

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ТАВРІЙСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ АГРОТЕХНОЛОГІЧНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ДМИТРА МОТОРНОГО

Факультет енергетики і комп'ютерних технологій

Кафедра електротехніки і електромеханіки
імені В.В. Овчарова

**ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ЕЛЕКТРОТЕХНІКИ,
ЧАСТИНА 3**

ПРАКТИКУМ З РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ

*Рекомендовано Вченою радою
факультету енергетики і комп'ютерних технологій
Таврійського державного агротехнологічного університету
імені Дмитра Моторного
як навчальне видання для підготовки здобувачів
ступеня вищої освіти «Бакалавр» зі спеціальності 141
«Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка»*

Мелітополь, 2023

УДК 621.3.01 (075)

В-61

Укладач:

Попова І.О., доцент кафедри електротехніки і електромеханіки імені професора В.В. Овчарова Таврійського ДАТУ

Дозвіл до впровадження та видання надано Вченою радою факультету енергетики і комп'ютерних технологій Таврійського державного агротехнологічного університету імені Дмитра Моторного (протокол № 4 від «25» 04 2023 р.)

Рецензенти:

Гулевський В.Б., к.т.н., доцент кафедри електропостачання і електротехнологій Таврійського ДАТУ

Вовк О.Ю., к.т.н., доцент кафедри електротехніки і електромеханіки імені професора В.В. Овчарова Таврійського ДАТУ

Попова І.О.

В-61 Теоретичні основи електротехніки, частина 3. Практикум з розв'язання задач для здобувачів ступеня вищої освіти «бакалавр» зі спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка і електромеханіка» денної форми навчання /І.О. Попова. – Мелітополь: Видавничо-поліграфічний центр «Люкс», 2023. 169 с.

У практикумі надані теоретичний матеріал з нелінійних кіл, магнітні кола при постійних потоках та синусоїдній напрузі та перехідних процесів в лінійних колах, який закріплюється розв'язанням задач та запропоновано для кожної теми дисципліни комплексні кваліфікаційні завдання з контролю вихідних знань і умінь студентів. Для надання індивідуалізованого характеру кожному тематичному комплексному кваліфікаційному завданню у навчальному посібнику приведені варіанти початкових даних. Практикум містить приклади розв'язання тематичних комплексних завдань, що дає можливість студентам успішно засвоїти і закріпити навчальний матеріал.

© Попова І.О.

© Таврійський державний агротехнологічний університет, імені Дмитра Моторного, 2023 рік

ЗМІСТ

Передмова	4
ТЕМА 13 Нелінійні кола постійного струму	5
Тематичне комплексне кваліфікаційне завдання	17
Умова, завдання	17
Варіанти вихідних даних.....	20
Рішення варіанту.....	25
ТЕМА 14 Магнітні кола при постійних магнітних потоках....	35
Тематичне комплексне кваліфікаційне завдання	50
Умова, завдання	50
Варіанти вихідних даних.....	52
Рішення варіанту.....	53
ТЕМА 15 Нелінійні кола змінного струму.....	59
Тематичне комплексне кваліфікаційне завдання	90
Умова, завдання	90
Варіанти вихідних даних.....	92
Рішення варіанту.....	93
ТЕМА 16 Перехідні процеси в лінійних колах.....	98
Тематичне комплексне кваліфікаційне завдання	142
Умова, завдання	142
Варіанти вихідних даних.....	147
Рішення варіанту.....	148
Рекомендована література	169

Передмова

Теоретичні основи електротехніки є фундаментальною дисципліною, на базі якої вивчаються всі інші електротехнічні дисципліни навчального плану спеціальності.

Особливу роль відіграють знання фізичних явищ і законів, зокрема семи електромагнітних: електризації тіл, взаємодії зарядів, електричного струму, теплової дії електричного струму, електромагнетизму, електромагнітної індукції, електромагнітної сили. Тому у практикумі використовуються основні вихідні знання цих явищ і законів.

Базовими дисциплінами для «Теоретичні основи електротехніки» є фізика та вища математика.

Для успішного вивчення студентами курсу теоретичних основ електротехніки, повного розуміння теоретичного матеріалу, закріплення навичок в розв'язанні завдань і систематизації знань та умінь необхідно по кожній темі з дисципліни виконувати завдання у вигляді інженерної розрахункової роботи.

У практикумі надані теоретичний матеріал по темах, який закріплюється рішенням задач та запропоновано для кожної теми дисципліни комплексні кваліфікаційні завдання з контролю вихідних знань і умінь студентів. Для надання індивідуалізованого характеру кожному тематичному комплексному кваліфікаційному завданню у навчальному посібнику приведені варіанти початкових даних. Тематичні комплексні кваліфікаційні завдання розроблені таким чином, що в процесі його виконання студенти вчаться складати принципові електричні і розрахункові схеми, аналізувати фізичні явища і процеси у електричному колі, застосовувати основні закони електротехніки.

Практикум містить приклади розв'язання тематичних комплексних завдань, що дає можливість студентам успішно засвоїти і закріпити навчальний матеріал.

Таким чином, даний практикум сприяє самостійній пізнавальній діяльності студентів на трьох рівнях: знань, умінь і творчого мислення, забезпечуючи як закріплення вивченого навчального матеріалу, так і розвиток мислення, що є основною вимогою кредитно-модульної системи освіти.

ТЕМА 13

НЕЛІНІЙНІ КОЛА ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

Нелінійними електричними колами є кола, параметри яких залежать від сили струму та напруги. Взагалі, всі електричні кола є нелінійними, однак, в багатьох практичних випадках ця нелінійність настільки слабо виражена, що під час аналізу процесів, які відбуваються в колі нею можна знехтувати, Таким чином, це дає змогу застосовувати теорію лінійних електричних кіл для розрахунку багатьох електротехнічних пристроїв.

Однак існують елементи, нелінійність характеристик яких значно виражена. Кола, які містять такі елементи називаються **нелінійними колами** і мають ряд властивостей, що відсутні у лінійних кіл. Ці властивості дозволяють створювати засновані на них автоматичні системи управління і регулювання, пристрої для перетворення електромагнітної енергії, пристрої для виробництва електричних вимірювань і передачі інформації, швидкодіючі обчислювальні машини тощо. Процеси, що відбуваються у нелінійних колах описуються нелінійними алгебраїчними або диференціальними рівняннями [1-4].

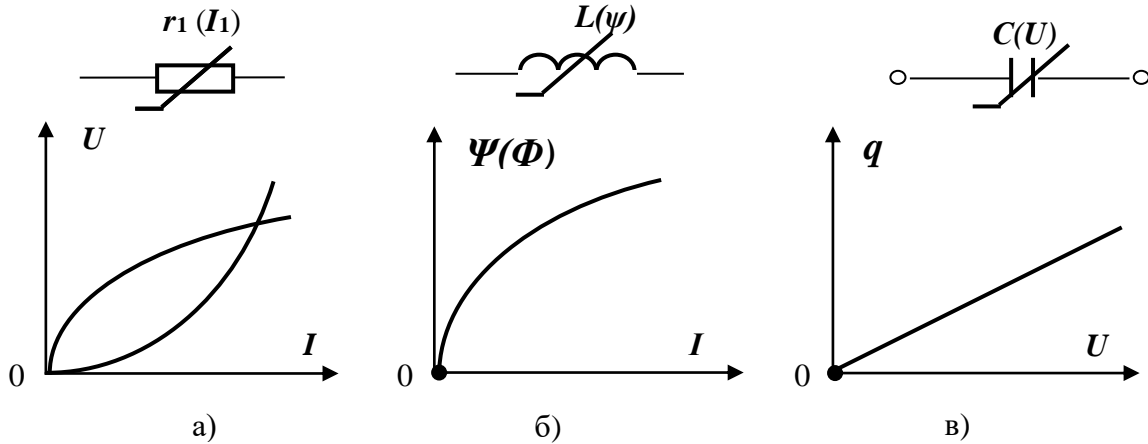
Нелінійний елемент – це елемент, в якому параметри (електричний опір, індуктивність, ємність) залежать від значень або від напрямку струмів і напруги. Електричне **коло вважається нелінійним**, якщо в своєму складі має хоча б один нелінійний елемент з нелінійною вольт-амперною характеристикою (ВАХ) [5].

Нелінійні елементи можуть бути класифіковані за різними ознаками, наприклад:

1. В залежності від здібності розсіювати або накопичувати електричну енергію у вигляді тепла, магнітної та електричної енергії, при цьому розрізняють нелінійний резистор, нелінійну індуктивну котушку і нелінійний конденсатор.

Характеристики цих нелінійних елементів отримують експериментально, задаються графіками, таблицями, або приблизними аналітичними рівняннями. Вони представляють собою відповідно нелінійні залежності струму від напруги – $I = f(U)$ (**вольт-амперна характеристика**), потокозчеплення або магнітного потоку від струму – $\Psi, \Phi = f(I)$ (**вебер-амперна характеристика**), електричного заряду від напруги – $q = f(U)$ – (**кулон-вольтна характеристика**)

нелінійного конденсатора. ВАХ нелінійних елементів мають вигляд кривих (рисунок 13.1), аналіз елементів наданий у таблиці 13.1.



а) нелінійний резистора, (б) нелінійна індуктивність,
(в) нелінійна ємність.

Рисунок 13.1 –Графіки характеристик нелінійних елементів

Таблиця 13.1 Класифікація нелінійних елементів в залежності від здібності розсіювати або накопичувати електричну енергію

Резистивний нелінійний елемент	Індуктивний нелінійний елемент	Ємнісний нелінійний елемент
Теплова енергія	Енергія магнітного поля	Енергія електричного поля
$R = \rho \cdot \frac{l}{S}$ <p>ρ – питомий опір, Ом·м</p>	$L = \frac{w^2 \cdot \mu_c \cdot S}{l}$ <p>μ_c - магнітна проникність, Гн/м</p>	$C = \frac{\epsilon_c \cdot S}{d}$ <p>ϵ_c - діелектрична проникність середовища, Ф/м</p>
$I = f(U)$ <p>вольт-амперна характеристика, ВАХ</p>	$\Psi = \Phi \cdot w = L \cdot I;$ $L = \frac{\Psi}{I}.$ <p>$\psi, \Phi = f(I)$</p> <p>вебер-амперна характеристика</p>	$C = \frac{q}{U}; q = C \cdot U.$ <p>$q = f(U)$</p> <p>кулон-вольтна характеристика</p>
позистори, термістори	катушка з феромагнітним осердям	варикапи, вариконди

2. В залежності від наявності керуючого сигналу струму або напруги, що додатково пливають на елементи розрізняються **некеровані** (наприклад, діод, стабілітрон) або **керовані** (наприклад, тиристор, біполярний транзистор) нелінійні елементи. ВАХ некерованих елементів задаються однією природною характеристикою. ВАХ основного кола керованого елемента змінюється під впливом керуючого сигналу, тому керовані елементи мають сімейство кривих, параметром яких є керуючий вплив.

3. В залежності від виду ВАХ відносно початку координат розрізняють **симетричні** та **несиметричні** нелінійні елементи. Симетричними називають нелінійні елементи, ВАХ яких не залежить від напрямку струму в них і полярності прикладеної напруги (наприклад, варистор, симистор). Несиметричними є нелінійні елементи, вигляд ВАХ яких залежить від напрямку струму в них і полярності прикладеної напруги (наприклад, діод, диністор).

Властивості нелінійного елемента можуть бути охарактеризовані його ВАХ, або залежностями його **статичного** і **динамічного (диференціального)** опорів від струму (напруги) [1-4].

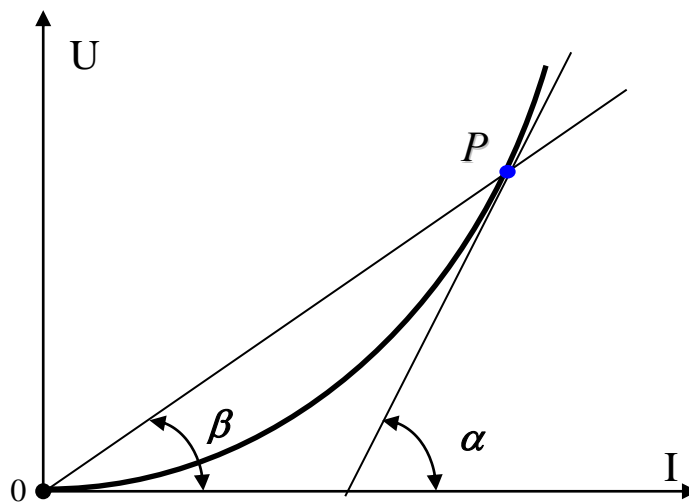


Рисунок 13.2 – ВАХ нелінійного елемента

Тобто, робоча точка **P** на ВАХ нелінійного елемента характеризується **статичним** і **динамічним (диференціальним)** опорами.

Під **динамічним (диференціальним)** опором розуміють скалярну величину, яка дорівнює межі відношення приросту напруги

на нелінійному елементі до приросту струму в ньому, коли приріст струму прагне до нуля [1-3].

$$r_{\text{д}} = \lim_{\Delta I \rightarrow 0} \frac{\Delta U}{\Delta I} = \frac{dU}{dI} . \quad (13.3)$$

Динамічний опір нелінійного елемента можна визначити графоаналітичним способом, для чого необхідно в робочій точці **P** провести дотичну (рисунок 13.2), яка утворює з віссю струму кут α . Значення динамічного опору визначають за рівнянням

$$r_{\text{д}} = m_{\text{r}} \operatorname{tg} \alpha , \quad (13.4)$$

де $r_{\text{д}}$ – динамічний опір нелінійного елемента, Ом;

m_{r} – масштаб опору, Ом/мм.

На рисунку 13.2 показана ВАХ нелінійного елемента, побудована в масштабах для струму m_{I} та напруги m_{U} . Припустимо, що робочий режим заданий елементом заданий точкою **P**. Масштаб опору дорівнює частці від ділення масштабу на осі напруги на масштаб на осі струму

$$m_{\text{r}} = \frac{m_{\text{U}}}{m_{\text{I}}} , \quad (13.5)$$

де m_{U} – масштаб осі напруги, В/мм;

m_{I} – масштаб осі струму, А/мм.

Динамічний опір пропорційний тангенсу кута α між **дотичною** до ВАХ в точці **P** і **віссю струму**. Динамічний опір визначає крутизну ВАХ у кожній її точці.

Під **статичним опором** розуміють величину, яка дорівнює відношенню постійної напруги на нелінійному елементі до постійного струму в ньому у робочій точці.

$$r_c = \frac{U}{I}, m_r \operatorname{tg} \beta \quad (13.1)$$

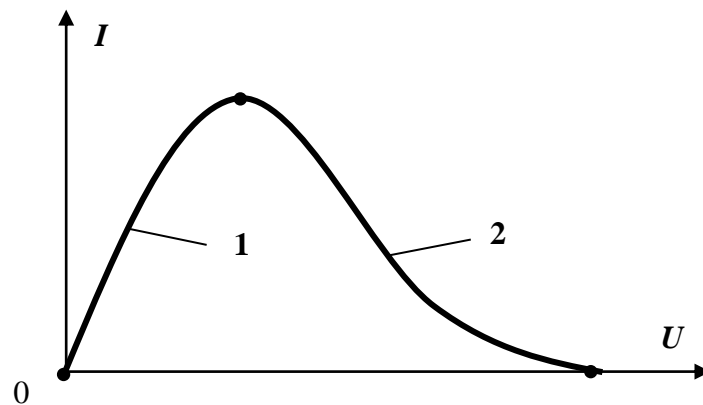
де r_c – статичний опір нелінійного елементу, Ом.

Для визначення статичного опору графоаналітичним методом необхідно з'єднати робочу точку M з початком координат лінією (рисунок 13.2), яка утворює з віссю струму кут β . Значення статичного опору визначають за рівнянням

$$r_c = m_r \operatorname{tg} \beta . \quad (13.2)$$

З рисунку 13.2 видно, що статичний опір пропорційний тангенсу кута β між прямою, що з'єднує точку M з початком координат, і віссю струму [1-3].

Для нелінійних елементів з падаючою ВАХ динамічний опір негативний, тому що позитивне прирощення струму супроводжується негативним прирощенням напруги(рисунок 13.3).



- 1 – ділянка з позитивним динамічним опором;
- 2 – ділянка з негативним динамічним опором

Рисунок 13.3 – ВАХ лямбда-діода

Тобто якщо динамічний опір r_d зростає при збільшенні сили струму в нелінійному елементі, то динамічний опір є **позитивним** і навпаки, у разі збільшення динамічного опору r_d при зменшенні сили

струму, динамічний опір є **негативним**. Негативним динамічним опором володіють деякі напівпровідникові пристрої. Наприклад, ділянки з позитивним і негативним опором r_d має ВАХ нелінійного пристрою – лямбда-діод.

В загальному випадку статичний і динамічний опори нелінійного елемента **різні** за величиною і співпадають лише для лінійного елемента. Для прямолінійної ділянки ВАХ динамічний опір дорівнює відношенню кінцевого прирощення напруги до кінцевого прирощення струму, тобто $r_d = \frac{\Delta U}{\Delta I}$.

Розрахунки і дослідження електричних кіл з нелінійними ВАХ в багатьох випадках проводяться графоаналітичними методами. У тих випадках, коли ВАХ можна з достатньою ступінню точності виразити аналітичними функціями (рівняннями), може бути виконаний аналітичний розрахунок.

Приклад 13.1

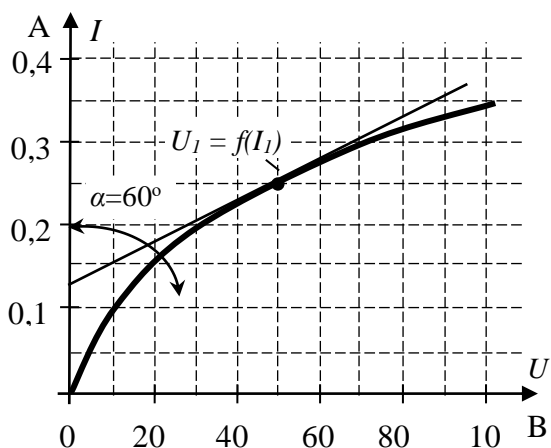


Рисунок 13.4

Для нелінійного резистору, ВАХ якого зображена на рисунку 13.4, **визначити динамічний опір** у робочій точці з напругою 50 В.

Рішення

1. Визначаємо масштаб опору за (13.5):
масштаб напруги $m_U = 2 \text{ В/мм}$; масштаб струму $m_I = 0,01 \text{ А/мм}$;

$$m_r = \frac{m_U}{m_I} = \frac{2}{0,01} = 200 \text{ Ом.}$$

2. Визначаємо кут між дотичною до робочої точки з напругою 50 В і віссю струму та тангенс цього кута

$$\alpha = 50^\circ; \operatorname{tg} \alpha = 1,73.$$

3. Визначаємо динамічний опір у робочій точці з напругою 50 В за (13.4)

$$r_d = 200 \cdot 1,73 = 346 \text{ Ом.}$$

Розрахунок нелінійних кіл при послідовному з'єднанні здійснюється за наступним алгоритмом [2,3]. Розрахункова схема двох послідовно з'єднаних нелінійних елементів $r_1(I_1)$ і $r_2(I_2)$ наведена на рисунку 13.5. Їх ВАХ $I_1(U_1)$ і $I_2(U_2)$ зображені на рисунку 13.6.

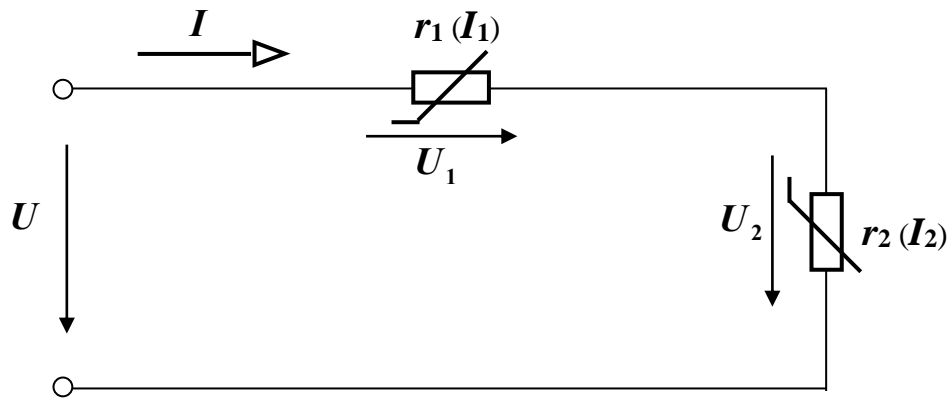


Рисунок 13.5 – Розрахункова схема послідовно з'єднаних нелінійних елементів $r_1(I_1)$ і $r_2(I_2)$

Дано: ВАХ нелінійних елементів $I_1(U_1)$ та $I_2(U_2)$; напруга на затискачах електричного кола U .

Визначити: ВАХ кола $I(U_{\text{посл}})$; струм I , напруги U_1, U_2

Алгоритм розрахунку

1. Будуються ВАХ елементів кола $I_1(U_1)$ та $I_2(U_2)$ в одних осях (в однаковому масштабі).
2. Будується ВАХ нелінійного електричного кола, яка являє собою залежність струму I від прикладеної напруги U на затискачах кола $I(U_{\text{посл}}) = I(U_1 + U_2)$. /Оскільки в нерозгалуженому колі струм однаковий на всіх елементах кола ($I = I_1 = I_2 = \text{const}$), то для побудови характеристики $I(U_1 + U_2)$ необхідно скласти напруги U_1 і U_2 для однієї і тієї ж довільно обраної сили струму I .
3. Визначається сила струму I в електричному колі для заданої в умові задачі напруги електричного кола U по ВАХ кола $I(U_{\text{посл}})$.
4. Визначаються напруги на елементах електричного кола U_1, U_2 по ВАХ нелінійних елементів $I_1(U_1)$ та $I_2(U_2)$ для струму кола I .

Перевірку правильності визначених напруг U_1, U_2 здійснюють за 2 законом Кірхгофа $(U_1 + U_2) = U$.

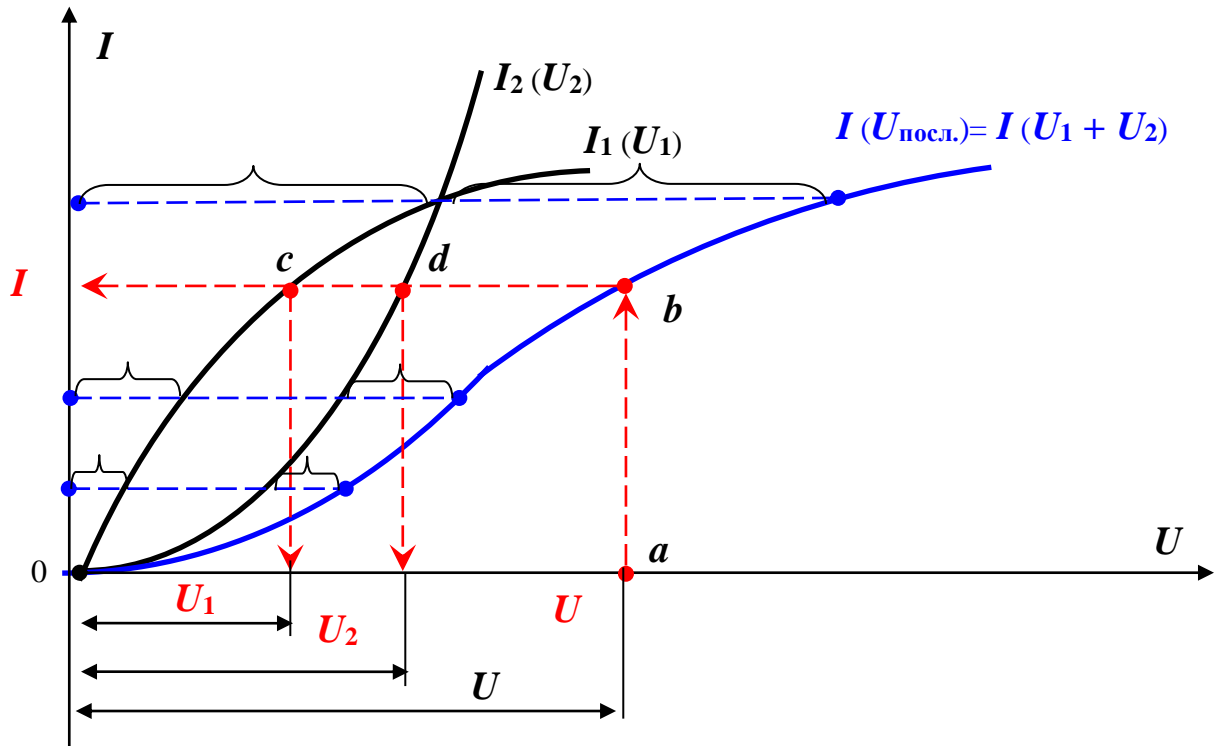


Рисунок 13.6 – Вольт-амперні характеристики $I_1(U_1)$, $I_2(U_2)$ і побудова характеристики $I(U)$ послідовно з'єднаних нелінійних елементів $r_1(I_1)$ і $r_2(I_2)$

Аналогічно розраховується коло, яке містить більшу кількість послідовно з'єднаних нелінійних елементів.

Приклад 13.2

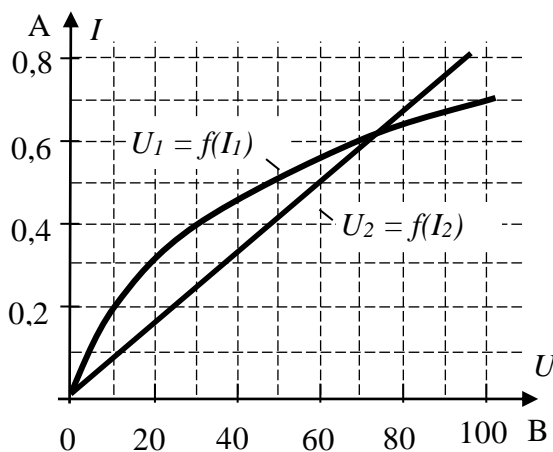


Рисунок 13.7

Нелінійний і лінійний резистори з'єднані послідовно. ВАХ яких, відповідно, $U_1 = f(I_1)$, $U_2 = f(I_2)$ зображені на рисунку 13.7. **Визначити напругу на нелінійному резисторі**, якщо напруга на лінійному резисторі дорівнює 60 В.

Рішення

1. Визначаємо силу струму в електричному колі.

Сила струму на лінійному резисторі та в електричному колі при напрузі на лінійному резисторі $U_2 = 60$ В з ВАХ $U_2 = f(I_2)$ дорівнює $I_2 = I = 0,5$ А.

2. Визначаємо напругу на нелінійному резисторі.

3 ВАХ нелінійного резистора $U_1 = f(I_1)$ при струмі електричного кола $I = 0,5$ А напруга дорівнює $U_1 = 50$ В.

Розрахунок нелінійних кіл при паралельному з'єднанні здійснюється за наступним алгоритмом [2, 3]. Розрахункова схема двох паралельно з'єднаних нелінійних елементів $r_1(I_1)$ і $r_2(I_2)$ наведена на рисунку 13.8. Їх ВАХ $I_1(U_1)$ і $I_2(U_2)$ зображені на рисунку 13.9.

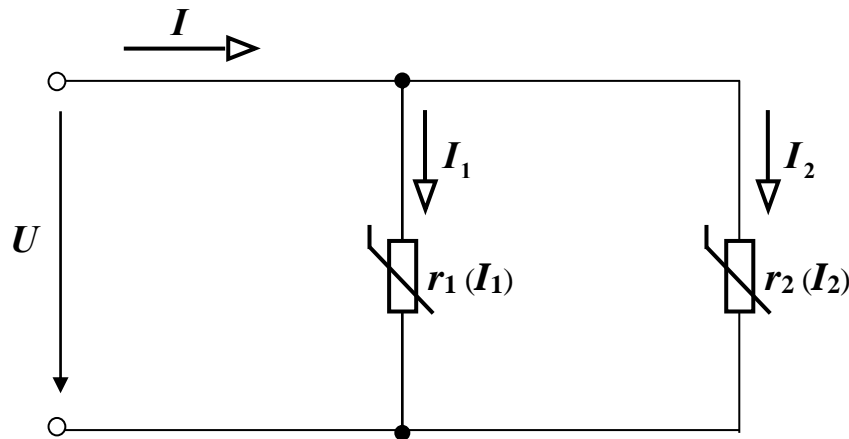


Рисунок 13.8 – Розрахункова схема паралельно з'єднаних нелінійних елементів $r_1(I_1)$ і $r_2(I_2)$

У разі, якщо задана прикладена до затискачів кола напруга U , то за ВАХ $I_1(U_1)$ і $I_2(U_2)$ можна визначити струми I_1 і I_2 у розгалуженнях, а за першим законом Кірхгофа $I_1 + I_2 = I$ – струм у нерозгалуженій ділянці кола. Тобто:

Дано: ВАХ нелінійних елементів $I_1(U_1)$ та $I_2(U_2)$; напруга на затискачах електричного нелінійного кола U .

Визначити: ВАХ кола $I(U_{\text{парал}})$; струм кола I , струми I_1 , I_2 .

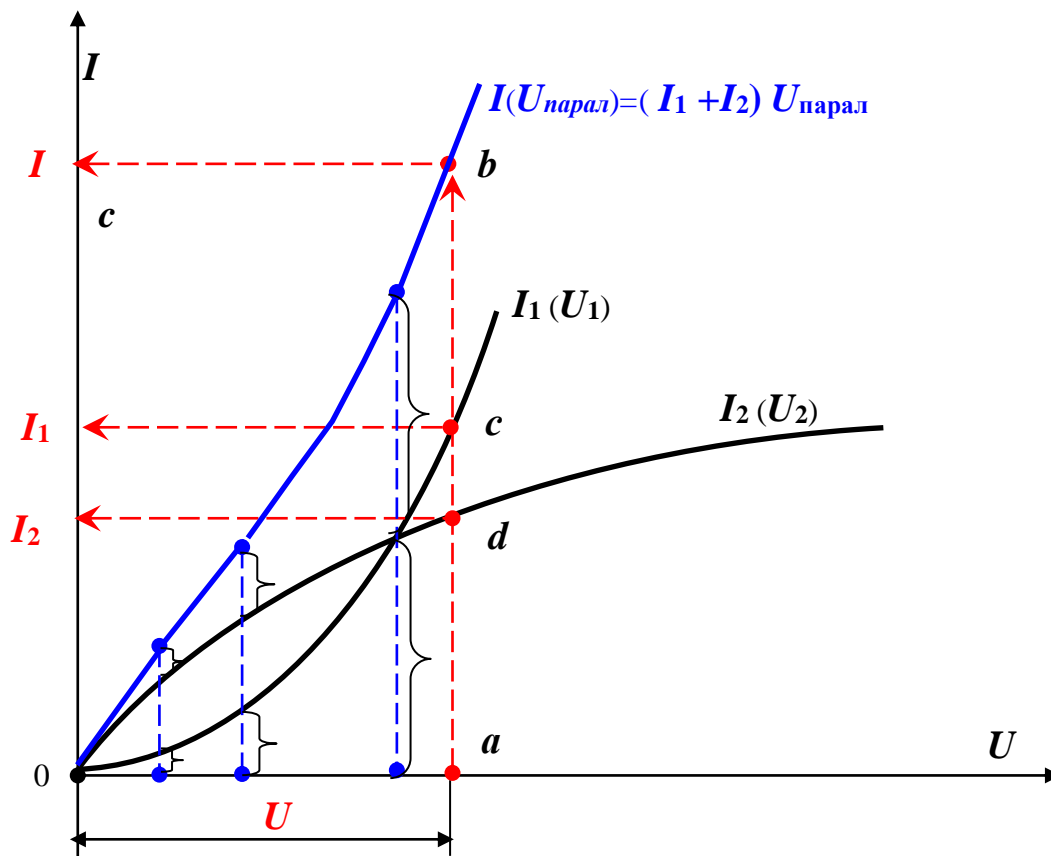


Рисунок 13.9 – Вольт-амперні характеристики $I_1(U_1)$, $I_2(U_2)$ і побудова характеристики $I(U)$ послідовно з'єднаних нелінійних елементів $r_1(I_1)$ і $r_2(I_2)$

Алгоритм розрахунку

1. Будуються ВАХ елементів кола $I_1(U_1)$ та $I_2(U_2)$ в одних осях (в однаковому масштабі).
2. Будується ВАХ нелінійного електричного кола $I(U_{\text{парал}}) = (I_1 + I_2)U_{\text{парал}}$. Оскільки при паралельному з'єднанні елементів кола напруга однакова на всіх елементах кола ($U = U_1 = U_2 = \text{const}$), то для побудови характеристики $I(U_{\text{парал}}) = (I_1 + I_2)U_{\text{парал}}$ необхідно скласти струми I_1 та I_2 для однієї і тієї ж довільно обраної напруги U . Тобто $(I_1 + I_2) = I$.
3. Визначаємо силу струму кола I для заданої в умові напруги задачі напруги на затискачах нелінійного кола U по ВАХ $I(U_{\text{парал}})$.
4. Визначаємо сили струмів в нелінійних елементах I_1 та I_2 по ВАХ, відповідно $I_1(U_1)$ та $I_2(U_2)$ для заданої в умові задачі напруги кола U . *Перевірка розрахунку* проводимо за 1 законом Кірхгофа $(I_1 + I_2) = I$.

При змішаному з'єднанні нелінійних елементів розрахунок кола проводиться аналогічно з наведеною вище методикою (п.п. 13.2, 13.3)

за наступним алгоритмом [3]. Розрахункова схема зі змішаним з'єднанням нелінійних і лінійних елементів наведена на рисунку 13.10.

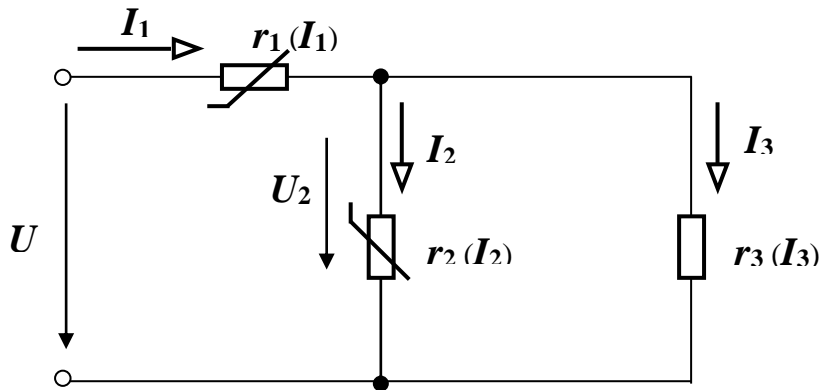


Рисунок 13.10 – Розрахункова схема змішаного з'єднання елементів $r_1(I_1)$, $r_2(I_2)$ і $r_3(I_3)$

Дано: ВАХ нелінійних елементів $I_1(U_1)$, $I_2(U_2)$ та лінійного елемента $I_3(U_2)$; напруга на затискачах електричного кола U .

Визначити: сили струмів в елементах кола I_1 , I_2 , I_3 , напруги на ділянках кола U_1 , U_3 .

Алгоритм розрахунку

1. Будуються ВАХ нелінійних елементів $I_1(U_1)$, $I_2(U_2)$, $I_3(U_3)$ в одних осях (рис. 13.11).

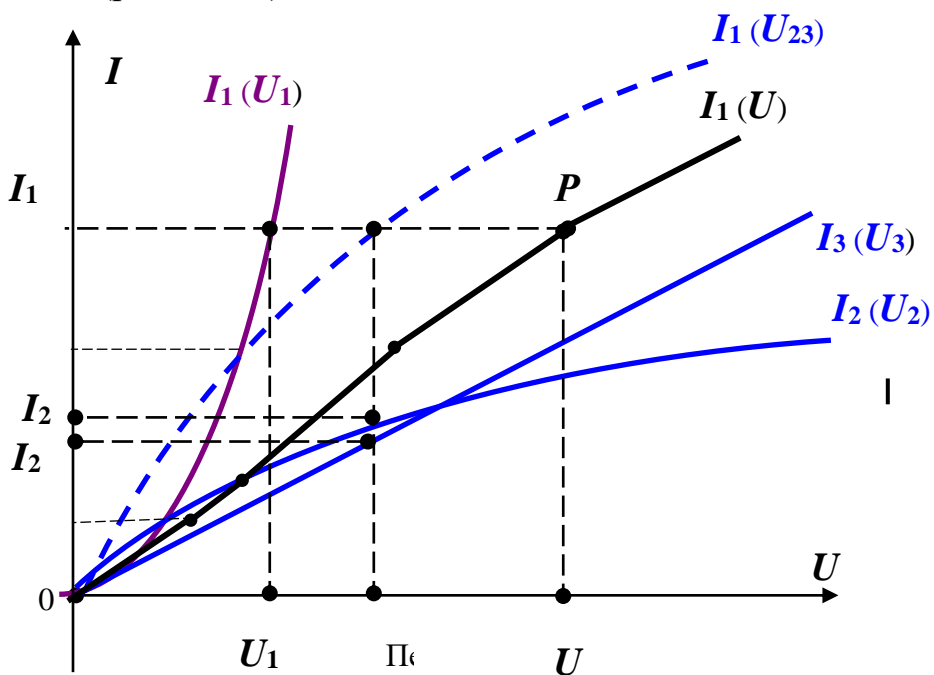


Рисунок 13.11 – ВАХ $I_1(U_1)$, $I_2(U_2)$, $I_3(U_3)$ і побудова характеристик $I_1(U_{23})$ та $I(U)$ при змішаному з'єднанні елементів електричного кола

2. Проводиться еквівалентне перетворення паралельної ділянки кола: Замінюється паралельне з'єднання r_2, r_3 еквівалентним r_{23} , та будується ВАХ $I_1(U_{23}) = (I_2 + I_3)U_{23}$, для цього підсумовуючи ординати ВАХ $I_2(U_2)$ і прямої $I_3(U_3)$ для одних і тих же значень напруг $U_2 = U_3 = U_{23}$ будуємо ВАХ паралельного з'єднання $(I_2 + I_3)U_{23}$ на графіку позначену як $I_1(U_{23})$ пунктирною лінією.

Після еквівалентного перетворення отримуємо нерозгалужене коло з послідовно з'єднаними опорами (рисунк 13.12).

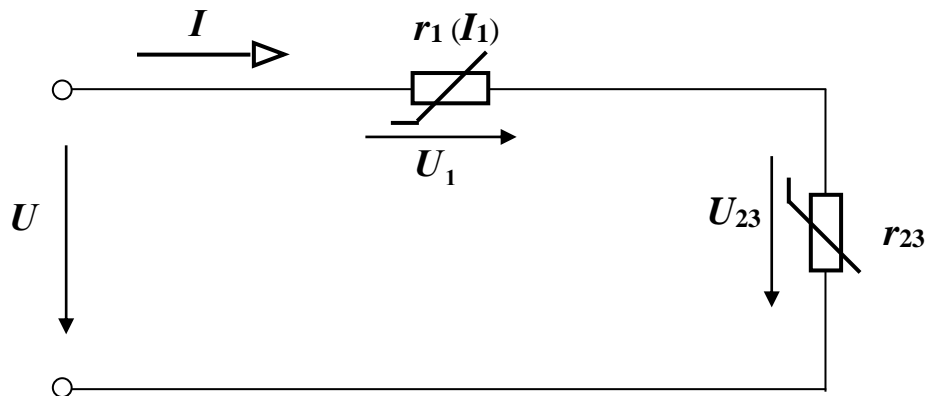


Рисунок 13.12 – Розрахункова схема після еквівалентного перетворення електричного кола

3. Будується ВАХ всього електричного кола $I_1(U)$, складаючи ВАХ $I_1(U_1)$ та $I_1(U_{23})$: для чого підсумовуються абсциси кривих $I_1(U_1)$ і $I_1(U_{23})$ для одних і тих же значень струму I_1 , обраного довільно ($I_1(U_1 + U_{23}) = I_1(U)$).

4. Для заданої напруги U всього кола і ВАХ кола $I_1(U)$ визначається струм нерозгалуженої ділянки кола I_1 .

5. Визначається напруга U_{23} на еквівалентному резисторі r_{23} по ВАХ $I_1(U_{23})$ для сили струму нерозгалуженої ділянки кола I_1 .

6. Визначаються I_2, I_3 по, відповідно, ВАХ $I_2(U_2)$ та $I_3(U_3)$ для напруги на паралельному з'єднанні U_{23} .

7. Визначається напруга на нелінійному резисторі r_1 по ВАХ $I_1(U_1)$ при сили струму I_1 .

Перевірки розрахунку струмів у електричному колі здійснюють за 1 законом Кірхгофа, а спадань напруг у контурах за 2 законом Кірхгофа.

Приклад 13.3

При змішаному з'єднанні першого нелінійного резистору з паралельно з'єднаними другим і третім нелінійними резисторами сили струмів і напруг на резисторах відповідно дорівнюють: $U_1 = 8 \text{ В}$, $I_1 = 4 \text{ А}$; $U_2 = 12 \text{ В}$, $I_2 = 1 \text{ А}$; $U_3 = 12 \text{ В}$, $I_3 = 3 \text{ А}$.

Визначити електричні потужності, що споживаються нелінійними резисторами електричного кола. Перевірте баланс електричної потужності кола.

Рішення

1. Визначаємо електричні потужності, що споживають нелінійні резистори.

$$P_1 = U_1 \cdot I_1; P_1 = 8 \cdot 4 = 32 \text{ Вт};$$

$$P_2 = U_2 \cdot I_2; P_2 = 12 \cdot 1 = 12 \text{ Вт};$$

$$P_3 = U_3 \cdot I_3; P_3 = 12 \cdot 3 = 36 \text{ Вт}.$$

2. Визначаємо напругу всього електричного кола.

Згідно другого закону Кірхгофа $U = U_1 + U_2$, оскільки $U_2 = U_3$.

$$U = 8 + 12 = 20 \text{ В}.$$

3. Визначаємо силу струму електричного кола.

Згідно першого закону Кірхгофа $I - I_2 - I_3 = 0$ або $I = I_2 + I_3$.

$$I = 1 + 3 = 4 \text{ А}.$$

4. Визначаємо електричну потужність, що споживають всі нелінійні резистора кола.

$$P = U \cdot I; P = 20 \cdot 4 = 80 \text{ Вт}$$

5. Баланс електричної потужності кола.

$$P = P_1 + P_2 + P_3;$$

$$P = 32 + 12 + 36 = 80 \text{ В}.$$

ТЕМАТИЧНЕ КОМПЛЕКСНЕ КВАЛІФІКАЦІЙНЕ ЗАВДАННЯ

Умова

Електричне коло постійного струму складається з ідеального генератора й двох нелінійних резисторів.

При послідовному з'єднанні нелінійних резисторів у колі встановлений амперметр – для виміру сили струму генератора і вольтметр – для виміру напруги на затискачах генератора. Вольтметр показав напругу U_1 .

При паралельному з'єднанні нелінійних резисторів у колі встановлені амперметри – для виміру сили струму генератора й сил струмів у розгалуженнях нелінійних резисторів. До затискачів генератора підключений вольтметр, що показав напругу U_2 .

Задано вольт-амперні характеристики першого нелінійного резистора $I_1 = f(U_1)$ (таблиця 1) і другого нелінійного резистора $I_2 = f(U_2)$ (таблиця 2).

Завдання

1. Скласти принципову електричну схему послідовно з'єднаних двох нелінійних резисторів. Окремі елементи кола виділити жирними лініями, а їхні з'єднуючі проводи - тонкими лініями.
2. Скласти розрахункову схему електричного кола, прийнявши наступні допущення:
 - опорами проводів, що з'єднують елементи кола, зневажити;
 - опором амперметра зневажити;
 - опір вольтметра вважати рівними нескінченності.
3. Побудувати в одній системі координат вольт-амперні характеристики нелінійних резисторів $I_1 = f(U_1)$ і $I_2 = f(U_2)$ за даними таблиць 13.1, 13.2.
4. Побудувати вольт-амперну характеристику всього кола $I = f(U)$.
5. Визначити графо-аналітичним методом:
 - значення сили струму в загальному колі при заданому значенні напруги на затискачах генератора;
 - напругу на затискачах першого нелінійного резистора при знайденому значенні сили струму в колі;
 - напругу на затискачах другого нелінійного резистора при знайденому значенні сили струму в колі;
 - потужність, вироблену ідеальним генератором.

6. Скласти принципову електричну схему паралельно з'єднаних двох нелінійних резисторів. Окремі елементи кола виділити жирними лініями, а їхні з'єднуючі проводи - тонкими лініями.
7. Скласти розрахункову схему електричного кола, прийнявши наступні допущення:
 - опорами проводів, що з'єднують елементи кола, зневажити;
 - опорами амперметрів зневажити;
 - опір вольтметра вважати рівними нескінченності.
8. Побудувати в одній системі координат вольт-амперні характеристики нелінійних резисторів $I_1 = f(U_1)$ і $I_2 = f(U_2)$ за даними таблиць 13.1, 13.2.
9. Побудувати вольт-амперну характеристику всього кола $I = f(U)$.
10. Визначити графо-аналітичним методом:
 - значення сили струму в загальному колі при заданому значенні напруги на затискачах генератора;
 - силу струму в розгалуженні першого нелінійного резистора при заданому значенні напруги на затискачах генератора;
 - силу струму в розгалуженні другого нелінійного резистора при заданому значенні напруги на затискачах генератора;
 - потужність, вироблену ідеальним генератором.
11. Побудувати вольт-амперну характеристику першого нелінійного резистора $I_1 = f(U_1)$ за даними таблиці 13.1.
12. Визначити графо-аналітичним методом:
 - динамічний опір першого нелінійного резистора R_{d1} при силі струму I_1 ;
 - статичний опір першого нелінійного резистора R_{c1} при силі струму I_1 .
13. Побудувати вольт-амперну характеристику другого нелінійного резистора $I_2 = f(U_2)$ за даними таблиці 13.2.
14. Визначити графо-аналітичним методом:
 - динамічний опір другого нелінійного резистора R_{d2} при силі струму I_2 ;
 - статичний опір другого нелінійного резистора R_{c2} при силі струму I_2 .

Варіанти вихідних даних

до тематичного комплексного кваліфікаційного завдання

ВАРІАНТ 1

Таблиця 13.1

I_1, A	0	1	2	3	4	5	6	7
U_1, B	0	15	22	26	30	33	36	40

Таблиця 13.2

I_1, A	0	1	2	3	4	5	6	7
U_1, B	0	2	5	9	15	22	36	50

$$U_1 = 55 B, \quad U_2 = 30 B, \quad I_1 = 2 A, \quad I_2 = 2 A.$$

ВАРІАНТ 2

Таблиця 13.1

I_1, A	0	0,1	0,2	0,4	0,8	1,4	2,1	3,2
U_1, B	0	10	20	30	40	50	60	70

Таблиця 13.2

I_2, A	0	0,7	1,3	1,6	2	2,3	2,5	2,7
U_2, B	0	10	20	30	40	50	60	70

$$U_1 = 55 B, \quad U_2 = 40 B, \quad I_1 = 1 A, \quad I_2 = 2 A.$$

ВАРІАНТ 3

Таблиця 13.1

I_1, A	0	1	2	3	4	5	6	7
U_1, B	0	15	22	26	30	33	36	40

Таблиця 13.2

I_1, A	0	1	2	3	4	5	6	7
U_1, B	0	2	5	9	15	22	36	50

$$U_1 = 60 B, \quad U_2 = 20 B, \quad I_1 = 3 A, \quad I_2 = 3 A.$$

ВАРІАНТ 4

Таблиця 13.1

I_1, A	0	1	2	3	4	5	6	7
U_1, B	0	15	22	26	30	33	36	40

Таблиця 13.2

I_1, A	0	1	2	3	4	5	6	7
U_1, B	0	2	5	9	15	22	36	50

$$U_1 = 70 B, \quad U_2 = 15 B, \quad I_1 = 4 A, \quad I_2 = 4 A.$$

ВАРІАНТ 5

Таблиця 13.1

I_1, A	0	1	2	3	4	5	6	7
U_1, B	0	100	150	175	200	220	225	240

Таблиця 13.2

I_1, A	0	1	2	3	4	5	6	7
U_1, B	0	200	275	325	375	400	410	425

$$U_1 = 200 B, \quad U_2 = 150 B, \quad I_1 = 3 A, \quad I_2 = 4 A.$$

ВАРІАНТ 6

Таблиця 13.1

I_1, A	0	1	2	3	4	5	6	7
U_1, B	0	100	150	175	200	220	225	240

Таблиця 13.2

I_2, A	0	1	2	3	4	5	6	7
U_2, B	0	200	275	325	375	400	410	425

$$U_1 = 300 B, \quad U_2 = 200 B, \quad I_1 = 2 A, \quad I_2 = 2 A.$$

ВАРІАНТ 7

Таблиця 13.1

I_1, A	0	0,7	1,3	1,6	2	2,3	2,5	2,7
U_1, B	0	10	20	30	40	50	60	70

Таблиця 13.2

I_2, A	0	0,1	0,2	0,4	0,8	1,4	2,1	3,2
U_2, B	0	10	20	30	40	50	60	70

$$U_1 = 55 B, \quad U_2 = 50 B, \quad I_1 = 1 A, \quad I_2 = 1 A.$$

ВАРІАНТ 8

Таблиця 13.1

I_1, A	0	0,7	1,3	1,6	2	2,3	2,5	2,7
U_1, B	0	10	20	30	40	50	60	70

Таблиця 13.2

I_2, A	0	0,1	0,2	0,4	0,8	1,4	2,1	3,2
U_2, B	0	10	20	30	40	50	60	70

$$U_1 = 40 B, \quad U_2 = 40 B, \quad I_1 = 1,5 A, \quad I_2 = 1,5 A$$

ВАРІАНТ 9

Таблиця 13.1

I_1, A	0	0,7	1,3	1,6	2	2,3	2,5	2,7
U_1, B	0	10	20	30	40	50	60	70

Таблиця 13.2

I_2, A	0	0,1	0,2	0,4	0,8	1,4	2,1	3,2
U_2, B	0	10	20	30	40	50	60	70

$$U_1 = 40 B, \quad U_2 = 40 B, \quad I_1 = 1 A, \quad I_2 = 1 A.$$

ВАРІАНТ 10

Таблиця 13.1

I_1, A	0	0,3	0,6	0,9	0,12	0,15	0,18	0,21
U_1, B	0	10	20	30	40	50	60	70

Таблиця 13.2

I_2, A	0	0,1	0,2	0,4	0,8	1,4	2,1	3,2
U_2, B	0	15	22	26	30	33	36	40

$$U_1 = 50 B, \quad U_2 = 45 B, \quad I_1 = 1 A, \quad I_2 = 0,5 A.$$

ВАРІАНТ 11

Таблиця 13.1

I_1, A	0	0,3	0,6	0,9	0,12	0,15	0,18	0,21
U_1, B	0	10	20	30	40	50	60	70

Таблиця 13.2

I_2, A	0	0,1	0,2	0,4	0,8	1,4	2,1	3,2
U_2, B	0	15	22	26	30	33	36	40

$$U_1 = 45 B, \quad U_2 = 40 B, \quad I_1 = 1,5 A, \quad I_2 = 1 A.$$

ВАРІАНТ 12

Таблиця 13.1

I_1, A	0	1	2	3	4	5	6	7
U_1, B	0	150	210	260	290	325	350	350

Таблиця 13.2

I_2, A	0	1	2	3	4	5	6
U_2, B	0	30	90	110	210	300	400

$$U_1 = 220 B, \quad U_2 = 200 B, \quad I_1 = 3 A, \quad I_2 = 1,5 A.$$

ВАРІАНТ 13

Таблиця 13.1

I_1, A	0	1	2	3	4	5	6	7
U_1, B	0	150	210	260	290	325	350	350

Таблиця 13.2

I_2, A	0	1	2	3	4	5	6
U_2, B	0	30	90	110	210	300	400

$$U_1 = 250 B, \quad U_2 = 220 B, \quad I_1 = 4 A, \quad I_2 = 4 A.$$

ВАРІАНТ 14

Таблиця 13.1

I_1, A	0	1	2	3	4	5	6	7
U_1, B	0	150	210	260	290	325	350	350

Таблиця 13.2

I_2, A	0	1	2	3	4	5	6
U_2, B	0	30	90	110	210	300	400

$$U_1 = 200 B, \quad U_2 = 200 B, \quad I_1 = 2,5 A, \quad I_2 = 2,5 A.$$

ВАРІАНТ 15

Таблиця 13.1

I_1, A	0	1	2	3	4	5	6	7
U_1, B	0	150	210	260	290	325	350	360

Таблиця 13.2

I_2, A	0	1	2	3	4	5	6
U_2, B	0	30	90	110	210	300	400

$$U_1 = 15 B, \quad U_2 = 150 B, \quad I_1 = 2 A, \quad I_2 = 3 A.$$

Рішення

Початкові дані

Таблиця 13.1

I_1, A	0	0,1	0,2	0,4	0,8	1,4	2,1	3,2
U_1, B	0	10	20	30	40	50	60	70

Таблиця 13.2

I_2, A	0	0,7	1,3	1,6	2	2,3	2,5	2,7
U_2, B	0	10	20	30	40	50	60	70

$U_1 = 50 B,$

$U_2 = 45 B,$

$I_1 = 1 A,$

$I_2 = 2 A.$

1. Складаємо принципову електричну схему послідовно з'єднаних двох нелінійних резисторів (рис.1). Окремі елементи кола виділяємо жирними лініями, а їхні з'єднуючі проводи - тонкими лініями:

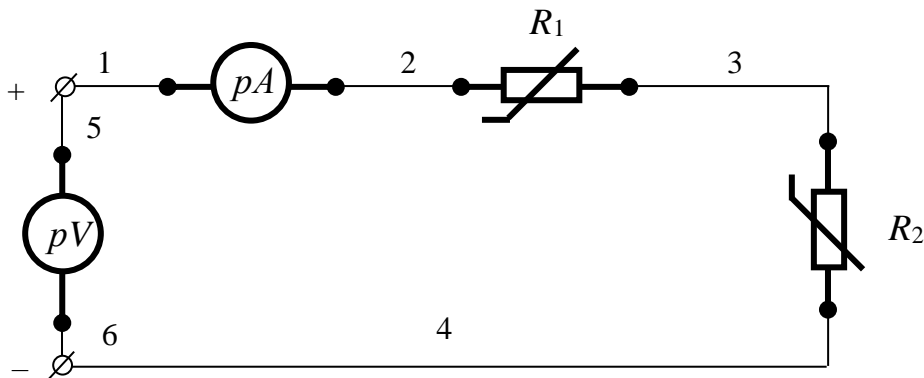


Рис.1

2. Складаємо розрахункову схему електричного кола (рис.2), прийнявши наступні допущення:

- опорами проводів, що з'єднують елементи кола, зневажити;
- опором амперметра зневажити;
- опір вольтметра вважати рівними нескінченності.

