

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ТАВРІЙСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ АГРОТЕХНОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ДМИТРА МОТОРНОГО

Факультет енергетики і комп'ютерних технологій

Кафедра електротехніки і електромеханіки
імені В.В. Овчарова

**ПРАКТИКУМ З РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ
З ЛІНІЙНИХ КІЛ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ**
для здобувачів ступеня вищої освіти "Бакалавр" зі
спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та
електромеханіка»

*Рекомендовано Вченою радою
факультету енергетики і комп'ютерних технологій
Таврійського державного агротехнологічного університету
імені Дмитра Моторного
як навчальне видання для підготовки здобувачів
ступеня вищої освіти «Бакалавр» зі спеціальності 141
«Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка»*

Мелітополь, 2023

УДК 621.3.01 (075)

В-61

Укладач:

Попова І.О., Вовк О.Ю., доценти кафедри електротехніки і електромеханіки імені професора В.В. Овчарова Таврійського ДАТУ

Дозвіл до впровадження та видання надано Вченою радою факультету енергетики і комп'ютерних технологій Таврійського державного агротехнологічного університету імені Дмитра Моторного (протокол № 7 від « 12 » 03 2024 р.)

Рецензенти:

Гулевський В.Б., к.т.н., доцент, доцент кафедри електропостачання і електротехнологій Таврійського ДАТУ

Квітка С.О., к.т.н., доцент, зав. кафедри електротехніка та електромеханіки імені професора В.В. Овчарова Таврійського ДАТУ

Попова І.О., Вовк О.Ю.

П-58 Практикум з розв'язання задач з лінійних кіл постійного струму для здобувачів ступеня вищої освіти «бакалавр» зі спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка і електромеханіка» денної форми навчання /І.О. Попова, О.Ю. Вовк. – Мелітополь: Видавничо-поліграфічний центр «Люкс», 2024. 101 с.

У практикумі надані теоретичний матеріал з лінійних нерозгалужених та розгалужених кіл постійного струму, який закріплюється розв'язанням задач. У практикумі запропоновано комплексні кваліфікаційні завдання з контролю вихідних знань і умінь студентів. Для надання індивідуалізованого характеру кожному тематичному комплексному кваліфікаційному завданню у практикумі приведені варіанти початкових даних. Практикум містить приклади з розв'язання тематичних комплексних завдань, що дає можливість студентам успішно засвоїти і закріпити навчальний матеріал.

© Попова І.О.,

©Вовк О.Ю.

© Таврійський державний агротехнологічний університет, імені Дмитра Моторного, 2024 рік

ЗМІСТ

Передмова.....	5
1 Лінійні нерозгалужені кола постійного струму.....	6
1.1 Явище електризації тіл.....	6
1.2 Явище взаємодії заряджених тіл і закон Кулона.....	7
1.3 Явище електричного струму провідності і закон Ома.....	16
1.4 Явище теплової дії струму і закон Джоуля-Ленца.....	21
1.5 Електричне коло і його елементи	
1.6 Зображення електричного кола	
1.7 Потенціальна діаграма.....	24
1.8 Закони Ома для замкненого електричного кола	
1.9 Розрахунок нерозгалуженого електричного кола	
1.10 Режими роботи електричного кола.....	36
Тематичне комплексне кваліфікаційне завдання	40
Умова, завдання	40
Варіанти вихідних даних.....	41
Розв'язання варіанту.....	42
2 Лінійні розгалужені кола постійного струму.....	48
2.1 Закони Кірхгофа.....	48
2.2 Застосування законів Кірхгофа для розрахунку розгалужених кіл.	
2.3 Еквівалентні перетворення схем з'єднання опорів.....	50
2.4 Метод контурних струмів.....	69
2.5 Метод вузлових потенціалів.....	73
2.6 Метод двох вузлів.....	78
2.7 Метод активного двополюсника.....	81
2.8 Принцип суперпозиції та його використання для розрахунку електричних кіл.....	84

Тематичне комплексне кваліфікаційне завдання	91
Умова, завдання	91
Варіанти вихідних даних.....	92
Розв'язання варіанту.....	93
Література.....	101

Передмова

Базовими дисциплінами для «Теоретичні основи електротехніки» є фізика та вища математика. Особливу роль відіграють знання фізичних явищ і законів, зокрема семи електромагнітних: електризації тіл, взаємодії зарядів, електричного струму, теплової дії електричного струму, електромагнетизму, електромагнітної індукції, електромагнітної сили. Тому у практикумі використовуються основні вихідні знання цих явищ і законів.

У практикумі надані теоретичний матеріал по темі «Лінійні кола постійного струму, який закріплюється рішенням задач та запропоновано два тематичні комплексні кваліфікаційні завдання по темах «Нерозгалужені лінійні кола постійного струму» та «Розгалужені лінійні кола постійного струму» з контролю вихідних знань і умінь студентів.

Для надання індивідуалізованого характеру кожному тематичному комплексному кваліфікаційному завданню у навчальному посібнику приведені варіанти початкових даних. Тематичні комплексні кваліфікаційні завдання розроблені таким чином, що в процесі його виконання студенти вчаться складати принципові електричні і розрахункові схеми, аналізувати фізичні явища і процеси у електричному колі, застосовувати основні закони електротехніки.

Практикум містить приклади розв'язання тематичних комплексних завдань, що дає можливість студентам успішно засвоїти і закріпити навчальний матеріал.

Таким чином, даний практикум сприяє самостійній пізнавальній діяльності студентів на трьох рівнях: знань, умінь і творчого мислення, забезпечуючи як закріплення вивченого навчального матеріалу, так і розвиток мислення, що є основною вимогою кредитно-модульної системи освіти.

1 ЛІНІЙНІ НЕРОЗГАЛУЖЕНІ ЕЛЕКТРИЧНІ КОЛА ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

1.1 Явище електризації тіл

Закон збереження електричних зарядів полягає в тому, що алгебраїчна сума зарядів системи з часом не змінюється.

Математичний запис закону виглядає так:

$$q_1 + q_2 + \dots + q_n = \text{const}, \quad (1.1)$$

де q_1, q_2, \dots, q_n – заряди, Кл.

Під **точковим зарядом** розуміють заряджене тіло, **розмірами** якого в даних умовах **можна знехтувати** (рис.1.1-1.2).

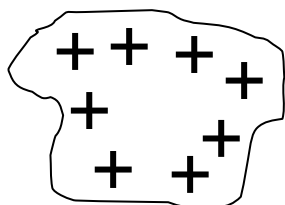


Рис.1.1

$$+ \bullet \quad q = \sum_1^n q_i$$

Рис.1.2

Задача 1.1

У замкненій системі є два тіла. Перше тіло має заряд **+0,1 Кл**. Друге тіло нейтральне. У результаті взаємодії цих тіл друге тіло віддало першому заряд **-0,1 Кл**. Як зарядилися тіла? Перевірте закон збереження заряду.

Розв'язання

1. Визначимо, як зарядилися тіла в результаті взаємодії
До взаємодії закон збереження заряду запишеться так

$$\begin{aligned} q_1 + q_2 &= \text{const}; \\ 0,1 + 0 &= 0,1. \end{aligned}$$

Після взаємодії перше тіло стало нейтральним, а друге тіло придбало заряд **+0,1 Кл**. Тому після взаємодії закон збереження заряду запишеться так

$$\begin{aligned} q_1 + q_2 &= \text{const}; \\ 0 + 0,1 &= 0,1. \end{aligned}$$

Завдання для самоконтролю

1. Тіло втратило **20 Кл** негативного заряду. Який заряд придбало це тіло?
2. Тіло придбало **30 Кл** негативного заряду і **30 Кл** позитивного заряду. Який результуючий заряд придбало це тіло?

1.2 Явище взаємодії заряджених тіл і закон Кулона

Суть явища взаємодії заряджених тіл: тіла, що мають заряд одного знаку, відштовхуються; а тіла, що мають заряд різного знаку, притягуються (рис.1.3).

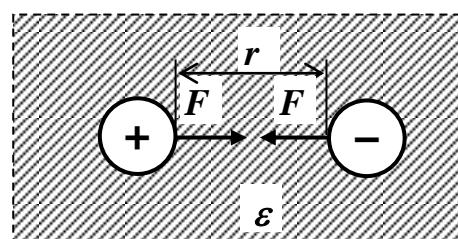
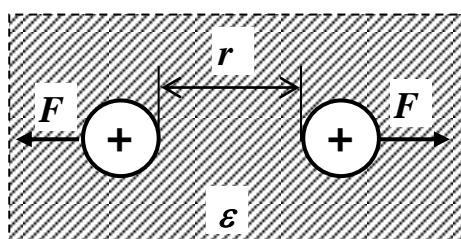


Рис.1.3

Закон взаємодії заряджених тіл: два нерухомих точкових електричних заряди взаємодіють із силою прямо пропорційною добутку цих зарядів і обернено пропорційною квадрату відстані між ними і діелектричній проникності середовища.

Математичний запис закону Кулона:

$$F = \frac{q_1 \cdot q_2}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot r^2}, \quad (1.2)$$

де F – сила взаємодії між точковими зарядами, H ;
 q_1, q_2 – точкові заряди, $Кл$;
 r – відстань між точковими зарядами, $м$;
 ε_0 – електрична постійна, $\Phi/м$; $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \Phi/м$;
 ε – відносна діелектрична проникність середовища, у якому знаходяться заряди.

Пробний заряд – позитивний заряд дуже малої величини $q_{пр}$, при внесенні якого в електричне поле картина електричному поля не змінюється

Напруженість – силова характеристика електричного поля: фізична величина, яка чисельно дорівнює відношенню сили, з якою поле діє на пробний заряд, поміщений у дану точку поля, до значення цього заряду

$$E = \frac{F}{q_{\text{пр}}}, \quad (1.3)$$

де E – напруженість, V/m ;
 F – сила, H ;
 $q_{\text{пр}}$ – пробний заряд, $Кл$.

Потенціал електричного поля – енергетична характеристика електричного поля в даній його точці: фізична величина, яка чисельно дорівнює відношенню потенціальної енергії, якою володіє пробний заряд, поміщений у дану точку поля, до значення цього заряду

$$\varphi = \frac{\Pi}{q_{\text{пр}}}, \quad (1.4)$$

де φ – потенціал, V ;
 Π – потенціальна енергія, $Дж$;
 $q_{\text{пр}}$ – пробний заряд, $Кл$.

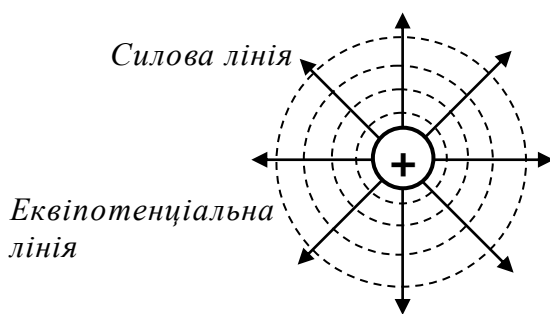


Рис.1.4

Силові лінії електричного поля – це траєкторія руху вільного пробного заряду у цьому полі (рис.1.4).

Еквіпотенціальна лінія – лінія, що з'єднує точки електричного поля з однаковими потенціалами. (рис.1.9).

Напруга електричного поля – це різниця потенціалів

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2, \quad (1.5)$$

де φ_1, φ_2 – потенціали точок 1 і 2 електричного поля, B ;
 U_{12} – напруга між точками електричного поля, B .

Графічно напруга електричного поля зображується стрілкою, спрямованою від більшого потенціалу до меншого потенціалу (рис.1.5).

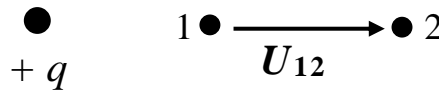


Рис.1.5

Задача 1.2

Два точкових заряди $q_1 = +4\pi \cdot 10^{-6}$ Кл і $q_2 = -8,85 \cdot 10^{-6}$ Кл знаходяться в середовищі з діелектричною проникністю в **20 разів** більшою, ніж у вакуумі, на відстані **0,1 м** один від одного (рис. 1.6).

Як і з якою силою будуть взаємодіяти зазначені заряди?

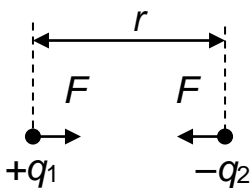


Рис.1.6

Розв'язання

1. Визначимо, як і з якою силою будуть взаємодіяти зазначені заряди

Заряди будуть притягатися один до одного із силою, яку знаходимо за формулою (1.2):

$$F = \frac{4\pi \cdot 10^{-6} \cdot 8,85 \cdot 10^{-6}}{4\pi \cdot 20 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,1^2} = 5 \text{ Н.}$$

Задача 1.3

На кожний з двох точкових зарядів (рис. 1.7) $q_1 = 0,8 \cdot 10^{-6}$ Кл та $q_2 = 1,6 \cdot 10^{-6}$ Кл, що знаходяться в вакуумі діє сила $F = 0,288$ Н.

