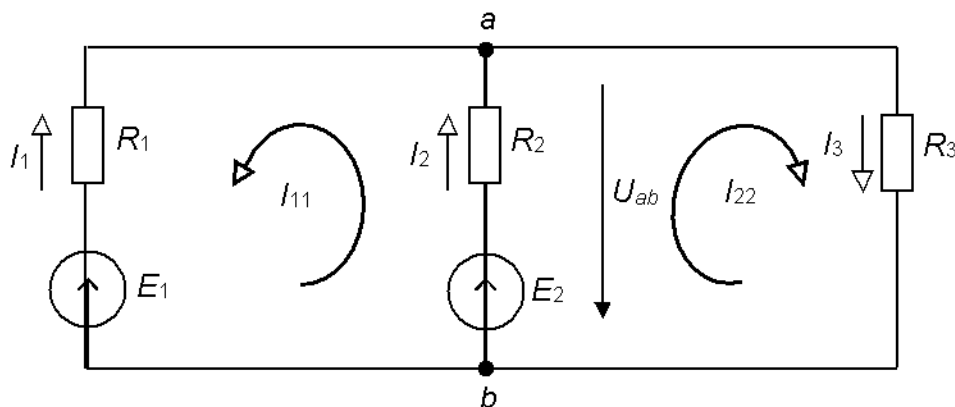


Рис.2.56

Для цієї схеми відомо: $E_1 = 100 \text{ В}$, $E_2 = 90 \text{ В}$, $R_1 = 4 \text{ Ом}$, $R_2 = 2 \text{ Ом}$, $R_3 = 8 \text{ Ом}$.

2. Складаємо систему рівнянь за методом контурних струмів:

$$\left. \begin{aligned} R_{11}I_{11} + R_{12}I_{22} &= E_{11}; \\ R_{21}I_{11} + R_{22}I_{22} &= E_{22}. \end{aligned} \right\}$$

3. Визначаємо повні (власні) опори контурів:

$$R_{11} = R_1 + R_2; \quad R_{11} = 4 + 2 = 6 \text{ Ом};$$

$$R_{22} = R_2 + R_3; \quad R_{22} = 2 + 8 = 10 \text{ Ом}.$$

4. Визначаємо спільні опори контурів (через те, що контурні струми у спільній вітці спрямовані в один бік, ці опори будуть додатними):

$$R_{12} = R_{21} = R_2; \quad R_{12} = R_{21} = 2 \text{ Ом}.$$

5. Визначаємо контурні е.р.с. (у першому контурі е.р.с. E_1 не збігається за напрямом з I_{11} , тому її записуємо зі знаком «-»; е.р.с. E_2 збігається за напрямом з I_{11} , тому її записуємо зі знаком «+»; у другому контурі е.р.с. E_2 збігається за напрямом з I_{22} , тому її записуємо зі знаком «+»):

$$E_{11} = -E_1 + E_2; \quad E_{11} = -100 + 90 = -10 \text{ В};$$

$$E_{22} = E_2; \quad E_{22} = 90 \text{ В}.$$

6. Перепишемо систему рівнянь, складену за методом контурних струмів, з коефіцієнтами при невідомих:

$$\left. \begin{array}{l} 6 \cdot I_{11} + 2 \cdot I_{22} = -10; \\ 2 \cdot I_{11} + 10 \cdot I_{22} = 90. \end{array} \right\}$$

Розв'язуємо отриману систему рівнянь методом підстановки, для чого на підставі першого рівняння записуємо:

$$I_{22} = \frac{6 \cdot I_{11} + 10}{-2} = -3 \cdot I_{11} - 5.$$

Підставляємо отриманий вираз у друге рівняння системи:

$$2 \cdot I_{11} + 10 \cdot (-3 \cdot I_{11} - 5) = 90.$$

Виконавши перетворення, отримуємо:

$$I_{11} = -5 \text{ А},$$

тоді

$$I_{22} = -3 \cdot (-5) - 5 = 10 \text{ А}.$$

7. Визначаємо дійсні струми у вітках.

7.1 У першій вітці протікає контурний струм I_{11} , який не співпадає за напрямом з дійсним струмом I_1 , тому

$$I_1 = -I_{11}; \quad I_1 = -I_{11} = 5 \text{ A.}$$

7.2 У другій вітці протікають два контурних струми I_{11} і I_{22} , кожен з яких співпадає за напрямом з дійсним струмом I_2 , тому

$$I_2 = I_{11} + I_{22}; \quad I_2 = -5 + 10 = 5 \text{ A.}$$

7.3 У третій вітці протікає контурний струм I_{22} , який співпадає за напрямом з дійсним струмом I_3 , тому

$$I_3 = I_{22}; \quad I_3 = I_{22} = 10 \text{ A.}$$

8. Виконуємо перевірку знайдених дійсних струмів за законами Кірхгофа.

Перевірка така ж, як і у прикладі 2.1.

Приклад 2.13

Для електричного кола, розрахункова схема якого наведена на рис.2.57, відомо: $E_1 = 210 \text{ В}$, $E_2 = 180 \text{ В}$, $R_1 = 6 \text{ Ом}$, $R_2 = 6 \text{ Ом}$, $R_3 = 24 \text{ Ом}$, $R_4 = 12 \text{ Ом}$, $R_5 = 18 \text{ Ом}$, $J = 2 \text{ А}$.

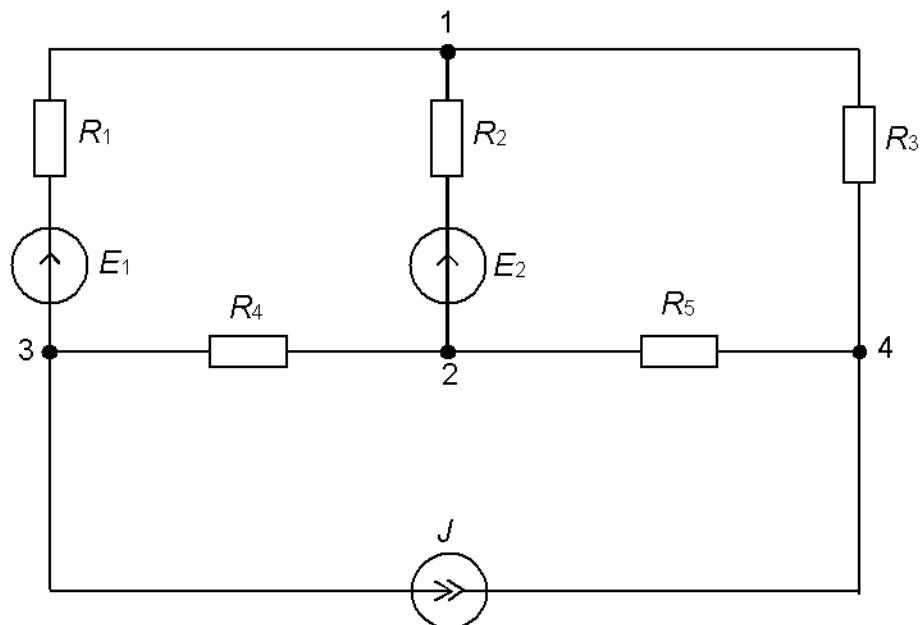


Рис.2.57

Визначити сили струмів у вітках кола за допомогою методу контурних струмів.

Розв'язок.

1. Позначаємо на розрахунковій схемі кола (рис.2.57) дійсні струми та контурні струми, при цьому напрям контурного струму I_{33} обираємо таким, щоб він співпадав з напрямом струму J (рис.2.58).

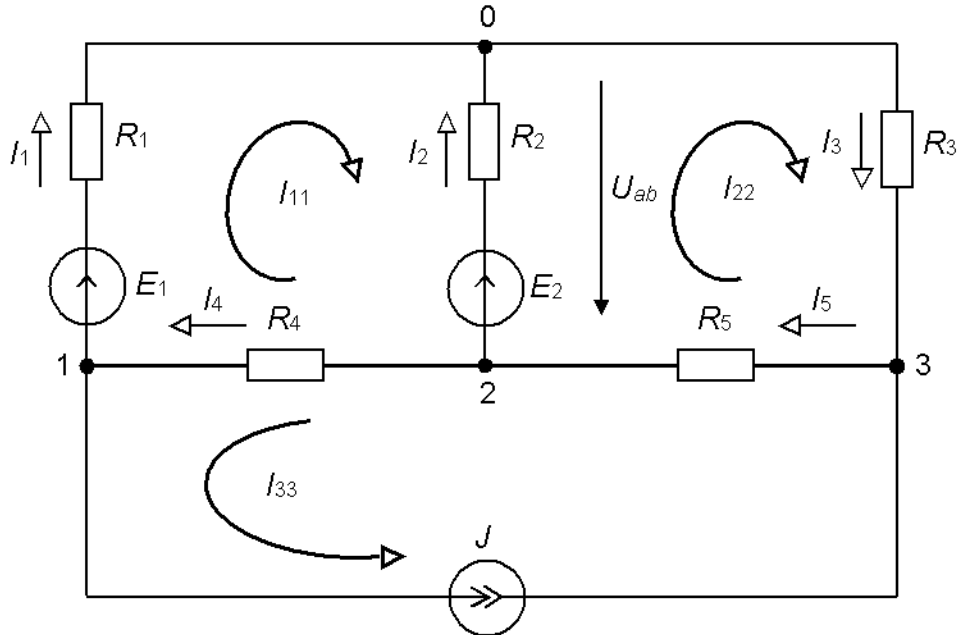


Рис.2.58

2. З розрахункової схеми на рис.2.58 випливає, що $I_{33} = J = 2 \text{ A}$, тому складаємо систему рівнянь за методом контурних струмів для першого та другого контурів:

$$\left. \begin{aligned} R_{11}I_{11} + R_{12}I_{22} + R_{13}I_{33} &= E_{11}; \\ R_{21}I_{11} + R_{22}I_{22} + R_{23}I_{33} &= E_{22}. \end{aligned} \right\}$$

3. Визначаємо власні опори контурів:

$$R_{11} = R_1 + R_2 + R_4; \quad R_{11} = 6 + 6 + 12 = 24 \text{ Ом};$$

$$R_{22} = R_2 + R_3 + R_5; \quad R_{22} = 6 + 24 + 18 = 48 \text{ Ом}.$$

4. Визначаємо спільні опори контурів:

$$R_{12} = R_{21} = -R_2; \quad R_{12} = R_{21} = -6 \text{ Ом};$$

$$R_{13} = R_4; \quad R_{13} = 12 \text{ Ом};$$

$$R_{23} = R_5; \quad R_{23} = 18 \text{ Ом}.$$

5. Визначаємо контурні е.р.с.:

$$E_{11} = E_1 - E_2; \quad E_{11} = 210 - 180 = 30 \text{ В};$$

$$E_{22} = E_2; \quad E_{22} = 180 \text{ В}.$$

6. Переписуємо систему рівнянь, складену за методом контурних струмів, з коефіцієнтами при невідомих:

$$\left. \begin{aligned} 24 \cdot I_{11} - 6 \cdot I_{22} + 12 \cdot I_{33} &= 30; \\ -6 \cdot I_{11} + 48 \cdot I_{22} + 18 \cdot I_{33} &= 180. \end{aligned} \right\}$$

7. Розв'язуємо отриману систему рівнянь методом підстановки.

Підставляємо значення контурного струму I_{33} у наведену вище систему рівнянь, та після перетворень отримуємо:

$$\left. \begin{aligned} 4 \cdot I_{11} - I_{22} &= 1; \\ -I_{11} + 8 \cdot I_{22} &= 24. \end{aligned} \right\}$$

Виражаємо з першого рівняння контурний струм I_{22} :

$$I_{22} = 4 \cdot I_{11} - 1.$$

Після підстановки виразу I_{22} у друге рівняння отримуємо:

$$I_{11} = 1,03 \text{ А}.$$

Після підстановки значення I_{11} у вираз I_{22} отримуємо:

$$I_{22} = 3,12 \text{ А}.$$

7. Визначаємо дійсні струми у вітках:

$$I_1 = I_{11}; \quad I_1 = 1,03 \text{ А};$$

$$I_2 = -I_{11} + I_{22}; \quad I_2 = -1,03 + 3,12 = 2,09 \text{ А};$$

$$I_3 = I_{22}; \quad I_3 = 3,12 \text{ А};$$

$$I_4 = I_{11} + I_{33}; \quad I_4 = 1,03 + 2 = 3,03 \text{ А};$$

$$I_5 = I_{22} + I_{33}; \quad I_5 = 3,12 + 2 = 5,12 \text{ А}.$$

8. Виконуємо перевірку знайдених дійсних струмів шляхом складання балансу потужностей кола.

Визначаємо напругу на затискачах джерела струму:

$$U_J = R_4 I_4 + R_5 I_5; \quad U_J = 12 \cdot 3,03 + 18 \cdot 5,12 = 128,52 \text{ В.}$$

Складаємо баланс потужностей кола:

$$E_1 I_1 + E_2 I_2 + U_J J = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2 + R_4 I_4^2 + R_5 I_5^2;$$

$$210 \cdot 1,03 + 180 \cdot 2,09 + 128,52 \cdot 2 = 6 \cdot 1,03^2 + 6 \cdot 2,09^2 + 24 \cdot 3,12^2 + \\ + 12 \cdot 3,03^2 + 18 \cdot 5,12^2;$$

$$849,54 \approx 848,23,$$

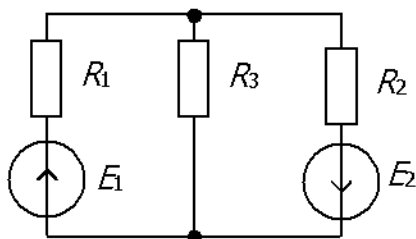
рівняння сходиться із похибкою 0,15 %, тому сили струмів знайдені вірно.

Запитання для самоконтролю

1. Що таке контурний струм?
2. Чому дорівнює контурний струм у контурі з джерелом струму?
3. Як визначити повний (власний) опір контуру?
4. Як визначити спільний опір контурів?
5. Як визначити контурну е.р.с.?
6. Як записати рівняння за методом контурних струмів? Скільки їх повинно бути?
7. Як визначити дійсні струми у вітках через контурні струми?
8. Наведіть послідовність розрахунку розгалуженого електричного кола за методом контурних струмів.
9. Наведіть приклад розрахункової схеми розгалуженого кола з трьома (або більше) вузлами.
10. Позначте на наведеній розрахунковій схемі розгалуженого кола (пункт 9) умовно позитивні напрями струмів і виберіть напрями контурних струмів.
11. Запишіть для наведеної розрахункової схеми розгалуженого кола (пункт 9) систему рівнянь для розрахунку контурних струмів і вирази для визначення повних (власних) опорів контурів, спільних опорів контурів, контурних е.р.с.
12. Запишіть для наведеної розрахункової схеми розгалуженого кола (пункт 9) вирази дійсних струмів у вітках через контурні струми.

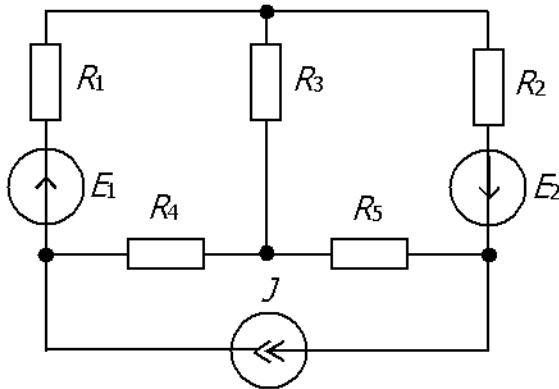
Завдання для самоконтролю

1. Для електричного кола, розрахункова схема якого наведена на рисунку, відомо, що $E_1 = 150 \text{ В}$, $E_2 = 100 \text{ В}$, $R_1 = 1 \text{ Ом}$, $R_2 = 2 \text{ Ом}$, $R_3 = 10 \text{ Ом}$.



На розрахунковій схемі показати струми кола та визначити їх за допомогою методу контурних струмів (перевірку розрахунку здійснити шляхом підстановки у рівняння, складені за законами Кірхгофа).

2. Для електричного кола, розрахункова схема якого наведена на рисунку, відомо, що $E_1 = 340 \text{ В}$, $E_2 = 280 \text{ В}$, $R_1 = 8 \text{ Ом}$, $R_2 = 6 \text{ Ом}$, $R_3 = 30 \text{ Ом}$, $R_4 = 12 \text{ Ом}$, $R_5 = 18 \text{ Ом}$, $J = 2 \text{ А}$.



На розрахунковій схемі показати струми кола та визначити їх за допомогою методу контурних струмів (перевірку розрахунку здійснити шляхом складання балансу потужностей кола).

2.7 Метод вузлових потенціалів

Одним із шляхів розрахунку сил струмів на ділянках кола є визначення спочатку потенціалів вузлів кола, а потім з їх допомогою напруг і сил струмів. Метод розрахунку електричних кіл, у якому невідомими приймаються потенціали вузлів схеми, називають *методом вузлових потенціалів*.

Розглянемо суть цього методу, скориставшись розрахунковою схемою, наведеною на рис.2.59.

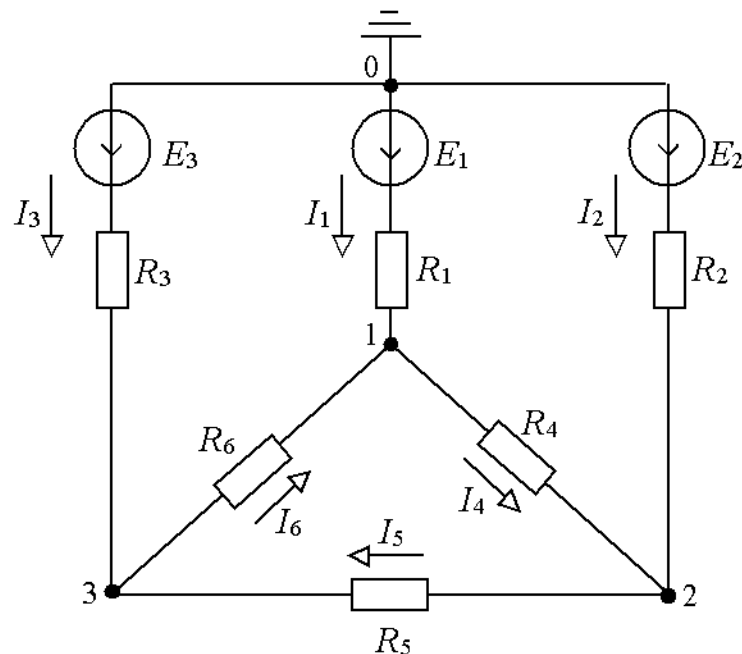


Рис.2.59

Прийемо, що потенціал вузла 0 дорівнює нулю ($\varphi_0 = 0$) і складемо рівняння за першим законом Кірхгофа для інших вузлів:

$$\begin{array}{l}
 \text{для вузла 1:} \\
 \text{для вузла 2:} \\
 \text{для вузла 3:}
 \end{array}
 \left. \begin{array}{l}
 I_1 + I_6 - I_4 = 0; \\
 I_2 + I_4 - I_5 = 0; \\
 I_3 + I_5 - I_6 = 0.
 \end{array} \right\} \quad (2.131)$$

Змінимо в (2.131) знаки на протилежні та отримаємо:

$$\left. \begin{array}{l}
 -I_1 - I_6 + I_4 = 0; \\
 -I_2 - I_4 + I_5 = 0; \\
 -I_3 - I_5 + I_6 = 0.
 \end{array} \right\} \quad (2.132)$$

Запишемо вирази сил струмів у вітках за допомогою законів Ома для ділянок кола з е.р.с. і без е.р.с.:

$$\left. \begin{array}{l}
 I_1 = \frac{(\varphi_0 - \varphi_1) + E_1}{R_1}; \\
 I_2 = \frac{(\varphi_0 - \varphi_2) + E_2}{R_2}; \\
 I_3 = \frac{(\varphi_0 - \varphi_3) + E_3}{R_3}; \\
 I_4 = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R_4}; \\
 I_5 = \frac{\varphi_2 - \varphi_3}{R_5}; \\
 I_6 = \frac{\varphi_3 - \varphi_1}{R_6}.
 \end{array} \right\} \quad (2.133)$$

де $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ – потенціали вузлів 1, 2, 3, В.

З урахуванням того, що $\varphi_0 = 0$ та

$$\frac{1}{R_1} = g_1; \quad \frac{1}{R_2} = g_2; \quad \frac{1}{R_3} = g_3; \quad \frac{1}{R_4} = g_4; \quad \frac{1}{R_5} = g_5; \quad \frac{1}{R_6} = g_6,$$

запишемо (2.133) так:

$$\left. \begin{array}{l}
 I_1 = (-\varphi_1 + E_1)g_1; \\
 I_2 = (-\varphi_2 + E_2)g_2; \\
 I_3 = (-\varphi_3 + E_3)g_3; \\
 I_4 = (\varphi_1 - \varphi_2)g_4; \\
 I_5 = (\varphi_2 - \varphi_3)g_5; \\
 I_6 = (\varphi_3 - \varphi_1)g_6.
 \end{array} \right\} \quad (2.134)$$

Підставляємо (2.134) в (2.132) і отримуємо:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1 g_1 - E_1 g_1 + \varphi_1 g_4 - \varphi_2 g_4 + \varphi_1 g_6 - \varphi_3 g_6 &= 0; \\ \varphi_2 g_2 - E_2 g_2 + \varphi_2 g_4 - \varphi_1 g_4 + \varphi_2 g_5 - \varphi_3 g_5 &= 0; \\ \varphi_3 g_3 - E_3 g_3 + \varphi_3 g_5 - \varphi_2 g_5 + \varphi_3 g_6 - \varphi_1 g_6 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2.135)$$

Після перетворення (2.135) отримуємо:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1 (g_1 + g_4 + g_6) - \varphi_2 g_4 - \varphi_3 g_6 &= E_1 g_1; \\ -\varphi_1 g_4 + \varphi_2 (g_2 + g_4 + g_5) - \varphi_3 g_5 &= E_2 g_2; \\ -\varphi_1 g_6 - \varphi_2 g_5 + \varphi_3 (g_3 + g_5 + g_6) &= E_3 g_3. \end{aligned} \right\} \quad (2.136)$$

Перепишемо (2.136) у такому вигляді:

$$\left. \begin{aligned} g_{11} \varphi_1 - g_{12} \varphi_2 - g_{13} \varphi_3 &= J_{11}; \\ -g_{21} \varphi_1 + g_{22} \varphi_2 - g_{23} \varphi_3 &= J_{22}; \\ -g_{31} \varphi_1 - g_{32} \varphi_2 + g_{33} \varphi_3 &= J_{33}. \end{aligned} \right\} \quad (2.137)$$

У (2.137) уведено такі позначення:

$$\left. \begin{aligned} g_{11} &= g_1 + g_4 + g_6; & g_{22} &= g_2 + g_4 + g_5; & g_{33} &= g_3 + g_5 + g_6; \\ g_{12} &= g_{21} = g_4; & g_{23} &= g_{32} = g_5; & g_{13} &= g_{31} = g_6; \\ J_{11} &= E_1 g_1; & J_{22} &= E_2 g_2; & J_{33} &= E_3 g_3, \end{aligned} \right\} \quad (2.138)$$

де g_{11} , g_{22} , g_{33} – власні вузлові провідності відповідно вузлів 1, 2 і 3, *См*;
 $g_{12} = g_{21}$, $g_{23} = g_{32}$, $g_{13} = g_{31}$ – спільні вузлові провідності відповідно
 вузлів 1 і 2, 2 і 3, 1 і 3, *См*;
 J_{11} , J_{22} , J_{33} – вузлові струми відповідно вузлів 1, 2 і 3, *А*.

Власна вузлова провідність дорівнює сумі провідностей віток, приєднаних до вузла.

Спільна вузлова провідність дорівнює сумі провідностей вітки, яка розташована між двома вузлами.

Вузловий струм дорівнює алгебраїчній сумі струмів короткого замикання віток з джерелами е.р.с., приєднаних до вузла. Струм короткого замикання вітки з джерелом е.р.с. дорівнює добутку е.р.с. джерела на провідність вітки. При його визначенні е.р.с. записується зі знаком «+», якщо вона спрямована до вузла; у протилежному випадку вона записується зі знаком «-».

Підставивши значення вузлових провідностей і вузлових струмів у систему рівнянь (2.137), її розв'язують і визначають потенціали вузлів. За знайденими потенціалами вузлів розраховують сили струмів на підставі законів Ома для ділянки кола.

Розглянемо, як за допомогою методу вузлових потенціалів розраховується розгалужене електричне коло, яке має у своєму складі джерела е.р.с. та струму (рис.2.60).

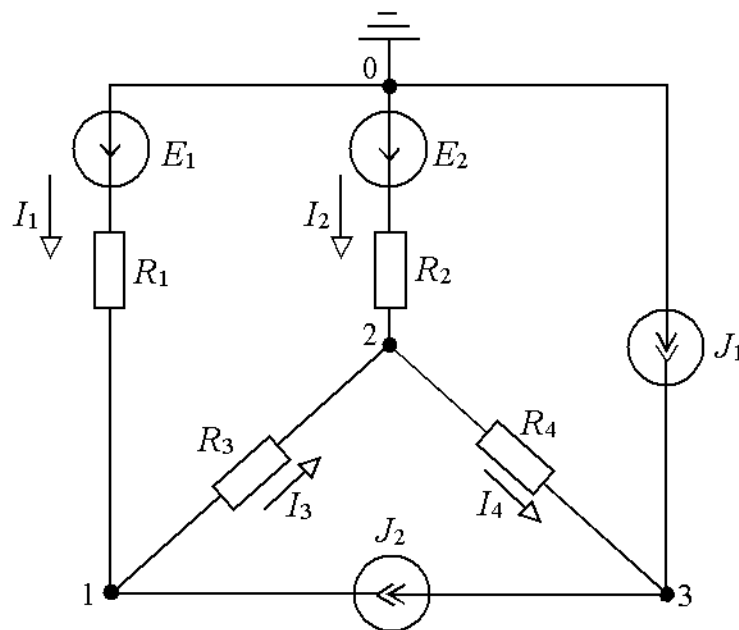


Рис.2.60

Приймемо, що $\varphi_0 = 0$, та складемо рівняння за першим законом Кірхгофа для інших вузлів:

$$\left. \begin{array}{l} \text{для вузла 1:} \\ \text{для вузла 2:} \\ \text{для вузла 3:} \end{array} \right\} \begin{array}{l} I_1 - I_3 + J_2 = 0; \\ I_2 + I_3 - I_4 = 0; \\ I_4 + J_1 - J_2 = 0. \end{array} \quad (2.139)$$

Змінимо в (2.139) знаки на протилежні та отримуємо:

$$\left. \begin{aligned} -I_1 + I_3 - J_2 &= 0; \\ -I_2 - I_3 + I_4 &= 0; \\ -I_4 - J_1 + J_2 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2.140)$$

Запишемо вирази сил струмів у вітках за допомогою законів Ома для ділянок кола з е.р.с. і без е.р.с.:

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= \frac{(\varphi_0 - \varphi_1) + E_1}{R_1}; & I_3 &= \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R_3}; \\ I_2 &= \frac{(\varphi_0 - \varphi_2) + E_2}{R_2}; & I_4 &= \frac{\varphi_2 - \varphi_3}{R_4}. \end{aligned} \right\} \quad (2.141)$$

або

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= (-\varphi_1 + E_1)g_1; & I_3 &= (\varphi_1 - \varphi_2)g_3; \\ I_2 &= (-\varphi_2 + E_2)g_2; & I_4 &= (\varphi_2 - \varphi_3)g_4. \end{aligned} \right\} \quad (2.142)$$

Підставляємо (2.142) в (2.140) і отримуємо:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1 g_1 - E_1 g_1 + \varphi_1 g_3 - \varphi_2 g_3 - J_2 &= 0; \\ \varphi_2 g_2 - E_2 g_2 - \varphi_1 g_3 + \varphi_2 g_3 + \varphi_2 g_4 - \varphi_3 g_4 &= 0; \\ -\varphi_2 g_4 + \varphi_3 g_4 - J_1 + J_2 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2.143)$$

Після перетворення (2.143) отримуємо:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1 (g_1 + g_3) - \varphi_2 g_3 &= E_1 g_1 + J_2; \\ -\varphi_1 g_3 + \varphi_2 (g_2 + g_3 + g_4) - \varphi_3 g_4 &= E_2 g_2; \\ -\varphi_2 g_4 + \varphi_3 g_4 &= J_1 - J_2. \end{aligned} \right\} \quad (2.144)$$

Перепишемо (2.144) у такому вигляді:

$$\left. \begin{aligned} g_{11}\varphi_1 - g_{12}\varphi_2 &= J_{11}; \\ -g_{21}\varphi_1 + g_{22}\varphi_2 - g_{23}\varphi_3 &= J_{22}; \\ -g_{32}\varphi_2 + g_{33}\varphi_3 &= J_{33}, \end{aligned} \right\} \quad (2.145)$$

де:

$$\left. \begin{aligned} g_{11} &= g_1 + g_3; & g_{22} &= g_2 + g_3 + g_4; \\ g_{12} &= g_{21} = g_3; & g_{33} &= g_{32} = g_{23} = g_4; \\ J_{11} &= E_1 g_1 + J_2; & J_{22} &= E_2 g_2; & J_{33} &= J_1 - J_2. \end{aligned} \right\} \quad (2.146)$$

Порівнюючи (2.137) з (2.145) бачимо, що спільна вузлова провідність дорівнює нулю, якщо вітка, що розташована між двома вузлами, не містить опори. На підставі цього можна сказати, що власна вузлова провідність дорівнює нулю, якщо вітки, приєднані до вузла, не містять опорів.

Після підстановки значень вузлових провідностей і струмів з (2.146) у систему рівнянь (2.145) та її розв'язання щодо вузлових потенціалів розраховують сили струмів на підставі законів Ома для ділянки кола.

Таким чином, *послідовність розрахунку сил струмів* у розгалуженому електричному колі *за методом вузлових потенціалів* наступна:

- 1) складають розрахункову схему електричного кола;
- 2) приймають, що потенціал одного з вузлів розрахункової схеми дорівнює нулю, а для всіх інших вузлів складають вузлові рівняння:
 - у лівій частині кожного рівняння записують з додатним знаком добуток потенціалу вузла, що розглядають, на власну вузлову провідність та з від'ємними знаками добутки потенціалів сусідніх вузлів (по відношенню до вузла, що розглядають) на спільні вузлові провідності;
 - у правій частині кожного рівняння записують вузловий струм вузла, що розглядають;
- 3) визначають коефіцієнти при невідомих вузлових рівнянь:
 - власну вузлову провідність як суму провідностей віток, приєднаних до вузла (якщо вітки, приєднані до вузла, не містять опорів, то власна вузлова провідність дорівнює нулю);
 - спільну вузлову провідність як суму провідностей вітки, яка розташована між двома вузлами (якщо вітка не містить опору, то спільна вузлова провідність дорівнює нулю);

- вузловий струм як алгебраїчну суму струмів короткого замикання віток з джерелами е.р.с. та струму, приєднаних до вузла (якщо у вітці, приєднаній до вузла, міститься тільки е.р.с., то її переносять за вузол, як показано у п.2.4.5);
 - струм короткого замикання вітки з джерелом е.р.с. дорівнює добутку е.р.с. джерела на провідність вітки;
 - струм короткого замикання джерела струму дорівнює струму джерела;
 - при визначенні струму короткого замикання е.р.с. або струм джерела записують зі знаком «+» у разі спрямування до вузла, у протилежному випадку їх записують зі знаком «-»;
- 4) записують вузлові рівняння у вигляді системи, підставляючи коефіцієнти при невідомих;
- 5) розв'язують отриману систему рівнянь і визначають потенціали вузлів;
- 6) визначають сили струмів за знайденими потенціалами вузлів на підставі законів Ома для ділянки кола;
- 7) перевіряють розрахунок сил струмів за законами Кірхгофа або складанням балансу потужностей кола.

Приклад 2.14

Вихідні дані такі ж, як і у прикладі 2.3.

Визначити сили струмів в елементах електричного кола за допомогою методу вузлових потенціалів.

Розв'язок.

1. Складаємо розрахункову схему електричного кола і приймаємо, що потенціал вузла b розрахункової схеми дорівнює нулю, тобто $\varphi_b = 0$ (рис.2.61).

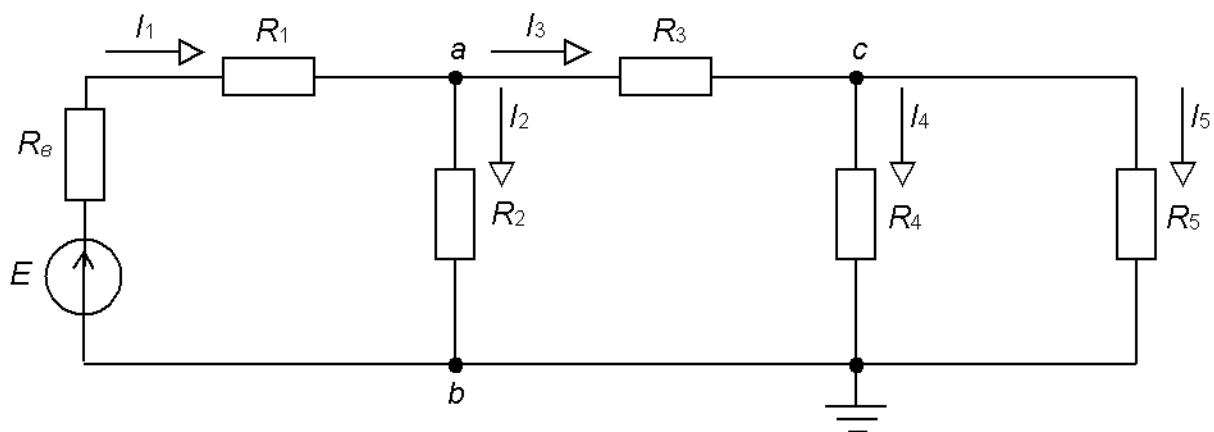


Рис.2.61

Для цієї схеми відомо: $E = 450 \text{ В}$, $R_e = 1 \text{ Ом}$, $R_1 = 4 \text{ Ом}$, $R_2 = 30 \text{ Ом}$, $R_3 = 3 \text{ Ом}$, $R_4 = 20 \text{ Ом}$, $R_5 = 30 \text{ Ом}$.