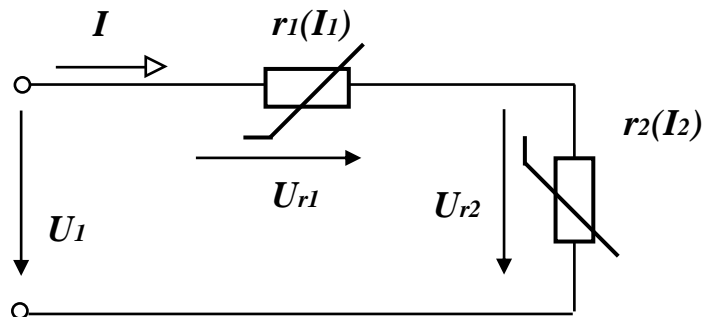


Рис.2

3. Будуємо в одній системі координат вольт-амперні характеристики нелінійних резисторів $I_1 = f(U_1)$ і $I_2 = f(U_2)$ за даними таблиці 13.1 і 13.2 (рис.3):

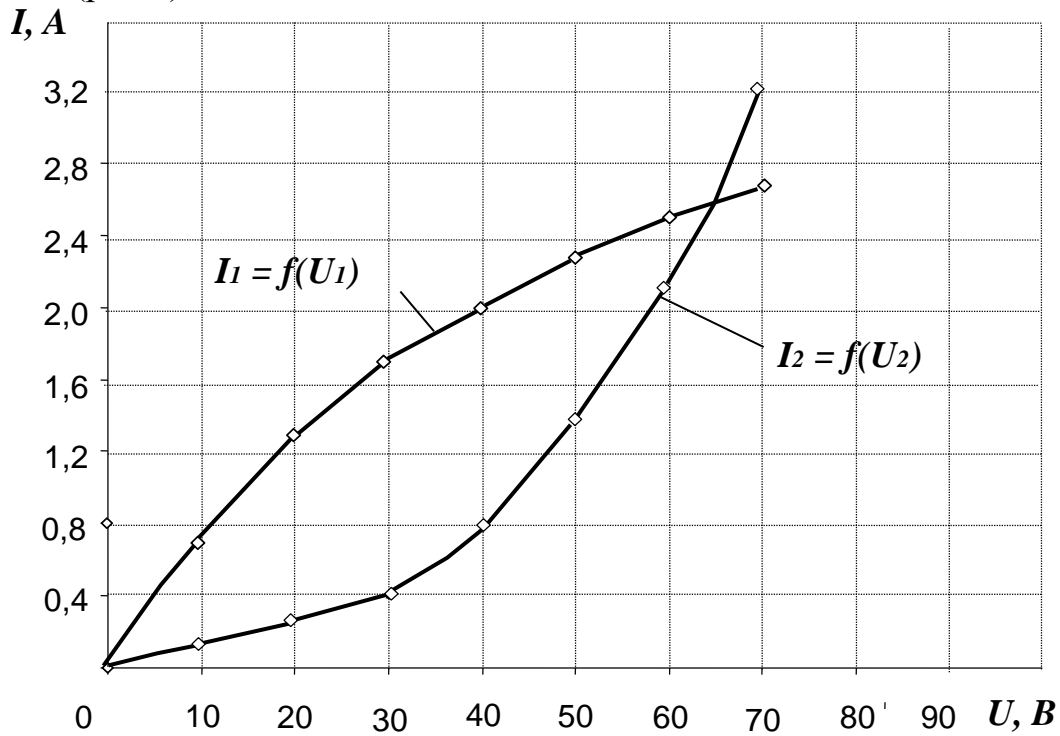


Рис.3

4. Будуємо вольт-амперну характеристику всього кола $I = f(U)$ (рис.4):

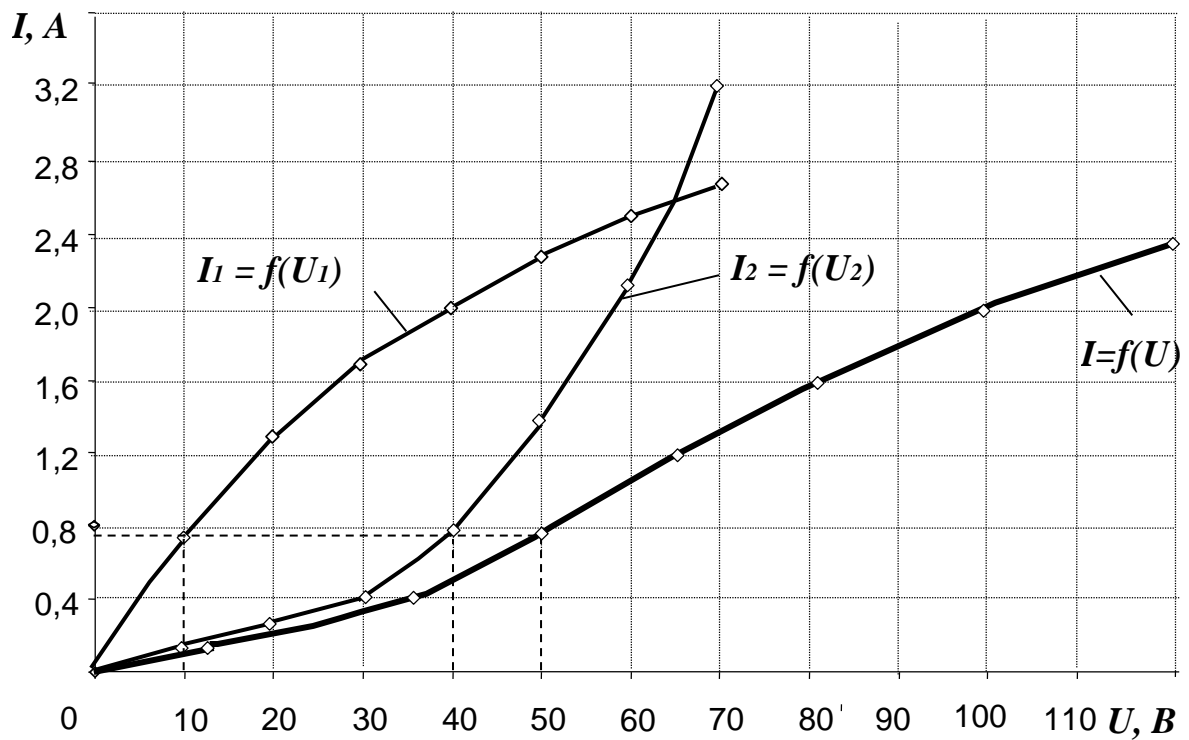


Рис.4

5. Визначаємо графо-аналітичним методом:

– значення сили струму в загальному колі при заданому значенні напруги на затискачах генератора $U_1 = 50 \text{ В}$

$$I = 0,78 \text{ A};$$

– напругу на затискачах першого нелінійного резистора при знайденому значенні сили струму в колі $0,78 \text{ А}$

$$U_{r1} = 10 \text{ В}.$$

– напругу на затискачах другого нелінійного резистора при знайденому значенні сили струму в колі $0,78 \text{ А}$.

$$U_{r2} = 40 \text{ В}.$$

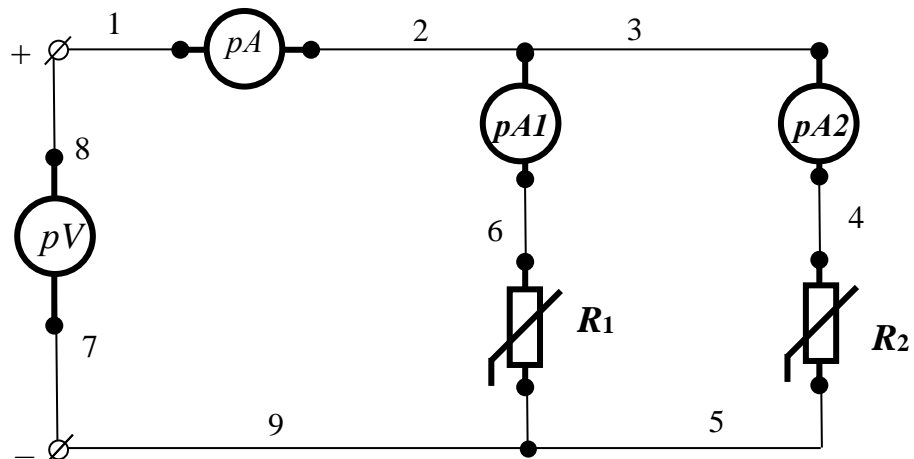
– потужність, вироблену ідеальним генератором.

$$P_{\Gamma} = U_1 \cdot I; \tag{1}$$

де P_{Γ} – потужність, вироблена ідеальним генератором, Вт;
 U_1 – напруга на затискачах генератора, В;
 I – сила струму в загальному колі, А.

$$P_{\Gamma} = 50 \cdot 0,78 = 39 \text{ Вт}.$$

6. Складаємо принципову електричну схему паралельно з'єднаних двох нелінійних резисторів (рис.5). Окремі елементи кола виділяємо жирними лініями, а їхні з'єднуючі проводи - тонкими лініями:



2 Рис.5

7. Складаємо розрахункову схему електричного кола (рис.6), прийнявши наступні допущення:

- опорами проводів, що з'єднують елементи кола, зневажити;
- опорами амперметрів зневажити;
- опір вольтметра вважати рівними нескінченності.

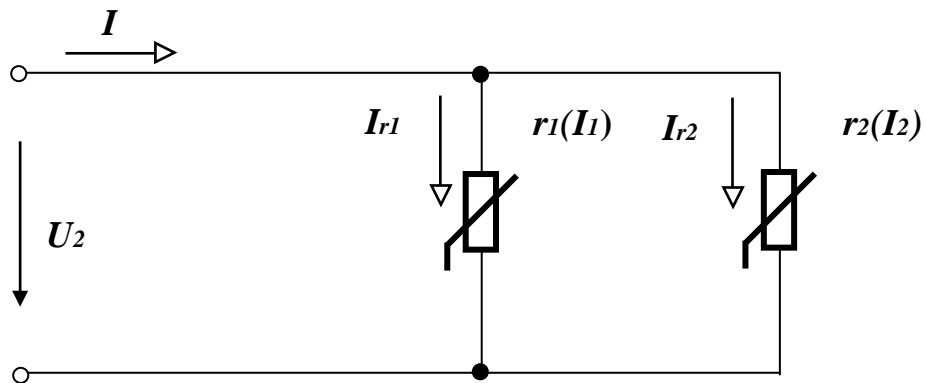


Рис.6

8. Будемо в одній системі координат вольт-амперні характеристики нелінійних резисторів $I_1 = f(U_1)$ і $I_2 = f(U_2)$ за даними таблиці 13.1, 13.2 (рис.7):

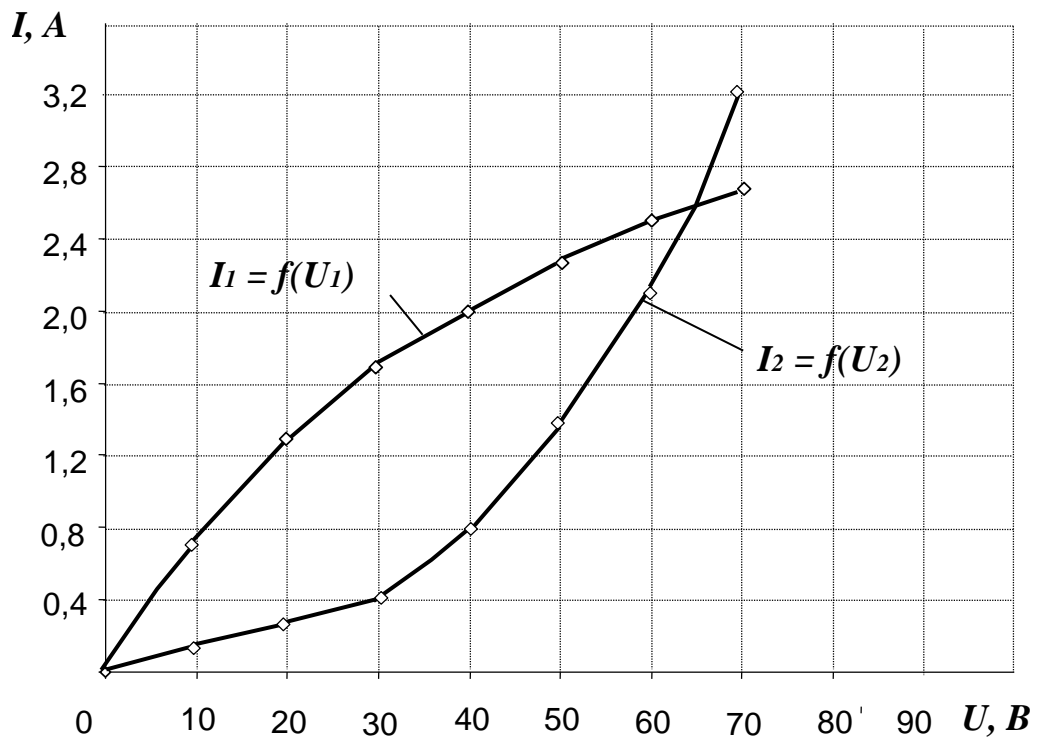


Рис.7

9. Будемо вольт-амперну характеристику всього кола $I = f(U)$ (рис.8):

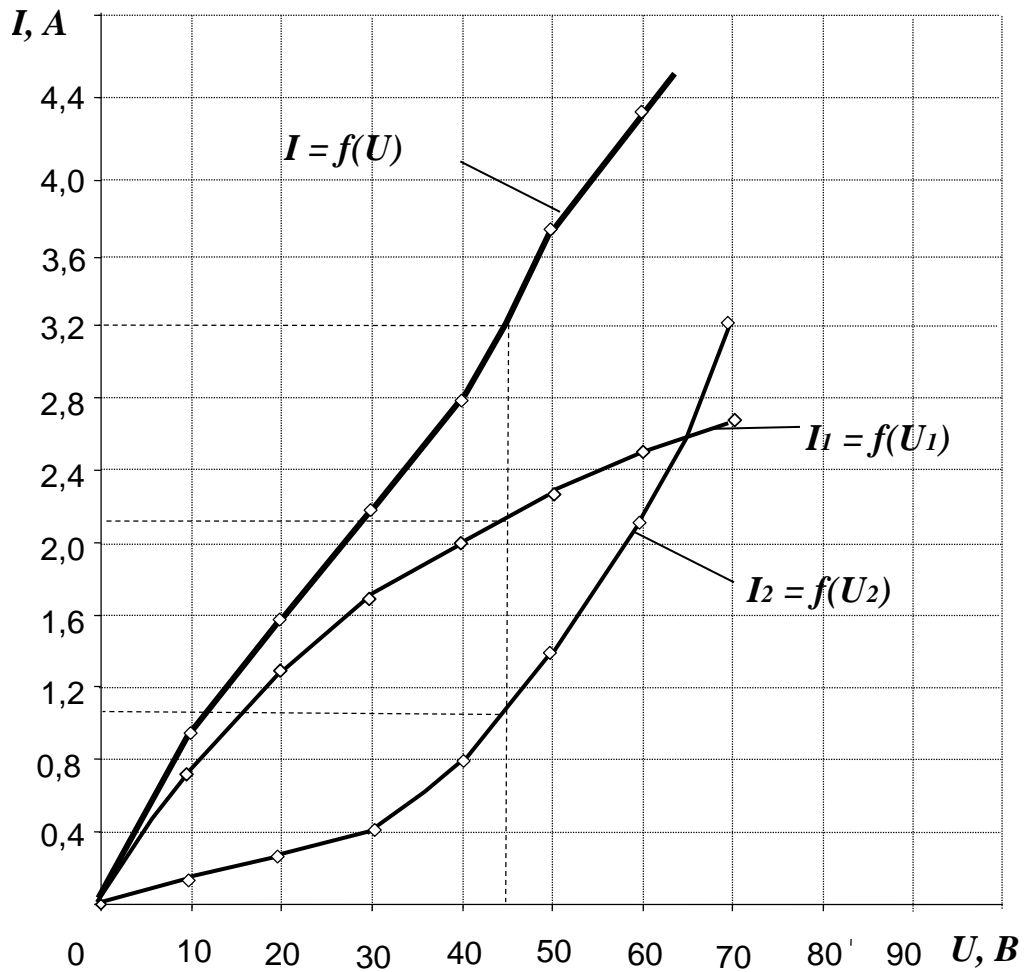


Рис.8

10. Визначаємо графо-аналітичним методом:

– значення сили струму в загальному колі при заданому значенні напруги на затискачах генератора $U_2 = 45 \text{ В}$;

$$I = 3,2 \text{ А.}$$

– значення сили струму в розгалуженні першого нелінійного резистора при заданому значенні напруги на затискачах генератора $U_2 = 45 \text{ В}$;

$$I_{r1} = 1,05 \text{ А.}$$

– значення сили струму в розгалуженні другого нелінійного резистора при заданому значенні напруги на затискачах генератора $U_2 = 45 \text{ В}$;

$$I_2 = 2,15 \text{ А.}$$

– потужність, вироблену ідеальним генератором.

$$\begin{aligned} P_G &= U_2 \cdot I; \\ P_G &= 45 \cdot 3,2 = 144 \text{ Вт.} \end{aligned} \quad (2)$$

11. Будуємо вольт-амперну характеристику першого нелінійного резистора $I_1 = f(U_1)$ за даними таблиці 13.1 (рис.9):

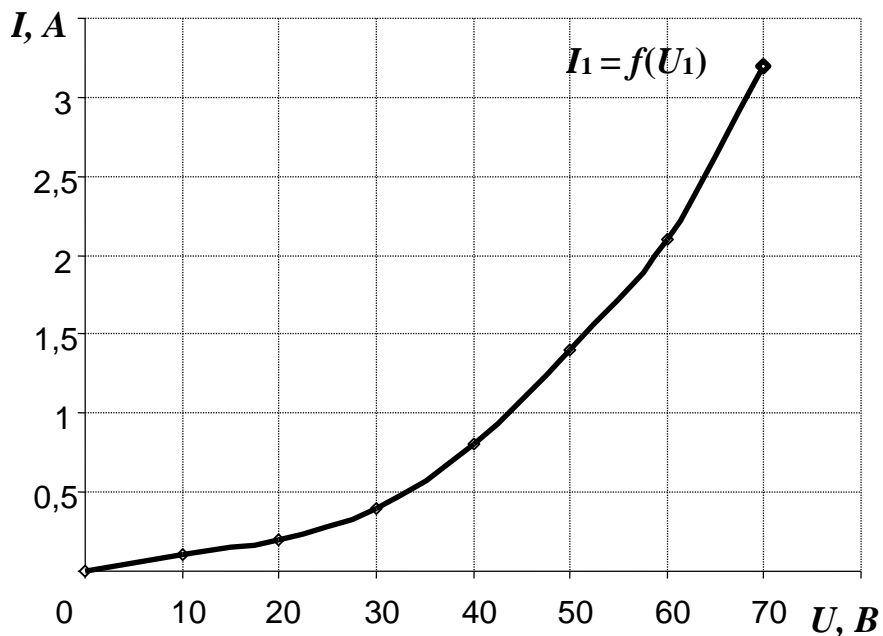


Рис.9

12. Визначаємо графо-аналітичним методом:

– динамічний опір першого нелінійного резистора $R_{\partial 1}$ при силі струму $I_1 = 1 \text{ А}$, для цього:

1) будуємо дотичну до вольт-амперної характеристики у робочій точці P при силі струму $I_1 = 1 \text{ А}$ (рис.10);

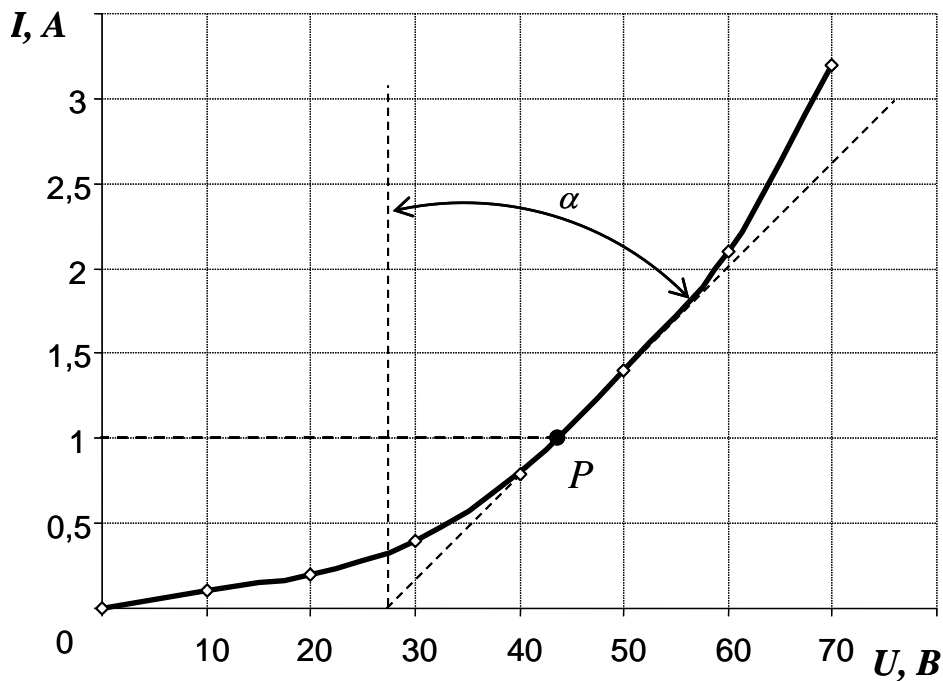


Рис.10

2) визначаємо кут α між віссю струму і дотичною (рис.10);

$$\alpha = 42^\circ;$$

3) визначаємо масштаб опору;

$$m_R = m_U / m_I = 20 \text{ Ом/см};$$

динамічний опір першого нелінійного резистора $R_{\partial 1}$ визначаємо за формулою:

$$R_{\partial} = m_R \cdot \operatorname{tg} \alpha; \tag{3}$$

$$R_{\partial 1} = 20 \cdot 0,9 = 18,0 \text{ Ом.}$$

– статичний опір першого нелінійного резистора R_{c1} визначаємо при силі струму $I_{1.} = 1 \text{ A}$, для цього:

1) з'єднуємо прямою лінією точку 0 з робочою точкою P при силі струму $I_{1.} = 1 \text{ A}$ на вольт-амперній характеристиці (рис.11);

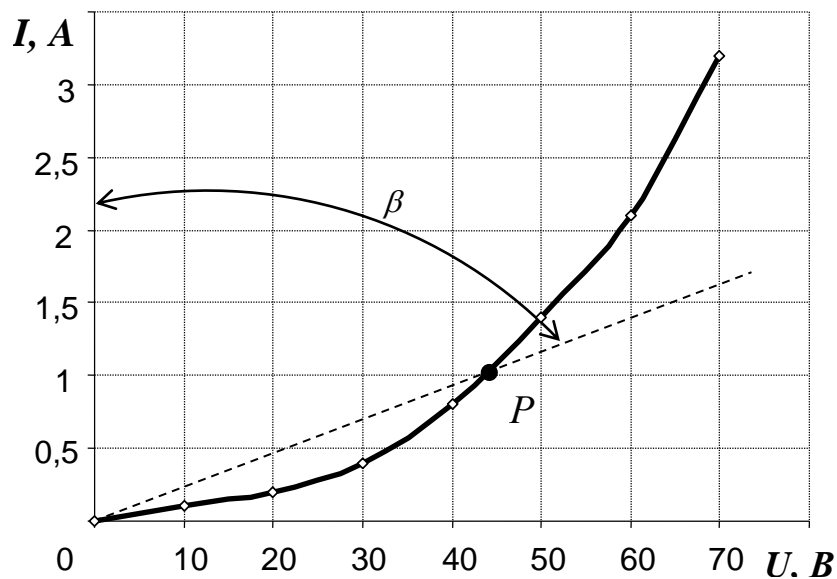


Рис.11

2) визначаємо кут β між віссю струму і прямою лінією, що з'єднує точку 0 з робочою точкою P при силі струму $I_1 = 1 \text{ A}$ на вольт-амперній характеристиці (рис.11);

$$\beta = 70^\circ;$$

3) визначаємо масштаб опору

$$m_R = m_U / m_I = 20 \text{ Ом/см};$$

статичний опір першого нелінійного резистора $R_{\partial 1}$ визначаємо за формулою:

$$\beta = 70^\circ \cdot R_c = m_R \cdot \text{tg } \beta ; \quad (4)$$

$$R_{c1} = 20 \cdot 2,748 = 54,96 \text{ Ом}.$$

13. Будуємо вольт-амперну характеристику другого нелінійного резистора $i_2 = f(U_2)$ за даними таблиці 13.2 (рис.12):

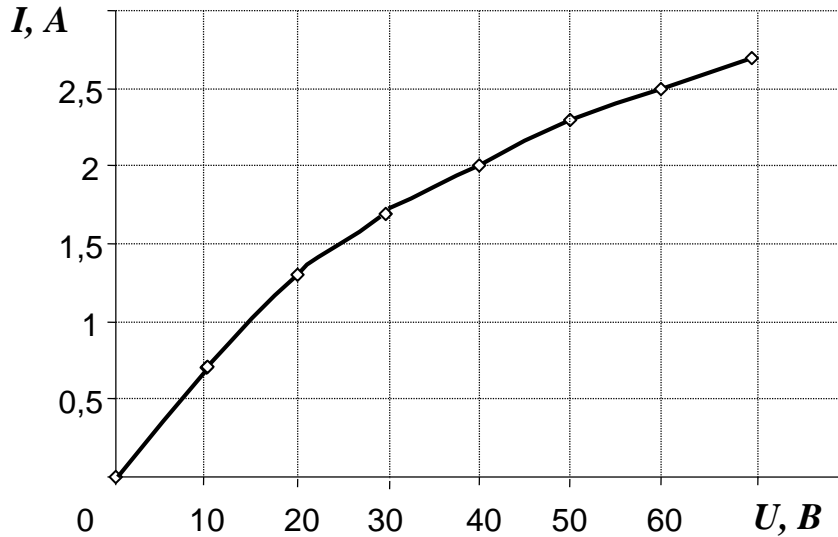


Рис.12

14. Визначаємо графо-аналітичним методом:

– динамічний опір другого нелінійного резистора $R_{\partial 2}$ при силі струму $I_2 = 2\text{ A}$, для цього:

1) будемо дотичну до вольт-амперної характеристики у робочій точці P при силі струму $I_2 = 2\text{ A}$ (рис.13);

2) визначаємо кут α між віссю струму і дотичною (рис.13);

$$\alpha = 66^\circ;$$

3) визначаємо масштаб опору

$$m_R = m_U / m_I = 10 / 0,5 = 20\text{ Ом/см};$$

динамічний опір другого нелінійного резистора $R_{\partial 2}$ визначаємо за формулою:

$$R_{\partial} = m_R \cdot \operatorname{tg} \alpha; \quad (5)$$

$$R_{\partial 2} = 20 \cdot 2,25 = 45,0\text{ Ом}.$$

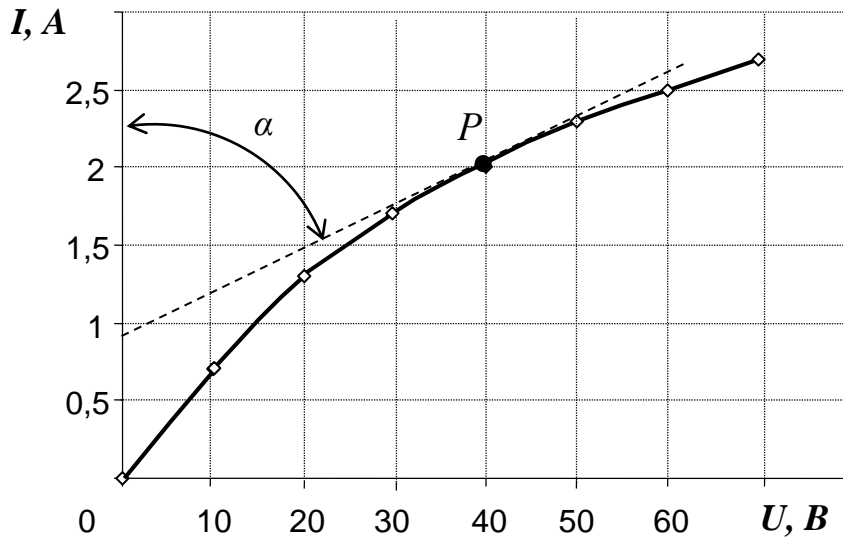


Рис.13

– статичний опір другого нелінійного резистора R_{c2} визначаємо при силі струму $I_2 = 2 \text{ A}$, для цього:

1) з'єднуємо прямою точку 0 з робочою точкою P при силі струму $I_1 = 2 \text{ A}$ на вольт-амперній характеристиці (рис.14);

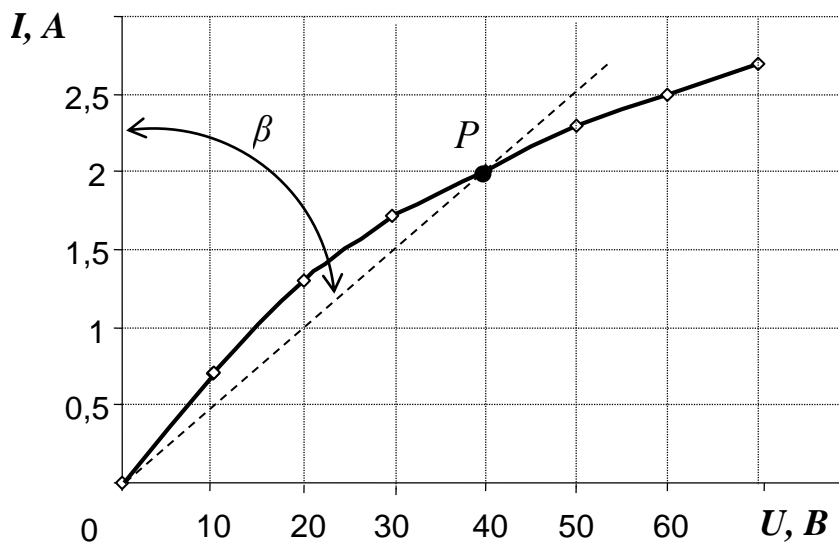


Рис.14

2) визначаємо кут β між віссю струму і прямою, що з'єднує точку 0 з робочою точкою P при силі струму $I_1 = 2 \text{ A}$ на вольт-амперній характеристиці (рис.14);

$$\beta = 45^\circ;$$

3) визначаємо масштаб опору;

$$m_R = m_U / m_I = 20 \text{ Ом/см};$$

статичний опір першого нелінійного резистора R_{d1} визначаємо за формулою:

$$\begin{aligned} R_c &= m_R \cdot \operatorname{tg} \beta; \\ R_{c1} &= 20 \cdot 1 = 20 \text{ Ом}. \end{aligned} \quad (6)$$

ТЕМА 14

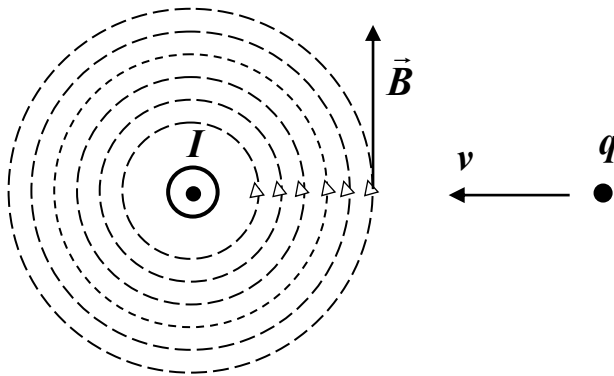
МАГНІТНІ КОЛА ПРИ ПОСТІЙНИХ МАГНІТНИХ ПОТОКАХ

Магнітне поле являє собою особливий вид матерії, за допомогою якої здійснюється взаємодія між рухомими зарядженими частинками.

Джерелами магнітного поля є природні магніти і електромагніти, в яких магнітне поле створюється під дією електричного струму в результаті **явища електромагнетизму**: навколо провідника зі струмом утворюється магнітне поле.

Магнітне поле зображується за допомогою **силових ліній** – уявних ліній, дотичні до яких в кожній точці поля збігаються за напрямком з вектором магнітної індукції.

Напрямок силових ліній магнітного поля визначається за правилом «**буравчика**» або «правового гвинта» (рисунок 14.1):



якщо вкручувати буравчик (правий гвинт) за напрямом електричного струму, то напрям його обертання буде збігатися з напрямом силових ліній магнітного поля.

Рисунок 14.1 – Визначення напрямку силових ліній магнітного поля за правилом «буравчика»

Магнітне поле, створене навколо провідника зі струмом характеризується магнітною індукцією та напруженістю магнітного поля.

Магнітна індукція B є векторною силовою характеристикою магнітного поля (рисунок 14.2) [1-5]. **Вектор магнітної індукції** в будь-якій точці магнітного поля є **дотичною** до силової лінії магнітного поля. Модуль магнітної індукції дорівнює відношенню сили магнітного поля до добутку величини електричного заряду на швидкість його руху або обертаючого моменту рамки зі струмом (поміщеної в дану точку поля) до добутку площі рамки на силу струму в ній

$$B = \frac{F}{q \cdot v} = \frac{M}{I \cdot S}, \quad (14.1)$$

де B – магнітна індукція, $Tл$;
 F – сила магнітного поля, H ;
 q – величина заряду, $Кл$;
 v – швидкість руху заряду, $м/с$;
 M – обертаючий момент, $H \cdot м$;
 I – сила струму, A ;
 S – площа рамки, $м^2$.

Магнітне поле є **однорідним**, якщо вектор магнітної індукції \vec{B} в кожній точці цієї області є постійним за значенням і напрямом.

Потік вектору магнітної індукції через дану поверхню магнітного поля, або скорочено **магнітний потік** – є скалярною фізичною величиною, що характеризує число ліній магнітної індукції поля, які пронизують замкнутий контур

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}. \quad (14.2)$$

Для однорідного магнітного поля, в якому вектор магнітної індукції \vec{B} в будь-якій точці перпендикулярний поверхні S , величина магнітного потоку дорівнює добутку магнітної індукції на площу, через яку проходить магнітне поле

$$\Phi = B \cdot S, \quad (14.3)$$

де Φ – магнітний потік, $Вб$;
 B – магнітна індукція, $Tл$;
 S – площа поверхні, через яку проходить магнітний потік, $м^2$.

Закон електромагнетизму: потікозчеплення (добуток кількості витків котушки на магнітний потік) **прямо пропорційно добутку індуктивності котушки на силу електричного струму** [1-5]

$$\psi = w \cdot \Phi = L \cdot I, \quad (14.4)$$

де ψ – потікозчеплення, $Вб$;
 w – кількість витків котушки;
 Φ – магнітний потік, $Вб$;
 L – індуктивність котушки, $Гн$;
 I – сила електричного струму, A .

Ще однією характеристикою магнітного поля є **напруженість магнітного поля**, під якою розуміється відношення магнітної індукції до магнітної проникності середовища [2, 3, 5]

$$H = \frac{B}{\mu_c}, \quad (14.5)$$

де H – напруженість магнітного поля, A/m ;

B – магнітна індукція, $Tл$;

μ_c – магнітна проникність середовища, $Гн/м$.

Магнітну проникність середовища (абсолютну) можна знайти так [1-3, 5]

$$\mu_c = \mu \mu_0, \quad (14.6)$$

де μ_c – магнітна проникність середовища, $Гн/м$;

μ_0 – магнітна постійна, $Гн/м$; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} Гн/м$

μ – відносна магнітна проникність середовища, тобто $\mu = \frac{\mu_c}{\mu_0}$.

Приклад 14.1

У котушці індуктивності з феромагнітним осереддям протікає електричний струм і створює магнітне поле. Магнітна індукція в магнітопроводі дорівнює $1,2 Тл$, відносна магнітна проникність матеріалу магнітопроводу дорівнює $2500/\pi$, магнітна постійна $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} Гн/м$. **Визначити: магнітну проникність магнітопроводу і напруженість магнітного поля в магнітопроводі**

Рішення.

1. Визначаємо магнітну проникність магнітопроводу за (14.6)

$$\mu_c = \mu \mu_0 = 2500 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} = 0,001 Гн/м.$$

2. Визначаємо напруженість магнітного поля в магнітопроводі за виразом (14.5)

$$H = \frac{B}{\mu_c} = \frac{1,2}{0,001} = 1200 A/m.$$

Магнітне коло – це сукупність пристроїв, які забезпечують можливість створення магнітного потоку [1, 3, 5].

Основні елементи магнітного кола: магнітопровід (призначений для замикання і підсилення магнітного потоку), котушку зі струмом (для створення магнітного потоку), яка живиться від джерела постійної напруги. Приклад конструктивної схеми нерозгалуженого магнітного кола наведено на рисунку 14.2.

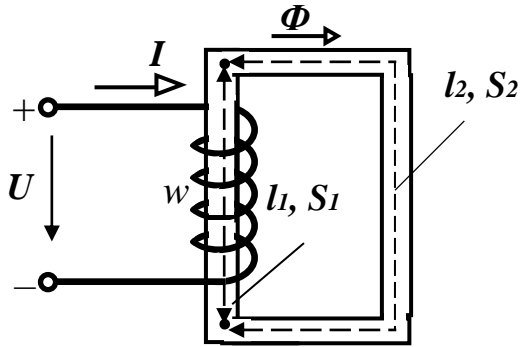


Рисунок 14.2 – Конструктивна схема нерозгалуженого магнітного кола

Магнітопровід має дві ділянки: *перша ділянка з довжиною середньої магнітної лінії l_1 , перетином S_1 ; друга ділянка з довжиною середньої магнітної лінії l_2 , перетином S_2 .* Котушка має w витків.

У практичних розрахунках використовують **закон повного струму для однорідного магнітного поля**, формулювання якого наступне: *намагнічуюча сила (добуток кількості витків котушки на силу струму) прямо пропорційна добутку напруженості магнітного поля на довжину магнітопроводу [1, 3, 5]*

(14.8)

$$F = w I = H_i \cdot l_i,$$

де F – намагнічуюча сила котушки, A ;

w – кількість витків котушки;

I – сила струму, який протікає в котушці, A ;

H_i – напруженість на ділянках магнітного поля, A/m ;

l_i – довжина ділянок магнітопроводу котушки, m .

Напруженість магнітного поля від намагнічуючого струму

$$H = \frac{w \cdot I}{l}, \quad (14.9)$$

При зміні електричного струму від нуля до певного значення магнітна індукція відповідно з (14.4) буде змінюватися за формулою

$$B = \mu_c \cdot H. \quad (14.10)$$

Магнітний потік буде змінюватися за законом формулою :

$$\Phi = \mu_c H S. \quad (14.11)$$

Матеріали, здатні сильно намагнічуватися в слабких магнітних полях, називають **феромагнітними** (феромагнетиками). Основні характеристики феромагнетиків визначають по **кривим намагнічування** – залежності магнітної індукції від напруженості магнітного поля. Залежність магнітної індукції від напруженості магнітного поля $B = f(H)$ для феромагнітних матеріалів буде

нелінійною ($\frac{B}{H} = \mu_c = \text{var}$).

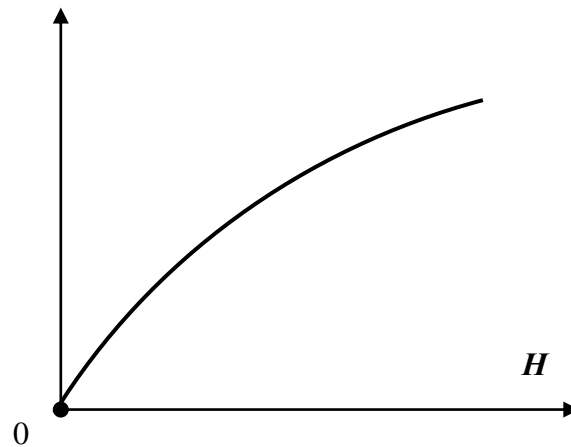


Рисунок 14.3 – Крива намагнічування $B = f(H)$

Залежність $B = f(H)$ для феромагнітних матеріалів визначають експериментальним шляхом. До феромагнітних матеріалів відносяться залізо і його сплави, ферити та магнітодіелектрики на основі карбонільного заліза, що виготовляються пресуванням порошку карбонільного заліза з бакелітом, амінопластом або іншими зв'язуючими речовинами (спаї).

Петля гістерезису – це замкнута крива, що виражає залежність магнітної індукції в феромагнітному осерді від напруженості магнітного поля $B = f(H)$ або магнітного потоку від сили струму намагнічування $\Phi = f(I)$, які отримують при циклічному перемагнічуванні феромагнітного матеріалу [1, 3, 5, 6].

Магнітний опір ділянки магнітного кола

$$R_M = \frac{l}{\mu_c S}, \quad [R_M] = \frac{l}{\Gamma_H} \quad (14.12)$$

Магнітної напруги на ділянці магнітного кола

$$U_M = R_M \cdot \Phi, \quad [U_M] = A. \quad (14.13)$$

Намагнічуюча (магніторушійна) сила (МРС), під якою будемо розуміти добуток кількості витків обмотки на силу струму в

$$F = w \cdot I. \quad [U_M] = A. \quad (14.14)$$

Таким чином одержимо рівняння магніторушійної сили в залежності від магнітних напруг ділянок магнітного кола

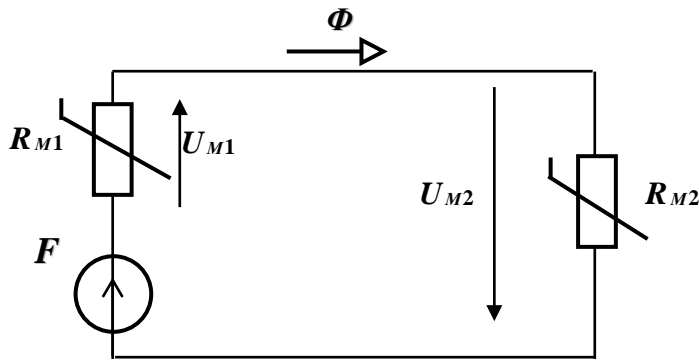
$$F = U_{M1} + U_{M2}. \quad (14.15)$$

Рівняння (14.19) є формальною аналогією закону Ома для замкнутого електричного кола. Між величинами, що характеризують магнітні і електричні кола аналогія представлена в таблиці 14.1.

Таблиця 14.1 – Аналогія між фізичними величинами електричного і магнітного кола

Електричні величини	Магнітні величини
E – електрорушійна сила, В	F – магніторушійна сила, А
R – опір електричному струму, Ом	R_M – опір магнітному потоку, 1/Гн
I – сила електричного струму, А	Φ – магнітний потік, Вб
U – напруга на ділянці кола, В	U_M – магнітна напруга на ділянці кола, А

Розрахункова схема магнітного кола відображує фізичні явища і процеси, що спостерігаються у магнітному колі. Так, для магнітного кола, приведеного на рисунку 14.2, розрахункова схема має вигляд, представлений на рисунку 14.4.



F – намагнічуюча (магніторушійна сила (МРС), А;
 R_{M1} , R_{M2} – магнітні опори ділянок кола, 1/Гн;
 U_{M1} , U_{M2} – магнітні напруги на ділянках кола, А;
 Φ – магнітний потік, Вб.

Рисунок 14.4 – Розрахункова схема магнітного кола

Закон Ома для ділянки магнітного кола без джерела МРС: магнітний потік прямо пропорційний магнітній напрузі на ділянці кола і зворотно пропорційний магнітному опору ділянки кола [1, 3].

Математичний запис закону

$$\Phi = \frac{U_M}{R_M}, \quad (14.16)$$

де Φ – магнітний потік на ділянці кола, Вб;
 U_M – магнітна напруга на ділянці кола, А;

R_M – магнітний опір ділянки кола, $1/\Gamma_H$.

Наприклад, для ділянки нерозгалуженого магнітного кола з магнітним опором R_{M1} (рисунок 14.4) даний вираз буде виглядати так

$$\Phi_1 = \frac{U_{M1}}{R_{M1}}. \quad (14.17)$$

Закон Ома для замкненого магнітного кола з джерелом МРС: магнітний потік дорівнює відношенню магніторушійної сили до суми магнітних опорів кола [3, 5, 6].

Математичний запис закону

$$\Phi = \frac{F}{\sum R_M}, \quad (14.18)$$

де Φ – магнітний потік на ділянці кола, $B\delta$;

F – магніторушійна сила, A ;

$\sum R_M$ – сума магнітних опорів кола, $1/\Gamma_H$.

Наприклад, для замкненого магнітного кола з однією МРС і двома ділянками з різним магнітним опором (рисунок 14.4) даний вираз має наступний вигляд

$$\Phi = \frac{F}{R_{M1} + R_{M2}}. \quad (14.19)$$

Узагальненого закону Ома для магнітного кола виглядає так [3, 5, 6]

$$\Phi = \frac{U_M + \sum F}{\sum R_M}, \quad (14.20)$$

де U_M – магнітна напруга на ділянці магнітного кола з МРС, A .

$\sum F$ – алгебраїчна сума МРС у замкненому контурі кола, A .

Для складання законів Кірхгофу розглянемо розгалужене магнітне коло (рисунок 14.5) і його розрахункову схему (рисунок 14.6).

Перший закон Кірхгофа для розгалуженого магнітного кола формулюється так: **алгебраїчна сума магнітних потоків у вузлі кола дорівнює нулю** [1-6]. При цьому магнітні потоки, що входять у вузол, записуються зі знаком «плюс», а магнітні потоки, що виходять з вузла, записуються зі знаком «мінус».

Математичний запис першого закону Кірхгофа:

$$\sum_{i=1}^n \Phi_i = 0. \quad (14.21)$$

Наприклад, для вузла «а» розгалуженого магнітного кола (рисунок 14.6), даний вираз буде виглядати так

$$\Phi_1 + \Phi_2 - \Phi_3 = 0. \quad (14.22)$$

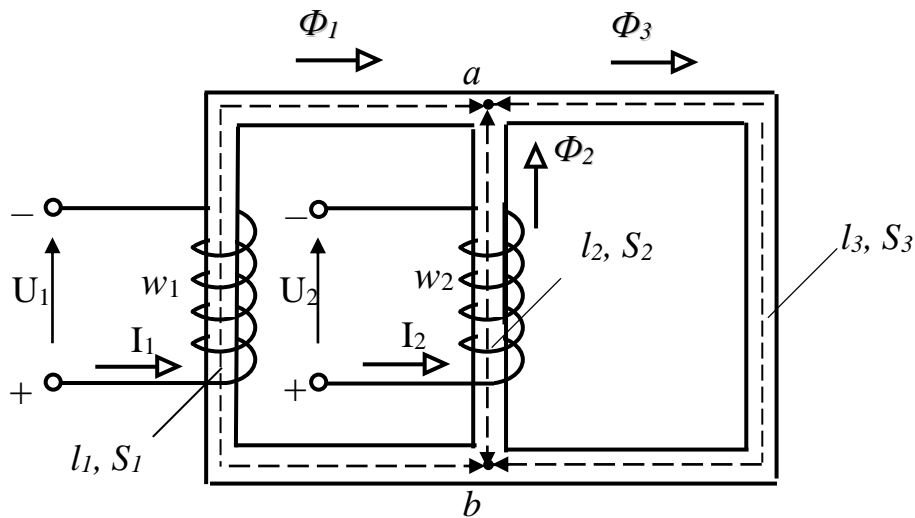


Рисунок 14.5 – Конструктивна схема розгалуженого магнітного кола

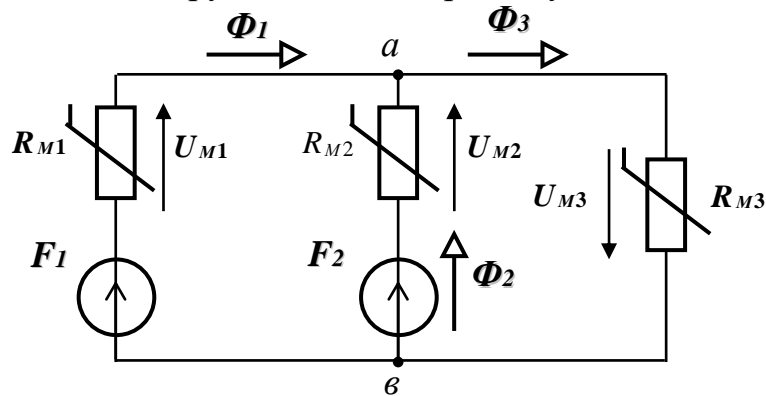


Рисунок 14.6 – Розрахункова схема розгалуженого магнітного кола

Другий закон Кірхгофа для замкненого контуру магнітного кола формулюється так: **алгебраїчна сума магніторушійних сил у контурі дорівнює алгебраїчній сумі добутків магнітних опорів (які входять у контур) на магнітний потік (який протікає в даних опорах)** [1-6].

Математичний запис другого закону Кірхгофа:

$$\sum_{i=1}^n F_i = \sum_{i=1}^n R_{Mi} \Phi_i. \quad (14.23)$$

Наприклад, для замкненого контуру розгалуженого магнітного кола (рисунок 14.11) з магнітними опорами R_{M1} , R_{M2} та джерелами магніторушійних сил F_1 , F_2 , даний вираз буде виглядати так

$$F_1 - F_2 = R_{M1} \Phi_1 - R_{M2} \Phi_2. \quad (14.24)$$

Розрахунок нерозгалужених магнітних кіл можна проілюструвати на прикладі прямої і зворотної задач [1, 3, 5].

Пряма задача.

Дано: для П-подібного магнітопроводу електромагніту (рис. 14.7) задані геометричні розміри ($l_1, l_2, l_{\Pi}, S_1, S_2, S_{\Pi}$), крива намагнічування феромагнітного магнітопроводу $B=f(H)$, кількість витків котушки w та значення магнітного потоку Φ .

Визначити: намагнічуючий струм I .