Визначити відстань між двома точковими зарядами.

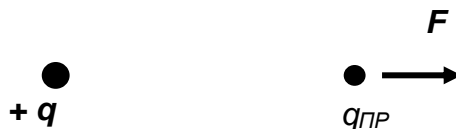


Рис.1.7

Розв'язання

1. Визначимо відстань між двома точковими зарядами, що взаємодіють у вакуумі

$$r = \sqrt{\frac{q_1 \cdot q_2}{4\pi \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot F}}$$

Відносна діелектрична проникність у вакуумі $\varepsilon = 1$; електрична постійна $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\Phi}{\text{м}}$.

$$r = \sqrt{\frac{0,8 \cdot 1,6}{4 \cdot 3,14 \cdot 1 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,288}} = 0,2 \text{ м.}$$

Задача 1.4

Два точкових заряди $q_1 = 3,2 \cdot 10^{-11}$ Кл та $q_2 = -4,2 \cdot 10^{-11}$ Кл, що знаходяться у вакуумі, у протилежних вершинах умовного прямокутника із сторонами 6 см і 8 см (рис. 1.5).

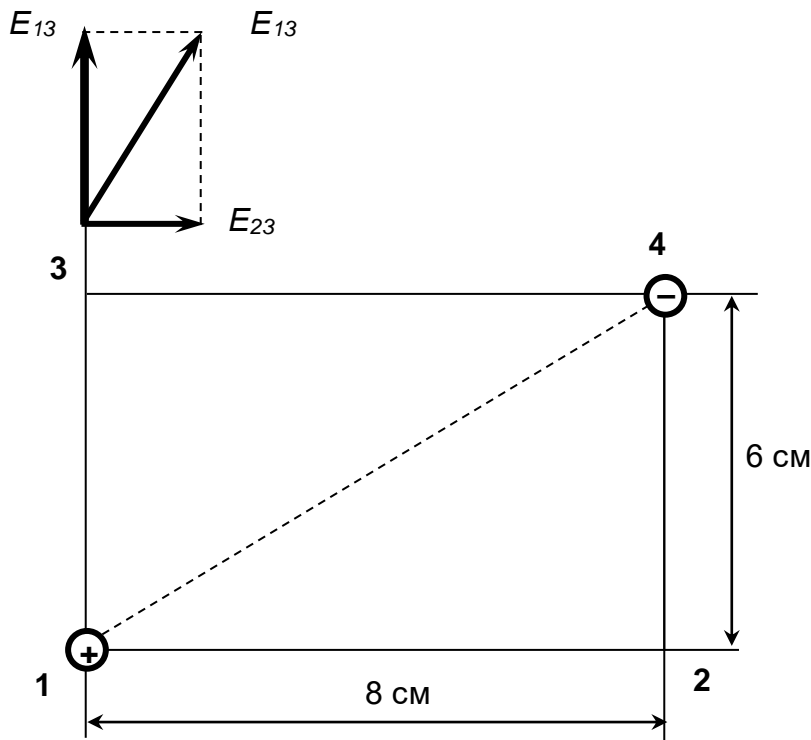


Рис. 1.5

Визначити напруженість електричного поля у двох інших вершинах прямокутника (точки 3 та 2)

Розв'язання

В кожній точці простору, що оточує заряджені тіла, електричне поле одного зарядженого тіла накладається на поле іншого. Для визначення загальної напруженості електричного поля треба знайти величину і напрям вектора напруженості кожного із складових полів, а потім скласти вектори.

1. Визначимо напруженість електричного поля в точці 3 (2)

$$E_{13} = \frac{q_1}{4\pi \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot r_{13}^2};$$
$$E_{13} = \frac{3,2 \cdot 10^{-11}}{4 \cdot 3,14 \cdot 1 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,06^2} = 80 \frac{B}{m}.$$

$$E_{23} = \frac{q_2}{4\pi \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot r_{23}^2};$$
$$E_{23} = \frac{4,267 \cdot 10^{-11}}{4 \cdot 3,14 \cdot 1 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,08^2} = 60 \frac{B}{m}$$

2. Визначимо загальну напруженість електричного поля в двох інших вершинах прямокутника.

Згідно принципу накладання, загальну напруженість поля знайдемо геометрично векторним додаванням напруженостей E_{13} та E_{23} .

За умовою задачі, вектори E_{13} та E_{23} направлені під кутом 90° один до одного. Тому загальне значення напруженості результуючого електричного поля можна підрахувати за теоремою Піфагора

$$E_{3(4)} = \sqrt{E_{13}^2 + E_{23}^2};$$
$$E_{3(4)} = \sqrt{80^2 + 60^2} = 100 \frac{B}{m}.$$

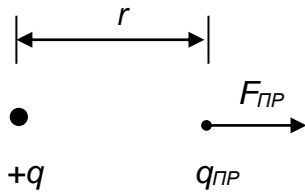
Задача 1.5

Точковий заряд $q = +4\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Кл}$ знаходиться в середовищі з відносною діелектричною проникністю $\varepsilon = 10$ (рис. 1.6). Визначити напруженість електричного поля в точці, що знаходиться на відстані $0,05 \text{ м}$ від заряду.

Розв'язання

1. Визначимо напруженість, підставивши в (1.3) значення сили за виразом (1.2):

$$E = \frac{q}{4\pi \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot r^2}. \quad (1.3a)$$



Підставивши значення фізичних величин, одержуємо:

$$E = \frac{4\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}}{4\pi \cdot 10 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,05^2} = 40 \frac{В}{м}.$$

Рис.1.6

Задача 1.5 На заряд $q = 16 \cdot 10^{-8}$ Кл в електричному полі діє сила $F = 2,4 \cdot 10^{-3}$ Н.

1. Визначити напруженість електричного поля в даній точці.
2. Визначити заряд для даної напруженості, який створює це поле, якщо він віддалений у вакуумі, відносна діелектрична проникність якого дорівнює одиниці, на відстань $r = 0,3$ м.

Розв'язання

1. Визначити напруженість електричного поля в даній точці

$$E = \frac{F}{q}; \quad E = \frac{2,4 \cdot 10^{-3}}{16 \cdot 10^{-8}} = 0,15 \cdot 10^5 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

2. Визначити заряд для даної напруженості, який створює це поле, якщо він віддалений у вакуумі на відстань $r = 0,3$ м

$$q_0 = E \cdot 4\pi \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot r^2;$$

$$q_0 = 0,15 \cdot 10^5 \cdot 4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,3^2 = 15 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}.$$

Задача 1.6 Два різнополярні заряди в склі, (відносна діелектрична проникність скла $\varepsilon = 7$) $q_1 = +3,5 \cdot 10^{-9}$ Кл та $q_2 = -3,5 \cdot 10^{-9}$ Кл знаходяться на відстані $r = 18$ см один від одного. Заряд $q_3 = +2 \cdot 10^{-8}$ Кл розташований на відстані $r = 24$ см від цих двох зарядів.

Визначити величину і напрям напруженості електричного поля у точці, яка знаходиться посередині між зарядами q_1 та q_2 .

Розв'язання

1. Визначимо напруженість електричного поля від дії заряду q_1

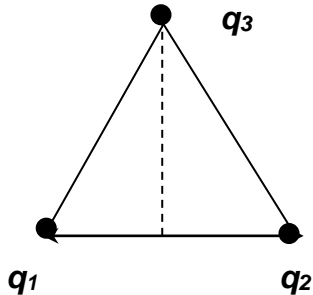


Рис. 1.7

$$E_1 = \frac{q_1}{4\pi \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot r_1^2};$$

$$E_1 = \frac{3,5 \cdot 10^{-9}}{4 \cdot 3,14 \cdot 7 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 9^{-2} \cdot 10^{-4}} = 550 \frac{B}{m}$$

Напруженість електричного поля, що створює q_2 дорівнює $E_2 = 550 \text{ В/м}$, оскільки $q_1 = q_2$.

2. Визначимо напруженість в цій же точці від дії заряду q_3 .

3. Прямокутного трикутника визначимо відстань r_3

$$r_3 = \sqrt{24^2 - 9^2} = 22,2 \text{ см.}$$

3. Знайдемо напруженість E_3

$$E_3 = \frac{q_3}{4\pi \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot r_3^2};$$

$$E_3 = \frac{2 \cdot 10^{-8}}{4 \cdot 3,14 \cdot 7 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot (22,2)^2 \cdot 10^{-4}} = 520 \frac{B}{m}$$

4. Визначимо вектор напруженості електричного поля в указаній точці

$$E = E_1 + E_2 + E_3.$$

Вектори E_1 та E_2 в одну сторону, оскільки заряди q_1 та q_2 різнойменні. Тоді $E_{12} = 550 + 550 = 1100 \text{ В/м}$.

Вектор E_3 направлений перпендикулярно вектору E_{12} , тоді сумарний вектор напруженості дорівнює

$$E = \sqrt{1100^2 + 520^2} = 1220 \frac{B}{m}.$$

Задача 1.7

Електричне поле створено позитивним точковим зарядом $q = 1,6 \cdot 10^{-8}$ Кл у вакуумі.

Визначити напруженість електричного поля на відстані $r = 0,06$ м від цього заряду.

Яка сила буде діяти на позитивний пробний заряд $q_{пр} = 1,8 \cdot 10^{-9}$ Кл, внесений в цю точку поля (рис.1.8а, рис.1.8б,).

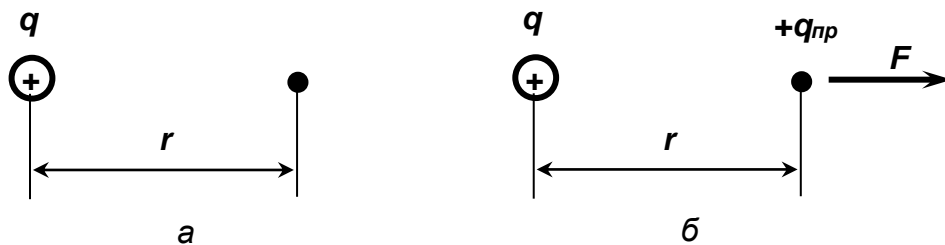


Рис. 1. 8

Розв'язання

1. Визначимо напруженість електричного поля, створеного зарядом q на відстані $0,06$ м

$$E = \frac{q}{4\pi \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot r^2};$$

$$E = \frac{1,6 \cdot 10^{-8}}{4 \cdot 3,14 \cdot 1 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,06^2} = 3998 \frac{B}{m}.$$

2. Визначити силу, що буде діяти на пробний заряд, внесений в цю точку електричного поля

$$E = \frac{F}{q_{пр}}; F = E \cdot q_{пр};$$

$$F = 3998 \cdot 1,8 \cdot 10^{-9} = 0,72 \text{ Н}.$$

Задача 1.8

Точковий заряд $q = +4\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-11}$ Кл знаходиться в середовищі, відносна діелектрична проникність якого дорівнює $\varepsilon = 10$.

Визначити потенціал точки електричного поля, яка знаходиться на відстані **0,01 м** від заряду.

Розв'язання

Потенціал точки електричного поля визначається за виразом (1.4). Потенціальну енергію пробного заряду, внесеного в дану точку поля, знаходимо за виразом:

$$П_{пр} = F_{пр} r, \quad (1.4a)$$

де $F_{пр}$ – сила, що діє на пробний заряд, Н;

r – відстань до пробного заряду, м.

Силу, що діє на пробний заряд, знаходимо за виразом (1.2).

Підставивши в (1.4) вирази (1.4a) і (1.2), знаходимо розрахункову формулу потенціалу в даній точці:

$$\varphi = \frac{q}{4\pi \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot r}. \quad (1.4б)$$

Підставляємо чисельні значення фізичних величин у (1.4б) і знаходимо потенціал:

$$\varphi = \frac{4\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-11}}{4\pi \cdot 10 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,01} = 100 \text{ В}.$$

Задача 1.9

Електричне поле створено позитивним точковим зарядом $q = 1,6 \cdot 10^{-8}$ Кл у вакуумі (рис.1.9).

Визначити потенціал електричного поля на відстані $r = 0,06$ м від заряду.