2. Складаємо вузлові рівняння:

$$\text{для вузла } a: \quad g_a \varphi_a - g_{ac} \varphi_c = J_a;$$

$$\text{для вузла } c: \quad -g_{ca} \varphi_a + g_c \varphi_c = 0.$$

3. Визначаємо складові вузлових рівнянь.

3.1 Визначаємо власну вузлову провідність вузла а:

$$g_a = \frac{1}{R_6 + R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}; \quad g_a = \frac{1}{1+4} + \frac{1}{30} + \frac{1}{3} = \frac{6+1+10}{30} = \frac{17}{30} \text{ СМ};$$

3.2 Визначаємо власну вузлову провідність вузла с:

$$g_c = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}; \quad g_c = \frac{1}{3} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} = \frac{20+3+2}{60} = \frac{25}{60} \text{ СМ};$$

3.3 Визначаємо спільну вузлову провідність вузлів а і с:

$$g_{ac} = g_{ca} = \frac{1}{R_3}; \quad g_{ac} = g_{ca} = \frac{1}{3} \text{ СМ};$$

3.4 Визначаємо вузловий струм вузла а (через те, що е.р.с. E спрямована до вузла а, то записуємо її з додатним знаком):

$$J_a = E \cdot \frac{1}{R_6 + R_1}; \quad J_a = 450 \cdot \frac{1}{1+4} = 90 \text{ А}.$$

4. Перепишемо вузлові рівняння у вигляді системи, підставляючи усі знайдені значення величин:

$$\left. \begin{aligned} \frac{17}{30} \cdot \varphi_a - \frac{1}{3} \cdot \varphi_c &= 90; \\ -\frac{1}{3} \cdot \varphi_a + \frac{25}{60} \cdot \varphi_c &= 0. \end{aligned} \right\}$$

5. Розв'язуємо отриману систему рівнянь методом підстановки.

5.1 З другого рівняння виражаємо потенціал вузла с:

$$\varphi_c = \frac{1}{3} \cdot \varphi_a : \frac{25}{60} = \frac{1 \cdot 60}{3 \cdot 25} \cdot \varphi_a = \frac{20}{25} \cdot \varphi_a = \frac{4}{5} \cdot \varphi_a = 0,8 \cdot \varphi_a.$$

5.2 Підставляємо отриманий вираз у перше рівняння системи:

$$\frac{17}{30} \cdot \varphi_a - \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot \varphi_a = 90; \quad \frac{17}{30} \cdot \varphi_a - \frac{8}{30} \cdot \varphi_a = 90,$$

звідки отримуємо:

$$\varphi_a = 300 \text{ В},$$

тоді

$$\varphi_c = 0,8 \cdot 300 = 240 \text{ В.}$$

6. Знаходимо сили струмів у вітках за допомогою законів Ома:

$$I_1 = \frac{\varphi_b - \varphi_a + E}{R_b + R_1}; \quad I_1 = \frac{0 - 300 + 450}{1 + 4} = 30 \text{ А};$$

$$I_2 = \frac{\varphi_a - \varphi_b}{R_2}; \quad I_2 = \frac{300 - 0}{30} = 10 \text{ А};$$

$$I_3 = \frac{\varphi_a - \varphi_c}{R_3}; \quad I_3 = \frac{300 - 240}{3} = 20 \text{ А};$$

$$I_4 = \frac{\varphi_c - \varphi_b}{R_4}; \quad I_4 = \frac{240 - 0}{20} = 12 \text{ А};$$

$$I_5 = \frac{\varphi_c - \varphi_b}{R_5}; \quad I_5 = \frac{240 - 0}{30} = 8 \text{ А}.$$

7. Перевіряємо розрахунок сил струмів у вітках за законами Кірхгофа.

Перевірка така ж, як і у прикладі 2.3.

Приклад 2.15

Вихідні дані такі ж, як і у прикладі 2.13.

Визначити сили струмів в елементах електричного кола за допомогою методу вузлових потенціалів.

Розв'язок.

1. Складаємо розрахункову схему електричного кола і приймаємо, що $\varphi_0 = 0$ (рис.2.62).

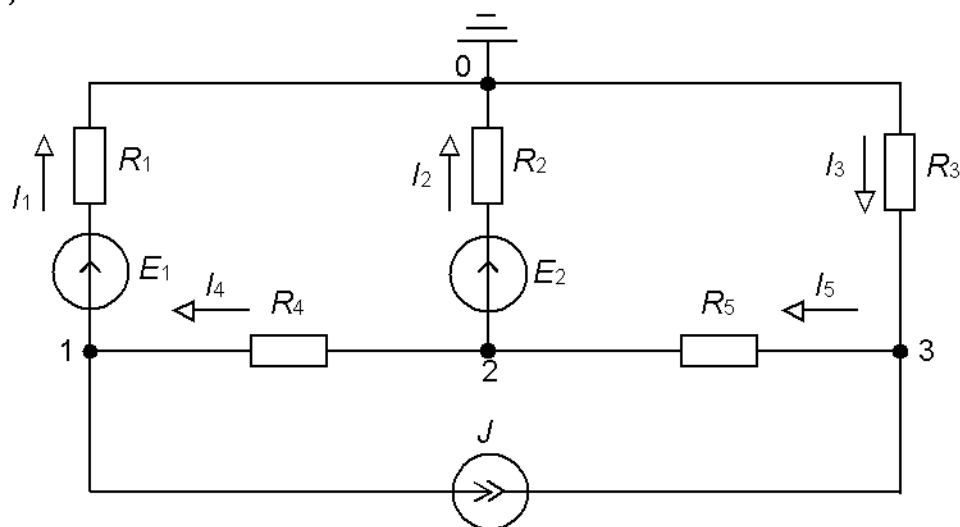


Рис.2.62

Для цієї схеми відомо: $E_1 = 210 \text{ В}$, $E_2 = 180 \text{ В}$, $R_1 = 6 \text{ Ом}$, $R_2 = 6 \text{ Ом}$, $R_3 = 24 \text{ Ом}$, $R_4 = 12 \text{ Ом}$, $R_5 = 18 \text{ Ом}$, $J = 2 \text{ А}$.

2. Складаємо вузлові рівняння:

$$\text{для вузла 1: } g_{11}\varphi_1 - g_{12}\varphi_2 - g_{13}\varphi_3 = J_{11};$$

$$\text{для вузла 2: } -g_{21}\varphi_1 + g_{22}\varphi_2 - g_{23}\varphi_3 = J_{22};$$

$$\text{для вузла 3: } -g_{31}\varphi_1 - g_{32}\varphi_2 + g_{33}\varphi_3 = J_{33}.$$

3. Визначаємо складові вузлових рівнянь.

3.1 Визначаємо власні вузлові провідності:

$$g_{11} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_4}; \quad g_{11} = \frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{2+1}{12} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4} \text{ СМ};$$

$$g_{22} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}; \quad g_{22} = \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{18} = \frac{6+3+2}{36} = \frac{11}{36} \text{ СМ};$$

$$g_{33} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5}; \quad g_{33} = \frac{1}{24} + \frac{1}{18} = \frac{2+3}{48} = \frac{5}{48} \text{ СМ}.$$

3.2 Визначаємо спільні вузлові провідності:

$$g_{12} = g_{21} = \frac{1}{R_4}; \quad g_{12} = g_{21} = \frac{1}{12} \text{ СМ};$$

$$g_{23} = g_{32} = \frac{1}{R_5}; \quad g_{23} = g_{32} = \frac{1}{18} \text{ СМ};$$

$$g_{13} = g_{31} = 0.$$

3.3 Визначаємо вузлові струми:

$$J_{11} = -E_1 \cdot \frac{1}{R_1} - J; \quad J_{11} = -210 \cdot \frac{1}{6} - 2 = -37 \text{ А};$$

$$J_{22} = -E_2 \cdot \frac{1}{R_2}; \quad J_{22} = -180 \cdot \frac{1}{6} = -30 \text{ А};$$

$$J_{33} = J; \quad J_{33} = 2 \text{ А}.$$

4. Перепишемо вузлові рівняння у вигляді системи, підставляючи усі знайдені значення величин:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{4} \cdot \varphi_1 - \frac{1}{12} \cdot \varphi_2 &= -37; \\ -\frac{1}{12} \cdot \varphi_1 + \frac{11}{36} \cdot \varphi_2 - \frac{1}{18} \cdot \varphi_3 &= -30; \\ -\frac{1}{18} \cdot \varphi_2 + \frac{5}{48} \cdot \varphi_3 &= 2. \end{aligned} \right\}$$

або

$$\left. \begin{aligned} 3 \cdot \varphi_1 - \varphi_2 &= -444; \\ -3 \cdot \varphi_1 + 11 \cdot \varphi_2 - 2 \cdot \varphi_3 &= -1080; \\ -8 \cdot \varphi_2 + 15 \cdot \varphi_3 &= 288. \end{aligned} \right\}$$

5. Розв'язуємо отриману систему рівнянь методом підстановки.

5.1 З першого рівняння виражаємо потенціал вузла 2:

$$\varphi_2 = 444 + 3 \cdot \varphi_1.$$

5.2 Підставляємо отриманий вираз у друге рівняння системи:

$$-3 \cdot \varphi_1 + 11 \cdot (444 + 3 \cdot \varphi_1) - 2 \cdot \varphi_3 = -1080,$$

та після перетворень отримуємо:

$$15 \cdot \varphi_1 - \varphi_3 = -2982,$$

звідки виражаємо потенціал вузла 3:

$$\varphi_3 = 2982 + 15 \cdot \varphi_1.$$

5.3 Підставляємо вирази потенціалів вузлів 2 і 3 у третє рівняння системи:

$$-8 \cdot (444 + 3 \cdot \varphi_1) + 15 \cdot (2982 + 15 \cdot \varphi_1) = 288,$$

та після перетворень отримуємо:

$$\varphi_1 = -203,4 \text{ В}.$$

5.4 Знаходимо потенціал вузла 2:

$$\varphi_2 = 444 + 3 \cdot (-203,4) = -166,2 \text{ В.}$$

5.5 Знаходимо потенціал вузла 3:

$$\varphi_3 = 2982 + 15 \cdot (-203,4) = -69 \text{ В.}$$

6. Знаходимо сили струмів у вітках за допомогою законів Ома:

$$I_1 = \frac{\varphi_1 - \varphi_0 + E_1}{R_1}; \quad I_1 = \frac{-203,4 - 0 + 210}{6} = 1,1 \text{ А};$$

$$I_2 = \frac{\varphi_2 - \varphi_0 + E_2}{R_2}; \quad I_2 = \frac{-166,2 - 0 + 180}{6} = 2,3 \text{ А};$$

$$I_3 = \frac{\varphi_0 - \varphi_3}{R_3}; \quad I_3 = \frac{0 - (-69)}{24} = 2,9 \text{ А};$$

$$I_4 = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{R_4}; \quad I_4 = \frac{-166,2 - (-203,4)}{12} = 3,1 \text{ А};$$

$$I_5 = \frac{\varphi_3 - \varphi_2}{R_5}; \quad I_5 = \frac{-69 - (-166,2)}{18} = 5,4 \text{ А.}$$

7. Виконуємо перевірку знайдених дійсних струмів шляхом складання балансу потужностей кола.

7.1 Визначаємо напругу на затискачах джерела струму:

$$U_J = R_4 I_4 + R_5 I_5; \quad U_J = 12 \cdot 3,1 + 18 \cdot 5,4 = 134,4 \text{ В.}$$

7.2 Складаємо баланс потужностей кола:

$$E_1 I_1 + E_2 I_2 + U_J J = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2 + R_4 I_4^2 + R_5 I_5^2;$$

$$210 \cdot 1,1 + 180 \cdot 2,3 + 134,4 \cdot 2 = 6 \cdot 1,1^2 + 6 \cdot 2,3^2 + 24 \cdot 2,9^2 + 12 \cdot 3,1^2 + 18 \cdot 5,4^2;$$

$$913,8 \approx 881,04,$$

рівняння сходиться із похибкою 3,6 %, тому сили струмів знайдені вірно.

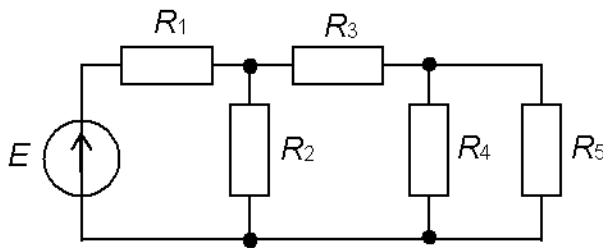
Запитання для самоконтролю

1. Як записати вузлове рівняння?

2. Як визначити власну вузлову провідність? Чому дорівнює власна вузлова провідність, якщо вітки, приєднані до вузла, не містять опорів?
3. Як визначити спільну вузлову провідність? Чому дорівнює спільна вузлова провідність, якщо вітка між вузлами не містить опорів?
4. Як визначити вузловий струм?
5. Наведіть послідовність розрахунку розгалуженого електричного кола за методом вузлових потенціалів.
6. Наведіть приклад розрахункової схеми розгалуженого кола з чотирма вузлами.
7. Запишіть для наведеної розрахункової схеми розгалуженого кола (пункт 6) вузлові рівняння та вирази для розрахунку їх коефіцієнтів при невідомих.
8. Запишіть для наведеної розрахункової схеми розгалуженого кола (пункт 6) вирази для розрахунку сил струмів, використовуючи вузлові потенціали.
9. Запишіть для наведеної розрахункової схеми розгалуженого кола (пункт 6) рівняння балансу потужностей кола.

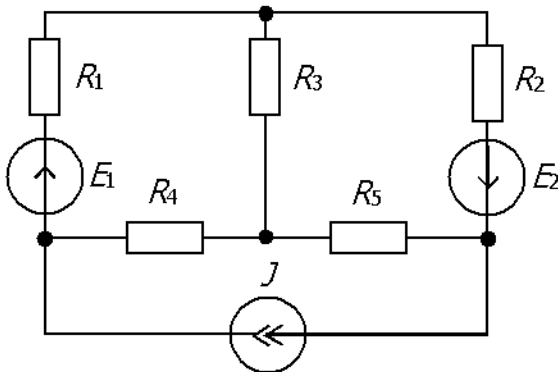
Завдання для самоконтролю

1. Для розрахункової схеми електричного кола, наведеної на рисунку відомо, що $E = 240 \text{ В}$, $R_1 = 6 \text{ Ом}$, $R_2 = 4 \text{ Ом}$, $R_3 = 2 \text{ Ом}$, $R_4 = 3 \text{ Ом}$, $R_5 = 6 \text{ Ом}$.



На розрахунковій схемі показати струми кола та визначити їх за допомогою методу вузлових потенціалів (перевірку розрахунку здійснити шляхом підстановки у систему рівнянь, складену за законами Кірхгофа).

2. Для розрахункової схеми електричного кола, наведеної на рисунку, відомо, що $E_1 = 340 \text{ В}$, $E_2 = 280 \text{ В}$, $R_1 = 8 \text{ Ом}$, $R_2 = 6 \text{ Ом}$, $R_3 = 30 \text{ Ом}$, $R_4 = 12 \text{ Ом}$, $R_5 = 18 \text{ Ом}$, $J = 2 \text{ А}$.



На розрахунковій схемі показати струми кола та визначити їх за допомогою методу вузлових потенціалів (перевірку розрахунку здійснити шляхом складання балансу потужностей кола).

2.8 Метод двох вузлів

На практиці часто зустрічаються електричні кола, розрахункові схеми яких мають тільки два вузли. Приклад такої розрахункової схеми наведений на рис.2.63. Раціональним методом розрахунку таких кіл є **метод двох вузлів**, у якому спочатку визначають напругу між двома вузлами, а потім з її допомогою сили струмів. Розглянемо його суть.

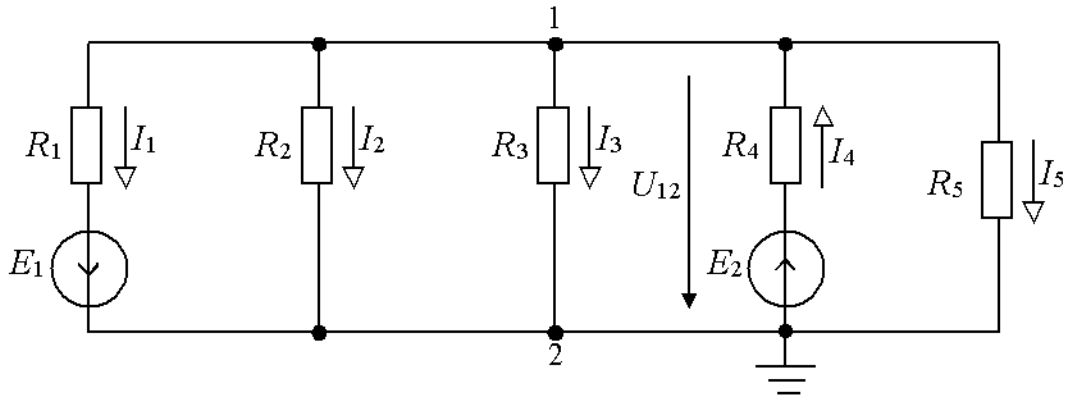


Рис.2.63

Прийmemo, що потенціал вузла 2 дорівнює нулю ($\varphi_2 = 0$), тоді

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 = \varphi_1. \quad (2.147)$$

Запишемо для вузла 1 вузлове рівняння:

$$(\mathcal{g}_1 + \mathcal{g}_2 + \mathcal{g}_3 + \mathcal{g}_4 + \mathcal{g}_5) \cdot \varphi_1 = -E_1 \mathcal{g}_1 + E_2 \mathcal{g}_4, \quad (2.148)$$

де

$$\mathcal{g}_1 = \frac{1}{R_1}; \quad \mathcal{g}_2 = \frac{1}{R_2}; \quad \mathcal{g}_3 = \frac{1}{R_3}; \quad \mathcal{g}_4 = \frac{1}{R_4}; \quad \mathcal{g}_5 = \frac{1}{R_5}.$$

Запишемо (2.148) в іншому вигляді:

$$\varphi_1 \cdot \sum \mathcal{g} = \sum E \mathcal{g}, \quad (2.149)$$

де $\sum \mathcal{g}$ – сума провідностей віток, См;

$\sum E \mathcal{g}$ – алгебраїчна сума добутків е.р.с., що діють у вітках,
на провідності віток, А.

Електрорушійну силу записують зі знаком «+» у разі спрямування до вузла, потенціал якого не дорівнює нулю, у протилежному випадку її записують зі знаком «-».

З (2.149) отримуємо:

$$\varphi_1 = \frac{\sum E \mathcal{g}}{\sum \mathcal{g}}. \quad (2.150)$$

Підставивши (2.150) у (2.147), отримуємо

$$U_{12} = \frac{\sum E g}{\sum g}. \quad (2.151)$$

Знаючи напругу на ділянках кола, е.р.с. і опори, за допомогою законів Ома визначають сили струмів.

Розглянемо особливості визначення напруги за методом двох вузлів у розгалуженому електричному колі, яке має у своєму складі джерела е.р.с. та струму (рис.2.64).

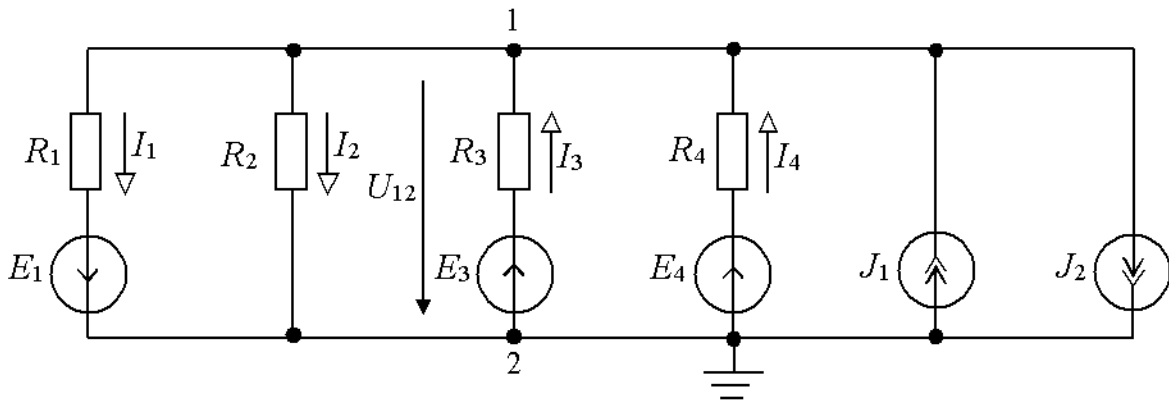


Рис.2.64

Запишемо для вузла 1 вузлове рівняння:

$$(g_1 + g_2 + g_3 + g_4) \cdot \varphi_1 = -E_1 g_1 + E_3 g_3 + E_4 g_4 + J_1 - J_2, \quad (2.152)$$

або в іншому вигляді:

$$\varphi_1 \cdot \sum g = \sum E g + \sum J, \quad (2.153)$$

де $\sum J$ – алгебраїчна сума сил струмів джерел струмів, включених у вітках, A .

Силу струму джерела записують зі знаком «+» у разі спрямування до вузла, потенціал якого не дорівнює нулю, у протилежному випадку її записують зі знаком «-».

З (2.143) отримуємо:

$$\varphi_1 = \frac{\sum E g + \sum J}{\sum g}. \quad (2.154)$$

Підставивши (2.154) у (2.147), отримуємо:

$$U_{12} = \frac{\sum E_g + \sum J}{\sum g} \quad (2.155)$$

Таким чином, *послідовність розрахунку сил струмів* у розгалуженому електричному колі *за методом двох вузлів* наступна:

- 1) складають розрахункову схему електричного кола, на якій приймають, що потенціал одного з вузлів дорівнює нулю;
- 2) визначають провідності віток електричного кола;
- 3) визначають напругу між вузлами розрахункової схеми за методом двох вузлів, враховуючи наступне: якщо е.р.с., яка діє у вітці, або струм джерела струму спрямовані до вузла, потенціал якого не дорівнює нулю, то їх записують зі знаком «+», у протилежному випадку їх записують зі знаком «-»;
- 4) визначають сили струмів за законами Ома;
- 5) перевіряють розрахунок сил струмів за законами Кірхгофа або складанням балансу потужностей кола.

Приклад 2.16

До затискачів двох паралельно включених генераторів за допомогою ідеальної лінії електропередачі приєднане навантаження. Відомо, що у кожного генератора е.р.с. дорівнює **400 В**, а внутрішній опір дорівнює **0,5 Ом**; опір навантаження дорівнює **25 Ом**.

Визначити сили струмів в елементах електричного кола за допомогою методу двох вузлів.

Розв'язок.

1. Складаємо розрахункову схему електричного кола і приймаємо, що потенціал вузла *b* дорівнює нулю, тобто $\varphi_b = 0$ (рис.2.65).

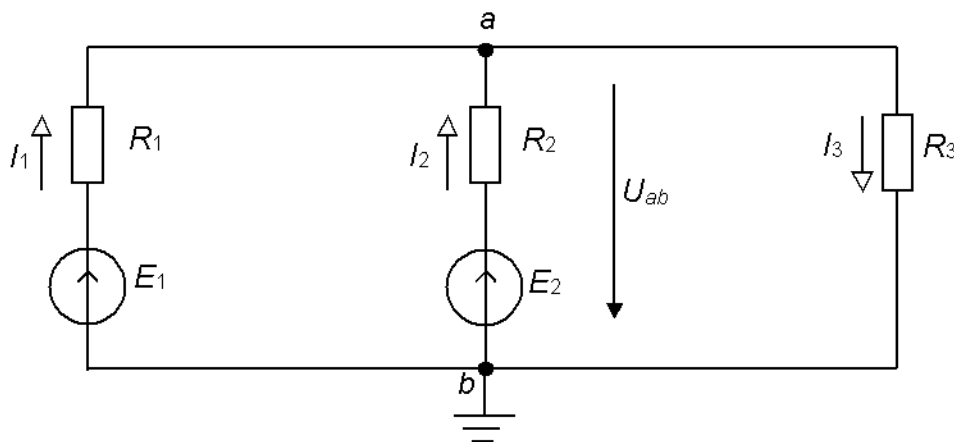


Рис.2.65

Для цієї схеми відомо: $E_1 = E_2 = 400 \text{ В}$, $R_1 = R_2 = 1 \text{ Ом}$, $R_3 = 25 \text{ Ом}$.

2. Визначаємо провідності віток електричного кола:

$$g_1 = \frac{1}{R_1}; \quad g_1 = \frac{1}{0,5} = 2 \text{ См};$$

$$g_2 = \frac{1}{R_2}; \quad g_2 = \frac{1}{0,5} = 2 \text{ См};$$

$$g_3 = \frac{1}{R_3}; \quad g_3 = \frac{1}{25} = 0,04 \text{ См}.$$

3. Визначаємо напругу між вузлами розрахункової схеми за методом двох вузлів:

$$U_{ab} = \frac{E_1 g_1 + E_2 g_2}{g_1 + g_2 + g_3}; \quad U_{ab} = \frac{400 \cdot 2 + 400 \cdot 2}{2 + 2 + 0,04} = 396,04 \text{ В}.$$

4. Визначаємо сили струмів у вітках електричного кола:

$$I_1 = \frac{-U_{ab} + E_1}{R_1}; \quad I_1 = \frac{-396,04 + 400}{0,5} = 7,92 \text{ А};$$

$$I_2 = \frac{-U_{ab} + E_2}{R_2}; \quad I_2 = \frac{-396,04 + 400}{0,5} = 7,92 \text{ А};$$

$$I_3 = \frac{U_{ab}}{R_3}; \quad I_3 = \frac{396,04}{25} = 15,84 \text{ А}.$$

5. Виконуємо перевірку розрахунку сил струмів складанням балансу потужностей кола:

$$E_1 I_1 + E_2 I_2 = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2;$$

$$400 \cdot 7,92 + 400 \cdot 7,92 = 0,5 \cdot 7,92^2 + 0,5 \cdot 7,92^2 + 25 \cdot 15,84^2;$$

$$6336 = 6336,$$

рівняння сходиться, тому сили струмів знайдені вірно.

Випадок, розв'язаний у даному прикладі, коли два паралельно включених генератора живлять навантаження, називається **паралельною роботою генераторів**. Розглянемо більш детально таку роботу генераторів із застосуванням методу двох вузлів та наведеного вище прикладу. Внаслідок того, що внутрішні опори генераторів занадто малі у порівнянні із опором

навантаження ($R_e = 0,5 \text{ Ом}; R_n = 25 \text{ Ом}$), при паралельній роботі генераторів напруга на їх затискачах майже не відрізняється від електрорушійних сил, які вони розвивають ($E = 400 \text{ В}; U = 396,04 \text{ В}$). Це обумовлює незначну різницю між електрорушійною силою генератора і напругою на його затискачах ($U_e = E - U = 400 - 396,04 = 3,96 \text{ В}$ або 1 %), тому навіть незначна зміна е.р.с. генератора призводить до суттєвої зміни його сили струму, яка дорівнює $I = (E - U)/R_e$. Якщо у наведеному вище прикладі е.р.с. генератора збільшиться на 4 В (на 1 %), то його сила струму збільшиться на 4 А (на 50,5 %), що призведе до значного перегрівання даного генератора.

У свою чергу, зниження е.р.с. генератора обумовить зменшення його сили струму, тобто до його розвантаження. Для того, щоб повністю розвантажити один з паралельно працюючих генераторів, необхідно знизити його е.р.с. до значення напруги на затискачах ($E = U$). У цьому випадку різниця між е.р.с. і напругою на затискачах генератора буде дорівнювати нулю і сила струму генератора теж буде дорівнювати нулю: $I = (E - U)/R_e = 0$.

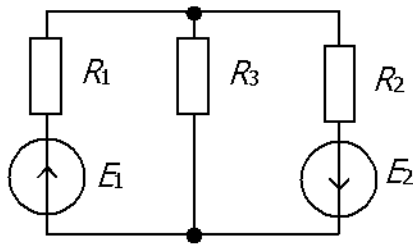
При подальшому зниженні е.р.с. генератора різниця між його е.р.с. і напругою на затискачах буде від'ємною, а отже і його сила струму буде мати від'ємне значення. Це означає, що струм змінює свій напрям на протилежний і протікає протилежно е.р.с. генератора, тобто генератор працює як електродвигун.

Запитання для самоконтролю

1. Наведіть та поясніть вираз для розрахунку напруги між двома вузлами за методом двох вузлів.
2. Що таке провідність елемента електричного кола? Як її визначити?
3. Наведіть приклад розрахункової схеми розгалуженого кола з двома вузлами.
4. Наведіть послідовність розрахунку сил струмів наведеної розрахункової схеми (пункт 3) за методом двох вузлів.
5. Запишіть для наведеної розрахункової схеми (пункт 3) вираз для розрахунку напруги між двома вузлами.
6. Запишіть для наведеної розрахункової схеми (пункт 3) вирази для розрахунку сил струмів за законами Ома.
7. Як перевірити результати розрахунку сил струмів кола, виконаного за методом двох вузлів?
8. Що називається паралельною роботою генераторів?
9. Чому при паралельній роботі генераторів їх електрорушійні сили майже не відрізняються від напруги на їх затискачах?
10. Як зміниться струм генератора при паралельній роботі, якщо його е.р.с. незначно збільшиться? Чому?
11. Як зміниться струм генератора при паралельній роботі, якщо його е.р.с. незначно зменшиться? Чому?
12. Що таке повне розвантаження генератора при паралельній роботі?
13. Як досягти повного розвантаження генератора при паралельній роботі?
14. Коли генератор при паралельній роботі буде працювати як електродвигун? Як це відіб'ється на іншому генераторі?

Завдання для самоконтролю

1. Для електричного кола, розрахункова схема якого наведена на рисунку, відомо: $E_1 = 150 \text{ В}$, $E_2 = 100 \text{ В}$, $R_1 = 1 \text{ Ом}$, $R_2 = 2 \text{ Ом}$, $R_3 = 1 \text{ Ом}$.



На розрахунковій схемі показати струми кола та визначити їх за допомогою методу двох вузлів (перевірку розрахунку здійснити шляхом складання балансу потужностей кола).

2.9 Принцип суперпозиції (накладання)

Розглянемо суть принципу суперпозиції (накладання), скориставшись розгалуженим електричним колом, розрахункова схема якого наведена на рис.2.66. Позначимо на цій розрахунковій схемі контурні струми I_{11} та I_{22} .