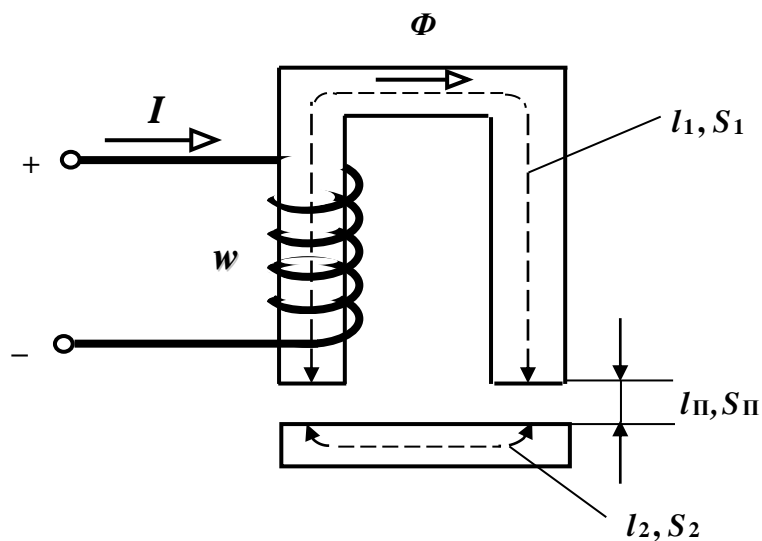


Рисунок 14.7– Конструктивна схема П-подібного магнітопроводу

Порядок розрахунку:

1. Позначаємо середню магнітну лінію та знаходимо довжину її окремих ділянок $l_1, 2l_{\Pi}, l_2$.
2. Складаємо еквівалентну розрахункову схему магнітного кола (рисунок 14.8).

$$I = \frac{H_1 l_1 + 2H_{\Pi} l_{\Pi} + H_2 l_2}{w}$$

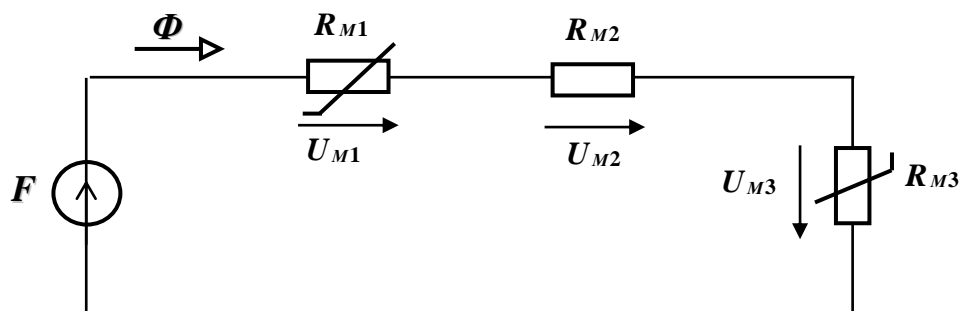
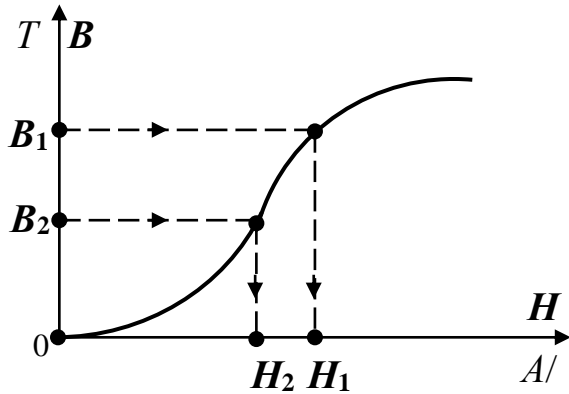


Рисунок 14.8 – Розрахункова схема П-подібного феромагнітного магнітопроводу

3. Записуємо рівняння за другим законом Кірхгофа і законом повного струму (14.8, 14.27)

$$F = R_{M1}\Phi + R_{M\Pi}\Phi + R_{M2}\Phi = H_1l_1 + 2H_{\Pi}l_{\Pi} + H_2l_2 = wI,$$

звідки сила струму у котушці



4. Визначаємо магнітні індукції B_1 та B_2 на окремих ділянках кола (14.3)

$$B_1 = \frac{\Phi}{S_1}; \quad B_{\Pi} = \frac{\Phi}{S_{\Pi}}; \quad B_2 = \frac{\Phi}{S_2}$$

5. Будуємо криву намагнічування $B = f(H)$ магнітопроводу.

6. За допомогою кривої намагнічування визначаємо напруженості магнітного поля H_1 та H_2 на окремих ділянках магнітного кола.

7. Визначаємо напруженість магнітного поля в повітряному прошарку магнітопроводу

$$H_{\Pi} = \frac{B_{\Pi}}{\mu_{\Pi}}; \quad \mu_{\Pi} \approx \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м.}$$

Підставляємо знайдені значення напруженостей H_1 , H_2 та H_{Π} і визначаємо намагнічуючий струм I за формулою (14.8).

Зворотна задача.

Дано: значення намагнічуючої сили F або намагнічуючого струму I , кількість витків w котушки, геометричні розміри магнітопроводу, крива намагнічування (рис. 14.7).

Визначити: магнітний потік Φ .

Порядок розрахунку:

1. Довільно задаємося кількома значеннями магнітного потоку і за допомогою геометричних розмірів магнітопроводу, кривої намагнічування визначаємо, як і в попередньому випадку, визначаємо відповідні значення намагнічуючої сили за формулою

$$F = H_1l_1 + 2H_{\Pi}l_{\Pi} + H_2l_2 .$$

2. Будуємо залежність $\Phi = f(F)$ (рисунок 14.9) або вебер-амперну характеристику $\Phi = f(I)$, бо кількість витків задано за умовою задачі.

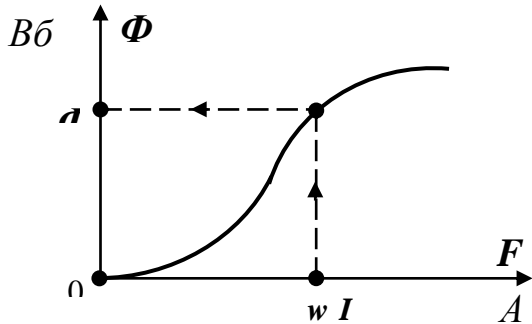


Рисунок 14.9 – Графік залежності $\Phi = f(F)$

3. Для заданого в умові задачі значення намагнічуючої сили або намагнічуючого струму, за допомогою кривої $\Phi = f(F)$ (рисунок 14.9) визначаємо відповідне значення магнітного потоку Φ .

Розрахунок розгалужених магнітних кіл ґрунтуються на застосуванні законів Кірхгофа і Ома для магнітного кола [1, 3, 5]. Для заданого розгалуженого магнітного кола (рисунок 14.10):

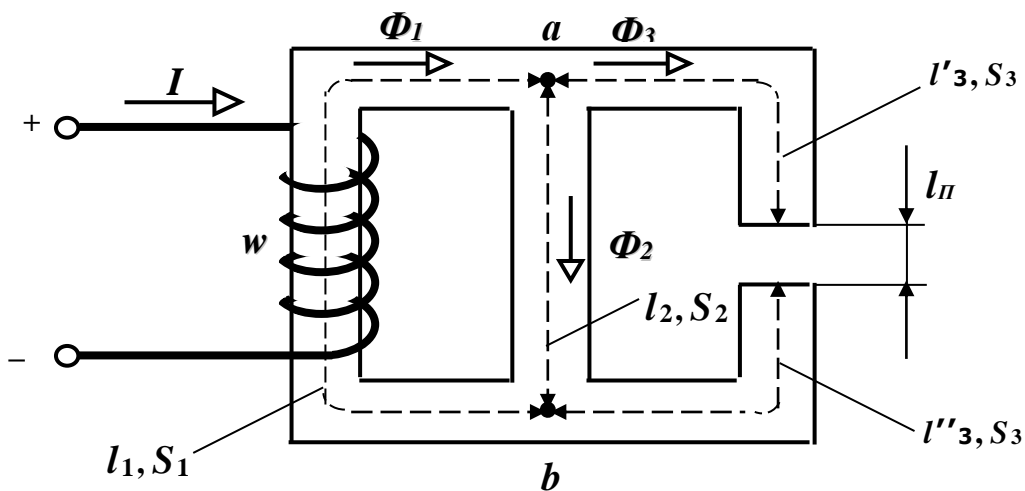


Рисунок 14.10 – Конструктивна схема розгалуженого магнітного кола

Дано: геометричні розміри довжин і перерізів магнітопроводу $l_1, S_1, l_2, S_2, l'_3, S_3$ та l''_3, S_3 , $l_{\text{П}}$ крива намагнічування феромагнітного матеріалу магнітопроводу $B = f(H)$, намагнічуюча сила (МДС) F .

Визначити: магнітні потоки в розгалуженнях кола Φ_1, Φ_2, Φ_3 .

Порядок розрахунку:

1. Складаємо еквівалентну розрахункову схему магнітного кола, що на рисунку 14.10 і вибираємо умовно позитивні напрями магнітних потоків на ділянках магнітного (рисунок 14.11).

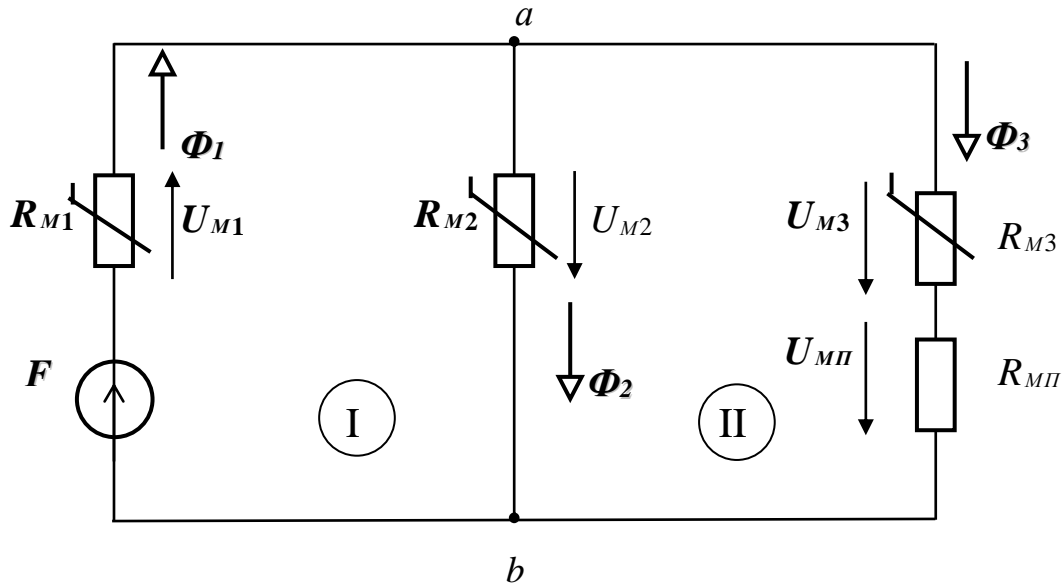


Рисунок 14.11 – Розрахункова схему розгалуженого магнітного кола (рис. 14.10)

2. Для вузла a записуємо рівняння за першим законом Кірхгофа $\Phi_1 - \Phi_2 - \Phi_3 = 0$ або $\Phi_1 = \Phi_2 + \Phi_3$. (14.25)

3. Оскільки коло нелінійне, задачу вирішуємо графо-аналітичним методом. Для цього спочатку будемо допоміжні характеристики $\Phi_1 = f(U_{M.ab})$; $\Phi_2 = f'(U_{M.ab})$; $\Phi_3 = f''(U_{M.ab})$.

Для першого розгалуження за законом Ома можемо записати

$$\Phi_1 = \frac{(\varphi_{M.a} - \varphi_{M.b}) + F}{R_{M1}} = \frac{-U_{M.ab} + F}{R_{M1}}, \quad (14.26)$$

звідки знаходимо магнітну напругу у першому розгалуженні $U_{M.ab}$

$$U_{M.ab} = F - R_{M1}\Phi_1 = F - H_1 l_1. \quad (14.27)$$

Щоб побудувати допоміжну характеристику $\Phi_1 = f(U_{M.ab})$, задаємося кількома значеннями магнітної індукції B_1 , визначаємо за допомогою кривої намагнічування напруженість магнітного поля H_1 , потім магнітну напругу $U_{M.ab}$ та відповідні значення магнітного потоку Φ_1 .

Для другого розгалуження за законом Ома можемо записати

$$\Phi_2 = \frac{\varphi_{M.a} - \varphi_{M.b}}{R_{M2}} = \frac{U_{M.ab}}{R_{M2}}, \quad (14.28)$$

звідки знаходимо магнітну напругу у другому розгалуженні $U_{M.ab}$

$$U_{M.ab} = R_{M2} \Phi_2 \quad (14.29)$$

або за законом повного струму

$$U_{M.ab} = H_2 l_2 . \quad (14.30)$$

Щоб побудувати допоміжну характеристику $\Phi_2 = f'(U_{M.ab})$, задаємося кількома значеннями магнітної індукції B_2 , визначаємо за допомогою кривої намагнічування напруженість магнітного поля H_2 , потім магнітну напругу $U_{M.ab}$ за формулою (14.41) та відповідні значення магнітного потоку Φ_2 .

Для третього розгалуження за законом Ома можемо записати

$$\Phi_3 = \frac{\varphi_{M.a} - \varphi_{M.b}}{R_{M3} + R_{M.П}} = \frac{U_{M.ab}}{R_{M3} + R_{M.П}} , \quad (14.31)$$

звідки знаходимо магнітну напругу у третьому розгалуженні $U_{M.ab}$

$$U_{M.ab} = R_{M3} \Phi_3 + R_{M.П} \Phi_3 . \quad (14.32)$$

або за законом повного струму

$$U_{M.ab} = H_1 l_1 + H_П l_П . \quad (14.33)$$

Щоб побудувати допоміжну характеристику $\Phi_3 = f''(U_{M.ab})$, задаємося кількома значеннями магнітної індукції B_3 , визначаємо за допомогою кривої намагнічування напруженість магнітного поля H_3 , потім магнітну напругу $U_{M.ab}$ та відповідні значення магнітного потоку Φ_3 . Всі отримані залежності наносимо на одну площину (рисунок 14.12).

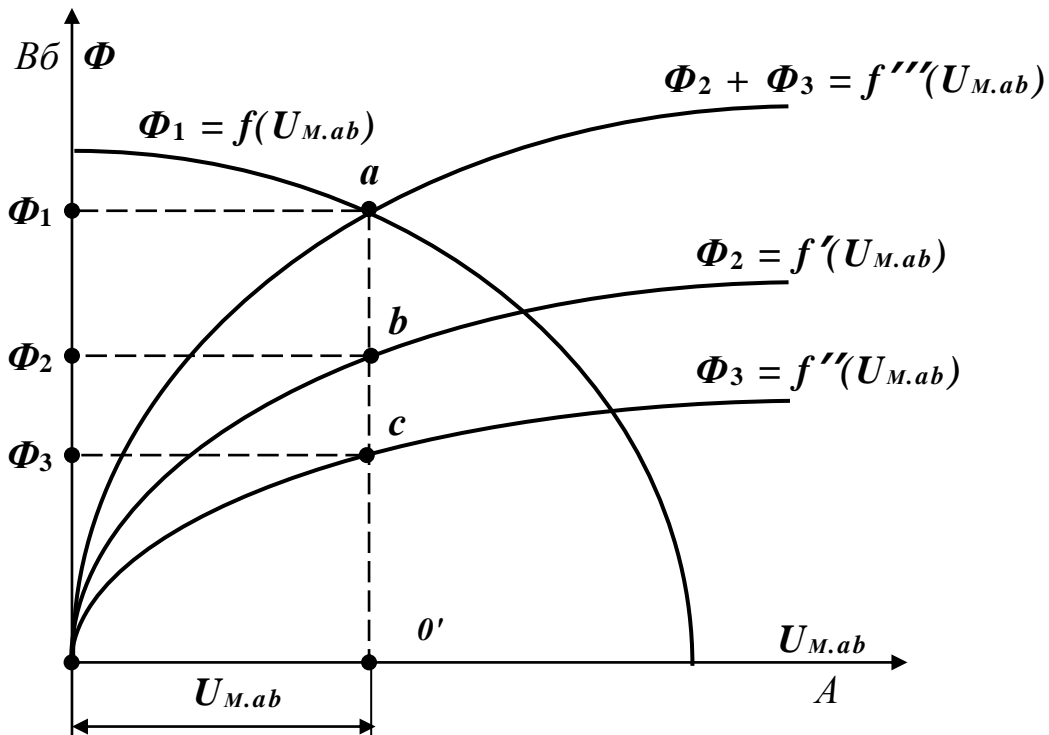


Рисунок 14.12 – Побудова залежностей $\Phi_1 = f(U_{M.ab})$, $\Phi_2 = f(U_{M.ab})$, $\Phi_3 = f(U_{M.ab})$, $\Phi_2 + \Phi_3 = f(U_{M.ab})$ для визначення магнітних потоків

Оскільки за першим законом Кірхгофа $\Phi_1 = \Phi_2 + \Phi_3$, тому будемо допоміжну характеристику $\Phi_2 + \Phi_3 = f'''(U_{M.ab})$.

Точка перетинання «а» кривих $\Phi_1 = f(U_{M.ab})$ та $\Phi_2 + \Phi_3 = f'''(U_{M.ab})$ визначає магнітну напругу $U_{M.ab}$. Проводимо через точку перетинання a пряму $a\theta'$, яка паралельна вісі магнітного потоку Φ (точки b, c).

Потім визначаємо магнітні потоки Φ_1, Φ_2, Φ_3 за допомогою графіків залежностей $\Phi_1 = f(U_{M.ab},)$, $\Phi_2 = f'(U_{M.ab})$ та $\Phi_3 = f''(U_{M.ab})$ відповідно для точок a, b, c .

Перевірку графо-аналітичного розрахунку магнітних потоків Φ_1, Φ_2, Φ_3 здійснюємо за допомогою першого закон Кірхгофа.

Приклад 15.2

Для представленої схеми (рисунок 14.13):

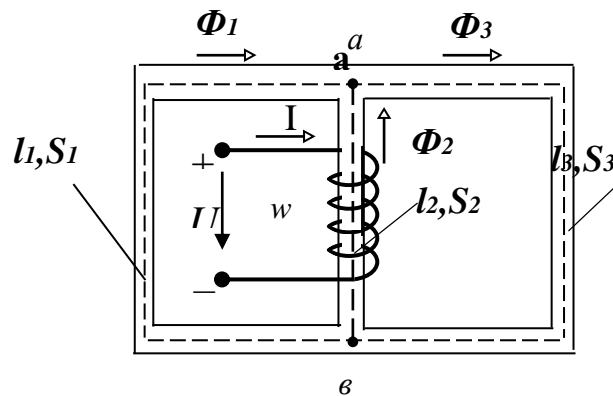


Рисунок 14.13 – Конструктивна схема магнітного кола

Дано: котушка постійного струму із числом витків w , сила струму в котушці I . Магнітопровід, що складається із трьох ділянок, характеризується: довжинами ділянок магнітопроводу – l_1, l_2, l_3 ; площами поперечного перерізу ділянок магнітопроводу – S_1, S_2, S_2 . По магнітопроводу замикаються основні магнітні потоки Φ_1, Φ_2, Φ_3 .

Скласти:

1. Розрахункову схему розгалуженого магнітного кола.
2. Рівняння за першим та другим законом Кірхгофа для заданого розгалуженого кола.

Рішення

1. Складаємо розрахункову схему магнітного кола рис. 14.13.

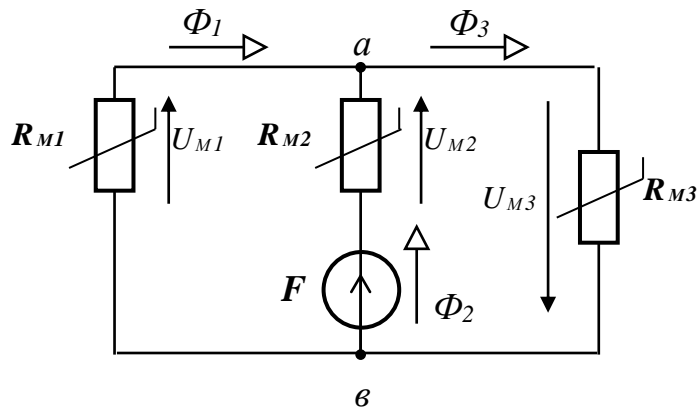


Рисунок 14.14 – Розрахункова схема магнітного кола

2. Складаємо рівняння для вузла «а» за першим законом Кірхгофа (рис.14.14)

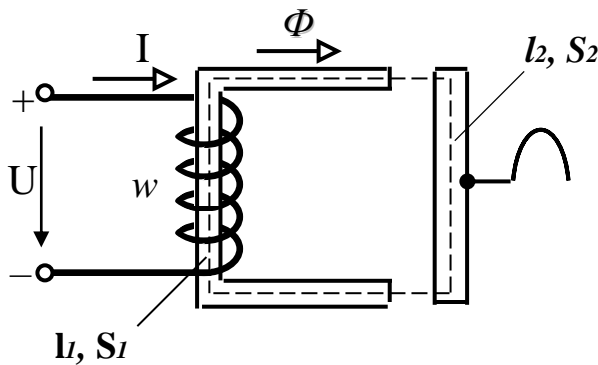
$$\Phi_1 + \Phi_2 - \Phi_3 = 0.$$

3. Складаємо рівняння для двох незалежних контурів за другим законом Кірхгофа за (рис. 14.14)

$$-F = R_{M1} \cdot \Phi_1 - R_{M2} \cdot \Phi_2;$$

$$F = R_{M2} \cdot \Phi_2 + R_{M3} \cdot \Phi_3.$$

Піднімальна сила електромагніта визначається за формулою



$$F_{EMП} = \frac{B^2 \cdot S}{2\mu_0},$$

(14.34)

де $F_{EMГ}$ – піднімальна сила електромагніта, Н;

S – загальна площа поперечного перерізу полюсів електромагніта, m^2 .

Рисунок 14.21 – Конструктивна схема піднімального електромагніту

B – магнітна індукція, Тл;

μ_0 – магнітна постійна, Гн/м.

ТЕМАТИЧНЕ КОМПЛЕКСНЕ КВАЛІФІКАЦІЙНЕ ЗАВДАННЯ

Умова

Задано конструктивну схему магнітного кола (рисунок 1). Для представленого магнітного кола відомі довжини середніх ліній ділянок магнітопроводу l_1, l_2, l_3, l_4 ; площа поперечного перерізу магнітопроводу S ; сила струму в котушці I ; число витків котушки w .

Задано криву намагнічування матеріалу магнітопроводу (рисунок 2).

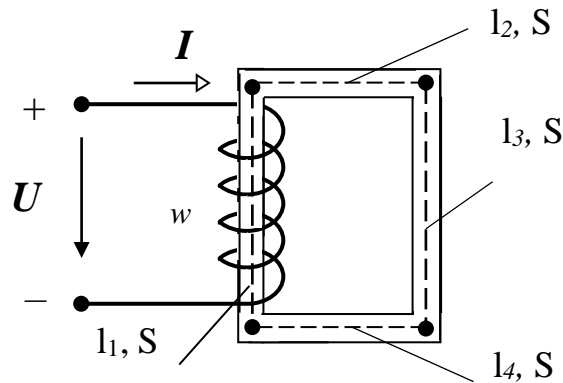


Рисунок 1 – Конструктивна схема магнітного кола.

Завдання

1. Скласти розрахункову схему магнітного кола.
2. Визначити силу, що намагнічує, магнітного кола.
3. Визначити напруженість магнітного поля.
4. Визначити магнітну індуктивність у робочій точці по кривій намагнічування.
5. Визначити магнітну проникність у робочій точці.
6. Визначити магнітний опір магнітопроводу на всіх його ділянках.
7. Визначити магнітний потік кожної ділянки кола.
8. Визначити магнітну напругу на кожній ділянці кола.
9. Визначити число витків котушки при заданій силі струму, щоб магнітний потік дорівнював $2 \cdot 10^{-3} \text{ Вб}$.
10. Розрахувати залежність магнітної проникності магнітопроводу від напруженості магнітного поля.
11. Вибравши масштаби магнітної проникності магнітопроводу і напруженості магнітного поля, побудувати залежність $\mu_c = f(H)$.

12. Розрахувати залежність індуктивності котушки від напруженості магнітного поля.

13. Вибравши масштаби індуктивності та напруженості магнітного поля, побудувати залежність $L = f(H)$.

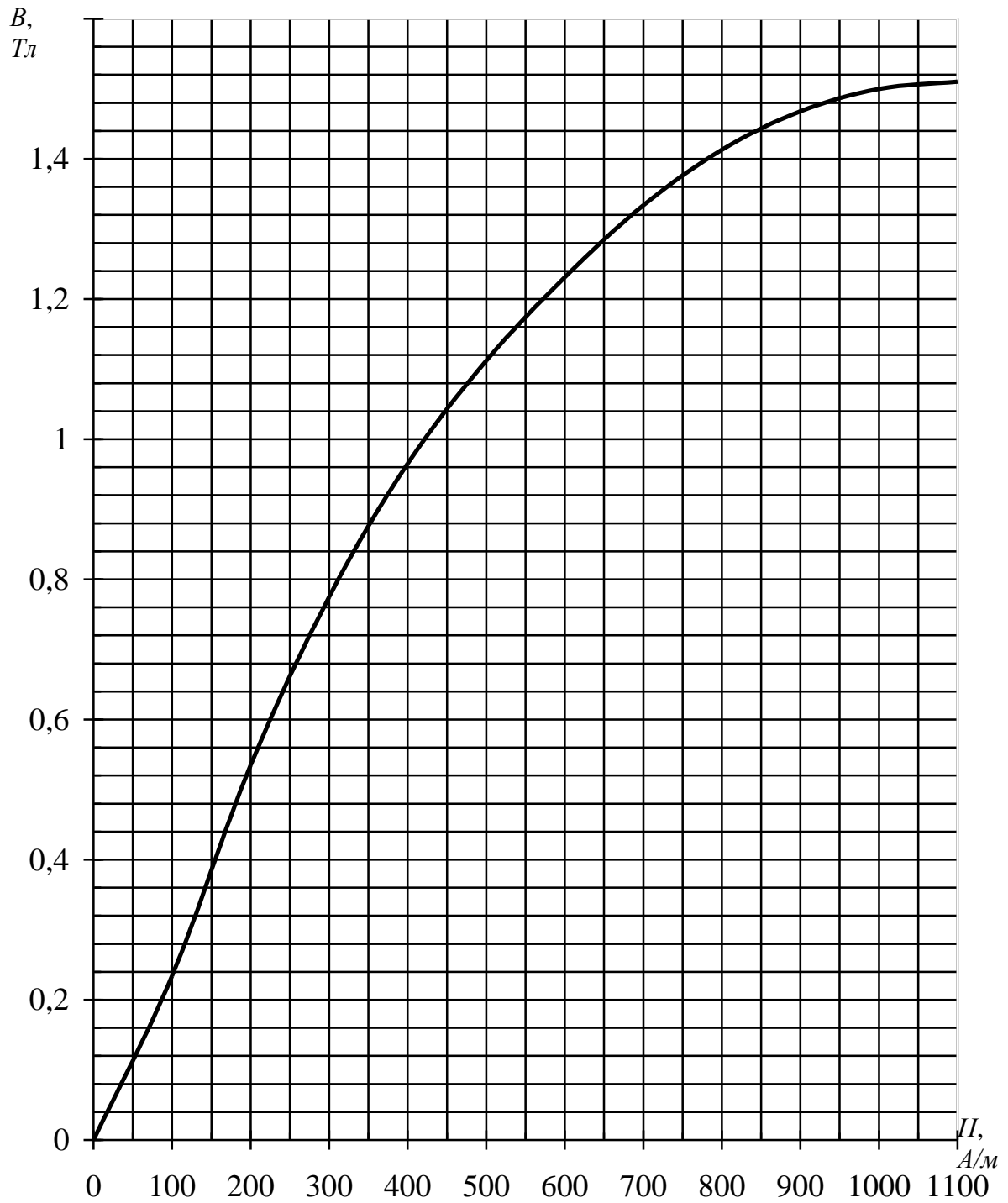


Рисунок 2 Крива намагнічування матеріалу магнітопроводу

Варіанти початкових даних
до тематичного комплексного кваліфікаційного завдання

Таблиця 14

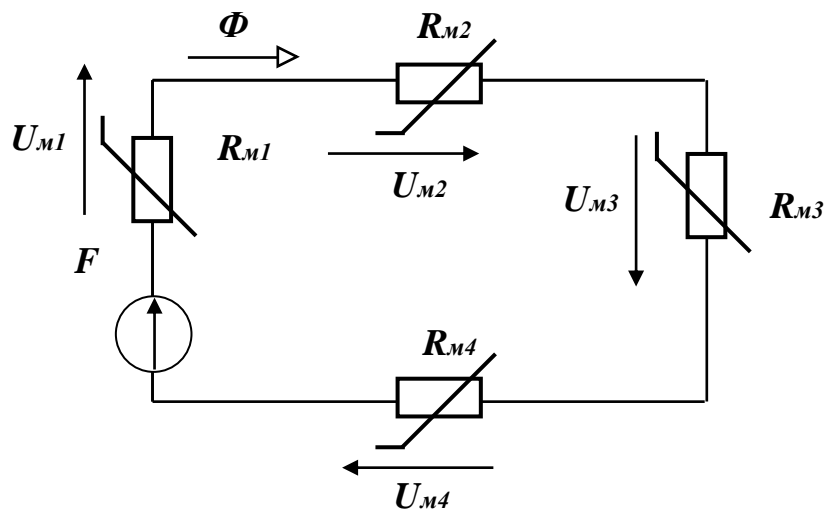
Варіанти	Початкові дані							
	l_1 , см	l_2 , см	l_3 , см	l_4 , см	S , см ²	I , А	w	Φ' , Вб
1	170	80	170	80	50	5	500	$2 \cdot 10^{-3}$
2	50	20	50	20	60	2	580	$3 \cdot 10^{-3}$
3	120	40	120	40	80	5	200	$50 \cdot 10^{-3}$
4	60	40	60	40	40	10	150	$1 \cdot 10^{-3}$
5	100	40	100	40	120	3	30	$3 \cdot 10^{-3}$
6	3	20	30	20	2	1,5	700	$3 \cdot 10^{-3}$
7	60	40	60	40	80	5	200	$2 \cdot 10^{-3}$
8	40	20	40	20	80	1,2	1000	$25 \cdot 10^{-3}$
9	120	20	120	20	80	10	210	$25 \cdot 10^{-3}$
10	120	60	120	60	100	14	135	$25 \cdot 10^{-3}$
11	120	60	120	60	200	10	342	$3 \cdot 10^{-3}$
12	120	50	120	50	200	7	476	$25 \cdot 10^{-3}$
13	120	50	120	50	200	10	187	$50 \cdot 10^{-3}$
14	120	50	120	50	500	3	884	$50 \cdot 10^{-3}$
15	110	50	110	50	500	3,2	884	$50 \cdot 10^{-3}$

Рішення

Початкові дані

Початкові дані							
$l_1,$	$l_2,$	$l_3,$	$l_4,$	$S,$	$I,$	w	$\Phi',$
<i>см</i>	<i>см</i>	<i>см</i>	<i>см</i>	<i>см</i> ²	<i>А</i>		<i>Вб</i>
40	20	40	20	60	2	570	$3 \cdot 10^{-3}$

1. Складемо розрахункову схему магнітного кола:



2. Визначаємо намагнічуючу силу магнітного кола:

$$F = w \cdot I; \quad (1)$$

$$F = 570 \cdot 2 = 1140 \text{ А.}$$

3. Визначаємо напруженість магнітного поля:

$$H = \frac{F}{\sum_{i=1}^n l_i}; \quad (2)$$

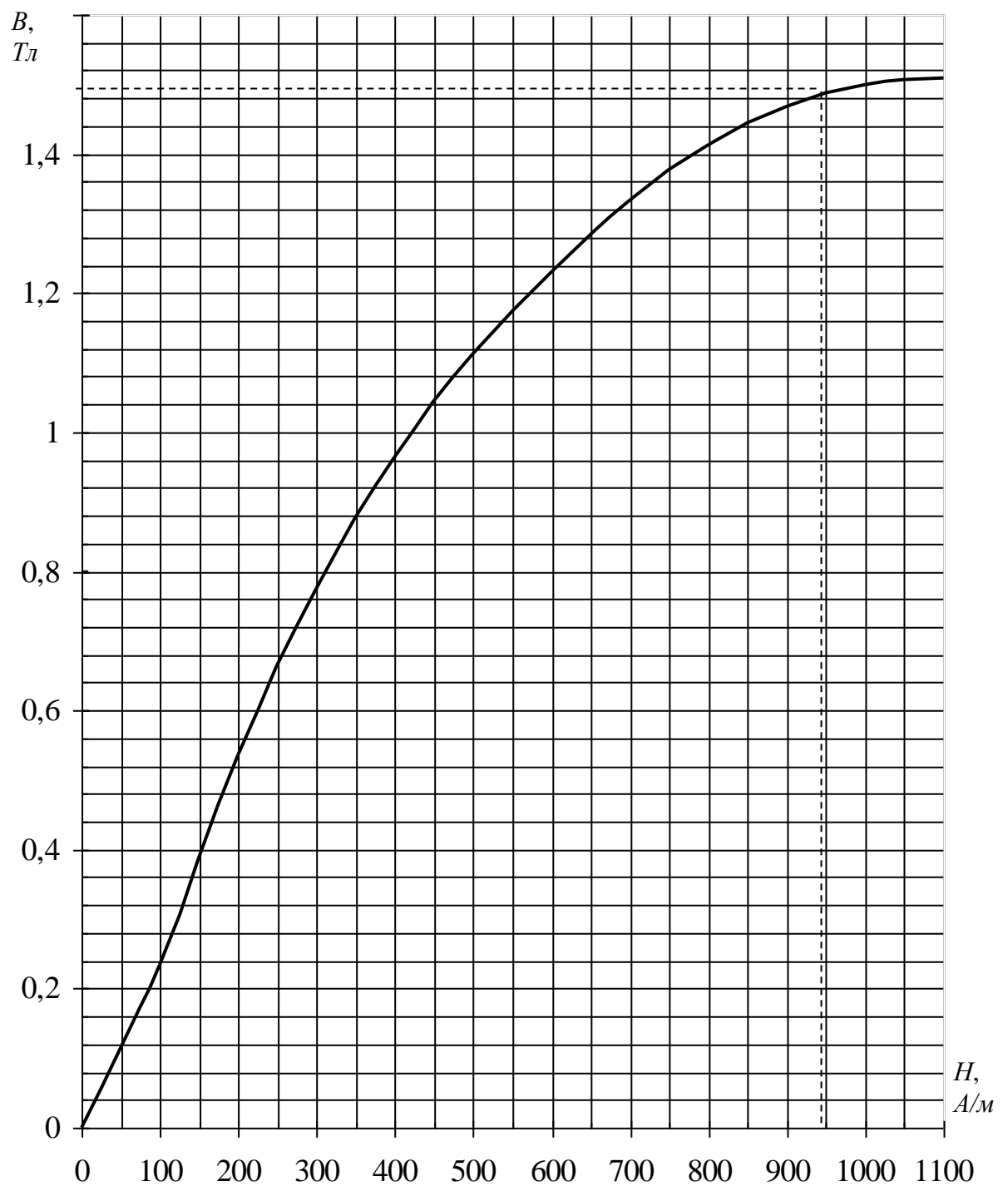
де $\sum l$ – довжина середньої магнітної силової лінії магнітопроводу, м;

$$\sum_{i=1}^n l_i = l_1 + l_2 + l_3 + l_4; \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^n l_i = 0,4 + 0,2 + 0,4 + 0,2 = 1,2 \text{ м};$$

$$H = \frac{1140}{1,2} = 950 \text{ А/м}.$$

4. Визначаємо магнітну індукцію в робочій точці по кривій намагнічування:



При $H = 950 \text{ А/м}$ магнітна індукція дорівнює $B = 1,49 \text{ Тл}$

5. Визначаємо магнітну проникність у робочій точці:

$$\mu_c = \frac{B}{H} ; \quad (4)$$
$$\mu_c = \frac{1,49}{950} = 0,001568 \text{ Гн/м.}$$

6. Визначаємо магнітний опір магнітопроводу на всіх його ділянках:

– ділянка перша і третя з $l_1 = l_3 = 0,4 \text{ м}$, $S = 60 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$.

$$R_{M1} = R_{M3} = \frac{l_1}{\mu_c \cdot S} ; \quad (5)$$
$$R_{M1} = R_{M3} = \frac{0,4}{0,001568 \cdot 60 \cdot 10^{-4}} = 42517 \text{ 1/Гн};$$

– ділянка друга і четверта з $l_2 = l_4 = 0,2 \text{ м}$, $S = 60 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$.

$$R_{M2} = R_{M4} = \frac{l_2}{\mu_c \cdot S} ; \quad (6)$$
$$R_{M2} = R_{M4} = \frac{0,2}{0,001568 \cdot 60 \cdot 10^{-4}} = 21258,5 \text{ 1/Гн.}$$

7. Визначаємо магнітний потік кожної ділянки кола:

$$\Phi = B \cdot S ; \quad (7)$$
$$\Phi = 1,49 \cdot 60 \cdot 10^{-4} = 0,00894 \text{ Вб.}$$

8. Визначаємо магнітну напругу на кожній ділянці кола:

– перша і третя ділянка кола:

$$U_{M1} = U_{M3} = R_{M1} \Phi ; \quad (8)$$

$$U_{M1} = U_{M3} = 42517 \cdot 0,00894 = 380 \text{ A.}$$

– друга і четверта ділянка кола:

$$U_{M2} = U_{M4} = R_{M2} \Phi ; \quad (9)$$

$$U_{M1} = U_{M3} = 21 \cdot 10^3 \cdot 0,0089 = 190 \text{ A.}$$

9. Визначаємо число витків котушки при заданій силі струму, щоб магнітний потік був рівним $3 \cdot 10^{-3} \text{ Вб}$:

$$w = \frac{\Phi' \cdot \sum_{i=1}^n R_{Mi}}{I} ; \quad (10)$$

$$w = \frac{0,003 \cdot 42517 \cdot 2 + 0,003 \cdot 21258,5 \cdot 2}{2} = 191 \text{ виток.}$$

10. Розраховуємо залежність магнітної проникності магнітопроводу від напруженості магнітного поля.

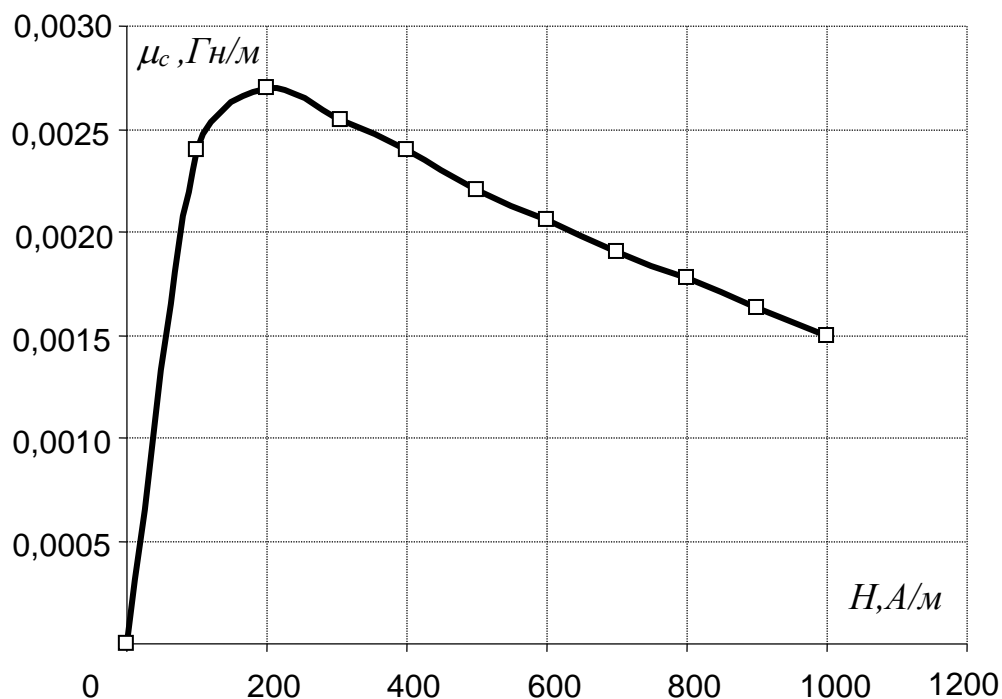
Магнітну проникність магнітопроводу від напруженості магнітного поля визначаємо за формулою:

$$\mu_c = \frac{B}{H} . \quad (11)$$

Таблиця 1 – Розрахункові дані магнітної проникності

$H,$ A/m	0	200	400	600	800	1000
$B,$ $Tл$	0	0,53	0,96	1,16	1,42	1,5
$\mu_c,$ $Гн/м$	0	0,0027	0,0024	0,0019	0,0018	0,0015

11. Будуємо залежності $\mu_c = f(H)$, вибрав масштаби магнітної проникності магнітопроводу і напруженості магнітного поля:



12. Розраховуємо залежність індуктивності котушки від напруженості магнітного поля:

Залежність індуктивності котушки від напруженості магнітного поля визначаємо за формулою:

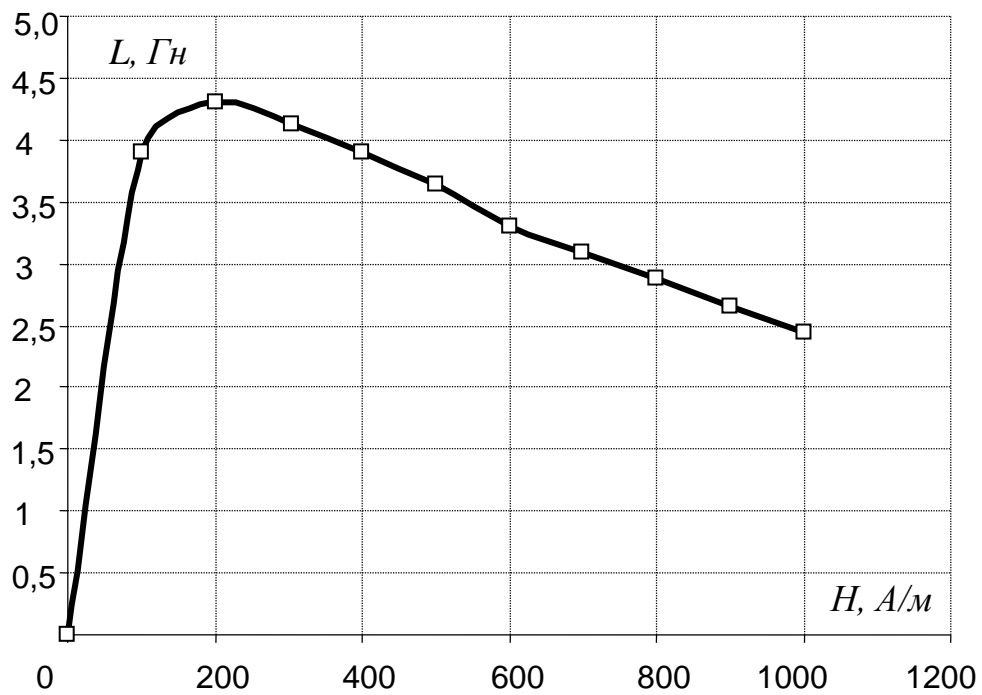
$$L = \frac{w^2 \cdot \mu_c \cdot S}{l} \quad (12)$$

Розраховуємо залежність індуктивності котушки від напруженості магнітного поля.

Таблиця 2 – Розрахункові дані індуктивності котушки

H , A/м	0	200	400	600	800	1000
μ_c , Гн/м	0	0,0027	0,0024	0,0020	0,0018	0,0015
L , Гн	0	4,30	3,90	3,14	2,88	2,44

13. Будуємо залежність $L = f(H)$, вибрав масштаби індуктивності котушки і напруженості магнітного поля:



ТЕМА 15

НЕЛІНІЙНІ КОЛА ЗМІННОГО СТРУМУ

Для лінійних кіл змінного струму залежності між напругою і струмом в активному опорі $u(i)$, між магнітним потоком (потокозчепленням) і струмом в індуктивності $\Phi(i)$, між зарядом і напругою в ємності $q(u)$ мають лінійний характер.

Це обумовлено тим, що властивості матеріалу, з яких вони виготовлені (питомий опір, магнітна проникність) або середовища (діелектрична проникність) не міняються. Для нелінійних елементів, в загальному випадку, при змінному струмі вигляд цих функцій $u(i)$, $\Phi(i)$, $q(u)$ залежить від характеру зміни аргументу (струму і напруги) в часі, тобто від частоти.

Для котушки з феромагнітним осердям (рисунок 15.1), петля гістерезису при збільшенні частоти помітно розширюється, що обумовлено нелінійною залежністю індуктивності від магнітного потоку і струму [3].

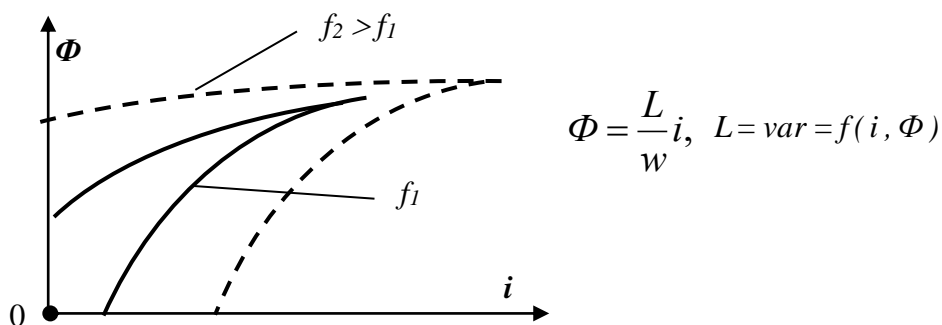


Рисунок 15.1 – Напівпетля гістерезису котушки з феромагнітним осердям при різних частотах нелінійного елемента

Для встановлення зв'язку між індуктивністю L , числом її витків w і опором магнітного кола R_m розглянемо котушку з феромагнітним осердям, включену в коло постійного струму (рисунок 15.2).

При цьому будемо вважати, що магнітний потік, який замикається частково поза феромагнітного магнітопроводу (потік розсіювання), дорівнює нулю.

На основі основних співвідношень, одержаних раніше

$$\Phi = \frac{F}{R_m} = \frac{wi}{R_m}; \quad \psi = w\Phi = Li; \quad R_m = \frac{l}{\mu\mu_0 S}$$

$$L = \frac{w\Phi}{i} = \frac{w^2 \mu\mu_0 S}{l} = \frac{w^2}{R_m} \quad (15.1)$$

Таким чином, індуктивність котушки з феромагнітним осердям, прямо пропорційна квадрату числа витків та зворотно пропорційна магнітному опору котушки з феромагнітним осердям.

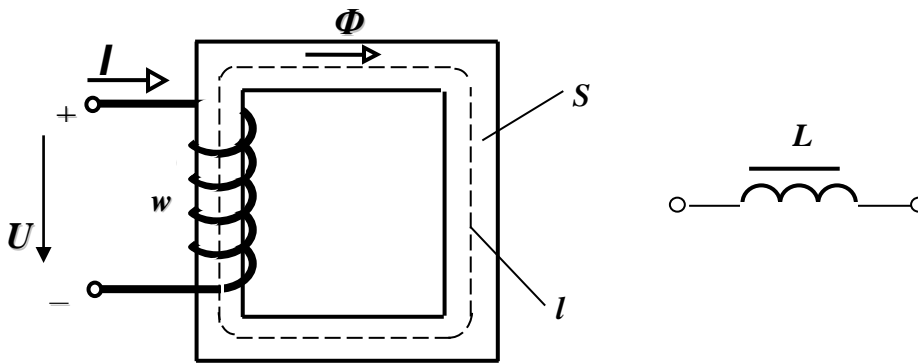


Рисунок 15.2 – Конструктивна схема, умовно графічне і літерне позначення котушки з феромагнітним осердям в колі постійної ЕРС

. Оскільки S , w , l – величини постійні, а напруженість магнітного поля в магнітопроводі пропорційна силі струму у котушці $H = \frac{wI}{l}$, то залежність $\Phi(I)$ аналогічна залежності $B(H)$, тобто повторює криву намагнічування (рисунок 15.3).

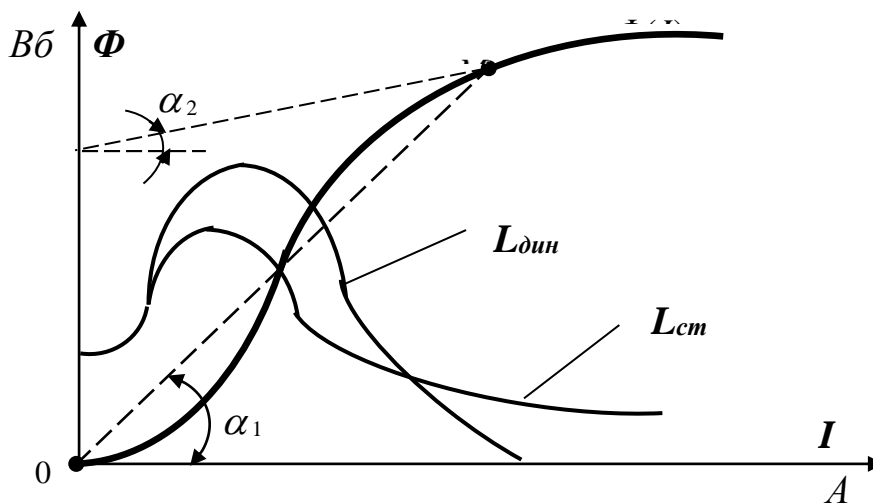


Рисунок 15.3 – Залежності магнітного потоку та статичної і динамічної індуктивностей від сили струму

Знайдемо залежність магнітного потоку від сили струму $\Phi(I)$. Відомо, що магнітна індукція залежить від магнітного потоку і перетину магніто проводу $B = \frac{\Phi}{S}$.

Індуктивність котушки, як видно з формули 15.1, залежить тільки від змінної частини $\mu\mu_0 = \frac{B}{H}$. Якщо силу струму збільшувати, то збільшиться напруженість магнітного поля, а відповідно і магнітна індукція B . Але магнітна індукція на нелінійній частині характеристики збільшується не пропорційно напруженості. Так, в області, близької до насичення, магнітна індукція збільшується менше в порівнянні зі збільшенням напруженості, а це значить, що зменшується й індуктивність L .

Як видно з графіку $\Phi(I)$ магнітна проникність не є величиною постійною. Тому при зміні напруженості магнітного поля магнітний опір буде змінюватися, а отже буде мінятися індуктивність [1, 3, 5].

Кожній точці характеристики $\Phi(I)$ відповідає певне значення *статичної індуктивності*

$$L_{cm} = w \frac{\Phi}{I} = m_L \operatorname{tg} \alpha_1, \quad (15.2)$$

де α_1 – кут між прямою, проведеною через початок координат і робочою точкою М, град;
і *динамічної індуктивності*

$$L_{дин} = w \frac{d\Phi}{dI} = m_L \operatorname{tg} \alpha_2, \quad (15.3)$$

де m_L – масштаб індуктивності, Гн/см;

α_2 – кут між дотичною, проведеною через робочу точку М і вісью струму, град

Масштаб індуктивності можна визначити за формулою

$$m_L = \frac{m_{w\Phi}}{m_I}, \quad (15.4)$$

де $m_{w\Phi}$ – масштаб потокозчеплення, Вб/см;

m_I – масштаб струму, А/см.

Під **ідеальною котушкою** з феромагнітним осердям розуміють котушку, в якій активний опір проводу обмотки дорівнює нулю, індуктивний опір, обумовлений потоком розсіювання, рівний нулю, відсутні втрати активної потужності від гістерезисну і вихрових токів у магнітопроводі [1, 3, 5].

Підключимо ідеальну котушку з феромагнітним осердям до джерела змінного синусоїдного струму, при цьому будемо вважати, що ідеальна котушка з феромагнітним осердям не має петлі гістерезису ($r_m = 0$), активний опір проводу ($r = 0$) її дорівнює нулю, магнітний потік розсіювання відсутній ($x_\sigma = 0$) (рисунок 15.4).

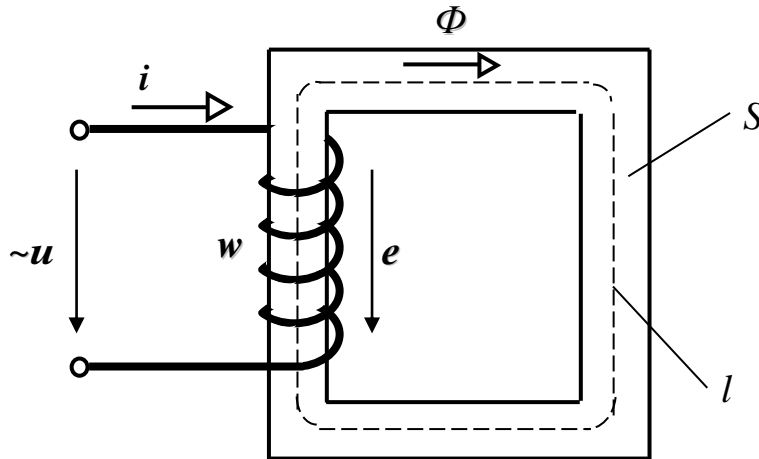


Рисунок 15.4 – Конструктивна схема котушки з феромагнітним осердям в колі синусоїдної напруги

Запишемо основні співвідношення для цього випадку

$$\Phi = \frac{F}{R_m} = \frac{wi}{R_m} \quad R_m = \frac{l}{\mu\mu_0 S}; \quad \psi = w\Phi = Li$$

$$L = \frac{w\Phi}{i} = \frac{w^2}{R_m} = \frac{w^2 \mu\mu_0 S}{l}. \quad (15.5)$$

Залежність $\Phi(i)$ (рисунок 15.4), згідно (15.5) для котушки з феромагнітним осердям в колі змінного струму така ж, як і $\Phi(I)$ для постійного струму (15.1).

Розглянемо форму кривої струму в колі з нелінійною індуктивністю при синусоїдній напрузі джерела. Припустимо, що напруга джерела має початкову фазу 90° і рівняння миттєвого значення

$$u = U_m \sin(\omega t + 90^\circ). \quad (15.6)$$

Зневажаючи активним опором котушки з феромагнітним осердям і магнітним потоком розсіювання, можемо записати співвідношення синусоїдної напруги і електрорушійної сили самоіндукції та електрорушійної сили самоіндукції швидкості зміни магнітного потоку

$$u = -e; \quad e = -w \frac{d\Phi}{dt}. \quad (15.7)$$

Прирівняємо рівняння (15.6) і (15.7)

$$U_m \sin(\omega t + 90^\circ) = w \frac{d\Phi}{dt}, \quad (15.8)$$

звідки

$$d\Phi = \frac{U_m}{w} \sin(\omega t + 90^\circ) dt;$$

$$\Phi = \frac{U_m}{\omega w} \sin \omega t = \Phi_m \sin \omega t. \quad (15.9)$$

Таким чином, при синусоїдній напрузі джерела ЕРС магнітний потік також синусоїдний, але відстає від напруги на 90° .