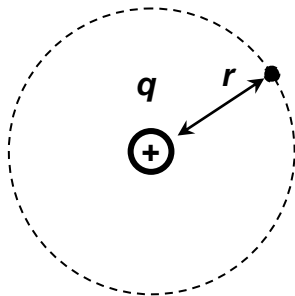


Рис. 1.9

Розв'язання

1. Визначити потенціал електричного поля на відстані $r = 0,06$ м від заряду.

$$\varphi = \frac{q}{4\pi \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot r}$$

$$\varphi = \frac{1,6 \cdot 10^{-8}}{4 \cdot 3,14 \cdot 1 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,06} = 2397,6 \text{ В.}$$

Задача 1.10

Поле створено позитивним точковим зарядом.

В електричному полі при переміщенні заряду $q = 2 \cdot 10^{-4}$ Кл з точки 1 у точку 2 здійснена робота $A = 0,4$ Дж.

Визначити напругу між точками 1 і 2.

Розв'язання

1. Визначаємо напругу між точками 1 та 2

$$U_{12} = \frac{A}{q};$$

$$U_{12} = \frac{0,4}{2 \cdot 10^{-4}} = 2000 \text{ В.}$$

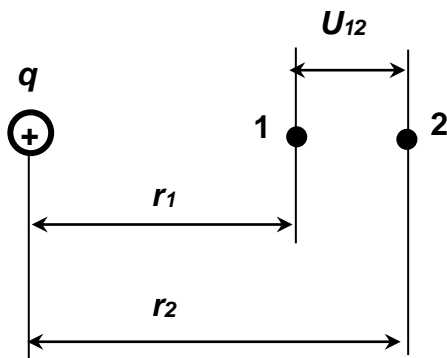
Задача 1.11

Позитивний точковий заряд $q = 1,6 \cdot 10^{-8}$ Кл у вакуумі створює електричне поле (рис.1.10).

Визначити напругу між двома точками електричного поля, що віддалені від заряду на $r_1 = 0,06$ м та $r_2 = 0,08$ м.

Розв'язання

1. Визначимо напругу між двома точками електричного поля



$$\varphi_1 = \frac{q}{4\pi \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot r_1};$$

$$\varphi_2 = \frac{q}{4\pi \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot r_2};$$

;

Рис.1.10

$$U_{12} = \frac{q}{4\pi \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0} \cdot \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

$$U_{12} = \frac{1,6 \cdot 10^{-8}}{4 \cdot 3,14 \cdot 1 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \cdot \left(\frac{1}{0,06} - \frac{1}{0,08} \right) = 600 \text{ В.}$$

Завдання для самоконтролю

1. В електричне поле позитивного точкового заряду $q_1 = 30 \text{ Кл}$ внесли малий пробний заряд $q_2 = 4 \text{ п} \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Кл}$. Середовище, у якому знаходяться заряди, має відносну діелектричну проникність $\varepsilon = 20$. Заряди знаходяться на відстані **0,1 м**. Визначити силу, що діє на пробний заряд.
2. Негативний точковий заряд $q_3 = 4 \text{ п} \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Кл}$ створює електричне поле в середовищі з відносною діелектричною проникністю $\varepsilon = 10$. Визначити напруженість електричного поля на відстані **0,01 м** від заряду.
3. Визначити потенціал у точці поля, зазначеної в завданні 2.
4. Зобразити силову лінію негативного заряду.
5. Зобразити екіпотенціальну лінію негативного заряду.
6. Потенціали точок 1 і 2 електричні поля відповідно дорівнюють **20 В** та **10 В**. Визначити напругу електричного поля між зазначеними точками.

1.3 Явище електричного струму провідності і закон Ома

Електричний струм провідності – упорядкований (спрямований) рух вільних зарядів під дією сил електричного поля.

Електрорушійна сила (е.р.с.): відношення роботи, що виконують сторонні сили джерела по перенесенню зарядів проти сил електричного поля, до значення цих зарядів

$$E = \frac{A}{q}, \quad (1.6)$$

де E – електрорушійна сила, B ;
 A – робота сторонніх сил, $Дж$;
 q – заряд, $Кл$.

Заряд, що проходить через поперечний перетин провідника за одиницю часу, назвали **силою електричного струму**

$$I = \frac{q}{t}, \quad (1.7)$$

де I – сила електричного струму, A ;
 q – заряд, $Кл$;
 t – час, $с$.

Опор провідника електричному струму залежить від матеріалу провідника, довжини провідника і площі поперечного перерізу провідника, тобто

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (1.8)$$

де R – опір провідника, $Ом$;
 ρ – питомий опір провідника, $Ом \cdot мм^2 / м$ ($Ом \cdot м$);
 l – довжина провідника, $м$;
 S – площа поперечного перерізу провідника, $мм^2$.

Закон електричного струму для ділянки кола без е.р.с.: сила струму в провіднику прямо пропорційна напрузі (різниці потенціалів) на затискачах провідника і обернено пропорційна опору провідника.

Математичний запис закону Ома

$$I = \frac{U}{R}, \quad (1.9)$$

де I – сила струму в провіднику, A ;
 U – напруга на затискачах провідника, B ;
 R – опір провідника, $Ом$.

Закон електричного струму для ділянки кола без е.р.с.: сила струму в провіднику прямо пропорційна напрузі (різниці потенціалів) на затискачах провідника і обернено пропорційна опору провідника.

Математичний запис закону Ома:

$$I = \frac{U}{R}, \quad (1.10)$$

де I – сила струму в провіднику, A ;
 U – напруга на затискачах провідника, B ;
 R – опір провідника, Om .

Задача 1.12

У джерелі електричної енергії сторонні сили переносять **10 Кл** заряду негативного знаку на негативний полюс, виконуючи при цьому роботу, величина якої дорівнює **2 000 Дж**. Визначити значення електрорушійної сили, яку розвиває джерело електричної енергії.

Розв'язання

Підставляємо значення зазначених фізичних величин у вираз (1.6) і знаходимо значення е.р.с.:

$$E = \frac{2\,000}{10} = 200 \text{ В}.$$

Задача 1.13

Сторонні сили джерела електричної енергії переносять з негативного полюсу до позитивного позитивні електричні заряди. Електрорушійна сила джерела **$E = 12 \text{ В}$** . Робота сторонніх сил $A = 600 \text{ Дж}$. Визначити величину перенесених позитивних зарядів.

Розв'язання

1. Визначимо величину перенесених позитивних зарядів сторонніми силами джерела

$$q = \frac{A}{E};$$

$$q = \frac{600}{12} = 50 \text{ Кл}.$$

Задача 1.14

Через поперечний перетин провідника за **5 секунд** проходить заряд **100 Кл**.

Визначити силу струму в провіднику.

Розв'язання

1. Визначаємо силу струму в провіднику.

Підставляємо значення зазначених фізичних величин у вираз (1.7) і знаходимо силу електричного струму

$$I = \frac{100}{5} = 20 \text{ А.}$$

Задача 1.15

Алюмінієвий провідник з питомим опором $\rho = 0,023 \text{ Ом}\cdot\text{мм}^2/\text{м}$ має довжину $l = 1\ 000 \text{ м}$, площа поперечного перетину $S = 2,3 \text{ мм}^2$. Визначити опір провідника.

Розв'язання

Підставляємо значення зазначених величин у вираз (1.8) і знаходимо опір провідника:

$$R = 0,023 \cdot \frac{1\ 000}{2,3} = 10 \text{ Ом.}$$

Задача 1.16

Визначити довжину двопровідної лінії електропередачі при температурі $t_1 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$, виконаної мідним проводом, якщо переріз проводу $S = 120 \text{ мм}^2$, питомий опір мідного проводу $\rho = 0,0175 \text{ Ом}\cdot\text{мм}^2/\text{м}$, опір лінії електропередачі дорівнює $R_1 = 29,16 \text{ Ом}$.

Визначити опір лінії електропередачі при температурі $t_2 = 30 \text{ }^\circ\text{C}$, якщо температурний коефіцієнт опору $\alpha = 0,004 \text{ 1/}^\circ\text{C}$.

Розв'язання

1. Визначимо довжину двопровідної мідної лінії електропередачі при температурі t_1

$$l = R \cdot S \cdot \rho;$$

$$l = 2 \cdot 29,16 \cdot 120 \cdot 0,0175 = 100000 \text{ м} = 100 \text{ км}$$

2. Визначимо опір лінії електропередачі при t_2

$$R_2 = R_1[1 + \alpha(t_1 - t_2)];$$

$$r_2 = 29,16 \cdot [1 + 0,004 \cdot (30 - 20)] = 30,32 \text{ Ом.}$$

Задача 1.17

До провідника, опір якого **100 Ом**, приклали напругу **200 В**. Визначити силу струму в провіднику.

Розв'язання

Підставляємо вказані значення фізичних величин у вираз (1.9) і знаходимо силу струму в провіднику:

$$I = \frac{200}{100} = 2 \text{ А.}$$

Завдання для самоконтролю

1. Сторонні сили джерела переносять заряд величиною **200 Кл** проти сил електричного поля. При цьому виконується робота, яка дорівнює **44 000 Дж**. Визначити е.р.с., яку розвиває джерело.
2. За **12 секунд** через поперечний переріз провідника проходить заряд величиною **144 Кл**. Визначити силу електричного струму.
3. Провідник з питомим опором, який дорівнює **0,017 Ом·мм²/м** має довжину **1 000 м** і площу поперечного перетину **1,7 мм²**. Визначити опір провідника.

1.4 Явище теплової дії струму і закон Джоуля-Ленца

Суть явища теплової дії електричного струму: при проходженні по провіднику електричного струму провідник нагрівається.

Закон теплової дії струму: кількість тепла, яка виділяється в провіднику, прямо пропорційна опору провідника, квадрату сили електричного струму і часу його дії.

Математичний запис закону теплової дії струму:

$$W = R \cdot I^2 \cdot t, \quad (1.11)$$

де W – енергія, яка виділилася в провіднику, Дж;
 R – опір провідника, Ом;
 I – сила струму в провіднику, А;
 t – час протікання електричного струму в провіднику, с.

Потужність електричного струму – кількість електричної енергії, яка виділяється в провіднику за одиницю часу

$$P = \frac{W}{t}, \quad (1.12)$$

$$P = R \cdot I^2 = U \cdot I \quad (1.13)$$

де P – потужність, Вт;
 W – енергія, Дж;
 t – час, с.

Задача 1.18

По провіднику, опір якого дорівнює **100 Ом**, проходить електричний струм силою **10 А** за **100 секунд**. Визначити кількість тепла, яка виділиться в провіднику за цей час.

Розв'язання

Підставляємо значення фізичних величин у вираз (1.10) і знаходимо кількість тепла:

$$W = 100 \cdot 10^2 \cdot 100 = 1\,000\,000 \text{ Дж} = 1\,000 \text{ кДж} = 1 \text{ МДж}.$$

У технічній системі одиниць електрична енергія вимірюється в $\text{кВт} \cdot \text{год}$, знайдемо співвідношення енергій $1 \text{ кВт} \cdot \text{год}$ та 1 Дж :

$$1 \text{ кВт} \cdot \text{год} = 1000 \text{ Вт} \cdot 3600 \text{ с} = 3\,600\,000 \text{ Дж}.$$

Задача 1.19

На нагрівальному елементі в продовж **0,5 годин** роботи виділиться теплоти **Q = 550 ккал**.

Визначити опір нагрівального елемента, силу струму, що споживається, його електричну потужність при напрузі **U = 220 В**.

Розв'язання

1. Визначимо силу струму в нагрівальному елементі
Згідно закону Джоуля-Ленца $Q = 0,24 \cdot U \cdot I \cdot t$, звідкіля

$$I = \frac{Q}{0,24 \cdot U \cdot t}; \quad I = \frac{550}{0,24 \cdot 220 \cdot 0,5} = 5,8 \text{ А.}$$

2. Визначимо опір нагрівального елемента

$$R = \frac{U}{I}; \quad R = \frac{220}{5,8} = 38 \text{ Ом.}$$

3. Визначимо електричну потужність нагрівача

$$P = U \cdot I; \quad P = 220 \cdot 5,8 = 1270 \text{ Вт} = 1,27 \text{ кВт.}$$

4. Електрична енергія, що споживається за 0,5 години

$$W = P \cdot t; \quad W = 1,27 \cdot 0,5 = 0,635 \text{ кВт} \cdot \text{год.}$$

Задача 1.20

У провіднику, по якому проходить електричний струм, за **100 секунд** виділяється **220 000 Дж** теплової енергії. Визначити потужність електричного струму.

Розв'язання

Підставляємо значення зазначених фізичних величин у вираз (1.11) і знаходимо потужність електричного струму:

$$P = \frac{220\ 000}{100} = 2\ 200 \text{ Вт} = 2,2 \text{ кВт.}$$

Підставивши (1.10) у (1.11), знаходимо вираз для розрахунку потужності:

Завдання для самоконтролю

1. По провіднику, який має опір **200 Ом**, проходить струм силою **10 А** за **1 хвилину**.
Визначити енергію, яка виділяється в провіднику.
2. Визначити потужність електричного струму в завданні 1.