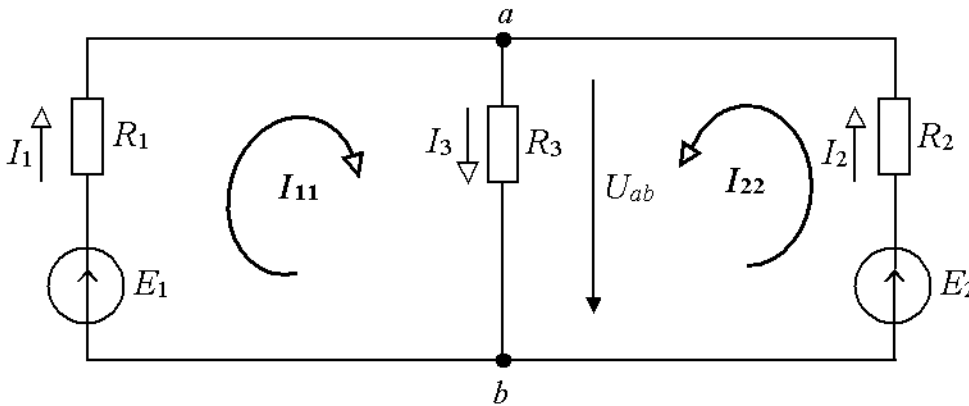


Рис.2.66

Складемо систему рівнянь за другим законом Кірхгофа із застосуванням контурних струмів:

$$\left. \begin{aligned} (R_1 + R_3)I_{11} + R_3I_{22} &= E_1; \\ R_3I_{11} + (R_2 + R_3)I_{22} &= E_2. \end{aligned} \right\} \quad (2.156)$$

Розв'яжемо дану систему рівнянь (2.156) щодо контурних струмів. Знаходимо визначник системи рівнянь:

$$\Delta = \begin{vmatrix} R_1 + R_3 & R_3 \\ R_3 & R_2 + R_3 \end{vmatrix} = (R_1 + R_3)(R_2 + R_3) - R_3^2. \quad (2.157)$$

Знаходимо доповнення визначника системи рівнянь:

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} E_1 & R_3 \\ E_2 & R_2 + R_3 \end{vmatrix} = E_1(R_2 + R_3) - E_2R_3; \quad (2.158)$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} R_1 + R_3 & E_1 \\ R_3 & E_2 \end{vmatrix} = -E_1R_3 + E_2(R_1 + R_3). \quad (2.159)$$

Знаходимо контурні струми:

$$\begin{aligned} I_{11} &= \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{E_1(R_2 + R_3) - E_2R_3}{(R_1 + R_3)(R_2 + R_3) - R_3^2} = \\ &= E_1 \frac{R_2 + R_3}{(R_1 + R_3)(R_2 + R_3) - R_3^2} - E_2 \frac{R_3}{(R_1 + R_3)(R_2 + R_3) - R_3^2} = \\ &= E_1 \frac{R_2 + R_3}{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3 + R_3^2 - R_3^2} - E_2 \frac{R_3}{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3 + R_3^2 - R_3^2} = (2.160) \\ &= E_1 \frac{R_2 + R_3}{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3} - E_2 \frac{R_3}{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{22} &= \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{-E_1R_3 + E_2(R_1 + R_3)}{(R_1 + R_3)(R_2 + R_3) - R_3^2} = \\ &= -E_1 \frac{R_3}{(R_1 + R_3)(R_2 + R_3) - R_3^2} + E_2 \frac{R_1 + R_3}{(R_1 + R_3)(R_2 + R_3) - R_3^2} = \\ &= -E_1 \frac{R_3}{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3 + R_3^2 - R_3^2} + E_2 \frac{R_1 + R_3}{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3 + R_3^2 - R_3^2} = (2.161) \\ &= -E_1 \frac{R_3}{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3} + E_2 \frac{R_1 + R_3}{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3}. \end{aligned}$$

Знаходимо дійсні струми у вітках:

$$I_1 = I_{11} = E_1 \frac{R_2 + R_3}{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3} - E_2 \frac{R_3}{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3}; \quad (2.162)$$

$$I_2 = I_{22} = -E_1 \frac{R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} + E_2 \frac{R_1 + R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}; \quad (2.163)$$

$$\begin{aligned} I_3 = I_{11} + I_{22} &= E_1 \frac{R_2 + R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} - E_2 \frac{R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} - \\ &- E_1 \frac{R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} + E_2 \frac{R_1 + R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} = \\ &= E_1 \frac{R_2}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} + E_2 \frac{R_1}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}. \end{aligned} \quad (2.164)$$

Уводимо позначення:

$$E_1 \frac{R_2 + R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} = I_1^{(1)}; \quad E_2 \frac{R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} = I_1^{(2)}; \quad (2.165)$$

$$E_1 \frac{R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} = I_2^{(1)}; \quad E_2 \frac{R_1 + R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} = I_2^{(2)}; \quad (2.166)$$

$$E_1 \frac{R_2}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} = I_3^{(1)}; \quad E_2 \frac{R_1}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} = I_3^{(2)}, \quad (2.167)$$

де $I_1^{(1)}$, $I_1^{(2)}$ – складові сили струму I_1 , які обумовлені дією відповідно е.р.с. E_1 і E_2 , A ;

$I_2^{(1)}$, $I_2^{(2)}$ – складові сили струму I_2 , які обумовлені дією відповідно е.р.с. E_1 і E_2 , A ;

$I_3^{(1)}$, $I_3^{(2)}$ – складові сили струму I_3 , які обумовлені дією відповідно е.р.с. E_1 і E_2 , A .

Тоді (2.162) – (2.164) з урахуванням (2.165) – (2.167) будуть такими:

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= I_1^{(1)} - I_1^{(2)}; \\ I_2 &= -I_2^{(1)} + I_2^{(2)}; \\ I_3 &= I_3^{(1)} + I_3^{(2)}. \end{aligned} \right\} \quad (2.168)$$

З (2.168) випливає, що сила струму у вітці розгалуженого електричного кола, розрахункова схема якого наведена на рис.2.66, дорівнює алгебраїчній сумі складових сил струмів, створених окремо дією кожної з е.р.с. Складову силу струму у вітці від дії певної е.р.с. записують зі знаком «+», якщо вона співпадає за напрямом зі струмом у вітці, у протилежному випадку її записують зі знаком «-».

Перевіримо вірність даного висновку, для чого представимо розрахункову схему, зображену на рис.2.66, у двох варіантах (рис.2.67).

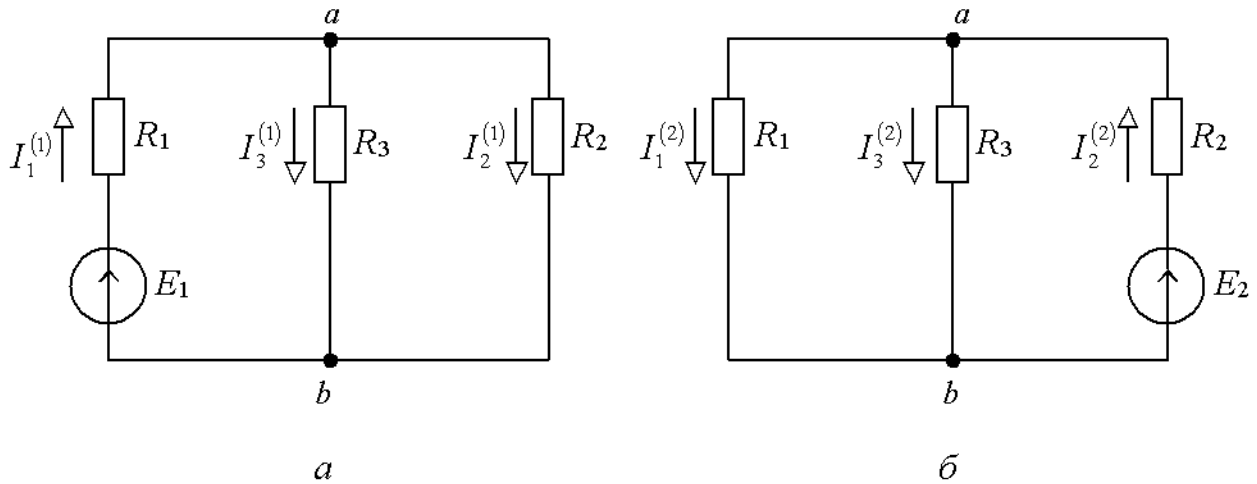


Рис.2.67

На кожній розрахунковій схемі, з наведених на рис.2.67, діє тільки одна електрорушійна сила (рис.2.67а – е.р.с. E_1 ; рис.2.67б – е.р.с. E_2), а інша е.р.с. відсутня (вона закорочена). Дані розрахункові схеми щодо струмів відповідають (2.158).

Запишемо вирази складових струмів зі схеми на рис.2.67а:

$$I_1^{(1)} = \frac{E_1}{R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}} = \frac{E_1}{\frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_2 + R_3}} = E_1 \frac{R_2 + R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}; \quad (2.169)$$

$$\begin{aligned} I_2^{(1)} &= \frac{E_1 - R_1 I_1^{(1)}}{R_2} = \frac{E_1 - R_1 E_1 \frac{R_2 + R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}}{R_2} = \\ &= \frac{E_1 \left(1 - \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} \right)}{R_2} = \frac{E_1 \frac{R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}}{R_2} = \\ &= E_1 \frac{R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}; \end{aligned} \quad (2.170)$$

$$\begin{aligned}
I_3^{(1)} &= \frac{E_1 - R_1 I_1^{(1)}}{R_3} = \frac{E_1 - R_1 E_1 \frac{R_2 + R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}}{R_3} = \\
&= \frac{E_1 \left(1 - \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} \right)}{R_3} = \frac{E_1 \frac{R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}}{R_3} = \\
&= E_1 \frac{R_2}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}.
\end{aligned} \tag{2.171}$$

Запишемо вирази складових струмів зі схеми на рис.2.67б:

$$I_2^{(2)} = \frac{E_2}{R_2 + \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3}} = \frac{E_2}{\frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_1 + R_3}} = E_2 \frac{R_1 + R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}; \tag{2.172}$$

$$\begin{aligned}
I_1^{(2)} &= \frac{E_2 - R_2 I_1^{(2)}}{R_1} = \frac{E_2 - R_2 E_2 \frac{R_1 + R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}}{R_1} = \\
&= \frac{E_2 \left(1 - \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} \right)}{R_1} = \frac{E_2 \frac{R_1 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}}{R_1} = \\
&= E_2 \frac{R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3};
\end{aligned} \tag{2.173}$$

$$\begin{aligned}
I_3^{(2)} &= \frac{E_2 - R_2 I_1^{(2)}}{R_3} = \frac{E_2 - R_2 E_1 \frac{R_1 + R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}}{R_3} = \\
&= \frac{E_2 \left(1 - \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} \right)}{R_3} = \frac{E_2 \frac{R_1 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}}{R_3} = \\
&= E_2 \frac{R_1}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}.
\end{aligned} \tag{2.174}$$

Порівняння (2.165) – (2.167) з (2.169) – (2.174) показує співпадіння їх результатів, що свідчить про вірність зробленого вище висновку, тобто сила струму в будь-якій вітці розгалуженого електричного кола дорівнює алгебраїчній сумі складових сил струмів, створених окремо дією кожної з е.р.с.

Розглянемо розгалужене електричне коло, розрахункова схема якого наведена на рис.2.68. Позначимо на цій розрахунковій схемі контурні струми I_{11} та I_{22} .

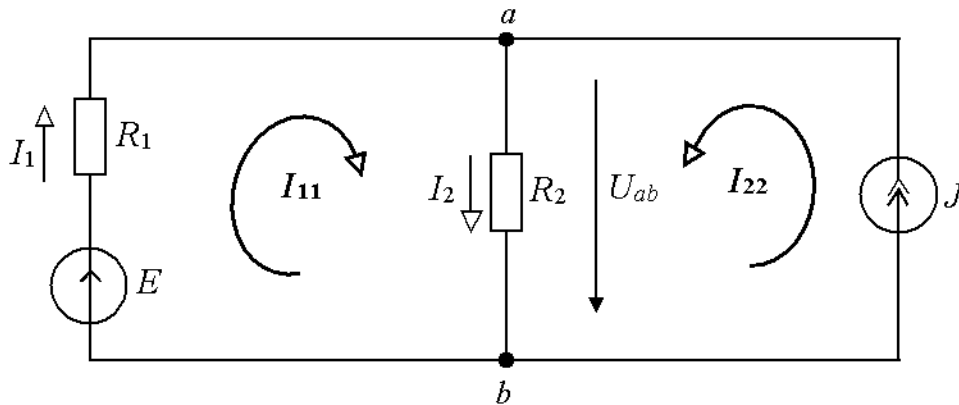


Рис.2.68

Складемо рівняння за другим законом Кірхгофа для першого контуру із застосуванням контурних струмів:

$$(R_1 + R_2)I_{11} + R_2I_{22} = E. \quad (2.175)$$

У свою чергу $I_{22} = J$, тому

$$(R_1 + R_2)I_{11} + R_2J = E, \quad (2.176)$$

звідки

$$I_{11} = \frac{E - R_2J}{R_1 + R_2}. \quad (2.177)$$

Застосовуючи контурні струми, знаходимо дійсні струми у вітках:

$$I_1 = I_{11} = \frac{E - R_2J}{R_1 + R_2} = E \frac{1}{R_1 + R_2} - J \frac{R_2}{R_1 + R_2}; \quad (2.178)$$

$$\begin{aligned}
I_2 = I_{11} + I_{22} &= \frac{E - R_2 J}{R_1 + R_2} + J = \frac{E - R_2 J + R_1 J + R_2 J}{R_1 + R_2} = \\
&= \frac{E + R_1 J}{R_1 + R_2} = E \frac{1}{R_1 + R_2} + J \frac{R_1}{R_1 + R_2}.
\end{aligned}
\tag{2.179}$$

Уводимо позначення:

$$E \frac{1}{R_1 + R_2} = I_1^{(1)} = I_2^{(1)}; \tag{2.180}$$

$$J \frac{R_2}{R_1 + R_2} = I_1^{(2)}; \quad J \frac{R_1}{R_1 + R_2} = I_2^{(2)}, \tag{2.181}$$

де $I_1^{(1)}$, $I_1^{(2)}$ – складові сили струму I_1 , які обумовлені дією відповідно е.р.с. E і струму J , A ;

$I_2^{(1)}$, $I_2^{(2)}$ – складові сили струму I_2 , які обумовлені дією відповідно е.р.с. E і струму J , A .

Тоді (2.178) і (2.179) з урахуванням (2.180) і (2.181) будуть мати вигляд:

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= I_1^{(1)} - I_1^{(2)}; \\ I_2 &= I_2^{(1)} + I_2^{(2)}. \end{aligned} \right\} \tag{2.182}$$

З (2.182), випливає, що сила струму у вітці розгалуженого електричного кола, розрахункова схема якого наведена на рис.2.68, дорівнює алгебраїчній сумі складових сил струмів, створених окремо дією джерел е.р.с. і струму. Складову силу струму у вітці від дії джерел е.р.с. і струму записують зі знаком «+», якщо вона співпадає за напрямом зі струмом у вітці, у протилежному випадку її записують зі знаком «-».

Перевіримо вірність даного висновку, для чого представимо розрахункову схему, зображену на рис.2.68, у двох варіантах (рис.2.69).

На розрахунковій схемі, наведеній на рис.2.69а, діє тільки е.р.с. E , а джерело струму J відсутнє. На схемі воно розімкнено внаслідок того, що його закорочування не призведе до його виключення. На розрахунковій схемі, наведеній на рис.2.69б, діє тільки джерело струму J , а е.р.с. E закорочена (тому вона відсутня на схемі). Дані розрахункові схеми щодо струмів відповідають (2.182).

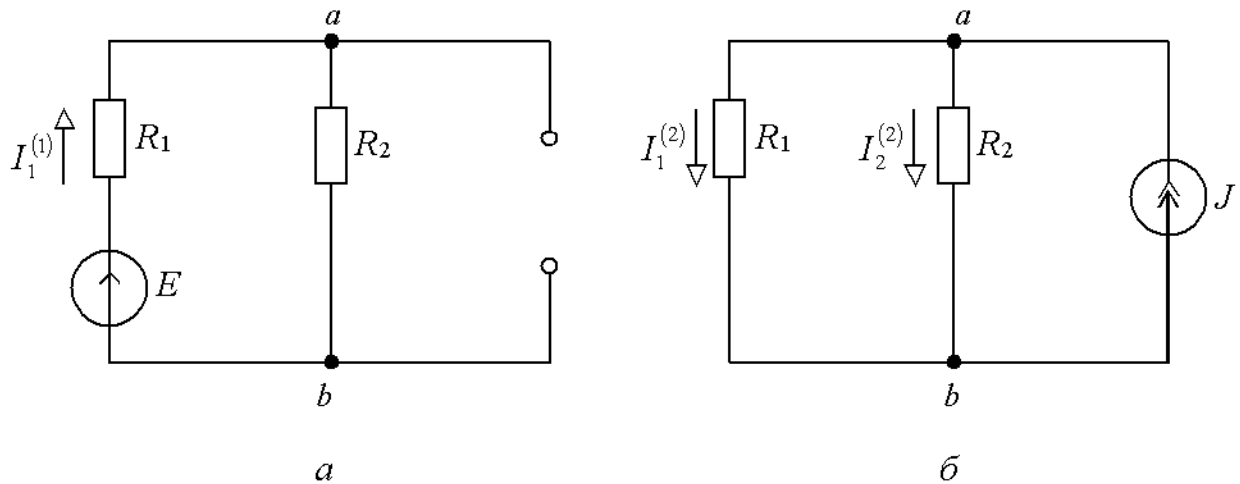


Рис.2.69

Запишемо вирази складових струмів зі схеми на рис.2.69а:

$$I_1^{(1)} = I_2^{(1)} = \frac{E}{R_1 + R_2} = E \frac{1}{R_1 + R_2} ; \quad (2.183)$$

Для визначення складових струмів для схеми на рис.2.69б необхідно виконати її еквівалентне перетворення у джерело е.р.с. Спочатку джерело струму J необхідно перетворити у джерело е.р.с. E_{J1} із застосуванням R_2 (рис.2.70а), а потім у джерело е.р.с. E_{J2} із застосуванням R_1 (рис.2.70б).

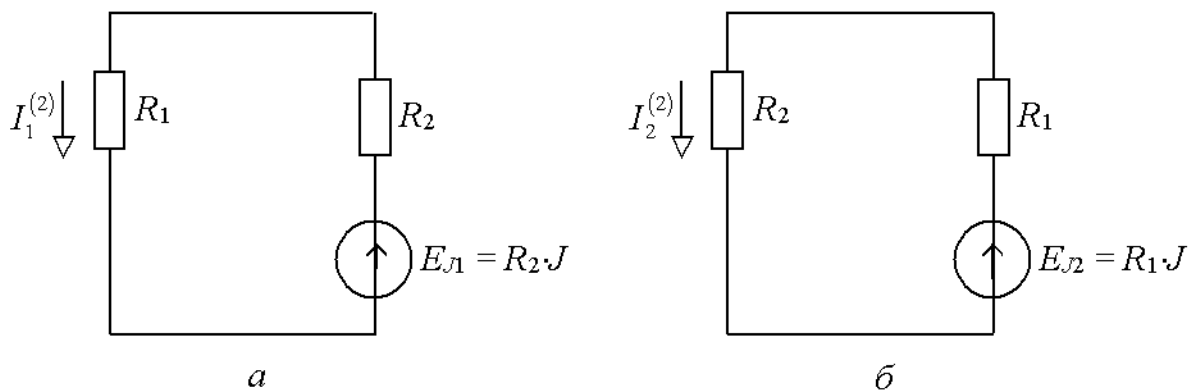


Рис.2.70

Запишемо вирази складових струмів зі схем на рис.2.70а та рис.2.70б:

$$I_1^{(2)} = \frac{E_{J1}}{R_1 + R_2} = \frac{R_2 \cdot J}{R_1 + R_2} = J \frac{R_2}{R_1 + R_2} ; \quad (2.184)$$

$$I_2^{(2)} = \frac{E_{J2}}{R_1 + R_2} = \frac{R_1 \cdot J}{R_1 + R_2} = J \frac{R_1}{R_1 + R_2} . \quad (2.185)$$

Порівняння (2.180), (2.181) з (2.183) – (2.185) показує співпадіння їх результатів, що свідчить про вірність зробленого вище висновку, тобто сила струму в будь-якій вітці розгалуженого електричного кола дорівнює алгебраїчній сумі складових сил струмів, створених окремо дією джерел е.р.с. і струму.

Таким чином, сила струму в будь-якій вітці розгалуженого електричного кола дорівнює алгебраїчній сумі складових сил струмів, створених окремо дією кожного з джерел е.р.с. і струму. У цьому полягає **принцип суперпозиції (накладання)** лінійних електричних кіл, який застосовують при розрахунку сил струмів розгалужених кіл.

Послідовність розрахунку сил струмів у розгалуженому електричному колі *за принципом суперпозиції (накладання)* наступна:

- 1) складають розрахункову схему електричного кола;
- 2) складають розрахункові схеми кола, на кожній з яких залишають одне з джерел е.р.с. або струму, інші джерела е.р.с. закорочують, а джерела струму розмикають (при цьому конфігурацію розрахункової схеми з п.1 не змінюють);
- 3) користуючись розрахунковими схемами з п.2 визначають складові сил струмів кола, які виникають окремо від дії кожного з джерел;
- 4) визначають сили струмів кола як алгебраїчну суму їх складових (складову силу струму від дії певного джерела записують зі знаком «+», якщо вона співпадає за напрямом зі струмом, у протилежному випадку її записують зі знаком «-»);
- 5) перевіряють розрахунок сил струмів за законами Кірхгофа або складанням балансу потужностей кола.

Приклад 2.17

Вихідні дані такі ж, як і у прикладі 2.1.

Визначити сили струмів в елементах електричного кола за допомогою принципу суперпозиції (накладання).

Розв'язок.

1. Розрахункова схема електричного кола наведена на рис.2.71. Для неї відомо: $E_1 = 100 \text{ В}$, $E_2 = 90 \text{ В}$, $R_1 = 4 \text{ Ом}$, $R_2 = 2 \text{ Ом}$, $R_3 = 8 \text{ Ом}$.

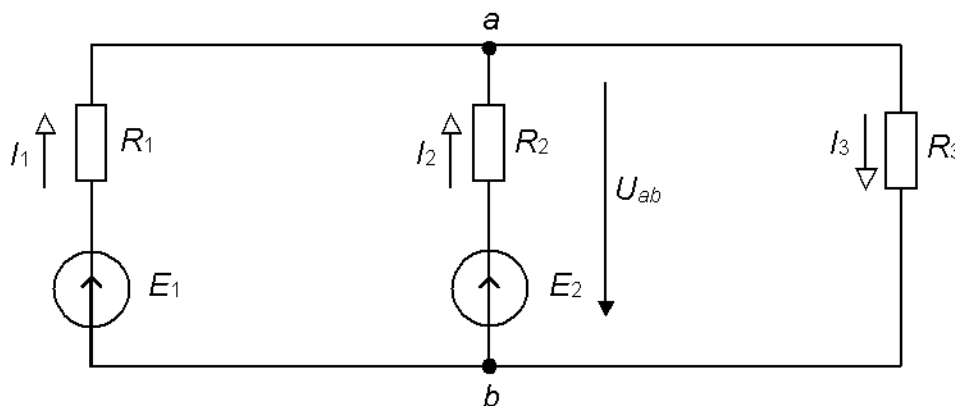


Рис.2.71

2. Складаємо розрахункові схеми кола, на одній з яких залишаємо тільки е.р.с. E_1 (е.р.с. E_2 закорочуємо), а на іншій – тільки е.р.с. E_2 (е.р.с. E_1 закорочуємо); при цьому конфігурацію розрахункової схеми, наведеної на рис.2.71, не змінюємо.

2.1 Складаємо розрахункову схему електричного кола, на якій залишаємо тільки е.р.с. E_1 , а е.р.с. E_2 закорочуємо (рис.2.72).

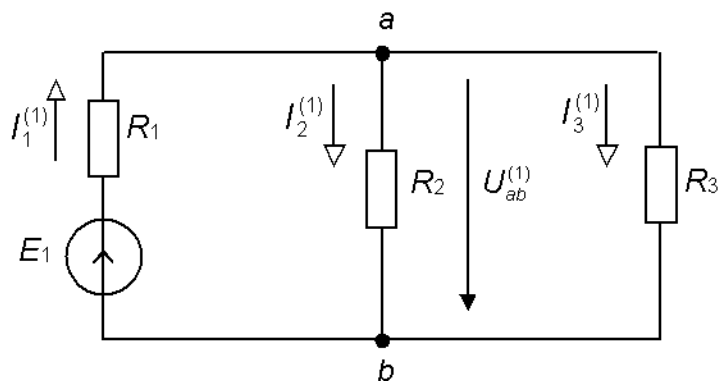


Рис.2.72

2.2 Складаємо розрахункову схему електричного кола, на якій залишаємо тільки е.р.с. E_2 , а е.р.с. E_1 закорочуємо (рис.2.73).

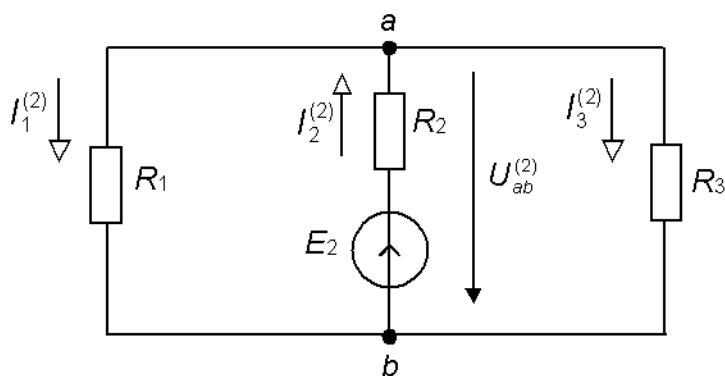


Рис.2.73

Для зручності розрахунку схему, наведену на рис.2.73, представляємо у вигляді, наведеному на рис.2.74.

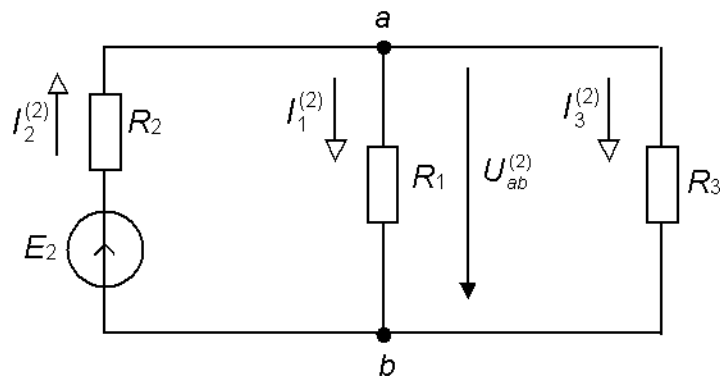


Рис.2.74

3. Визначаємо складові сил струмів, які виникають від дії е.р.с. E_1 , а потім від дії е.р.с. E_2 .

2.2 Визначаємо складові сил струмів кола від дії е.р.с. E_1 , користуючись розрахунковою схемою на рис.2.72:

$$R_{23} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3};$$

$$R_{23} = \frac{2 \cdot 8}{2 + 8} = 1,6 \text{ Ом};$$

$$I_1^{(1)} = \frac{E_1}{R_1 + R_{23}};$$

$$I_1^{(1)} = \frac{100}{4 + 1,6} = 17,86 \text{ A};$$

$$U_{ab}^{(1)} = E_1 - R_1 I_1^{(1)};$$

$$U_{ab}^{(1)} = 100 - 4 \cdot 17,86 = 28,56 \text{ В};$$

$$I_2^{(1)} = \frac{U_{ab}^{(1)}}{R_2};$$

$$I_2^{(1)} = \frac{28,56}{2} = 14,28 \text{ A};$$

$$I_3^{(1)} = \frac{U_{ab}^{(1)}}{R_3};$$

$$I_3^{(1)} = \frac{28,56}{8} = 3,57 \text{ A}.$$

2.4 Визначаємо складові сил струмів кола від дії е.р.с. E_2 , користуючись розрахунковою схемою на рис.2.74:

$$R_{13} = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3};$$

$$R_{13} = \frac{4 \cdot 8}{4 + 8} = 2,667 \text{ Ом};$$

$$I_2^{(2)} = \frac{E_2}{R_2 + R_{13}};$$

$$I_2^{(2)} = \frac{90}{2 + 2,667} = 19,28 \text{ A};$$

$$U_{ab}^{(2)} = E_2 - R_2 I_2^{(2)};$$

$$U_{ab}^{(2)} = 90 - 2 \cdot 19,28 = 51,44 \text{ В};$$

$$I_1^{(2)} = \frac{U_{ab}^{(2)}}{R_1};$$

$$I_1^{(2)} = \frac{51,44}{4} = 12,86 \text{ A};$$

$$I_3^{(2)} = \frac{U_{ab}^{(2)}}{R_3};$$

$$I_3^{(2)} = \frac{51,44}{8} = 6,43 \text{ A}.$$

3. Визначаємо сили струмів кола:

$$I_1 = I_1^{(1)} - I_1^{(2)};$$

$$I_1 = 17,86 - 12,86 = 5 \text{ A};$$

$$I_2 = -I_2^{(1)} + I_2^{(2)};$$

$$I_2 = -14,28 + 19,28 = 5 \text{ A};$$

$$I_3 = I_3^{(1)} + I_3^{(2)};$$

$$I_3 = 3,57 + 6,43 = 10 \text{ А.}$$

4. Перевіряємо розрахунок сил струмів у вітках за законами Кірхгофа.

Перевірка така ж, як і у прикладі 2.1.

Приклад 2.18

Для електричного кола, розрахункова схема якого наведена на рис.2.75, відомо: $E = 252 \text{ В}$, $R_1 = 3 \text{ Ом}$, $R_2 = 6 \text{ Ом}$, $R_3 = 12 \text{ Ом}$, $J = 7 \text{ А}$.

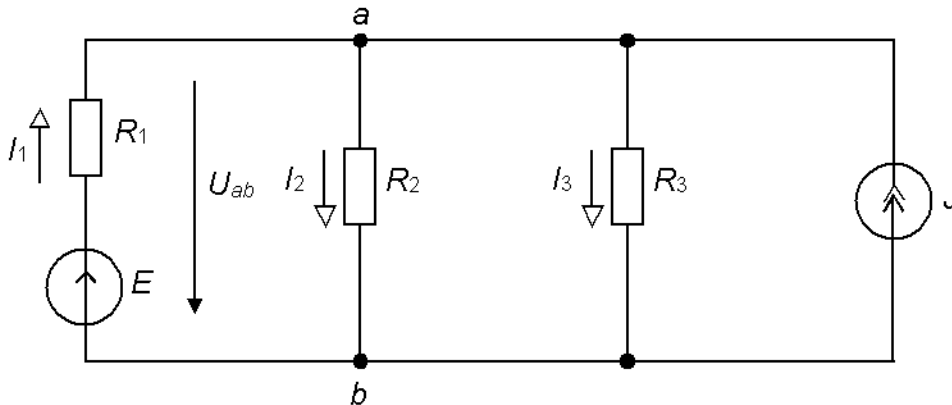


Рис.2.75

Визначити сили струмів у колі за допомогою принципу суперпозиції (накладання).

Розв'язок.

1. Складаємо розрахункові схеми кола, на одній з яких залишаємо тільки е.р.с. E (джерело струму J розмикаємо), а на іншій – тільки струм J (е.р.с. E закорочуємо); при цьому конфігурацію розрахункової схеми, наведеної на рис.2.68, не змінюємо.

1.1 Складаємо розрахункову схему електричного кола, на якій залишаємо тільки е.р.с. E , а джерело струму J розмикаємо (рис.2.76).

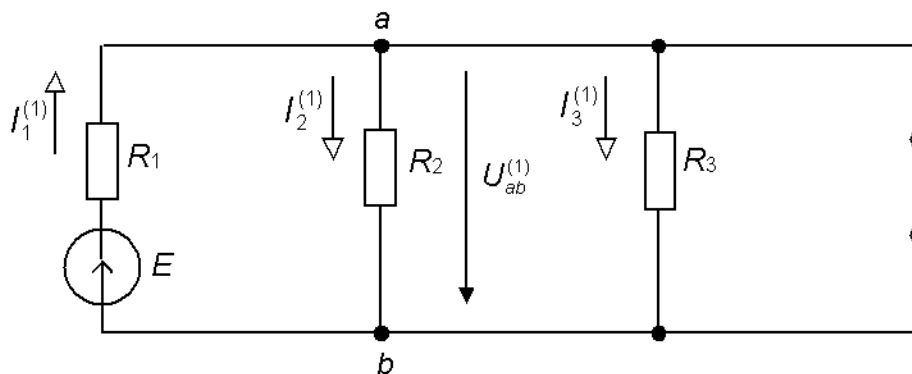


Рис.2.76

1.2 Складаємо розрахункову схему електричного кола, на якій залишаємо струм J , а е.р.с. E закорочуємо (рис.2.77).

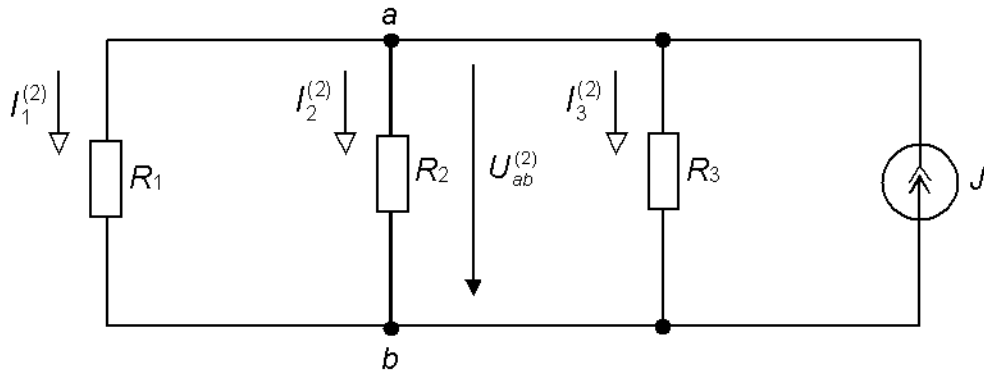


Рис.2.77

1.3 Перетворюємо джерело струму J у джерело е.р.с. E_{J1} із застосуванням R_3 (рис.2.78).

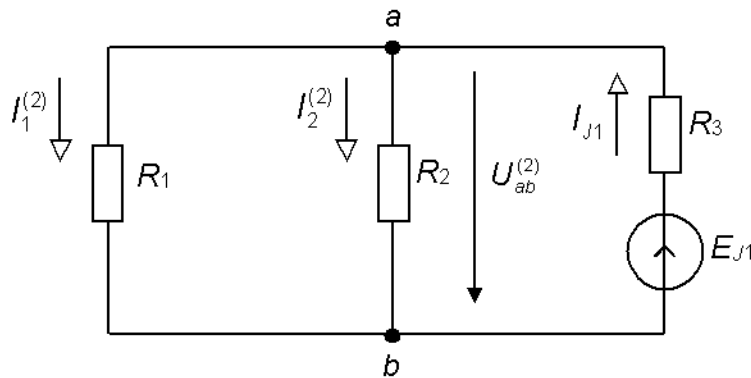


Рис.2.78

$$E_{J1} = R_3 \cdot J;$$

$$E_{J1} = 12 \cdot 7 = 84 \text{ В.}$$

1.4 Перетворюємо джерело струму J у джерело е.р.с. E_{J2} із застосуванням R_1 (рис.2.79).