Для графічної побудови кривої струму в котушці з феромагнітним осердям, скористаємося залежностями $\Phi(t)$ і $\Phi(i)$ та побудуємо залежність $i(t)$ графічним способом (рисунок 15.5).

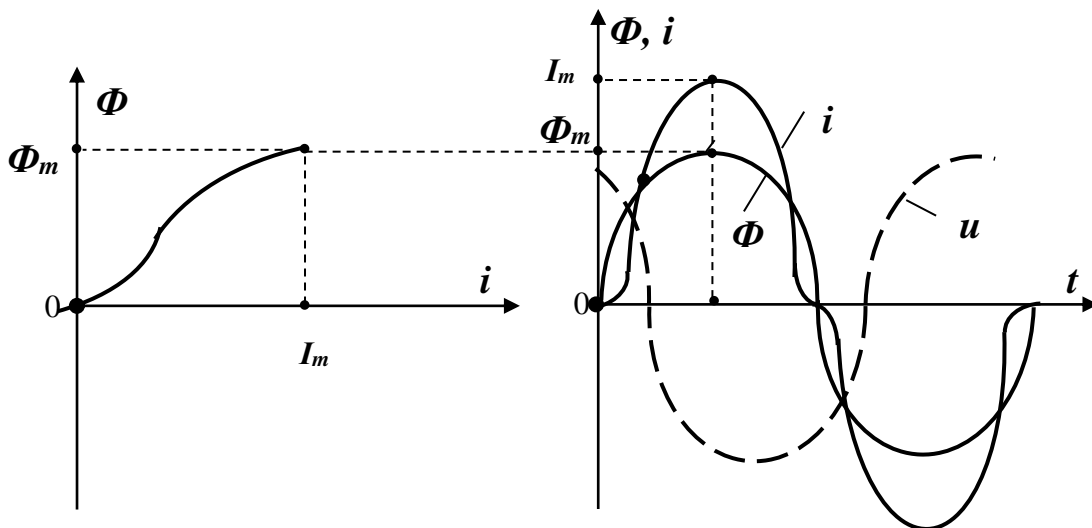


Рисунок 15.5 – Графічні залежності $\Phi(i)$, $i(t)$, $\Phi(t)$, $i(t)$ в ідеальній котушці з феромагнітним осердям

Отже, графік струму має несинусоїдну форму, але магнітний потік і струм мають однакові за величиною початкові фази ($\psi_\Phi = \psi_i$), оскільки відсутні втрати на гістерезис і вихрові струми. Замінімо несинусоїдний струм еквівалентною синусоїдою, для якої загальний вигляд рівняння миттєвого значення наступний

$$i = I_m \cdot \sin \omega t; \quad I_m = \sqrt{2} \cdot I, \quad (15.10)$$

де I – діюче значення несинусоїдного струму, A ;

Рівняння миттєвої електрорушійної сили самоіндукції в котушці з феромагнітним осердям

$$e = -u = E_m \sin(\omega t - 90^\circ). \quad (15.11)$$

Запишемо за законом Ома рівняння комплексу діючої напруги для ідеальної котушки з феромагнітним осердям

$$\dot{U} = jx\dot{I}_p, \quad (15.12)$$

де I_p – реактивний (намагнічуючий) струм, A ;

$jx = \omega \cdot L$ – комплекс індуктивного опору, Om ,

L – еквівалентна індуктивність, Gn .

Потокозчеплення ідеальної котушки з феромагнітним осердям

$$\psi = w\Phi = LI_p. \quad (15.13)$$

Побудуємо векторну діаграму напруги, магнітного потоку, струму і ЕРС ідеальної котушки з феромагнітним осердям та складемо її схему заміщення (рисунок 15.6).

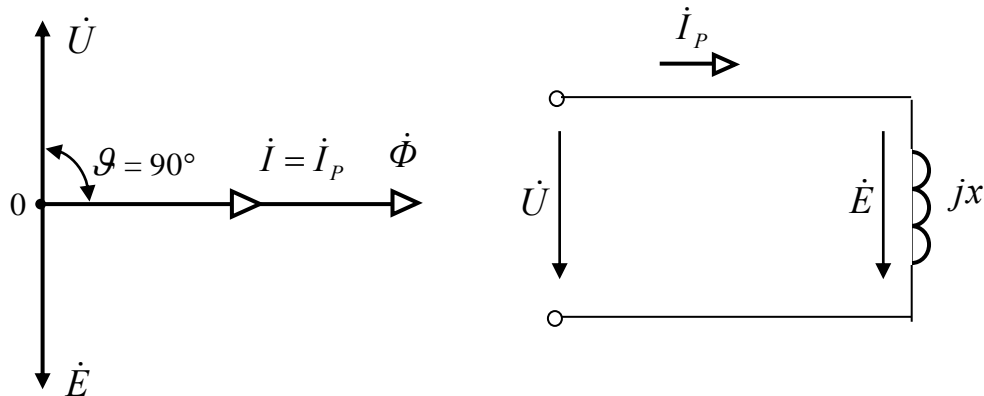


Рисунок 15.6 – Векторна діаграма і розрахункова схема ідеальної котушки з феромагнітним осердям

Розглянемо тепер ідеальну котушку з феромагнітним осердям з **урахуванням петлі гістерезису** [1, 3, 5]. Для побудови графіку струму в котушці розглянемо залежність між магнітним потоком і током, яка аналогічна залежності між магнітною індукцією і напруженістю магнітного поля в котушці з феромагнітним осердям).

Побудована крива струму на базі залежностей $\Phi(t)$ і $\Phi(i)$, має несинусоїдну форму (рисунок 15.8). Крива струму випереджає синусоїду магнітного потоку на кут втрат δ з причини витрат активної

потужності у магнітопроводі при його перемагнічуванні з частотою струму мережі. На нагрів магнітопроводу витрачається активна складова струму I_a .

Побудуємо векторну діаграму напруги і струмів котушки з феромагнітним осердям з урахуванням петлі гістерезису та складемо схему заміщення для цього випадку (рисунок 15.7).

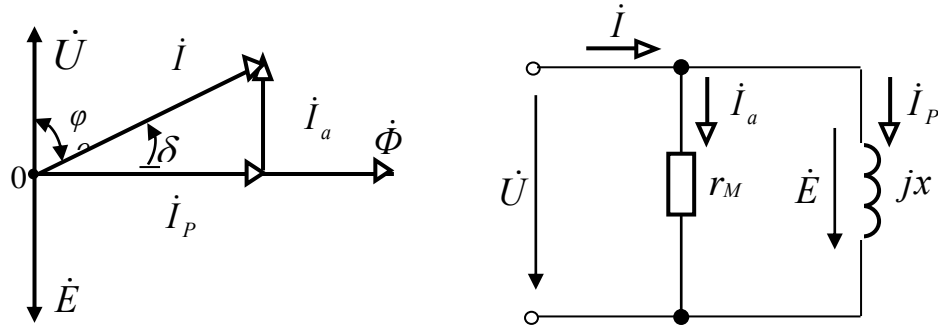


Рисунок 15.7 – Векторна діаграма та і розрахункова схема ідеальної котушки з феромагнітним осердям

Якщо несинусоїдну криву струму замінити еквівалентною синусоїдою, то можна записати вирази миттєвих: напруги u , сили струму i , магнітного потоку Φ і ЕРС самоіндукції e ідеальної котушки з феромагнітним осердям з урахуванням петлі гістерезису

$$u = U_m \sin(\omega t + 90^\circ); \quad i = I_m \sin(\omega t + \delta);$$

$$\Phi = \Phi_m \sin \omega t; \quad e = E_m \sin(\omega t - 90^\circ) \quad (15.14)$$

де δ – кут втрат у котушці, який визначається $\delta = 90^\circ - \varphi$.

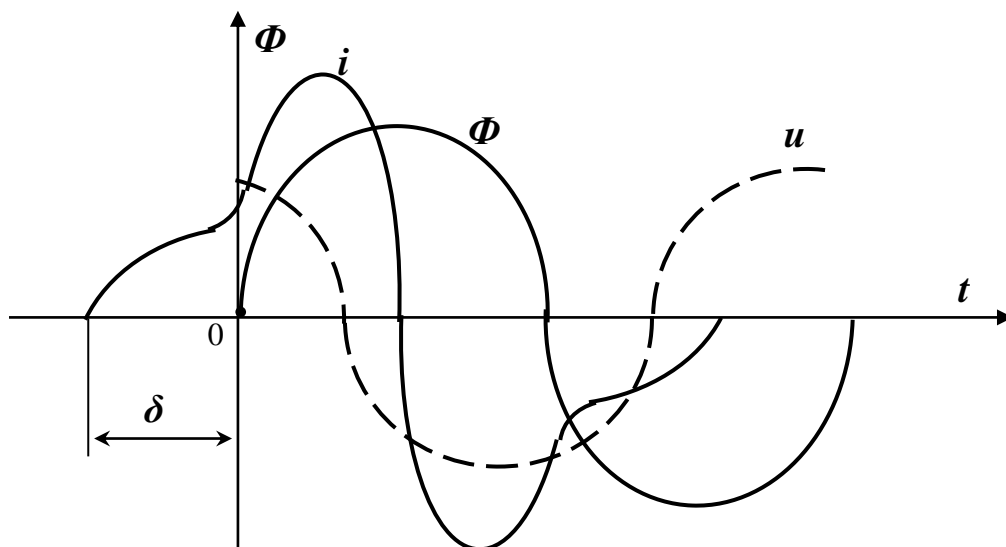


Рисунок 15.8 – Залежності $i(t)$, $\Phi(t)$, $u(t)$ в ідеальній котушці з феромагнітним осердям з урахуванням петлі гістерезису

На схемі і векторній діаграмі (рисунок 15.7) активна складова струму характеризує втрати в магнітопроводі на вихрові струми і гістерезис – I_a , реактивна складова струму I_p , створює основний магнітний потік. Хвильові діаграми $i(t)$, $\Phi(t)$, $u(t)$ в ідеальній котушці з феромагнітним осердям з урахуванням петлі гістерезису на рисунку 15.8.

Поява в розрахунковій схемі ідеальної котушки з феромагнітним осердям активного опору магнітопроводу r_m (активний опір проводу котушки дорівнює нулю) обумовлена споживанням котушкою з феромагнітним осердям активної потужності, яка втрачається на гістерезис і вихрові струми у магнітопроводі.

Активна потужність, яку споживає ідеальна котушка з феромагнітним осердям на гістерезис від синусоїдного джерела напруги, дорівнює

$$P_r = \frac{1}{T} \int_0^T u \cdot i \cdot dt \quad (15.15)$$

Якщо вважати, що активний опір проводу котушки і індуктивний опір, обумовлений потоком розсіювання дорівнюють нулю, то прикладена напруга врівноважується ЕРС самоіндукції e , тобто

$$u = -e = w \frac{d\Phi}{dt} \quad (15.16)$$

З урахуванням, що магнітний потік дорівнює $\Phi = B \cdot S$, тоді

$$u = w \cdot S \frac{dB}{dt} \quad (15.17)$$

Струм у котушці з феромагнітним осердям знайдемо за законом повного струму

$$i = \frac{H \cdot l}{w} \quad (15.18)$$

тоді активна потужність (середня потужність за період) дорівнює потужності втраті від гістерезису

$$P_r = \frac{1}{T} \int_0^T wS \frac{dB}{dt} \cdot \frac{Hl}{w} dt = \frac{Sl}{T} \oint HdB = fV \oint HdB \quad (15.19)$$

де V – об'єм осердя магнітопроводу, m^3 ;

$\oint HdB$ – площа петлі гістерезису;

f – частота струму, $Гц$.

На виробництві втрати потужності від гістерезису визначають за різними емпіричними формулами, наприклад

$$P_r = \sigma_r \cdot f \cdot B_m^n \cdot G, \quad (15.20)$$

де σ_r – коефіцієнт, що залежить від сорту сталі (довідникові дані);
 $n = 1,6$ при значеннях B_m у межах від 0,1 до 1 Тл; $n = 2$ при значеннях B_m у межах від 1 до 1,6 Тл;

B_m – амплітуда магнітної індукції, Тл;

G – маса магніто проводу, кг.

Якщо розглянути петлю гістерезису (рисунок 15.9), її площа дорівнює $\oint HdB$.

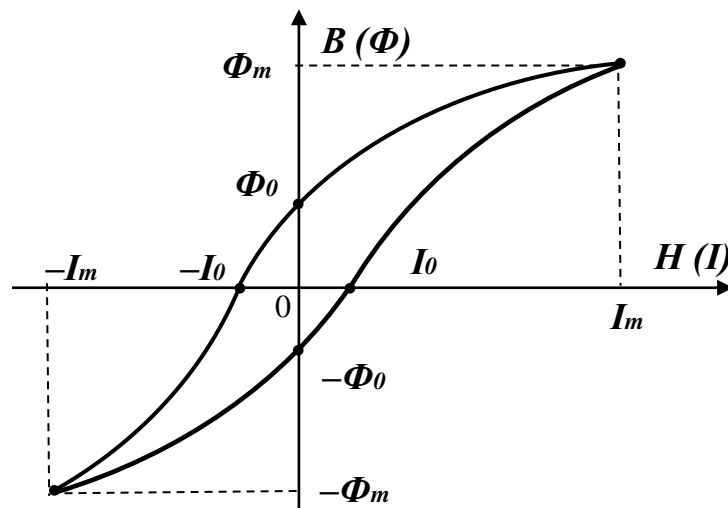


Рисунок 15.9 – Петля гістерезису феромагнітних матеріалів

Таким чином, **втрати активної потужності на гістерезис прямо пропорційні частоті струму, об'єму осердя та площі петлі гістерезису** [1-5].

Для зменшення втрат активної потужності на гістерезис магнітопроводи силових машин виготовляють з феромагнітного матеріалу, що має вузьку петлю гістерезисну (холоднокатана сталь). При великій частоті (більше 500 Гц) магніто проводи виготовляють яз феритів.

На рисунку 15.9 прийняті позначення: $-\Phi_0$ і Φ_0 – залишковий магнітний потік у феромагнітному магнітопроводі котушки; $-I_0$ і I_0 – коерцитивна сила струму (coercitio – від лат. утримування).

В іншому вигляді вираз активної потужності на гістерезис можна записати

$$P_r = r_{mr} I_a^2, \quad (15.21)$$

де r_{mr} – еквівалентний активний опір магнітопроводу, яким враховано втрати активної потужності на гістерезис, Ом;
 I_a – активна складова струму, А.

Змінний струм, який проходить по котушці (рисунок 15.10), створює в магнітопроводі змінний магнітний потік і наводить у феромагнітному осерді електрорушійну силу (ЕРС), під дією якої виникають вихрові струми (струми Фуко), які замикаються по симетричних контурах. Ці вихрові струми нагрівають феромагнітне осердя, тобто в осерді мають місце втрати активної потужності.

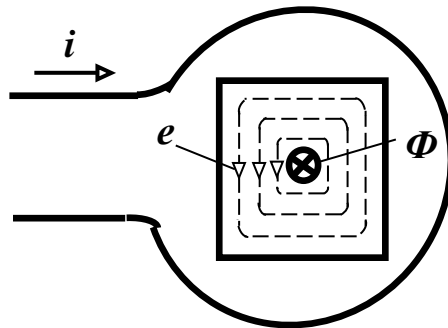


Рисунок 15.10 – Напрями ЕРС і магнітного потоку в залежності від напрямку струму в котушці

Крім втрат енергії вихрові струми викликають розмагнічуючу дію, яке сильніша в середині магнітопроводу і менше на його поверхні. За законом Ленца, протилежний напрямку вихрового струму розмагнічує внутрішню частину осердя, бо найбільш різко розмагнічуюча дія проявляється у центральній частині осердя, яка знаходиться під впливом найбільшого числа контурів вихрових струмів. В результаті магнітна індукція має найменше значення на поверхні і найбільше значення у центральній частині осердя.

Для зменшення цих негативних явищ осердя складається з окремих електрично ізольованих одна від іншої сталевих листів (рисунок 15.12) [1-5].

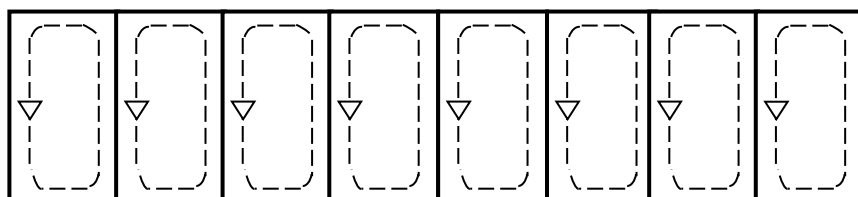


Рисунок 15.12 – Напрямок ЕРС у феромагнітному осерді при складанні його з окремих ізольованих пластин

При цьому активний опір у магнітопроводі проходженню вихрових струмів різко зростає, тому ці струми стають незначними.

Якщо знехтувати нерівномірністю розподілення магнітного потоку по перерізу листів, з яких зібраний магнітопровід, потужність втрат від гістерезису визначають за емпіричною формулою

$$P_e = \sigma_B \cdot f^2 \cdot B_m^2 \cdot G, \quad (15.22)$$

де σ_B – коефіцієнт, що залежить від сорту сталі і розміру (товщини) сталених листів.

У цілому, **втрати активної потужності на вихрові струми прямо пропорційні квадрату частоти струму, товщині окремих листів електротехнічної сталі та магнітній індукції**. Втрати від вихрових струмів збільшують активну складову струму.

Та обставина, що втрати енергії на вихрові струми і від гістерезису мають різну залежність від частоти, дозволяє окремо розраховувати або вимірювати їх, якщо відомі сумарні втрати в магнітопроводі для двох (або більше) значень частоти, але при одному й тому ж значенні магнітної індукції B_m .

Вираз втрат активної потужності на вихрові струми можемо записати у вигляді

$$P_e = r_{me} \cdot I_a^2, \quad (15.23)$$

де r_{me} – еквівалентний активний опір, за допомогою якого враховуються втрати активної потужності в магнітопроводі на вихрові струми, Ом ;

P_e – втрати активної потужності в магнітопроводі на вихрові струми, Вт .

В цілому загальні втрати активної потужності в феромагнітному осерді від гістерезису і вихрових струмів можна визначити

$$P_c = P_r + P_e = (r_{mr} + r_{me}) \cdot I_a^2 = r_m \cdot I_a^2, \quad (15.24)$$

де r_m – еквівалентний активний опір магнітопроводу, який враховує втрати активної потужності в феромагнітному магнітопроводі на гістерезис і вихрові струми, Ом .

Приклад 15.1

Котушку з феромагнітним осередком підключили до джерела постійної напруги 110 В. Котушка споживала струм 10,5 А. Потім цю ж котушку підключили до джерела змінної синусоїдальної напруги з діючим значенням 110 В, котушка споживала струм 10,5 А. Ватметр показав 1500

Vm. Визначити: активний опір проводу котушки, втрачену активну потужність в проводі і магніто проводі котушки.

Рішення

1. Визначаємо активний опір цієї котушки

$$r_k = \frac{U_{\text{ност}}}{I_{\text{ност}}} = \frac{110}{10,5} = 10,48 \text{ Ом.}$$

2. Визначаємо активну потужність, втрачену в проводі котушки

$$P_k = r_k \cdot I_{\text{змін.}}^2 = 10,48 \cdot 10,5^2 = 1155 \text{ Вт.}$$

3. Визначаємо активну потужність, втрачену у магнітопроводі

$$P_M = P - P_{k,,} = 1500 - 1155 = 385 \text{ Вт.}$$

Розглянемо **фізичні явища і процеси**, які відбуваються в **реальній котушці** з феромагнітним осердям у колі змінного струму (рисунок 15.12):

- явище електричного змінного струму i ;
- явище електромагнетизму: створюються синусоїдні основний потік Φ і допоміжний потік розсіювання Φ_σ магнітні потоки в наслідок явища електромагнетизму, які замикаються, відповідно, по осердю і поза нього.

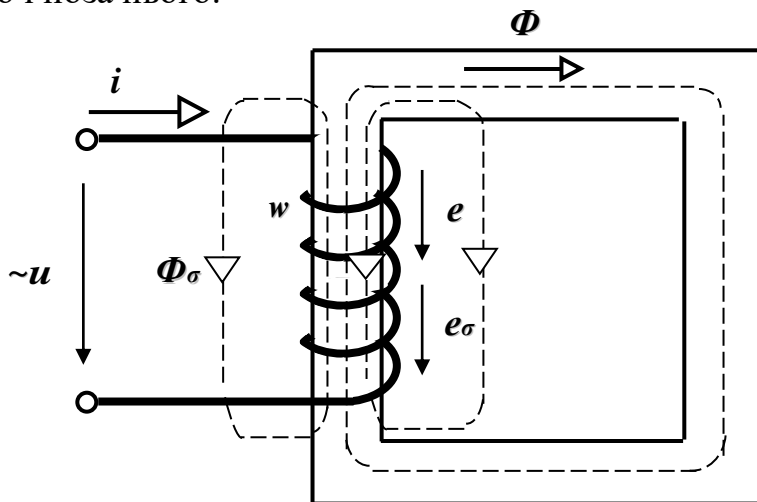


Рисунок 15.12 – Фізичні процеси, що виникають у котушці з феромагнітним осердям у колі змінного струму

- явище електромагнітної індукції: наводяться основним потоком ЕРС самоіндукції e (індуктивний опір x) і ЕРС розсіювання допоміжним потоком розсіювання e_σ . (індуктивний опір розсіювання x_σ);

- явище теплової дії струму у проводі котушки, що супроводжується виділенням теплоти і втратами потужності (активний опір r);

- гістерезис і вихрові струми у феромагнітному магнітопроводі за рахунок змінної напруги і струму (явища електромагнітної індукції e) у електричному колі котушки, нагрів магнітопроводу [3].

Запишемо рівняння рівноваги напруги котушки з феромагнітним осердям згідно другого закону Кірхгофа

$$u = r \cdot i - e_{\sigma} - e = r \cdot i + L_{\sigma} \frac{di}{dt} - e, \quad (15.25)$$

де r – активний опір проводу котушки, Ом;

$$e_{\sigma} = L_{\sigma} \frac{di}{dt} = \frac{d\phi_{\sigma}}{dt} - \text{ЕРС розсіювання, В.}$$

Відповідно до рівняння (15.25) замінимо реальну котушку з феромагнітним магнітопроводом еквівалентною їй (рисунок 15.13), яка буде складатися з ідеальної котушки з феромагнітним магнітопроводом з урахуванням петлі гістерезисну і послідовно з'єднаними з нею активним опором проводу r і індуктивним опором розсіювання x_{σ} , що створюється магнітним потоком розсіювання Φ_{σ} .

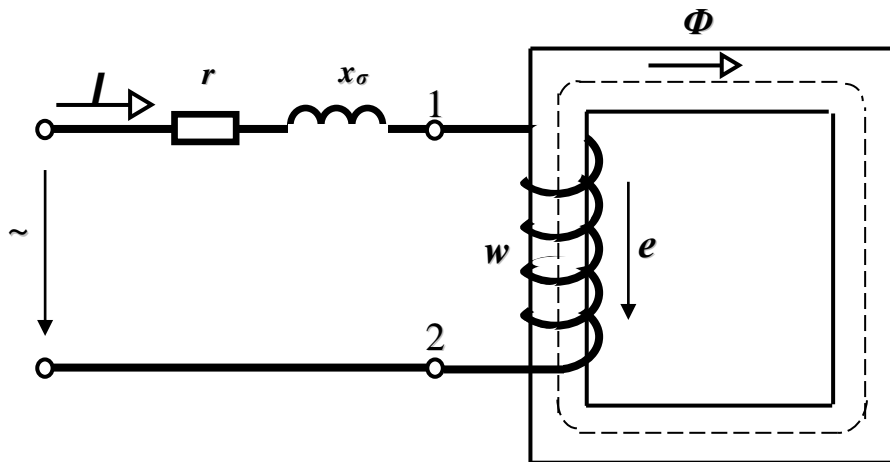


Рисунок 15.13 – Еквівалентна схема реальної котушки з феромагнітним осердям

Побудуємо векторну діаграму напруги, основного магнітного потоку, активної та реактивної складових струму і ЕРС самоіндукції реальної котушки з феромагнітним осердям згідно рівняння (15.14). Прийнемо початкову фазу магнітного потоку рівною нулю (рисунок 15.14).

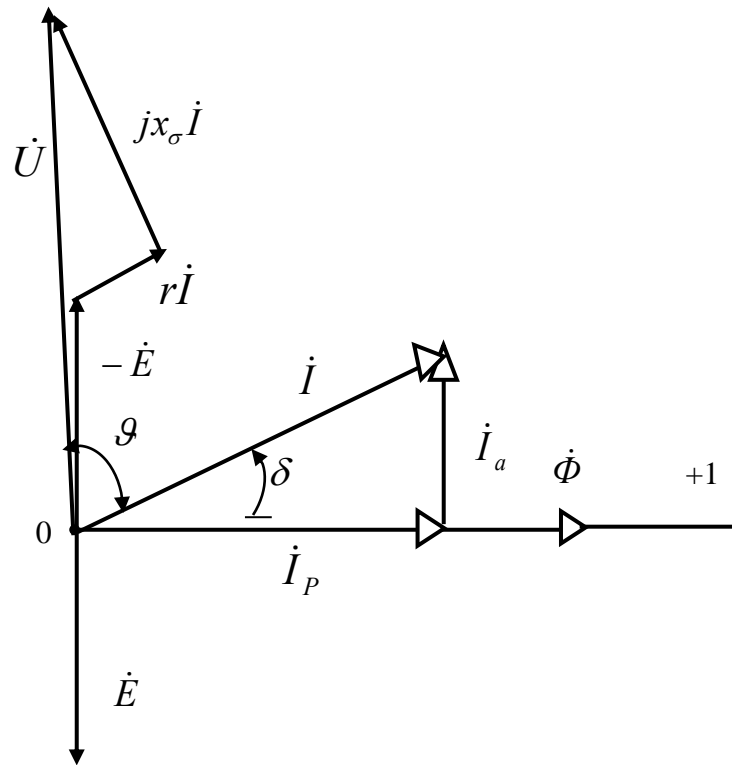


Рисунок 15.14 – Векторна діаграма реальної котушки з феромагнітним осердям

Розрахункова схема реальної котушки з феромагнітним осердям має вигляд, зображений на рисунку 15.15.

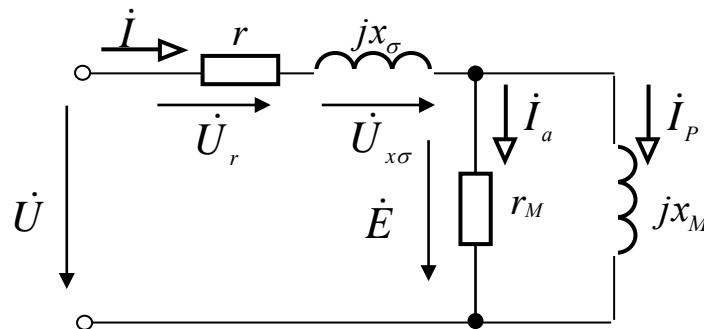


Рисунок 15.15 – Розрахункова схема індуктивної котушки з феромагнітним осердям

Рівняння рівноваги напруги реальної котушки з феромагнітним осердям в комплексній формі

$$\dot{U} = r\dot{I} + jx_{\sigma}\dot{I} - \dot{E}. \quad (15.26)$$

Діюче значення ЕРС самоіндукції, якщо рівняння миттєвого магнітного потоку $\Phi = \Phi_m \sin \omega t$. Тоді вираз миттєвої ЕРС

$$e = -w \frac{d\Phi}{dt} = -w \cdot \omega \cdot \Phi_m \cdot \sin(\omega t + 90^\circ) = E_m \sin(\omega t - 90^\circ), \quad (15.27)$$

де максимальна ЕРС самоіндукції визначається як

$$E_m = w \cdot \omega \cdot \Phi_m. \quad (15.28)$$

Тоді діюче значення ЕРС самоіндукції

$$E = \frac{w \cdot \omega \cdot \Phi_m}{\sqrt{2}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot f \cdot w}{\sqrt{2}} \cdot \Phi_m = 4,44 \cdot f \cdot w \cdot \Phi_m. \quad (15.29)$$

В колі котушки з феромагнітним осердям, як нелінійного елементу, і конденсатора можливі резонансні явища.

Резонанс напруги у колі, що містить котушку з насиченим феромагнітним магнітопроводом, з'єднану послідовно з конденсатором називається **ферорезонансом напруги** [3-5].

У колах, які містять нелінійну індуктивність і ємність, плавна зміна напруги може викликати скачки фази й амплітуди основної гармоніки струму, і, навпаки, плавна зміна струму може супроводжуватися стрибкоподібною зміною фази й амплітуди основної гармоніки напруги на деяких ділянках кола.

Під **ферорезонансом напруги** розуміють стрибкоподібну зміну знака кута зсуву фаз між основними гармоніками напруги й струму, а також різку зміну величини силу струму при незначній зміні напруги на вході кола. Ці явища пов'язані з нелінійною зміною індуктивності котушки з феромагнітним осердям, у лінійних колах подібні явища принципово неможливі.

Розглянемо послідовне з'єднання конденсатора та котушки з феромагнітним осередям (рисунок 15.16, а).

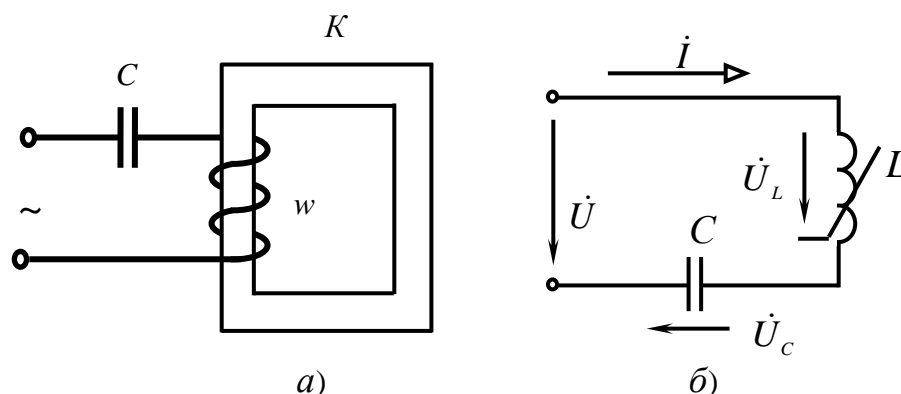


Рисунок 15.16 – Принципова (а) і розрахункова (б) схеми послідовно з'єднаних конденсатора та котушки з феромагнітним осередям

Точний аналіз ферорезонансу напруг з урахуванням того, що крива струму має несинусоїдну форму в котушці з феромагнітним магнітопроводом представляє значні труднощі. Тому в подальшому для спрощення розрахунків приймемо наступні **спрощення**: вважаємо, що котушка з феромагнітним магнітопроводом, яка включена в електричне коло, не має петлі гістерезису, вихрових струмів ($r_m = 0$), активний опір проводу обмотки дорівнює нулю ($r = 0$) тобто в колі присутні ідеальні котушка і конденсатор. Таким чином, розрахункова схема кола має вигляд, представлений на рисунку 15.16, б.

Оскільки котушка з феромагнітним осердям є нелінійним елементом, тому при синусоїдній напрузі і синусоїдному магнітному потоці струм має несинусоїдну форму (рисунок 15.17).

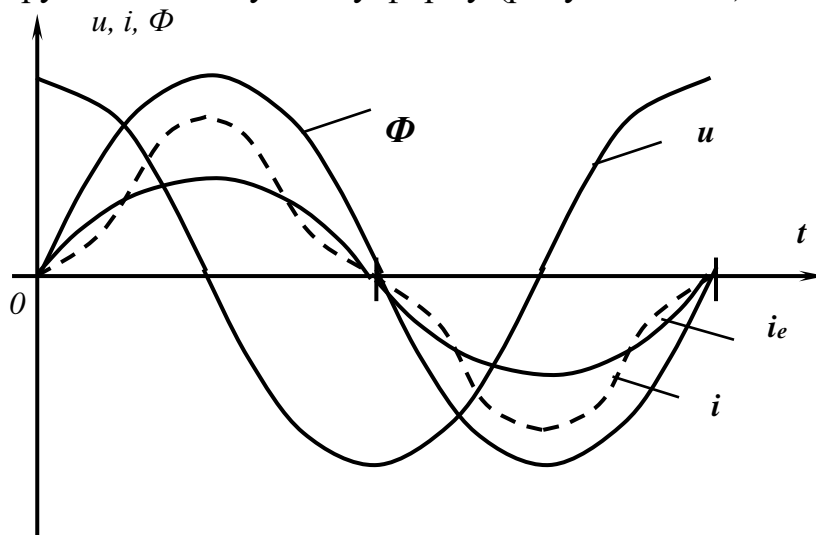


Рисунок 15.17 – Графічні залежності миттєвої напруги, магнітного потоку, струму і еквівалентного струму у котушці

Векторна діаграма електричного кола з урахуванням спрощень і прийнятої початкової фази струму рівною нулю на рисунку 15.18.

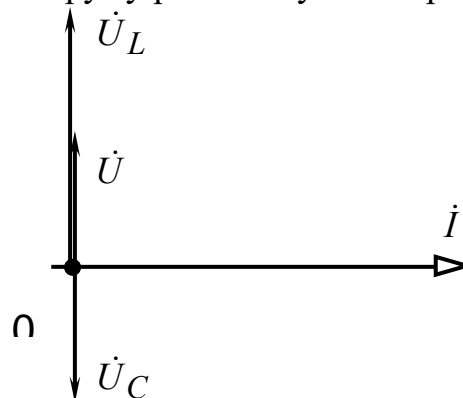


Рисунок 15.18 – Векторна діаграма при ферорезонансі напруг з урахуванням спрощень

Для подальших розрахунків символічним методом застосуємо метод еквівалентних синусоїд: замінимо несинусоїдну форму струму еквівалентною синусоїдою струм i_e .

Початкова фаза напруги на індуктивності \dot{U}_L дорівнює 90° , тобто напруга на індуктивності випереджає струм на 90° , напруга на ємності \dot{U}_C відстає від струму на 90° . Прикладена напруга на затискачах кола, згідно другого закону Кірхгофа, дорівнює

$$\dot{U} = \dot{U}_L + \dot{U}_C. \quad (15.30)$$

Оскільки вектори \dot{U}_L і \dot{U}_C спрямовані протилежно, діюче значення напруги до затискачів кола визначається як

$$U = |U_L - U_C|. \quad (15.31)$$

Оскільки ВАХ котушки $U_L(I)$ є нелінійною, ВАХ конденсатора $U_C(I)$ є похилою прямою лінією (рисунок 15.19), то величина ємності завжди може бути такою, що ВАХ конденсатора та котушки з феромагнітним осердям могли перетнутися. Різниця між залежностями $U_L(I)$ і $U_C(I)$ утворює криву $U(I)$, ординати якої визначають значення прикладеної напруги при різних значеннях струму.

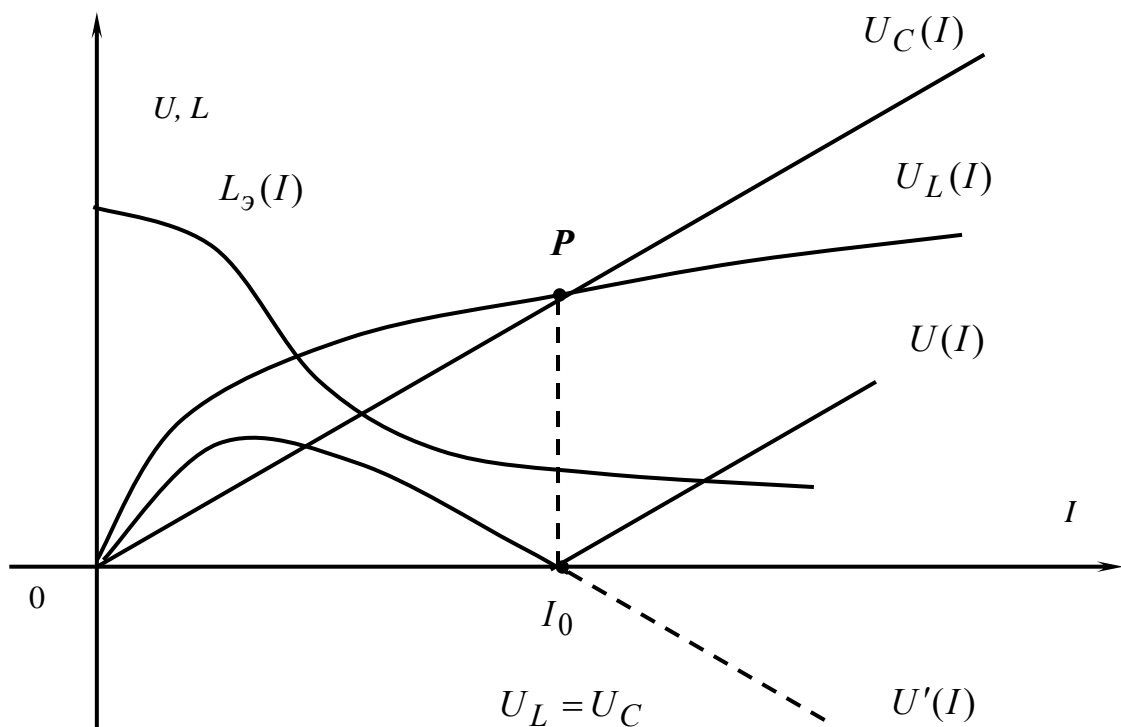


Рисунок 15.19 – ВАХ ідеальної котушки з феромагнітним осердям, ідеального конденсатора і електричного кола при послідовному з'єднанні котушки і конденсатора

Точка перетину «P» залежностей $U_L(I)$ і $U_C(I)$ відповідає ферорезонансу напруги, в цьому випадку $U_L = U_C$.

Ферорезонанс напруг відбувається за рахунок зміни індуктивності в наслідок зміни магнітної проникності феромагнітного матеріалу магнітопроводу котушки при зміні вхідної напруги (залежність $L_9(I)$ рис. 15.19). Однак, на відміну від лінійних кіл, де індуктивність не змінюється, в нелінійній котушці зміни індуктивності відбуваються в наслідок нелінійної залежності між струмом і магнітним потоком. Еквівалентну індуктивність котушки з феромагнітним магнітопроводом при резонансі можна визначити за виразом

$$L_e = \frac{U_L}{\omega \cdot I}. \quad (15.32)$$

Область характеристики $U(I)$ поблизу точки I_P носить суто теоретичний характер. В реальній котушці з феромагнітним осердям, через втрати в осерді і проводі котушки, а особливо через несинусоїдну форми кривої струму, реальна графічна залежність ВАХ електричного кола $U(I)$ має такий вигляд, представлений на рисунку 15.20.

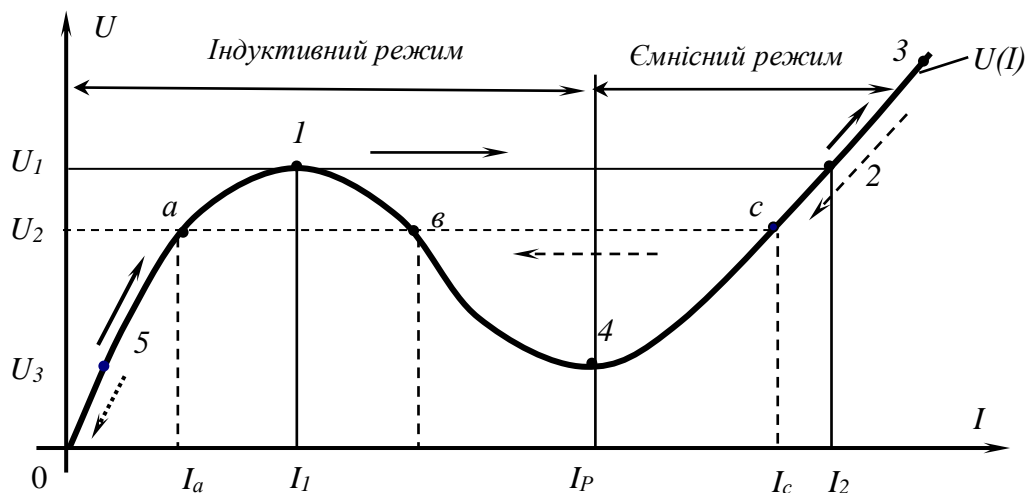


Рисунок 15.20 – Реальна ВАХ електричного кола з послідовно з'єднаними реальною котушкою зі сталлю і конденсатором

При зміні напруги U від нуля до U_1 (рис. 15.20) напруга на індуктивності перевищує напругу на ємності (струм за фазою відстає від напруги), що відповідає індуктивному режиму. Зміна режиму відбувається при досягненні напруги U_1 , при цьому в точці 1 спостерігається стрибок струму, при якому величина струму зростає з

I_1 до I_2 (точка 2 рис. 15.20). У цьому випадку напруга на ємності перевищить напругу на індуктивності (по фазі струм I_2 буде випереджати напругу), спостерігається «перекидання фази», що відповідає ємнісному режиму. Подальше зростання напруги викликає плавне збільшення струму (точка 3 рис. 15.20).

При зменшенні напруги до величини U_3 (точка c) знову відбувається зворотній стрибок струму з I_c до I_a , що відповідає переходу із точки 3 у точку 5 (рис. 15.20). Зворотній стрибок струму настає декілька пізніше, ніж прямий, що пов'язано з явищем гістерезису у феромагнітному магнітопроводі. З характеристики видно, що при одному значенні напруги U_2 на затискачах електричного кола можливі три значення струму: I_a , I_{bP} , I_c . У двох перших випадках струм відстає по фазі від напруги ($U_L > U_C$). А у третьому випадку – випереджає його ($U_L < U_C$). Така невизначеність – декілька значень струму в колі при одній і тій же напрузі – може мати місце лише в колах з нелінійними характеристиками. Режим роботи електричного кола при струмах I_a і I_1 є стійким, оскільки на ділянці з підйомом характеристики при збільшенні напруги U струм також зростає, а при зменшенні напруги – зменшується.

Режим роботи при струмі I_2 є нестійким, оскільки на спадаючій ділянці ВАХ зі зменшенням напруги U струм зростає, а з підвищенням напруги навпаки – спадає, таким чином незначна зміна напруги може викликати перехід від поточного режиму роботи електричного кола до першого або третього режиму.

Характерно, що при кожному стрибку струму, фаза струму по відношенню до прикладеної напруги U змінюється на 180° . Явище різкої зміни струму при незначній зміні напруги на вході називається **тригерним ефектом** у послідовному ферорезонансному колі [3-5]. Для зменшення стрибків струму в схемі використовують регулювальний реостат. Якщо в наведеній розрахунковій схемі (рисунок 15.21) опір реостату R набагато більше опору іншого кола, то змінюючи його величину можна плавно змінювати струм у колі.

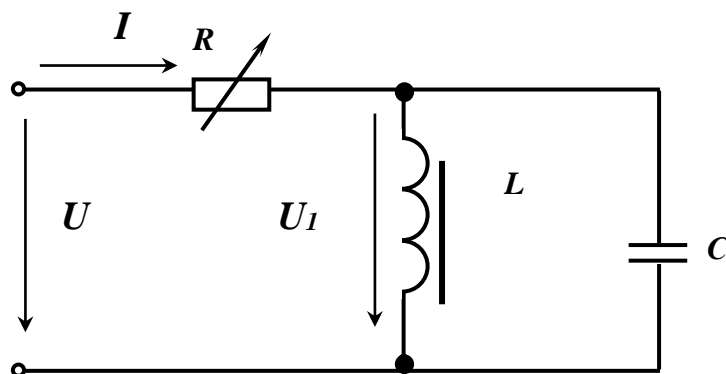


Рисунок 15.21 – Розрахункова схема регулювання сили струму при ферорезонансі струму

При зниженні струму в зворотному напрямку резонанс струмів настає при менших струмах, в порівнянні з прямим резонансом струмів, що пов'язане з явищем гістерезису у сталі магнітопроводу.

Особливості кіл, що містять котушки з феромагнітним осередком й конденсатори, використовують для пристрою ферорезонансних стабілізаторів напруги, призначених для підтримки постійною напруги на затискачах приймача при зміні напруги живлючої мережі.

Розглянуті явища резонансу напруги та струму можуть виникати в електричному колі як випадково, так і застосовуватися в електричних пристроях.

Ферорезонансний стабілізатор напруги – такий чотирьохполюсник, у якому значна зміна напруги на вході викликає лише незначну зміну напруги на виході. Основна частина стабілізатора складається із двох послідовно з'єднаних опорів – лінійного (ємнісного опору) й нелінійного (індуктивного опору) (рисунок 15.22) [2, 3, 5]. Розглянемо реальний випадок явища ферорезонансу напруг.

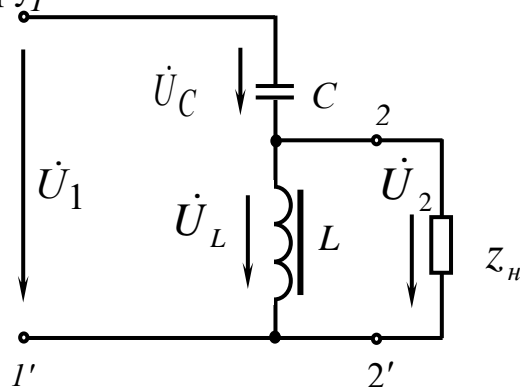


Рисунок 15.22 – Схема основної частини стабілізатора напруги

Феромагнітний стабілізатор напруг працює в зоні насиченого магнітопроводу після стрибка струму.

Сутність явища стабілізації полягає в такій зміні параметрів послідовно з'єднаних елементів нелінійного електричного кола при зміні напруги живлення, при якій відносна зміна напруги на одній ділянці кола виявляється значно меншою, ніж на входних затискачах кола. Так в колі, що зображене на рисунку 15.22, з збільшенням напруги живлення струм різко зростає і його збільшення призводить до зменшення індуктивності котушки з феромагнітним магнітопроводом, в той час, як ємність остається без змін. Таким чином, відносна зміна напруги на індуктивності (затискачі 2-2') виявляється значно меншим ніж на затискачах 1-1'.

Визначивши для ряду значень U_1 відповідні значення U_2 , можна побудувати залежність $U_2 = f(U_1)$ (рисунок 15.23).

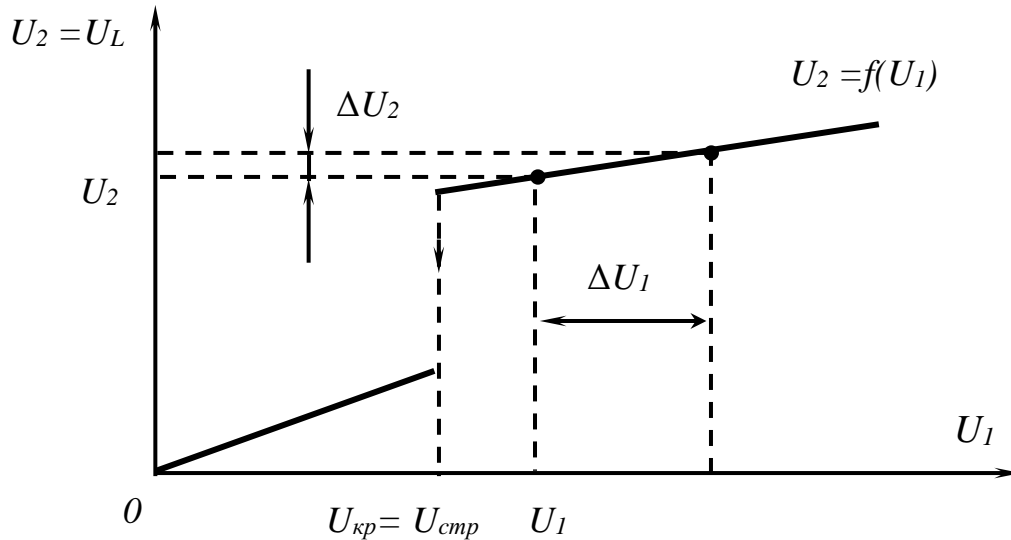


Рисунок 15.23 – Графічна залежність $U_2 = f(U_1)$ стабілізатора напруги

Замість конденсатора C в коло можна включити і лінійний резистор або котушку з лінійною ВАХ, однак ефект стабілізації буде менший, оскільки зміна струму в котушці зі феромагнітним магнітопроводом, а відповідно, в її еквівалентній індуктивності при зміні напруги живлення в цих випадках менше. Приєднання навантаження до вторинних затискачів стабілізатора створить ділянку, паралельну нелінійній котушці, в результаті струм в котушці зменшиться. Зі зміною напруги живлення повний опір між затискачами 2-2' зміниться менше, чим при відсутності навантаження, отже, стане погіршення стабілізуючих властивостей кола. З графіку (рисунок 15.23) видно, що значне збільшення первинної напруги (ΔU_1) відповідає незначній зміні вторинної напруги (ΔU_2) та що схема (рисунок 15.22) дозволяє стабілізувати напруги лише при напрузі мережі більше критичного, рівного $U_{стр}$.

Ферорезонансні стабілізатори характеризуються коефіцієнтом стабілізації

$$K_c = \frac{\Delta U_1}{U_1} : \frac{\Delta U_2}{U_2} = \frac{\Delta U_1 \cdot U_2}{U_1 \cdot \Delta U_2}, \quad (15.35)$$

де U_1 – напруга на вході стабілізатора, В;

U_2 – напруга на виході стабілізатора (на навантаженні), В;

$\Delta U_1, \Delta U_2$ – зміна напруги на вході й на виході, В.

Коефіцієнт навантаженого стабілізатора значно нижчий, чим при холостому ході. За рахунок несинусоїдної форми кривих струмів і напруг в нелінійних колах напруга U_2 зазвичай містить вищі гармоніки навіть при живленні стабілізатора від джерела синусоїдної ЕРС з напругою U . Лише у мостових стабілізаторів з терморезисторами напруга на виході наближається по формі до синусоїди.

Трансформатор з феромагнітним осердям призначений для перетворення напруги однієї величини в іншу, при постійних частоті, основному магнітному потоці і потужності [1, 3, 5, 6].

Електромагнітні явища в трансформаторі з феромагнітним (сталевим) осердям при холостому ході:

- явища електричного струму;
- явище електромагнетизму (основний потік і потік розсіювання у первинній обмотці);
- явище електромагнітної індукції (ЕРС самоіндукції та ЕРС розсіювання у первинній обмотці і ЕРС взаємоіндукції у вторинній обмотці);
- явище теплової дії струму у проводі первинної обмотки.
- в феромагнітному магнітопроводі будуть спостерігатися явища гістерезису і вихрових струмів і його нагрів.

Якщо до вторинної обмотки підключити навантаження, то у вторинній обмотці будуть спостерігатися:

- явища електричного струму;
- явище електромагнетизму (потік розсіювання);
- явище теплової дії струму у проводі вторинної обмотки і її нагріву вторинної обмотки.

Конструктивну схему трансформатора зі сталевим осердям наведено на рисунку 15.24.

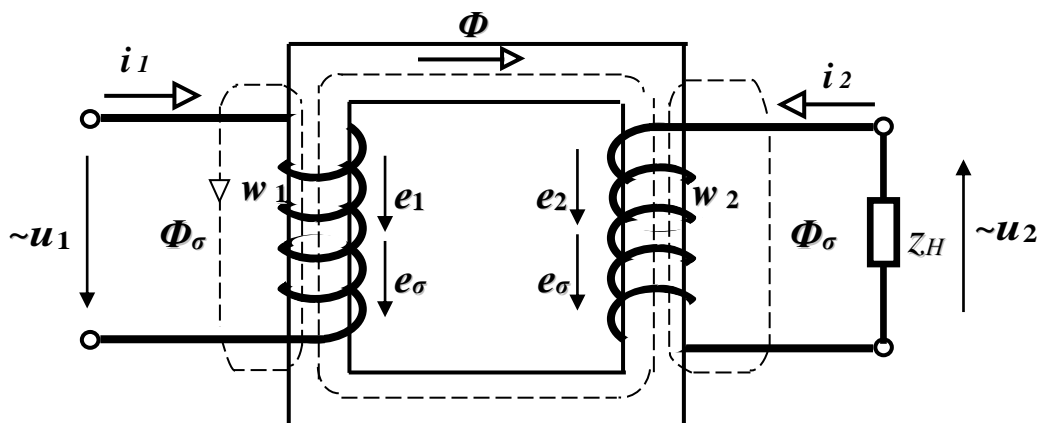


Рисунок 15.24– Конструктивна схема трансформатора зі сталевим осердям

При навантаженні трансформатора магнітний потік може бути представлений сумою потоків: Φ – основного у осерді, $\Phi_{\sigma 1}$ – розсіювання, зв'язаного тільки з первинною обмоткою, $\Phi_{\sigma 2}$ – розсіювання, зв'язаного тільки зі вторинною обмоткою. Напруга u_1 , прикладена до первинної обмотки, врівноважується спаданням напруги на активному опорі обмотки та електрорушійними силами $e_{\sigma 1}$ і e_1 , тобто

$$u_1 = r_1 i_1 + e_{\sigma 1} - e_1 = r_1 i_1 + L_{\sigma 1} \frac{di_1}{dt} - e_1, \quad (15.36)$$

де $L_{\sigma 1}$ – індуктивність, обумовлена магнітним потоком розсіювання $\Phi_{\sigma 1}$, Гн.