1.5 Електричне коло і його елементи

1.6 Зображення електричного кола

1.7 Потенціальна діаграма

Електричне коло – це сукупність пристроїв (елементів кола), що забезпечують можливість створення електричного струму.

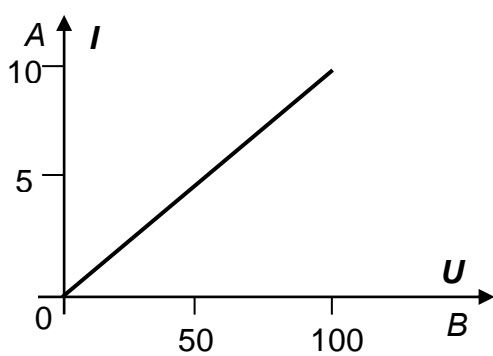
Основні елементи електричного кола – джерело електричної енергії, приймач (навантаження) і проводи, що їх з'єднують.

Вольт-амперна характеристика – залежність між силою струму і напругою на елементі кола: $I = f(U)$.

Потенціальна діаграма – залежність між електричним потенціалом у відповідній точці кола і величиною опору на ділянці електричного кола $\varphi = f(R)$.

Задача 1.21

Лінійний резистор має опір **10 Ом**. Побудувати вольт-амперну характеристику зазначеного елемента.



Розрахунок вольт-амперної характеристики ведемо за виразом (1.9) для двох точок:
 $U = 0, I = 0$ і
 $U = 100 \text{ В}, I = 10 \text{ А}$.

За розрахунковими даними двох точок будемо вольт-амперну характеристику у вигляді прямої лінії, що проходить через ці точки (рис.1.11).

Задача 1.22

На рисунку 1.12 наведена нерозгалужене коло з двома джерелами електричної енергії і двома резисторами з опорам

$R_1 = 3 \text{ Ом}$ та $R_{12} = 2,25 \text{ Ом}$. Е.р.с. джерел $E_1 = 12 \text{ В}$, $E_2 = 6 \text{ В}$ та їх внутрішніми опорам

$R_{B1} = 0,5 \text{ Ом}$ та $R_{B2} = 0,25 \text{ Ом}$.

1. Визначити потенціали точок в електричному колі.

2. Побудувати графік зміни потенціалу в електричному колі (потенціальну діаграму).

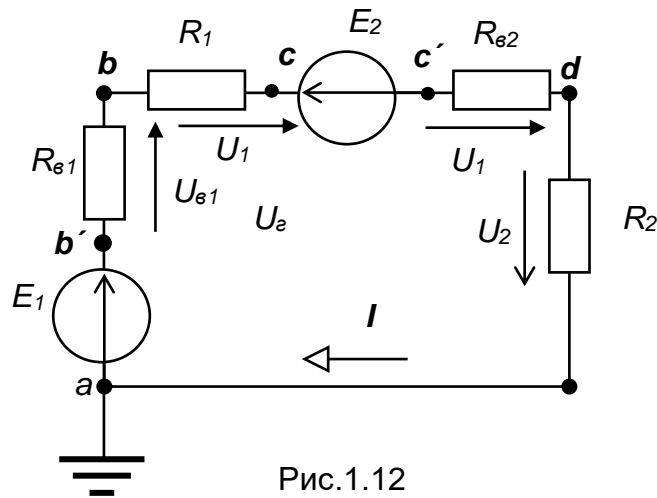


Рис.1.12

Розв'язання

1. Визначимо силу струму в електричному колі

$$I = \frac{E_1 - E_2}{R_{\epsilon 1} + R_1 + R_{\epsilon 2} + R_2};$$

$$I = \frac{12 - 6}{0,5 + 3 + 0,25 + 2,25} = 1 \text{ A.}$$

2. Визначимо потенціали точок в електричному колі
Прийmemo потенціал точки **a** рівним нулю $\varphi_a = 0$, тоді

$$\varphi_{b'} = \varphi_a + E_1;$$

$$\varphi_{b'} = 0 + 12 = 12 \text{ B};$$

$$\varphi_b = \varphi_{b'} - I \cdot R_1$$

$$\varphi_b = 12 - 1 \cdot 0,5 = 11,5 \text{ B};$$

$$\varphi_c = \varphi_b - I \cdot R_1;$$

$$\varphi_c = 11,5 - 1 \cdot 3 = 8,5 \text{ B}$$

$$\varphi_{c'} = \varphi_c - E_2;$$

$$\varphi_{c'} = 8,5 - 6 = 2,5 \text{ B}$$

$$\varphi_d = \varphi_{c'} - I \cdot R_{\epsilon 2};$$

$$\varphi_d = 2,5 - 1 \cdot 0,25 = 2,25 \text{ В};$$

$$\varphi_a = \varphi_d - I \cdot R_2;$$

$$\varphi_c = 2,25 - 1 \cdot 2,25 = 0 \text{ В}$$

3. Побудуємо електричному колі (потенціальну діаграму (рис. 1.13))

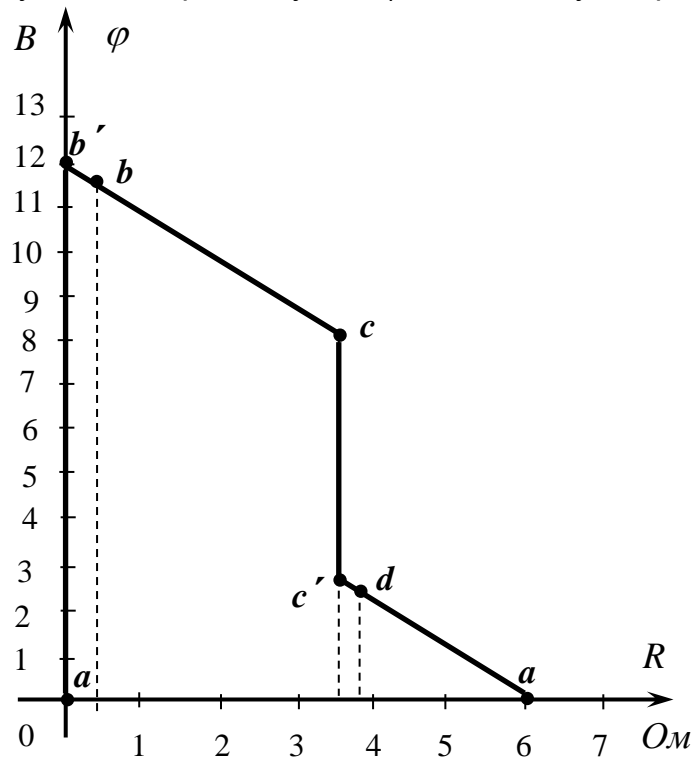


Рис.1. 13

1.8 Закони Ома для замкнутого електричного кола.

1.9 Розрахунок нерозгалуженого електричного кола.

1.10 Режими роботи електричного кола

Принципова електрична схема кола – це графічне і літерне позначення окремих елементів кола, з'єднаних між собою (рис.1.16).

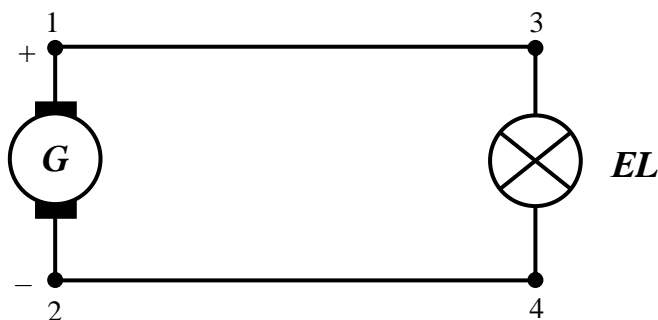


Рис.1.14:

G – генератор;
EL – лампа
освітлювальна.

Нерозгалужене коло, якщо основні елементи у цьому колі з'єднані послідовно.

Розрахункова схема електричного кола – це графічне і літерне позначення фізичних явищ, які спостерігаються в окремих елементах кола (рис. 1.11).

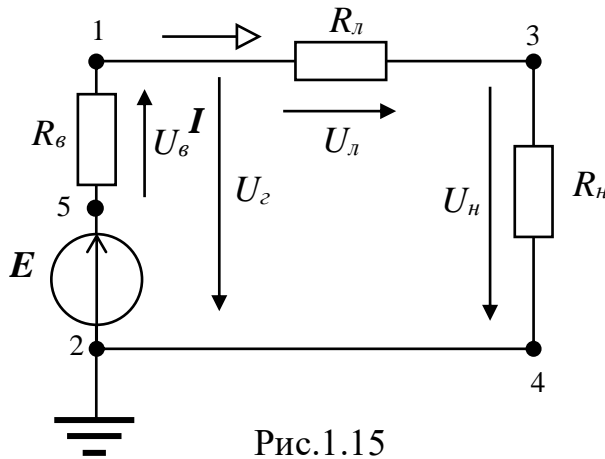


Рис.1.15

На рис. 1.15 прийняті наступні позначення:

U_2 – напруга на затискачах генератора;

U_g – спадання напруги на внутрішньому опорі генератора;

U_l – спадання напруги в лінії електропередачі;

U_n – напруга на затискачах навантаження.

Фізичні явища у основних елементах електричного кола:

у генераторі: явище електромагнітної індукції, (виникає е.р.с.), протікає електричний струм (під дією е.р.с. в замкненому електричному колі), спостерігається теплова дія електричного струму (в обмотці генератора)

у проводах (лінії електропередачі): спостерігається теплова дія струму.

у навантаженні (споживачі): перетворення електроенергії в теплову (лампа розжарювання, електронагрівач, провід).

Закон Ома для замкненого кола з однією е.р.с.: сила струму в колі прямо пропорційна значенню е.р.с. і обернено пропорційна сумарному опору кола.

Математичний запис закону:

$$I = \frac{E}{\sum R}, \quad (1.14)$$

де E – е.р.с., що діє в колі, В;

ΣR – сумарний опір кола, Ом.

Зовнішня характеристика генератора – це залежність напруги на зажимах генератора від сили струму у колі $U_2 = f(I)$.

Рівняння зовнішньої характеристики генератора

$$U_2 = E - R_g \cdot I. \quad (1.15)$$

Потужності елементів електричного кола (рис. 1.15)
потужність, яку розвиває генератор

$$P = E \cdot I; \quad (1.16)$$

потужність, яка втрачається в генераторі

$$P_g = R_g \cdot I^2 \quad \text{або} \quad P_g = U_g \cdot I; \quad (1.17)$$

потужність, яка віддається генератором

$$P_2 = U_2 \cdot I; \quad (1.18)$$

потужність, яка втрачається в лінії електропередачі

$$P_l = R_l \cdot I^2 \quad \text{або} \quad P_l = U_l \cdot I; \quad (1.19)$$

потужність, яку споживає навантаження

$$P_n = R_n \cdot I^2 \quad \text{або} \quad P_n = U_n \cdot I, \quad (1.20)$$

Баланс потужностей – рівняння витрати потужності, яку розвиває джерело. Для рис. 1.15

$$P = P_g + P_l + P_n. \quad (1.21)$$

Електрична енергія, що споживає навантаження

$$W_n = P_n \cdot t. \quad (1.22)$$

де W_n – кількість електричної енергії, яку спожило навантаження, $кВт \cdot год$;

P_n – потужність, яку споживає навантаження, $кВт$;

t – час роботи навантаження, $год$.

Коефіцієнти корисної дії пристроїв, які увімкнені у коло, розраховують так:

$$\eta_z = \frac{P_z}{P} = \frac{U_z}{E}; \quad (1.23)$$

$$\eta_l = \frac{P_n}{P_z} = \frac{U_n}{U_z}; \quad (1.24)$$

$$\eta_{кола} = \frac{P_n}{P} \frac{U_n}{E}, \quad (1.25)$$

де η_z – коефіцієнт корисної дії генератора;

η_l – коефіцієнт корисної дії лінії електропередачі;

$\eta_{кола}$ – коефіцієнт корисної дії електричного кола (всієї установки).

Закон Ома для замкненого кола, у якому діє будь-яка кількість е.р.с.: сила струму у замкненому колі прямо пропорційна алгебраїчній сумі е.р.с., що діють у колі, і обернено пропорційна сумарному опорі кола.

Математичний запис закону Ома для замкненого кола:

$$I = \frac{\sum E}{\sum R}, \quad (1.26)$$

де $\sum E$ – алгебраїчна сума е.р.с. у колі, B ;

$\sum R$ – сума опорів кола (еквівалентний опір кола), $Ом$.