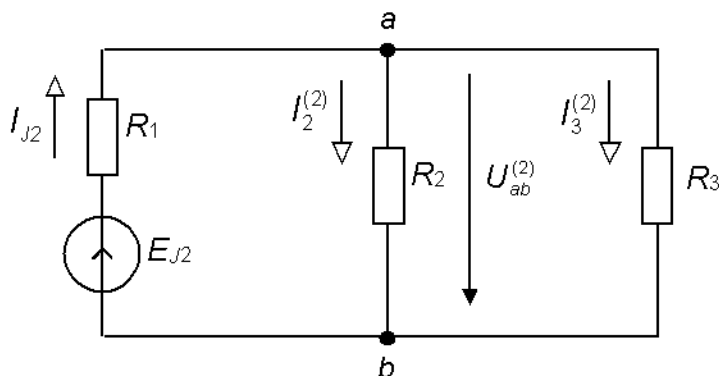


Рис.2.79

$$E_{J2} = R_1 \cdot J;$$

$$E_{J2} = 3 \cdot 7 = 21 \text{ В.}$$

2. Визначаємо складові сил струмів, які виникають окремо від дії кожної з е.р.с. E, E_{J1}, E_{J2} .

2.1 Визначаємо складові сил струмів кола від дії е.р.с. E , користуючись розрахунковою схемою на рис.2.76:

$$R_{23} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3};$$

$$R_{23} = \frac{6 \cdot 12}{6 + 12} = 4 \text{ Ом};$$

$$I_1^{(1)} = \frac{E}{R_1 + R_{23}};$$

$$I_1^{(1)} = \frac{252}{3 + 4} = 36 \text{ А};$$

$$U_{ab}^{(1)} = E - R_1 I_1^{(1)};$$

$$U_{ab}^{(1)} = 252 - 3 \cdot 36 = 144 \text{ В};$$

$$I_2^{(1)} = \frac{U_{ab}^{(1)}}{R_2};$$

$$I_2^{(1)} = \frac{144}{6} = 24 \text{ А};$$

$$I_3^{(1)} = \frac{U_{ab}^{(1)}}{R_3};$$

$$I_3^{(1)} = \frac{144}{12} = 12 \text{ А}.$$

2.2 Визначаємо складові сил струмів кола від дії е.р.с. E_{J1} (струму J), користуючись розрахунковою схемою на рис.2.78:

$$R_{12} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2};$$

$$R_{12} = \frac{3 \cdot 6}{3 + 6} = 2 \text{ Ом};$$

$$I_{J1} = \frac{E_{J1}}{R_3 + R_{12}};$$

$$I_{J1} = \frac{84}{2 + 12} = 6 \text{ А};$$

$$U_{ab}^{(2)} = E_{J1} - R_3 I_{J1};$$

$$U_{ab}^{(2)} = 84 - 12 \cdot 6 = 12 \text{ В};$$

$$I_1^{(2)} = \frac{U_{ab}^{(2)}}{R_1};$$

$$I_1^{(2)} = \frac{12}{3} = 4 \text{ А};$$

$$I_2^{(2)} = \frac{U_{ab}^{(2)}}{R_2};$$

$$I_2^{(2)} = \frac{12}{6} = 2 \text{ А}.$$

2.3 Визначаємо складові сил струмів кола від дії е.р.с. E_{J2} (струму J), користуючись розрахунковою схемою на рис.2.79:

$$I_{J2} = \frac{E_{J2}}{R_1 + R_{23}};$$

$$I_{J2} = \frac{21}{3 + 4} = 3 \text{ А};$$

$$U_{ab}^{(2)} = E_{J_2} - R_1 J_2;$$

$$U_{ab}^{(2)} = 21 - 3 \cdot 3 = 12 \text{ В};$$

$$I_2^{(2)} = \frac{U_{ab}^{(2)}}{R_2};$$

$$I_3^{(1)} = \frac{12}{6} = 2 \text{ А};$$

$$I_3^{(2)} = \frac{U_{ab}^{(2)}}{R_3};$$

$$I_3^{(2)} = \frac{12}{12} = 1 \text{ А}.$$

3. Визначаємо сили струмів кола:

$$I_1 = I_1^{(1)} - I_1^{(2)};$$

$$I_1 = 36 - 4 = 32 \text{ А};$$

$$I_2 = I_2^{(1)} + I_2^{(2)};$$

$$I_2 = 24 + 2 = 26 \text{ А};$$

$$I_3 = I_3^{(1)} + I_3^{(2)};$$

$$I_3 = 12 + 1 = 13 \text{ А}.$$

4. Виконуємо перевірку розрахунку сил струмів складанням балансу потужностей кола.

4.1 Визначаємо напругу на затискачах джерела струму:

$$U_{ab} = R_2 I_2;$$

$$U_{ab} = 6 \cdot 26 = 156 \text{ В};$$

або

$$U_{ab} = U_{ab}^{(1)} + U_{ab}^{(2)};$$

$$U_{ab} = 144 + 12 = 156 \text{ В}.$$

4.2 Складаємо баланс потужностей кола:

$$E I_1 + U_{ab} J = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2;$$

$$252 \cdot 32 + 156 \cdot 7 = 3 \cdot 32^2 + 6 \cdot 26^2 + 12 \cdot 13^2;$$

$$9156 = 9156,$$

рівняння сходиться, тому сили струмів знайдені вірно.

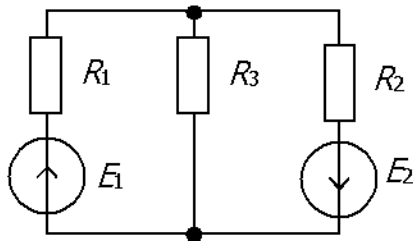
Запитання для самоконтролю

1. У чому полягає принцип суперпозиції (накладання) лінійних електричних кіл?
2. Наведіть послідовність розрахунку розгалуженого електричного кола за допомогою принципу суперпозиції (накладання).

3. Наведіть приклад розрахункової схеми розгалуженого кола, на якій є джерела е.р.с.
4. Наведіть розрахункові схеми кола з п.3, на яких діють окремі джерела е.р.с, вказавши складові сил струмів кола.
5. Наведіть вирази для визначення сил струмів кола з п.3 через їх складові.

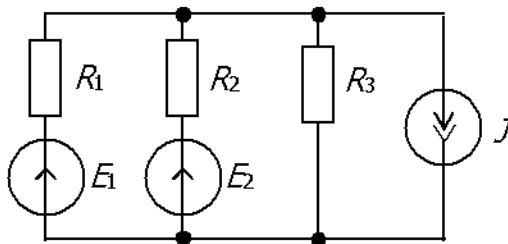
Завдання для самоконтролю

1. Для електричного кола, розрахункова схема якого наведена на рисунку, відомо: $E_1 = 150 \text{ В}$, $E_2 = 100 \text{ В}$, $R_1 = 1 \text{ Ом}$, $R_2 = 2 \text{ Ом}$, $R_3 = 1 \text{ Ом}$.



На розрахунковій схемі показати сили струмів кола та визначити їх за допомогою принципу суперпозиції (накладання) (перевірку розрахунку здійснити за допомогою законів Кірхгофа).

2. Для розрахункової схеми електричного кола, наведеної рисунку, відомо, що $E = 300 \text{ В}$, $R_1 = 10 \text{ Ом}$, $R_2 = 15 \text{ Ом}$, $R_3 = 30 \text{ Ом}$, $J = 6 \text{ А}$.



На розрахунковій схемі показати струми кола та визначити їх за допомогою методу вузлових потенціалів (перевірку розрахунку здійснити шляхом складання балансу потужностей кола).

2.10 Метод активного двополюсника (еквівалентного генератора)

При дослідженні процесів у складних електричних колах в деяких випадках необхідно визначити силу струму, напругу і потужність тільки в одній вітці. При розв'язанні таких задач частина електричного кола щодо виділеної вітки замінюється прямокутником і називається **двополюсником**. Двополюсники, до складу яких входять джерела електроенергії, називаються **активними** (у середині прямокутника ставиться літера А). Двополюсники, до складу яких не входять джерела електроенергії, називаються **пасивними** (у середині прямокутника ставиться літера П).

Як приклад розглянемо розрахункову схему електричного кола, наведену на рис.2.2. Нехай для цієї схеми відомі всі е.р.с. і опори, а необхідно визначити силу струму у опорі R_3 (в електронагрівальному пристрої). Позначимо на розрахунковій схемі силу струму, яку необхідно визначити, літерою I та представимо частину кола, до якої приєднана вітка з цим струмом (рис.2.80а), активним двополюсником (рис.2.80б).

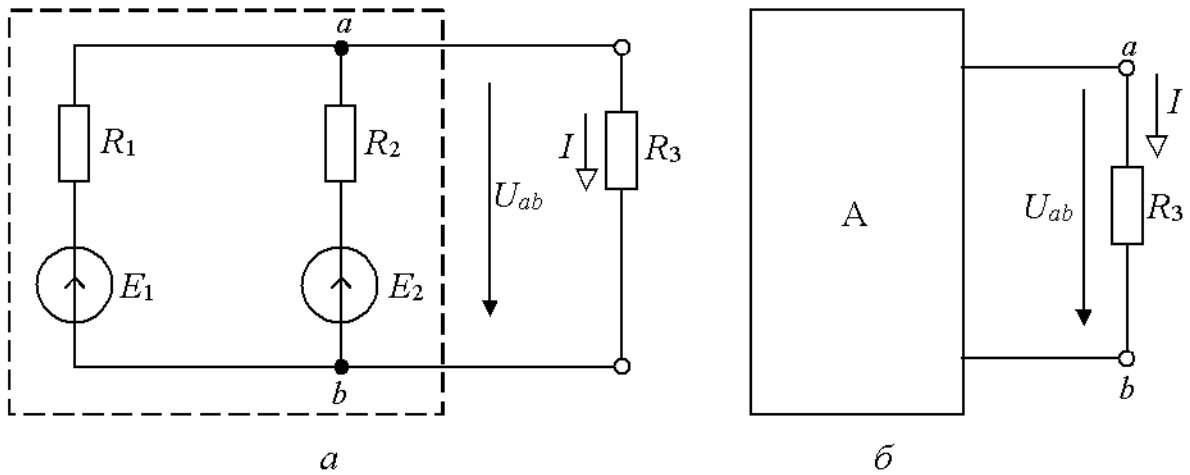


Рис.2.80

Включимо у вітку, у якій необхідно визначити силу струму, дві е.р.с., які дорівнюють одна одній та діють у різних напрямках ($E' = E''$), сила струму I від цього не зміниться. Розрахункова схема для даного випадку показана на рис.2.81.

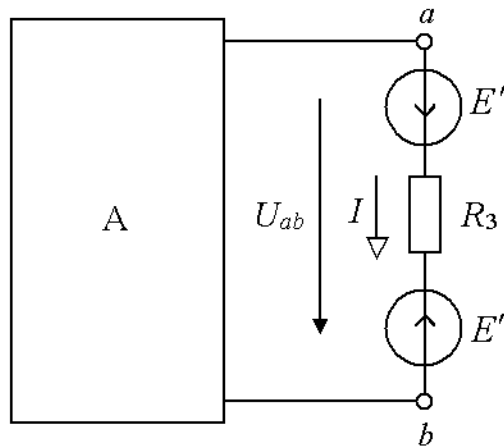


Рис.2.81

На підставі принципу суперпозиції (накладання) запишемо:

$$I = I' + I'' . \quad (2.186)$$

Під I' будемо розуміти складову сили струму I , яка обумовлена дією включеної у третю вітку електрорушійної сили E' і електрорушійними силами активного двополосника (E_1 і E_2). Тому для визначення складової I' застосуємо розрахункову схему, представлену на рис.2.82. На ній двополосник є активним, тому що у ньому діють електрорушійні сили E_1 і E_2 .

Для даної розрахункової схеми (рис.2.82) відповідно до закону Ома для ділянки кола з е.р.с. запишемо:

$$I' = \frac{U_{ab} - E'}{R_3} . \quad (2.187)$$

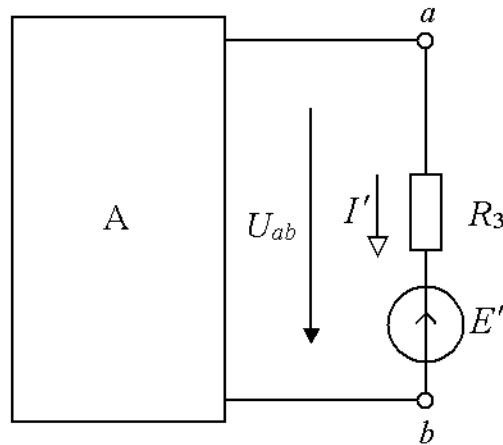


Рис.2.82

Під I'' будемо розуміти складову сили струму I , яка обумовлена дією тільки включеної у третю вітку електрорушійної сили E'' . Тоді для визначення складової I'' застосуємо розрахункову схему, представлену на рис.2.83. На ній двополосник є пасивним, тому що електрорушійні сили E_1 і E_2 з нього вилучені.

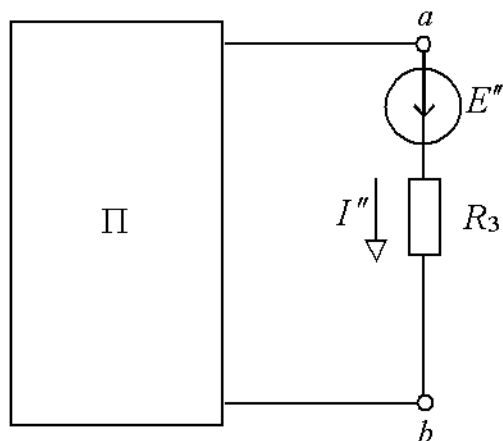


Рис.2.83

Для даної розрахункової схеми (рис.2.83) відповідно до закону Ома для замкненого кола з однією е.р.с. запишемо:

$$I'' = \frac{E''}{R_{ex} + R_3}, \quad (2.188)$$

де R_{ex} – вхідний опір двополосника по відношенню до затискачів a і b , Ом.

Нехай E' буде мати таке значення, щоб $I' = 0$. Відсутність струму у частині кола, приєднаній до активного двополосника (рис.2.82), еквівалентна його холостому ходу. Тобто згідно (2.187) це означає наступне:

$$U_{ab(x)} - E' = 0 \quad \text{або} \quad E' = U_{ab(x)}, \quad (2.189)$$

де $U_{ab(x)}$ – напруга між затискачами a і b в режимі холостого ходу активного двополюсника, B .

Якщо $I' = 0$, то з (2.186) випливає, що $I = I''$. Тому з урахуванням (2.178) і (2.179), а також рівності E' та E'' отримаємо:

$$I = \frac{U_{ab(x)}}{R_{ex} + R_3}. \quad (2.190)$$

Даному рівнянню (2.190) відповідає розрахункова схема, наведена на рис.2.84.

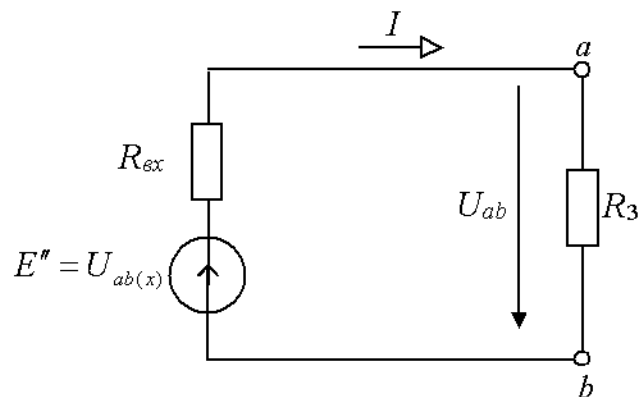


Рис.2.84

Отже, по відношенню до вітки, у якій необхідно визначити силу струму, активний двополюсник можна замінити еквівалентним генератором, е.р.с. якого дорівнює напрузі холостого ходу на затискачах двополюсника, а внутрішній опір – вхідному опору двополюсника.

Еквівалентну е.р.с. та вхідний опір активного двополюсника визначають розрахунковим або експериментальним шляхом, застосовуючи його режими холостого ходу та короткого замикання.

Розглянемо розрахунковий шлях їх визначення. Розрахункова схема активного двополюсника, яка наведена на рис.2.80а, в режимі його холостого ходу буде мати вигляд, наведений на рис.2.85.

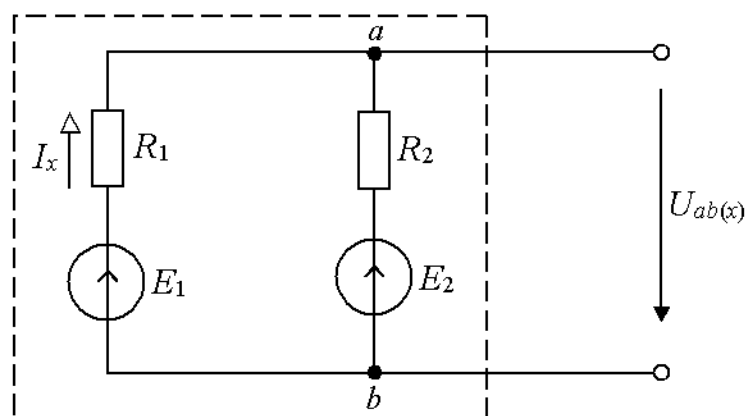


Рис.2.85

На ри.2.85 додатково позначено I_x – струм холостого ходу активного двополюсника. На підставі розрахункової схеми на рис.2.82 маємо:

$$U_{ab(x)} = E_1 - R_1 \cdot I_x, \quad (2.191)$$

де

$$I_x = \frac{E_1 - E_2}{R_1 + R_2}. \quad (2.192)$$

Вхідний опір двополюсника визначають відповідно до його розрахункової схеми для режиму короткого замикання, у якій всі е.р.с. закорочені (тобто вилучені), вона наведена на рис.2.86.

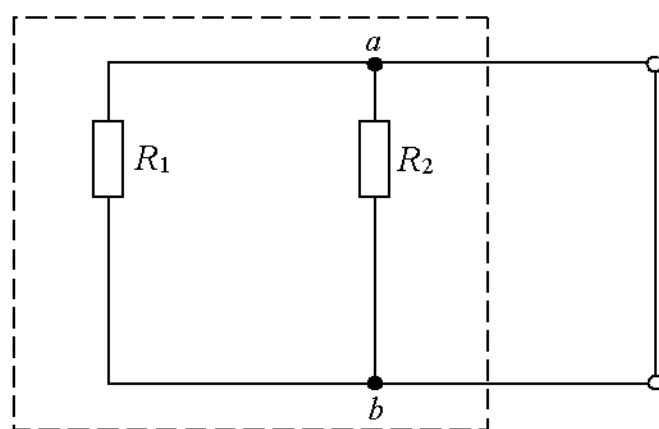


Рис.2.86

На підставі розрахункової схеми на рис.2.86 маємо:

$$R_{ex} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}. \quad (2.193)$$

Розглянемо експериментальний шлях визначення еквівалентної е.р.с. та вхідного опору активного двополюсника. Для визначення еквівалентної е.р.с. необхідно розімкнути затискачі a і b (тобто утворити режим холостого ходу активного двополюсника) і вимірити напругу на його затискачах ($U_{ab(x)}$). Дана напруга відповідно (2.189) буде дорівнювати еквівалентній е.р.с. активного двополюсника.

Для визначення вхідного опору двополюсника необхідно замкнути між собою затискачі a і b (тобто утворити режим короткого замикання активного двополюсника) і вимірити силу струму в третій вітці (I_x). У такому режимі $R_3 = 0$, а тому відповідно (2.190)

$$I_x = \frac{U_{ab(x)}}{R_{ex}}, \quad (2.194)$$

звідки

$$R_{ex} = \frac{U_{ab(x)}}{I_k}. \quad (2.195)$$

Отже, вимірявши силу струму I_k і напругу $U_{ab(x)}$ у відповідних режимах роботи визначають еквівалентну е.р.с. двополюсника за (2.189) і його вхідний опір за (2.195).

Таким чином, *послідовність розрахунку сили струму у вітці розгалуженого електричного кола за методом активного двополюсника (еквівалентного генератора)* наступна:

- 1) складають розрахункову схему електричного кола, на якій виділяють прямокутником із двома вивідними затискачами (двополюсником) частину кола щодо вітки, у якій необхідно розрахувати силу струму;
- 2) складають розрахункову схему двополюсника в режимі холостого ходу і визначають його напругу холостого ходу;
- 3) складають розрахункову схему двополюсника в режимі короткого замикання із вилученими джерелами е.р.с. та струму і визначають його вхідний опір щодо вітки, у якій необхідно розрахувати силу струму;
- 4) складають розрахункову схему електричного кола, на якій активний двополюсник представляють еквівалентним генератором, і визначають силу струму у потрібній вітці.

Приклад 2.19

Вихідні дані такі ж, як і у прикладі 2.3.

Визначити силу струму в електронагрівальному пристрої електричного кола за допомогою методу активного двополюсника (еквівалентного генератора).

Розв'язок.

1. Складаємо розрахункову схему електричного кола, на якій виділяємо частину кола щодо електронагрівального пристрою прямокутником із двома вивідними затискачами (двополюсником) (рис.2.87).

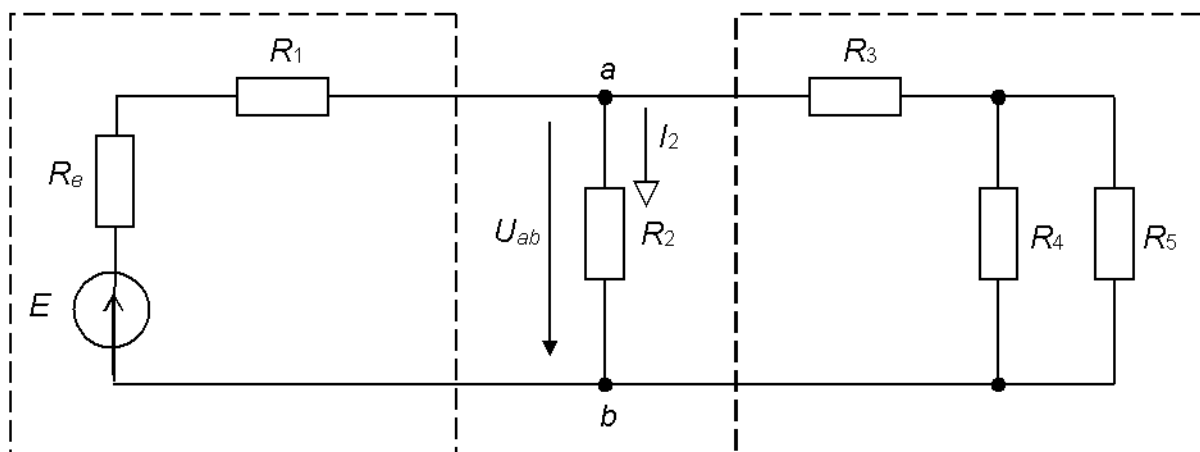


Рис.2.87

Для цієї схеми відомо: $E = 450 \text{ В}$, $R_e = 1 \text{ Ом}$, $R_1 = 4 \text{ Ом}$, $R_2 = 30 \text{ Ом}$, $R_3 = 3 \text{ Ом}$, $R_4 = 20 \text{ Ом}$, $R_5 = 30 \text{ Ом}$.

2. Складаємо розрахункову схему двополюсника в режимі холостого ходу (рис.2.88) і визначаємо його напругу холостого ходу.

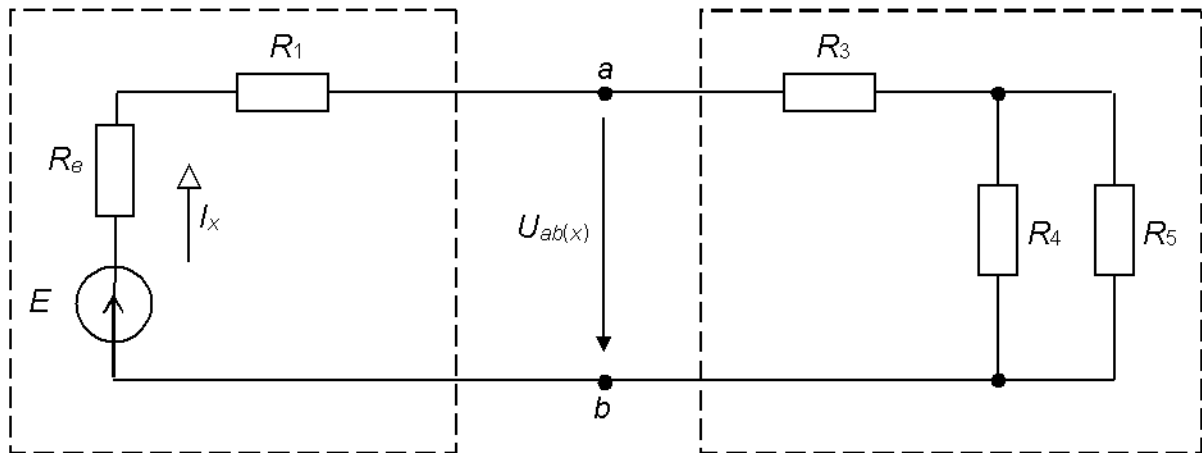


Рис.2.88

Визначаємо еквівалентні опори ділянок двополюсника:

$$R_{45} = \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5};$$

$$R_{45} = \frac{20 \cdot 30}{20 + 30} = 12 \text{ Ом};$$

$$R_{345} = R_3 + R_{45};$$

$$R_{345} = 3 + 12 = 15 \text{ Ом}.$$

Внаслідок цього еквівалента розрахункова схема двополюсника в режимі холостого ходу буде мати вигляд, наведений на рис.2.89.

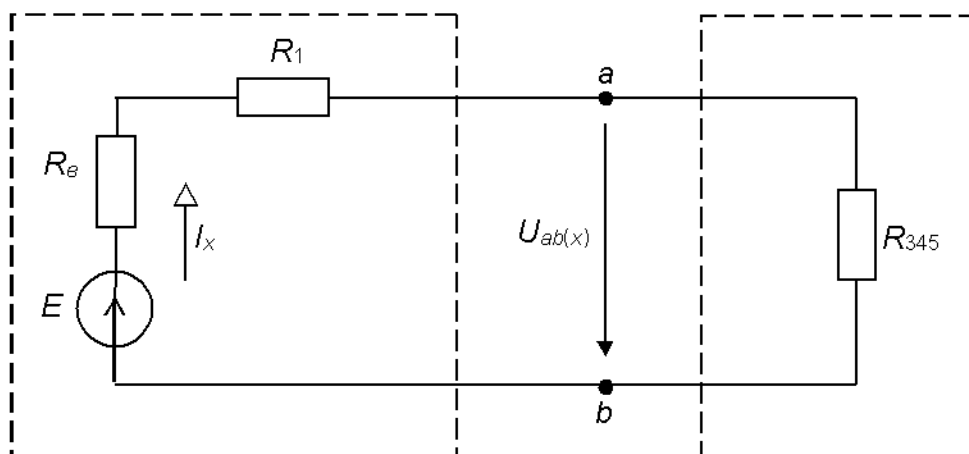


Рис.2.89

На підставі розрахункової схеми на рис.2.89 знаходимо:

$$I_x = \frac{E}{R_e + R_1 + R_{345}};$$

$$I_x = \frac{450}{1+4+15} = 22,5 \text{ A};$$

$$U_{ab(x)} = E - (R_e + R_1) \cdot I_x;$$

$$U_{ab(x)} = 450 - (1+4) \cdot 22,5 = 337,5 \text{ В}.$$

3. Складаємо розрахункову схему двополюсника в режимі короткого замикання з вилученою е.р.с. (рис.2.90) і визначаємо його вхідний опір щодо електронагрівального пристрою (щодо затискачів *a* і *b*).

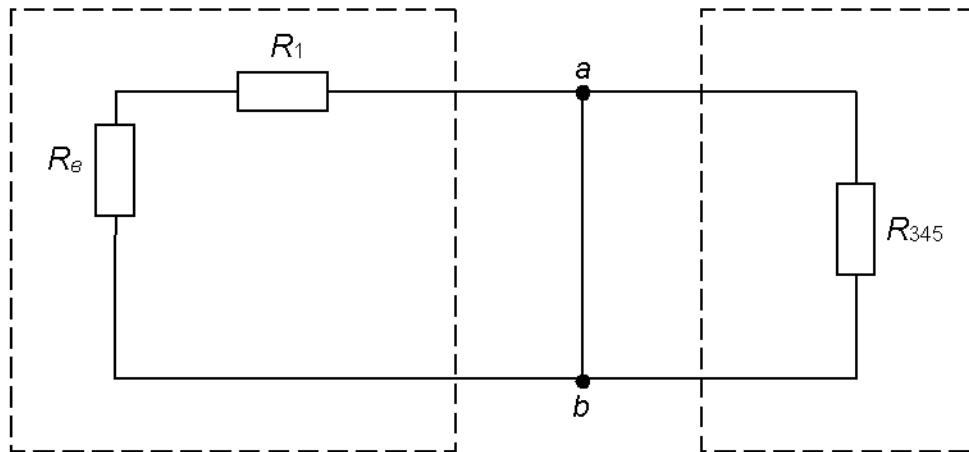


Рис.2.90

$$R_{ex} = \frac{(R_e + R_1) \cdot R_{345}}{R_e + R_1 + R_{345}};$$

$$R_{ex} = \frac{(1+4) \cdot 15}{1+4+15} = 3,75 \text{ Ом}.$$

4. Складаємо розрахункову схему електричного кола, на якій активний двополюсник представляємо еквівалентним генератором (рис.2.91), і визначаємо силу струму у електронагрівальному пристрою.

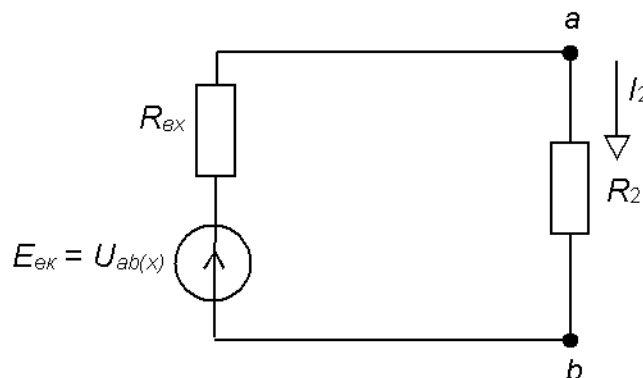


Рис.2.91

$$I_2 = \frac{U_{ab(x)}}{R_{ex} + R_2};$$

$$I_2 = \frac{337,5}{3,75 + 30} = 10 \text{ А}.$$

Приклад 2.20

Вихідні дані такі ж, як і у прикладі 2.16.

Визначити силу струму I_3 за методом активного двополюсника (еквівалентного генератора).

Розв'язок.

1. Складаємо розрахункову схему електричного кола, на якій виділяємо частину кола щодо вітки зі струмом I_3 прямокутником із двома вивідними затискачами (двополюсником) (рис.2.92).

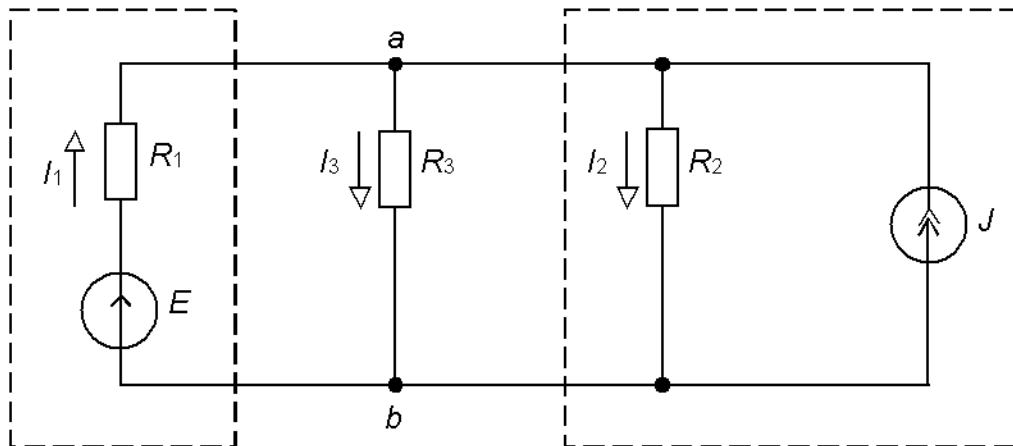


Рис.2.92

Для цієї схеми відомо: $E = 252 \text{ В}$, $R_1 = 3 \text{ Ом}$, $R_2 = 6 \text{ Ом}$, $R_3 = 12 \text{ Ом}$, $J = 7 \text{ А}$.

2. Перетворюємо на розрахунковій схемі паралельно з'єднані J та R_2 у послідовно з'єднані E_J та R_2 і отримуємо еквівалентну розрахункову схему кола (рис.2.93).

$$E_J = R_2 \cdot J;$$

$$E_J = 6 \cdot 7 = 42 \text{ В}.$$

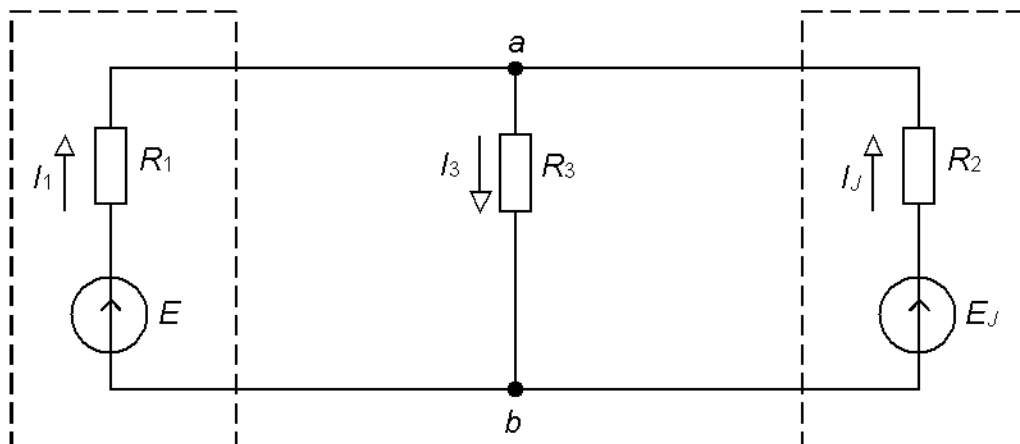


Рис.2.93

3. Складаємо розрахункову схему двополюсника в режимі холостого ходу (рис.2.94) і визначаємо його напругу холостого ходу.