У вторинній обмотці ЕРС, яка наводяться магнітними потоками Φ і $\Phi_{\sigma 2}$, врівноважується спаданнями напруг на активному опорі обмотки та опорі навантаження, тобто

$$e_2 + e_{\sigma 2} = r_2 i_2 + u_2 \quad (15.37)$$

або

$$e_2 = r_2 i_2 - e_{\sigma 2} + u_2 = r_2 i_2 + L_{\sigma 2} \frac{di_2}{dt} + u_2, \quad (15.37)$$

де $L_{\sigma 2}$ – індуктивність, обумовлена магнітним потоком розсіювання $\Phi_{\sigma 2}$, Гн.

Замінімо реальний трансформатор еквівалентним конструктивною схемою (рисунок 15.25).

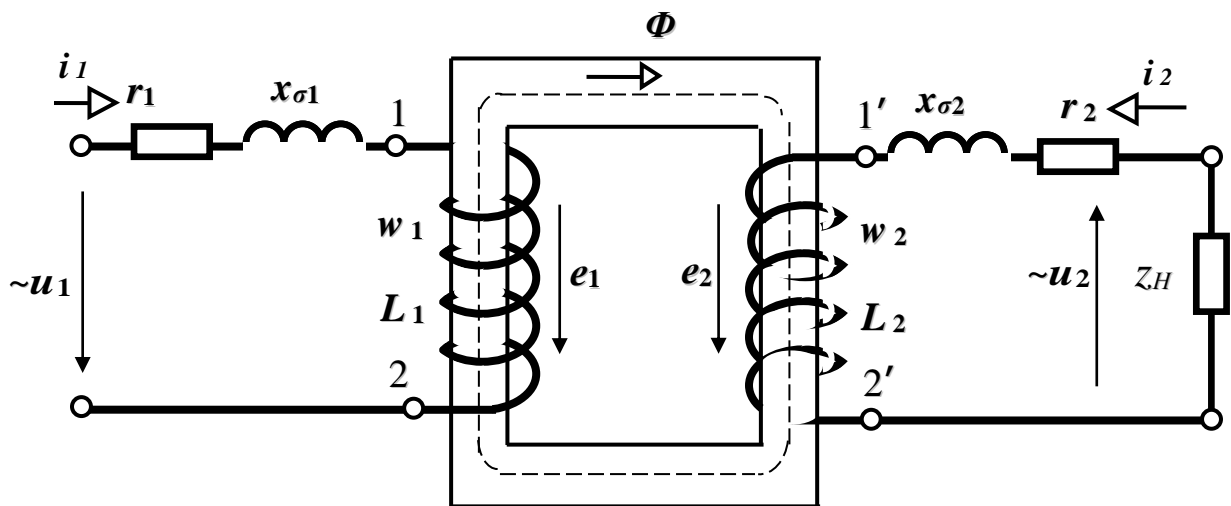


Рисунок 15.25 – Еквівалентна конструктивна схема трансформатора з феромагнітним осердям

Трансформатор із затисками 1–2 і 1'–2' називається ідеальним трансформатором (в якому відсутні втрати на нагрів у проводах і від потоків розсіювання).

Коефіцієнт трансформації трансформатора

$$k = \frac{E_1}{E_2} = \frac{4,44 f w_1 \Phi_m}{4,44 f w_2 \Phi_m} = \frac{w_1}{w_2}. \quad (15.38)$$

Розглянемо спочатку ідеальний трансформатор, у якому $r_1 = 0$; $x_{\sigma 1} = 0$; $r_2 = 0$; $x_{\sigma 2} = 0$; $w_1 = w_2$.

При холостому ході такий трансформатор не відрізняється від звичайної ідеальної котушки і може бути зображений схемою заміщення (рисунок 15.26).

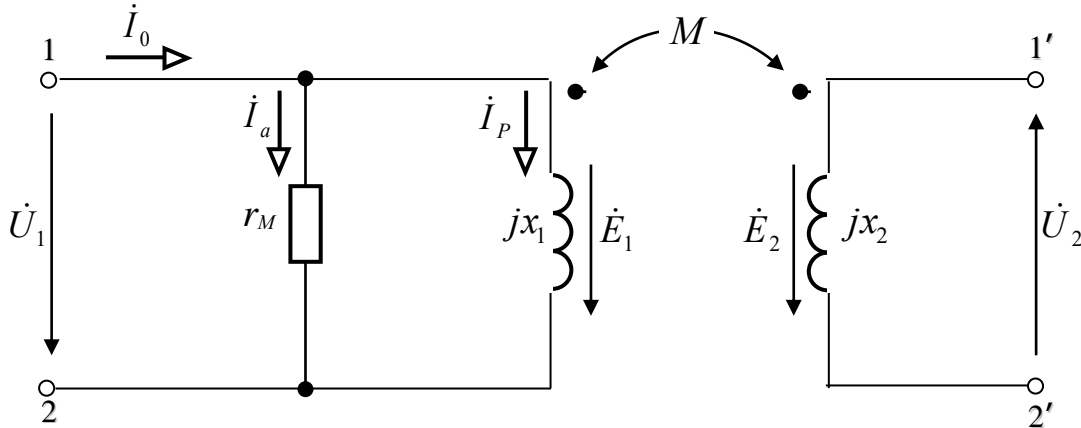


Рисунок 15.26 – Схема заміщення ідеального трансформатора при холостому ході

Побудуємо векторну діаграму ідеального трансформатора при холостому ході (рисунок 15.27).

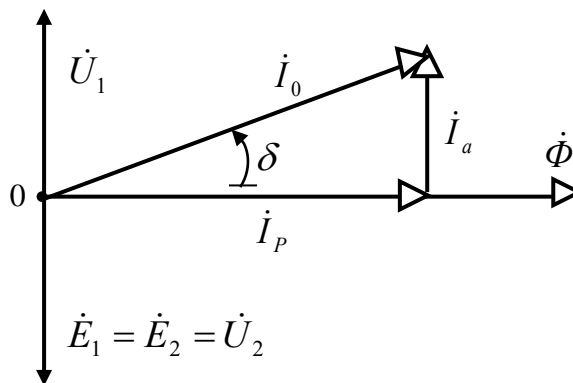


Рисунок 15.27 – Векторна діаграма ідеального трансформатора при холостому ході

Намагнічуюча сила при холостому ході (у первинній обмотці)

$$\dot{F}_0 = w_1 \dot{I}_0 = Z_m \dot{\Phi}, \quad (15.39)$$

де Z_m – комплекс магнітного опору осердя, $1/\Gamma H$;

$\dot{\Phi}$ – комплекс основного магнітного потоку, $B\bar{b}$.

Рівняння для первинного контуру

$$\dot{U}_1 = -\dot{E}_1. \quad (15.40)$$

Схема заміщення ідеального трансформатора при його навантаженні (рисунок 15.28).

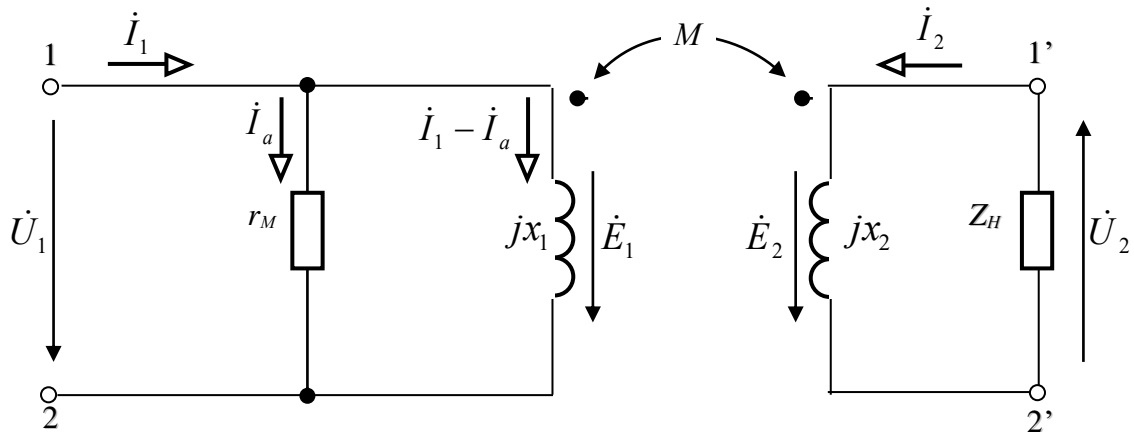


Рисунок 15.28 – Схема заміщення ідеального трансформатора при навантаженні

Якщо до затисків вторинної обмотки підключити навантаження з опором Z_H , то в ній буде проходити струм \dot{I}_2 , який, у свою чергу, буде намагатися зменшити магнітний потік $\dot{\Phi}$, а це приведе до ЕРС \dot{E}_1 , внаслідок чого струм \dot{I}_1 зросте до такої величини, при якій магнітний потік $\dot{\Phi}$ набуде початкового значення і буде виконуватися рівняння (15.40). Таким чином, поява струму у вторинному контурі приводить до збільшення струму в первинному контурі.

У навантаженому трансформаторі магнітний потік у осерді дорівнює магнітному потоку при холостому ході, тобто завжди $\Phi = const$.

При навантаженні магнітний потік $\dot{\Phi}$ створюється під дією намагнічуючих сил первинної і вторинної обмоток

$$\dot{F}_1 + \dot{F}_2 = w_1 \dot{I}_1 + w_2 \dot{I}_2 = Z_m \dot{\Phi}. \quad (15.41)$$

Порівнявши (15.39) і (15.40), знаходимо

$$w_1 \dot{I}_1 + w_2 \dot{I}_2 = w_1 \dot{I}_0. \quad (15.42)$$

При рівності кількості витків первинної і вторинної обмоток

$$\dot{I}_1 + \dot{I}_2 = \dot{I}_0. \quad (15.43)$$

З рівняння (15.43)

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_0 - \dot{I}_2. \quad (15.44)$$

Векторна діаграма ідеального трансформатора при навантаженні (рисунок 15.29).

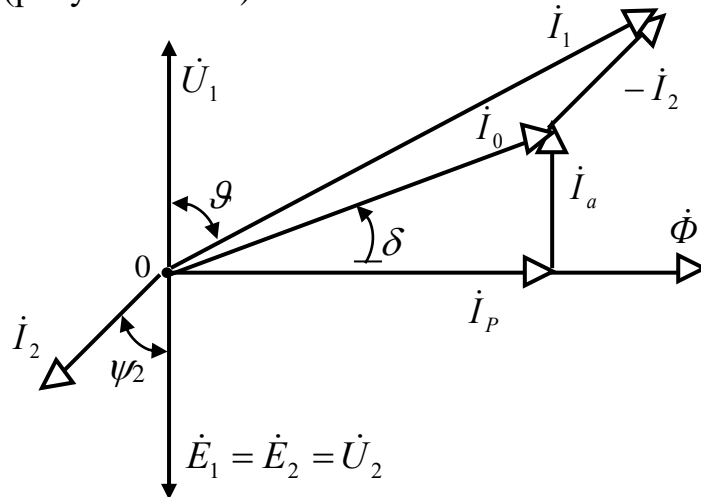


Рисунок 15.29 – Векторна діаграма ідеального трансформатора при навантаженні

Перетворимо схему заміщення ідеального трансформатора, для чого розв'яжемо індуктивний зв'язку: бо якщо з'єднати однойменні затиски обмоток трансформатора між собою, то режим роботи трансформатора не зміниться [1]. Розглянемо спочатку індуктивно зв'язані елементи, які тепер мають загальну точку. Коефіцієнт зв'язку двох елементів у даному випадку дорівнює одиниці, оскільки весь магнітний потік повністю зчеплений з витками первинної і вторинної обмоток, тобто

$$K = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} = 1, \quad (15.45)$$

тому, з огляду на те, що $w_1 = w_2$, знаходимо

$$M = L_1 = L_2. \quad (15.46)$$

Замінімо частину схеми з загальною точкою (рисунок 15.30, а) на еквівалентну схему (рисунок 15.30б).

Тепер

$$L_1 - M = 0, \quad L_2 - M = 0, \quad (15.47)$$

$$\dot{I}_1 - \dot{I}_a + \dot{I}_2 = \dot{I}_0 - \dot{I}_a = \dot{I}_p. \quad (15.48)$$

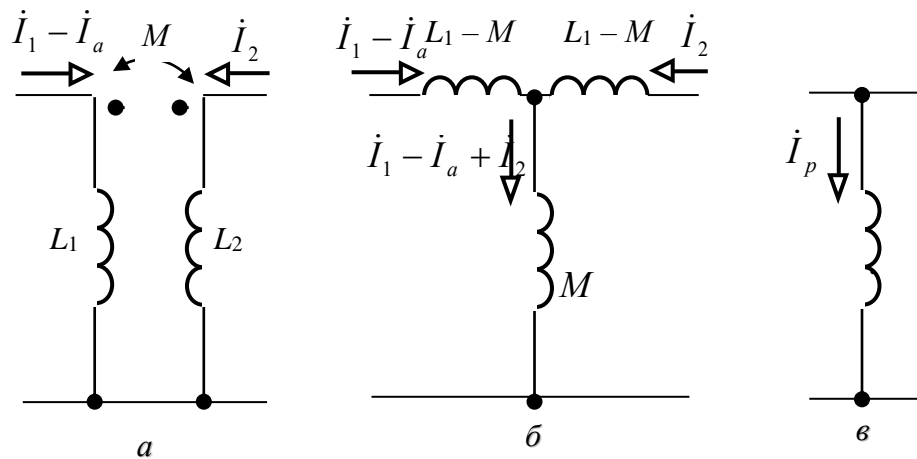


Рисунок 15.30 – Схеми еквівалентного перетворення ідеального трансформатора

З урахуванням (15.47), (15.48) схема заміщення ідеального трансформатора приймає вигляд (рисунок 15.30, в). Розрахункова схема ідеального трансформатора з феромагнітним осердям має вигляд, зображений на рисунку 15.31.

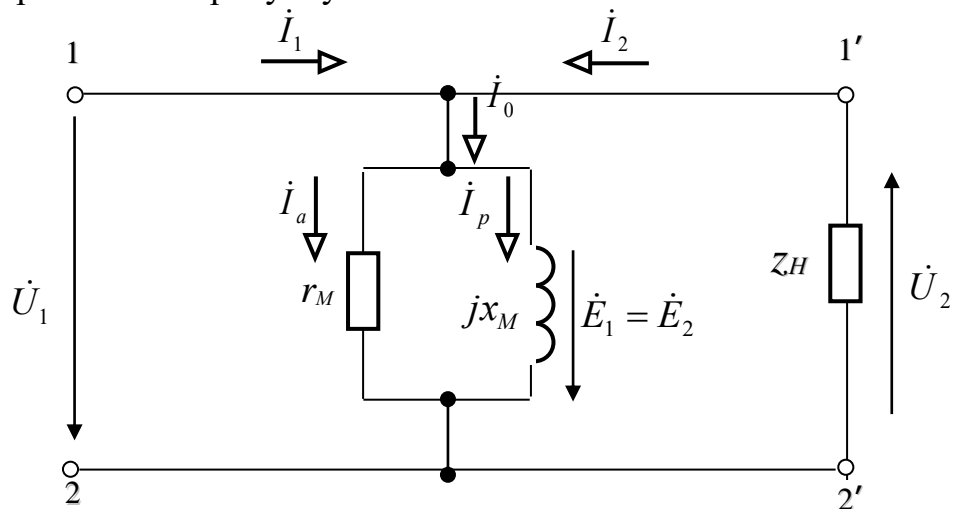


Рисунок 15.31 – Розрахункова схема ідеального трансформатора з феромагнітним осердям

Якщо тепер врахувати активні й індуктивні опори розсіювання обох обмоток, то для трансформатора, у якого $w_1 = w_2$, одержимо схему заміщення трансформатора з феромагнітним осердям, приведену на рисунку 15.32.

Запишемо рівняння первинного і вторинного контурів кола трансформатора з феромагнітним осердям

$$\dot{U}_1 = r_1 \dot{I}_1 + jx_{\sigma 1} \dot{I}_1 - \dot{E}_1; \quad (15.49)$$

$$\dot{E}_2 = r_2 \dot{I}_2 + jx_{\sigma 2} \dot{I}_2 + \dot{U}_2. \quad (15.50)$$

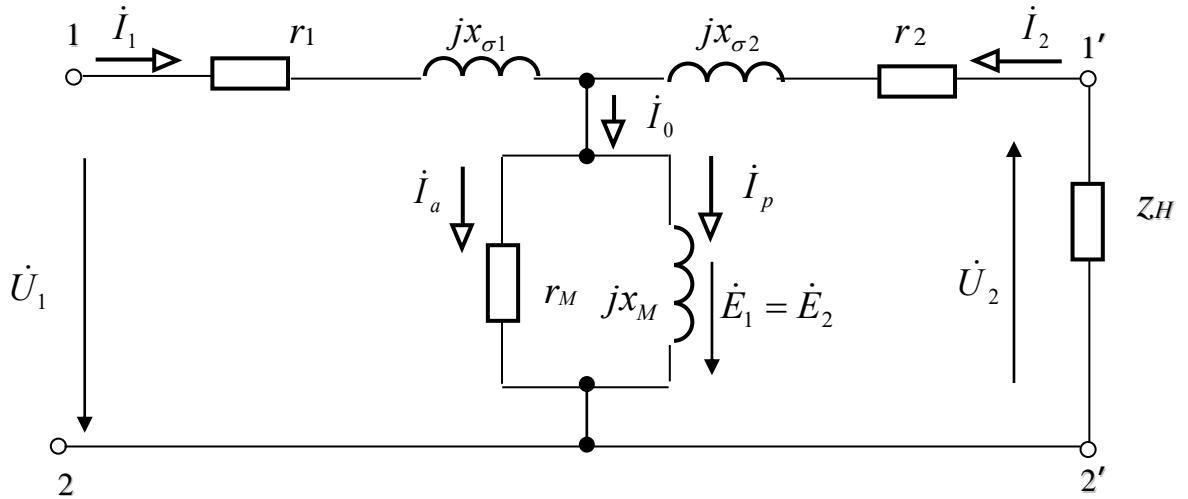


Рисунок 15.32 – Схема заміщення реального трансформатора з феромагнітним осердям

Побудуємо векторну діаграму напруг і струмів трансформатора з феромагнітним осердям (рисунок 15.33).

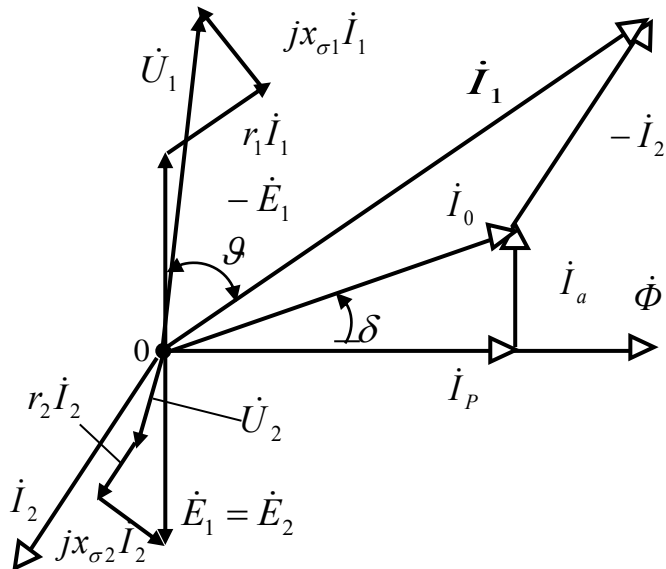


Рисунок 15.33 – Векторна діаграма напруг і струмів трансформатора з феромагнітним осердям

Приклад 15.2

Трансформатор з феромагнітним осередком має первинну обмотку з 1200 витків, вторинну обмотку з 60 витків. До первинної обмотки підведена напруга 4000 В. **Визначити: коефіцієнт трансформації, напругу на затискачах вторинної обмотки.**

Рішення

1. Визначаємо коефіцієнт трансформації за (15.38)

$$K = \frac{w_1}{w_2} = \frac{1200}{60} = 20.$$

2. Визначаємо напругу на затискачах вторинної обмотки трансформатора

$$U_2 = \frac{U_1}{K} = \frac{4000}{20} = 200 \text{ В.}$$

Оскільки в загальному випадку $w_1 \neq w_2$, то і $E_1 \neq E_2$. Це ускладнює аналіз процесів у трансформаторі, тому обидві обмотки трансформатора приводять до однієї кількості витків. Як правило, вторинну обмотку з кількістю витків w_2 приводять до первинної обмотки з кількістю витків w_1 – **приведений трансформатор**.

Для цього вторинну обмотку замінюють еквівалентною з кількістю витків w_1 , але змінюють параметри та електричні величини вторинного контуру так, щоб магнітний потік і потужність трансформатора залишилися без змін. **Приведені величини позначають так:** E'_2 ; I'_2 ; r'_2 ; $x'_{\sigma 2}$; z'_n ; U'_2 ; w'_2 .

Електрорушійна сила, яка наводиться у вторинній обмотці основним магнітним потоком, дорівнює

$$E_2 = 4,44 f w_2 \Phi_m, \quad (15.51)$$

звідки

$$\Phi_m = \frac{E_2}{4,44 f w_2}. \quad (15.52)$$

При заміні дійсної вторинної обмотки з кількістю витків w_2 приведеною обмоткою з кількістю витків первинної обмотки $w'_2 = w_1$ основний магнітний потік буде наводити в ній електрорушійну силу

$$E'_2 = 4,44 f w'_2 \Phi_m = 4,44 f w'_2 \frac{E_2}{4,44 f w_2} = E_2 \frac{w_1}{w_2} = E_2 k, \quad (15.53)$$

де k – коефіцієнт трансформації трансформатора.

Коефіцієнт трансформації визначається як відношення ЕРС первинної обмотки до ЕРС вторинної обмотки або відношення кількості витків первинної обмотки до кількості витків вторинної обмотки

$$k = \frac{E_1}{E_2} = \frac{w_1}{w_2}. \quad (15.54)$$

Якщо підставити значення k , то одержимо

$$E'_2 = E_1. \quad (15.55)$$

Аналогічно (15.53) приведена напруга на затискачах вторинної обмотки

$$U'_2 = U_2 k, \quad (15.56)$$

Оскільки у випадку приведення вторинної обмотки до первинної магнітний потік залишається незмінним, то і вторинна намагнічуюча сила повинна залишатися незмінною, тобто

$$F_2 = w_2 I_2 = w_1 I'_2, \quad (15.57)$$

Звідки приведений струм вторинної обмотки

$$I'_2 = I_2 \frac{w_2}{w_1} = \frac{I_2}{k}. \quad (15.58)$$

Через те, що умовою приведення є постійність потужностей (активної, реактивної і повної), то і втрати в провідниках дійсної і приведенної вторинної обмоток повинні бути однаковими, тобто

$$r_2 I_2'^2 = r'_2 I_2'^2, \quad (15.59)$$

звідки активний опір проводу приведенної вторинної обмотки

$$r'_2 = r_2 \left(\frac{I_2}{I'_2} \right)^2 = r_2 \left(\frac{k I_2}{I_2} \right)^2 = r_2 k^2. \quad (15.60)$$

Реактивний опір проводу приведенної вторинної обмотки

$$x'_{\sigma 2} = x_{\sigma 2} k^2; \quad z'_H = z_H k^2 \quad (15.61)$$

Приведений повний опір навантаження

$$z'_H = z_H k^2 \quad (15.62)$$

Запишемо рівняння первинного і вторинного контурів трансформатора

$$\dot{U}_1 = r_1 \dot{I}_1 + jx_{\sigma 1} \dot{I}_1 - \dot{E}_1; \quad (15.63)$$

$$\dot{E}'_2 = r'_2 \dot{I}'_2 + jx'_{\sigma 2} \dot{I}'_2 + \dot{U}'_2. \quad (15.64)$$

Схема заміщення приведенного трансформатора представлена на рисунку 15.39.

Векторна діаграма струмів і напруг приведенного трансформатора має такий же вигляд, як і векторна діаграма, приведена на рисунку 15.34.

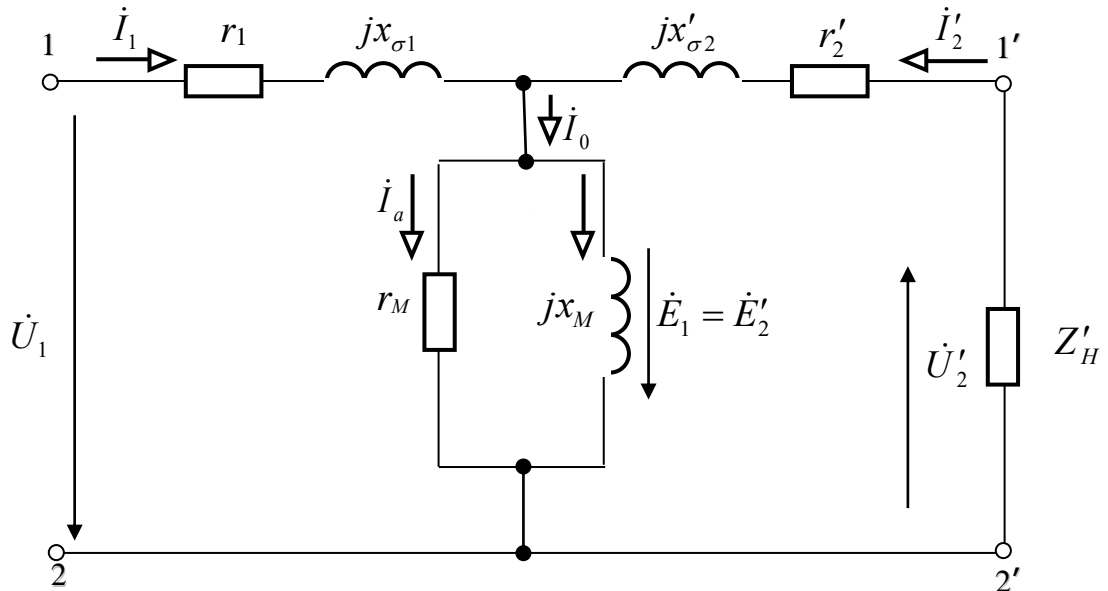


Рисунок.15.34 – Схема заміщення приведенного трансформатора

Приклад 15.3

На магнітопровід трансформатора, перерізом $0,012 \text{ м}^2$, намотали вимірювальну обмотку з 50 витків. Частота струму в первинній обмотці дорівнює 50 Гц. До вимірювальної обмотки підключили вольтметр, що показав 400 В. **Визначити амплітуду магнітного потоку і магнітну індукцію в магнітопроводі трансформатора.**

Рішення

1. Визначаємо амплітуду магнітного потоку в магнітопроводі трансформатора

$$\Phi_m = \frac{E_u}{4,44 \cdot f \cdot w_u} = \frac{U_u}{4,44 \cdot f \cdot w_u};$$

$$\Phi_m = \frac{400}{4,44 \cdot 50 \cdot 50} = \frac{400}{11100} = 3,6 \cdot 10^{-4} \text{ Вб.}$$

2. Визначаємо магнітну індукцію в магнітопроводі трансформатора

$$B = \frac{\Phi_m}{\sqrt{2} \cdot S}; \quad B = \frac{3,6 \cdot 10^{-4}}{\sqrt{2} \cdot 12 \cdot 10^{-3}} = 2,18 \text{ Тл.}$$

ТЕМАТИЧНЕ КОМПЛЕКСНЕ КВАЛІФІКАЦІЙНЕ ЗАВДАННЯ

Умова

Трансформатор з феромагнітним осередком має наступні технічні дані: число витків первинної обмотки w_1 ; число витків вторинної обмотки w_2 ; довжина середньої лінії магнітопроводу l .

Трансформатор працює в режимі холостого ходу.

У первинному колі трансформатора встановлені амперметр, вольтметр і ватметр. У колі вторинної обмотки встановлений вольтметр.

При підключенні трансформатора до джерела **постійного струму** електровимірвальні прилади, установлені в первинному колі, показали: амперметр – $I_{пс}$; вольтметр – $U_{пс}$; ватметр – $P_{пс}$.

При підключенні трансформатора до джерела **змінного струму** електровимірвальні прилади, установлені в первинному колі, показали: амперметр – I_1 ; вольтметр – U_1 ; ватметр – P_1 . Вольтметр у вторинному колі показав – U_2 .

Дано криву намагнічування (рисунок 1). Залишкова магнітна індукція становить 60% від максимального значення магнітної індукції. Необхідна напруженість магнітного поля (коерцитивна сила) становить 60% від максимального значення напруженості магнітного поля.

Завдання

1. Скласти принципову електричну схему описаного електричного кола. Окремі елементи кола виділити жирними лініями, а їхні з'єднуючі проводи - тонкими лініями.
2. Скласти конструктивну схему трансформатора при холостому ході і вказати всі фізичні величини.
3. Розрахувати активний опір первинної обмотки.
4. Визначити втрати активної потужності в обмотці при холостому ході трансформатора.
5. Визначити втрати активної потужності в магнітопроводі при холостому ході трансформатора.
6. Розрахувати амплітудне значення основного магнітного потоку при холостому ході трансформатора.
7. Розрахувати амплітудне значення напруженості магнітного поля при холостому ході трансформатора, записавши амплітудне значення сили струму в первинній обмотці.

8. По кривій намагнічування визначити амплітудне значення магнітної індукції при холостому ході трансформатора.
9. Розрахувати залишкове значення магнітної індукції при холостому ході.
10. Розрахувати значення напруженості магнітного поля, необхідне для повного розмагнічування магнітопроводу трансформатора.

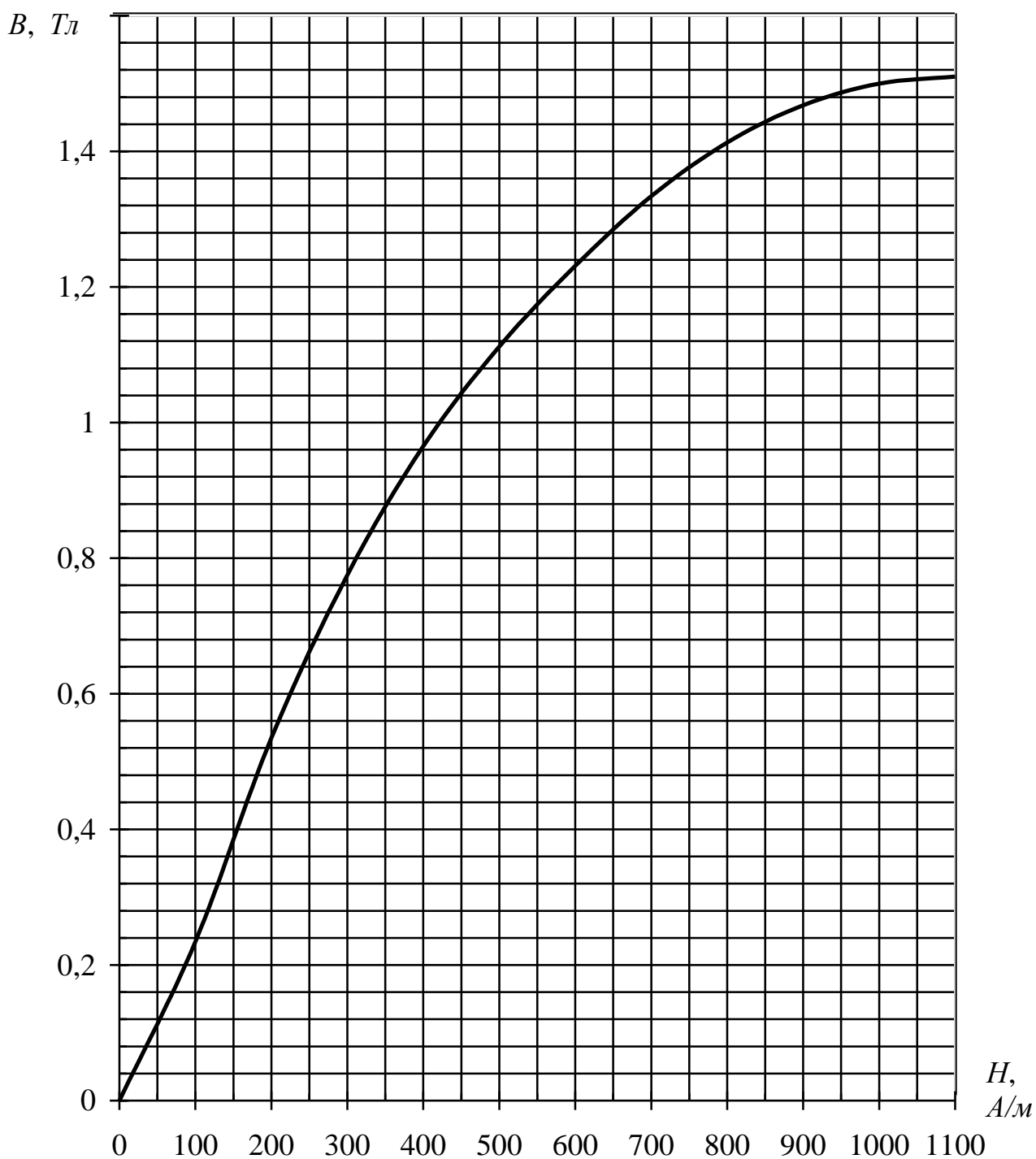


Рисунок 1. Крива намагнічування матеріалу магнітопроводу.

11. За отриманими даними побудувати криву намагнічування й петлю гістерезису при холостому ході трансформатора.
12. Розрахувати діюче значення електрорушійної сили самоіндукції в первинній обмотці.
13. Розрахувати діюче значення електрорушійної сили взаємної індукції у вторинній обмотці.
14. Визначити коефіцієнт трансформації.

Варіанти початкових даних

до тематичного комплексного кваліфікаційного завдання

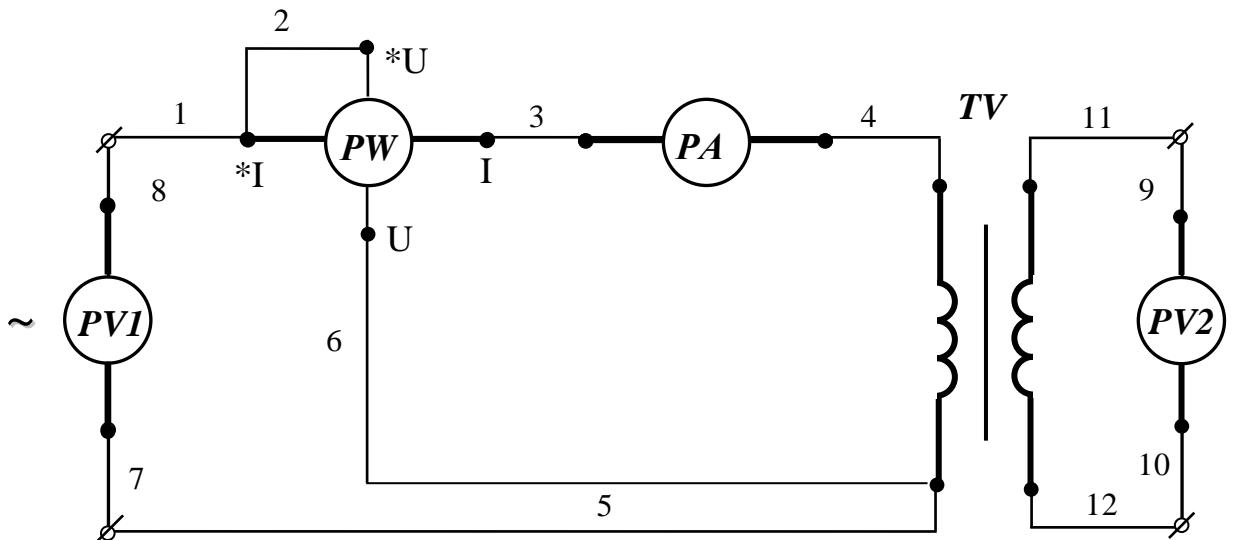
Таблица 15

Варі- анти	Початкові дані									
	w_1	w_2	$l, м$	Покази приладів						
				у колі постійного струму			у колі змінного струму			
				$I_{пс}, A$	$U_{пс}, B$	$P_{пс}, Вт$	I_1, A	U_1, B	$P_1, Вт$	U_2, B
1	80	20	0,25	10	20	200	2	500	300	125
2	600	120	6,0	5	40	200	6	300	400	60
3	84	12	0,62	5	220	1100	5	210	300	30
4	140	20	1,0	10	40	400	5	220	350	33
5	210	30	1,48	10	50	500	2	490	300	70
6	900	180	2,6	10	520	5200	2	520	300	104
7	100	180	0,3	10	60	600	2	60	300	108
8	100	50	0,4	10	60	600	2	60	300	30
9	150	50	0,35	5	60	300	2	60	300	20
10	96	12	0,25	5	200	1000	2	200	400	25
11	588	84	1,25	5	200	1000	1,5	210	400	30
12	588	84	1,72	5	400	2000	2	350	400	50
13	72	12	0,8	10	260	2600	5	240	320	40
14	100	20	0,9	10	130	1300	4,5	130	750	26
15	150	30	1,0	10	130	1300	4,5	130	750	26

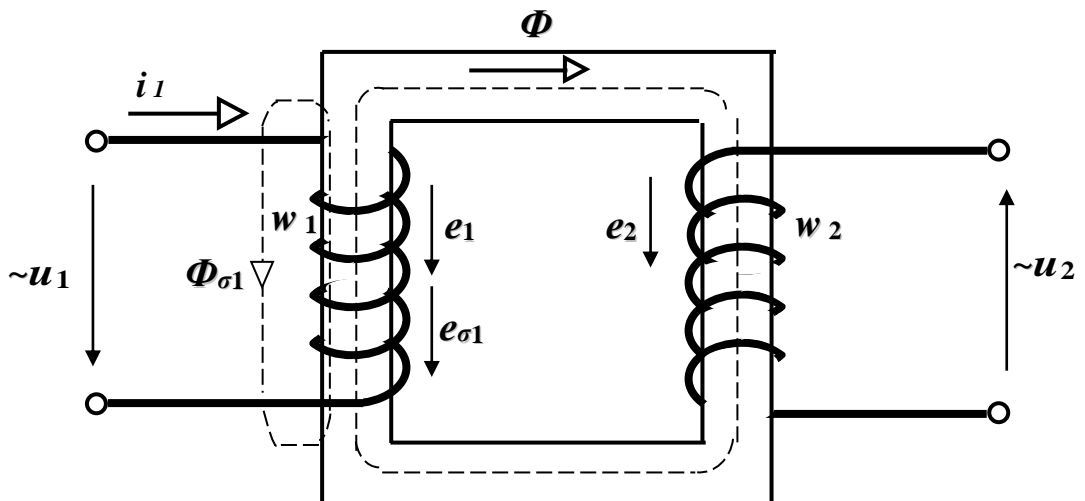
Рішення

Початкові дані									
w_1	w_2	$l, м$	Покази приладів						
			У колі постійного струму			У колі змінного струму			
			$I_{пс}, A$	$U_{пс}, B$	$P_{пс}, Вт$	I_1, A	U_1, B	$P_1, Вт$	U_2, B
750	150	6,5	5	40	200	6	300	400	60

1. Складаємо принципову електричну схему описаного електричного кола. Окремі елементи кола виділяємо жирними лініями, а їхні з'єднуючі проводи - тонкими лініями:



2. Складаємо конструктивну схему трансформатора при холостому ході і вказуємо всі фізичні величини:



3. Розраховуємо активний опір первинної обмотки:

$$r_k = \frac{U_{ПС}}{I_{ПС}}; \quad (1)$$

$$r_k = \frac{40}{5} = 8 \text{ Ом.}$$

4. Визначаємо втрати активної потужності в обмотці при холостому ході трансформатора:

$$P_k = r_k \cdot I_1^2; \quad (2)$$

$$P_k = 8 \cdot 36 = 288 \text{ Вт.}$$

5. Визначаємо втрати активної потужності в магнітопроводі при холостому ході трансформатора:

$$P_m = P_1 - P_k, \quad (3)$$

$$P_m = 400 - 288 = 112 \text{ Вт.}$$

6. Розраховуємо амплітудне значення основного магнітного потоку при холостому ході трансформатора:

$$\Phi_m = \frac{E_2}{4,44 f w_2} = \frac{U_2}{4,44 f w_2}; \quad (4)$$

$$\Phi_m = \frac{60}{4,44 \cdot 50 \cdot 150} = \frac{60}{33300} = 1,8 \cdot 10^{-3} \text{ Вб.}$$

7. Розраховуємо амплітудне значення напруженості магнітного поля при холостому ході трансформатора, записавши амплітудне значення сили струму в первинній обмотці:

$$I_{m1} = \sqrt{2} \cdot I_1; \quad (5)$$

$$H_m = \frac{I_{m1} w_1}{l} = \frac{\sqrt{2} \cdot I_1 \cdot w_1}{l}; \quad H_m = \frac{\sqrt{2} \cdot 6 \cdot 750}{6,5} = 976 \text{ А/м.} \quad (6)$$

8. По кривій намагнічування матеріалу магнітопроводу (рис.1) визначаємо амплітудне значення магнітної індукції при холостому ході трансформатора:

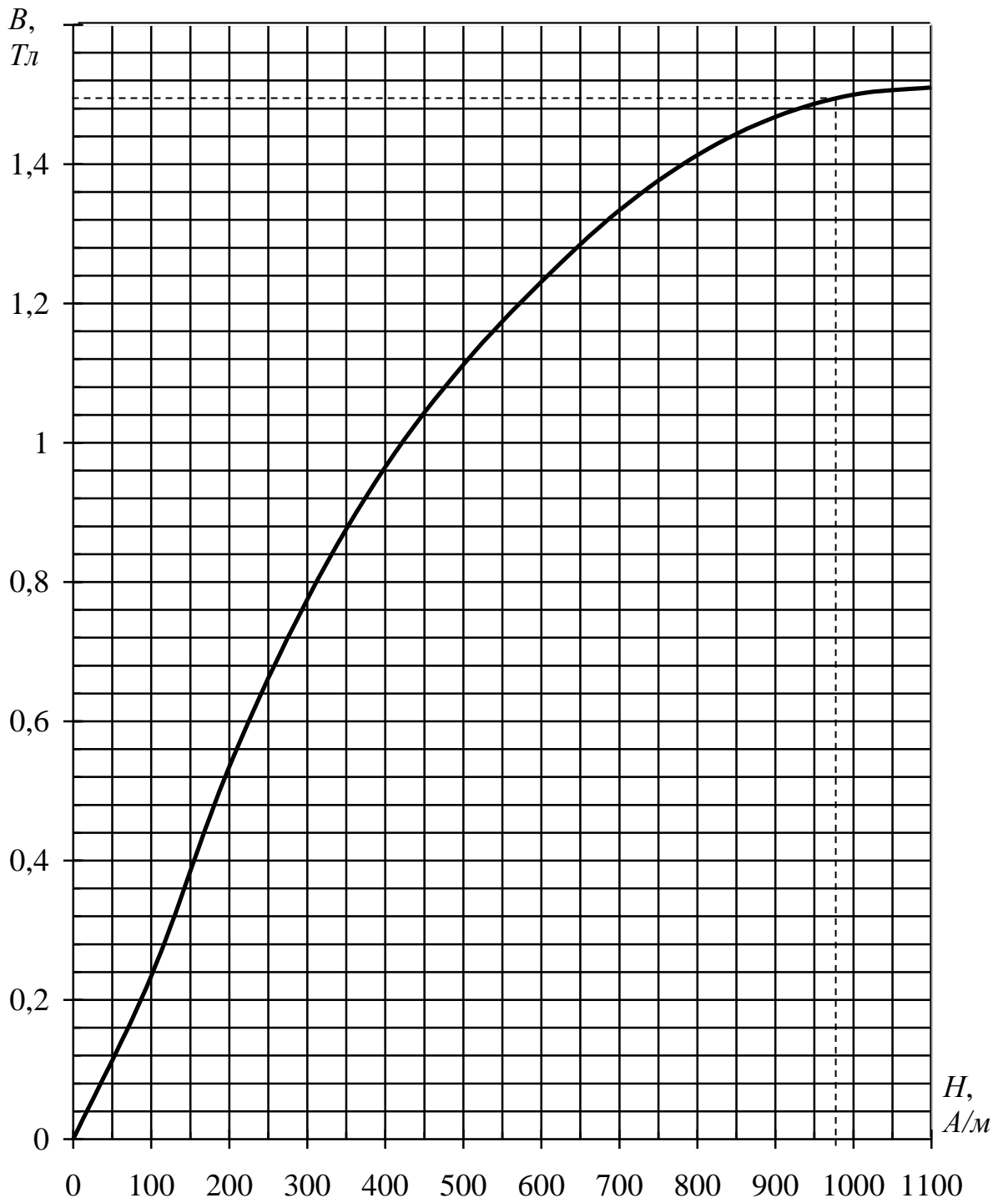


Рисунок 1. Крива намагнічування матеріалу магнітопроводу.

При амплітуді напруженості магнітного поля $H_m = 976$ A/m амплітудне значення магнітної індукції $B_m = 1,49$ Tл.

9. Розраховуємо залишкове значення магнітної індукції при холостому ході:

$$B = 0,6 \cdot B_m ; \quad (7)$$

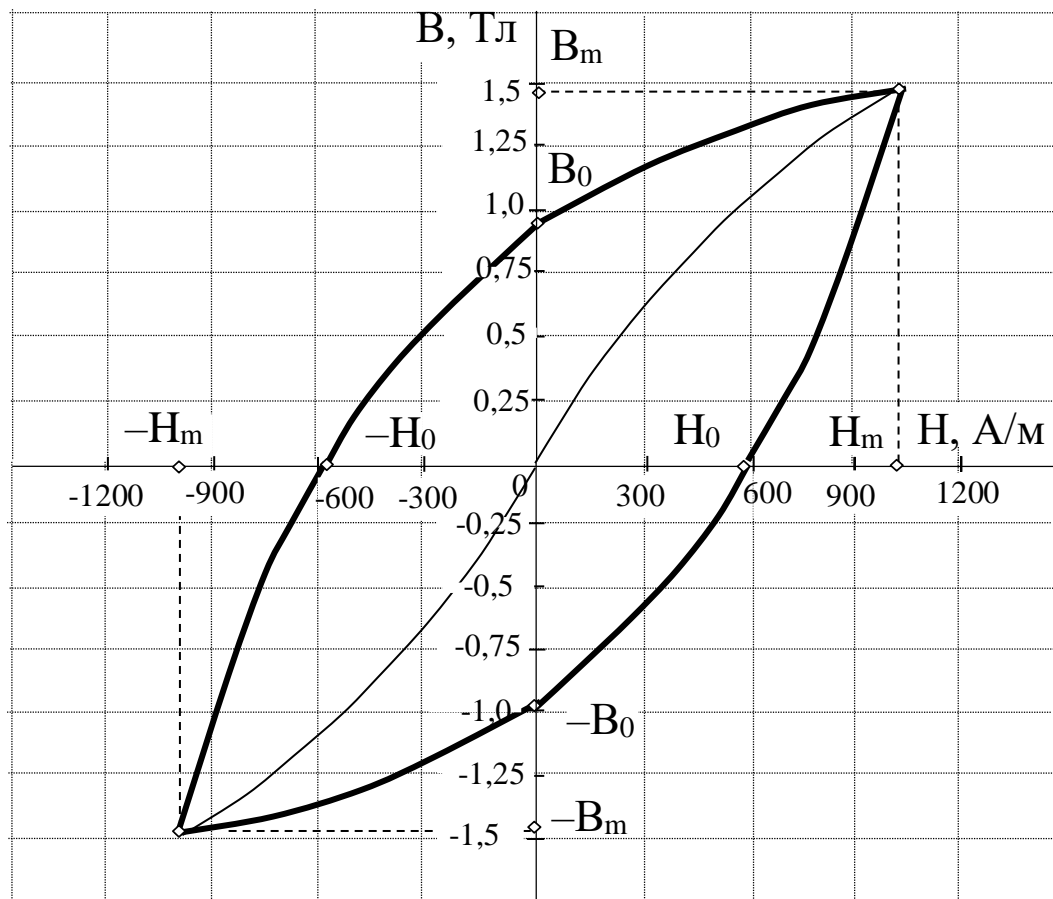
$$B = 0,6 \cdot 1,49 = 0,89 \text{ Тл.}$$

10. Розраховуємо значення напруженості магнітного поля, необхідне для повного розмагнічування магнітопроводу трансформатора:

$$H_o = 0,6 \cdot H_m, \quad (8)$$

$$H_o = 0,6 \cdot 976 = 586 \text{ А/м.}$$

11. За отриманими даними будемо криву намагнічування і петлю гістерезису при холостому ході трансформатора:



12. Розраховуємо діюче значення ЕРС самоіндукції в первинній обмотці:

$$E_1 = 4,44 \cdot f \cdot w_1 \cdot \Phi_m; \quad (9)$$

$$E_1 = 4,44 \cdot 50 \cdot 750 \cdot 1,8 \cdot 10^{-3} = 300 \text{ В.}$$

13. Розраховуємо діюче значення ЕРС взаємної індукції у вторинній обмотці:

$$E_2 = 4,44 \cdot f \cdot w_2 \cdot \Phi_m; \quad (10)$$

$$E_2 = 4,44 \cdot 50 \cdot 150 \cdot 1,8 \cdot 10^{-3} = 60 \text{ В.}$$

14. Визначаємо коефіцієнт трансформації:

$$K = \frac{W_1}{W_2}; \quad (11)$$

$$K = \frac{750}{150} = 5.$$

ТЕМА 16 ПЕРЕХІДНІ ПРОЦЕСИ В ЛІНІЙНИХ КОЛАХ

Раніше, в основному, розглядалися усталені фізичні процеси в електричних колах, коли напруги та струми протягом тривалого часу залишалися незмінними або змінювалися періодично.

Під час будь-яких змін в електричних колах – вмиканні, вимиканні, коротких замиканнях, коливаннях параметрів та ін., в них виникають фізичні процеси, які не можуть відбуватися миттєво, оскільки неможлива миттєва зміна енергії, накопиченої в електромагнітному полі кола. Такі процеси носять назву перехідних.

Під **перехідними процесами** розуміють електромагнітні процеси переходу від одного усталеного режиму роботи електричного кола до іншого, який будь чим відрізняється від попереднього: величиною амплітуди, фази, формою або частотою діючої в схемі ЕРС, значеннями параметрів схеми, а також зміни конфігурації схеми [1-3, 5-7].

Фізично перехідні процеси представляють собою перехід від одного енергетичного стану електричного кола, що передує комутаційному режиму, до іншого, який відповідає режиму після комутації (рисунок 16.1). Перехідні процеси, зазвичай, є швидкоплинними (тривалість їх складає від сотих до мільярдних часток секунди). Всі ці зміни називаються **комутаційними змінами** або просто **комутацією** і можуть супроводжуватися виникненням електричної дуги, однак під час аналізу перехідних процесів надалі будемо вважати, що при замиканні і розмиканні електричного кола дуга не виникає і комутація відбувається миттєво.

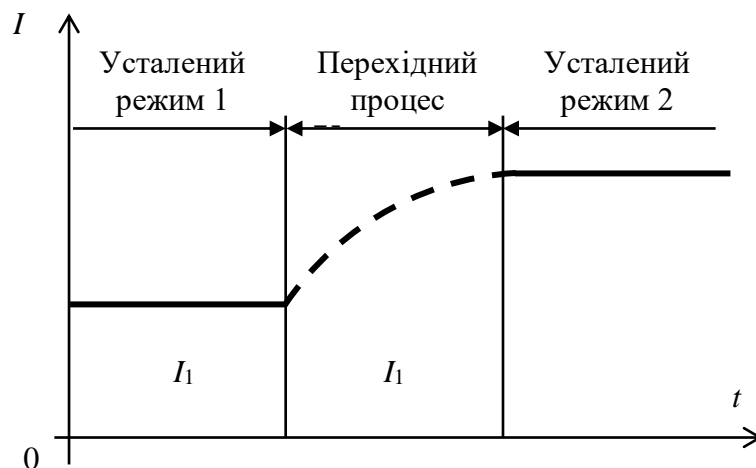


Рисунок 16.1 – Режими, що відбуваються в електричному колі

Вивчення перехідних процесів дуже важливе, оскільки дає можливість встановити, як деформуються за формою і амплітудою сигнали при проходженні їх через підсилювачі і фільтри, виявити перевищення напруги на окремих ділянках електричного кола, які можуть бути небезпечними для ізоляції електроустановок, збільшення амплітуд струмів, які можуть в декілька разів перевищувати амплітуду струму усталеного періодичного процесу, а також визначити тривалість цього процесу для розрахунку надійності електричних пристроїв і їх елементів.