Алгебраїчна сума е.р.с.:

$$\sum E = E_1 - E_2. \quad (1.27)$$

Зі знаком “+” беруться е.р.с., що збігаються за напрямком з обраним напрямком струму (при розбіжності вони беруться зі знаком “-”).

Узагальнений закон Ома для ділянки кола з е.р.с.):

$$I = \frac{U + \sum E}{\sum R}, \quad (1.28)$$

де U – напруга на ділянці кола, B ;
 $\sum E$ – алгебраїчна сума е.р.с. на ділянці кола, B ;
 $\sum R$ – сума опорів на ділянці кола, $Ом$;
 I – сила струму на ділянці кола, A .

Задача 1.23

Для розрахункової схеми, приведеної на рис.1.15, відомо:

$E = 250 B$, $\varphi_2 = 0$, $t = 1\ 000\ год.$, $c_E = 1,5\ грн./(кВт \cdot год.)$;

$R_e = 2\ Ом$, $R_l = 6\ Ом$, $R_H = 17\ Ом$.

Визначити: I , φ_5 , φ_1 , φ_3 , φ_4 , U_e , U_l , U_H , U_2 , P , P_2 , P_e , P_l , P_H , η_l , η_2 , η_y ,
 W_H , C_H .

Розв'язання

1. Визначимо силу електричного струму в колі

$$I = \frac{250}{2 + 6 + 17} = 10\ A.$$

2. Знайдемо потенціал точки 5:

$$\varphi_5 = 0 + 250 = 250\ B.$$

3. Визначимо потенціал точки 1

$$\varphi_1 = 250 - 2 \cdot 10 = 230\ B.$$

4. Знайдемо потенціал точки 3

$$\varphi_3 = 230 - 6 \cdot 10 = 170\ B.$$

5. Визначимо потенціал точки 4

$$\varphi_4 = 170 - 17 \cdot 10 = 0\ B.$$

6. Знайдемо спадання напруги на внутрішньому опорі генератора

$$U_e = 250 - 230 = 2 \cdot 10 = 20\ B.$$

7. Визначимо спадання напруги в лінії електропередач

$$U_{\text{л}} = 230 - 170 = 6 \cdot 10 = 60 \text{ В.}$$

8. Знайдемо напругу на затискачах навантаження

$$U_{\text{н}} = 170 - 0 = 17 \cdot 10 = 170 \text{ В.}$$

9. Визначимо напругу на затискачах генератора

$$U_{\text{г}} = 230 - 0 = 250 - 2 \cdot 10 = 230 \text{ В.}$$

10. Визначимо потужність, яку розвиває джерело

$$P = 250 \cdot 10 = 2\,500 \text{ Вт} = 2,5 \text{ кВт.}$$

11. Знайдемо потужність, яка втрачається в джерелі

$$P_{\text{в}} = 2 \cdot 10^2 = 20 \cdot 10 = 200 \text{ Вт.}$$

12. Визначимо потужність, яка віддається джерелом

$$P_{\text{г}} = 230 \cdot 10 = 2\,300 \text{ Вт} = 2,3 \text{ кВт.}$$

13. Визначимо потужність, яка втрачається в лінії електропередачі,

$$P_{\text{л}} = 6 \cdot 10^2 = 60 \cdot 10 = 600 \text{ Вт.}$$

16. Визначимо потужність, яка споживається навантаженням,

$$P_{\text{н}} = 17 \cdot 10^2 = 170 \cdot 10 = 1\,700 \text{ Вт} = 1,7 \text{ кВт.}$$

18. Складаємо баланс потужностей:

$$P = P_{\text{в}} + P_{\text{л}} + P_{\text{н}} + P_{\text{з}} ;$$

$$2\,500 = 200 + 600 + 1\,700.$$

19. Визначимо к.к.д. генератора (джерела) визначається за (1.26) або (1.38):

$$\eta_{\text{г}} = \frac{2\,300}{2\,500} = \frac{230}{250} = 0,92 .$$

20. Визначимо к.к.д. лінії електропередачі визначається за (1.24):

$$\eta_n = \frac{1\,700}{2\,300} = \frac{170}{230} \approx 0,74 .$$

21. Визначимо к.к.д. всієї електроустановки визначається за (1.25) або (1.40):

$$\eta_y = \frac{1\,700}{2\,500} = \frac{170}{250} = 0,68 .$$

$$\text{або } \eta_y = \eta_n \cdot \eta_e = 0,74 \cdot 0,92 = 0,68.$$

22. Знайдемо електроенергію, яку споживає навантаження за 1 000 год. визначається за (1.21):

$$W_H = 1,7 \cdot 1\,000 = 1\,700 \text{ кВт}\cdot\text{год}.$$

23. Визначимо вартість електричної енергії, яку споживає навантаження за 1 000 год.:

$$C_H = W_H c_E = 1\,700 \cdot 1,5 = 2550 \text{ грн}.$$

Задача 1.24

До затискачів генератора підключено навантаження, яке споживає в першому режимі потужність $P_1 = 2,7 \text{ кВт}$, при напрузі на затискачах генератора $U_1 = 225 \text{ В}$; у другому режимі потужність $P_2 = 1,84 \text{ кВт}$, при напрузі на затискачах генератора $U_2 = 230 \text{ В}$.

1. Визначити е.р.с. генератора.
2. Визначити внутрішній опір генератора.

Розв'язання

1. Визначимо величину струмів, що проходять через навантаження, для двох випадків

$$I_1 = \frac{P_1}{U_1}; \quad I_1 = \frac{2,7 \cdot 10^3}{225} = 12 \text{ А};$$

$$I_2 = \frac{P_2}{U_2}; \quad I_2 = \frac{1,84 \cdot 10^3}{230} = 8 \text{ А}.$$

2. Визначимо внутрішній опір генератора, скористаємося законом Ома для

$$\text{всього електричного кола (1.13) } I = \frac{E}{(R_n + R_e)},$$

де R_n – опір навантаження, Ом;

R_e – внутрішній опір генератора, Ом.

Запишемо два рівняння для двох режимів роботи

$$\left. \begin{aligned} E &= U_1 + I_1 \cdot R_6 = 225 + 12 \cdot R_6; \\ E &= U_2 + I_2 \cdot R_6 = 230 + 8 \cdot R_6. \end{aligned} \right\}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -12 \\ 1 & -8 \end{vmatrix} = -8 + 12 = 4;$$

$$\Delta_E = \begin{vmatrix} 225 & -12 \\ 230 & -8 \end{vmatrix} = 225 \cdot (-8) - 230 \cdot (-12) = -1800 + 2760 = 960;$$

$$\Delta_{R_6} = \begin{vmatrix} 1 & 225 \\ 1 & 230 \end{vmatrix} = 230 - 225 = 5;$$

$$E = \frac{\Delta_E}{\Delta}; \quad E = \frac{960}{4} = 240 \text{ В};$$

$$R_6 = \frac{\Delta_{R_6}}{\Delta}; \quad R_6 = \frac{5}{4} = 1,25 \text{ Ом}.$$

Задача 1.25

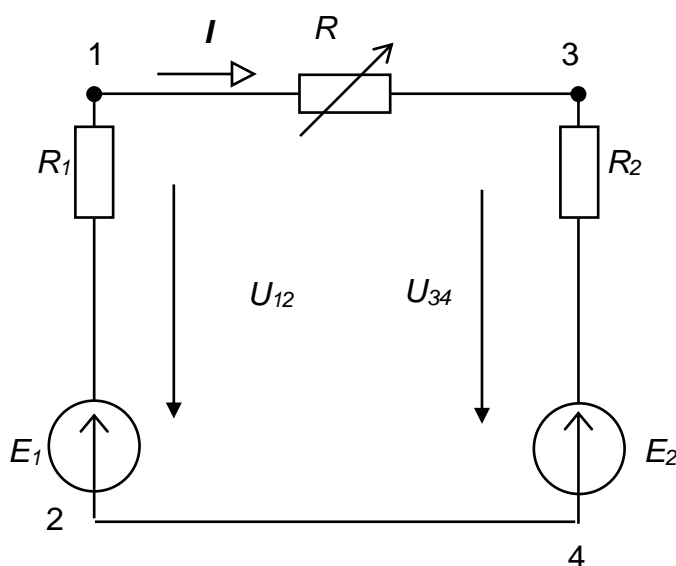


Рис.1.16

Для розрахункової схеми, приведеної на рис.1.16, відомо:

е.р.с. джерел живлення:

$$E_1 = 24 \text{ В}, \quad E_2 = 6 \text{ В},$$

опори резисторів:

$$R_1 = 2 \text{ Ом}, \quad R_2 = 1 \text{ Ом}, \\ R = 3 \text{ Ом}.$$

1. Визначити силу струму в колі.

2. Визначити напруги на затискачах джерел живлення в момент включення електричної схеми.

Розв'язання.

1. Визначимо силу струму в колі знаходимо за законом Ома

$$I = \frac{E_1 - E_2}{R_1 + R + R_2}; \quad I = \frac{24 - 6}{2 + 3 + 1} = 3 \text{ А.}$$

2. Знайдемо напругу на затискачах 1-2 джерела з E_1

$$U_{12} = E_1 - I \cdot R_1; \quad U_{12} = 24 - 3 \cdot 2 = 18 \text{ В.}$$

3. 2. Знайдемо напругу на затискачах 3-4 джерела з E_2

$$U_{34} = E_2 + I \cdot R_2; \quad U_{34} = 6 + 3 \cdot 1 = 9 \text{ В.}$$

Задача 1.26

Задано ділянку кола, розрахункова схема якої приведена на рис.17.

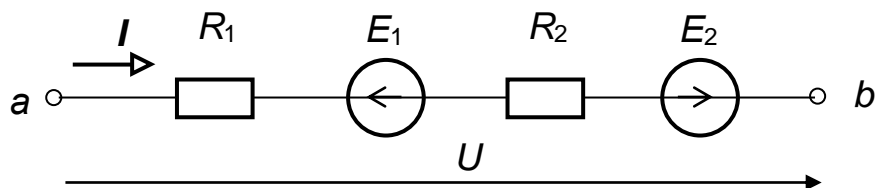


Рис.1.17

Для зазначеної розрахункової схеми відомо:

$R_1 = 2 \text{ Ом}$, $R_2 = 8 \text{ Ом}$, $E_1 = 17 \text{ В}$, $E_2 = 47 \text{ В}$, $U = 50 \text{ В}$.

Визначити силу струму в колі і електричну потужність, що споживають навантаження.

Розв'язання

1. Визначимо силу струму в колі за виразом (1.27):

$$I = \frac{U + (-E_1 + E_2)}{R_1 + R_2}; \quad I = \frac{50 + (-17 + 47)}{2 + 8} = 8 \text{ А.}$$

2. Знайдемо електричну потужність, що споживають навантаження

$$P_H = I^2 \cdot (R_1 + R_2); \quad P_H = 8^2 \cdot (+2 + 8) = 640 \text{ Вт}$$

Задача 1.27

Двупровідна лінія живиться від джерела потужністю $P_{дж} = 2,5 \text{ кВт}$ при силі струму $I = 12 \text{ А}$.

Визначити потужність навантаження, втрату напруги і к.к.д. лінії, якщо її довжина складає $l = 1200 \text{ м}$, а діаметр мідних проводів $d = 4,5 \text{ мм}$.

Розв'язання

1. Визначимо опір проводів лінії

$$R_l = \rho \frac{2 \cdot l}{S} = \rho \frac{2 \cdot l \cdot 4}{\pi \cdot d^2};$$

$$R_l = 0,0175 \frac{2 \cdot 1200 \cdot 4}{3,14 \cdot 4,5^2} = 2,64 \text{ Ом.}$$

1. Визначимо втрату (падіння) напруги в лінії

$$U_l = R_l \cdot I; \quad U = 2,64 \cdot 12 = 31,7 \text{ В.}$$

2. Визначимо втрати потужності в лінії

$$P_l = U_l \cdot I;$$

$$P_l = 31,7 \cdot 12 = 380 \text{ Вт.}$$

3. Визначимо потужність, що споживається навантаженням

4.

$$P_H = P_{дж} - P_l;$$

$$P_H = 2500 - 380 = 2120 \text{ Вт.}$$

5. Визначимо коефіцієнт корисної дії лінії

6.

$$\eta_l = \frac{P_H}{P_{дж}};$$

$$\eta_l = \frac{2,12}{2,5} = 0,85.$$

1.10 Режими роботи електричного кола

Режим роботи електричного кола, при якому у ньому протікає електричний струм, на силу якого було розраховано електричне коло виробником, називають **номінальним режимом**.

Режим роботи електричного кола, при якому джерело працює, а електричний струм не протікає (тому що коло розімкнено, тобто опір навантаження дорівнює нескінченності $R_H = \infty$), називають **режимом холостого ходу** ($U_{z(x)} = E$).