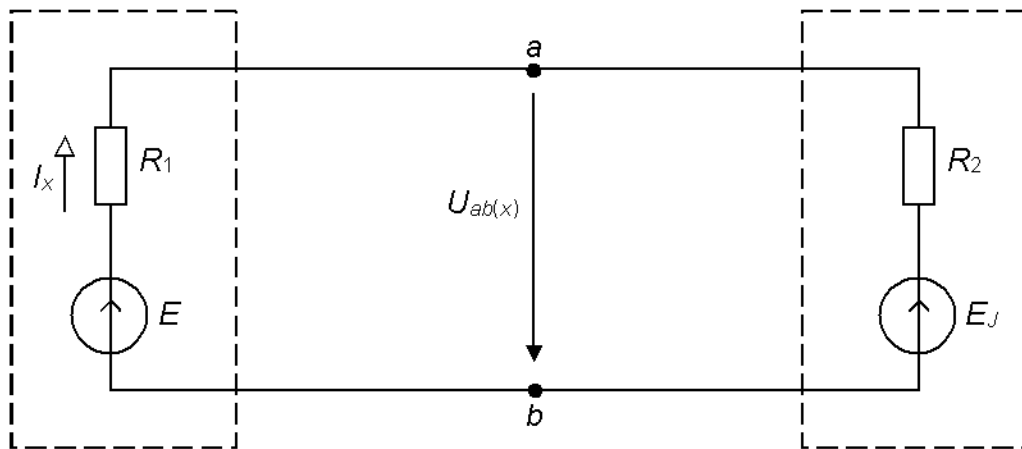


Рис.2.94

$$I_x = \frac{E - E_J}{R_1 + R_2};$$

$$I_x = \frac{252 - 42}{3 + 6} = 23,33 \text{ A};$$

$$U_{ab(x)} = E - R_1 I_x;$$

$$U_{ab(x)} = 252 - 3 \cdot 23,33 = 182 \text{ В}.$$

4. Складаємо розрахункову схему двополюсника в режимі короткого замикання з вилученими е.р.с. (рис.2.95) і визначаємо його вхідний опір щодо вітки зі струмом I_3 (щодо затискачів а і b).

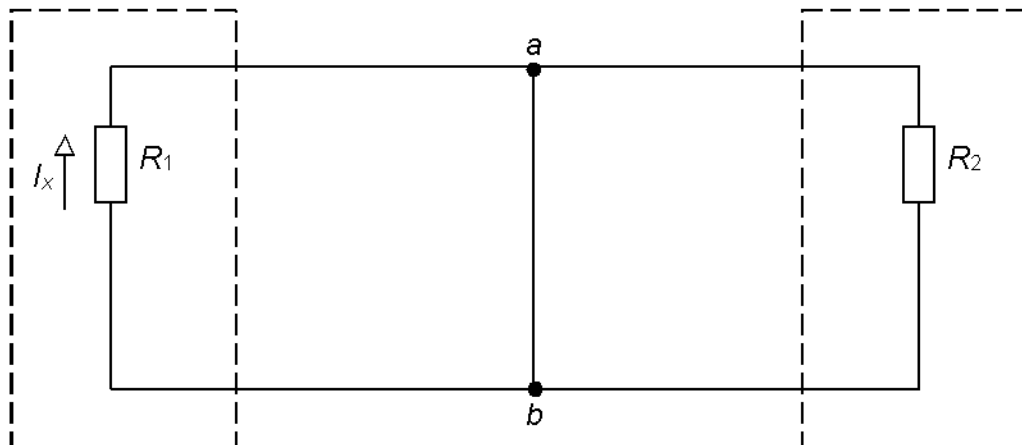


Рис.2.95

$$R_{\text{вх}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2};$$

$$R_{\text{вх}} = \frac{3 \cdot 6}{3 + 6} = 2 \text{ Ом}.$$

5. Складаємо розрахункову схему електричного кола, на якій активний двополюсник представляємо еквівалентним генератором (рис.2.96), і визначаємо силу струму I_3 .

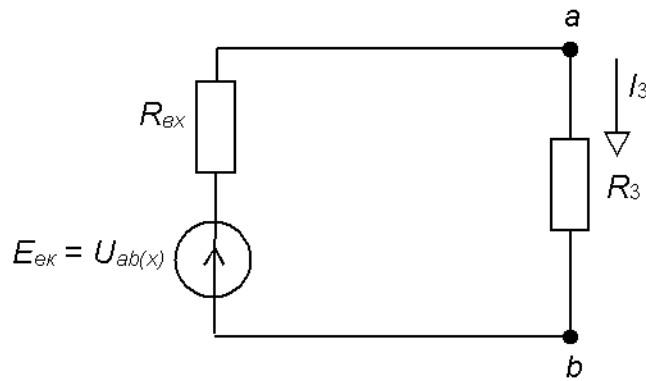


Рис.2.96

$$I_x = \frac{U_{ab(x)}}{R_{ex} + R_3};$$

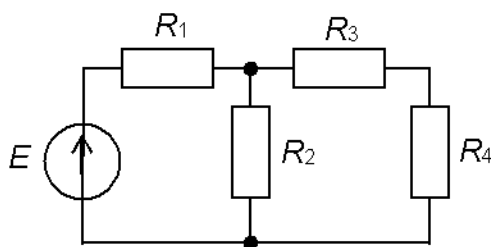
$$I_3 = \frac{182}{2+12} = 13 \text{ A.}$$

Заяпитання для самоконтролю

1. Що таке двополюсник? Як його позначають на розрахунковій схемі кола?
2. Який двополюсник називається активним? Як його позначають на розрахунковій схемі кола?
3. Який двополюсник називається пасивним? Як його позначають на розрахунковій схемі кола?
4. Для чого застосовують метод активного двополюсника (еквівалентного генератора)?
5. Як можна замінити активний двополюсник по відношенню до вітки, у якій необхідно визначити силу струму?
6. Як визначити розрахунковим шляхом е.р.с. еквівалентного генератора?
7. Як визначити експериментальним шляхом е.р.с. еквівалентного генератора?
8. Як визначити розрахунковим шляхом вхідний опір еквівалентного генератора по відношенню до вітки, у якій необхідно визначити силу струму?
9. Як визначити експериментальним шляхом вхідний опір еквівалентного генератора по відношенню до вітки, у якій необхідно визначити силу струму?
10. Наведіть послідовність розрахунку сили струму у вітці розгалуженого електричного кола за методом активного двополюсника (еквівалентного генератора).

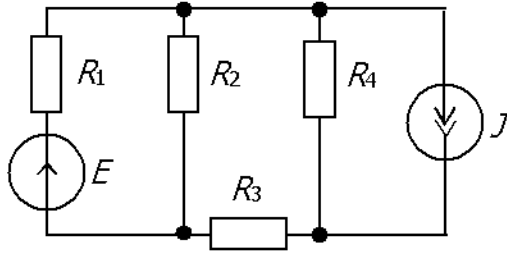
Завдання для самоконтролю

1. Для розрахункової схеми електричного кола, наведеної на рисунку відомо, що $E = 240 \text{ В}$, $R_1 = 5 \text{ Ом}$, $R_2 = 4 \text{ Ом}$, $R_3 = 2 \text{ Ом}$, $R_4 = 3 \text{ Ом}$.



На розрахунковій схемі показати струми кола та визначити силу струму у R_2 за допомогою методу активного двополюсника (еквівалентного генератора), а потім найбільш зручним методом визначити сили струмів у інших елементах (розрахунок сил струмів перевірити шляхом складання балансу потужностей кола).

2. Для розрахункової схеми електричного кола, наведеної на рисунку, відомо, що $E = 300 \text{ В}$, $R_1 = 10 \text{ Ом}$, $R_2 = 15 \text{ Ом}$, $R_3 = 5 \text{ Ом}$, $R_4 = 25 \text{ Ом}$, $J = 7,2 \text{ А}$.



На розрахунковій схемі показати струми кола та визначити силу струму у R_2 за допомогою методу активного дво-полюсника (еквівалентного генератора), а потім найбільш зручним методом визначити сили струмів у інших елементах (розрахунок сил струмів перевірити шляхом складання балансу потужностей кола).

2.11 Принцип взаємності

У деяких випадках дослідження розгалужених кіл, які мають у своєму складі тільки одне джерело електричної енергії, необхідно визначити силу струму, напругу і потужність тільки в одній вітці. В цьому разі для спрощення розрахунку можна застосувати принцип взаємності. Розглянемо його суть на прикладі розрахункової схеми, наведеної на рис.2.97. Вона має два вузли і три вітки. У першу вітку включено е.р.с. E і опір R_1 , у другу вітку – опір R_2 , у третю вітку – опір R_3 .

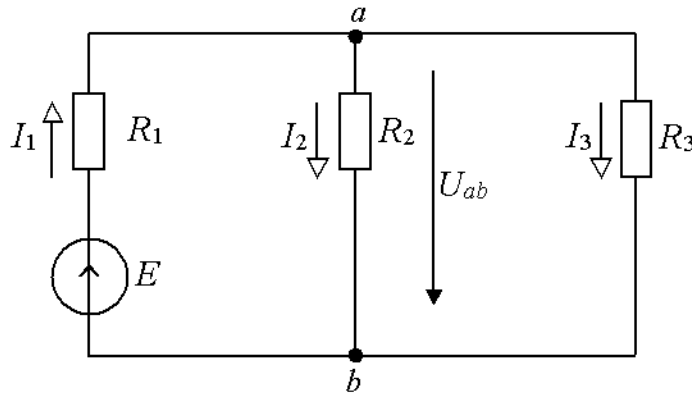


Рис.2.97

Нехай відомі електрорушійна сила та опори, а необхідно визначити силу струму I_3 .

На підставі даної розрахункової схеми (рис.2.97) запишемо:

$$I_1 = \frac{E}{R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}} = E \cdot \frac{1}{R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}} = E \cdot \frac{R_2 + R_3}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3} \quad (2.196)$$

Уведемо позначення:

$$g_{11} = \frac{R_2 + R_3}{R_1 \cdot R_2 + R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_3}, \quad (2.197)$$

де g_{11} – вхідна провідність першої вітки, См.

З урахуванням (2.197) перепишемо (2.196) у такому вигляді:

$$I_1 = E \cdot g_{11}. \quad (2.198)$$

З (2.198) випливає:

$$g_{11} = \frac{I_1}{E}. \quad (2.199)$$

Таким чином, **вхідна провідність** вітки розгалуженого електричного кола – це фізична величина, яка чисельно дорівнює відношенню сили струму у цій вітці до е.р.с. у ній за умови відсутності інших е.р.с. у колі.

На підставі розрахункової схеми, наведеної на рис.2.97, запишемо:

$$I_3 = \frac{U_{ab}}{R_3} = \frac{R_{23} \cdot I_1}{R_3} = \frac{\frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} \cdot I_1}{R_3} = \frac{R_2}{R_2 + R_3} \cdot I_1. \quad (2.200)$$

Після підстановки (2.196) у (2.200) та перетворень отримуємо:

$$I_3 = E \cdot \frac{R_2}{R_1 \cdot R_2 + R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_3}. \quad (2.201)$$

Уведемо позначення:

$$g_{31} = \frac{R_2}{R_1 \cdot R_2 + R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_3}, \quad (2.202)$$

де g_{31} – взаємна провідність третьої і першої віток, См.

Перепишемо (2.201) з урахуванням (2.202) у такому вигляді:

$$I_3 = E \cdot g_{31}. \quad (2.203)$$

З (2.203) випливає:

$$g_{31} = \frac{I_3}{E}. \quad (2.204)$$

Таким чином, **взаємна провідність** двох віток розгалуженого електричного кола – це фізична величина, яка чисельно дорівнює відношенню сили струму у одній вітці до е.р.с. у іншій вітці за умови відсутності інших е.р.с. у колі.

Перенесемо е.р.с. E з першої вітки у третю, внаслідок чого отримаємо розрахункову схему, наведену на рис.2.98.

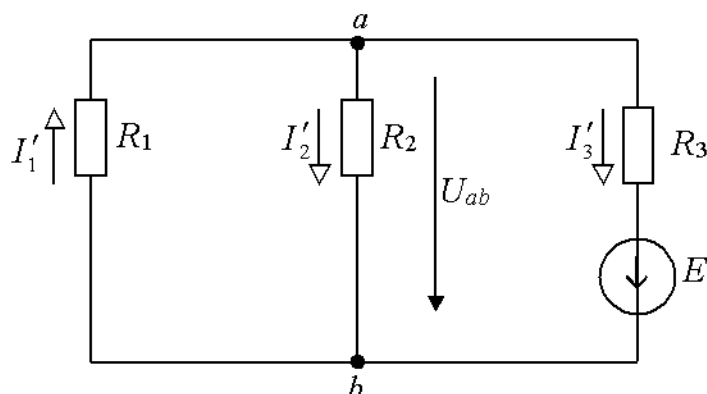


Рис.2.98

Нехай відомі електрорушійна сила та опори, а необхідно визначити силу струму I'_1 . На підставі даної розрахункової схеми (рис.2.98) запишемо:

$$I'_3 = \frac{E}{R_3 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}} = E \cdot \frac{1}{R_3 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}} = E \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3} \quad (2.205)$$

Уведемо позначення:

$$g_{33} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2 + R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_3}, \quad (2.206)$$

де g_{33} – вхідна провідність третьої вітки, См.

З урахуванням (2.206) перепишемо (2.205) у такому вигляді:

$$I_1 = E \cdot g_{11}. \quad (2.207)$$

На підставі розрахункової схеми, наведеної на рис.2.98, запишемо:

$$I'_1 = \frac{U_{ab}}{R_1} = \frac{R_{13} \cdot I'_3}{R_1} = \frac{\frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3} \cdot I'_3}{R_1} = \frac{R_3}{R_1 + R_3} \cdot I'_3. \quad (2.208)$$

Після підстановки (2.205) у (2.208) та перетворень отримуємо:

$$I'_1 = E \cdot \frac{R_2}{R_1 \cdot R_2 + R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_3}. \quad (2.209)$$

Уведемо позначення:

$$g_{13} = \frac{R_2}{R_1 \cdot R_2 + R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_3}, \quad (2.210)$$

де g_{31} – взаємна провідність першої і третьої віток, См.

Перепишемо (2.209) з урахуванням (2.210) у такому вигляді:

$$I'_1 = E \cdot g_{13}. \quad (2.211)$$

Порівнюючи (2.202) з (2.210) бачимо, що $g_{31} = g_{13}$, а порівнюючи (2.203) з (2.211) бачимо, що $I_3 = I'_1$. З цього випливає: якщо електрорушійну силу E , яка діє у першій вітці розгалуженого кола і викликає струм I_3 у третій вітці цього кола, перенести у третю вітку, то у першій вітці виникне такий самий струм, який протікав у третій вітці. У цьому полягає **принцип взаємності**: якщо у розгалуженому електричному колі з одним джерелом електроенергії у вітці k діє е.р.с. E , яка викликає електричний струм I у вітці n , то в разі перенесення е.р.с. E у вітку n у вітці k виникне такий самий струм I .

Даний принцип застосовують, як правило, для розрахунку сили струму у одній з віток розгалуженого кола. Особливо зручним він є у випадку, коли у вітці діє тільки ідеальне джерело е.р.с. та у мостових схемах.

Послідовність розрахунку сили струму у вітці розгалуженого електричного кола із застосуванням принципу взаємності наступна:

- 1) складають розрахункову схему електричного кола;
- 2) на складеній розрахунковій схемі виконують перенесення е.р.с. у вітку, де необхідно визначити силу струму;
- 3) за допомогою еквівалентних перетворень (або іншого методу розрахунку) визначають необхідну силу струму.

Приклад 2.21

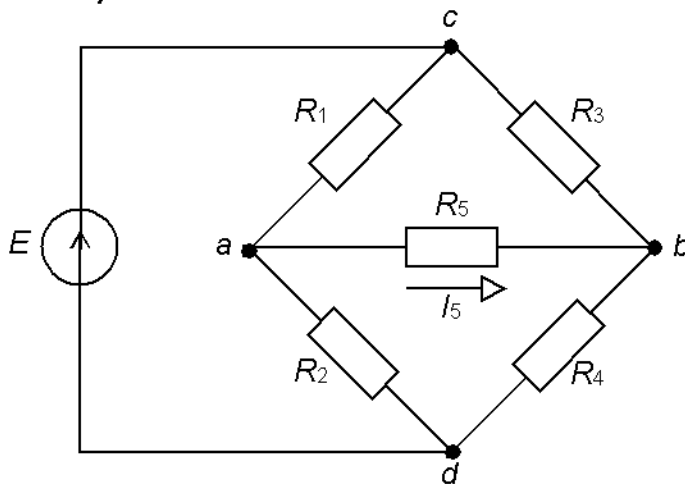


Рис.2.99

Для електричного кола, розрахункова схема якого наведена на рис.2.99, відомо:

$$\begin{aligned} E &= 300 \text{ В}, \\ R_1 &= 3 \text{ Ом}, \\ R_2 &= 6 \text{ Ом}, \\ R_3 &= 10 \text{ Ом}, \\ R_4 &= 15 \text{ Ом}, \\ R_5 &= 2 \text{ Ом}. \end{aligned}$$

Визначити силу струму I_5 , застосовуючи принцип взаємності.

Розв'язок.

1. На розрахунковій схемі електричного кола, наведеній на рис.2.99, здійснюємо перенесення е.р.с. E у вітку з опором R_5 , застосовуючи принцип взаємності (рис.2.100).

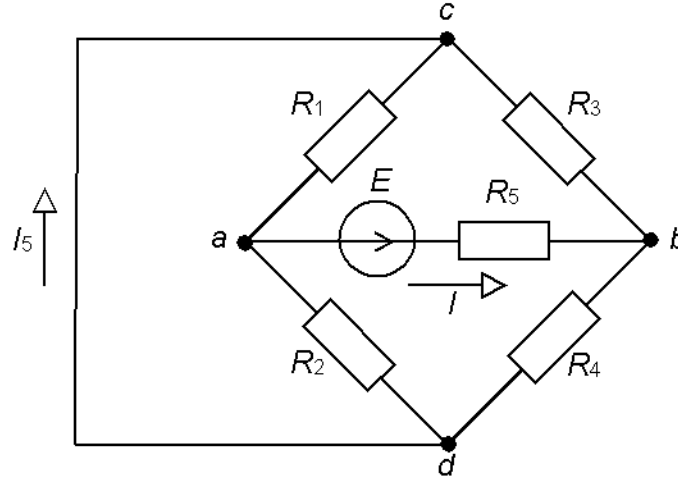


Рис.2.100

2. Представляємо розрахункову схему, отриману в п.1 (рис.2.100), в іншому вигляді (рис.2.101).

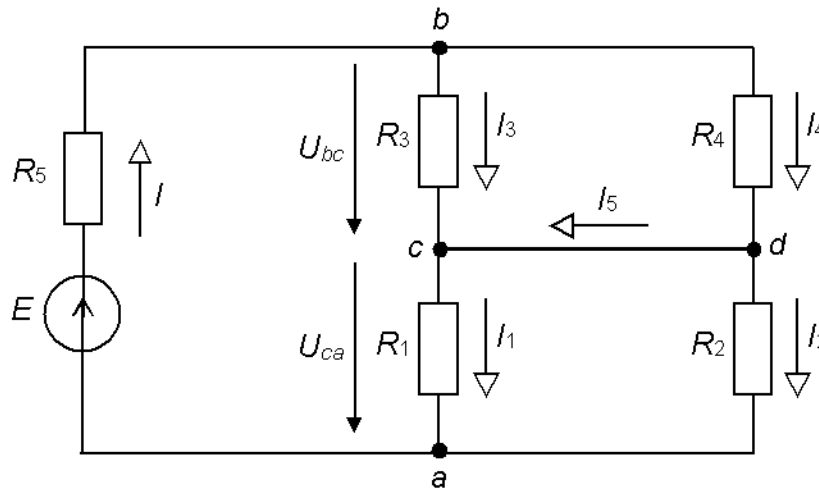


Рис.2.101

3. Визначаємо еквівалентні опори ділянки між вузлами a і c , b і c , внаслідок чого отримуємо нову еквівалентну розрахункову схему кола (рис.2.102).

$$R_{12} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2};$$

$$R_{12} = \frac{3 \cdot 6}{3 + 6} = 2 \text{ Ом};$$

$$R_{34} = \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4};$$

$$R_{34} = \frac{10 \cdot 15}{10 + 15} = 6 \text{ Ом}.$$

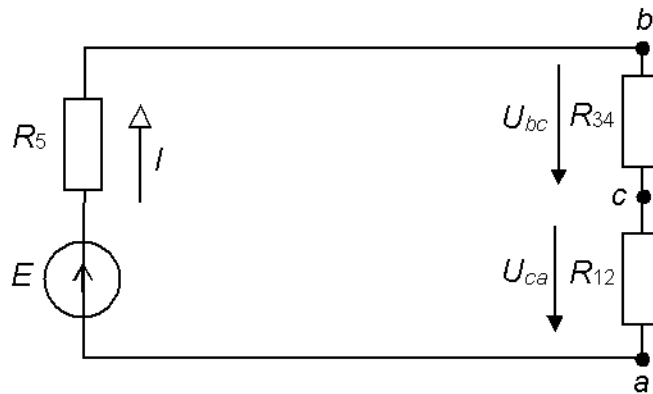


Рис.2.102

4. Визначаємо силу струму, користуючись розрахунковою схемою на рис.2.102:

$$I = \frac{E}{R_5 + R_{12} + R_{34}}; \quad I = \frac{300}{2 + 2 + 6} = 30 \text{ A.}$$

5. Визначаємо напруги на ділянках кола між вузлами а і b, користуючись розрахунковою схемою на рис.2.102:

$$U_{ca} = R_{12} \cdot I; \quad U_{ca} = 2 \cdot 30 = 60 \text{ B};$$

$$U_{bc} = R_{34} \cdot I; \quad U_{bc} = 6 \cdot 30 = 180 \text{ B}.$$

6. Визначаємо сили струмів у опорах R_1 і R_3 , користуючись розрахунковою схемою на рис.2.101:

$$I_1 = \frac{U_{ca}}{R_1}; \quad I_1 = \frac{60}{3} = 20 \text{ A};$$

$$I_3 = \frac{U_{bc}}{R_3}; \quad I_3 = \frac{180}{10} = 18 \text{ A}.$$

7. Визначаємо силу струму I_5 , користуючись розрахунковою схемою на рис.2.101:

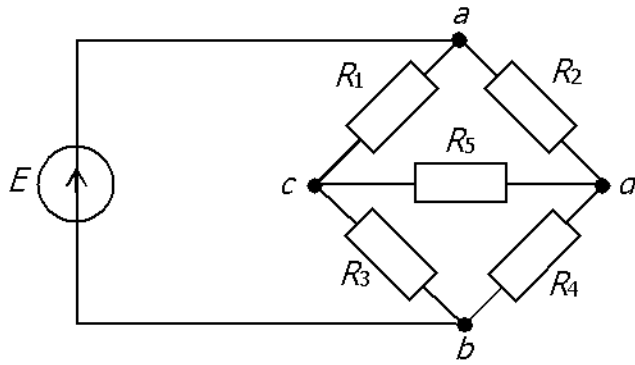
$$I_5 = I_1 - I_3; \quad I_5 = 20 - 18 = 12 \text{ A}.$$

Запитання для самоконтролю

1. Дайте визначення вхідній провідності вітки розгалуженого електричного кола.
2. Дайте визначення взаємній провідності двох віток розгалуженого електричного кола.
3. У чому полягає принцип взаємності та коли його застосовують?
4. Наведіть послідовність розрахунку сили струму у вітці розгалуженого електричного кола з однією е.р.с., застосовуючи принцип взаємності.

Завдання для самоконтролю

1. Для електричного кола, розрахункова схема якого наведена нижче, відомо: $E = 600 \text{ B}$, $R_1 = 6 \text{ Ом}$, $R_2 = 20 \text{ Ом}$, $R_3 = 12 \text{ Ом}$, $R_4 = 30 \text{ Ом}$, $R_5 = 4 \text{ Ом}$.



Визначити силу струму у опорі R_5 , застосовуючи принцип взаємності.

2.12 Принцип компенсації

Розглянемо розрахункову схему електричного кола, наведену на рис.2.103. Частина цього кола замінена активним двополосником А і виділена одна з віток кола, у якій протікає струм I крізь опір R .

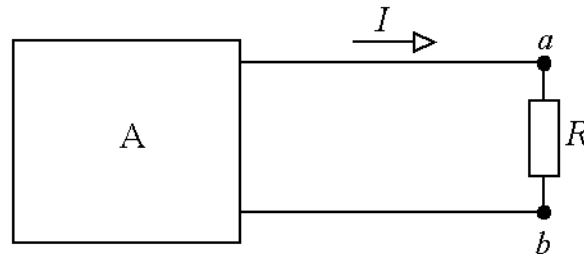


Рис.2.103

Виразимо для неї потенціал точки b через потенціал точки a :

$$\varphi_b = \varphi_a - R \cdot I . \quad (2.212)$$

Включимо у дану вітку дві однакові е.р.с., протилежні за напрямками (рис.2.104), від чого сила струму I у вітці не зміниться. Нехай кожна з цих е.р.с. буде дорівнювати добутку опору вітки на силу струму, який у ній протікає, тобто $E = R \cdot I$.

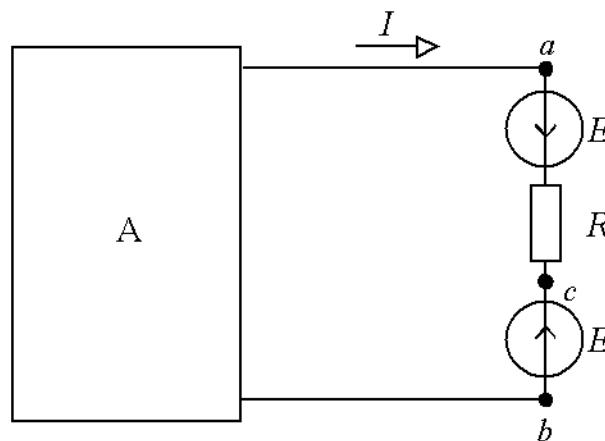


Рис.2.104

Виразимо для неї потенціал точки c через потенціал точки a :

$$\varphi_c = \varphi_a + E - R \cdot I = \varphi_a + R \cdot I - R \cdot I = \varphi_a. \quad (2.213)$$

Через те, що потенціали точок a і c однакові, елементи між цими точками можна виключити з розрахункової схеми на рис.2.104. При цьому сила струму I у вітці не зміниться. Внаслідок даного виключення отримаємо розрахункову схему, наведену на рис.2.105.

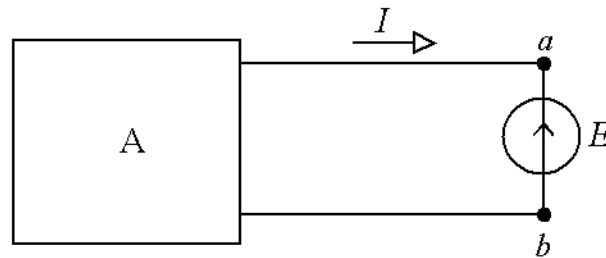


Рис.2.105

Виразимо для неї потенціал точки b через потенціал точки a :

$$\varphi_b = \varphi_a - E = \varphi_a - R \cdot I. \quad (2.214)$$

Порівнюючи (2.212) з (2.214), бачимо, що вони однакові. Це означає, що і сили струмів у виділених вітках розрахункових схем, зображених на рис.2.103 і рис.2.105, однакові, а відповідно ці схеми є еквівалентними. Звідси випливає **принцип компенсації**: в електричному колі струми не зміняться, якщо будь-який опір замінити на ідеальне джерело е.р.с., у якого е.р.с. чисельно дорівнює спаданню напруги на даному опорі і спрямована зустрічно струму у ньому.

Якщо замість опору R розрахункової схеми на рис.2.103 включити джерело струму J , у якого J дорівнює I та співпадає за напрямом з I , то отримаємо еквівалентну розрахункову схему, наведену на рис.2.106, через те, що сила струму у вітці не змінилась. Звідси випливає інше формулювання **принципу компенсації**: в електричному колі струми не зміняться, якщо будь-який опір замінити на ідеальне джерело струму, струм якого чисельно дорівнює струму у цьому опорі і спрямований в один бік із ним.

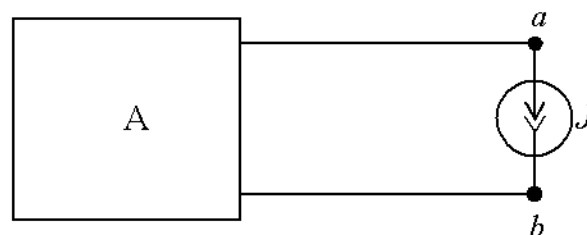


Рис.2.106

У разі зміни якогось з параметрів кола на рис.2.105 і рис.2.106 відбудеться зміна струму у виділеній вітці кола, а відповідно і зміна E та J . Тому такі джерела е.р.с. та струму називають *залежними*.

Приклад 2.22

До затискачів реального джерела е.р.с. за допомогою ідеальної лінії електропередачі приєднані два паралельно включених навантаження. Відомо, що опір другого навантаження дорівнює **20 Ом**. У вітку з другим навантаженням включений амперметр, який показав **5 А**.

Скласти розрахункову схему кола, на якій відобразити фізичні явища у другому навантаженні за допомогою спочатку джерела е.р.с., а потім джерела струму застосувавши принцип компенсації.

Розв'язок.

1. Складаємо вихідну розрахункову схему електричного кола, на якій позначаємо: E – е.р.с. джерела, R_e – внутрішній опір джерела, R_1 – опір першого навантаження, R_2 – опір другого навантаження, I_2 – сила струму у другому навантаженні, виміряна амперметром, (рис.2.107).

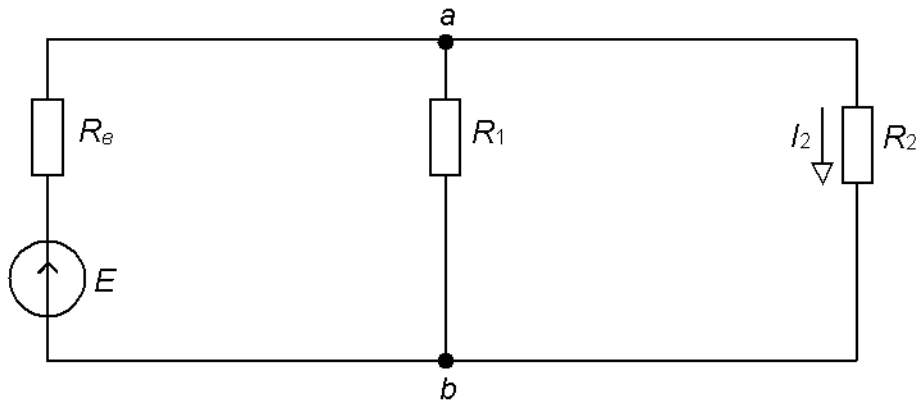


Рис.2.107

Для цієї схеми відомо: $R_2 = 20 \text{ Ом}$, $I_2 = 5 \text{ А}$.

2. Відображаємо фізичні явища у другому навантаженні за допомогою ідеального джерела е.р.с., застосувавши принцип компенсації (рис.2.108).

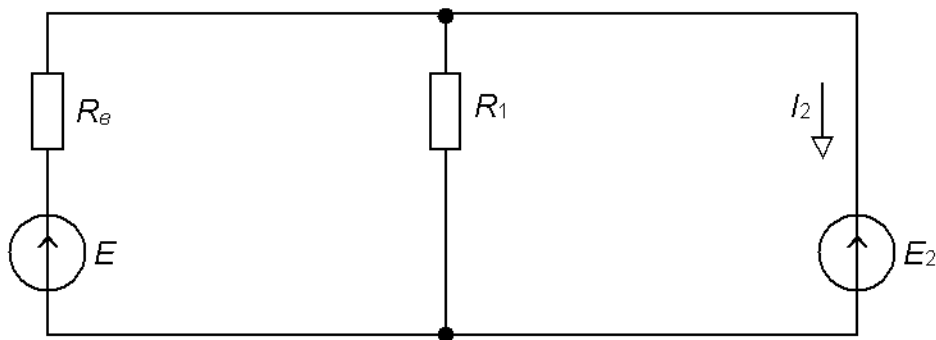


Рис.2.108

$$E_2 = R_2 \cdot I_2; \quad E_2 = 20 \cdot 5 = 100 \text{ В.}$$

3. Відображаємо фізичні явища у другому навантаженні за допомогою ідеального джерела струму, застосувавши принцип компенсації (рис.2.109).