Закони комутації

Під час аналізу перехідних процесів користуються законами комутації. Перш, ніж розглядати ці закони, слід зробити попередні зауваження:

- всі закони електричних кіл (Ома, Кірхгофа тощо) справедливі і для перехідного процесу;
- при розгляді перехідних процесів мають на увазі миттєві значення напруги u і струму i ;
- вважається, що комутація відбувається миттєво ($t = 0$).

Розглянемо включення ділянки кола з реальною котушкою, що характеризується активним опором та індуктивністю (рисунок 16.2).

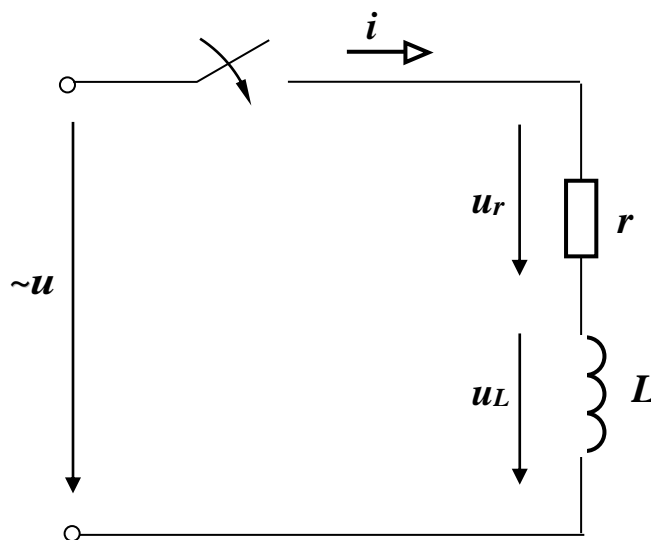


Рисунок 16.2 – Розрахункова схема включення ділянки кола з котушкою

До комутації струм у електричному колі дорівнює нулю. Після комутації у відповідності з другим законом Кірхгофа можна записати

$$u = u_r + u_L; \quad u_r = r \cdot i; \quad u_L = -e = L \frac{di}{dt}. \quad (16.1)$$

Якщо припустити, що в момент комутації ($t = 0$) струм зміниться стрибком (до комутації він був рівний нулю), то $u_L = \infty$, $\frac{di}{dt} \approx \frac{\Delta i}{\Delta t}$, якщо $\Delta t \rightarrow 0$, то $\frac{di}{dt} = \infty$, тоді $u = \infty$ і другий закон Кірхгофа не буде виконуватися. Тому в даному випадку в момент комутації сила струму дорівнює нулю.

З енергетичної точки зору неможливість миттєвої зміни струму в індуктивності пояснюється неможливістю зміни стрибком енергії, накопиченої в котушці. Енергія магнітного поля котушки

$$W_L = \frac{Li^2}{2}. \quad (16.2)$$

Миттєва потужність в індуктивності

$$p_L = \frac{dW_L}{dt} = Li \frac{di}{dt}. \quad (16.3)$$

Якби струм у момент часу $t = 0$ змінився стрибком, це привело б до виділення в котушці нескінченно великої потужності, що неможливо з фізичної точки зору. Стрибокподібна зміна енергії потребує нескінченно великих потужностей в індуктивностях, що позбавленого фізичного смислу, оскільки реальні джерела живлення не володіють нескінченно великими потужностями.

Таким чином, можна сформулювати **перший закон комутації: у будь-якому розгалуженні з індуктивністю струм і магнітний потік у момент комутації зберігають ті значення, які вони мали до комутації, і далі починають змінюватися від цих значень [1-3, 5-7].**

Розглянемо включення ділянки кола з ємністю (рисунок 16.3).

До комутації напруга на ємності дорівнювала нулю. Після комутації у відповідності з другим законом Кірхгофа можемо записати

$$u = u_r + u_C = r i + u_C. \quad (16.4)$$

Зі співвідношень

$$u_C = \frac{q}{C}, \quad i = \frac{dq}{dt}, \quad (16.5)$$

знаходимо

$$q = C u_C, \quad i = C \frac{du_C}{dt}. \quad (16.6)$$

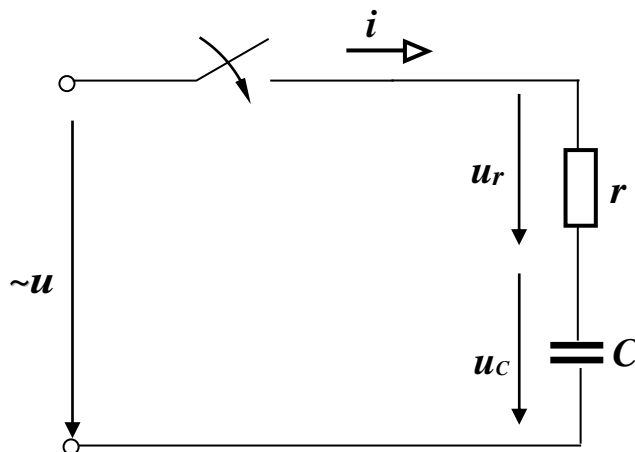


Рисунок 16.3 – Розрахункова схема включення ділянки кола з ємністю

Якщо припустити, що в момент комутації ($t = 0$) напруга на ємності зміниться стрибком, то $i = \infty$ і другий закон Кірхгофа не буде виконуватися. Тому в даному випадку в момент комутації напруга на ємності буде дорівнювати нулю.

З енергетичної точки зору неможливість миттєвої зміни напруги на ємності пояснюється неможливістю зміни стрибком потужності, накопиченої в конденсаторі. Енергія електричного поля конденсатора

$$W_C = \frac{Cu_C^2}{2}. \quad (16.7)$$

Миттєва потужність у ємності

$$p_C = \frac{dW_C}{dt} = Cu_C \frac{du_C}{dt}. \quad (16.8)$$

Якби напруга на ємності в момент часу $t = 0$ змінилася стрибком, то це привело б до виділення в ємності нескінченно великої потужності, що неможливо з фізичної точки зору.

Отже, **другий закон комутації** формулюється так: **на будь-якій ділянці кола з ємністю напруга і заряд на ємності в момент комутації зберігають ті значення, які вони мали до комутації, і далі починають змінюватися від цих значень [1-3, 5-7].**

Класичний метод розрахунку перехідних процесів

Розглянемо деякі загальні питання розрахунку перехідних процесів на прикладі включення нерозгалуженого кола, яке містить

активний опір, індуктивність і ємність, підключені до джерела напруги u (або ЕРС e), яка змінюється в часі за довільним безперервним законом, заданим яким-небудь аналітичним виразом (рисунок 16.4).

Для будь-якого моменту часу за другим законом Кірхгофа можемо записати

$$u = u_r + u_L + u_C = u = r \cdot i + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i \cdot dt, \quad (16.9)$$

де i – струм перехідного режиму, який далі будемо називати перехідним струмом або просто струмом, A .

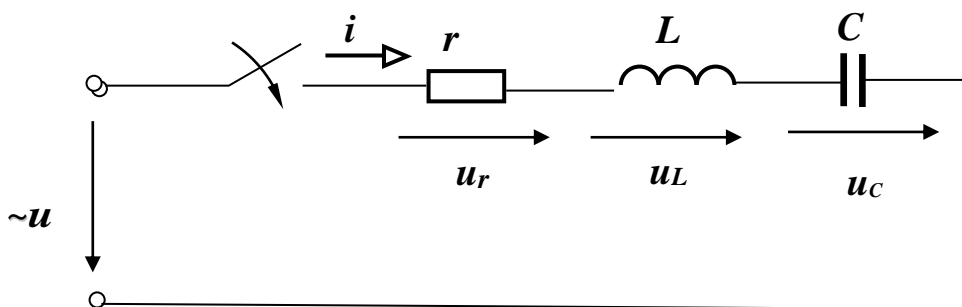


Рисунок 16.4 – Розрахункова схема послідовно з'єднаних активного опору, індуктивності і ємності

Перехідним режимом будемо називати стан кола, який буде спостерігатися в ньому протягом деякого (теоретично нескінченно великого) часу після комутації.

Після закінчення перехідного режиму настає **примусовий режим**. Примусовий режим створюваний джерелом періодично змінної напруги (або струму), часто називають усталеним режимом.

Примусовим режимом будемо називати стан кола, коли з перехідним режимом можна не рахуватись. Примусовий режим, який створюється вільною складовою періодичної напруги, інколи називають усталеним режимом.

Коли настає примусовий режим, рівняння (16.9) приймає вигляд

$$u = r \cdot i_{np} + L \cdot \frac{di_{np}}{dt} + \frac{1}{C} \int i_{np} \cdot dt, \quad (16.10)$$

де i_{np} – струм примусового режиму або просто примусовий струм, A .

Віднімаючи почленно рівняння (16.9) від (16.10) та приймаючи до уваги, що

$$i - i_{np} = i_{\epsilon}, \quad (16.11)$$

одержимо

$$0 = r \cdot i_e + L \cdot \frac{di_e}{dt} + \frac{1}{C} \int i_e \cdot dt, \quad (16.12)$$

або

$$0 = u_{r_e} + u_{L_e} + u_{C_e}. \quad (16.13)$$

Різниця струмів і напруг перехідного і примусового режимів називається відповідно струмом і напругою вільного режиму або просто вільними струмом і напругою.

Рівняння (16.13) показує, що при переході електричного кола з одного примусового стану до іншого, напруги на всіх елементах, що створюються вільними складовими струму, взаємно врівноважуються, але вільні напруги залежать, безумовно, від ЕРС e джерела. Завдяки вільним складовим і досягається у перехідному процесі безперервне приближення до примусового режиму.

Відповідно до рівняння (16.11) процес, який проходить у колі, можна розглядати як такий, що складається з накладених один на інший процесів – примусового, який наступив як би відразу, та вільного, який має місце тільки протягом перехідного режиму, тобто для струму або напруги $i = i_{np} + i_e$, $u = u_{np} + u_e$.

Звичайно, фізично існує тільки перехідний струм або напруга, а розкладання їх на примусову і вільну складові – це усього лише зручний спосіб, який полегшує розрахунки перехідних процесів у лінійних колах.

Розкладання перехідних струмів і напруг відповідає правилу рішення лінійних неоднорідних диференціальних рівнянь, відповідно до якого загальне рішення таких рівнянь дорівнює сумі часткового рішення неоднорідного рівняння і загального рішення однорідного рівняння.

Дійсно, рівняння (16.12) показує, що вільний струм являє собою загальне рішення однорідного диференціального рівняння і в його рівнянні повинні бути постійні інтегрування, кількість яких дорівнює порядку диференціального рівняння.

У свою чергу рівняння (16.10) показує, що примусовий струм являє собою відповідне часткове рішення неоднорідного диференціального рівняння, саме таке, яке виходить з загального рішення неоднорідного диференціального рівняння при рівних нулю постійних інтегрування. Іншими словами, у складі примусового струму не повинно бути складових вільного струму.

Тоді перехідний струм i , рівний сумі i_{np} і $i_{в}$, і буде загальним рішенням того ж самого неоднорідного диференціального рівняння.

Класичний метод дослідження перехідних процесів зводиться до інтегрування диференціальних рівнянь, які пов'язують напруги і струми кола, в результаті чого з'являються постійні інтегрування та в визначенні цих постійних з початкових умов.

Незалежними початковими умовами назовемо значення перехідних струмів в індуктивностях і напруги на ємностях при $t = 0$, тобто ті величини, які в момент комутації не змінюються стрибком, тобто незалежні початкові умови виходять із законів комутації.

На відміну від них всі інші струми і напруги називають залежними початковими умовами. Залежні початкові умови визначаються з урахуванням незалежних початкових умов і значень ЕРС за допомогою закону Ома та першого і другого законів Кірхгофа.

Основні труднощі класичного методу дослідження перехідних процесів у складних електричних колах як раз і складається з визначення залежних початкових умов.

Приклад 16.1

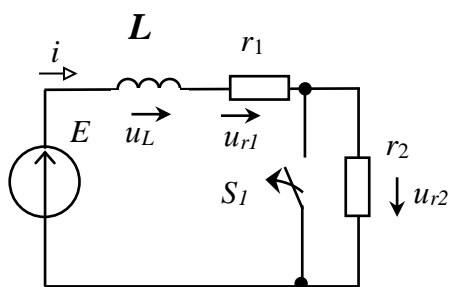


Рисунок 16.5

В заданій електричній схемі (рисунок 16.5) відомо: активний опір резистора r_1 дорівнює 4 Ом, активний опір резистора r_2 дорівнює 2 Ом, індуктивність L дорівнює 0,005 Гн. Електрорушійна сила ідеального постійного джерела дорівнює 12 В. **Визначити: незалежні і залежні початкові умови перехідного процесу в колі.**

Рішення

1. Визначаємо незалежні початкові умови за першим законом комутації для моменту комутації $t = 0$

$$i(-0) = \frac{E}{r_1} = \frac{12}{4} = 3 \text{ A}; \quad \underline{i(-0) = i(0) = 3 \text{ A.}}$$

2. Визначаємо залежні початкові умови за другим законом Кірхгофа для моменту комутації $t = 0$ з урахуванням визначених незалежних умов

$$E = u_L(0) + u_{r1}(0) + u_{r2}(0) = u_L(0) + r_1 \cdot i(0) + r_2 \cdot i(0);$$

$$\underline{u_{r1}(0) = 4 \cdot 3 = 12 \text{ В;}}$$

$$\underline{u_{r2}(0) = 2 \cdot 3 = 6 \text{ В;}}$$

$$12 = u_L(0) + 2 \cdot 3;$$

$$\underline{u_L(0) = 12 - 6 = 6 \text{ В.}}$$

Підключення індуктивної котушки до джерела постійної ЕРС

Дослідимо перехідний процес підключення реальної котушки до джерела постійної ЕРС (включення кола r, L на постійну ЕРС), розрахункова схема якого показана на рисунку 16.6 [1-3, 5-7.

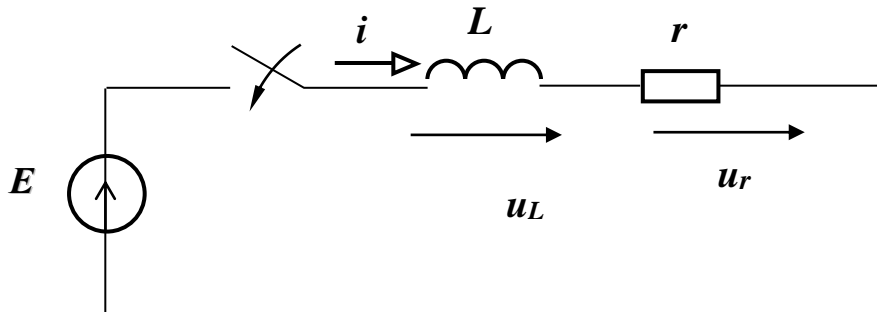


Рисунок 16.6 – Розрахункова схема перехідного процесу підключення котушки до джерела постійної ЕРС

У післякомутаційний період у відповідності з другим законом Кірхгофа можемо записати

$$\text{або} \quad L \cdot \frac{di}{dt} + r \cdot i = E, \quad (16.14)$$

$$\tau \cdot \frac{di}{dt} + i = \frac{E}{r}, \quad (16.15)$$

де постійна часу τ перехідного процесу

$$\tau = \frac{L}{r}. \quad (16.16)$$

Рівняння (16.15) являє собою звичайне лінійне неоднорідне диференціальне рівняння першого порядку з постійними коефіцієнтами.

Складаємо характеристичне рівняння

$$\tau \cdot p + 1 = 0, \quad (16.17)$$

звідки знаходимо корінь

$$p = -\frac{1}{\tau}. \quad (16.18)$$

перехідний струм дорівнює сумі примусового і вільного струмів

$$i = i_{np} + i_{\epsilon}. \quad (16.19)$$

Оскільки характеристичне рівняння задовольняє однорідному диференціальному рівнянню першого порядку, то вільний струм можна виразити так

$$i_{ce} = A \cdot e^{pt} = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (16.20)$$

де A – постійна інтегрування струму, A .

Примусовий струм після комутації буде

$$i_{np} = \frac{E}{r}, \quad (16.21)$$

тому рівняння перехідного струму в колі у загальному вигляді

$$i = \frac{E}{r} + A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (16.22)$$

Для розрахунку постійної інтегрування A знайдемо незалежні початкові умови: відповідно до першого закону комутації на ділянці кола з індуктивністю струм не може змінюватися стрибком, тому в момент комутації при $t = 0$, $i(0) = 0$ рівняння (16.22) запишеться так

$$0 = \frac{E}{r} + A, \quad (16.23)$$

звідки постійна інтегрування струму

$$A = -\frac{E}{r}, \quad (16.24)$$

тобто вільна складова струму

$$i_e = -\frac{E}{r} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (16.25)$$

Підставляємо значення постійної інтегрування в рівняння (16.22) одержуємо рівняння перехідного струму, будуємо графіки примусової, вільної складових і перехідного струму в часі (рисунок 16.7)

$$i = \frac{E}{r} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right). \quad (16.26)$$

В рівнянні перехідного процесу величина τ називається **постійною часу** перехідного процесу кола: це час, продовж якого вільний струм затухаючи, зменшується в e разів порівняно зі своїм початковим значенням [1, 3, 5-7]. Тобто τ характеризує швидкість перехідного процесу в електричному колі. Струм i зростає тим повільніше, чим більше постійна часу, тобто чим повільніше загасає вільний струм.

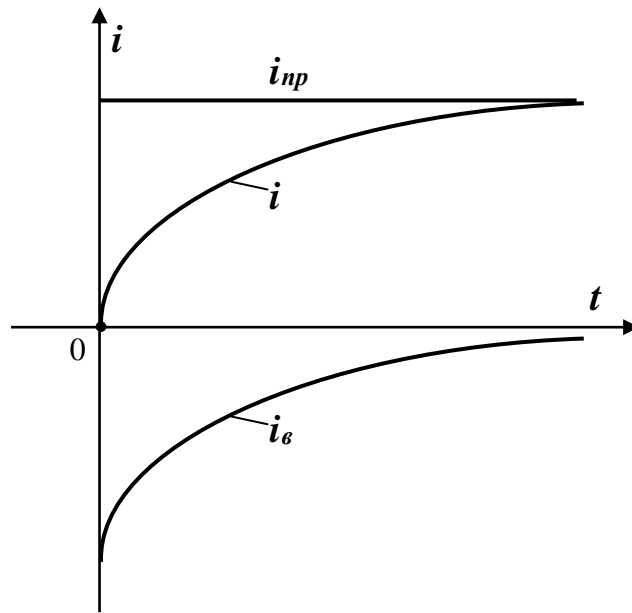


Рисунок 16.7 – Графіки примусової, вільної складових і перехідного струму в часі

Після визначення струму легко знайти напруги на активному опорі та індуктивності.

Рівняння напруги на активному і індуктивному опорі котушки

$$u_r = r \cdot \frac{E}{r} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = E \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right); \quad (16.27)$$

$$u_L = u_{L\varepsilon} = -e_L = L \cdot \frac{di}{dt} = L \cdot \frac{d}{dt} \left(\frac{E}{r} - \frac{E}{r} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \right) = \quad (16.28)$$

$$= \frac{E \cdot L}{\tau \cdot r} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

З рівняння (16.27) слідує, що напруга на активному опорі зростає плавно від нуля до значення ЕРС джерела в примусовому режимі. З рівняння (16.28) видно, що напруга на індуктивності змінюється стрибком від нуля до значення ЕРС джерела в момент комутації, а в процесі перехідного режиму зменшується до нуля. ЕРС самоіндукції протидіє зростанню струму.

Енергія, яку одержує коло, частково йде на збільшення енергії магнітного поля котушки, а частково перетворюється в тепло, яке виділяється на активному опорі.

$$W_L = \frac{L \cdot i_{np}^2}{2}. \quad (16.29)$$

Коротке замикання котушки

Нехай у колі, розрахункова схема якого приведена на рисунку 16.8, ключ був у положенні 1 і джерело було підключено в часі досить довго, тобто наступив усталений режим. Якщо в деякий момент часу ($t = 0$) ключ миттєво (без розриву кола котушки) переключити в положення 2, то буде мати місце **коротке замикання котушки** [1, 3, 5-7].

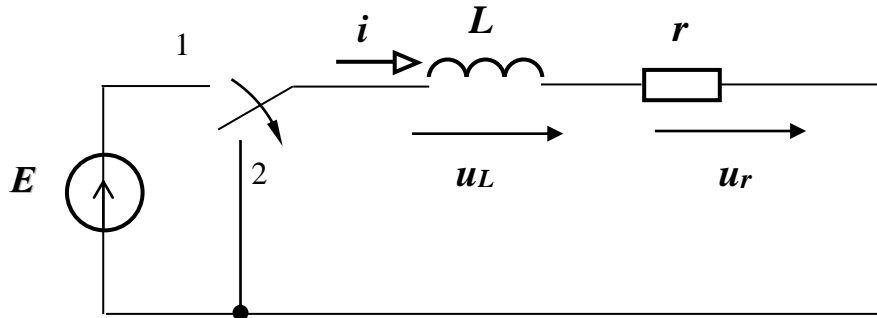


Рисунок 16.8 – Розрахункова схема перехідного процесу короткого замикання котушки

Знайдемо закон зміни струму в колі при короткому замиканні котушки. Для післякомутаційної схеми за другим законом Кірхгофа можемо записати

$$L \cdot \frac{di}{dt} + r \cdot i = 0, \quad (16.30)$$

або

$$\tau \cdot \frac{di}{dt} + i = 0. \quad (16.31)$$

Рівняння (16.31) являє собою однорідне диференціальне рівняння, рішення якого дає тільки вільну складову струму. Таким чином, у даному випадку перехідний струм не буде містити примусової складової, тобто $i = i_{в}$, оскільки $i_{пр} = 0$.

Рішенням (16.31) є характеристичне рівняння, корінь якого та рівняння струму у загальному вигляді мають вигляд

$$\frac{L}{r} \cdot p + 1 = \tau \cdot p + 1 = 0; \quad p = -\frac{1}{\tau}; \quad i = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (16.32)$$

Знайдемо постійну інтегрування з початкових умов: відповідно до першого закону комутації на ділянці кола з індуктивністю струм не може змінюватися стрибком, тому в момент комутації при $t = 0$

$i(0) = \frac{E}{r} = i_{np} = I_0 = A$, з рівняння (16.32) постійна інтегрування запишеться так

$$\frac{E}{r} = I_0 = A. \quad (16.33)$$

Остаточно, з урахуванням постійної інтегрування струму, одержимо рівняння перехідного струму при короткому замиканні котушки

$$i = \frac{E}{r} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = I_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (16.34)$$

де постійна інтегрування струму

$$I_0 = \frac{E}{r}. \quad (16.35)$$

Графік перехідного струму для цього випадку представлений на рисунку 16.9.

Після визначення рівняння перехідного струму легко знайти рівняння перехідної напруги на активному опорі та індуктивності котушки

$$u_r = r \cdot i = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}; \quad (16.36)$$

$$u_L = L \cdot \frac{di}{dt} = L \cdot \frac{d}{dt} \cdot \frac{E}{r} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = -\frac{E \cdot L}{\tau \cdot r} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = -E e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (16.37)$$

З рівняння (16.37) видно, що напруга на індуктивності та ЕРС самоіндукції в момент комутації змінюються стрибком. ЕРС самоіндукції підтримує протікання струму у колі в попередньому напрямку.

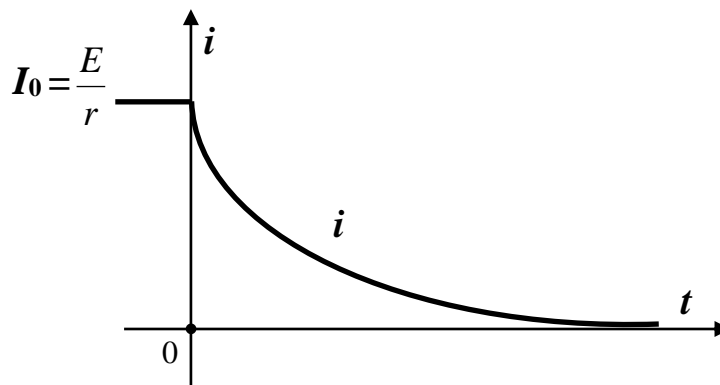


Рисунок 16.9 – Графік перехідного струму при короткому замиканні котушки

Це повинно враховувати в багатьох випадках електротехнічної практики. Наприклад, обмотку збудження потужної електричної машини в разі необхідності швидко зняти збудження не відключають від джерела живлення постійної напруги, а замикають на розрядний реостат, в якому енергія магнітного поля перетворюється в тепло. Якщо просто розімкнути коло обмотки збудження, то навіть при наявності електричної дуги струм дуже швидко зменшиться до нуля (швидкість змінення струму $\frac{di}{dt} \rightarrow \infty$). Оскільки обмотка збудження має велику індуктивність $L_{зб}$, то в ній виникає доволі значна ЕРС самоіндукції $e_L = -L \cdot \frac{di}{dt}$, яка може пробити ізоляцію обмотки на корпус машини або ізоляцію між витками.

Запас енергії магнітного поля котушки до комутації дорівнює

$$W_L = \frac{L \cdot I_0^2}{2} = \frac{L \cdot E^2}{2 \cdot r^2}. \quad (16.38)$$

З енергетичної точки зору процес короткого замикання в колі з лінійною котушкою характеризується тим, що вся енергія накопиченого магнітного поля котушкою продовж перехідного процесу перетворюється в тепло.

Доведемо, що енергія, яка виділяється в активному опорі за час перехідного процесу дорівнює енергії магнітного поля котушки в примусовому режимі

$$\begin{aligned} W_r &= W_L; \\ W_r &= \int_0^{\infty} r \cdot i^2 dt = \frac{E^2}{r} \int_0^{\infty} e^{-\frac{2t}{\tau}} \cdot dt = -\frac{E^2 \cdot L}{2 \cdot r^2} \Big|_0^{\infty} = \\ &= 0 - \left(-\frac{L \cdot E^2}{2 \cdot r^2}\right) = \frac{L \cdot E^2}{2 \cdot r^2} = \frac{L \cdot I_0^2}{2}. \end{aligned} \quad (16.39)$$

Таким чином, теплова енергія, що виділяється в активному опорі котушки W_r в перехідному процесі при короткому замиканні котушки і енергія магнітного поля котушки W_L рівні за величиною.

Приклад 16.2

Перехідний процес підключення котушки до джерела ЕРС (рисунок 16.5) за умов, що котушка має індуктивність $0,05 \text{ Гн}$, активний опір котушки дорівнює 10 Ом . Електрорушійна сила постійного джерела 50 В . **Визначити рівняння перехідного струму.**

Рішення

1. Визначаємо корінь характеристичного рівняння перехідного кола за (16.18) і (16.16)

$$p = -\frac{1}{\tau}; \tau = \frac{L}{r} = \frac{0,05}{10} = 0,005 \text{ с}; p = -\frac{1}{0,005} = -200 \text{ 1/с.}$$

2. Визначаємо примусову складову струму за (16.21)

$$i_{np} = \frac{E}{r} = \frac{50}{10} = 5 \text{ А.}$$

3. Визначаємо постійну інтегрування перехідного струму за (16.24)

$$A = -\frac{E}{r} = -\frac{50}{10} = -5 \text{ А.}$$

4. Запишемо рівняння вільної складової перехідного струму за (16.20)

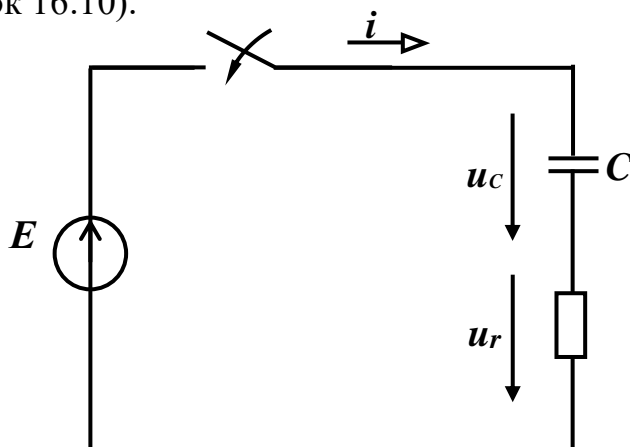
$$i_{ce} = Ae^{pt} = Ae^{-\frac{t}{\tau}} = -5 \cdot e^{-200 \cdot t} = -5 \cdot e^{-\frac{t}{0,005}} \text{ А.}$$

5. Визначаємо рівняння перехідного струму за (16.19) і (16.26)

$$i = i_{np} + i_e = \frac{E}{r} + Ae^{-\frac{t}{\tau}} = 5 - 5 e^{-\frac{t}{0,005}} = 5 (1 - e^{-\frac{t}{0,005}}) \text{ А.}$$

Заряд конденсатора через резистор

Розглянемо розрахункову схему послідовного з'єднання активного опору і ємності ідеального конденсатора в колі з постійною ЕРС (рисунок 16.10).



Знайдемо рівняння перехідної напруги на ємності після комутації [1, 3, 5-7]. Запишемо для кола після комутації рівняння за другим законом Кірхгофа

$$u_r + u_C = E. \quad (16.40)$$

Враховуючи, що напруга на активному опорі визначається

$$u_r = r \cdot i = r \cdot C \cdot \frac{du_C}{dt} = \tau \cdot \frac{du_C}{dt}, \quad (16.41)$$

де $\tau = r \cdot C$ – постійна часу кола, s ;

одержимо диференціальне рівняння напруги для кола після комутації

$$\tau \cdot \frac{du_C}{dt} + u_C = E. \quad (16.42)$$

рівняння перехідної напруги на конденсаторі при зарядженні

$$u_C = u_{Cnp} + u_{Cв}. \quad (16.43)$$

примусова складова напруги на ємності дорівнює

$$u_{Cnp} = E, \quad (16.44)$$

оскільки у сталому режимі конденсатор зарядиться до величини ЕРС джерела напруги

Характеристичне рівняння і корінь рівняння

$$r \cdot C + p = \tau \cdot p + 1 = 0; \quad p = -\frac{1}{\tau} = -\frac{1}{r \cdot C}; \quad (16.45)$$

Рівняння вільної складової напруги на ємності (у загальному вигляді)

$$u_{Cв} = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (16.46)$$

Таким чином, загальне рішення рівняння перехідної напруги на ємності

$$u_C = E + A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (16.47)$$

Знаходимо постійну інтегрування перехідної напруги на ємності з початкових умов: у момент комутації відповідно до другого закону комутації, напруга на ємності конденсатора дорівнює нулю, тобто при

$t = 0$ $u_C(0) = 0$, таким чином, рівняння (16.47) для цього моменту часу приймає вигляд

$$0 = E + A, \quad (16.48)$$

з якого отримуємо постійну інтегрування напруги на ємності конденсатора

$$A = -E. \quad (16.49)$$

Закон зміни перехідної напруги на ємності після комутації

$$u_C = E \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right). \quad (16.50)$$

Графік перехідної напруги на ємності приведено на рисунку 16.11.

Отримаємо рівняння перехідного струму при зарядженні конденсатора через резистор в колі з постійною ЕРС

$$i = C \cdot \frac{du_C}{dt} = C \cdot \frac{d}{dt} \left[E \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \right] = \frac{C \cdot E}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{E}{r} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (16.51)$$

З рівняння (16.51) видно, що в момент комутації струм в колі змінюється стрибком від нуля до значення $\frac{E}{r}$ і потім поступово зменшується до нуля.

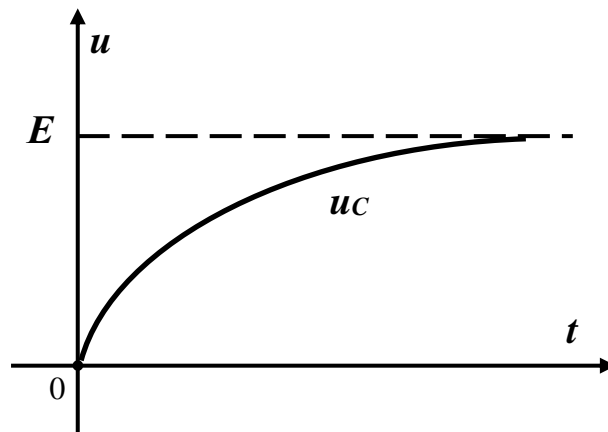


Рисунок 16.11 – Графік перехідної напруги на ємності при зарядженні конденсатора через резистор в колі з постійною ЕРС

Рівняння перехідної напруги на активному опорі згідно (16.51)

$$u_r = r \cdot i = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (16.52)$$

Так само як і струм, напруга на активному опорі теж змінюється стрибком від нуля до значення E , а потім поступово зменшується.

Розглянемо енергетичний бік процесу заряду конденсатора. Енергія, що надходить від джерела, накопичується на конденсаторі і витрачається на нагрів резистора

$$W = W_C + W_r;$$

$$W = \int_0^{\infty} E \cdot i \cdot dt = \int_0^{\infty} (u_r \cdot di + u_C \cdot di) \cdot ddt = \int_0^{\infty} r \cdot di^2 \cdot ddt + \int_0^{\infty} C \cdot du_C \cdot du_C \quad (16.53)$$

або

$$E \int_0^{\infty} C \cdot du_C = C \cdot E^2 = \int_0^{\infty} r \cdot i^2 \cdot dt + \frac{C \cdot E^2}{2}, \quad (16.54)$$

тобто з (16.54)

$$\int_0^{\infty} r \cdot i^2 \cdot dt = \frac{C \cdot E^2}{2}. \quad (16.55)$$

Таким чином, при будь-яких значеннях r і C половина енергії, отриманої від джерела за час перехідного періоду, перейде в теплоту на активному опорі, а друга половина накопичиться в електричному полі конденсатора.

Розряд конденсатора через резистор

Припустимо, що конденсатор ємністю C , заряджений від джерела постійної ЕРС до напруги $U_0 = E = u(0)$, у момент комутації замикається на активний опір (рисунок 16.12).

Знайдемо закон зміни напруги на ємності конденсаторі в післякомутаційний період.

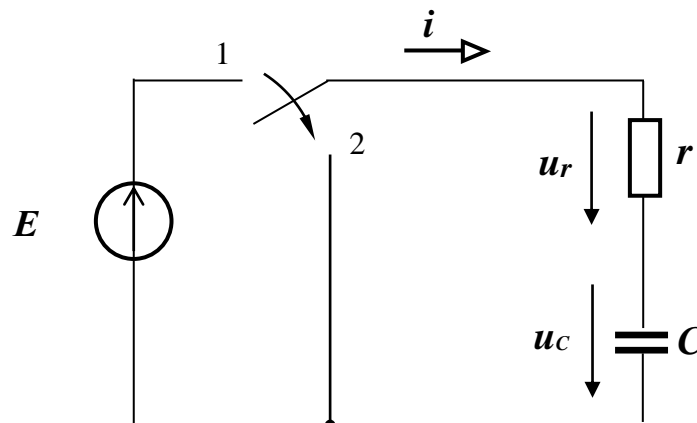


Рисунок 16.12 – Розрахункова схема перехідного процесу при розрядженні конденсатора через резистор

Для післякомутаційного кола справедливі рівняння згідно з другим законом Кірхгофа

$$u_r + u_C = r \cdot i + u_C = r \cdot C \frac{du_C}{dt} + u_C = \tau \cdot \frac{du_C}{dt} + u_C = 0. \quad (16.56)$$

В момент комутації $u_{Cnp}(0^-) = U_0$. Примусова складова напруги на ємності дорівнює нулю ($u_{Cnp} = 0$), оскільки примусовий струм в колі теж буде рівний нулю ($i_{np} = 0$).

Одержимо характеристичне рівняння і корінь характеристичного рівняння для кола після комутації

$$r \cdot C \cdot p + 1 = \tau \cdot p + 1 = 0; \quad p = -\frac{1}{\tau}; \quad (16.57)$$

Рівняння вільної складової напруги на ємності аналогічно (16.46).

Знайдемо постійну інтегрування напруги на ємності з початкових умов: у момент комутації за другим законом комутації напруга на ємності дорівнює E , тобто при $t = 0$ $u(0) = E$ і тоді

$$E = A, \quad (16.58)$$

Рівняння перехідної напруги на ємності при розрядженні конденсатора через резистор

$$u_C = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (16.59)$$

Графік перехідної напруги на ємності при розрядженні конденсатора через резистор наведено на рисунку 16.13.

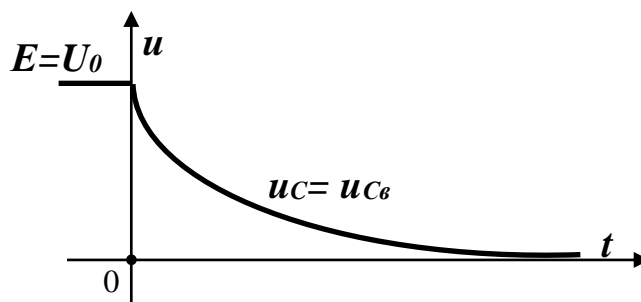


Рисунок 16.13 – Графік напруги на ємності у часі $u_C=f(t)$

Знайдемо рівняння перехідного струму у колі при розрядженні конденсатора через резистор [1, 3, 5-7]

$$i = C \cdot \frac{du_C}{dt} = C \cdot \frac{d}{dt} \cdot E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = -\frac{C \cdot E}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = -\frac{E}{r} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (16.60)$$

Рівняння напруги на активному опорі наступне

$$u_r = r \cdot i = -E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (16.61)$$

З енергетичної точки зору, процес короткого замикання кола r , C характеризується переходом енергії, що накопичилася до комутації електричному полі конденсатора, у теплову енергію на активному опорі резистора.

$$W_r = W_C;$$

$$\int_0^{\infty} r \cdot i^2 \cdot dt = \frac{E^2}{r} \cdot \int_0^{\infty} e^{-\frac{2 \cdot t}{\tau}} \cdot dt = -\frac{E^2 \cdot \tau}{2 \cdot r} e^{-\frac{2 \cdot t}{\tau}} \Bigg|_0^{\infty} = \frac{C \cdot E^2}{2}. \quad (16.62)$$

Слід відмітити, що к дослідженню процесів заряду і розрядженню конденсатора через резистор, зводяться багато важливих практичних задач, що виникають при розрахунку перехідних процесів у колах автоматики, телемеханіки і зв'язку.

Приклад 16.3

Перехідний процес підключення конденсатора через резистор до джерела ЕРС (рисунок 16.10) за умов, що конденсатор має ємність 0,0025 Ф, активний опір резистора дорівнює 100 Ом. Електрорушійна сила постійного джерела 25 В. **Визначити рівняння перехідної напруги на ємності.**

Рішення

1. Визначаємо корінь характеристичного рівняння перехідного кола за (16.45).

$$p = -\frac{1}{\tau}; \tau = r \cdot C = 0,025 \cdot 100 = 2,5 \text{ с}; p = -\frac{1}{2,5} = -0,4 \text{ 1/с}.$$

2. Визначаємо примусову складову напруги на ємності за (16.44)

$$u_{np} = E = 25 \text{ В}.$$

3. Визначаємо постійну інтегрування перехідного струму

$$A = -E = -25 \text{ В}.$$

4. Запишемо рівняння вільної складової напруги на ємності

$$u_{C_2} = A \cdot e^{pt} = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = -25 \cdot e^{-0,4 \cdot t} = -25 \cdot e^{-\frac{t}{2,5}} \text{ В.}$$

5. Визначаємо рівняння перехідної напруги на ємності

$$u_C = u_{C_{np}} + u_{C_2} = E + A e^{-\frac{t}{\tau}} = 25 - 25 e^{-\frac{t}{2,5}} = 25 (1 - e^{-\frac{t}{2,5}}) \text{ В.}$$

Приклад 16.4

В електричному колі (рисунок 16.14), замикається рубильник. Конденсатори на момент комутації були заряджені до напруги $u_1(0) = 100 \text{ В}$, $u_2(0) = 25 \text{ В}$ і ємності $C_1 = 1 \text{ мкФ} = 10^{-6} \text{ Ф}$, $C_2 = 2 \text{ мкФ} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$. Активний опір резистора $r = 75 \text{ Ом}$.

Знайти закони зміни напруги на конденсаторах і струму в колі у перехідному режимі.

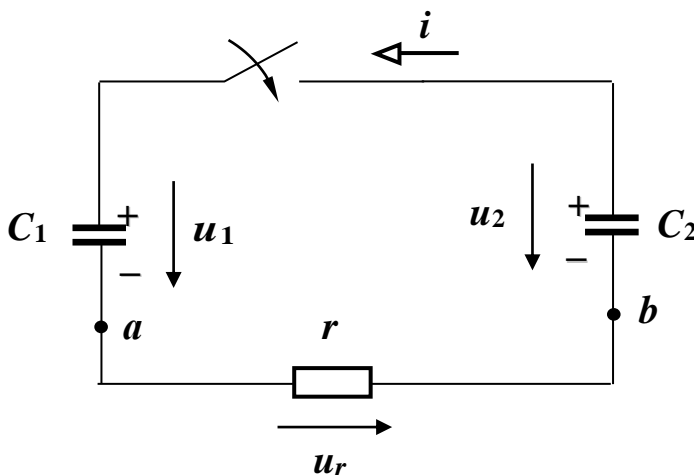


Рисунок 16.14

Рішення

1. Прийmemo позитивні напрями струму i та напруги на конденсаторах u_1 та u_2 (рисунок 16.14).

2. Визначимо потенціали точок a і b .

В примусовому режимі, що встановився, потенціали точок a і b

зрівняються, тобто $u_{1np} - u_2 = 0$ або $\frac{q_1}{C_1} = \frac{q_2}{C_2}$, де q_1 і q_2 – заряди на

конденсаторах.

3. Визначаємо примусові значення напруг на конденсаторах.

Згідно закону збереження заряду

$$q_{1np} + q_{2np} = q_1(0) + q_2(0); \quad (\text{а})$$

$$q_1 = C_1 \cdot u_1(0); \quad q_2 = C_2 \cdot u_2(0); \quad (\text{б})$$

Розв'язав одночасно рівняння (а) і (б), отримаємо

$$q_{1np} = \frac{C_1}{C_1 + C_2} (C_1 \cdot u_1(0) + C_2 \cdot u_2(0)) = C_1 \cdot u_{1np};$$

$$q_{2np} = \frac{C_2}{C_1 + C_2} (C_1 \cdot u_1(0) + C_2 \cdot u_2(0)) = C_2 \cdot u_{2np},$$

звідкіля

$$u_{1np} = u_{2np} = \frac{10^{-6} \cdot 100 + 2 \cdot 10^{-6} \cdot 25}{1 \cdot 10^{-6} + 2 \cdot 10^{-6}};$$

$$u_{1np} = u_{2np} = \frac{C_1 \cdot u_1(0) + C_2 \cdot u_2(0)}{C_1 + C_2} = 50 \text{ В.}$$

4. Визначимо постійну часу перехідного процесу.

$$\tau = r \cdot \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}; \quad \tau = 75 \cdot \frac{1 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{1 \cdot 10^{-6} + 2 \cdot 10^{-6}} = 50 \cdot 10^{-6} \text{ с.}$$

5. Визначимо постійну інтегрування напруг на ємностях.

Згідно другого закону комутації при $t = 0$ отримаємо

$u_1(0^-) = u_1(0) = 100 \text{ В}$, тоді $u_1(0) = u_{np} + A_1 \cdot e^{-t/\tau} = u_{np} + A_1$, звідкіля

$$A_1 = 100 - 50 = 50 \text{ В};$$

$u_2(0^-) = u_2(0) = 25 \text{ В}$, тоді $u_2(0) = u_{np} + A_2 \cdot e^{-t/\tau} = u_{np} + A_2$, звідкіля

$$A_2 = 25 - 50 = -25 \text{ В};$$

6. Запишемо рівняння перехідного напруги на першому конденсаторі.

$$\underline{u_1 = u_{1np} + A_1 \cdot e^{-t/\tau} = 50 + 50 \cdot e^{-t/\tau} \text{ В.}}$$

7. Запишемо рівняння перехідного напруги на другому конденсаторі.

$$\underline{u_2 = u_{2np} + A_2 \cdot e^{-t/\tau} = 50 - 25 \cdot e^{-t/\tau} \text{ В.}}$$

8. Запишемо рівняння перехідного струму в колі.

$$i = C_1 \cdot \frac{du_1}{dt} = -C_2 \cdot \frac{du_2}{dt};$$

$$\underline{i = -1 \cdot e^{-t/\tau} \text{ А.}}$$

Перехідний процес у колі з послідовно з'єднаними котушкою і конденсатором

Розглянемо випадок включення послідовно з'єднаних котушки і конденсатора при постійній напрузі джерела живлення (рисунок 16.15).

Для післякомутаційної схеми справедливе рівняння згідно другого закону Кірхгофа

$$E = u_L + u_r + u_C = L \cdot \frac{di}{dt} + r \cdot i + \frac{1}{C} \cdot \int i \cdot dt. \quad (16.63)$$

Якщо продиференціювати обидві частини рівняння (16.63), то одержимо диференціальне рівняння другого порядку

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + 2 \cdot \alpha \cdot \frac{di}{dt} + \omega_0^2 \cdot i = 0 \quad (16.64)$$

де прийняті наступні позначення

$$2 \cdot \alpha = \frac{r}{L}; \quad \omega_0^2 = \frac{1}{L \cdot C}. \quad (16.65)$$

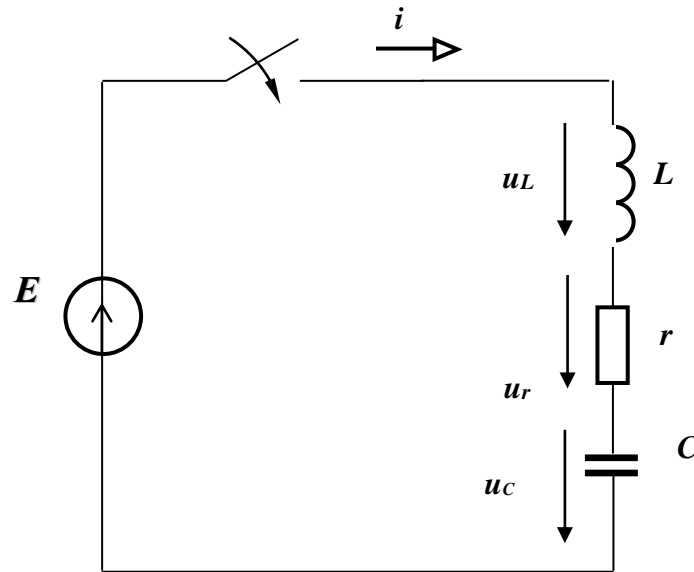


Рисунок 16.15 – Розрахункова схема включення послідовно з'єднаних котушки і конденсатора на постійну напругу джерела живлення

Рівняння (16.64) однорідне, а це значить, що струм у даному колі має тільки вільну складову.

Приймемо, що $\frac{di}{dt} = p$, з (16.64) отримаємо характеристичне рівняння:

$$p^2 + 2\alpha \cdot p + \omega_0^2 = 0, \quad (16.66)$$

Оскільки характеристичне рівняння другого порядку, тоді вільний струм має дві постійні інтегрування A_1 і A_2 , два корені характеристичного рівняння p_1 і p_2

$$p_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}. \quad (16.67)$$

Рівняння вільного струму в загальному вигляді мають вид

$$i_s = A_1 \cdot e^{p_1 t} + A_2 \cdot e^{p_2 t} \quad (16.68)$$

де A_1 і

A_2 – постійні інтегрування струму, А;

p_1 і p_2 – корені характеристичного рівняння, 1/с.

Таким чином, характер вільного процесу залежить від параметрів котушки і конденсатора (L , r , C), тобто від коренів характеристичного рівняння і знака дискримінанту, який визначає, будуть корені дійсними ($D > 0$) або комплексними ($D < 0$). Можливі три випадки розвитку перехідного процесу [1, 3, 5-7].

Перший випадок. Якщо $\alpha > \omega_0$, дискримінант позитивний $D > 0$, співвідношення параметрів кола

$$\frac{r}{2L} > \frac{1}{\sqrt{LC}} \rightarrow r > 2\sqrt{\frac{L}{C}}, \quad (16.69)$$

тоді корені p_1 і p_2 дійсні, негативні та різні. При цьому загальне рішення рівняння перехідного струму (16.69) запишеться

$$i = i_{np} + i_{св} = i_{np} + A_1 \cdot e^{p_1 t} + A_2 \cdot e^{p_2 t} \quad (16.70)$$

Примусовий струм $i_{np} = 0$, оскільки в колі постійного струму у примусовому режимі $x_C^{(0)} = \infty$.

Постійні інтегрування знаходяться з початкових умов. Незалежні початкові умови, згідно законів комутації, у момент комутації $t = 0$: $i(0) = 0$ і $u_C(0) = 0$. Залежні початкові умови при $t = 0$ знайдемо з рівняння для кола згідно другого закону Кірхгофа з урахуванням незалежних початкових умов

$$E = r \cdot i(0) + u_L(0) + u_C(0) \Rightarrow u_L(0) = E \quad (16.71)$$

Для знаходження постійних інтегрування струму A_1 і A_2 складемо систему рівнянь: перехідного струму i та першої похідної струму i'

$$\begin{cases} i = 0 + A_1 \cdot e^{p_1 t} + A_2 \cdot e^{p_2 t}; \\ i' = p_1 \cdot A_1 \cdot e^{p_1 t} + p_2 \cdot A_2 \cdot e^{p_2 t}. \end{cases} \quad (16.72)$$

Перша похідна струму з урахуванням початкових умов, оскільки

$$u_L = L \cdot \frac{di}{dt} = L \cdot i' \Rightarrow i'(0) = \frac{u_L(0)}{L} = \frac{E}{L}. \quad (16.73)$$

Система рівнянь (16.71) з урахуванням початкових умов і першої похідної струму при $t = 0$ має вигляд

$$\begin{cases} 0 = A_1 + A_2 \Rightarrow -A_1 = A_2; \\ \frac{E}{L} = p_1 \cdot A_1 + p_2 \cdot A_2 \Rightarrow \frac{E}{L} = p_1 \cdot A_1 - p_2 \cdot A_1 = A_1 \cdot (p_1 - p_2). \end{cases} \quad (16.74)$$

З співвідношення (16.73) маємо постійні інтегрування струму

$$A_1 = -A_2 = \frac{E}{L \cdot (p_1 - p_2)}. \quad (16.75)$$

Рівняння перехідного струму

$$i = \frac{E}{L \cdot (p_1 - p_2)} (e^{p_1 t} - e^{p_2 t}). \quad (16.76)$$

Графік перехідного струму для випадку, що розглядається представлено на рисунку 16.17

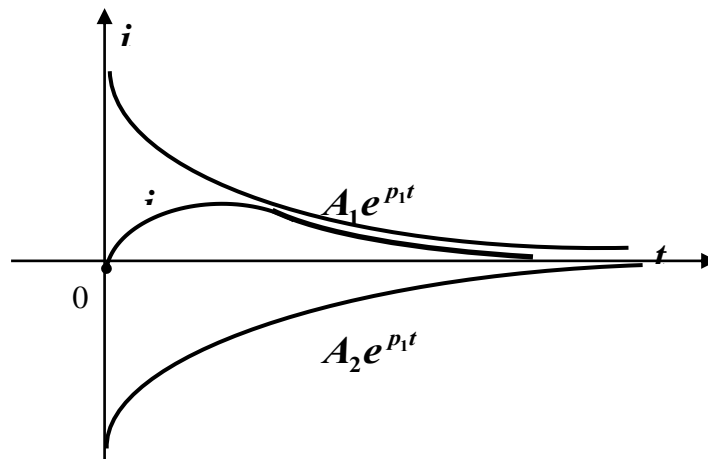


Рисунок 16.16– Графік перехідного струму при заряді конденсатора, якщо $D > 0$

З графіку слідує, що перехідний струм в колі не змінює напрям і у колі йде накопичення зарядів на конденсаторі – це **апериодичний процес** [1, 3, 5-7].

Другий випадок. Якщо $\alpha < \omega_0$, $r = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$, то $D = 0$, корені характеристичного рівняння комплексно-спряжені

$$p_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} = -\alpha \pm j\omega, \quad (16.77)$$

де ω – частота вільних затухаючих коливань, рад/с;

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}. \quad (16.78)$$

Загальний вигляд рівняння перехідного струму аналогічний (16.69).

Постійні інтегрування A_1 і A_2

$$A_1 = -A_2 = \frac{E}{\omega \cdot L}, \quad (16.79)$$

Підставляючи значення коренів, постійних інтегрування у (1.73), знаходимо рівняння перехідного струму

$$i = \frac{E}{\omega \cdot L} e^{(-\alpha+j\omega)t} - \frac{E}{\omega \cdot L} e^{(-\alpha-j\omega)t} = \frac{E}{\omega \cdot L} e^{-\alpha t} \cdot (e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}) \quad (16.80)$$

або

$$i = \frac{E}{\omega \cdot L} e^{-\alpha t} \cdot \sin \omega t. \quad (16.81)$$

З графіку перехідного струму для випадку $D < 0$ (рисунок 16.17) слідує, що перехідний струм в колі змінює напрям впродовж накопичення зарядів на конденсаторі – це **періодичний процес** [1, 3, 5-7].