Режим роботи електричного кола, при якому джерело працює при замкнених накоротко між собою затискачах, називають **режимом короткого замикання джерела** ($R_L = 0; R_H = 0$).

Режим роботи електричного кола, при якому джерело працює при замкнених накоротко між собою затискачах навантаження, називають **режимом короткого замикання навантаження**.

Задача 1.28

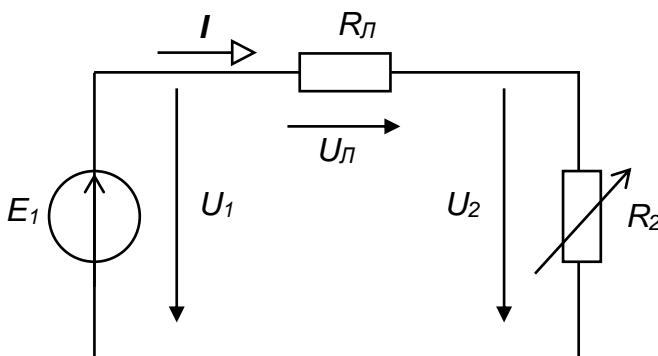


Рис.1.18

Для розрахункової схеми, приведеної на рис.1.18, відомо:

$E = 200 \text{ В}$, $R_L = 2 \text{ Ом}$,
опір навантаження змінюється від 0 до ∞ .

Визначити опір навантаження, при якому йому буде передана максимальна потужність, і знайти цю потужність.

Визначити коефіцієнт корисної дії лінії електропередачі.

Розв'язання

1. Знайдемо силу струму в колі в цьому випадку

$$I = \frac{E}{R_L + R_H} = \frac{200}{2+2} = 50 \text{ А.}$$

2. Знайдемо максимальну потужність, яку можна передати навантаженню:

Максимальна потужність, яка може бути передана навантаженню, можливо за умови

$$R_H = R_{\Gamma} = 2 \text{ Ом.}$$

$$P_{H(max)} = R_H I^2 = 2 \cdot 50^2 = 5\,000 \text{ Вт} = 5 \text{ кВт.}$$

3. Визначимо коефіцієнт корисної дії лінії електропередачі

Визначимо напругу на навантаженні U_2

$$U_2 = I_1 \cdot R_2; \quad U_2 = 50 \cdot 2 = 100 \text{ В.}$$

Знайдемо напругу на джерелі живлення оскільки внутрішній опір джерела дорівнює нулю, то U_1 дорівнює е.р.с. $U_1 = E = 200 \text{ В.}$

Тоді коефіцієнт корисної дії лінії електропередачі

$$\eta_{\text{л}} = \frac{U_H}{U_1}; \quad \eta_{\text{л}} = \frac{100}{200} = 0,5.$$

Задача 1.29

При холостому ході генератора, внутрішній опір якого 0,2 Ом, вольтметр, приєднаний до його затискачів, показав 230 В (рис.1.19 а, б).

Визначити, якими стануть покази вольтметра, якщо генератор завантажити силою струму 10, 20, 30, 40, 50 А.

Побудувати зовнішню характеристику генератора. Вважати, що е.р.с. генератора не змінна за величиною ($E = \text{const}$).

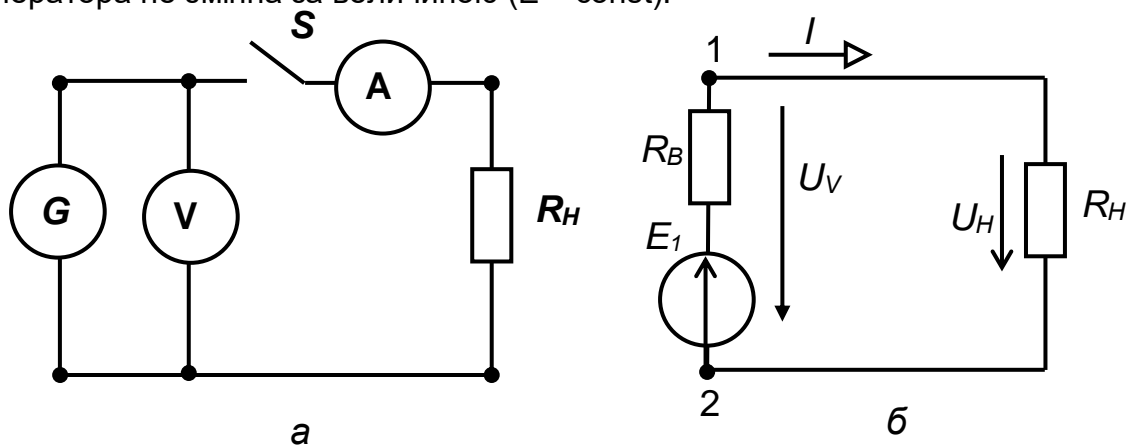


Рис.1.19

Розв'язання

1. Визначимо силу струму в електричному колі на холостому ході

На холостому ході $E = U_{\text{хх.}}$, оскільки рубильник розімкнений ($R_{\text{юла}} = \infty$), струм генератора, згідно рівняння зовнішньої характеристики генератора, дорівнює

$$I = \frac{E - U_V}{R_B};$$

$$I = \frac{230 - 230}{0,2} = 0 \text{ A.}$$

2. Знайдемо покази вольтметра при різних значеннях сили струму в генераторі.

Згідно рівняння зовнішньої характеристики генератора

$$U_V = E - I \cdot R_B$$

Результати розрахунку представимо в таблиці

I, A	0	10	20	30	40	50
U_V, B	230	228	226	224	222	220

3. Побудуємо зовнішню характеристику генератора

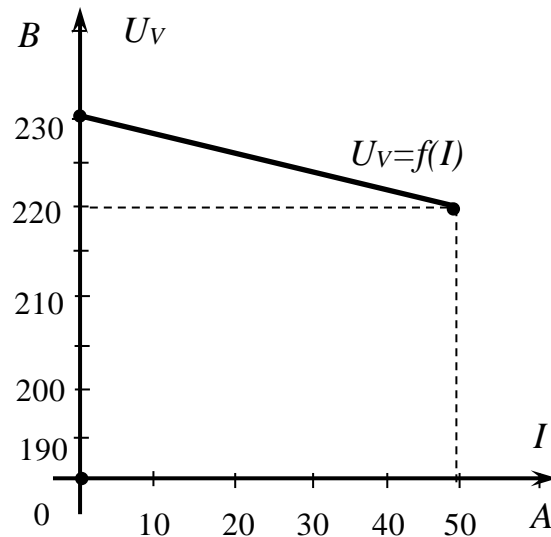
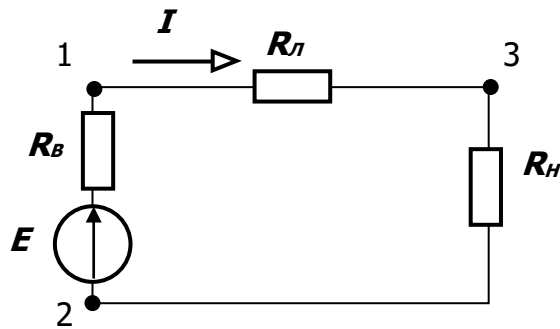


Рис.1.20

Завдання для самоконтролю



На приведений розрахунковій електричного кола відомо:

$$\begin{aligned} E &= 200 \text{ В}; R_B = 1 \text{ Ом}; \\ R_L &= 3 \text{ Ом}; \\ R_H &= 16 \text{ Ом}; \\ \varphi_2 &= 0. \end{aligned}$$

1. Визначити силу струму в колі.
2. Визначити потенціал точки 1.
3. Визначити напругу на затискачах джерела.
4. Визначити спадання напруги в лінії.
5. Визначити напругу на затискачах навантаження.
6. Визначити потужність навантаження.
7. Визначити кількість енергії, яка втрачається в лінії за 100 секунд.
8. Визначити потужність, яку розвиває джерело.
9. Визначити потужність, яку віддає джерело в лінію.
10. Визначити к.к.д. джерела.

Тематичне комплексне кваліфікаційне завдання

Умова

Від машинного генератора постійного струму за допомогою лінії електропередачі, що складається із двох металевих проводів, живиться електроосвітлювальний пристрій.

Технічна характеристика генератора: номінальна напруга $U_{нг}$, номінальна сила струму $I_{нг}$, напруга на затискачах генератора при холостому ході U_x .

Технічна характеристика проводів лінії електропередачі: площа поперечного перерізу проводів S , загальна довжина проводів l , питомий опір провідника ρ .

Технічна характеристика електроосвітлювального пристрою: номінальна потужність $P_{но}$, номінальна напруга $U_{но}$.

Для виміру сили електричного струму в колі і напруги на затискачах електроосвітлювального пристрою передбачені електровимірювальні прилади. Включення електроосвітлювального пристрою робиться вимикачем.

Завдання

1. Скласти принципову електричну схему описаного електричного кола. Окремі елементи кола виділити жирними лініями, а їхні з'єднуючі проводи - тонкими лініями. Позначити номери проводів.
2. Скласти розрахункову схему електричного кола, прийнявши наступні допущення:
 - опір прямого і зворотного проводів лінії електропередачі зосередити в одному місці;
 - опорами проводів, що з'єднують елементи кола, зневажити;
 - опором амперметра зневажити;
 - опір вольтметра прийняти рівним нескінченності.
3. Виконати розрахунок електричного кола:
 - визначити електрорушійну силу генератора;
 - визначити внутрішній опір генератора;
 - визначити опір проводів лінії електропередачі;
 - визначити опір електроосвітлювального пристрою;
 - визначити силу електричного струму в колі;
 - визначити напругу на затискачах генератора;
 - визначити спадання напруги в лінії електропередачі;
 - визначити напругу на затискачах електроосвітлювального пристрою;
 - визначити потужність, що розвивається генератором;

- визначити втрати потужності в генераторі;
- визначити втрати потужності в лінії електропередачі;
- визначити потужність, споживану електроосвітлювальним пристроєм;
- скласти баланс потужностей електричного кола;
- визначити коефіцієнт корисної дії лінії електропередачі;
- визначити коефіцієнт корисної дії генератора;
- визначити коефіцієнт корисної дії всієї електроустановки;
- визначити кількість електричної енергії, яку споживе електроосвітлювальний пристрій за 1000 годин роботи.

Варіанти початкових даних до тематичного комплексного кваліфікаційного завдання

Таблиця

Варіанти	Початкові дані							
	$U_{нг},$ В	$I_{нг},$ А	$U_x,$ В	$S,$ мм ²	$l,$ м	$\frac{\rho,}{\text{Ом} \cdot \text{мм}^2}$ м	$P_{но},$ Вт	$U_{но},$ В
1	32	2	36	2	471	0,017	675	90
2	260	20	300	2	353	0,017	6000	300
3	200	10	220	2	276	0,029	3800	380
4	135	15	150	3	353	0,017	1200	120
5	110	20	150	3	529	0,017	2250	150
6	85	15	100	3	207	0,029	1700	170
7	185	15	200	2	235	0,017	1700	170
8	140	10	160	2	138	0,029	4800	240
9	320	15	350	2	345	0,029	11250	450
10	275	25	300	3	529	0,017	4400	220
11	17	3	20	3	529	0,017	24	12
12	180	20	200	3	414	0,029	6000	300
13	210	20	250	2	353	0,017	4500	300
14	275	25	300	2	353	0,017	10000	400
15	175	5	200	2	1034	0,029	3000	300

Розв'язання

Початкові дані							
$U_{нг},$ B	$I_{нг},$ A	$U_x,$ B	$S,$ $мм^2$	$l,$ $м$	$\frac{\rho,$ $Ом \cdot м}{мм^2}$	$P_{но},$ $Вт$	$U_{но},$ B
110	10	120	2	353	0,017	500	100

1. Складаємо принципову електричну схему описаного електричного кола. Окремі елементи кола виділяємо жирними лініями, а їхні з'єднуючі проводи - тонкими лініями. Позначаємо номери проводів.