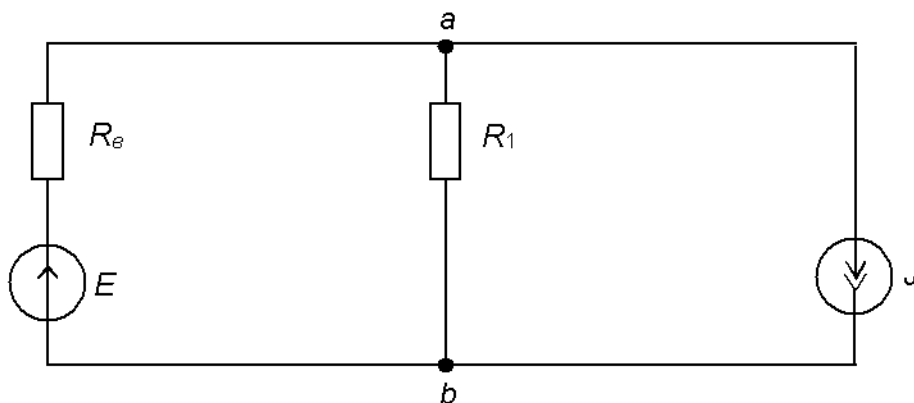


Рис.2.109

$$J = I_2; \quad J = 5 \text{ A.}$$

Запитання для самоконтролю

1. Як на розрахунковій схемі кола замінити опір на джерело е.р.с., застосовуючи принцип компенсації?
2. Як на розрахунковій схемі кола замінити опір на джерело струму, застосовуючи принцип компенсації?
3. Які джерела електричної енергії називаються залежними?

Завдання для самоконтролю

1. До затискачів реального джерела е.р.с. за допомогою ідеальної лінії електропередачі приєднані три паралельно включених навантаження. Відомо, що опір третього навантаження дорівнює **25 Ом**. У вітку з третім навантаженням включений амперметр, який показав **2 А**.

Скласти розрахункову схему кола, на якій відобразити фізичні явища у третьому навантаженні за допомогою спочатку джерела е.р.с., а потім джерела струму застосувавши принцип компенсації.

2.13 Принцип варіації

Розглянемо розрахункову схему електричного кола, наведену на рис.2.110. Частина цього кола, яка містить е.р.с., замінена активним двополюсником А. До затискачів двополюсника приєднана одна з віток кола, у якій крізь опір R протікає електричний струм I .

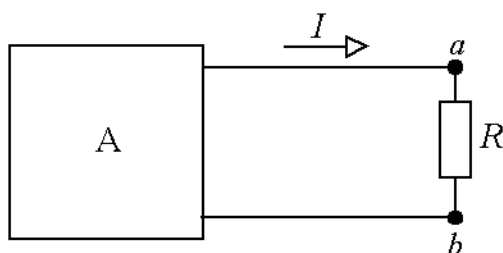


Рис.2.110

Виразимо для неї потенціал точки b через потенціал точки a :

$$\varphi_b = \varphi_a - R \cdot I . \quad (2.215)$$

Нехай опір цієї вітки змінився на ΔR , а е.р.с. двополосника не змінились. Зміна опору призвела до зміни сили струму у вітці на ΔI (якщо ΔR додатне, то ΔI від'ємне, і навпаки). Розрахункова схема для цього випадку показана на рис.2.111.

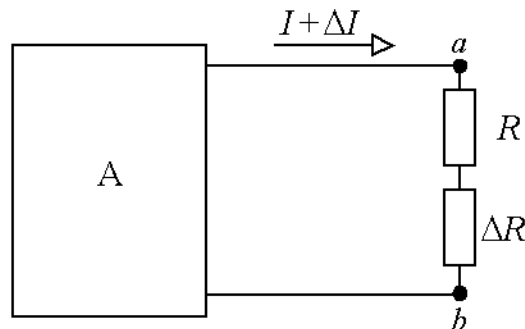


Рис.2.111

Включимо у цю вітку дві однакові е.р.с., протилежні за напрямками (рис.2.112), від чого сила струму I у вітці не зміниться. Нехай кожна з цих е.р.с. буде дорівнювати добутку зміни опору вітки на силу струму, який у ній протікав до зміни опору, тобто $E_1 = E_2 = \Delta R \cdot I$.

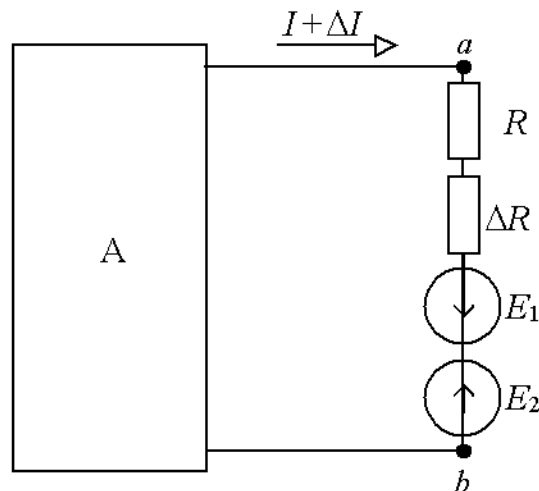


Рис.2.112

Якщо до зміни струму у вітці призвели не зміни е.р.с. двополосника, то можна їх виключити зі схеми (зробивши двополосник пасивним) і припустити, що одна з включених у вітку е.р.с. викликає струм I , а інша – зміну струму ΔI . Розглянемо дію кожної з цих е.р.с. окремо, щоб встановити, яка з них викликає зміну струму ΔI .

Спочатку зобразимо розрахункову схему, залишивши на ній тільки е.р.с. E_1 та припустивши, що під її дією протікає електричний струм I . Дана розрахункова схема наведена на рис.2.113.

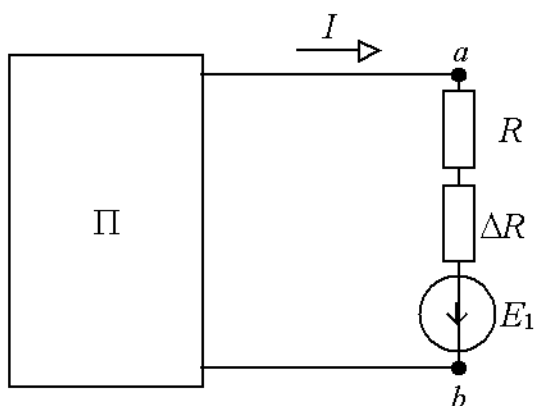


Рис.2.113

Виразимо для неї потенціал точки b через потенціал точки a :

$$\varphi_b = \varphi_a - R \cdot I - \Delta R \cdot I + E_1 = \varphi_a - R \cdot I. \quad (2.216)$$

З порівняння (2.215) і (2.216) випливає, що вони однакові, тому розрахункові схеми на рис.2.110 і рис.2.113 є еквівалентними, а отже е.р.с. E_1 викликає струм I . Це означає, що зміну струму ΔI викликає е.р.с. E_2 . Розрахункова схема для цього випадку наведена на рис.2.114.

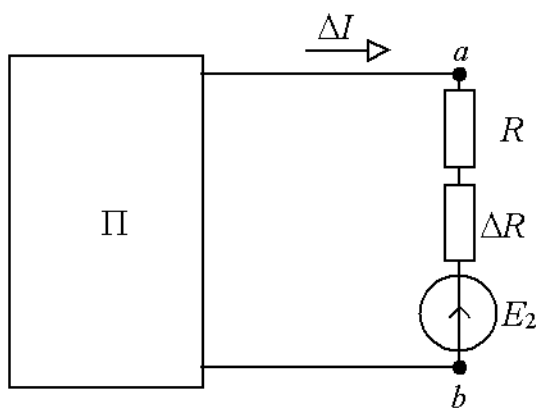


Рис.2.114

З розрахункової схеми на рис.2.114 випливає **принцип варіації**: якщо у вітці електричного кола протікає струм I , то у разі зміни опору вітки на ΔR відбудеться зміна цього струму на ΔI (знаки ΔR і ΔI протилежні); зміна струму ΔI обумовлена дією е.р.с., яка спрямована зустрічно струму I та дорівнює $\Delta R \cdot I$ (за умови виключення інших джерел з кола). Застосування цього принципу є доцільним у випадках, коли відомі струми кола до зміни його опорів.

Послідовність розрахунку сили струму у вітці розгалуженого електричного кола із застосуванням принципу варіації наступна:

- 1) складають розрахункову схему електричного кола;
- 2) на складеній розрахунковій схемі видаляють усі джерела;
- 3) у вітці, де відбулась зміна опору ΔR , вводять е.р.с., яка спрямована протилежно струму I , який протікав до цієї зміни ($E = \Delta R \cdot I$);
- 4) у вітці, де відбулась зміна опору, зустрічно уведеній е.р.с. E показують тільки зміну струму ΔI , яка виникла внаслідок зміни опору;
- 5) за допомогою еквівалентних перетворень (або іншого методу розрахунку) визначають спочатку зміну струму, а потім необхідну силу струму.

Приклад 2.23

До затискачів джерела за допомогою ідеальної лінії електропередачі приєднані два паралельно включених навантаження. Відомо, що внутрішній опір джерела дорівнює **1 Ом**, опір першого навантаження дорівнює **20 Ом**, опір другого навантаження дорівнює **25 Ом**. У вітку з другим навантаженням включений амперметр, який показав **4,52 А**, опір амперметра дорівнює **0,05 Ом**.

Визначити дійсну силу струму у другому навантаженні, застосовуючи принцип варіації.

Розв'язок.

1. Складаємо розрахункову схему електричного кола, на якій позначаємо: E – е.р.с. джерела, R_e – внутрішній опір джерела, R_1 – опір першого навантаження, R_2 – опір другого навантаження, R_{PA} – опір амперметра, I_{PA} – показання амперметра, I_2 – дійсна сила струму у другому навантаженні, ΔI_{PA} – зменшення дійсної сили струму у другому навантаженні за рахунок наявності опору амперметра (рис.2.115).

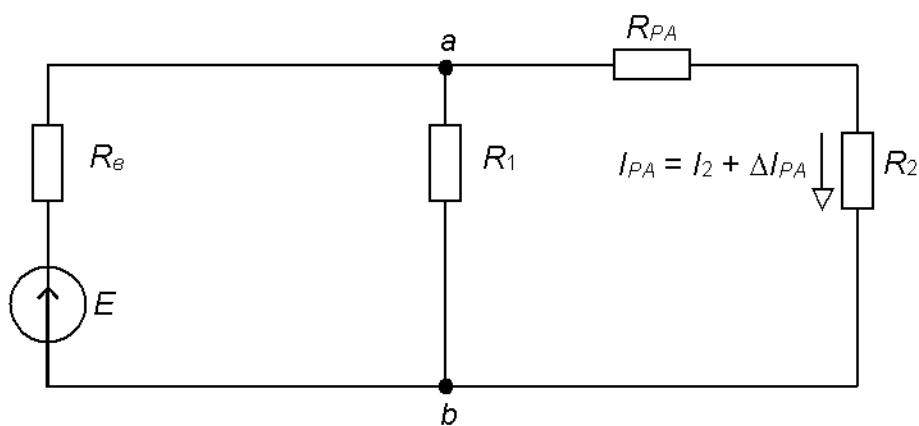


Рис.2.115

Для цієї схеми відомо: $R_e = 1 \text{ Ом}$, $R_1 = 20 \text{ Ом}$, $R_2 = 25 \text{ Ом}$, $R_{PA} = 0,05 \text{ Ом}$, $I_{PA} = 4,52 \text{ А}$.

2. Для визначення зменшення дійсної сили струму у другому навантаженні за рахунок наявності опору амперметра (ΔI_{PA}) виключаємо з кола е.р.с. E і вводимо у вітку з другим навантаженням е.р.с. E_2 , яка спрямована протилежно струму I_2 (рис.2.116).

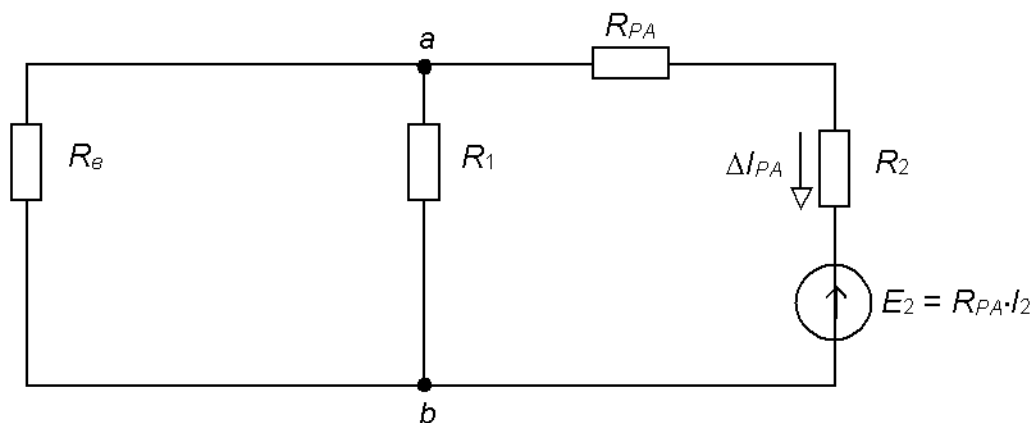


Рис.2.116

3. Визначаємо еквівалентний опір кола на рис.2.116:

$$R_e = R_{PA} + R_2 + \frac{R_e \cdot R_1}{R_e + R_1}; \quad R_e = 0,05 + 25 + \frac{1 \cdot 20}{1 + 20} = 26 \text{ Ом}.$$

4. Записуємо вираз зменшення дійсної сили струму у другому навантаженні кола на рис.2.116 за рахунок наявності опору амперметра (ΔI_{PA}):

$$\Delta I_{PA} = \frac{-E_2}{R_e} = \frac{-R_{PA} \cdot I_2}{R_e}.$$

5. Визначаємо дійсну силу струму у другому навантаженні кола на рис.2.115:

$$I_{PA} = I_2 + \Delta I_{PA} = I_2 - \frac{R_{PA}}{R_e} \cdot I_2 = I_2 \cdot \left(1 - \frac{R_{PA}}{R_e}\right); \quad \text{звідки отримуємо:}$$

$$I_2 = \frac{I_{PA}}{1 - \frac{R_{PA}}{R_e}}; \quad I_2 = \frac{4,52}{1 - \frac{0,05}{26}} = 4,53 \text{ A}.$$

Розглянемо розрахункову схему електричного кола, наведену на рис.2.117. Вважаємо, що для наведеного кола відомі усі опори, а відповідно і входні та взаємні провідності віток. Частина цього кола, у якій діють одне або декілька джерел, замінена прямокутником А. У колі виділені дві вітки з опорами R_1 та R_2 , у яких протікають електричні струми відповідно I_1 та I_2 .

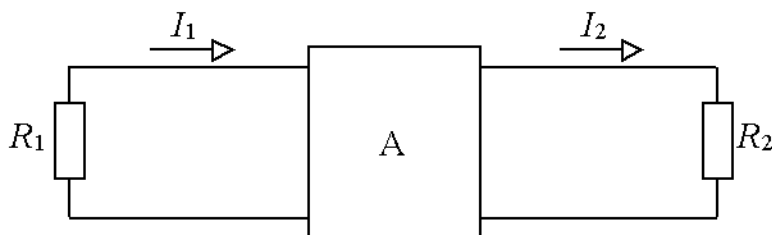


Рис.2.117

Нехай опір R_2 змінився на ΔR , що обумовило зміну струму I_1 на ΔI_1 та зміну струму I_2 на ΔI_2 . Розрахункова схема для даного випадку наведена на рис.2.118.

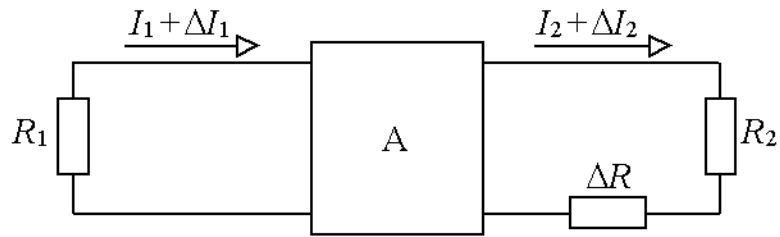


Рис.2.118

Згідно принципу компенсації виконуємо заміну ΔR на електрорушійну силу $E = \Delta R \cdot (I_2 + \Delta I_2)$, яка спрямована зустрічно струму $I_2 + \Delta I_2$. Внаслідок цього розрахункова схема буде мати вигляд, наведений на рис.2.119.

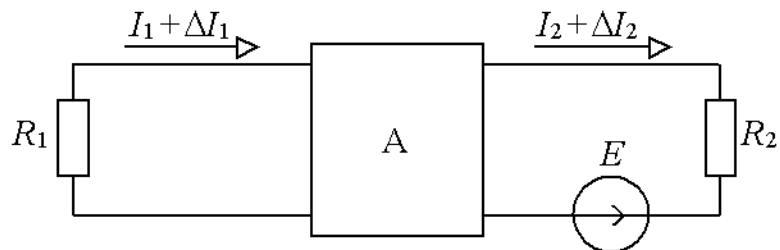


Рис.2.119

Порівнюючи розрахункові схеми на рис.2.118 і рис.2.119 можна дійти висновку: якщо зміни струмів ΔI_1 та ΔI_2 у колі на рис.2.118 обумовлені наявністю зміни опору ΔR , то такі ж зміни струмів ΔI_1 та ΔI_2 у колі на рис.2.119 обумовлені наявністю е.р.с. E . Тоді на підставі принципу суперпозиції (накладання) можна з частини кола, окресленої прямокутником, вилючити усі джерела і отримати розрахункову схему, наведену на рис.2.120.

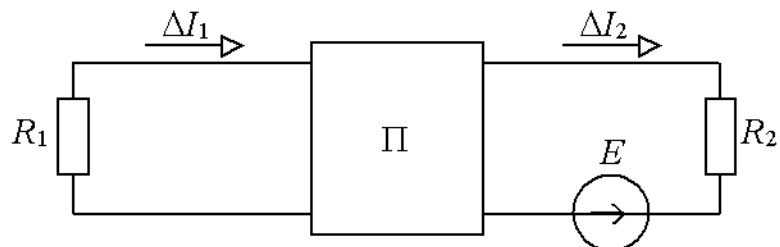


Рис.2.120

Схема з'єднання опорів та їх значення у частині кола, окресленої прямокутником, залишились незмінними. Відповідно входні та взаємні провідності віток теж залишились незмінними, тому згідно розрахунковій схемі на рис.2.120 взаємна провідність першої та другої віток буде дорівнювати:

$$g_{12} = \frac{\Delta I_1}{-E} = \frac{\Delta I_1}{-\Delta R \cdot (I_2 + \Delta I_2)}; \quad (2.217)$$

вхідна провідність другої вітки буде дорівнювати:

$$g_{22} = \frac{\Delta I_2}{-E} = \frac{\Delta I_2}{-\Delta R \cdot (I_2 + \Delta I_2)}. \quad (2.218)$$

Знак «-» перед е.р.с. E у (2.217) і (2.218) відображає те, що вона спрямована зустрічно змінам струмів ΔI_1 та ΔI_2 (рис.2.120).

З (2.218) отримуємо:

$$\Delta I_2 = -\frac{g_{22} \cdot \Delta R}{1 + g_{22} \cdot \Delta R} \cdot I_2. \quad (2.219)$$

Після підстановки (2.219) у (2.217) та перетворень отримуємо:

$$\Delta I_1 = -\frac{g_{12} \cdot \Delta R}{1 + g_{22} \cdot \Delta R} \cdot I_2. \quad (2.220)$$

Отримані вирази (2.219) і (2.220) дозволяють визначити зміни струмів у двох вітках розгалуженого електричного кола (у вітках 1 і 2) при зміні опору однієї з них (вітки 2).

Приклад 2.24

Для розрахункової схеми, наведеної на рис.2.118, відомо наступне: взаємна провідність першої та другої віток $g_{12} = 0,5 \text{ См}$, вхідна провідність другої вітки $g_{22} = 0,3 \text{ См}$, сили струмів у вітках дорівнюють $I_1 = 10 \text{ А}$, $I_2 = 4 \text{ А}$. Під час роботи кола опір другої вітки зменшився на 2 Ом ,

Визначити сили струмів у вітках після зменшення опору, застосовуючи принцип варіації.

Розв'язок.

1. Визначаємо зміни струмів у вітках за (2.220) і (2.219):

$$\Delta I_1 = -\frac{0,5 \cdot (-2)}{1 + 0,3 \cdot (-2)} = 2,5 \text{ А}; \quad \Delta I_2 = -\frac{0,3 \cdot (-2)}{1 + 0,3 \cdot (-2)} = 1,5 \text{ А}.$$

2. Визначаємо сили струмів у вітках після зменшення опору:

$$I'_1 = I_1 + \Delta I_1; \quad I'_1 = 10 + 2,5 = 12,5 \text{ А};$$

$$I'_2 = I_2 + \Delta I_2;$$

$$I'_2 = 4 + 1,5 = 5,5 \text{ А.}$$

Запитання для самоконтролю

1. У чому полягає принцип варіації та коли його застосовують?
2. Наведіть послідовність розрахунку сили струму у вітці розгалуженого електричного кола, застосовуючи принцип варіації.
3. Наведіть та поясніть вирази для розрахунку зміни струмів у двох вітках розгалуженого електричного кола при зміні опору однієї з них.

Завдання для самоконтролю

1. До затискачів джерела за допомогою ідеальної лінії електропередачі приєднані два паралельно включених навантаження. Відомо, що внутрішній опір джерела дорівнює **1 Ом**, опір першого навантаження дорівнює **20 Ом**, опір другого навантаження дорівнює **25 Ом**. У вітку з другим навантаженням включений амперметр, який показав **5,36 А**, опір амперметра дорівнює **0,08 Ом**. Визначити дійсну силу струму у другому навантаженні, застосовуючи принцип варіації.
2. Для розрахункової схеми, наведеної на рис.2.118, відомо наступне: взаємна провідність першої та другої віток $g_{12} = 0,8 \text{ См}$, вхідна провідність другої вітки $g_{22} = 0,4 \text{ См}$, сили струмів у вітках дорівнюють $I_1 = 20 \text{ А}$, $I_2 = 12 \text{ А}$. Під час роботи кола опір другої вітки збільшився на **4 Ом**. Визначити сили струмів у вітках після збільшення опору, застосовуючи принцип варіації.

2.14 Принцип лінійності

Розглянемо розрахункову схему електричного кола, наведену на рис.2.121. Воно має чотири вітки, два вузли і три джерела е.р.с.

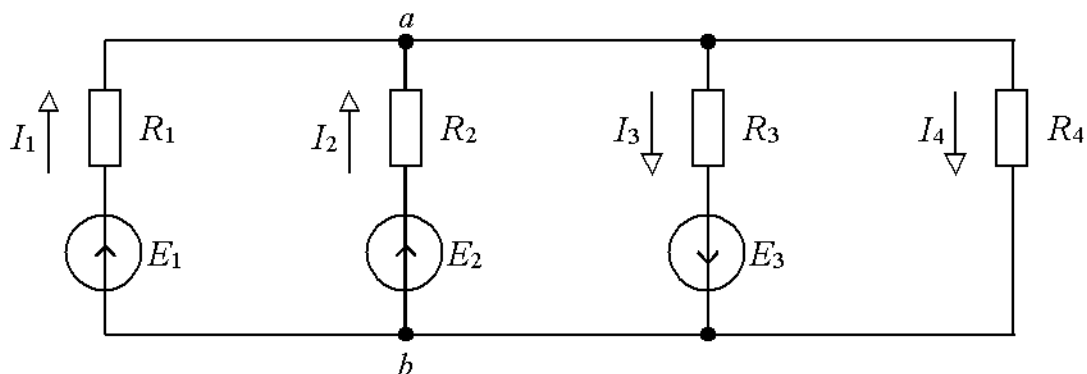


Рис.2.121

Встановимо взаємозв'язок між силами струмів двох віток у випадку зміни однієї з е.р.с. кола, для чого застосуємо принцип суперпозиції (накладання) і розглянемо складові струмів кола від дії кожної е.р.с. окремо.

При дії е.р.с. E_1 розрахункова схема на рис.2.121 буде мати вигляд, наведений на рис.2.122.

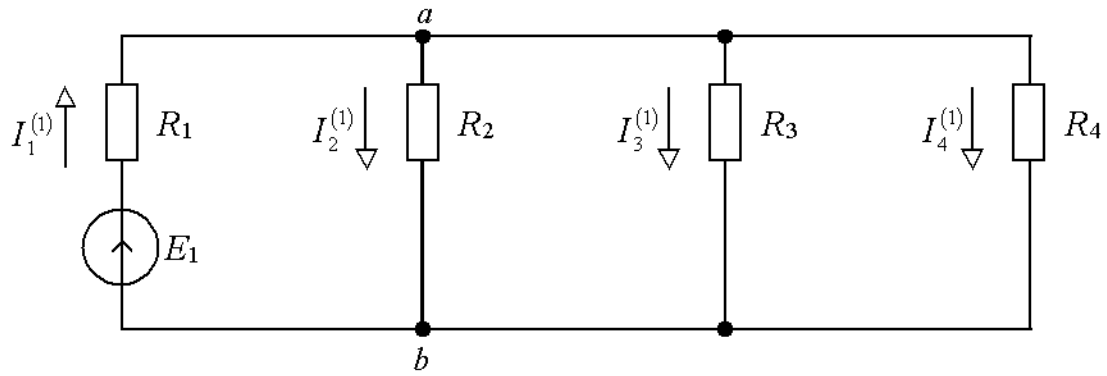


Рис.2.122

При дії е.р.с. E_2 розрахункова схема на рис.2.121 буде мати вигляд, наведений на рис.2.123.

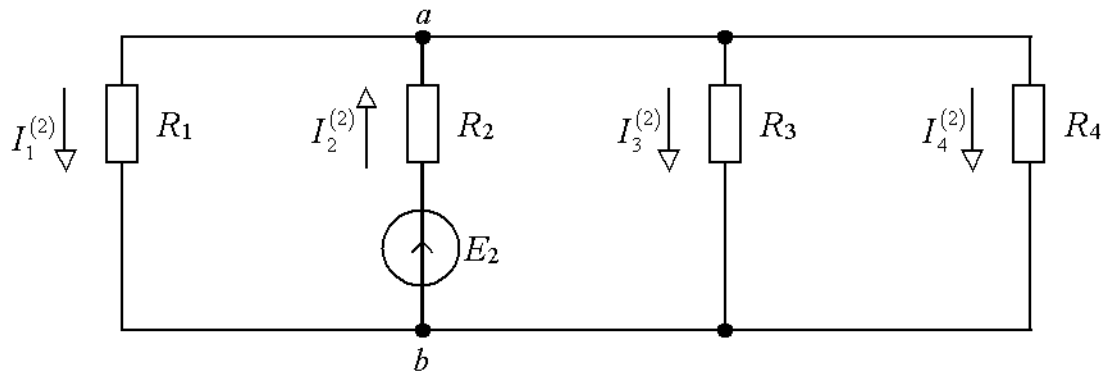


Рис.2.123

При дії е.р.с. E_3 розрахункова схема на рис.2.121 буде мати вигляд, наведений на рис.2.124.

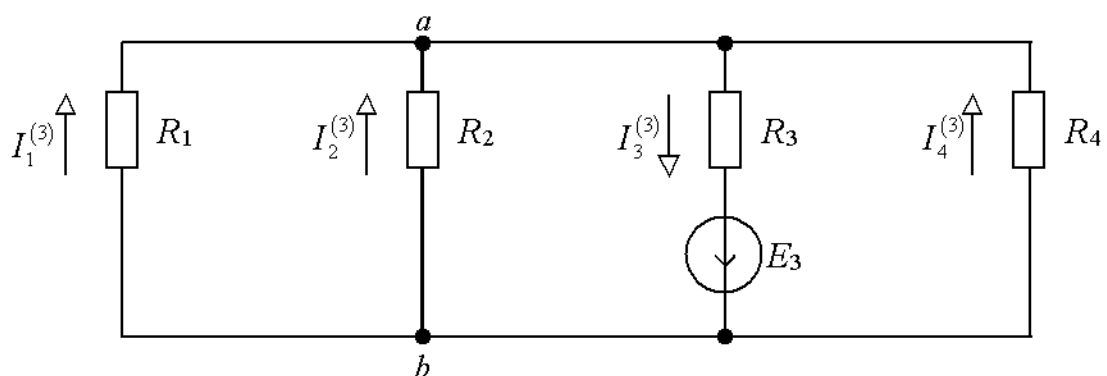


Рис.2.124

На підставі розрахункових схем, наведених на рис.2.121 – 2.124, і принципу суперпозиції (накладання) для струму I_1 запишемо:

$$I_1 = I_1^{(1)} - I_1^{(2)} + I_1^{(3)}. \quad (2.221)$$

Для розрахункової схеми, наведеної на рис.2.122, запишемо вираз вхідної провідності першої вітки:

$$g_{11} = \frac{I_1^{(1)}}{E_1}, \quad (2.222)$$

звідки

$$I_1^{(1)} = g_{11}E_1. \quad (2.223)$$

Для розрахункової схеми, наведеної на рис.2.123, запишемо вираз взаємної провідності першої та другої віток:

$$g_{12} = \frac{I_1^{(2)}}{E_2}, \quad (2.224)$$

звідки

$$I_1^{(2)} = g_{12}E_2. \quad (2.225)$$

Для розрахункової схеми, наведеної на рис.2.124, запишемо вираз взаємної провідності першої та третьої віток:

$$g_{13} = \frac{I_1^{(3)}}{E_3}, \quad (2.226)$$

звідки

$$I_1^{(3)} = g_{13}E_3. \quad (2.227)$$

Підставивши (2.223), (2.225) і (2.227) у (2.221), отримуємо:

$$I_1 = g_{11}E_1 - g_{12}E_2 + g_{13}E_3. \quad (2.228)$$

На підставі розрахункових схем, наведених на рис.2.122 – 2.124, і принципу суперпозиції (накладання) для струму I_2 запишемо:

$$I_2 = -I_2^{(1)} + I_2^{(2)} + I_2^{(3)}. \quad (2.229)$$

Для розрахункової схеми, наведеної на рис.2.122, запишемо вираз взаємної провідності другої та першої віток:

$$g_{21} = \frac{I_2^{(1)}}{E_1}, \quad (2.230)$$

звідки

$$I_2^{(1)} = g_{21}E_1. \quad (2.231)$$

Для розрахункової схеми, наведеної на рис.2.123, запишемо вираз вхідної провідності другої вітки:

$$g_{22} = \frac{I_2^{(2)}}{E_2}, \quad (2.232)$$

звідки

$$I_2^{(2)} = g_{22}E_2. \quad (2.233)$$

Для розрахункової схеми, наведеної на рис.2.124, запишемо вираз взаємної провідності другої та третьої вітки:

$$g_{23} = \frac{I_2^{(3)}}{E_3}, \quad (2.234)$$

звідки

$$I_2^{(3)} = g_{23}E_3. \quad (2.235)$$

Підставивши (2.231), (2.233) і (2.235) у (2.229), отримуємо:

$$I_2 = -g_{21}E_1 + g_{22}E_2 + g_{23}E_3. \quad (2.236)$$

Нехай при роботі кола змінюється е.р.с. E_3 , а інші е.р.с. залишаються незмінними, тобто $E_1 = \text{const}$, $E_2 = \text{const}$, $E_3 = \text{var}$.

Виразимо E_3 з (2.236):

$$E_3 = \frac{I_2 + g_{21}E_1 - g_{22}E_2}{g_{23}}. \quad (2.237)$$

Підставивши (2.237) у (2.228), після перетворень отримуємо:

$$I_1 = \frac{E_1(g_{11} \cdot g_{23} + g_{21} \cdot g_{13}) - E_2(g_{12} \cdot g_{23} + g_{22} \cdot g_{13})}{g_{23}} + \frac{g_{13}}{g_{23}} \cdot I_2. \quad (2.238)$$

Уводимо позначення:

$$a_1 = \frac{E_1(g_{11} \cdot g_{23} + g_{21} \cdot g_{13}) - E_2(g_{12} \cdot g_{23} + g_{22} \cdot g_{13})}{g_{23}}; \quad (2.239)$$

$$b_1 = \frac{g_{13}}{g_{23}}. \quad (2.240)$$

$$a_1 = \text{const}, b_1 = \text{const}; [a_1] = A, [b_1] = A.$$

Коефіцієнти a_1 і b_1 можуть бути як додатними, так і від'ємними, а у деяких випадках якийсь з них може дорівнювати нулю. Вони визначаються розрахунковим або експериментальним шляхом.

З урахуванням (2.239) і (2.240) переписуємо (2.238) так:

$$I_1 = a_1 + b_1 \cdot I_2. \quad (2.241)$$

Отримана залежність (2.241) між силами струмів I_1 та I_2 має лінійний характер. Вона відображає взаємозв'язок між силами струмів двох віток розгалуженого кола при зміні однієї з е.р.с. кола. Залежність між силами струмів I_1 та I_2 при зміні одного з опорів кола буде мати такий самий вигляд; вона отримується аналогічно викладеному, тому що згідно принципу компенсації опір може бути замінений на е.р.с. Таку саму залежність можна отримати і для інших струмів. Таким чином, **принцип лінійності** полягає у тому, що у лінійному розгалуженому електричному колі при зміні в одній з віток е.р.с. або опорі сили струмів будь-яких двох віток пов'язані лінійною залежністю виду $y = a + bx$. Якщо е.р.с. або опори змінюються у двох вітках, то сили струмів будь-яких трьох віток пов'язані лінійною залежністю виду $y = a + bx + cz$ (доводиться аналогічно викладеному вище).