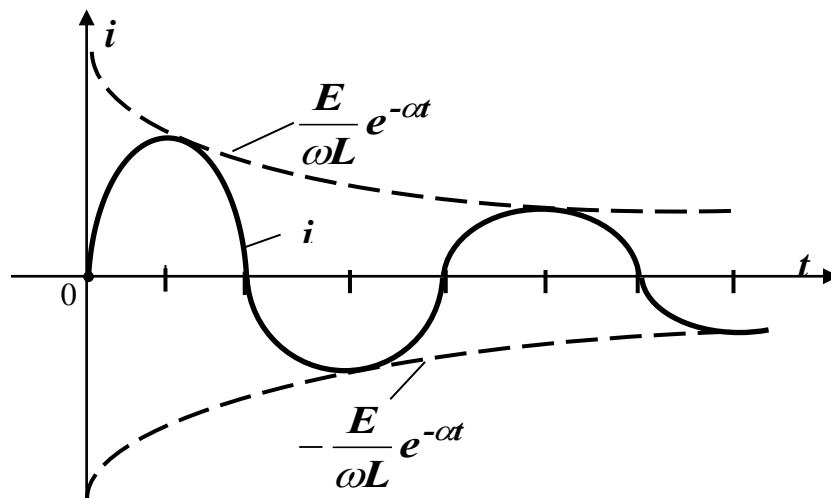


Рисунок 16.17– Графік перехідного струму при заряді конденсатора, якщо $D < 0$

Третій випадок. Якщо $\alpha = \omega_0$, $r = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$, то $D = 0$,

корінь $p_1 = -\alpha$, дійсний, негативний, заряд конденсатора **гранично аперіодичний**. Загальне рішення рівняння (16.80) у цьому випадку має дріб

$$\frac{\sin \omega t}{\omega} \rightarrow \frac{0}{0}. \quad (16.82)$$

Виникає математична невизначеність, для розкриття якої по правилу Лопітала продиференціюємо чисельник і знаменник за ω .

$$\left(\frac{\sin \omega t}{\omega} \right)' \Big|_{\omega \rightarrow 0} = \frac{t \cdot \cos \omega t}{1} = 0. \quad (16.83)$$

Рівняння перехідного струму у цьому випадку наступне

$$i = (A_1 + A_2 \cdot t) e^{-\alpha \cdot t} = \frac{E}{L} \cdot t \cdot e^{-\alpha \cdot t}. \quad (16.84)$$

Форма кривої струму така ж, як і в першому випадку.

В усіх трьох розглянутих випадках під дією джерела постійної ЕРС відбувається заряджання конденсатора. У першому і третьому випадках зарядний струм не змінює свого напрямку, що характеризує аперіодичний процес. В другому випадку струм являє собою затухаючу синусоїду, що характеризує коливальний процес. Коливання в контурі виникають внаслідок періодичного взаємного перетворення енергії електричного поля, яка накопичується в конденсаторі, та магнітного поля котушки.

Наявність активного опору в колі приводить до згасання коливань внаслідок розсіювання енергії в активному опорі. Характер процесу залежить від коренів характеристичного рівняння, які, у свою чергу, визначаються співвідношенням параметрів елементів кола.

Розряд конденсатора на котушку

Нехай тепер заряджений до значення E конденсатор у момент часу $t = 0$ підключається до затисків котушки (рисунок 16.18).

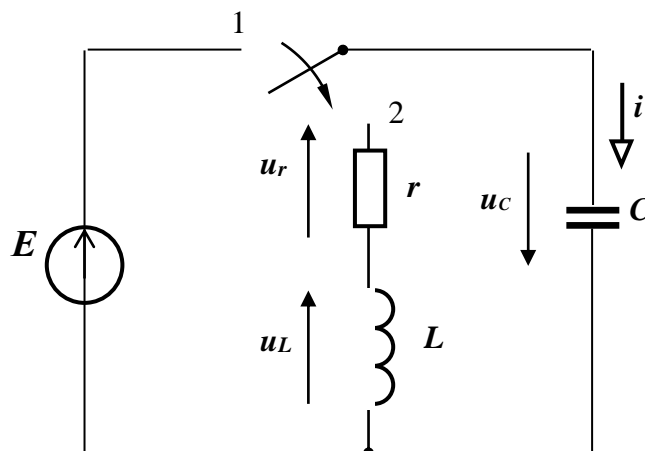


Рисунок 16.18 – Розрахункова схема послідовно з'єднаних котушки і конденсатора при розряді конденсатора на котушку

Для післякомутаційної схеми справедливе рівняння

$$u_L + u_r + u_C = L \cdot \frac{di}{dt} + r \cdot i + \frac{1}{C} \int i \cdot dt = 0. \quad (16.85)$$

Характеристичне рівняння (16.66). В залежності від коренів характеристичного рівняння можливий аперіодичний і періодичний розряд конденсатора на котушку.

Перший випадок. Якщо $\alpha > \omega_0$, $D > 0$, тоді $r > 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ тоді корені p_1 і p_2 дійсні, негативні та різні.

Знайдемо рівняння перехідної напруги на ємності u_C і перехідного струму i . Примусовий струм $i_{np} = 0$. Примусова напруга на ємності $u_{Cnp} = 0$.

Загальне рішення рівняння перехідного струму (16.70). У загальному вигляді рівняння перехідної напруги на ємності u_C

$$u_C = 0 + A_1 \cdot e^{p_1 \cdot t} + A_2 \cdot e^{p_2 \cdot t}. \quad (16.86)$$

Постійні інтегрування знаходяться з початкових умов Незалежні початкові умови, згідно законів комутації, у момент комутації при $t = 0$ $i(0) = 0$, оскільки $x_C^{(0)} = 0$, а $u_C(0) = E$.

Для знаходження постійних інтегрування струму A_1 і A_2 складемо систему рівнянь: перехідної напруги u_C та першої похідної u_C'

$$\begin{cases} u_C = 0 + A_1 \cdot e^{p_1 \cdot t} + A_2 \cdot e^{p_2 \cdot t}; \\ u_C' = p_1 \cdot A_1 e^{p_1 t} + p_2 \cdot A_2 e^{p_2 t}. \end{cases} \quad (16.87)$$

Перша похідна з урахуванням початкових умов, оскільки

$$i = C \cdot \frac{du_C}{dt} = C \cdot u_C' \Rightarrow u_C'(0) = \frac{i(0)}{C} = 0. \quad (16.88)$$

Визначимо постійні інтегрування напруги на ємності A_1 і A_2

$$A_1 = \frac{E \cdot p_2}{p_2 - p_1}, \quad A_2 = \frac{-E \cdot p_1}{p_2 - p_1}. \quad (16.89)$$

Рівняння перехідної напруги на ємності

$$u_C = \frac{E}{p_2 - p_1} (p_2 \cdot e^{p_1 t} - p_1 \cdot e^{p_2 t}). \quad (16.90)$$

Графік перехідної напруги на ємності має вигляд, представлений на рисунку 16.19.

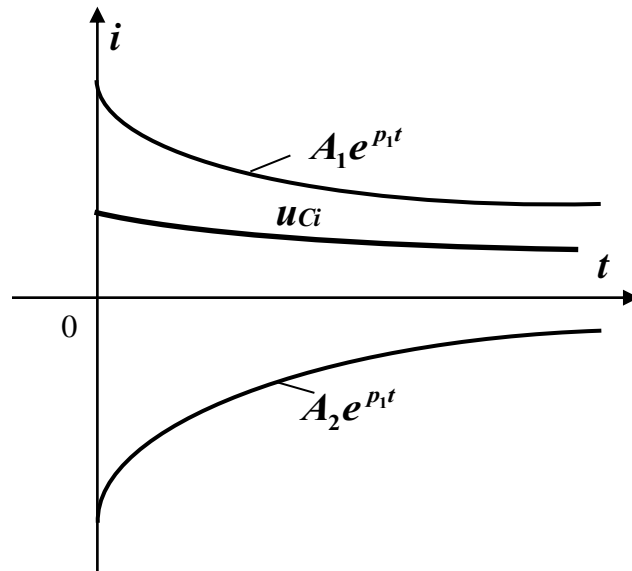


Рисунок 16.19 – Графік перехідної напруги на ємності при розряді конденсатора, якщо $D > 0$

Рівняння перехідного струму в колі [1, 3, 5-7]

$$i = \frac{C \cdot p_1 \cdot p_2 \cdot E}{p_2 - p_1} (e^{p_1 t} - e^{p_2 t}). \quad (16.91)$$

З графіку слідує, що перехідна напруга на ємності при розряді не перетинає вісь часу – це характерно для **апериодичного процесу**.

Другий випадок. Якщо $\alpha < \omega_0$, $r = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$, то $D = 0$, корені характеристичного рівняння комплексно-спряжені (16.77).

$$A_1 = -A_2 = \frac{E}{\omega \cdot \sqrt{L \cdot C}}. \quad (16.92)$$

Рівняння перехідної напруги на ємності

$$u_C = \frac{E \cdot \omega_0}{\omega} \cdot e^{-\alpha t} \cdot \cos \omega t. \quad (16.93)$$

На рисунку 16.20 показаний графік перехідного процесу в цьому випадку. З графіку слідує, що конденсатор при розрядці обмінюється енергією з котушкою – це **періодичний процес**.

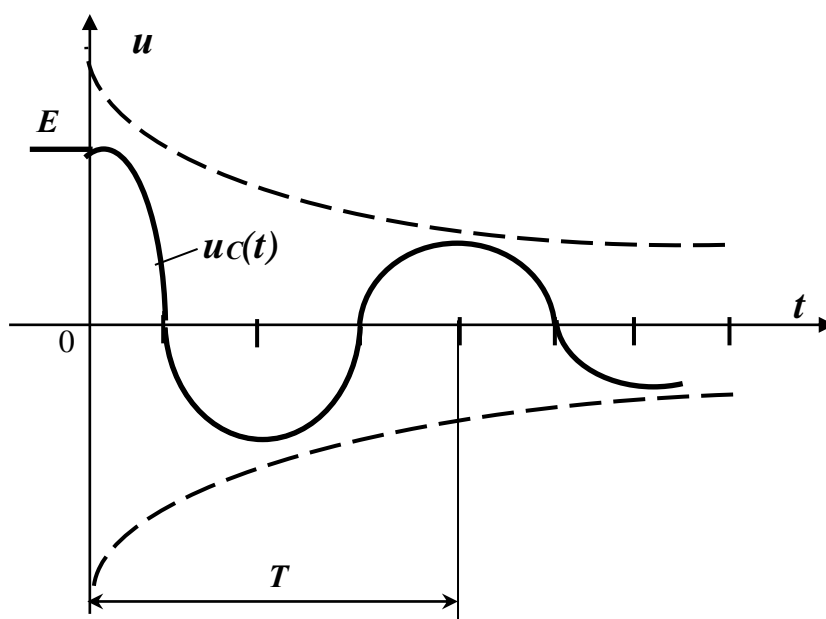


Рисунок 16.20 – Графік перехідної напруги на ємності при розряді конденсатора, якщо $D < 0$

Коливальний процес при розрядці конденсатора на котушку характеризується періодом власних коливань

Якщо втрати енергії в контурі відсутні ($r = 0, \alpha = 0$), то

$$T = \frac{2 \cdot \pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{L \cdot C}, \quad (16.94)$$

$$T = \frac{2 \cdot \pi}{\omega} = \frac{2 \cdot \pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}}. \quad (16.95)$$

Таким чином, LC -контур, у якому будь-яким способом компенсуються втрати енергії, може служити генератором незатухаючих гармонічних коливань. [1, 3, 5-7]

Третій випадок. Якщо $\alpha = \omega_0, r = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$, то $D = 0$, корінь $p_1 = -\alpha$, дійсний, негативний.

Рівняння перехідних напруги на ємності і струму

$$u_C = E \cdot (1 - p \cdot t) \cdot e^{-\alpha t} = E \cdot (1 + \alpha \cdot t) \cdot e^{-\alpha t}. \quad (16.96)$$

$$i = -\frac{E}{L} \cdot t \cdot e^{p \cdot t}$$

Розряд конденсатора на котушку **гранично аперіодичний**.

Включення котушки при синусоїдній напрузі

Нехай котушка індуктивності підключається до джерела гармонійної ЕРС з рівнянням (рисунок 16.21):

$$e = E_m \cdot \sin(\omega t + \psi_e). \quad (16.97)$$

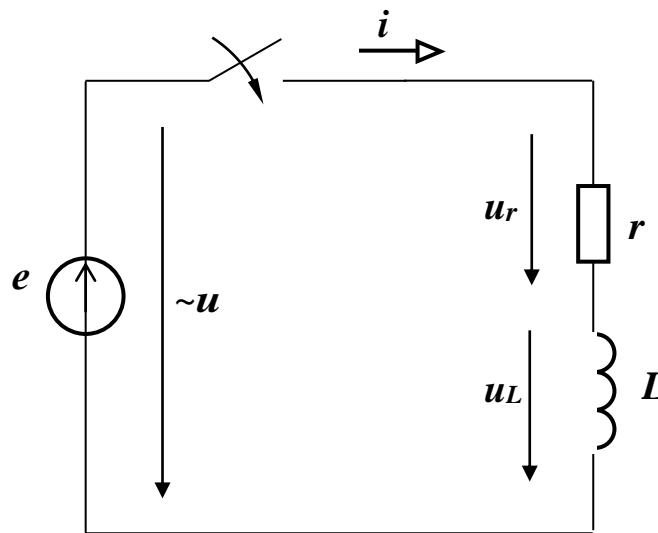


Рисунок 16.21 – Розрахункова схема підключення котушки до джерела синусоїдної напруги

Для цього кола в післякомутаційний період справедливі рівняння

$$L \cdot \frac{di}{dt} + r \cdot i = e \quad (16.98)$$

або

$$\tau \cdot \frac{di}{dt} + i = \frac{E_m}{r} \cdot \sin(\omega t + \psi_i), \quad (16.99)$$

де τ – постійна часу перехідного процесу

$$\tau = \frac{L}{r}. \quad (16.100)$$

В загальному вигляді рівняння перехідного струму можна записати у вигляді суми вільної і примусової складових

$$i = i_{np} + i_{ce}. \quad (16.101)$$

Примусовий (сталий) струм у колі

$$i_{np} = I_m \cdot \sin(\omega t + \psi_e - \varphi), \quad (16.102)$$

де I_m – максимальний струм, А. Визначимо як

$$I_m = \frac{E_m}{z}. \quad (16.103)$$

Повний опір електричного кола в перехідному режимі

$$z = \sqrt{r^2 + (\omega L)^2}. \quad (16.104)$$

Кут зсуву фаз між напругою і струмом кола в перехідному режимі

$$\varphi = \left| \arctg \frac{\omega L}{r} \right|. \quad (16.105)$$

Вільна складова струму змінюється за експонентою $i_e = A e^{-\frac{t}{\tau}}$.

Рівняння перехідного струму у загальному вигляді з урахуванням примусової складової струму

$$i = I_m \cdot \sin(\omega t + \psi_e - \varphi) + A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (16.106)$$

Знаходимо постійну інтегрування перехідного струму з початкових умов: $t = 0$ $i(0) = 0$, тому

$$A = -I_m \cdot \sin(\psi_e - \varphi). \quad (16.107)$$

Остаточно одержимо рівняння перехідного струму у колі [1, 3]

$$i = I_m \cdot \sin(\omega t + \psi_e - \varphi) - I_m \cdot \sin(\psi_e - \varphi) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (16.108)$$

Максимально можливого значення струм у перехідному електричному колі досягає, якщо в момент включення котушки примусовий струм буде мати амплітудне значення. Це виникає при початковій фазі $\psi_i = \left(\psi_e - \varphi = \frac{\pi}{2} \right)$, а постійна часу електричного

кола буде дуже великою ($r \approx 0$, $\tau \rightarrow \infty$ і $\varphi = \frac{\pi}{2}$), тобто вільний струм буде затухати дуже повільно (рисунок 16.22).

За цих умов $\psi = \varphi$ і прикладена напруга буде проходити через нуль. У цьому випадку амплітуда перехідного струму в електричному колі може досягти подвоєного значення амплітуди примусового (усталеного) струму.

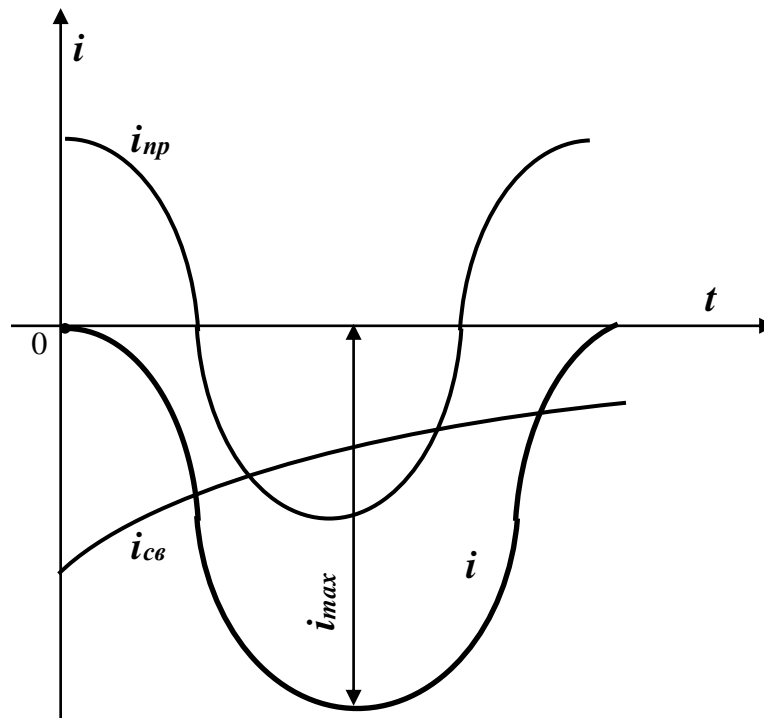


Рисунок 16.22 – Графіки примусового, вільного і перехідного струму при його початковій фазі $\psi_i = \left(\psi_e - \varphi = \frac{\pi}{2} \right)$

Приклад 16.5

Перехідний процес підключення котушки до джерела синусоїдної ЕРС з частотою 50 Гц (рисунок 16.20) за умов, що котушка має індуктивність 0,02758 Гн, активний опір котушки дорівнює 5 Ом. Електрорушійна сила постійного джерела $e = 56,4 \sin(\omega t + 70^\circ)$ В. **Визначити рівняння перехідного струму.**

Рішення

1. Визначаємо корінь характеристичного рівняння електричного кола

$$p = -\frac{1}{\tau}; \quad \tau = \frac{L}{r} = \frac{0,02758}{5} = 0,0055 \text{ с};$$

$$p = -\frac{5}{0,02758} = -181,3 \text{ 1/с.}$$

2. Визначаємо примусову складову струму

$$i_{np} = I_m \cdot \sin(\omega t + \Psi_i);$$

$$x_L = 2\pi \cdot f \cdot L = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 0,02758 = 8,66 \text{ Ом}$$

$$z = \sqrt{r^2 + x_L^2} = \sqrt{5^2 + 8,66^2} = 10 \text{ Ом.};$$

$$I_m = \frac{E}{z} = I = \frac{56,4}{10} = 5,64 \text{ А.}$$

$$\varphi = \arctg \frac{x_L}{r} = \arctg \frac{8,66}{5} = 60^\circ;$$

$$\psi_i = \psi_e - \varphi = 70^\circ - 60^\circ = 10^\circ;$$

$$i_{np} = 5,64 \cdot \sin(\omega t + 10^\circ) \text{ А.}$$

3. Визначаємо постійну інтегрування перехідного струму в колі за

$$A = -\frac{E}{r} \sin \psi_i = -\frac{56,4}{10} \sin 10^\circ = -0,98 \text{ А.}$$

4. Запишемо рівняння вільної складової перехідного струму в колі за

$$i_{ce} = Ae^{pt} = Ae^{-\frac{t}{\tau}} = -0,98 \cdot e^{-181,3t} = -0,98 \cdot e^{-\frac{t}{0,0055}} \text{ А.}$$

5. Визначаємо рівняння перехідного струму в колі за формулами

$$\begin{aligned} i = i_{np} + i_e = i_{np} &= 5,64 \cdot \sin(\omega t + 10^\circ) - 0,98 \cdot e^{-181,3t} = \\ &= 5,64 \cdot \sin(314 \cdot t + 0,174^\circ) - 0,98 \cdot e^{-181,3t} \text{ А.} \end{aligned}$$

Включення реального конденсатора при синусоїдній напрузі

Нехай послідовно з'єднані резистор і ідеальний конденсатор підключаються до джерела синусоїдної ЕРС (рисунок 16.23).

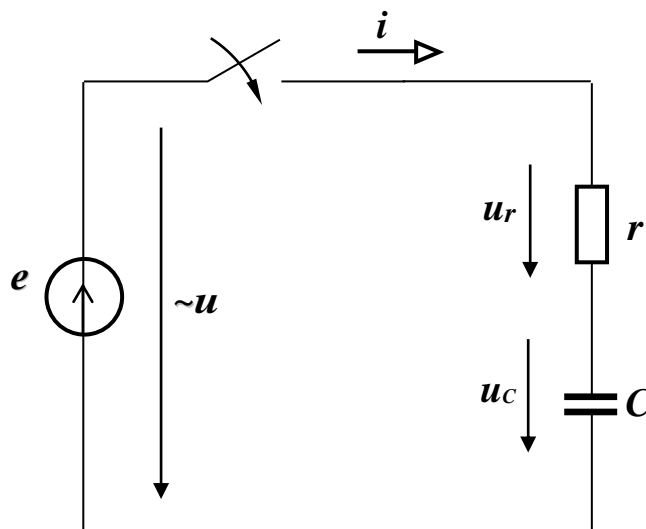


Рисунок 16.23 – Розрахункова схема послідовно з'єднаних резистора і конденсатор при підключенні до джерела синусоїдної ЕРС

Миттєве рівняння електрорушійної сили джерела синусоїдної ЕРС

$$e = E_m \cdot \sin(\omega t + \psi_e). \quad (16.109)$$

Для цього кола справедливе рівняння, складене за другим законом Кірхгофа

$$r \cdot i + \frac{1}{C} \int i \cdot dt = e. \quad (16.110)$$

Струм у колі

$$i = C \cdot \frac{du_C}{dt}, \quad (16.111)$$

тоді

$$r \cdot C \cdot \frac{du_C}{dt} + u_C = e \quad (16.112)$$

або

$$\tau \cdot \frac{du_C}{dt} + u_C = e, \quad (16.113)$$

де $\tau = r \cdot C$ – постійна часу кола, с.

Рівняння перехідної напруги на ємності

$$u_C = u_{Cnp} + u_{Ccc} \quad (16.114)$$

Примусова (усталена) напруга на ємності

$$u_C = U_{Cm} \cdot \sin(\omega t + \psi_e + \varphi - 90^\circ), \quad (16.115)$$

оскільки рівняння примусового струму

$$i_{np} = I_m \cdot \sin(\omega t + \psi + \varphi), \quad (16.116)$$

де амплітуда струму в колі

$$I_m = \frac{E_m}{z}. \quad (16.117)$$

Повний опір кола

$$z = \sqrt{r^2 + \left(\frac{1}{\omega \cdot C}\right)^2}. \quad (16.118)$$

Рівняння вільної складової напруги на ємності у загальному вигляді

$$u_{Ccc} = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (16.119)$$

Рівняння для напруги на ємності рівняння з урахуванням примусової і вільної складових

$$u_C = U_{Cm} \cdot \sin(\omega t + \psi_e + \varphi - 90^\circ) + A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (16.120)$$

Знаходимо постійну інтегрування напруги на ємності з початкових умов: $t = 0$ $u_C(0) = 0$

$$A = -U_{Cm} \cdot \sin(\psi + \varphi - 90^\circ). \quad (16.121)$$

Остаточно одержимо рівняння перехідної напруги на ємності

$$u_C = U_{Cm} \cdot \sin(\omega t + \psi + \varphi - 90^\circ) - U_{Cm} \cdot \sin(\psi + \varphi - 90^\circ) \quad (16.122)$$

Максимально можливого значення напруга на ємності досягає, якщо в момент включення кола примусова складова напруги буде мати амплітудне значення. Це буде мати місце за умови, якщо початкова фаза напруги на ємності $\psi_{uc} = \psi_e + \varphi = \pi$. Крім того, будемо вважати, що постійна часу кола має дуже мале значення, оскільки активний опір конденсатора $r \rightarrow 0$ (рисунок 16.24).

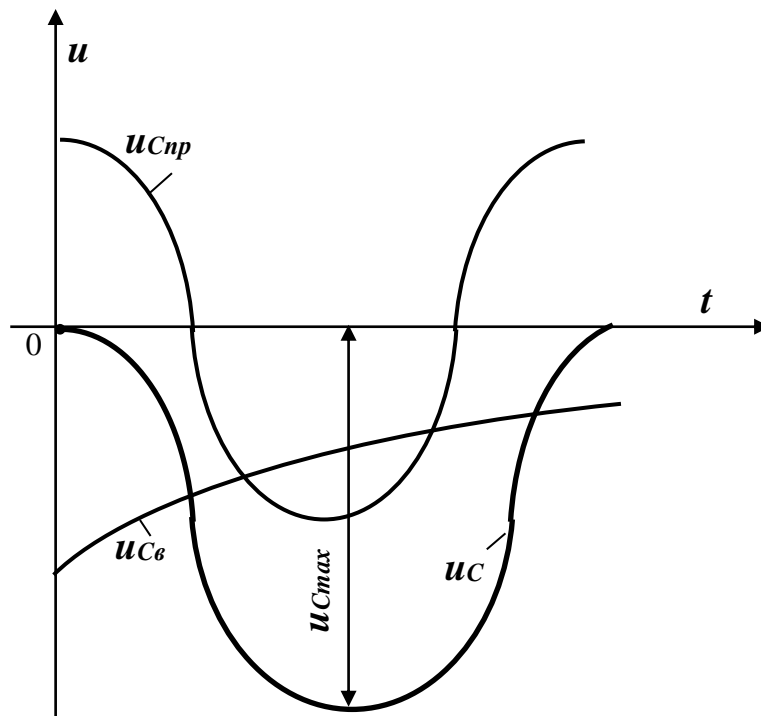


Рисунок 16.24 – Графік перехідної напруги на ємності при початковій фазі напруги на ємності $\psi_{uc} = \psi_e + \varphi = \pi$

У цьому випадку максимальне значення перехідної напруги на ємності може досягати майже подвоєного значення амплітуди примусової складової перехідної напруги на ємності.

Приклад 16.5

Перехідний процес підключення конденсатора через резистор до джерела синусоїдної ЕРС з частотою 50 Гц (рисунок 16.23) за умов, що конденсатор має ємність 0,0000796 Ф, активний опір резистора дорівнює 30 Ом. Електрорушійна сила постійного джерела $e = 282\sin(\omega t + 10^\circ)$ В. **Визначити рівняння перехідної напруги на ємності.**

Рішення

1. Визначаємо корінь характеристичного рівняння перехідного кола за

$$p = -\frac{1}{\tau}; \tau = r \cdot C = 30 \cdot 0,0000796 = 0,00239 \text{ с};$$

$$p = -\frac{1}{0,00239} = -418,76 \text{ 1/с.}$$

2. Визначаємо примусову складову напруги на ємності

$$u_{Cnp} = U_{Cm} \cdot \sin(\omega t + \Psi_{u_C});$$

$$x_C = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 0,0000796} = 40 \text{ Ом}$$

$$z = \sqrt{r^2 + x_C^2} = \sqrt{30^2 + 40^2} = 50 \text{ Ом.};$$

$$I_m = \frac{E}{z} = \frac{282}{50} = 5,64 \text{ А};$$

$$U_{Cm} = x_C \cdot I_m = 40 \cdot 5,64 = 225,6 \text{ В};$$

$$\varphi = \arctg \frac{x_C}{r} = \arctg \frac{40}{30} = 53^\circ;$$

$$\Psi_{u_C} = \Psi_e + \varphi - 90^\circ = 10^\circ + 53^\circ - 90^\circ = -27^\circ;$$

$$u_{Cnp} = 225,6 \cdot \sin(\omega t - 27^\circ) \text{ А.}$$

3. Визначаємо постійну інтегрування перехідного струму

$$A = -225,6 \sin \Psi_{u_C} = -225,6 \sin(-27^\circ) = -102,73 \text{ В.}$$

4. Запишемо рівняння вільної складової перехідного струму за

$$u_{Ccb} = Ae^{pt} = Ae^{-\frac{t}{\tau}} = -102,73 \cdot e^{-418,76t} = -102,73 \cdot e^{-\frac{t}{0,00239}} \text{ В.}$$

5. Визначаємо рівняння перехідної напруги на ємності за (16.114), (16.120) і (16.122)

$$\begin{aligned}
 u_C &= u_{C_{np}} + u_{C_e} = 225,6 \cdot \sin(\omega t - 27^\circ) - 102,73 \cdot e^{-418,76t} = \\
 &= 225,6 \cdot \sin(314 \cdot t - 0,471) - 102,37 \cdot e^{-418,76t} \text{ В.}
 \end{aligned}$$

Перехідний процес в колі з взаємною індуктивністю

В якості прикладу розглянемо включення трансформатора без осердя на постійну напругу U_0 . (рисунок 16.25).

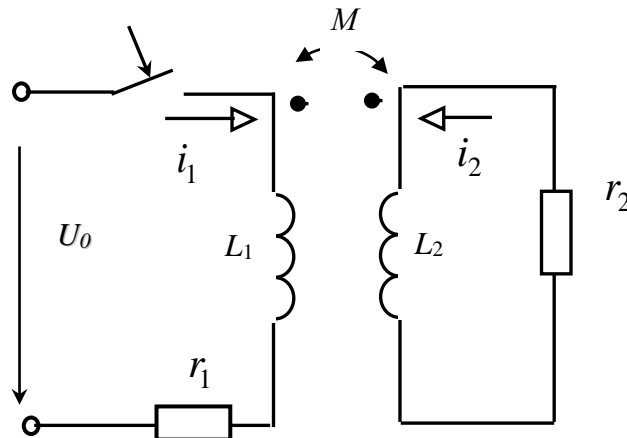


Рисунок 16.25 – Розрахункова схема перехідного процесу кола з взаємною індуктивністю

Складемо диференціальні рівняння для первинного і вторинного контурів трансформатора [3]

$$r_1 \cdot i_1 + L_1 \cdot \frac{di_1}{dt} + M \cdot \frac{di_2}{dt} = U_0; \quad (16.123)$$

$$r_2 \cdot i_2 + L_2 \cdot \frac{di_2}{dt} + M \cdot \frac{di_1}{dt} = 0. \quad (16.124)$$

Продиференціюємо обидва рівняння за часом

$$r_1 \cdot \frac{di_1}{dt} + L_1 \cdot \frac{d^2i_1}{dt^2} + M \cdot \frac{d^2i_2}{dt^2} = 0; \quad (16.125)$$

$$r_2 \cdot \frac{di_2}{dt} + L_2 \cdot \frac{d^2i_2}{dt^2} + M \cdot \frac{d^2i_1}{dt^2} = 0. \quad (16.126)$$

Помножимо рівняння для першого контуру (16.125) на L_2 , а рівняння для другого контуру (16.126) на M

$$r_1 \cdot L_2 \cdot \frac{di_1}{dt} + L_1 \cdot L_2 \cdot \frac{d^2i_1}{dt^2} + M \cdot L_2 \cdot \frac{d^2i_2}{dt^2} = 0; \quad (16.127)$$

$$r_2 \cdot M \cdot \frac{di_2}{dt} + L_2 \cdot M \cdot \frac{d^2 i_2}{dt^2} + M^2 \cdot \frac{d^2 i_1}{dt^2} = 0. \quad (16.128)$$

Віднімемо рівняння (16.128) від рівняння (16.127)

$$(L_1 \cdot L_2 - M^2) \cdot \frac{d^2 i_1}{dt^2} + r_1 \cdot L_2 \cdot \frac{di_1}{dt} - r_2 \cdot M \cdot \frac{di_2}{dt} = 0. \quad (16.129)$$

З рівняння (16.121) знаходимо взаємну індуктивність M

$$M \cdot \frac{di_2}{dt} = U_0 - r_1 \cdot i_1 - L_1 \cdot \frac{di_1}{dt}. \quad (16.130)$$

Підставимо рівняння (16.128) у рівняння (16.127) і остаточно отримаємо

$$(L_1 \cdot L_2 - M^2) \cdot \frac{d^2 i_1}{dt^2} + (r_1 \cdot L_2 + r_2 \cdot L_1) \cdot \frac{di_1}{dt} + r_1 \cdot r_2 \cdot i_1 = r_2 \cdot U_0. \quad (16.131)$$

Таким чином, маємо диференціальне рівняння другого порядку. Хід розв'язання якого звичайний. Аналогічно можна отримати рівняння струму другого контуру i_2 .

Початкові умови для струмів через індуктивний характер кола будуть: $i_1(0) = 0$; $i_2(0) = 0$. Примушені струми в контурах трансформатора

$$i_{1np} = \frac{U_0}{r_1}; \quad i_{2np} = 0. \quad (16.132)$$

Розрахунок перехідного процесу в розгалуженому колі

Перехідний процес в розгалуженому лінійному колі описується системою лінійних диференціальних рівнянь з постійними коефіцієнтами, загальне рішення яких знаходиться як сума примусової і вільної складових.

Нехай задана розрахункова схема (рисунок 16.26) та відомі всі параметри і ЕРС.

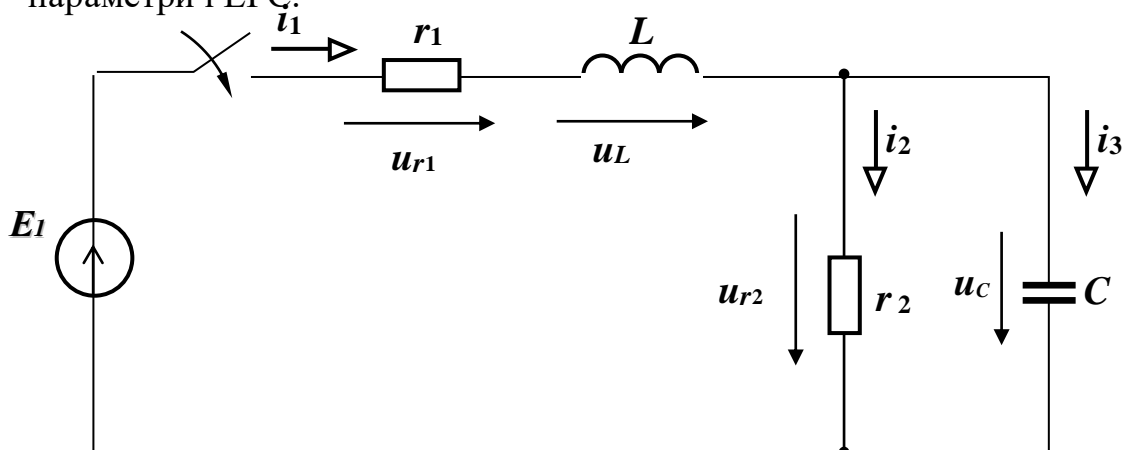


Рисунок 16.26 Розрахункова схема розгалуженого кола

Необхідно знайти струми в розгалуженнях і напруги на всіх елементах під час перехідного процесу [1, 3, 5].

Кожна електрична величина в перехідному процесі буде мати примушену і вільну складову, через що розрахунок перехідного процесу в розгалуженому колі зводиться до визначення примушених і вільних складових струмів і напруг, а також постійних інтегрування.

а) Визначення вільних складових струмів і напруг.

Для післякомутаційної схеми складаємо рівняння за законами Кірхгофа

$$\begin{cases} i_1 - i_2 - i_3 = 0 \\ L \cdot \frac{di_1}{dt} + r_1 \cdot i_1 + r_2 \cdot i_2 = E_1 \\ r_2 \cdot i_2 - \frac{1}{C} \int i_3 \cdot dt = 0. \end{cases} \quad (16.133)$$

У цих рівняннях i_1 , i_2 і i_3 – повні струми.

Перепишемо систему рівнянь для вільних складових струмів

$$\begin{cases} i_{1e} - i_{2e} - i_{3e} = 0 \\ L \cdot \frac{di_{1e}}{dt} + r_1 \cdot i_{1e} + r_2 \cdot i_{2e} = 0 \\ r_2 \cdot i_{2e} - \frac{1}{C} \cdot \int i_{3e} \cdot dt = 0. \end{cases} \quad (16.134)$$

Вільний струм можна визначити шляхом рішення однорідного диференціального рівняння, яке записується у вигляді показової функції $A \cdot e^{pt}$. Таким чином, кожний вільний струм може бути представлений у вигляді

$$i_e = A \cdot e^{pt}. \quad (16.135)$$

Постійна інтегрування A для кожного вільного струму різна, а показники затухання p однакові для всіх вільних струмів, тому що все коло охоплене єдиним перехідним процесом.

Візьмемо похідну від вільного струму

$$\frac{di_{\epsilon}}{dt} = \frac{d}{dt}(A \cdot e^{pt}) = p \cdot A \cdot e^{pt} = p \cdot i_{\epsilon}. \quad (16.136)$$

Знайдемо інтеграл від вільного струму

$$\int i_{\epsilon} \cdot dt = \int A \cdot e^{p \cdot t} = \frac{A \cdot e^{p \cdot t}}{p} = \frac{i_{\epsilon}}{p}. \quad (16.137)$$

Перепишемо систему рівнянь (16.134) з урахуванням (16.136) і (16.137)

$$\begin{cases} i_{1\epsilon} - i_{2\epsilon} - i_{3\epsilon} = 0 \\ (p \cdot L + r_1) \cdot i_{1\epsilon} + r_2 \cdot i_{2\epsilon} = 0 \\ r_2 \cdot i_{2\epsilon} - \frac{i_{3\epsilon}}{p \cdot C} = 0. \end{cases} \quad (16.138)$$

Отримана система рівнянь являє собою систему алгебраїчних рівнянь відносно $i_{1\epsilon}$, $i_{2\epsilon}$, $i_{3\epsilon}$ та не містить похідних і інтегралів.

Вирішимо систему рівнянь (16.138) методом визначників

$$i_{1\epsilon} = \frac{\Delta_1}{\Delta}; \quad i_{2\epsilon} = \frac{\Delta_2}{\Delta}; \quad i_{3\epsilon} = \frac{\Delta_3}{\Delta}; \quad (16.139)$$

Знаходимо визначник системи

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ (p \cdot L + r_1) & r_2 & 0 \\ 0 & r_2 & -\frac{1}{p \cdot C} \end{vmatrix}. \quad (16.140)$$

Знаходимо доповнення визначника

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 0 & r_2 & 0 \\ 0 & r_2 & -\frac{1}{p \cdot C} \end{vmatrix}; \quad (16.141)$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ (p \cdot L + r_1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{p \cdot C} \end{vmatrix}; \quad (16.142)$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ (p \cdot L + r_1) & r_2 & 0 \\ 0 & r_2 & 0 \end{vmatrix}. \quad (16.143)$$

Таким чином, $\Delta_1 = 0$, $\Delta_2 = 0$, $\Delta_3 = 0$, тому що

$$i_{1e} = \frac{0}{\Delta}; \quad i_{2e} = \frac{0}{\Delta}; \quad i_{3e} = \frac{0}{\Delta}. \quad (16.144)$$

Кожний з вільних струмів не може дорівнювати нулю, оскільки в цьому випадку не будуть виконуватися закони комутації. А це може бути тільки тоді, коли визначник системи Δ дорівнює нулю, тобто $\Delta = 0$.

Рівняння $\Delta = 0$ називають характеристичним. Єдиним невідомим у ньому є корінь p . У даному прикладі одержимо

$$\frac{r_2}{p \cdot C} + r_2 \cdot (p \cdot L + r_1) + \frac{p \cdot L + r_1}{p \cdot C} = 0 \quad (16.145)$$

або

$$r_2 \cdot L \cdot C \cdot p^2 + (r_1 \cdot r_2 \cdot C + L) \cdot p + (r_1 + r_2) = 0. \quad (16.146)$$

Корені характеристичного рівняння

$$p_{1,2} = \frac{-(r_1 \cdot r_2 \cdot C + L) \pm \sqrt{(r_1 \cdot r_2 \cdot C + L)^2 - 4 \cdot r_2 \cdot L \cdot C(r_1 + r_2)}}{2 \cdot r_2 \cdot L \cdot C} \quad (16.147)$$

Знайшовши корені характеристичного рівняння системи, можна записати загальні вирази для кожного з вільних струмів. Можливі декілька випадків:

1) рівняння має один корінь, тоді вільна складова струму

$$i_e = A \cdot e^{p \cdot t}; \quad (16.148)$$

2) рівняння має два дійсних нерівних корені, тоді

$$i_e = A_1 \cdot e^{p_1 \cdot t} + A_2 \cdot e^{p_2 \cdot t}; \quad (16.149)$$

3) рівняння має два дійсних рівних корені, тоді

$$i_s = (A_1 + A_2 \cdot t)e^{p \cdot t}; \quad (16.150)$$

4) рівняння має два комплексно-спряжених корені, тоді

$$i_s = (A_1 \cdot \cos \omega t + A_2 \cdot \sin \omega t)e^{p \cdot t}. \quad (16.151)$$

б) Знаходження примушених складових струмів і напруг виконується відомими методами.

в) Знаходження загального рішення для струмів і напруг як суми примушених і вільних складових.

г) Знаходження постійних інтегрування виконується з урахуванням початкових умов, які поділяються на незалежні і залежні початкові умови.

Приклад 16.6

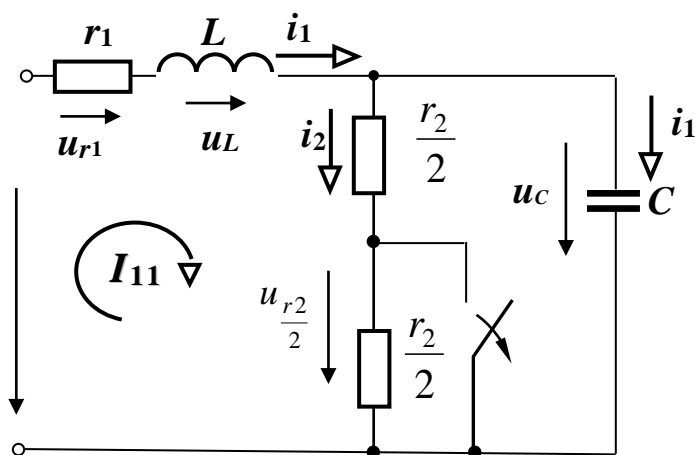


Рисунок 16.27 – Розрахункова схема електричного кола

В електричному колі, що підключено до синусоїдної напруги

$$u = 180 \sin(300 \cdot t + 45^\circ) \text{ В}$$

(рисунок 16.27), розмикається рубильник.

Параметри кола наступні:

активний опір $r_1 = 30 \text{ Ом}$, $r_2 = 10 \text{ Ом}$, індуктивність $9 \cdot 10^{-2} \text{ Гн}$, ємність $9 \cdot 10^{-4} \text{ Ф}$.

Знайти закони зміни перехідних струмів на ділянках кола і рівняння напруги на індуктивності.

Рішення

1. Визначимо рівняння миттєвого примусового струму в нерозгалуженій частині кола до комутації.

$$I_{np}(0-) = \frac{\dot{U}}{Z + \frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_1 + Z_2}};$$

де $Z = r_1 + j x_L = 30 + j 300 \cdot 9 \cdot 10^{-2} \text{ Ом}$;

$$Z_1 = 1/j x_C = 1/j 300 \cdot 9 \cdot 10^{-4} \text{ Ом}; Z_2 = \frac{r_2}{2} = 5 \text{ Ом}$$

$$I_{np}(0-) = \frac{\frac{180}{\sqrt{2}} \cdot e^{j45^\circ}}{30 + j300 + \frac{1}{j300 \cdot 9 \cdot 10^{-4}} \cdot 5} = 3,14 + j0,4 \text{ A};$$

$$\frac{1}{j300 + 9 \cdot 10^{-4}} \cdot 5$$

$$i_{np}(0-) = 4,48 \sin(300 \cdot t + 45^\circ) \text{ A}; \quad i_{np}(0) = 4,48 \sin(300 \cdot 0 + 45^\circ) = 0,574 \text{ A}$$

2. Визначимо примусові напруги на ємності і індуктивності до комутації.

$$\dot{U}_{Cnp}(0-) = I_{np}(0-) \cdot \frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_1 + Z_2} \quad \dot{U}_{Cnp}(0-) = 6,5 - j6,8 \text{ В};$$

$$I_{2np} = \frac{\dot{U}_{Cnp}(0-)}{Z_2} = 1,3 - j1,36 \text{ Ом.}$$

$$\dot{U}_{Lnp}(0-) = \dot{I}_{np}(0-) \cdot j\omega \cdot L; \quad \dot{U}_{Lnp}(0-) = -10 + j85 \text{ В.}$$

$$u_{Lnp}(0-) = 121,3 \sin(300 \cdot t + 97,3^\circ) \text{ В}; \quad u_{Lnp}(0) = 120,3 \text{ В.}$$

3. Знайдемо примусові струми на всіх ділянках кола після комутації.

$$\dot{I}_{np} = \frac{\dot{U}}{Z + \frac{Z_1 \cdot r_2}{Z_1 + r_2}}; \quad I_{np} = 3,21 + j0,44 \text{ A};$$

$$\dot{I}_{np1} = \dot{I}_{np} \cdot \frac{r_2}{r_2 - j\omega C}; \quad \dot{I}_{np1} = 3,04 \cdot e^{j29^\circ} \text{ A};$$

$$\dot{I}_{np2} = \dot{I}_{np} \cdot \frac{1}{r_1 - j\omega C}; \quad \dot{I}_{np2} = 1,65 \cdot e^{-j63^\circ} \text{ A.}$$

$$i_{np} = 4,58 \sin(300 \cdot t + 7,7^\circ) \text{ A}; \quad i_{np}(0) = 4,58 \sin 7,7^\circ = 0,618 \text{ A};$$

4. Розрахуємо перехідні струми.

Складемо систему рівнянь для вільних складових контурних струмів

$$\begin{cases} (r_1 + r_2) \cdot i_{11} + L \cdot \frac{di_{11}}{dt} + r_2 \cdot i_{22} = 0; \\ r_2 \cdot i_{11} + r_2 \cdot i_{22} + \frac{1}{C} \int i_{22} \cdot dt = 0. \end{cases}$$

Алгебраїзуємо систему рівнянь, підставимо параметри

$$\begin{cases} (40 + j9 \cdot 10^{-2} \cdot p) \cdot i_{11} + 10 \cdot i_{22} = 0; \\ 10 \cdot i_{11} + \left(10 + \frac{1}{p \cdot 9 \cdot 10^{-4}}\right) \cdot i_{22} = 0. \end{cases}$$

Характеристичне рівняння складемо, прирівняв до нуля визначник цієї системи однорідних алгебраїчних рівнянь

$$\Delta = \begin{vmatrix} 40 + 9 \cdot 10^{-2} \cdot p & 10 \\ 10 & 10 + \frac{1}{p \cdot 9 \cdot 10^{-4}} \end{vmatrix} = 0$$

$$\text{або } 81 \cdot 10^{-6} \cdot p^2 + 36 \cdot 10^{-3} \cdot p + 4 = 0.$$

$$\text{Корні однорідного рівняння } p = p_1 = p_2 = -222 \frac{\text{рад}}{\text{с}}.$$

Напишемо спочатку рівняння для струму i

$$i = i_{np} + i_{\epsilon} = 4,58 \sin(300 \cdot t + 7,7^\circ) + (A_1 + A_2 \cdot t) \cdot e^{-j222 \cdot t}.$$

В момент комутації ($t = 0$) струм в індуктивності, згідно першого закону комутації, не змінюється стрибком, тому

$$i(0) = i_{np}(0-) = 0,574 = 0,618 + A_1, \text{ звідкіля } A_1 = -0,044 \text{ А/с.}$$

Оскільки при $t = 0$ не змінюється стрибком напруга на конденсаторі u_c , то, як видно зі схеми (рисунок), не зміниться стрибком і напруга на

індуктивності u_L , що дозволить одразу знайти $(L \cdot \frac{di}{dt} \Big|_{t=0}) u_L(0) = u_{Lnp}(0-) =$

120,3 В;

$$u_L(0) = L \cdot \frac{di}{dt} \Big|_{t=0} = 9 \cdot 10^{-2} \cdot (4,58 \cdot 300 \cdot \cos 7,7^\circ) + 0,044 \cdot 222 + A_2,$$

звідкіля $A_2 = -35,76 \text{ А/с.}$

Рівняння перехідного струму в нерозгалуженій частині кола

$$\underline{i_{np} = 4,58 \sin(300 \cdot t + 7,7^\circ) - (0,044 + 35,76 \cdot t) \cdot e^{-j222 \cdot t} \text{ А.}}$$

Склавши для першого контуру рівняння за другим законом Кірхгофа для вільних струмів

$$0 = r_1 \cdot i_{\epsilon} + L \frac{di_{\epsilon}}{dt} + r_2 \cdot i_{2\epsilon},$$

знайдемо, вільну складову струму $i_{\epsilon 2}$

$$i_{\epsilon 2} = -0,1 \cdot (30 \cdot i_{\epsilon} + 9 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{di_{\epsilon}}{dt}) = (0,366 + 35,76 \cdot t) \cdot e^{-j222 \cdot t} \text{ А,}$$

тоді $i_{\epsilon 1} = i_{\epsilon} - i_{\epsilon 2} = - (0,41 + 35,76 \cdot t) \cdot e^{-j222 \cdot t} \text{ А.}$

Рівняння перехідних струмів

$$\underline{i_2 = i_{np2} + i_{\epsilon 2} = 1,65 \sin(300 \cdot t - 63^\circ) + (0,366 + 35,76 \cdot t) \cdot e^{-j222 \cdot t} \text{ А,}}$$

$$\underline{i_1 = i_{np1} + i_{\epsilon 1} = 4,325 \sin(300 \cdot t + 28,7^\circ) - (0,41 + 71,52 \cdot t) \cdot e^{-j222 \cdot t} \text{ А.}}$$

ТЕМАТИЧНЕ КОМПЛЕКСНЕ КВАЛІФІКАЦІЙНЕ ЗАВДАННЯ

Умова першого завдання

Реальну котушку індуктивності підключили до джерела постійної електрорушійної сили. Електрорушійна сила джерела E .

Параметри котушки: індуктивність L , активний опір r .

Перше завдання

1. Складіть розрахункову схему для дослідження перехідного процесу при підключенні котушки до джерела постійної електрорушійної сили.
2. Складіть диференціальне рівняння кола в післякомутаційний період.
3. Складіть характеристичне рівняння отриманого диференціального рівняння.
4. Розрахуйте постійну часу зазначеного перехідного процесу.
5. Розрахуйте корінь характеристичного рівняння.
6. Розрахуйте примушену складову струму.
7. Запишіть вільну складову струму.
8. Запишіть загальне рішення рівняння перехідного струму при підключенні котушку індуктивності підключили до джерела постійної електрорушійної сили.
9. Розрахуйте постійну інтегрування, записавши початкові умови по першому закону комутації.
10. Запишіть рівняння перехідного струму.
11. Побудуйте в масштабі перехідний струм у котушці.
12. Складіть розрахункову схему для дослідження перехідного процесу короткого замикання котушки, підключеної до джерела постійної електрорушійної сили.
13. Складіть диференціальне рівняння кола в післякомутаційний період.
14. Складіть характеристичне рівняння отриманого диференціального рівняння.
15. Розрахуйте постійну часу зазначеного перехідного процесу.
16. Розрахуйте корінь характеристичного рівняння.
17. Запишіть примушену складову струму.
18. Запишіть вільну складову струму.
19. Запишіть загальне рішення диференціального рівняння.

20. Розрахуйте постійну інтегрування, записавши початкові умови по першому закону комутації.
21. Запишіть рівняння перехідного струму.
22. Побудуйте в масштабі перехідний струм у котушці.

Умова другого завдання

Конденсатор підключили послідовно з резистором до джерела постійної електрорушійної сили. Електрорушійна сила джерела E . Конденсатор має ємність C , активний опір резистора r .

Друге завдання

1. Складіть розрахункову схему для дослідження перехідного процесу зарядки конденсатора через резистор від джерела постійної електрорушійної сили.
2. Складіть диференціальне рівняння кола в післякомутаційний період.
3. Складіть характеристичне рівняння отриманого диференціального рівняння.
4. Розрахуйте постійну часу зазначеного перехідного процесу.
5. Розрахуйте корінь характеристичного рівняння.
6. Розрахуйте примушену складову напруги на ємності.
7. Запишіть вільну складову напруги на ємності.
8. Запишіть загальне рішення диференціального рівняння.
9. Розрахуйте постійну інтегрування, записавши початкові умови по другому закону комутації.
10. Запишіть рівняння перехідної напруги на ємності.
11. Запишіть рівняння перехідного струму в колі.
12. Зобразите в масштабі перехідна напруга на ємності.
13. Складіть розрахункову схему для дослідження перехідного процесу розрядки конденсатора через резистор, підключених до джерела постійної електрорушійної сили.
14. Складіть диференціальне рівняння кола в післякомутаційний період.
15. Складіть характеристичне рівняння отриманого диференціального рівняння.
16. Розрахуйте постійну часу зазначеного перехідного процесу.
17. Розрахуйте корінь характеристичного рівняння.
18. Розрахуйте примушену складову напруги на ємності.
19. Запишіть вільну складову напруги на ємності.
20. Запишіть загальне рішення диференціального рівняння.
21. Розрахуйте постійну інтегрування, записавши початкові умови по другому закону комутації.