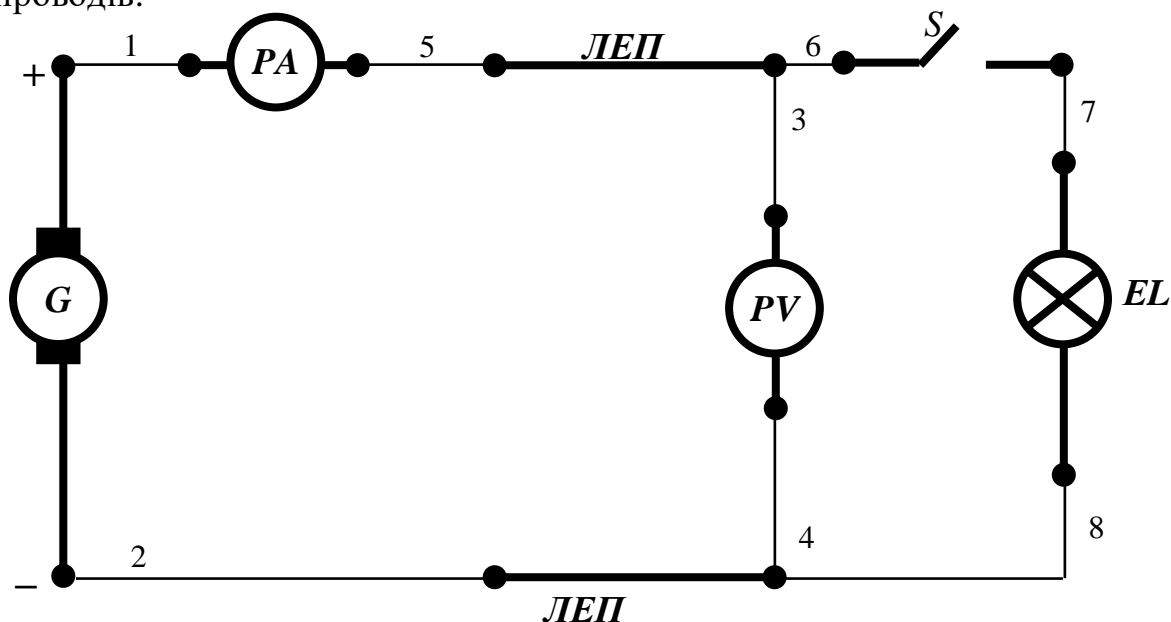


Рисунок 1 – Принципова електрична схема кола:

- G – генератор постійного струму;
- $ЛЕП$ – лінія електропередачі;
- S – вимикач;
- EL – електроосвітлювальний пристрій;
- PA – амперметр;
- PV – вольтметр.

2. Складаємо розрахункову схему електричного кола, прийнявши наступні допущення:

- опори прямого і зворотного проводів лінії електропередачі зосереджуємо в одному місці;
- опорами проводів, що з'єднують елементи кола, зневажаємо;
- опором амперметра зневажаємо;
- опір вольтметра приймаємо рівним нескінченності.

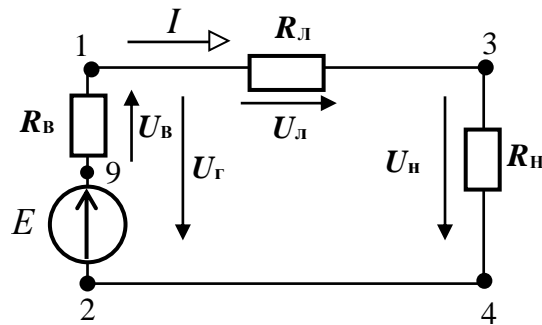


Рисунок 2 – Розрахункова схема електричного кола:

- E – е.р.с., яка розвивається генератором;
- R_B – внутрішній опір генератора;
- R_L – опір лінії електропередачі;
- R_H – опір навантаження (освітлювальний пристрій);
- I – сила струму в колі;
- U_B – спадання напруги в генераторі;
- U_G – напруга на затискачах генератора;
- U_L – спадання напруги в лінії електропередачі;
- U_H – напруга на затискачах навантаження (освітлювального пристрою).

3. Виконуємо розрахунок електричного кола:

- Визначимо електрорушійну силу генератора

$$E = U_x, \quad (1)$$

- де E – е.р.с., що розвивається генератором, B ;
- U_x – напруга на затискачах генератора при холостому ході, B ;

$$E = 120 B ;$$

- Визначимо внутрішній опір генератора

$$R_B = \frac{U_{BHГ}}{I_{HГ}} = \frac{E - U_{HГ}}{I_{HГ}}, \quad (2)$$

- де R_B – внутрішній опір генератора, $Ом$;
- $U_{BHГ}$ – спадання напруги в генераторі при номінальному струмі, B ;

U_{HG} – номінальна напруга генератора, B ;

I_{HG} – номінальна сила струму генератора, A ;

$$R_B = \frac{120 - 110}{10} = \frac{10}{10} = 1 \text{ Ом};$$

– Визначимо опір проводів лінії електропередачі

$$R_L = \rho \cdot \frac{l}{S}, \quad (3)$$

де R_L – опір проводів лінії електропередачі, $Ом$;

ρ – питомий опір проводів лінії електропередачі, $\frac{Ом \cdot мм^2}{м}$;

l – загальна довжина проводів лінії електропередачі, $м$;

S – площа поперечного перерізу проводів лінії електропередачі, $мм^2$;

$$R_L = 0,017 \cdot \frac{353}{2} = 3 \text{ Ом};$$

– Визначимо опір електроосвітлювального пристрою

$$P_{HO} = U_{HO} \cdot I_{HO} = U_{HO} \cdot \frac{U_{HO}}{R_H} = \frac{U_{HO}^2}{R_H} \Rightarrow R_H = \frac{U_{HO}^2}{P_{HO}}, \quad (4)$$

де R_H – опір навантаження (електроосвітлювального пристрою), $Ом$;

U_{HO} – номінальна напруга на затискачах освітлювального пристрою, B ;

$$R_H = \frac{100^2}{500} = \frac{10000}{500} = 20 \text{ Ом};$$

– Визначимо силу електричного струму в колі

$$I = \frac{E}{R_B + R_L + R_H}, \quad (5)$$

де I – сила електричного струму в колі, A ;

$$I = \frac{120}{1+3+20} = \frac{120}{24} = 5 \text{ A};$$

– Визначимо напругу на затискачах генератора

$$U_{\Gamma} = E - R_B \cdot I, \quad (6)$$

де U_{Γ} – напруга на затискачах генератора, B ;

$$U_{\Gamma} = 120 - 1 \cdot 5 = 120 - 5 = 115 \text{ B};$$

– Визначимо спадання напруги в лінії електропередачі

$$U_{\mathcal{L}} = R_{\mathcal{L}} \cdot I, \quad (7)$$

де $U_{\mathcal{L}}$ – спадання напруги в лінії електропередачі, B ;

$$U_{\mathcal{L}} = 3 \cdot 5 = 15 \text{ B};$$

– Визначимо напругу на затискачах електроосвітлювального пристрою

$$U_H = R_H \cdot I, \quad (8)$$

де U_H – напруга на затискачах електроосвітлювального пристрою (навантаження), B ;

$$U_H = 20 \cdot 5 = 100 \text{ B};$$

– Визначимо потужність, що розвивається генератором

$$P = E \cdot I, \quad (9)$$

де P – потужність, що розвивається генератором, Bm ;

$$P = 120 \cdot 5 = 600 \text{ Bm};$$

– Визначимо втрати потужності в генераторі

$$P_B = R_B \cdot I^2, \quad (10)$$

де P_B – втрати потужності в генераторі, Bm ;

$$P_B = 1 \cdot 5^2 = 1 \cdot 25 = 25 \text{ Bm};$$

– Визначимо втрати потужності в лінії електропередачі

$$P_{\mathcal{L}} = R_{\mathcal{L}} \cdot I^2, \quad (11)$$

де P_L – втрати потужності в лінії електропередачі, $Вт$;

$$P_L = 3 \cdot 5^2 = 3 \cdot 25 = 75 \text{ Вт};$$

– Визначимо потужність, яку споживає електроосвітлювальний пристрій

$$P_H = R_H \cdot I^2, \quad (12)$$

де P_H – потужність, споживана електроосвітлювальним пристроєм, $Вт$;

$$P_H = 20 \cdot 5^2 = 20 \cdot 25 = 500 \text{ Вт};$$

– складаємо баланс потужностей електричного кола

$$\begin{aligned} P &= P_B + P_L + P_H; \\ 600 &= 25 + 75 + 500; \\ 600 &= 600; \end{aligned} \quad (13)$$

– Визначимо коефіцієнт корисної дії лінії електропередачі;

$$\eta_L = \frac{P_H}{P - P_B} \cdot 100 = \frac{P_H}{P - P_B} \cdot 100\%, \quad (14)$$

де η_L – коефіцієнт корисної дії лінії електропередачі, %;

P_G – потужність, яка віддається генератором у лінію електропередачі, $Вт$;

$$\eta_L = \frac{500}{600 - 25} \cdot 100 = \frac{500}{575} \cdot 100 = 86,96 \%;$$

– Визначимо коефіцієнт корисної дії генератора

$$\eta_G = \frac{P_G}{P} \cdot 100 = \frac{P - P_B}{P} \cdot 100\%, \quad (15)$$

де η_G – коефіцієнт корисної дії генератора, %;

$$\eta_{\Gamma} = \frac{600 - 25}{600} \cdot 100 = \frac{575}{600} \cdot 100 = 95,83 \ %;$$

– Визначимо коефіцієнт корисної дії всієї електроустановки:

$$\eta_{\gamma} = \frac{P_H}{P} \cdot 100 \ %, \quad (16)$$

де η_{γ} – коефіцієнт корисної дії всієї електроустановки, %;

$$\eta_{\gamma} = \frac{500}{600} \cdot 100 = 83,33 \ % ;$$

– Визначимо кількість електричної енергії, яку споживе електроосвітлювальний пристрій за 1000 годин роботи:

$$W_H = P_H \cdot t \cdot 10^{-3}, \quad (17)$$

де W_H – кількість електричної енергії, яку споживе електроосвітлювальний пристрій за 1000 годин роботи, *кВт·год*;

$$W_H = 500 \cdot 1000 \cdot 10^{-3} = 500 \ \text{кВт} \cdot \text{год} .$$

2 ЛІНІЙНІ РОЗГАЛУЖЕНІ ЕЛЕКТРИЧНІ КОЛА ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

2.1 Закони Кірхгофа

Вітка або розгалуження – це ділянка кола, що складається з послідовно з'єднаних елементів, включених між двома вузлами.

Вузол – це точка, у якій сходяться не менше трьох віток.

Контур – це замкнена ділянка кола, яка утворюється при обході по вітках.

Контур вважається **незалежним**, якщо має хоча б одну вітку, що входить тільки в цей контур

Електричні кола, які мають у своєму складі вітки, називають **розгалуженими**.

Перший закон Кірхгофа застосовується для вузла електричного кола і встановлює взаємозв'язок між силами струмів, які відносяться до вузла.

Формулювання закону: у вузлі електричного кола алгебраїчна сума сил струмів дорівнює нулю.

Математичний запис закону:

$$\sum_{i=1}^{i=n} I_i = 0. \quad (2.1)$$

Умовно приймають, що сили струмів, які входять у вузол, беруться зі знаком «+», а сили струмів, які виходять з вузла, беруться зі знаком «-». Напрями струмів у вітках обирають довільно.

Другий закон Кірхгофа застосовується для контуру електричного кола і встановлює взаємозв'язок між е.р.с., що діють у контурі, і спадами напруг на опорах контуру.

Формулювання закону: у замкненому контурі електричного кола алгебраїчна сума е.р.с. дорівнює алгебраїчній сумі спадів напруг на опорах, що входять у цей контур.

Математичний запис закону:

$$\sum_{i=1}^{i=n} E_i = \sum_{i=1}^{i=n} R_i I_i. \quad (2.2)$$

Умовно приймають, що е.р.с. та сили струмів беруться зі знаком «+», якщо їх напрями збігаються з довільно обраним напрямом обходу контуру; якщо не збігаються – зі знаком «-». Закон застосовують для незалежного контуру, тобто такого контуру, до якого входить хоча б одне розгалуження, що не відноситься до жодного іншого контуру.

Задача 2.1

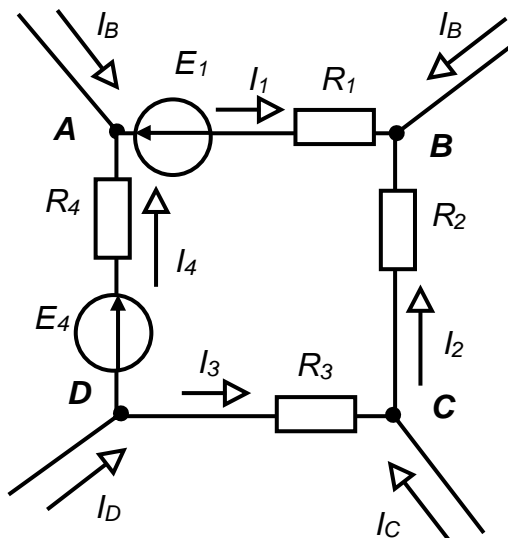


Рис. 2.1

В електричному колі (рис. 2.1) задано величини:

е.р.с. Е.:

$$E_1 = 5 \text{ В}; E_4 = 10 \text{ В};$$

опорів резисторів

$$R_1 = 20 \text{ Ом}; R_2 = 40 \text{ Ом};$$

$$R_3 = 10 \text{ Ом}; R_4 = 5 \text{ Ом};$$

сили струмів

$$I_1 = 3 \text{ А}; I_2 = 1 \text{ А}; I_4 = 2 \text{ А};$$

$$I_C = -3,5 \text{ А}.$$

1. Визначити сили струмів I_3 , I_A , I_B , I_D .