Приклад 2.25

Для розрахункової схеми, наведеної на рис.2.121, відомі сили струми у першій та другій вітці після включення кола та після зміни однієї з е.р.с. кола. Після включення кола сила струму у першій вітці дорівнювала $I_{1(1)} = 15 \text{ A}$, сила струму у другій вітці дорівнювала $I_{2(1)} = 5 \text{ A}$. Після зміни однієї з е.р.с. кола сила струму у першій вітці дорівнювала $I_{1(2)} = 25 \text{ A}$, сила струму у другій вітці дорівнювала $I_{2(2)} = 10 \text{ A}$.

Визначити коефіцієнти взаємозв'язку між струмами I_1 та I_2 , записати у загальному вигляді залежність $I_1 = f(I_2)$ та побудувати її.

Розв'язок.

1. Записуємо залежність $I_1 = f(I_2)$ після включення кола та після зміни однієї з е.р.с. кола:

$$I_{1(1)} = a_1 + b_1 \cdot I_{2(1)} \text{ — після включення кола;}$$

$$I_{1(2)} = a_1 + b_1 \cdot I_{2(2)} \text{ – після зміни однієї з е.р.с. кола.}$$

2. Розв'язуємо спільно залежності з п.1 та знаходимо вирази для розрахунку коефіцієнтів взаємозв'язку між струмами.

Виражаємо з першого рівняння коефіцієнт b_1 :

$$b_1 = \frac{I_{1(1)} - a_1}{I_{2(1)}},$$

та підставляємо його у друге рівняння:

$$\begin{aligned} I_{1(2)} &= a_1 + \frac{I_{1(1)} - a_1}{I_{2(1)}} \cdot I_{2(2)} = \frac{a_1 \cdot I_{2(1)} + I_{1(1)} \cdot I_{2(2)} - a_1 \cdot I_{2(2)}}{I_{2(1)}} = a_1 \cdot \frac{I_{2(1)} - I_{2(2)}}{I_{2(1)}} + I_{1(1)} \cdot \frac{I_{2(2)}}{I_{2(1)}} = \\ &= a_1 \left(1 - \frac{I_{2(2)}}{I_{2(1)}} \right) + I_{1(1)} \cdot \frac{I_{2(2)}}{I_{2(1)}}, \end{aligned}$$

звідки

$$a_1 = \frac{I_{1(2)} - I_{1(1)} \cdot \frac{I_{2(2)}}{I_{2(1)}}}{1 - \frac{I_{2(2)}}{I_{2(1)}}}.$$

3. Підставляємо значення у вирази з п.2 та знаходимо коефіцієнти взаємозв'язку між струмами.

$$a_1 = \frac{25 - 15 \cdot \frac{10}{5}}{1 - \frac{10}{5}} = 5 \text{ А}; \quad b_1 = \frac{15 - 5}{5} = 2.$$

4. Записуємо залежність $I_1 = f(I_2)$ у загальному вигляді.

$$I_1 = 5 + 2 \cdot I_2, \text{ А.}$$

5. Розраховуємо та будуємо залежність $I_1 = f(I_2)$.

Розрахунок ведемо за виразом з п.4. Залежність має лінійний характер, тому розраховуємо дві точки: якщо $I_2 = 0$, то $I_1 = 5 \text{ А}$ (перша точка); якщо $I_2 = 2 \text{ А}$, то $I_1 = 9 \text{ А}$ (друга точка).

За розрахунковими даними двох точок будемо залежність $I_1 = f(I_2)$ у вигляді прямої лінії, яка проходить через ці точки (рис.2.125).

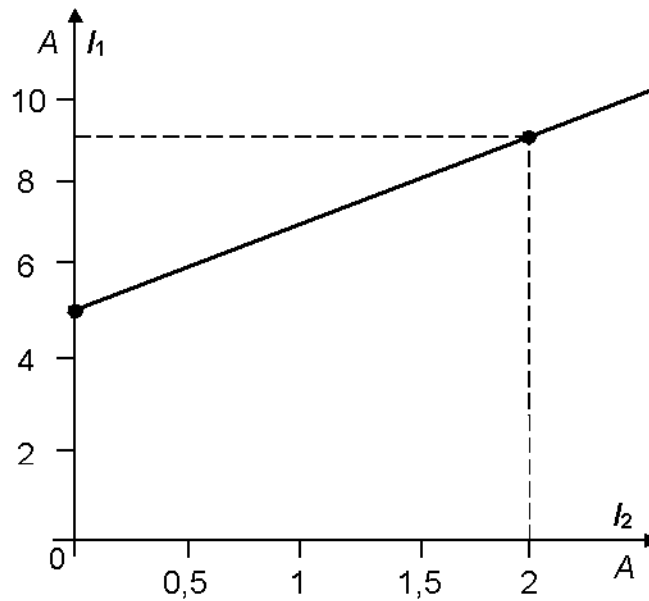


Рис.2.125

Запитання для самоконтролю

1. У чому полягає принцип лінійності?
2. Запишіть та поясніть вираз взаємозв'язку між струмами двох віток лінійного розгалуженого кола при зміні в будь-якій вітці е.р.с. або опору.
3. Запишіть та поясніть вираз взаємозв'язку між струмами трьох віток лінійного розгалуженого кола при зміні в будь-яких двох вітках е.р.с. або опорів.
4. Як експериментально визначити коефіцієнти взаємозв'язку між струмами двох віток лінійного розгалуженого кола при зміні в будь-якій вітці е.р.с. або опору?
5. Як експериментально визначити коефіцієнти взаємозв'язку між струмами трьох віток лінійного розгалуженого кола при зміні в будь-яких двох вітках е.р.с. або опорів?

Завдання для самоконтролю

1. Для розрахункової схеми, наведеної на рис.2.121, відомо наступне: сили струмів у вітках після включення кола дорівнювали $I_{1(1)} = 12 \text{ A}$, $I_{2(1)} = 4 \text{ A}$, а після зміни однієї з е.р.с. кола вони стали дорівнювати $I_{1(2)} = 16 \text{ A}$, $I_{2(2)} = 6 \text{ A}$. Визначити коефіцієнти взаємозв'язку між струмами I_1 та I_2 , записати у загальному вигляді залежність $I_1 = f(I_2)$ та побудувати її.

2.15 Чотириполюсники

2.15.1 Загальні положення

У розгалужених електричних колах існують випадки, коли необхідно визначити силу струму і напругу однієї вітки за відомими силою струму і напругою іншої вітки. Тоді частину кола із двома парами затискачів (до

яких приєднані ці вітки) називають *чотириполосником* і позначають на розрахунковій схемі прямокутником. Напруги і сили струмів віток, які приєднані до його затискачів, пов'язують між собою певними рівняннями, за допомогою яких розраховують шукані силу струму і напругу.

Затискачі чотириполосника, до яких підводиться електрична енергія, називають *вхідними*. Затискачі чотириполосника, до яких приєднується споживач електричної енергії, називають *вихідними*. Відповідно напругу на вхідних затискачах і струм вітки, яка до них приєднана, називають вхідними; напругу на вихідних затискачах і струм вітки, яка до них приєднана, називають вихідними.

Розрахункова схема електричного кола із чотириполосником і приєднаними до нього вітками наведена на рис.2.126.

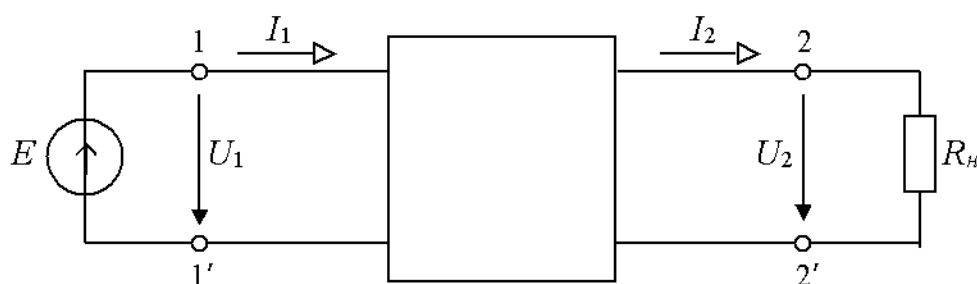


Рис.2.126

На розрахунковій схемі (рис.2.126) позначено: 1, 1' – вхідні затискачі чотириполосника; 2, 2' – вихідні затискачі чотириполосника; U_1 , U_2 – відповідно вхідна і вихідна напруги чотириполосника; I_1 , I_2 – відповідно сили вхідного і вихідного струмів чотириполосника; E – е.р.с. джерела електроенергії; R_n – опір навантаження.

Якщо у чотириполоснику є хоча б одне джерело електроенергії, то його називають *активним* і на розрахункових схемах у прямокутнику, який позначає чотириполосник, ставлять літеру А. При цьому, якщо джерела електроенергії є незалежними, то чотириполосник називають *автономним*, а якщо вони є залежними (керованими), то *неавтономним*.

Якщо у чотириполоснику немає жодного джерела електроенергії (або всі існуючі у ньому джерела скомпенсовані), то його називають *пасивним* і на розрахункових схемах у прямокутнику, який позначає чотириполосник, ставлять літеру П.

2.15.2 Рівняння чотириполосника

Пряма передача електроенергії. Розглянемо електричне коло з пасивним чотириполосником, у якого е.р.с. джерела позначимо E_1 , а опір навантаження згідно принципу компенсації замінимо на е.р.с., яку позначимо E_2 ($E_2 = R_n I_2$) і спрямуємо протилежно струму. Розрахункова схема такого кола має вигляд, наведений на рис.2.127.

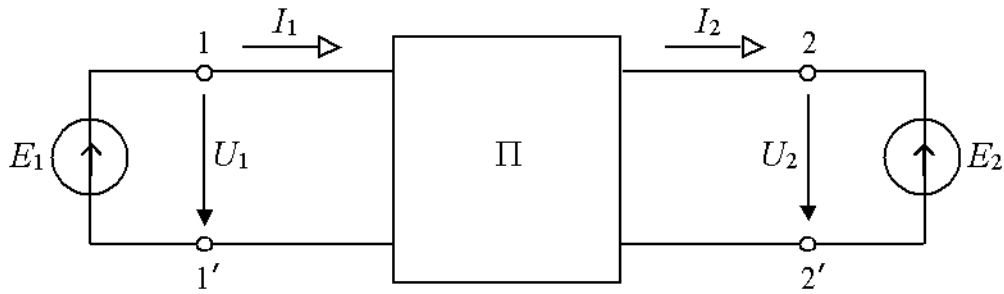


Рис.2.127

Для даної розрахункової схеми (рис.2.127) дійсно наступне:

$$E_1 = U_1; \quad E_2 = U_2. \quad (2.242)$$

Встановимо взаємозв'язок між вхідними і вихідними напругами і струмами електричного кола, розрахункова схема якого наведена на рис.2.127, для чого застосуємо принцип суперпозиції (накладання) і розглянемо складові вхідного і вихідного струмів від дії кожної е.р.с. окремо.

При дії е.р.с. E_1 розрахункова схема з рис.2.127 має вигляд, наведений на рис.2.128.

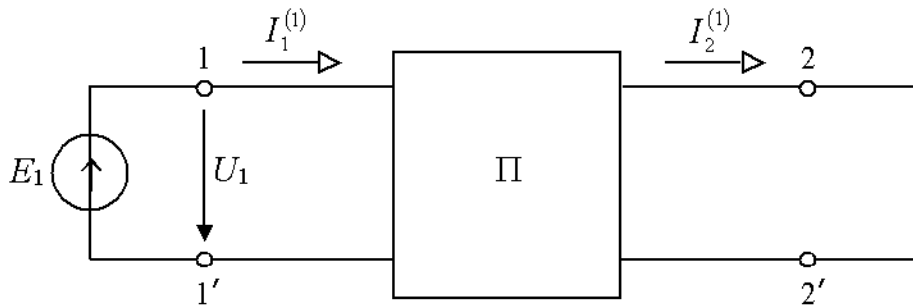


Рис.2.128

Для цієї розрахункової схеми (рис.2.128) запишемо вирази провідностей віток:

$$g_{11} = \frac{I_1^{(1)}}{E_1}; \quad g_{21} = \frac{I_2^{(1)}}{E_1}, \quad (2.243)$$

де g_{11} – вхідна провідність першої вітки, См;

g_{21} – взаємна провідність другої і першої віток, См.

З (2.243) отримуємо складові струми від дії е.р.с. E_1 :

$$I_1^{(1)} = g_{11}E_1; \quad I_2^{(1)} = g_{21}E_1, \quad (2.244)$$

Перепишемо (2.244) з урахуванням (2.242) так:

$$I_1^{(1)} = g_{11}U_1; \quad I_2^{(1)} = g_{21}U_1. \quad (2.245)$$

Внаслідок того, що е.р.с. E_2 через принцип компенсації повинна мати протилежний напрям зі складовими струмів, розрахункова схема з рис.2.127 при дії цієї е.р.с. має вигляд, наведений на рис.2.129.

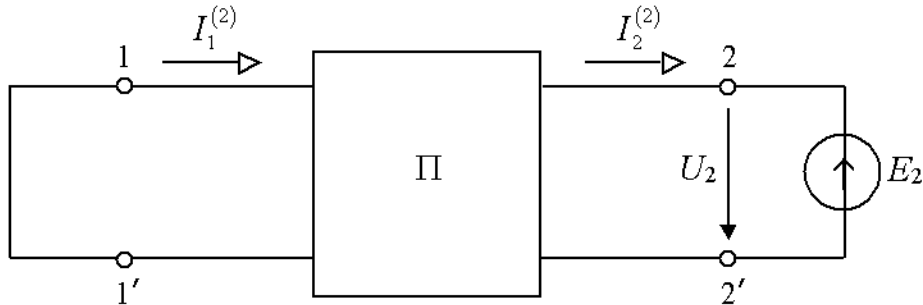


Рис.2.129

Для цієї розрахункової схеми (рис.2.129) запишемо вирази провідностей віток (е.р.с. E_2 спрямована протилежно струмам, тому записуємо її з від'ємним знаком):

$$g_{12} = \frac{I_1^{(2)}}{-E_2}; \quad g_{22} = \frac{I_2^{(2)}}{-E_2}, \quad (2.246)$$

де g_{12} – взаємна провідність першої і другої віток, $См$;
 g_{22} – вхідна провідність другої вітки, $См$.

З (2.246) отримуємо складові струми від дії е.р.с. E_2 :

$$I_1^{(2)} = -g_{12}E_2; \quad I_2^{(2)} = -g_{22}E_2, \quad (2.247)$$

Перепишемо (2.247) з урахуванням (2.242) так:

$$I_1^{(2)} = -g_{12}U_2; \quad I_2^{(2)} = -g_{22}U_2. \quad (2.248)$$

На підставі розрахункових схем, наведених на рис.2.127 – 2.129, і принципу суперпозиції (накладання) для струмів I_1 і I_2 запишемо:

$$I_1 = I_1^{(1)} + I_1^{(2)}; \quad I_2 = I_2^{(1)} + I_2^{(2)}. \quad (2.249)$$

Підставивши (2.245) і (2.248) у (2.249), отримуємо:

$$I_1 = g_{11}U_1 - g_{12}U_2; \quad (2.250)$$

$$I_2 = g_{21}U_1 - g_{22}U_2. \quad (2.251)$$

Рівняння (2.250), (2.251) відображають взаємозв'язок між струмами і напругами чотириполосника за прямої передачі електроенергії, але більш зручними для застосування (особливо коли чотириполосник є передавальною ланкою між джерелом і споживачем) є рівняння, у яких у лівій частині знаходяться вхідні напруга і струм. Отримаємо зазначені рівняння.

Виразимо з (2.251) вхідну напругу:

$$U_1 = \frac{g_{22}}{g_{21}} \cdot U_2 + \frac{1}{g_{21}} \cdot I_2. \quad (2.252)$$

Підставивши (2.252) у (2.250), після перетворень отримуємо:

$$I_1 = \frac{g_{11} \cdot g_{22} - g_{12} \cdot g_{21}}{g_{21}} \cdot U_2 + \frac{g_{11}}{g_{21}} \cdot I_2. \quad (2.253)$$

Уведемо позначення:

$$A = \frac{g_{22}}{g_{21}}; \quad (2.254)$$

$$B = \frac{1}{g_{21}}; \quad (2.255)$$

$$C = \frac{g_{11} \cdot g_{22} - g_{12} \cdot g_{21}}{g_{21}}; \quad (2.256)$$

$$D = \frac{g_{11}}{g_{21}}; \quad (2.257)$$

де A – коефіцієнт чотириполосника;

B – коефіцієнт чотириполосника, Ом;

C – коефіцієнт чотириполосника, См;

D – коефіцієнт чотириполосника.

З урахуванням (2.254) – (2.257) запишемо (2.252) і (2.253) так:

$$U_1 = A \cdot U_2 + B \cdot I_2; \quad (2.258)$$

$$I_1 = C \cdot U_2 + D \cdot I_2. \quad (2.259)$$

Отримані рівняння (2.258), (2.259) відображають взаємозв'язок між вхідними напругою і струмом та вихідними напругою і струмом чотириполосника за прямої передачі електроенергії.

Коефіцієнти чотириполосника пов'язані між собою так:

$$\begin{aligned}
 A \cdot D - B \cdot C &= \frac{g_{22} \cdot g_{11}}{g_{21} \cdot g_{21}} - \frac{1}{g_{21}} \cdot \frac{g_{11} \cdot g_{22} - g_{12} \cdot g_{21}}{g_{21}} = \\
 &= \frac{g_{22} \cdot g_{11} - g_{11} \cdot g_{22} + g_{12} \cdot g_{21}}{g_{21}^2} = \frac{g_{12} \cdot g_{21}}{g_{21}^2} = \frac{g_{12}}{g_{21}}.
 \end{aligned}
 \tag{2.260}$$

Через те, що чотириполосник складається тільки з лінійних елементів (є *лінійним*), то згідно принципу взаємності $g_{12} = g_{21}$, тому

$$A \cdot D - B \cdot C = 1. \tag{2.261}$$

Зворотна передача електроенергії. Розглянемо електричне коло з пасивним чотириполосником, розрахункова схема якого наведена на рис.2.119, змінивши місцями вітки джерела і навантаження. За такої роботи чотириполосника його вхідні і вихідні затискачі міняються місцями (1, 1' – вихідні затискачі; 2, 2' – вхідні затискачі). Внаслідок цього нижні індекси вхідних і вихідних напруги і струму теж відповідно змінюються. Крім того, вхідний і вихідний струми (I'_2 і I'_1) змінюють напрями на протилежні у порівнянні з рис.2.127, тому розрахункова схема має вигляд, наведений на рис.2.130.

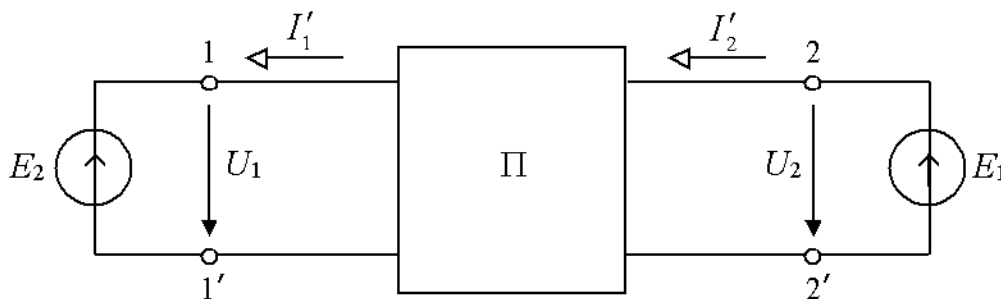


Рис.2.130

Для даної розрахункової схеми (рис.2.130) дійсно наступне:

$$E_1 = U_2; \quad E_2 = U_1. \tag{2.262}$$

Встановимо взаємозв'язок між вхідними і вихідними напругами і струмами електричного кола, розрахункова схема якого наведена на рис.2.130, для чого застосуємо принцип суперпозиції (накладання) і розглянемо складові вхідного і вихідного струмів від дії кожної е.р.с. окремо.

При дії е.р.с. E_1 розрахункова схема з рис.2.130 має вигляд, наведений на рис.2.131.

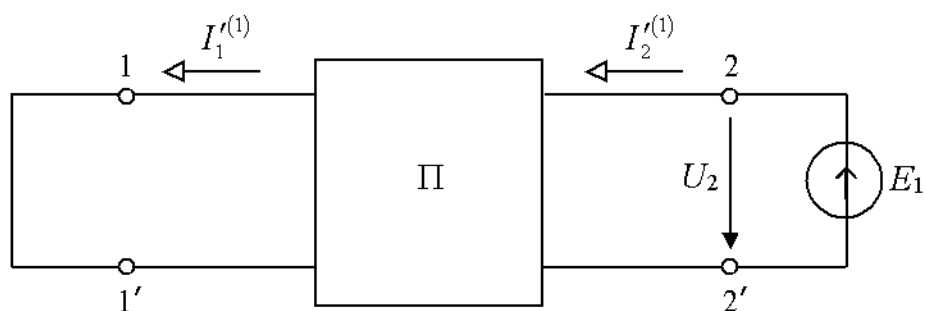


Рис.2.131

Для цієї розрахункової схеми (рис.2.131) запишемо вирази провідностей віток:

$$g_{22} = \frac{I_2'(1)}{E_1}; \quad g_{12} = \frac{I_1'(1)}{E_1}, \quad (2.263)$$

де g_{22} – вхідна провідність другої вітки, См;

g_{12} – взаємна провідність першої і другої віток, См.

З (2.263) отримуємо складові струмів від дії е.р.с. E_1 :

$$I_1'(1) = g_{12}E_1; \quad I_2'(1) = g_{22}E_1, \quad (2.264)$$

Перепишемо (2.264) з урахуванням (2.262) так:

$$I_1'(1) = g_{12}U_2; \quad I_2'(1) = g_{22}U_2. \quad (2.265)$$

Внаслідок того, що е.р.с. E_2 через принцип компенсації повинна мати протилежний напрям зі складовими струмів, розрахункова схема з рис.2.130 при дії цієї е.р.с. має вигляд, наведений на рис.2.132.

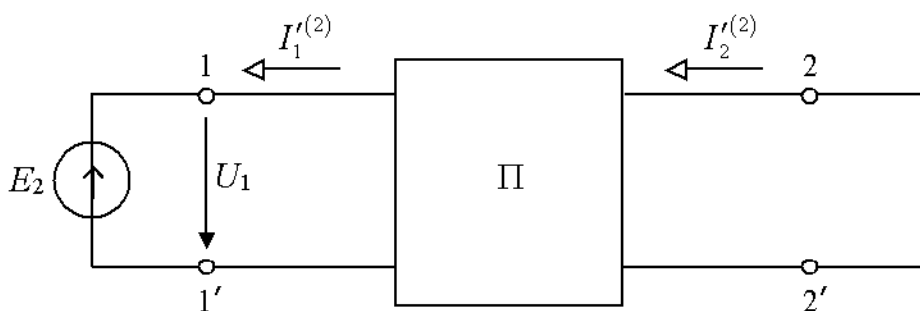


Рис.2.132

Для цієї розрахункової схеми (рис.2.132) запишемо вирази провідностей віток (е.р.с. E_2 спрямована протилежно струмам, тому записуємо її з від'ємним знаком):

$$g_{11} = \frac{I_1^{(2)}}{-E_2}; \quad g_{21} = \frac{I_2^{(2)}}{-E_2}, \quad (2.266)$$

де g_{11} – вхідна провідність першої вітки, $См$;

g_{12} – взаємна провідність другої і першої віток, $См$.

З (2.266) отримуємо складові струмів від дії е.р.с. E_2 :

$$I_1^{(2)} = -g_{11}E_2; \quad I_2^{(2)} = -g_{21}E_2, \quad (2.267)$$

Перепишемо (2.267) з урахуванням (2.262) так:

$$I_1^{(2)} = -g_{11}U_1; \quad I_2^{(2)} = -g_{21}U_1. \quad (2.268)$$

На підставі розрахункових схем, наведених на рис.2.130 – 2.132, і принципу суперпозиції (накладання) для струмів I_1' і I_2' запишемо:

$$I_1' = I_1^{(1)} + I_1^{(2)}; \quad I_2' = I_2^{(1)} + I_2^{(2)}. \quad (2.269)$$

Підставивши (2.265) і (2.268) у (2.269), отримуємо:

$$I_1' = g_{12}U_2 - g_{11}U_1; \quad (2.270)$$

$$I_2' = g_{22}U_2 - g_{21}U_1. \quad (2.271)$$

Рівняння (2.270) і (2.271) відображають взаємозв'язок між струмами і напругами чотириполосника за зворотної передачі електроенергії, але більш зручними для застосування (особливо коли чотириполосник є передавальною ланкою між джерелом і споживачем) є рівняння, у яких у лівій частині знаходяться вхідні напруга і струм. Отримаємо зазначені рівняння.

Виразимо з (2.270) вхідну напругу:

$$U_2 = \frac{g_{11}}{g_{12}} \cdot U_1 + \frac{1}{g_{12}} \cdot I_1'. \quad (2.272)$$

Підставивши (2.272) у (2.271), після перетворень отримуємо:

$$I'_2 = \frac{g_{11} \cdot g_{22} - g_{12} \cdot g_{21}}{g_{12}} \cdot U_1 + \frac{g_{22}}{g_{12}} \cdot I'_1. \quad (2.273)$$

З урахуванням (2.254) – (2.257) і того, що $g_{12} = g_{21}$, запишемо (2.272) і (2.273) так:

$$U_2 = D \cdot U_1 + B \cdot I'_1; \quad (2.274)$$

$$I'_2 = C \cdot U_1 + A \cdot I'_1. \quad (2.275)$$

Отримані рівняння (2.274), (2.275) відображають взаємозв'язок між вхідними напругою і струмом та вихідними напругою і струмом чотириполосника за зворотної передачі електроенергії. Зіставивши (2.258) і (2.259) з (2.274) і (2.275), бачимо, що у даних рівняннях помінялись місцями коефіцієнти A і D .

Якщо значення вхідних і вихідних напруг і струмів чотириполосника не змінюються при його переключенні з прямої передачі електроенергії на зворотну, то такий чотириполосник називають *симетричним*. Симетричність чотириполосника обумовлюється опорами, з яких він складається, з'єднання та значення яких не змінюються при його переключенні з прямої на зворотну передачу електроенергії. У симетричного чотириполосника коефіцієнти пов'язані між собою так:

$$A = D, \quad (2.276)$$

тому

$$A \cdot D - B \cdot C = A^2 - B \cdot C = D^2 - B \cdot C = 1. \quad (2.277)$$

Існують й інші типи рівнянь чотириполосника, які отримують з (2.250), (2.251) і (2.270), (2.271).

2.15.3 Визначення коефіцієнтів чотириполосника

Визначення за даними дослідів холостого ходу і короткого замикання. Для визначення коефіцієнтів чотириполосника проводять дослід холостого ходу і короткого замикання за прямої передачі електроенергії, одночасно вимірюючи вхідні і вихідні напруги і струми.

Дослід холостого ходу проводять так: вихідні затискачі розмикають, на вхідні затискачі подають напругу. Вимірюють вхідну напругу (U_{1x}), силу вхідного струму (I_{1x}), вихідну напругу (U_{2x}); сила вихідного струму у цьому досліді дорівнює нулю ($I_{2x} = 0$).

Дослід короткого замикання проводять так: вихідні затискачі закорочують, на вхідні затискачі подають напругу. Вимірюють вхідну напругу ($U_{1к}$), силу вхідного струму ($I_{1к}$), силу вихідного струму ($I_{2к}$); вихідна напруга у цьому досліді дорівнює нулю ($U_{2к} = 0$).

У досліді холостого ходу рівняння (2.258), (2.259) будуть такими:

$$U_{1х} = A \cdot U_{2х}; \quad I_{1х} = C \cdot U_{2х}. \quad (2.278)$$

У досліді короткого замикання рівняння (2.258), (2.259) будуть такими:

$$U_{1к} = B \cdot I_{2к}; \quad I_{1к} = D \cdot I_{2к}. \quad (2.279)$$

З (2.278), (2.279) отримуємо вирази для визначення коефіцієнтів чотириполосника:

$$A = \frac{U_{1х}}{U_{2х}}; \quad B = \frac{U_{1к}}{I_{2к}}; \quad (2.280)$$

$$C = \frac{I_{1х}}{U_{2х}}; \quad D = \frac{I_{1к}}{I_{2к}}. \quad (2.281)$$

Визначення за вхідними опорами чотириполосника у дослідях холостого ходу і короткого замикання. Якщо можливість одночасного вимірювання вхідних і вихідних напруг і струмів чотириполосника відсутня, то для визначення коефіцієнтів чотириполосника проводять дослід холостого ходу і короткого замикання за прямої передачі електроенергії й аналогічні досліді за зворотної передачі електроенергії, вимірюючи вхідні або вихідні напруги і струми.

Дослід холостого ходу за прямої передачі електроенергії проводять так: вихідні затискачі розмикають, на вхідні затискачі подають напругу. Вимірюють вхідну напругу ($U_{1х}$) і силу вхідного струму ($I_{1х}$); сила вихідного струму у цьому досліді дорівнює нулю ($I_{2х} = 0$).

Дослід короткого замикання за прямої передачі електроенергії проводять так: вихідні затискачі закорочують, на вхідні затискачі подають напругу. Вимірюють вхідну напругу ($U_{1к}$) і силу вхідного струму ($I_{1к}$); вихідна напруга у цьому досліді дорівнює нулю ($U_{2к} = 0$).

Дослід холостого ходу за зворотної передачі електроенергії проводять так: вихідні затискачі розмикають, на вхідні затискачі подають напругу. Вимірюють вхідну напругу ($U_{2х}$) і силу вхідного струму ($I'_{2х}$); сила вихідного струму у цьому досліді дорівнює нулю ($I_{1х} = 0$).

Дослід короткого замикання за зворотної передачі електроенергії проводять так: вихідні затискачі закорочують, на вхідні затискачі подають напругу. Вимірюють вхідну напругу (U_{2x}) і силу вхідного струму (I'_{2x}); вихідна напруга у цьому досліді дорівнює нулю ($U_{1x} = 0$).

У досліді холостого ходу і короткого замикання за прямої передачі електроенергії рівняння (2.258), (2.259) будуть мати вигляд (2.278), (2.279).

У досліді холостого ходу за зворотної передачі електроенергії рівняння (2.274), (2.275) будуть такими:

$$U_{2x} = D \cdot U_{1x}; \quad I'_{2x} = C \cdot U_{1x}. \quad (2.282)$$

У досліді короткого замикання за зворотної передачі електроенергії рівняння (2.274), (2.275) будуть такими:

$$U_{2x} = B \cdot I'_{1x}; \quad I'_{2x} = A \cdot I'_{1x}. \quad (2.283)$$

На підставі (2.278) запишемо вираз вхідного опору чотириполюсника у досліді холостого ходу за прямої передачі електроенергії:

$$R_{1x} = \frac{U_{1x}}{I_{1x}} = \frac{A}{C}. \quad (2.284)$$

На підставі (2.279) запишемо вираз вхідного опору чотириполюсника у досліді короткого замикання за прямої передачі електроенергії:

$$R_{1x} = \frac{U_{1x}}{I_{1x}} = \frac{B}{D}. \quad (2.285)$$

На підставі (2.282) запишемо вираз вхідного опору чотириполюсника у досліді холостого ходу за зворотної передачі електроенергії:

$$R_{2x} = \frac{U_{2x}}{I'_{2x}} = \frac{D}{C}. \quad (2.286)$$

На підставі (2.283) запишемо вираз вхідного опору чотириполюсника у досліді короткого замикання за зворотної передачі електроенергії:

$$R_{2x} = \frac{U_{2x}}{I'_{2x}} = \frac{B}{A}. \quad (2.287)$$

З (2.284) – (2.287) випливає, що наведені входні опори пов'язані між собою таким співвідношенням:

$$\frac{R_{1\kappa}}{R_{1x}} = \frac{R_{2\kappa}}{R_{2x}} \quad \text{або} \quad \frac{R_{1x}}{R_{1\kappa}} = \frac{R_{2x}}{R_{2\kappa}}. \quad (2.288)$$

Крім того, з (2.284) – (2.287) та (2.276) випливає, що у симетричного чотириполосника входні опори однакові як у дослідах холостого ходу ($R_{1x} = R_{2x}$), так і у дослідах короткого замикання ($R_{1\kappa} = R_{2\kappa}$).

Для знаходження виразу для визначення коефіцієнта A через входні опори віднімемо (2.287) від (2.286) та отримаємо:

$$R_{2x} - R_{2\kappa} = \frac{D}{C} - \frac{B}{A} = \frac{A \cdot D - B \cdot C}{A \cdot C} = \frac{1}{A \cdot C}. \quad (2.289)$$

Розділивши (2.289) на (2.284), після перетворень отримуємо:

$$\frac{R_{2x} - R_{2\kappa}}{R_{1x}} = \frac{1}{A^2}, \quad (2.290)$$

звідки

$$A = \sqrt{\frac{R_{1x}}{R_{2x} - R_{2\kappa}}}. \quad (2.291)$$

Вирази для визначення інших коефіцієнтів отримуємо з (2.283) – (2.285):

$$B = A \cdot R_{2\kappa}; \quad (2.292)$$

$$C = \frac{A}{R_{1x}}; \quad (2.293)$$

$$D = A \cdot \frac{R_{2x}}{R_{1x}}. \quad (2.294)$$

Якщо не застосовувати дослід холостого ходу чотириполосника за зворотної передачі електроенергії, то можна отримати інший вираз для визначення коефіцієнта A через входні опори.