22. Запишіть рівняння перехідної напруги на ємності.
23. Запишіть рівняння перехідного струму в колі.
24. Зобразите в масштабі перехідну напругу на ємності.

Умова третього завдання

Реальну котушку і конденсатор включили послідовно до ідеального джерела постійної електрорушійної сили. Електрорушійна сила джерела E .

Параметри котушки: індуктивність L , активний опір r .
Конденсатор має ємність C .

Третє завдання

1. Складіть розрахункову схему для дослідження перехідного процесу при підключенні послідовно з'єднаних реальної котушки і конденсатора до джерела постійної електрорушійної сили.
2. Складіть диференціальне рівняння кола в післякомутаційний період.
3. Перетворіть диференціальне рівняння, увівши позначення $2\alpha = \frac{r}{L}$;

$$\omega_0^2 = \frac{1}{L \cdot C}.$$

4. Розрахуйте значення α .
5. Розрахуйте значення ω .
6. Який характер носить перехідний процес за даних умов.
7. Складіть характеристичне рівняння отриманого диференціального рівняння.
8. Розрахуйте корінь диференціального рівняння.
9. Розрахуйте примушену складову струму.
10. Запишіть вільну складову струму, використовуючи значення корнів.
11. Запишіть загальне рішення диференціального рівняння.
12. Розрахуйте постійну інтегрування, записавши початкові умови по першому і другому законах комутації.
13. Запишіть вираження перехідного струму для зазначеного випадку.
14. Зобразите в масштабі перехідний струм для зазначеного випадку.
15. Складіть розрахункову схему для дослідження перехідного процесу розрядки конденсатора, підключеного до джерела постійної ЕРС на котушку.
16. Запишіть вираження періоду власних коливань при розрядці конденсатора на котушку і розрахуйте період.

Умова четвертого завдання

Реальну котушку індуктивності підключили до джерела змінної електрорушійної сили.

Миттєве значення електрорушійної сили джерела e .
Частота струму $f = 50$ Гц.

Параметри котушки: індуктивність L , активний опір r .

Четверте завдання

1. Складіть розрахункову схему для дослідження перехідного процесу при підключенні котушки до джерела змінної електрорушійної сили.
2. Складіть диференціальне рівняння кола в післякомутаційний період.
3. Складіть характеристичне рівняння отриманого диференціального рівняння.
4. Розрахуйте постійну часу зазначеного перехідного процесу.
5. Розрахуйте корінь характеристичного рівняння.
6. Розрахуйте примушену складову струму.
7. Запишіть вільну складову струму.
8. Запишіть загальне рішення диференціального рівняння.
9. Визначите постійну інтегрування, записавши початкові умови по першому закону комутації.
10. Запишіть рівняння перехідного струму.
11. Побудуйте в масштабі перехідний струм у котушці.
12. Складіть розрахункову схему для дослідження перехідного процесу короткого замикання котушки, підключеної до джерела постійної електрорушійної сили.
13. Складіть диференціальне рівняння кола в післякомутаційний період.
14. Складіть характеристичне рівняння отриманого диференціального рівняння.
15. Розрахуйте постійну часу зазначеного перехідного процесу.
16. Розрахуйте корінь характеристичного рівняння.
17. Запишіть примушену складову струму.
18. Запишіть вільну складову струму.
19. Запишіть загальне рішення диференціального рівняння.
20. Визначите постійну інтегрування, записавши початкові умови по першому закону комутації.
21. Запишіть рівняння перехідного струму.
22. Побудуйте в масштабі перехідний струм у котушці.

Умова п'ятого завдання

Конденсатор підключили послідовно з резистором до джерела змінної електрорушійної сили.

Миттєве значення електрорушійної сили джерела e .

Частота струму $f = 50$ Гц.

Конденсатор має ємність C , активний опір резистора r .

П'яте завдання

1. Складіть розрахункову схему для дослідження перехідного процесу зарядки конденсатора через резистор від джерела постійної електрорушійної сили.
2. Складіть диференціальне рівняння кола в післякомутаційний період.
3. Складіть характеристичне рівняння отриманого диференціального рівняння.
4. Розрахуйте постійну часу зазначеного перехідного процесу.
5. Розрахуйте корінь характеристичного рівняння.
6. Розрахуйте примушену складову напруги на ємності.
7. Запишіть вільну складову напруги на ємності.
8. Запишіть загальне рішення диференціального рівняння.
9. Визначите постійну інтегрування, записавши початкові умови по 2-му закону комутації.
10. Запишіть рівняння перехідної напруги на ємності.
11. Запишіть рівняння перехідного струму в колі.
12. Побудуйте в масштабі перехідна напругу на ємності.
13. Складіть розрахункову схему для дослідження перехідного процесу розрядки конденсатора через резистор, підключених до джерела постійної електрорушійної сили.
14. Складіть диференціальне рівняння кола в післякомутаційний період.
15. Складіть характеристичне рівняння отриманого диференціального рівняння.
16. Розрахуйте постійну часу зазначеного перехідного процесу.
17. Розрахуйте корінь характеристичного рівняння.
18. Розрахуйте примушену складову напруги на ємності.
19. Запишіть вільну складову напруги на ємності.
20. Запишіть загальне рішення диференціального рівняння.
21. Розрахуйте постійну інтегрування, записавши початкові умови по 2-му закону комутації.
22. Запишіть рівняння перехідної напруги на ємності.
23. Запишіть рівняння перехідного струму в колі.
24. Побудуйте в масштабі перехідну напругу на ємності.

Варіанти початкових даних
до тематичного комплексного кваліфікаційного завдання

Таблиця 16

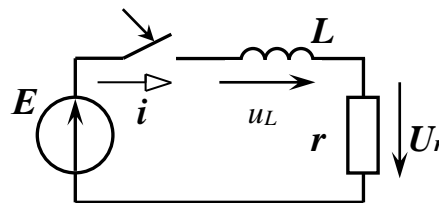
Варіанти	Початкові дані						
	$E,$ B	$r,$ $Ом$	$L,$ $Гн$	$C,$ $мкФ$	$E_m,$ B	$\Psi_e,$ $град.$	$f,$ $Гц$
1	140	10	0,02	800	197	-30	50
2	180	30	0,075	430	253,8	-30	50
3	75	25	0,375	400	105,75	0	50
4	20	5	0,01	9000	280,2	30	50
5	14	7	0,07	850	19,7	-45	50
6	25	5	0,05	950	35,25	0	50
7	18	9	0,135	750	25,38	70	50
8	88	44	0,11	250	124,1	-70	50
9	33	11	0,0275	730	46,53	60	50
10	15	5	0,075	930	21,15	-60	50
11	40	10	0,015	700	56,4	50	50
12	35	7	0,0175	800	49,4	40	50
13	49	7	0,014	750	69,0,9	-50	50
14	50	10	0,03	800	70,5	-40	50
15	150	50	0,05	300	211,5	30	50

Рішення варіанта 16

Початкові дані						
$E,$ B	$r,$ $Ом$	$L,$ $Гн$	$C,$ $мкФ$	$E_m,$ B	$\Psi_e,$ $град.$	$f,$ $Гц$
180	30	0,075	430	253,8	30	50

Перше завдання

1. Складаємо розрахункову схему для дослідження перехідного процесу при підключенні котушки до джерела постійної електричної сили:



2. Складаємо диференціальне рівняння кола в післякомутаційний період:

$$L \frac{di}{dt} + ri = E, \quad (1)$$

$$\tau \frac{di}{dt} + ri = \frac{E}{r}, \quad (2)$$

$$\tau = \frac{L}{r}. \quad (3)$$

3. Складаємо характеристичне рівняння отриманого диференціального рівняння:

$$\tau \cdot p + 1 = 0. \quad (4)$$

4. Розраховуємо постійну часу зазначеного перехідного процесу:

$$\tau = \frac{L}{r};$$

$$\tau = \frac{0,075}{30} = 0,0025 \text{ с.}$$

5. Розраховуємо корінь диференціального рівняння:

$$p = -\frac{1}{\tau}; \quad (5)$$

$$p = -\frac{1}{0,0025} = -400 \text{ 1/с.}$$

6. Розраховуємо примушену складову струму:

$$i_{np} = \frac{E}{r}; \quad (6)$$

$$i_{np} = \frac{180}{30} = 6 \text{ А.}$$

7. Записуємо вільну складову струму:

$$i_{\epsilon} = Ae^{pt} = Ae^{-400t} \text{ А.} \quad (7)$$

8. Записуємо загальне рішення диференціального рівняння:

$$i = i_{np} + i_{\epsilon} = Ae^{pt} + \frac{E}{r}. \quad (8)$$

9. Визначаємо постійну інтегрування, записавши початкові умови по першому закону комутації:

$$\text{при } t = 0, \quad i = 0; \quad (9)$$

$$0 = Ae^{p \cdot 0} + \frac{E}{r}; \quad (10)$$

$$A = -\frac{E}{r}; \quad (11)$$

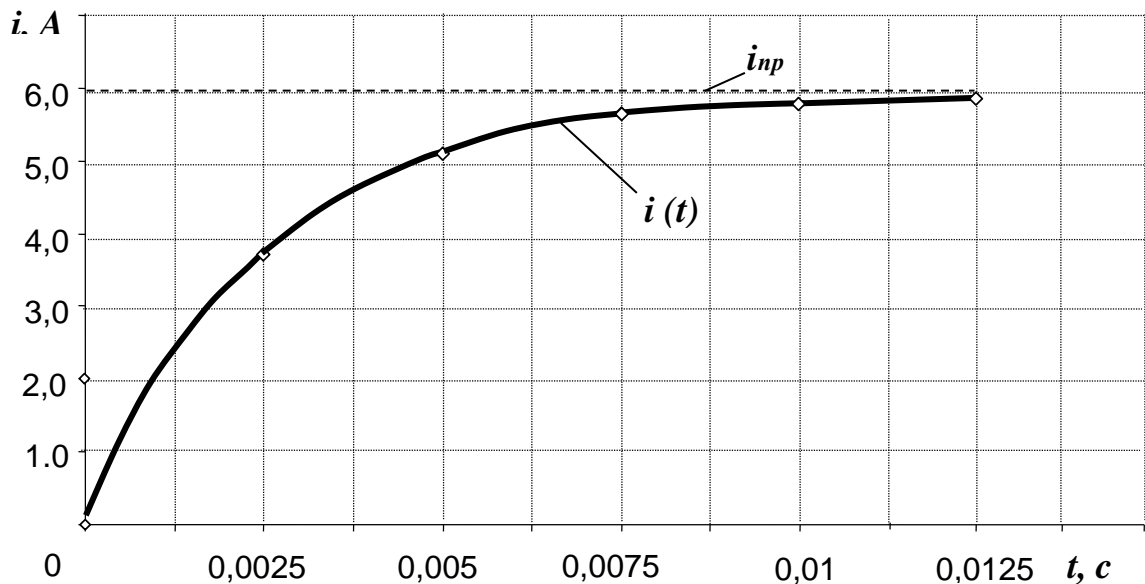
$$A = -\frac{180}{30} = -6A.$$

10. Записуємо рівняння перехідного струму:

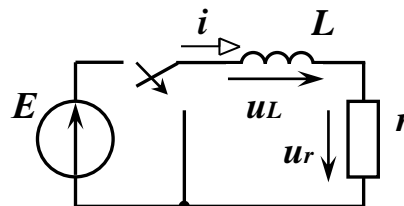
$$i = \frac{E}{r} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) = 6 \left(1 - e^{-400t} \right), A. \quad (12)$$

11. Зображуємо в масштабі графік перехідного струму:

t, c	0	0,0025	0,005	0,0075	0,01	0,0125
i, A	0	3,792	5,188	5,701	5,890	5,960



12. Складаємо розрахункову схему для дослідження перехідного процесу короткого замикання котушки, підключеної до джерела постійної ЕРС:



13. Складаємо диференціальне рівняння кола в післякомутаційний період:

$$L \frac{di}{dt} + ri = 0, \quad (13)$$

$$\frac{L}{r} \frac{di}{dt} + i = 0. \quad (14)$$

14. Складаємо характеристичне рівняння отриманого диференціального рівняння:

$$\tau p + 1 = 0. \quad (15)$$

15. Розраховуємо постійну часу зазначеного перехідного процесу:

$$\tau = \frac{L}{r}; \quad (16)$$
$$\tau = \frac{L}{r} = \frac{0,075}{30} = 0,0025 \text{ с.}$$

16. Розраховуємо корінь диференціального рівняння:

$$p = -\frac{1}{\tau}; \quad (17)$$
$$p = -\frac{1}{0,0025} = 400 \text{ с}^{-1}.$$

17. Записуємо примушену складову струму:

$$i_{np} = 0 \text{ А.} \quad (18)$$

18. Записуємо вільну складову струму:

$$i_{\text{в}} = Ae^{pt}. \quad (19)$$

19. Записуємо загальне рішення диференціального рівняння:

$$i = Ae^{pt}. \quad (20)$$

20. Визначаємо постійну інтегрування, записавши початкові умови по 1-му закону комутації:

записуємо початкові умови по першому закону комутації:

$$\text{при } t = 0, \quad i = \frac{E}{r}; \quad (21)$$

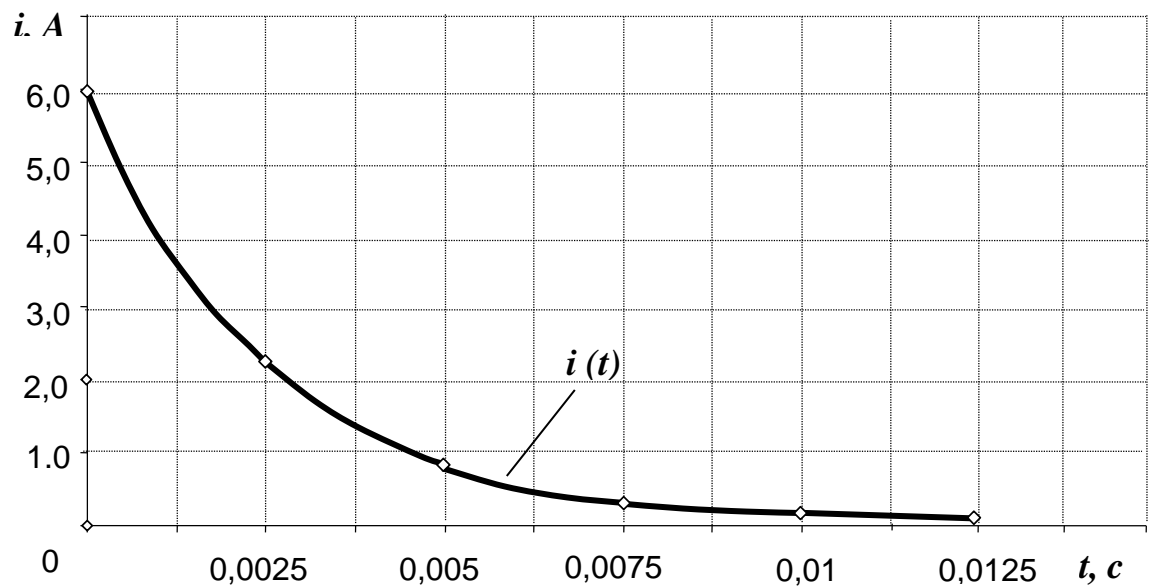
$$A = \frac{E}{r}; \quad (22)$$
$$A = \frac{180}{30} = 6 \text{ A.}$$

21. Записуємо рівняння перехідного струму:

$$i = 6e^{-400t}, \text{ A.}$$

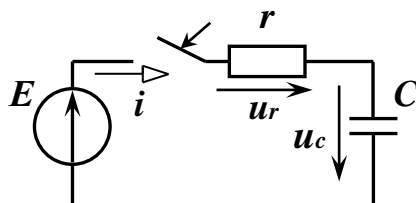
22. Зображуємо в масштабі графік перехідного струму:

$t, \text{ c}$	0	0,0025	0,005	0,0075	0,01	0,0125
$i, \text{ A}$	0	2,207	0,812	0,299	0,110	0,0404



Друге завдання

1. Складаємо розрахункову схему для дослідження перехідного процесу зарядки конденсатора через резистор від джерела постійної ЕРС:



2. Складаємо диференціальне рівняння кола в післякомутаційний період:

$$r \cdot C \cdot \frac{du_c}{dt} + u_c = E. \quad (23)$$

3. Складаємо характеристичне рівняння отриманого диференціального рівняння:

$$\tau p + 1 = 0. \quad (24)$$

4. Розраховуємо постійну часу зазначеного перехідного процесу:

$$\tau = r \cdot C; \quad (25)$$

$$\tau = 30 \cdot 0,43 \cdot 10^{-3} = 0,0129 \text{ с.}$$

5. Розраховуємо корінь диференціального рівняння:

$$p = -\frac{1}{\tau}; \quad (26)$$

$$p = -\frac{1}{0,0129} = -77,52 \text{ с}^{-1}.$$

6. Розраховуємо примушену складову напруги на ємності:

$$u_{Cnp} = E; \quad (27)$$

$$u_{Cnp} = 180 \text{ В.}$$

7. Записуємо вільну складову напруги на ємності:

$$u_{Cв} = Ae^{pt}; \quad (28)$$

$$u_{C_6} = Ae^{-77,52t}, B.$$

8. Записуємо загальне рішення диференціального рівняння:

$$u_C = E + Ae^{-pt}. \quad (29)$$

9. Визначаємо постійну інтегрування, записавши початкові умови по другому закону комутації:

$$\text{при } t = 0, u_C = 0 \text{ В}; \quad (30)$$

$$0 = E + Ae^{p \cdot 0}; \quad (31)$$

$$u_C = E + Ae^{p \cdot 0}; \quad (32)$$

$$A = -E = -180 \text{ В}.$$

10. Записуємо рівняння перехідної напруги на ємності:

$$u_C = E \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right), B. \quad (33)$$

$$u_C = 180(1 - e^{-77,52t}).$$

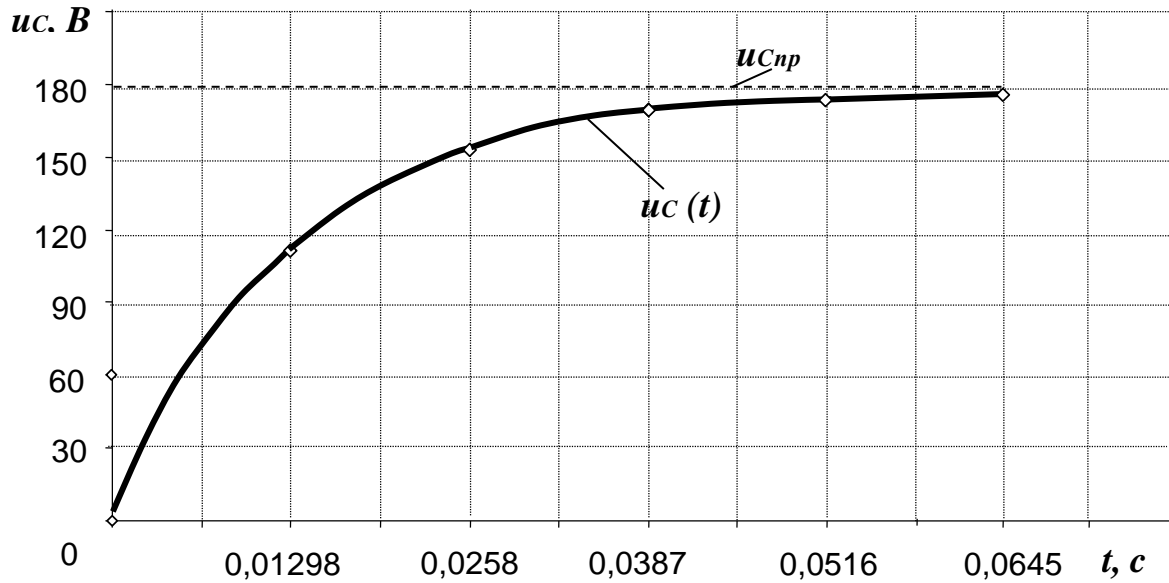
11. Записуємо рівняння перехідного струму в колі:

$$i = C \frac{du_C}{dt} = \frac{E}{r} e^{-\frac{t}{\tau}}; \quad (34)$$

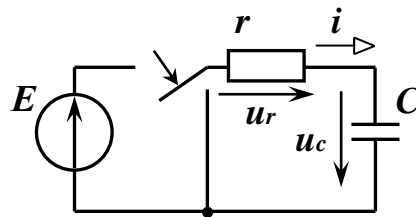
$$i = 6e^{-77,52t}, A.$$

12. Зображуємо в масштабі графік перехідної напруги на ємності:

t, c	0	0,01298	0,0258	0,0387	0,0516	0,06455
u_C, A	0	113,78	155,65	171,04	176,71	178,79



13. Складаємо розрахункову схему для дослідження перехідного процесу розрядки конденсатора через резистор, підключених до джерела постійної ЕРС:



14. Складаємо диференціальне рівняння кола в післякомутаційний період:

$$r \cdot C \cdot \frac{du_c}{dt} + u_c = 0. \quad (35)$$

15. Складаємо характеристичне рівняння отриманого диференціального рівняння:

$$\tau p + 1 = 0. \quad (36)$$

16. Розраховуємо постійну часу зазначеного перехідного процесу:

$$\tau = r \cdot C; \quad (37)$$

$$\tau = 30 \cdot 0,43 \cdot 10^{-3} = 0,0129 \text{ c.}$$

17. Розраховуємо корінь диференціального рівняння:

$$p = -\frac{1}{\tau}; \quad (38)$$

$$p = -\frac{1}{0,0129} = -77,52 \text{ c}^{-1}.$$

18. Розраховуємо примушену складову напруги на ємності:

$$u_{Cnp} = 0.$$

19. Записуємо вільну складову напруги на ємності:

$$u_{Cв} = Ae^{pt}; \quad (39)$$

$$u_{Cв} = Ae^{-77,52t} \text{ В.}$$

20. Записуємо загальне рішення диференціального рівняння:

$$u_C = Ae^{pt}. \quad (40)$$

21. Розраховуємо постійну інтегрування, записавши початкові умови по другому закону комутації:

$$\text{при } t = 0, u_C = 180 \text{ В}; \quad (41)$$

$$u_C(0) = Ae^{-77,52 \cdot 0};$$

$$A = 180 \text{ В.}$$

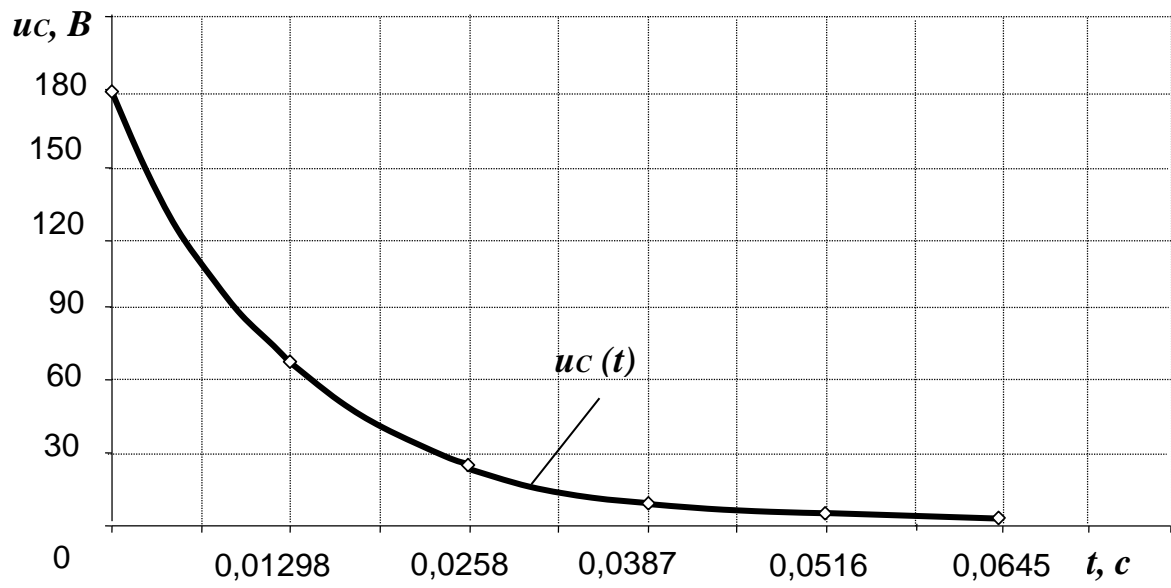
22. Записуємо рівняння перехідної напруги на ємності:

$$u_C = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}; \quad (42)$$

$$u_C = 180e^{-77,52t}, \text{ В.}$$

23. Зображуємо в масштабі графік перехідної напруги на ємності:

$t, \text{ c}$	0	0,01298	0,0258	0,0387	0,0516	0,06455
$u_C, \text{ А}$	0	66,222	24,35	8,960	3,296	1,213



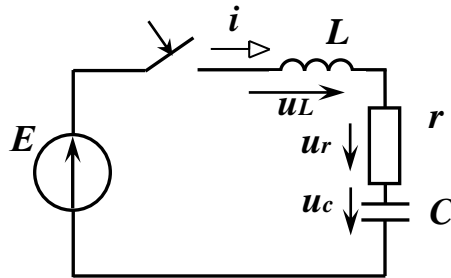
24. Запишемо рівняння перехідного струму в колі:

$$i = C \frac{du_c}{dt} = -\frac{E}{r} e^{-\frac{t}{\tau}}; \quad (43)$$

$$i = -6e^{-77,52t} \text{ A.}$$

Третє завдання

1. Складаємо розрахункову схему для дослідження перехідного процесу підключення послідовно з'єднаних реальної котушки і конденсатора до джерела постійної ЕРС:



2. Складаємо диференціальне рівняння кола в післякомутаційний період:

$$L \frac{di}{dt} + ri + \frac{1}{C} \int idt = E. \quad (44)$$

3. Перетворюємо диференціальне рівняння, увівши позначення

$$2\alpha = \frac{r}{L}; \quad \omega_0^2 = \frac{1}{L \cdot C}:$$

$$\frac{d^2i}{dt^2} + 2\alpha \frac{di}{dt} + \omega_0^2 i = 0. \quad (45)$$

4. Визначаємо значення α :

$$\alpha = \frac{1}{2} \cdot \frac{r}{L}; \quad (46)$$
$$\alpha = \frac{1}{2} \cdot \frac{30}{0,075} = 200 \text{ c}^{-1}.$$

5. Визначаємо значення ω :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{L \cdot C}}; \quad (47)$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{0,075 \cdot 0,0000430}} = 176,09 \text{ c}^{-1}.$$

6. Визначаємо, який характер носить перехідний процес за даних умов:

Оскільки $\alpha > \omega_0$, тому перехідний процес аперіодичний.

7. Складаємо характеристичне рівняння отриманого диференціального рівняння:

$$p^2 + 2\alpha p + \omega_0^2 = 0. \quad (48)$$

8. Визначаємо корінь диференціального рівняння:

$$\delta_1 = -\alpha + \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}; \quad (49)$$

$$p_1 = -200 + \sqrt{200^2 - 176,09^2} = -105,17 \text{ c}^{-1};$$

$$p_2 = -200 - \sqrt{200^2 - 176,09^2} = -294,83 \text{ c}^{-1}.$$

9. Розраховуємо примушену складову струму:

$$i_{np} = 0.$$

10. Записуємо вільну складову струму, використовуючи значення коренів:

$$i_g = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}; \quad (50)$$

$$i_g = A_1 e^{-105,17t} + A_2 e^{-294,83t}$$

11. Записуємо загальне рішення диференціального рівняння:

$$i = \frac{E}{L(p_1 - p_2)} (e^{p_1 t} - e^{p_2 t}). \quad (51)$$

12. Розраховуємо постійну інтегрування, записавши початкові умови по першому й другому законам комутації:

$$A_1 = -A_2 = \frac{E}{L(p_1 - p_2)}; \quad (52)$$

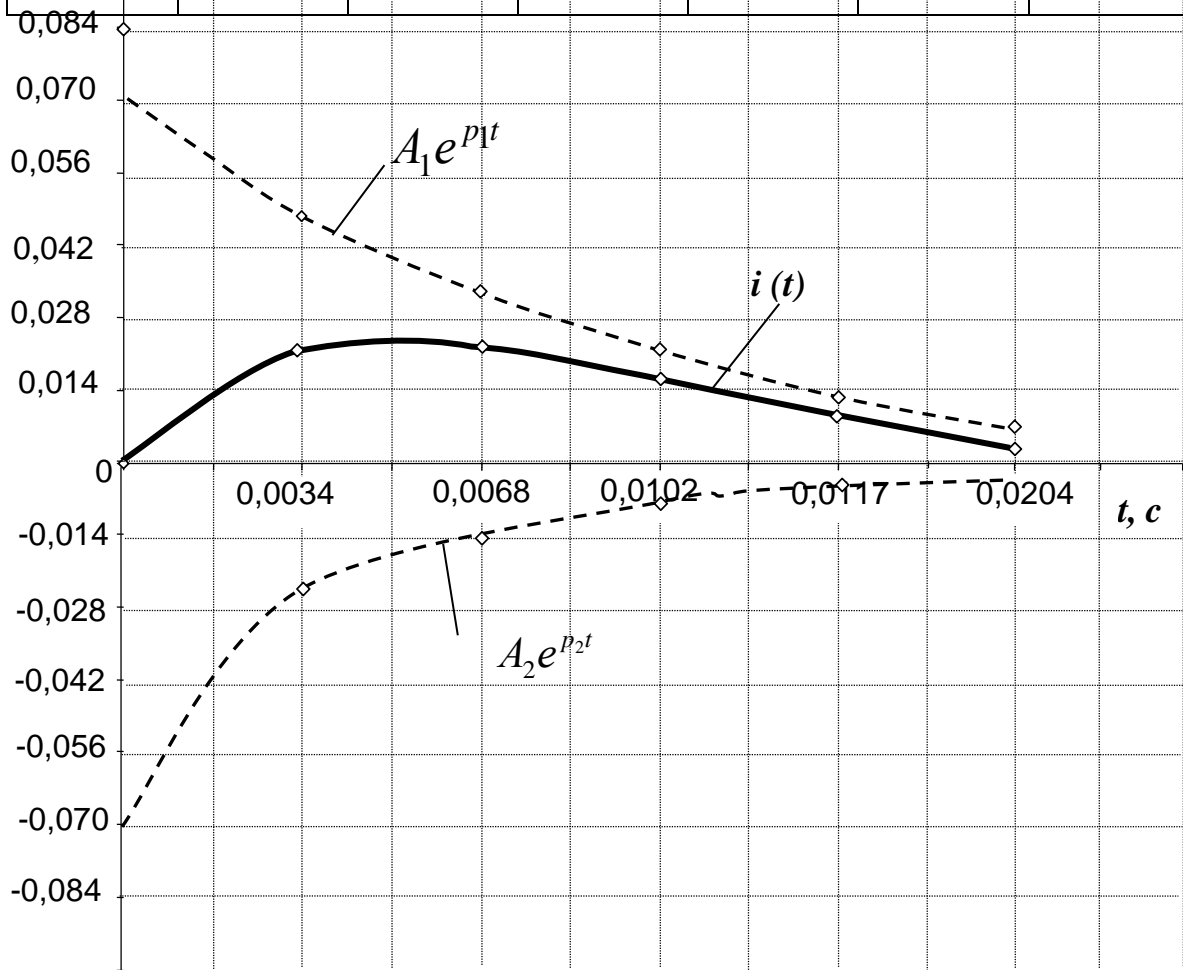
$$A_1 = -A_2 = \frac{180}{0,075(-105,17 + 294,83)} = 0,07 \text{ A}.$$

13. Записуємо вираження перехідного струму для зазначеного випадку:

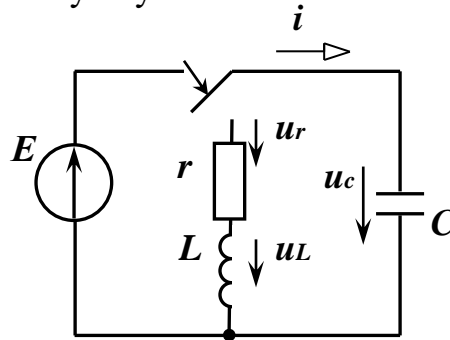
$$i = \frac{180}{0,075(-105,17 + 294,83)} (e^{-105,17t} - e^{-294,83t}) = 0,07(e^{-105,17t} - e^{-294,83t}) \text{ A}$$

14. Зображуємо в масштабі перехідний струм графічно для зазначеного випадку:

$t, \text{ c}$	0	0,0034	0,0068	0,0102	0,017	0,0204
$A_1 e^{p_1 t}, \text{ A}$	0,07	0,049	0,034	0,021	0,012	0,005
$A_2 e^{p_2 t}, \text{ A}$	-0,07	-0,026	-0,009	-0,004	$-5 \cdot 10^{-4}$	$-2 \cdot 10^{-4}$
$i(t), \text{ A}$	0	0,0233	0,0248	0,017	0,011	0,005



15. Складаємо розрахункову схему для дослідження перехідного процесу розрядки конденсатора, підключеного до джерела постійної ЕРС, на котушку:

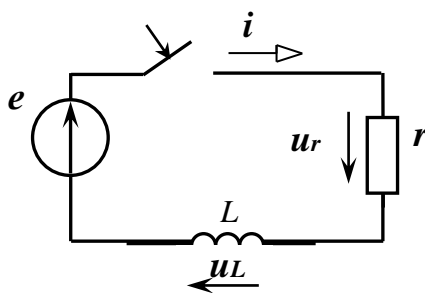


16. Записуємо вираження періоду власних коливань при розрядці конденсатора на котушку і розрахунок періоду:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}}. \quad (53)$$

Четверте завдання

1. Складаємо розрахункову схему для дослідження перехідного процесу підключення котушки до джерела змінної електричної сили:



2. Складаємо диференціальне рівняння кола в післякомутаційний період:

$$L \frac{di}{dt} + ri = E_m \sin(\omega t + \Psi_e). \quad (54)$$

Оскільки рівняння миттєвої електричної сили джерела дорівнює

$$e = E_m \sin(\omega t + \psi_e) = 253,8 \sin(\omega t + 30^\circ) \text{ В},$$

тоді диференціальне рівняння кола в післякомутаційний період має вигляд:

$$0,075 \cdot \frac{di}{dt} + 30 \cdot i = 253,8 \sin(\omega t + 30^\circ).$$

3. Складаємо характеристичне рівняння отриманого диференціального рівняння:

$$\tau \cdot p + 1 = 0. \quad (55)$$

4. Розраховуємо постійну часу зазначеного перехідного процесу.

$$\tau = \frac{L}{r}, \quad (56)$$

$$\tau = \frac{0,075}{30} = 0,0025 \text{ с.}$$

5. Розраховуємо корінь диференціального рівняння:

$$p = -\frac{1}{\tau}; \quad (57)$$

$$p = -\frac{1}{0,0025} = -400 \text{ с}^{-1}.$$

6. Розраховуємо примушену складову струму:

$$i_{np} = I_m \cdot \sin(\omega t + \psi_e - \varphi). \quad (58)$$

Визначаємо амплітудне значення сили струму:

$$I_m = \frac{E_m}{z}, \quad (59)$$

де E_m – амплітудне значення електрорушійної сили, B ;

z – повний опір післякомутаційного кола, $Ом$.

$$z = \sqrt{r^2 + (\omega L)^2}, \quad (60)$$

де ωL – індуктивний опір котушки, $Ом$;

$$\omega L = 314 \cdot 0,075 = 23,55 \text{ Ом};$$

$$z = \sqrt{30^2 + 23,55^2} = 38,14 \text{ Ом};$$

$$I_m = \frac{253,8}{38,14} = 6,65 \text{ A};$$

Кут зсуву фаз післякомутаційного кола визначаємо за формулою:

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{\omega L}{r} = \operatorname{arctg} \frac{314 \cdot 0,075}{30} = 0,665 \text{ рад.}$$

$$i_{np} = 6,65 \cdot \sin(\omega t + 0,523 - 0,665) = 6,65 \cdot \sin(314 \cdot t - 0,142), \text{ A.}$$

7. Записуємо вільну складову струму.

$$i_e = A \cdot e^{p \cdot t} = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (61)$$

8. Записуємо загальне рішення диференціального рівняння.

$$i = I_m \cdot \sin(\omega t + \psi_e - \varphi) + A \cdot e^{p \cdot t}. \quad (62)$$

9. Визначаємо постійну інтегрування, записавши початкові умови по першому закону комутації:

$$\text{при } t = 0, i = 0 \text{ A}; \quad (63)$$

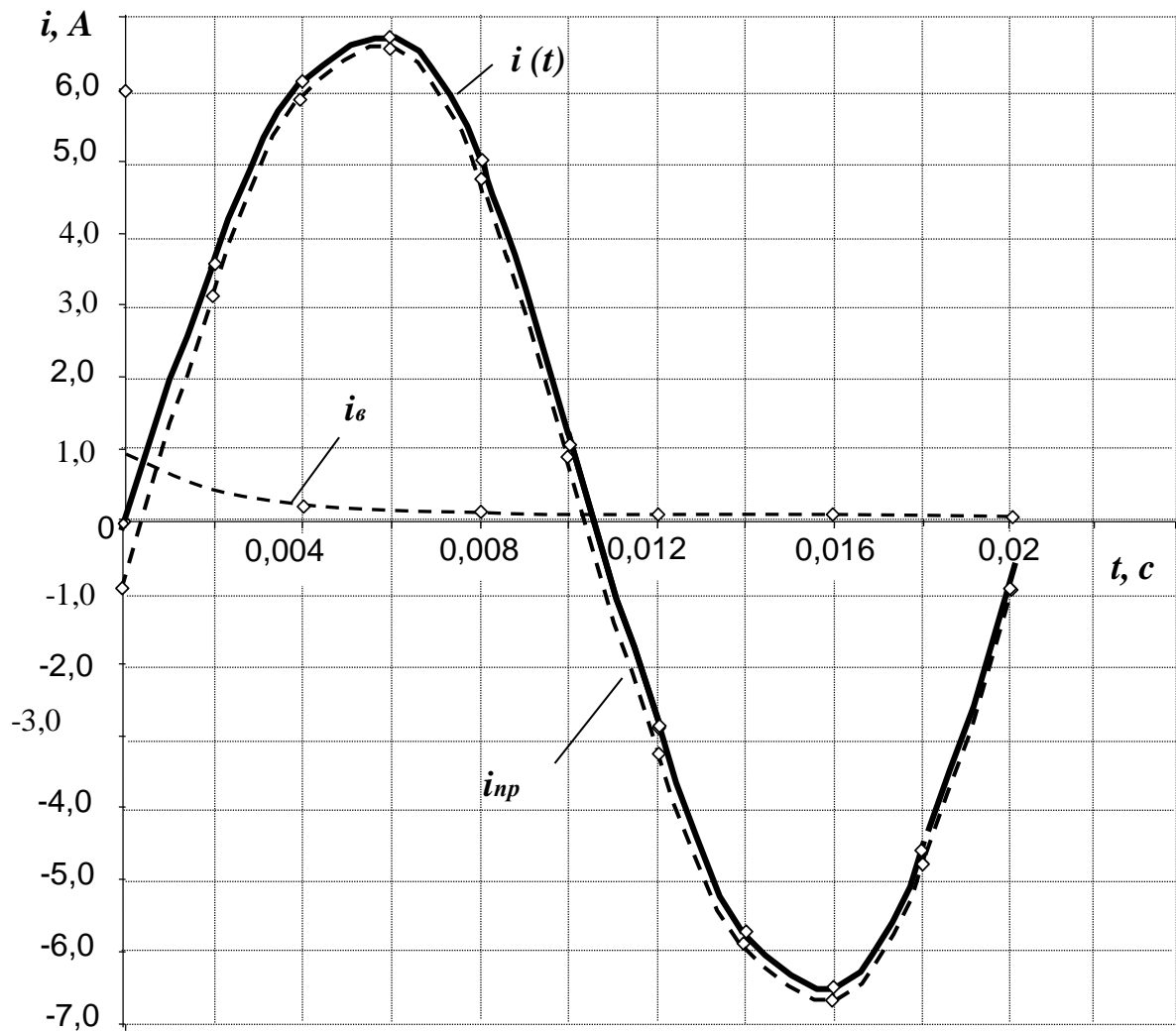
$$A = -I_m \cdot \sin(\psi_e - \varphi) + A \cdot e^{p \cdot 0}; \quad (64)$$

$$A = -6,65 \cdot \sin(-0,142) = 0,94 \text{ A.}$$

10. Записуємо рівняння перехідного струму.

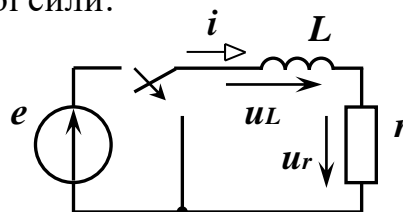
$$i = 6,65 \cdot \sin(314 \cdot t - 0,142) + 0,94 \cdot e^{-400 \cdot t}, \text{ A.}$$

11. Зображуємо в масштабі перехідний струм:



t, c	0	0,004	0,008	0,012	0,014	0,016	0,018	0
i_{np}, A	-0,94	5,97	4,64	-3,11	-5,97	-6,55	-4,64	-0,94
i_e, A	0,94	0,189	0,038	0,008	0,003	0,002	0,001	0,94
i, A	0	6,159	4,678	3,102	-5,967	-6,548	-4,639	0

12. Складаємо розрахункову схему для дослідження перехідного процесу короткого замикання котушки, підключеної до джерела змінної електрорушійної сили:



13. Складаємо диференціальне рівняння кола в післякомутаційний період:

$$L \frac{di}{dt} + ri = 0. \quad (65)$$

14. Складаємо характеристичне рівняння отриманого диференціального рівняння:

$$\tau \cdot p + 1 = 0. \quad (66)$$

15. Розраховуємо постійну часу зазначеного перехідного процесу:

$$\tau = \frac{L}{r}; \quad (67)$$
$$\tau = \frac{0,075}{30} = 0,0025 \text{ с.}$$

16. Розраховуємо корінь диференціального рівняння:

$$p = -\frac{1}{\tau}; \quad (68)$$
$$p = -\frac{1}{0,0025} = -400 \text{ с}^{-1}.$$

17. Записуємо примушену складову струму:

$$i_{np} = 0.$$

18. Записуємо вільну складову струму:

$$i_e = A \cdot e^{p \cdot t} = A e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (69)$$

19. Записуємо загальне рішення диференціального рівняння:

$$i = A \cdot e^{p \cdot t}. \quad (70)$$

20. Визначаємо постійну інтегрування, записавши початкові умови по першому закону комутації:

$$i(0) = 6,65 \cdot \sin(\omega \cdot 0 - 0,142) = 0,94 \text{ A.} \quad (71)$$

тоді при $t = 0$,

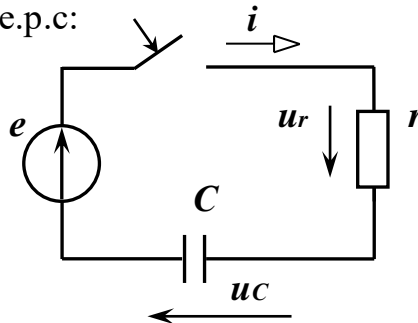
$$A = 0,94 \text{ A.}$$

21. Записуємо рівняння перехідного струму:

$$i = 0,94 \cdot e^{-400 \cdot t}, \text{ A.}$$

П'яте завдання

1. Складаємо розрахункову схему для дослідження перехідного процесу розрядки конденсатора через резистор, підключених до джерела гармонійної е.р.с:



2. Складаємо диференціальне рівняння кола в післякомутаційний період:

$$e = r \cdot C \cdot \frac{du_C}{dt} + u_C. \quad (72)$$

Рівняння миттєвої електрорушійної сили дорівнює

$$e = E_m \sin(\omega t + \psi_e),$$

тоді диференціальне рівняння кола в післякомутаційний період має вигляд:

$$r \cdot C \cdot \frac{du_C}{dt} + u_C = E_m \sin(\omega t + \psi_e).$$

3. Складаємо характеристичне рівняння отриманого диференціального рівняння:

$$\tau p + 1 = 0. \quad (73)$$

4. Розраховуємо постійну часу зазначеного перехідного процесу:

$$\tau = r \cdot C; \quad (74)$$

$$\tau = 30 \cdot 0,43 \cdot 10^{-3} = 0,0129 \text{ c.}$$

5. Розраховуємо примушену складову напруги на ємності:

$$u_{Cnp} = U_{Cm} \cdot \sin(\omega t + \psi_e - \varphi - 90^\circ), \quad (75)$$

6. Розраховуємо корінь диференціального рівняння:

$$p = -\frac{1}{\tau}; \quad (76)$$

$$p = -\frac{1}{\tau} = -\frac{1}{0,0129} = -77,52 \text{ c}^{-1}.$$

де U_{Cm} – максимальне значення напруги на ємності.

Максимальне значення напруги на ємності визначаємо за законом Ома:

$$U_{Cm} = x_C \cdot I_m = \frac{1}{\omega C} \cdot E_m \cdot \frac{1}{\sqrt{r^2 + (\omega C)^2}}, \quad (77)$$

де x_C – ємнісний опір кола, Ом.

$$x_C = \frac{1}{\omega C}; \quad (78)$$

$$x_C = \frac{1}{314 \cdot 430 \cdot 10^{-6}} = 7,4 \text{ Ом}.$$

$$U_{\tilde{N}_m} = 7,4 \cdot 253,8 \cdot \frac{1}{\sqrt{30^2 + 7,4^2}} = 60,83 \text{ В};$$

Кут зсуву фаз кола визначаємо за формулою:

$$\varphi = \arctg \frac{x_C}{r} = \arctg \frac{7,4}{30} = 0,242 \text{ рад}.$$

$$\begin{aligned} u_{Cnp} &= 60,83 \cdot \sin(\omega \cdot t + 0,523 + 0,242 - 1,57) = \\ &= 60,83 \cdot \sin(\omega \cdot t - 0,805), \text{ В}. \end{aligned}$$

7. Записуємо вільну складову напруги на ємності:

$$u_{C\delta} = A \cdot e^{p \cdot t} = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = A \cdot e^{-77,52 \cdot t} = A \cdot e^{-\frac{t}{0,0129}}.$$

8. Записуємо загальне рішення диференціального рівняння:

$$u_{Cp} = 60,83 \cdot \sin(\omega \cdot t - 0,805) + A \cdot e^{-\frac{t}{0,0129}}.$$

9. Визначаємо постійну інтегрування, записавши початкові умови.
при $t = 0$, $u_C = 0 \text{ В}$;

$$u_C(0) = 60,83 \cdot \sin(\omega \cdot t - 0,805) + A \cdot \overset{-0}{a}^{\overset{-0}{0,0129}};$$

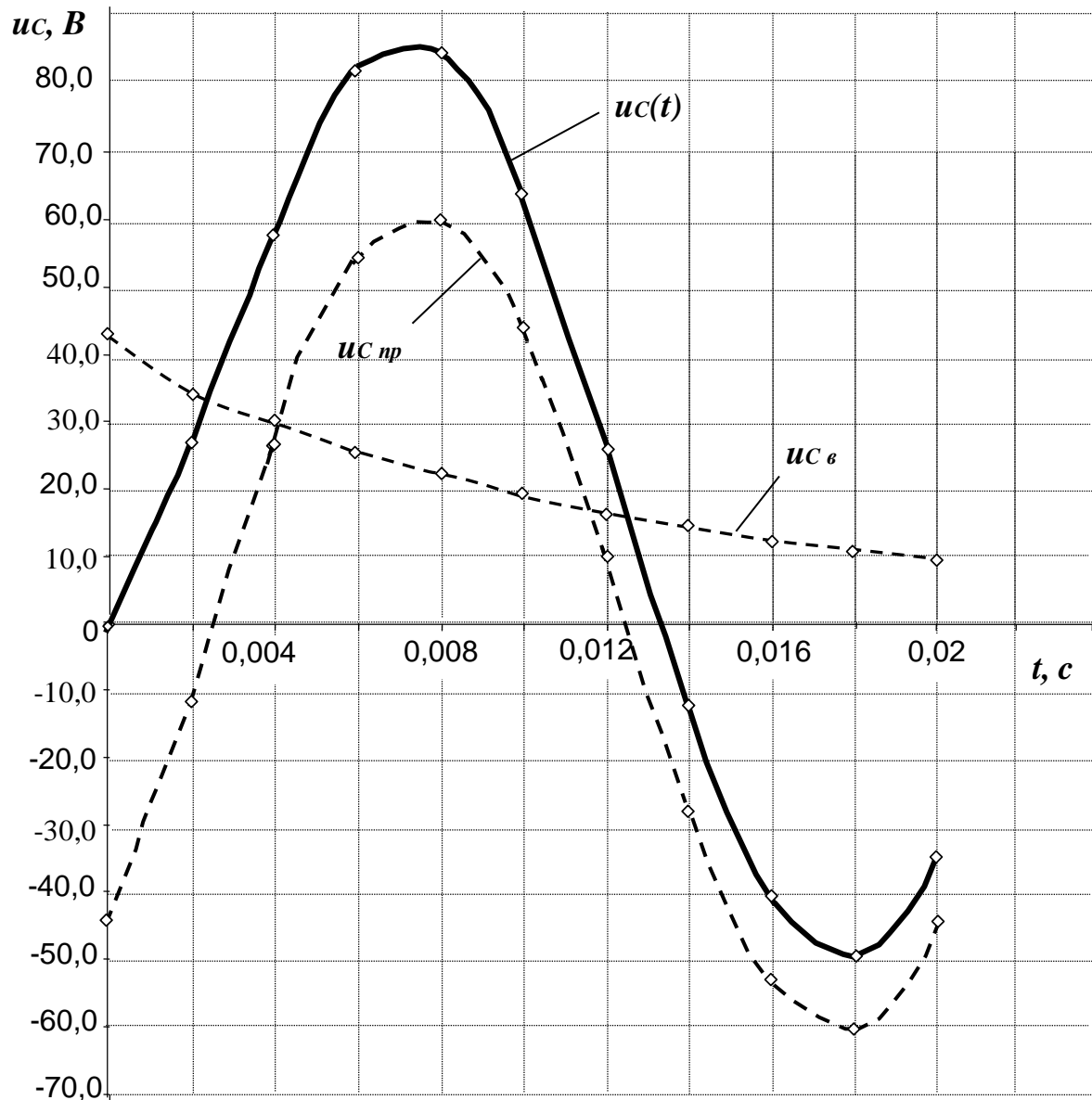
$$A = 60,83 \cdot \sin(-0,805) = 43,85 \text{ В.}$$

Запишемо рівняння перехідної напруги на ємності:

$$u_C = 60,83 \cdot \sin(\omega \cdot t - 0,805) + 43,85 \cdot \overset{-t}{a}^{\overset{-t}{0,0129}}, \text{ В.}$$

10. Зображимо в масштабі перехідну напругу на ємності:

$t, \text{ c}$	0	0,004	0,008	0,012	0,016	0,02
$u_{Cnp}, \text{ В}$	-43,85	26,51	60,27	10,81	-53,57	-43,85
$u_{Cв}, \text{ В}$	43,85	32,16	23,59	17,3	12,69	43,85
$u_C, \text{ В}$	0	58,67	83,86	27,81	-40,88	0



РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Овчаров В.В. Теоретичні основи електротехніки. К.: Урожай, 1993. – 224с.
2. Бойко В.С. Теоретичні основи електротехніки [Текст]: підручник у 3-х т./ В.С. Бойко, В.В. Бойко, Ю.Ф. Видолоб та ін.// За заг. ред. І.М. Чиженка. К.: НТУУ «КПІ», 3 2008. Т.2: Перехідні процеси у лінійних електричних колах із зосередженими параметрами. Нелінійні та магнітні кола. 224с.
3. Попова І.О. Теоретичні основи електротехніки» частина 3. Навчальний посібник для студентів освітньо-кваліфікаційного рівня «Бакалавр» зі спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» Мелітополь: Видавничо-поліграфічний центр «Люкс», 2020. 221 с.
4. Булашенко А. В. Теорія електричних та магнітних кіл. : навч. посібник / А. В. Булашенко. Суми : Вид-во СумДУ, 2009. 398 с
5. Попова І.О., Курашкін С.Ф., Вовк., О.Ю., Попрядухін В.С. Теоретичні основи електротехніки» частина 3: нав. посіб. для викон. лаб. робіт Мелітополь: Видавництво Мелітопольська типографія «Люкс», 2018. 256 с.
6. Попова І.О. Теоретичні основи електротехніки, частина 3. Курс лекцій. Мелітополь: Видавництво Мелітопольська типографія «Люкс», 2018. 185 с.
7. Булашенко А. В. Перехідні процеси у лінійних електричних колах із зосередженими параметрами [Текст]: Навчальний посібник. А.В. Булашенко, М.І.Ястребов Київ: Вид-во «Політехніка», 2011. 153 с