Розділивши (2.284) на (2.283), отримуємо:

$$\frac{R_{1x}}{R_{1x}} = \frac{B \cdot C}{A \cdot D} = \frac{A \cdot D - 1}{A \cdot D} = 1 - \frac{1}{A \cdot D}, \quad (2.295)$$

звідки

$$1 - \frac{R_{1x}}{R_{1x}} = \frac{1}{A \cdot D}. \quad (2.296)$$

Розділивши (2.285) на (2.284), після перетворень отримуємо:

$$\frac{R_{2x}}{R_{1x}} = \frac{D}{A}. \quad (2.297)$$

Перемноживши (2.296) і (2.297), після перетворень отримуємо:

$$\frac{(R_{1x} - R_{1x}) \cdot R_{2x}}{R_{1x} \cdot R_{1x}} = \frac{1}{A^2}, \quad (2.298)$$

звідки

$$A = \sqrt{\frac{R_{1x} \cdot R_{1x}}{(R_{1x} - R_{1x}) \cdot R_{2x}}}. \quad (2.299)$$

Якщо не застосовувати дослід короткого замикання чотириполюсника за зворотної передачі електроенергії, то можна отримати інший вираз для визначення коефіцієнта C через вхідні опори, а потім й вирази для інших коефіцієнтів. Для цього віднімемо (2.285) від (2.284) та отримаємо:

$$R_{1x} - R_{1x} = \frac{A}{C} - \frac{B}{D} = \frac{A \cdot D - B \cdot C}{C \cdot D} = \frac{1}{C \cdot D}. \quad (2.300)$$

Перемноживши (2.300) і (2.286), після перетворень отримуємо:

$$(R_{1x} - R_{1x}) \cdot R_{2x} = \frac{1}{C^2}, \quad (2.301)$$

звідки

$$C = \frac{1}{\sqrt{(R_{1x} - R_{1x}) \cdot R_{2x}}}. \quad (2.302)$$

Тоді

$$A = C \cdot R_{1x}. \quad (2.303)$$

$$B = C \cdot R_{1x} \cdot R_{2x}. \quad (2.304)$$

$$D = C \cdot R_{2x}. \quad (2.305)$$

Визначення за опорами еквівалентних розрахункових схем. Основними розрахунковими схемами пасивних чотириполосників є Т-подібна, на якій опори з'єднані зіркою, і П-подібна, на якій опори з'єднані трикутником. До таких розрахункових схем приводяться більшість змішаних з'єднань опорів шляхом еквівалентних перетворень.

Розглянемо Т-подібну еквівалентну розрахункову схему пасивного чотириполосника, яка наведена на рис.2.133.

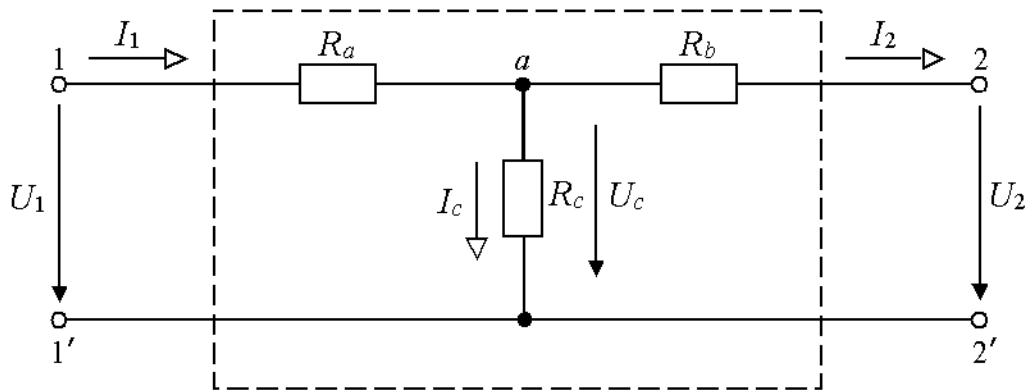


Рис.2.133

Для даної розрахункової схеми виразимо силу вхідного струму через силу вихідного струму, застосовуючи перший закон Кірхгофа до вузла *a*:

$$I_1 = I_2 + I_c, \quad (2.306)$$

де

$$I_c = \frac{U_c}{R_c} = \frac{U_2 + R_b I_2}{R_c} = \frac{1}{R_c} \cdot U_2 + \frac{R_b}{R_c} \cdot I_2. \quad (2.307)$$

Підставивши (2.307) у (2.306), після перетворень отримуємо:

$$I_1 = \frac{1}{R_c} \cdot U_2 + \left(1 + \frac{R_b}{R_c}\right) \cdot I_2. \quad (2.308)$$

Виразимо вхідну напругу через вихідну, застосовуючи другий закон Кірхгофа до контуру 1-2-2'-1'-1:

$$U_1 = R_a I_1 + R_b I_2 + U_2. \quad (2.309)$$

Підставивши (2.308) у (2.309), після перетворень отримуємо:

$$U_1 = \left(1 + \frac{R_a}{R_c}\right) \cdot U_2 + \left(R_a + R_b + \frac{R_a R_b}{R_c}\right) \cdot I_2. \quad (2.310)$$

Зіставивши (2.310) з (2.258) і (2.308) з (2.259), для T-подібної еквівалентної розрахункової схеми чотирьохполосника отримуємо:

$$A = 1 + \frac{R_a}{R_c}; \quad (2.311)$$

$$B = R_a + R_b + \frac{R_a R_b}{R_c}; \quad (2.312)$$

$$C = \frac{1}{R_c}; \quad (2.313)$$

$$D = 1 + \frac{R_b}{R_c}. \quad (2.314)$$

З (2.311), (2.313) і (2.314) можна виразити опори T-подібної розрахункової схеми чотирьохполосника через його коефіцієнти:

$$R_a = \frac{A-1}{C}; \quad (2.315)$$

$$R_b = \frac{D-1}{C}; \quad (2.316)$$

$$R_c = \frac{1}{C}. \quad (2.317)$$

Враховуючи (2.276) для симетричного чотирьохполосника $R_a = R_b$.

Розглянемо П-подібну еквівалентну розрахункову схему пасивного чотириполосника, яка наведена на рис.2.134.

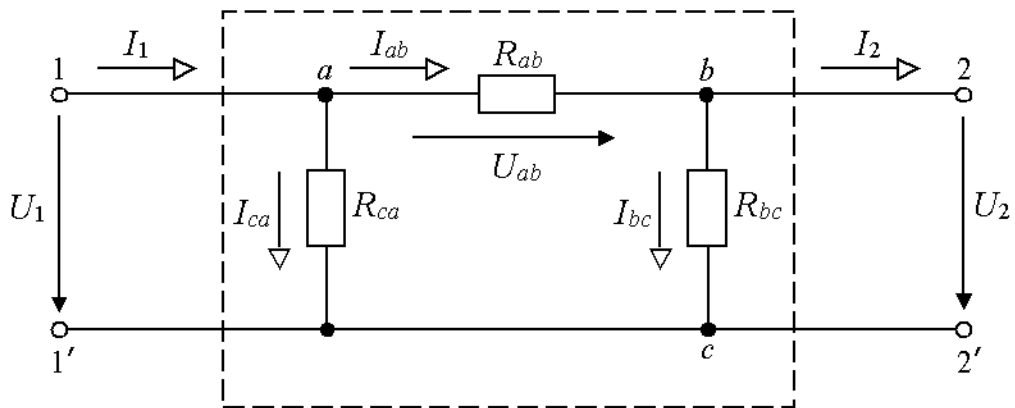


Рис.2.134

Для даної розрахункової схеми виразимо вхідну напругу через вихідну, застосовуючи другий закон Кірхгофа до контуру 1–2–2'–1'–1:

$$U_1 = R_{ab} \cdot I_{ab} + U_2, \quad (2.318)$$

де

$$I_{ab} = I_{bc} + I_2 = \frac{U_2}{R_{bc}} + I_2. \quad (2.319)$$

Підставивши (2.319) у (2.318), після перетворень отримуємо:

$$U_1 = \left(1 + \frac{R_{ab}}{R_{bc}}\right) \cdot U_2 + R_{ab} \cdot I_2. \quad (2.320)$$

Виразимо силу вхідного струму через силу вихідного струму, застосовуючи перший закон Кірхгофа для вузла *a* та враховуючи (2.319):

$$I_1 = I_{ab} + I_{ca} = \frac{U_2}{R_{bc}} + I_2 + I_{ca}, \quad (2.321)$$

де

$$I_{ca} = \frac{U_1}{R_{ca}} = \frac{\left(1 + \frac{R_{ab}}{R_{bc}}\right) \cdot U_2 + R_{ab} \cdot I_2}{R_{ca}} = \frac{R_{ab} + R_{bc}}{R_{bc} \cdot R_{ca}} \cdot U_2 + \frac{R_{ab}}{R_{ca}} \cdot I_2. \quad (2.322)$$

Підставивши (2.322) у (2.311), після перетворень отримуємо:

$$I_1 = \frac{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}}{R_{bc} \cdot R_{ca}} \cdot U_2 + \left(1 + \frac{R_{ab}}{R_{ca}}\right) \cdot I_2. \quad (2.323)$$

Зіставивши (2.320) з (2.258) і (2.323) з (2.259), для П-подібної еквівалентної розрахункової схеми чотириполосника отримуємо:

$$A = 1 + \frac{R_{ab}}{R_{bc}}; \quad (2.324)$$

$$B = R_{ab}; \quad (2.325)$$

$$C = \frac{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}}{R_{bc} \cdot R_{ca}}; \quad (2.326)$$

$$D = 1 + \frac{R_{ab}}{R_{ca}}. \quad (2.327)$$

З (2.324), (2.325) і (2.327) можна виразити опори П-подібної розрахункової схеми чотириполосника через його коефіцієнти:

$$R_{ab} = B; \quad (2.328)$$

$$R_{bc} = \frac{B}{A-1}; \quad (2.329)$$

$$R_{ca} = \frac{B}{D-1}. \quad (2.330)$$

Враховуючи (2.276) для симетричного чотириполосника $R_{bc} = R_{ca}$.

Приклад 2.26

При проведенні дослідів холостого ходу і короткого замикання чотириполосника за прямої передачі електроенергії отримано такі значення вхідних і вихідних напруг і струмів: $U_{1x} = 200 \text{ В}$, $I_{1x} = 4 \text{ А}$, $U_{1к} = 69 \text{ В}$, $I_{1к} = 1,5 \text{ А}$; при проведенні аналогічних дослідів за зворотної передачі електроенергії отримано: $U_{2x} = 200 \text{ В}$, $I'_{2x} = 8 \text{ А}$, $U_{2к} = 69 \text{ В}$, $I'_{2к} = 3 \text{ А}$.

Визначити коефіцієнти чотириполосника (двома способами) та опори його еквівалентних розрахункових схем (Т-подібної і П-подібної).

Розв'язок.

1. Визначаємо вхідні опори чотириполюсника у дослідах холостого ходу і короткого замикання за (2.284) – (2.287):

$$R_{1x} = \frac{200}{4} = 50 \text{ Ом};$$

$$R_{1к} = \frac{69}{1,5} = 46 \text{ Ом};$$

$$R_{2x} = \frac{200}{8} = 25 \text{ Ом};$$

$$R_{2к} = \frac{69}{3} = 23 \text{ Ом}.$$

2. Перевіряємо результати розрахунку вхідних опорів за (2.278):

$$\frac{46}{50} = \frac{23}{25} \quad \text{або} \quad \frac{50}{46} = \frac{23}{25}.$$

3. Визначаємо коефіцієнти чотириполюсника.

3.1 Визначаємо 1-м способом за (2.291) – (2.294):

$$A = \sqrt{\frac{50}{25-23}} = 5;$$

$$C = \frac{5}{50} = 0,1 \text{ См};$$

$$B = 5 \cdot 23 = 115 \text{ Ом};$$

$$D = 5 \cdot \frac{23}{46} = 2,5.$$

3.2 Визначаємо 2-м способом за (2.302) – (2.305):

$$C = \frac{1}{\sqrt{(50-46) \cdot 25}} = 0,1 \text{ См};$$

$$B = 0,1 \cdot 46 \cdot 25 = 115 \text{ Ом};$$

$$A = 0,1 \cdot 50 = 5;$$

$$D = 0,1 \cdot 25 = 2,5.$$

4. Перевіряємо результати розрахунку коефіцієнтів чотириполюсника за (2.261):

$$5 \cdot 2,5 - 115 \cdot 0,1 = 12,5 - 11,5 = 1.$$

5. Визначаємо опори Т-подібної еквівалентної розрахункової схеми чотириполюсника за (2.309) – (2.311):

$$R_a = \frac{5-1}{0,1} = 40 \text{ Ом};$$

$$R_c = \frac{1}{0,1} = 10 \text{ Ом}.$$

$$R_b = \frac{2,5-1}{0,1} = 15 \text{ Ом};$$

6. Визначаємо опори П-подібної еквівалентної розрахункової схеми чотирьохполюсника за (2.322) – (2.324):

$$R_{ab} = 115 \text{ Ом}; \quad R_{ca} = \frac{115}{2,5-1} = 76,67 \text{ Ом}.$$

$$R_{bc} = \frac{115}{5-1} = 28,75 \text{ Ом};$$

2.15.4 Енергетичні показники чотирьохполюсника

Розглянемо електричне коло з пасивним чотирьохполюсником, розрахункова схема якого наведена на рис.2.135.

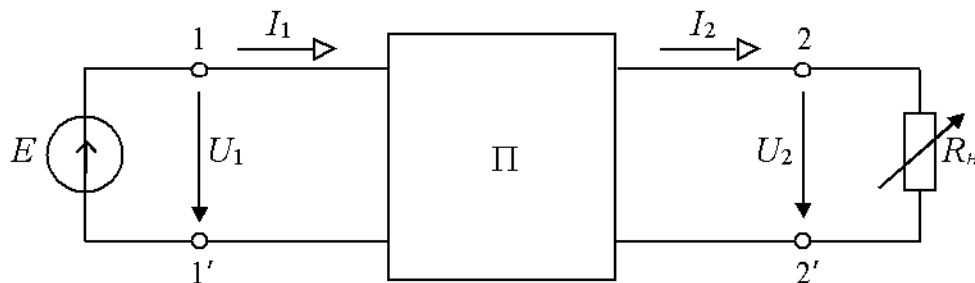


Рис.2.135

У представленому електричному колі (рис.2.135) чотирьохполюсник є ланкою передачі електроенергії від джерела до навантаження. Навантаження має змінний характер, тобто його потужність у процесі роботи змінюється внаслідок зміни опору.

Коефіцієнт корисної дії чотирьохполюсника показує частку електроенергії, яка через нього передається навантаженню, від тієї електроенергії, яка до нього надійшла від джерела. Тому к.к.д. чотирьохполюсника дорівнює:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1}, \quad (2.331)$$

або

$$\eta = \frac{U_2 \cdot I_2}{U_1 \cdot I_1}. \quad (2.332)$$

Через те, що у процесі роботи кола опір навантаження змінюється, отримуємо залежність к.к.д. чотирьохполюсника у функції цього опору.

Запишемо потужність на виході чотириполосника:

$$P_2 = R_n \cdot I_2^2. \quad (2.333)$$

Запишемо потужність на вході чотириполосника:

$$P_1 = R_{1ex} \cdot I_1^2. \quad (2.334)$$

де R_{1ex} – вхідний опір чотириполосника, Ом.

Вхідний опір чотириполосника дорівнює:

$$R_{1ex} = \frac{U_1}{I_1}. \quad (2.335)$$

Підставивши (2.258) і (2.259) у (2.335), отримуємо:

$$R_{1ex} = \frac{A \cdot U_2 + B \cdot I_2}{C \cdot U_2 + D \cdot I_2}. \quad (2.336)$$

Запишемо вихідну напругу чотириполосника:

$$U_2 = R_n \cdot I_2. \quad (2.337)$$

Підставивши (2.337) у (2.336), після перетворень отримуємо:

$$R_{1ex} = \frac{A \cdot R_n + B}{C \cdot R_n + D}. \quad (2.338)$$

Підставивши (2.338) у (2.334), отримуємо:

$$P_1 = \frac{A \cdot R_n + B}{C \cdot R_n + D} \cdot I_1^2. \quad (2.339)$$

Підставивши (2.337) у (2.259), отримуємо:

$$I_1 = (C \cdot R_n + D) \cdot I_2. \quad (2.340)$$

Підставивши (2.340) у (2.339), після перетворень отримуємо потужність на вході чотириполюсника у функції сили вихідного струму:

$$P_1 = (A \cdot R_n + B) \cdot (C \cdot R_n + D) \cdot I_2^2. \quad (2.341)$$

Підставивши (2.333), (2.341) у (2.331), після перетворень отримуємо:

$$\eta = \frac{R_n}{(A \cdot R_n + B) \cdot (C \cdot R_n + D)}. \quad (2.342)$$

Знайдемо опір навантаження, за якого к.к.д. чотириполюсника буде максимальним. Для цього визначимо $d\eta/dR_n$ і дорівнюємо її до нуля. Дана похідна після перетворень дорівнює:

$$\frac{d\eta}{dR_n} = \frac{-A \cdot C \cdot R_n^2 + B \cdot D}{(A \cdot R_n + B)^2 \cdot (C \cdot R_n + D)^2}. \quad (2.343)$$

Якщо $\frac{d\eta}{dR_n} = 0$, то

$$-A \cdot C \cdot R_n^2 + B \cdot D = 0, \quad (2.344)$$

звідки

$$R_n = \sqrt{\frac{B \cdot D}{A \cdot C}}. \quad (2.345)$$

Приклад 2.27

Відомо, що коефіцієнти чотириполюсника мають такі значення: $A = 1,01$, $B = 0,605 \text{ Ом}$, $C = 0,1 \text{ См}$, $D = 1,05$.

Визначити опір навантаження, за якого коефіцієнт корисної дії чотириполюсника буде максимальним, та знайти цей к.к.д.

Розв'язок.

1. Визначаємо опір навантаження, за якого к.к.д. чотириполюсника буде максимальним, за (2.333):

$$R_n = \sqrt{\frac{0,605 \cdot 1,05}{1,01 \cdot 0,1}} = 2,51 \text{ Ом}.$$

2. Визначаємо максимальний к.к.д. чотириполюсника за (2.330):

$$\eta = \frac{2,51}{(1,01 \cdot 2,51 + 0,605) \cdot (0,1 \cdot 2,51 + 1,05)} = 0,61.$$

2.15.5 Застосування чотириполюсника для розрахунку електричних кіл

Розрахунок сили струму і напруги однієї з віток електричного кола за відомими силою струму і напругою іншої вітки кола за допомогою чотириполюсника проводять у такій послідовності:

- 1) виділяють вітку з джерелом електроенергії і вітку зі споживачем цієї електроенергії, а іншу частину кола замінюють чотириполюсником;
- 2) встановлюють вихідні дані для розрахунку: відомі напругу і силу струму якоїсь з двох віток та параметри еквівалентної розрахункової схеми чотириполюсника (або дані холостого ходу і короткого замикання чотириполюсника);
- 3) визначають коефіцієнти чотириполюсника за параметрами його еквівалентної розрахункової схеми або за даними холостого ходу і короткого замикання чотириполюсника;
- 4) записують рівняння чотириполюсника, підставивши значення коефіцієнтів;
- 5) визначають за рівняннями чотириполюсника шукані силу струму і напругу.

Приклад 2.28

Електричне коло складається з генератора постійного струму, до затискачів якого за допомогою лінії електропередачі приєднані такі навантаження: наприкінці першої ділянки лінії включений електроосвітлювальний пристрій, наприкінці другої ділянки – два електронагрівальні пристрої. Відомо, що опір першої ділянки лінії електропередачі дорівнює **4 Ом**, опір електроосвітлювального пристрою дорівнює **20 Ом**, опір другої ділянки лінії електропередачі дорівнює **3 Ом**.

Номинальна напруга і номинальна потужність кожного електронагрівального пристрою відповідно дорівнюють **150 В** і **4,5 кВт**.

Визначити за допомогою чотириполюсника потужність, яку повинен віддавати генератор при роботі електричного кола (при цьому електронагрівальні пристрої повинні працювати у номинальному режимі). Визначити, яку частку електроенергії генератора споживають електронагрівальні пристрої.

Розв'язок.

1. Складаємо розрахункову схему кола (рис.2.136), на якій позначаємо: E – е.р.с. генератора, R_1 – внутрішній опір генератора, R_2 – опір першої ділянки лінії електропередачі, R_3 – опір електроосвітлювального пристрою, R_4 – опір другої ділянки лінії електропередачі, R_5, R_6 – опори електронагрівальних пристроїв, U_1, I_1 – відповідно напруга і струм генератора (вхідні напруга і струм чотириполюсника), U_2, I_2 – відповідно напруга на затискачах електронагрівальних пристроїв і струм, який вони споживають (вихідні напруга і струм чотириполюсника).

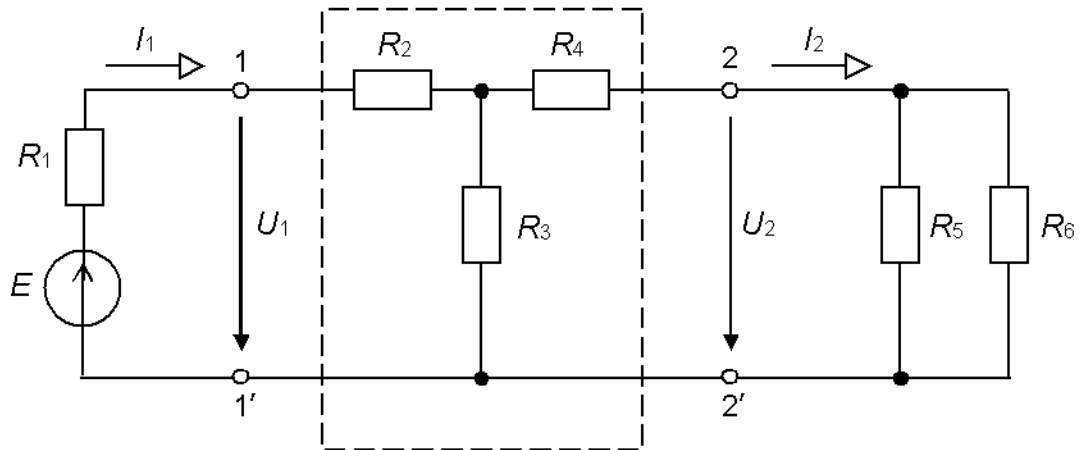


Рис.2.136

Для цієї схеми відомо: $R_1 = 1 \text{ Ом}$, $R_2 = 4 \text{ Ом}$, $R_3 = 20 \text{ Ом}$, $R_4 = 5 \text{ Ом}$, $U_2 = 200 \text{ В}$, $P_5 = P_6 = 4 \text{ кВт}$.

2. Визначаємо силу струму, яку споживають електронагрівальні пристрої (силу вихідного струму чотириполюсника):

$$I_2 = \frac{P_5}{U_5} + \frac{P_6}{U_5}; \quad I_2 = \frac{4000}{200} + \frac{4000}{200} = 40 \text{ А.}$$

3. Визначаємо коефіцієнти чотириполюсника:

$$A = 1 + \frac{R_2}{R_3}; \quad A = 1 + \frac{4}{20} = 1,2;$$

$$B = R_2 + R_4 + \frac{R_2 \cdot R_4}{R_3}; \quad B = 4 + 5 + \frac{4 \cdot 5}{20} = 10 \text{ Ом};$$

$$C = \frac{1}{R_3}; \quad C = \frac{1}{20} = 0,05 \text{ См};$$

$$D = 1 + \frac{R_4}{R_3}; \quad D = 1 + \frac{5}{20} = 1,25.$$

$$\text{Перевірка: } 1,2 \cdot 1,25 - 10 \cdot 0,05 = 1,5 - 0,5 = 1.$$

4. Запишемо рівняння чотириполюсника, підставивши значення коефіцієнтів:

$$U_1 = 1,2 \cdot U_2 + 10 \cdot I_2;$$

$$I_1 = 0,05 \cdot U_2 + 1,25 \cdot I_2.$$

5. Визначаємо вхідну напругу і силу вхідного струму чотириполюсника (напругу і силу струму генератора):

$$U_1 = 1,2 \cdot 200 + 10 \cdot 40 = 640 \text{ В};$$

$$I_1 = 0,05 \cdot 200 + 1,25 \cdot 40 = 60 \text{ А}.$$

6. Визначаємо потужність, яку віддає генератор:

$$P_2 = U_1 \cdot I_1;$$

$$P_2 = 640 \cdot 60 = 38400 \text{ Вт} = 38,4 \text{ кВт}.$$

7. Визначаємо частку електроенергії генератора, яку споживають електронагрівальні пристрої при роботі у номінальному режимі.

Знаходимо коефіцієнт корисної дії чотириполюсника:

$$\eta = \frac{U_2 \cdot I_2}{U_1 \cdot I_1};$$

$$\eta = \frac{200 \cdot 40}{640 \cdot 60} = 0,21.$$

Таким чином, електронагрівальні пристрої при роботі у номінальному режимі споживають 21 % електроенергії, яку віддає генератор.

Запитання для самоконтролю

1. Що таке чотириполюсник?
2. Які затискачі чотириполюсника називають вхідними і як їх позначають?
3. Які затискачі чотириполюсника називають вихідними і як їх позначають?
4. Що таке вхідна напруга та вхідний струм чотириполюсника?
5. Що таке вихідна напруга та вихідний струм чотириполюсника?
6. Який чотириполюсник називають активним?
7. Як на розрахунковій схемі електричного кола позначають активний чотириполюсник?
8. Який активний чотириполюсник називають автономним?
9. Який активний чотириполюсник називають неавтономним?
10. Який чотириполюсник називають пасивним?
11. Як на розрахунковій схемі електричного кола позначають пасивний чотириполюсник?
12. Який чотириполюсник називають лінійним?
13. Що розуміється під прямою передачею електроенергії чотириполюсником?
14. Наведіть та поясніть рівняння чотириполюсника за прямої передачі електроенергії.
15. Як пов'язані між собою коефіцієнти чотириполюсника?
16. Що розуміється під зворотною передачею електроенергії чотириполюсником?
17. Яка відмінність у позначенні напруг і струмів чотириполюсника при зворотній передачі електроенергії у порівнянні із прямою передачею?
18. Наведіть та поясніть рівняння чотириполюсника за зворотної передачі електроенергії.
19. У чому відмінність рівнянь чотириполюсника за зворотної передачі електроенергії від рівнянь за прямої передачі електроенергії?

20. Який чотириполюсник називають симетричним?
21. Як пов'язані між собою коефіцієнти симетричного чотириполюсника?
22. Як провести досліди холостого ходу і короткого замикання чотириполюсника за прямої передачі електроенергії із одночасним вимірюванням на вхідних і вихідних затискачах? Значення яких величин у цих дослідах будуть дорівнювати нулю?
23. Як визначити коефіцієнти чотириполюсника за даними дослідів холостого ходу і короткого замикання, проведених із одночасним вимірюванням на вхідних і вихідних затискачах?
24. Як провести досліди холостого ходу і короткого замикання чотириполюсника за прямої передачі електроенергії без одночасного вимірюванням на вхідних і вихідних затискачах? Значення яких величин у цих дослідах будуть дорівнювати нулю?
25. Як провести досліди холостого ходу і короткого замикання чотириполюсника за зворотної передачі електроенергії без одночасного вимірюванням на вхідних і вихідних затискачах? Значення яких величин у цих дослідах будуть дорівнювати нулю?
26. Що таке вхідний опір чотириполюсника?
27. Запишіть вирази вхідних опорів чотириполюсника у дослідах холостого ходу і короткого замикання, проведених за прямої і зворотної передачі електроенергії.
28. Яке співвідношення між вхідними опорами чотириполюсника у дослідах холостого ходу і короткого замикання, проведених за прямої і зворотної передачі електроенергії?
29. Як визначити коефіцієнти чотириполюсника за його вхідними опорами у дослідах холостого ходу і короткого замикання, які проведені без одночасного вимірюванням на вхідних і вихідних затискачах?
30. Які існують основні еквівалентні розрахункові схеми чотириполюсника?
31. Наведіть основні еквівалентні розрахункові схеми чотириполюсника.
32. Які опори еквівалентних розрахункових схем симетричного чотириполюсника мають однакові значення?
33. Як визначити коефіцієнти чотириполюсника за параметрами його еквівалентних розрахункових схем?
34. Як визначити параметри еквівалентних розрахункових схем чотириполюсника за його коефіцієнтами?
35. Яка фізична суть коефіцієнта корисної дії чотириполюсника?
36. Як визначити коефіцієнт корисної дії чотириполюсника через вхідну і вихідну потужності?
37. Як визначити коефіцієнт корисної дії чотириполюсника через вхідні і вихідні напруги і струми?
38. Як визначити коефіцієнт корисної дії чотириполюсника через опір навантаження?
39. Наведіть вираз для визначення опору навантаження, за якого коефіцієнт корисної дії чотириполюсника є максимальним.
40. Наведіть послідовність розрахунку сили струму і напруги однієї з віток кола за відомими силою струму і напругою іншої вітки кола за допомогою чотириполюсника.

Завдання для самоконтролю

1. При проведенні дослідів холостого ходу і короткого замикання чотириполюсника за прямої передачі електроенергії отримано такі значення вхідних і вихідних напруг і струмів: $U_{1x} = 220 \text{ В}$, $I_{1x} = 5 \text{ А}$, $U_{1к} = 72 \text{ В}$, $I_{1к} = 2 \text{ А}$; при проведенні аналогічних дослідів за зворотної передачі електроенергії отримано: $U_{2x} = 220 \text{ В}$, $I'_{2x} = 8,8 \text{ А}$, $U_{2к} = 72 \text{ В}$, $I'_{2к} = 3,6 \text{ А}$. Визначити коефіцієнти чотириполюсника (двома способами) та опори його еквівалентних розрахункових схем (Т-подібної і П-подібної).
2. Відомо, що коефіцієнти чотириполюсника мають такі значення: $A = 1,2$, $B = 0,193 \text{ Ом}$, $C = 1,1 \text{ См}$, $D = 1,01$. Визначити опір навантаження, за якого коефіцієнт корисної дії чотириполюсника буде максимальним, та знайти цей к.к.д.
3. Електричне коло складається з генератора постійного струму, до затискачів якого за допомогою лінії електропередачі приєднані такі навантаження: наприкінці першої ділянки лінії включений електроосвітлювальний пристрій, наприкінці другої ділянки – два електронагрівальні пристрої. Відомо, що опір першої ділянки лінії електропередачі дорівнює 5 Ом , опір електроосвітлювального пристрою дорівнює 25 Ом , опір другої ділянки лінії електропередачі дорівнює 4 Ом . Номінальна напруга і номінальна потужність кожного електронагрівального пристрою відповідно дорівнюють 200 В і 5 кВт . Визначити за допомогою чотириполюсника потужність, яку повинен віддавати генератор при роботі електричного кола (при цьому електронагрівальні пристрої повинні працювати у номінальному режимі). Визначити, яку частку електроенергії генератора споживають електронагрівальні пристрої.

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Овчаров В.В. Теоретичні основи електротехніки, частина 1. Мелітополь : ВПЦ «Люкс», 2007. 389 с.
2. Хілов В.С. Теоретичні основи електротехніки: підручник / В.С.Хілов. Київ: видавництво «Каравела», 2021. 468 с.
3. Маляр В.С. Теоретичні основи електротехніки. Електричні кола: Навчальний посібник. Львів : Вид-во Львівської політехніки, 2018. 416 с.
4. Коваль Ю.О., Гринченко Л.В., Милютченко І.О., Рибін О.І. Основи теорії кіл: Підручник для студентів вищих навчальних закладів. Ч.1 / За заг. редакцією В.М. Шокала та В.І. Правди. Х. : Компанія СМІТ, 2008. 432 с.
5. Теоретичні основи електротехніки. Усталені режими лінійних електричних кіл із зосередженими та розподіленими параметрами : підручник / Ю. О. Карпов та ін. ; під ред. проф. Ю. О. Карпова ; Вінниц. нац. техн. ун-т. Херсон : ОЛДІ-ПЛЮС, 2013. 324 с.
6. Байдак Ю.В. Основи теорії кіл: Навчальний посібник. К. : Вища школа: Слово, 2009. 271 с.
7. Теоретичні основи електротехніки: Підручник: У 3 т. Т.1: Усталені режими лінійних електричних кіл із зосередженими параметрами / В.С. Бойко, В.В. Бойко, Ю.Ф. Видолоб та ін.; За заг. ред. І.М. Чиженка, В. С. Бойка. К. : ІВЦ «Видавництво «Політехніка», 2004. 272 с.
8. Теоретичні основи електротехніки. Комп'ютерні розрахунки та моделювання лінійних електричних кіл : навч. посіб. / Ю.О. Карпов, С.Ш. Каців, В.В. Кухарчук ; Вінниц. нац. техн. ун-т. Херсон : ОЛДІ-ПЛЮС, 2016. 209 с.
9. Теоретичні основи електротехніки : навч. посіб. / Чернів. нац. ун-т ім. Юрія Федьковича ; уклад.: Я.І. Радевич, О.М. Сльотов. Чернівці : Рута, 2012. 243 с.

Навчальне видання

Вовк Олександр Юрійович

Квітка Сергій Олексійович

Попова Ірина Олексіївна

Лінійні електричні кола постійного струму

Навчальний посібник

Формат 60x84

Папір офсет. Друк офсет.

Ум. друк. арк. 12,7

Наклад 100 прим.

Видавництво та друк: видавничо-поліграфічний центр «Люкс»