Розв'язання

1. Визначимо силу струму I_3

Складемо рівняння за першим законом Кірхгофа для вузла С

$$I_C + I_3 - I_2 = 0; \quad I_3 = -I_C + I_2;$$

$$I_3 = -(-3,5) + 1 = +2,5 \text{ А}.$$

2. Визначимо силу струму, що приходить у вузол А I_A

Складемо рівняння за першим законом Кірхгофа для вузлу А

$$I_A - I_4 + I_1 = 0; \quad I_A = I_4 - I_1;$$

$$I_A = 2 - 3 = -1 \text{ А}.$$

3. Визначимо силу струму, що приходить у вузол В I_B

Складемо рівняння за першим законом Кірхгофа для вузлу В

$$I_B - I_2 - I_1 = 0; \quad I_B = I_2 + I_1;$$

$$I_B = 3 + 1 = 4 \text{ А}.$$

4. Визначимо силу струму, що приходить у вузол D I_D

Складемо рівняння за першим законом Кірхгофа для вузлу D

$$I_D - I_3 + I_4 = 0; \quad I_D = I_3 - I_4 = 0;$$

$$I_D = 2,5 - 2 = 0,5 \text{ А}.$$

Задача 2.2

Для умови задачі 2.1 (рис. 2.1) задано величини:

е.р.с. E :

$E_1 = 5 \text{ В}$; $E_4 = 10 \text{ В}$; опорів резисторів $R_1 = 20 \text{ Ом}$; $R_2 = 40 \text{ Ом}$; $R_3 = 10 \text{ Ом}$; $R_4 = 5 \text{ Ом}$; сили струмів $I_1 = 3 \text{ А}$; $I_2 = 1 \text{ А}$; $I_4 = 2 \text{ А}$; $I_3 = -2,5 \text{ А}$.

Скласти рівняння за другим законом Кірхгофа для контуру А-В-D-С і перевірити, чи виконується 2-й закон Кірхгофа для контуру А-В-D-С при заданих величинах опорів, е.р.с. та сил струмів у вітках.

Розв'язання

1. Складемо рівняння за другим законом Кірхгофа для контуру А-В-D-С

$$E_4 - E_1 = I_1 \cdot R_1 - I_2 \cdot R_2 - I_3 \cdot R_3 + I_4 \cdot R_4$$

1. Перевіримо, чи виконується 2-й закон Кірхгофа для контуру А-В-D-С при заданих величинах опорів, е.р.с. та сил струмів у вітках

$$10 - 5 = 3 \cdot 20 - 1 \cdot 40 - 2,5 \cdot 10 + 2 \cdot 5 = 60 - 40 - 25 + 10 = 5$$

Другий закон Кірхгофа для контуру А-В-D-С при заданих величинах опорів, е.р.с. та сил струмів у вітках виконується

2.2 Застосування законів Кірхгофа для розрахунку розгалужених кіл

2.3 Еквівалентні перетворення схем з'єднання опорів

Алгоритм знаходження струмів за допомогою законів Кірхгофа:

визначають кількість вузлів, віток і незалежних контурів розрахункової схеми електричного кола;

- 1) складають рівняння за першим законом Кірхгофа (кількість рівнянь повинна бути на одне менше, ніж вузлів у схемі);
- 2) довільно обирають напрями обходів незалежних контурів схеми кола;
- 3) складають рівняння за другим законом Кірхгофа (кількість рівнянь повинна дорівнювати кількості незалежних контурів);
- 4) записують складені рівняння у вигляді системи рівнянь;
- 5) переписують складену систему рівнянь з коефіцієнтами при невідомих (підставляють значення е.р.с. та опорів);
- 6) розв'язують отриману систему рівнянь і знаходять сили струмів.

Схема кола з **послідовним** з'єднанням опорів (рис. 2.2).

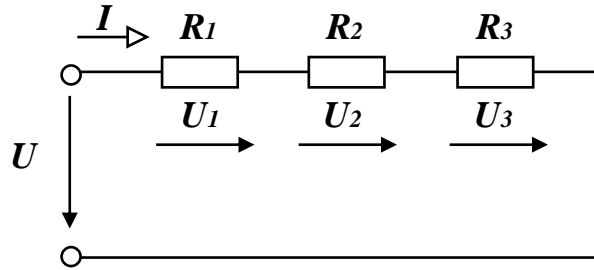


Рисунок 2.2 – Розрахункова схема електричного кола з послідовним з'єднанням опорів

$$R_e = R_1 + R_2 + R_3, \quad (2.3)$$

де R_e – еквівалентний опір електричного кола, Ом;

Еквівалентний опір послідовно з'єднаних елементів дорівнює сумі опорів цих елементів тобто

$$R_e = \sum_{i=1}^{i=n} R_i. \quad (2.4)$$

Розрахункова схема кола з **паралельним** з'єднанням опорів (рис.2.2).

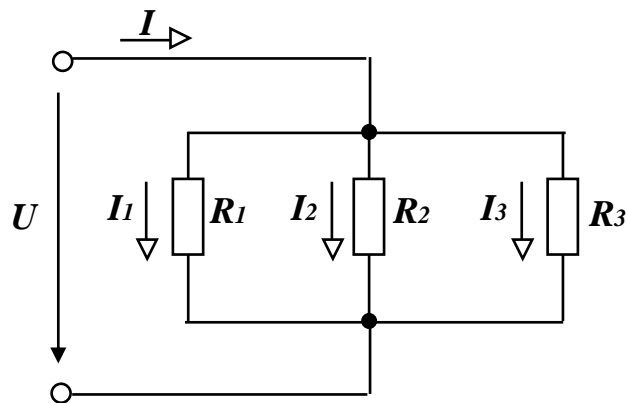


Рисунок 2.3 – Розрахункова схема електричного кола з паралельним з'єднанням опорів

Провідність – це фізична величина, обернено пропорційна опору, тобто:

$$g_1 = \frac{1}{R_1}; \quad g_2 = \frac{1}{R_2}; \quad g_3 = \frac{1}{R_3}. \quad (2.5)$$

Еквівалентна провідність електричного кола g_e , См;

$$g_e = g_1 + g_2 + g_3. \quad (2.6)$$

Еквівалентна провідність паралельно з'єднаних елементів дорівнює сумі провідностей цих елементів

$$g_e = \sum_{i=1}^{i=n} g_i. \quad (2.7)$$

Еквівалентний опір паралельно з'єднаних елементів розраховується так:

$$R_e = \frac{1}{\sum_{i=1}^{i=n} \frac{1}{R_i}}. \quad (2.8)$$

Схемою з'єднання «зірка» називають таку, за якої однойменні вивідні затискачі трьох пристроїв поєднуються у загальний вузол (рис.2.4а).

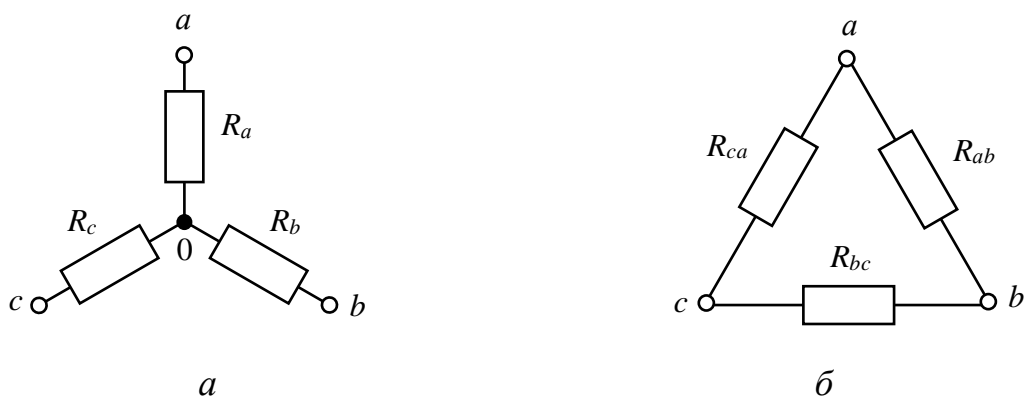


Рисунок 2.4 – Схеми з'єднання опорів зіркою (а) і трикутником (б)

Схемою з'єднання «трикутник» називають таку, за якої початковий вивідний затискач одного елемента поєднують з кінцевим вивідним затискачем другого елемента, початковий вивідний затискач

другого елемента поєднують з кінцевим вивідним затискачем третього елемента, початковий вивідний затискач третього елемента поєднують з кінцевим вивідним затискачем першого елемента, утворюючи замкнений контур (рис.2.4б).

Умовою еквівалентного перетворення із трикутника на зірку і навпаки є незмінність опорів між будь-якими точками цих схем.

При перетворенні схеми **трикутника** на схему **зірки**, дотримуючись умови еквівалентного перетворення.

$$R_a = \frac{R_{ab} \cdot R_{ca}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}}. \quad (2.9)$$

$$R_b = \frac{R_{ab} \cdot R_{bc}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}}. \quad (2.10)$$

$$R_c = \frac{R_{bc} \cdot R_{ca}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}}. \quad (2.11)$$

При перетворенні схеми **зірки** на схему **трикутника**

$$R_{ab} = R_a + R_b + \frac{R_a \cdot R_b}{R_c}. \quad (2.12)$$

$$R_{bc} = R_b + R_c + \frac{R_b \cdot R_c}{R_a}. \quad (2.13)$$

$$R_{ca} = R_a + R_c + \frac{R_a \cdot R_c}{R_b}. \quad (2.14)$$

Задача 2.3

До джерелі постійного струму напругою **U = 150 В** підключено навантаження, яке складається з **чотирьох паралельних** віток. Потужність, що споживається кожною віткою, відповідно, **P₁ = 90 Вт**, **P₂ = 270 Вт**, **P₃ = 157,5 Вт**, **P₄ = 360 Вт**.

Визначити провідність та силу струму у кожній вітці, загальну провідність та еквівалентний опір навантаження, силу струму в нерозгалуженій частині електричного кола.

Розв'язання

1. Визначимо провідність кожної паралельної вітки

$$g_1 = \frac{P_1}{U_1^2}; \quad g_1 = \frac{90}{150^2} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ См};$$

$$g_2 = \frac{P_2}{U_2^2}; \quad g_2 = \frac{270}{150^2} = 12 \cdot 10^{-3} \text{ См};$$

$$g_3 = \frac{P_3}{U_3^2}; \quad g_3 = \frac{157,5}{150^2} = 7 \cdot 10^{-3} \text{ См};$$

$$g_4 = \frac{P_4}{U_4^2}; \quad g_{34} = \frac{360}{150^2} = 16 \cdot 10^{-3} \text{ См}.$$

2. Визначимо еквівалентну провідність навантаження

$$g_e = g_1 + g_1 + g_1 + g_1;$$

$$g_e = 4 \cdot 10^{-3} + 12 \cdot 10^{-3} + 7 \cdot 10^{-3} + 16 \cdot 10^{-3} = 39 \cdot 10^{-3} \text{ См}.$$

3. Визначимо еквівалентний опір навантаження

$$R_e = \frac{1}{g_e}; \quad R_e = \frac{1}{39 \cdot 10^{-3}} = 25,6 \text{ Ом}.$$

4. Визначимо силу струмів у вітках електричного кола

$$I_1 = U \cdot g_1; \quad I_1 = 150 \cdot 4 \cdot 10^{-3} = 0,6 \text{ А};$$

$$I_2 = U \cdot g_2; \quad I_2 = 150 \cdot 12 \cdot 10^{-3} = 1,8 \text{ А};$$

$$I_3 = U \cdot g_3; \quad I_3 = 150 \cdot 7 \cdot 10^{-3} = 1,05 \text{ А};$$

$$I_4 = U \cdot g_4; \quad I_4 = 150 \cdot 16 \cdot 10^{-3} = 2,4 \text{ А}$$

5. Визначимо силу струму у нерозгалуженій частині електричного кола

$$I = U \cdot g_e; \quad I = 150 \cdot 39 \cdot 10^{-3} = 5,85 \text{ А}$$

$$\text{або } I = I_1 + I_2 + I_3 + I_4; \quad I = 0,6 + 1,8 + 1,05 + 2,4 = 5,85 \text{ А}.$$

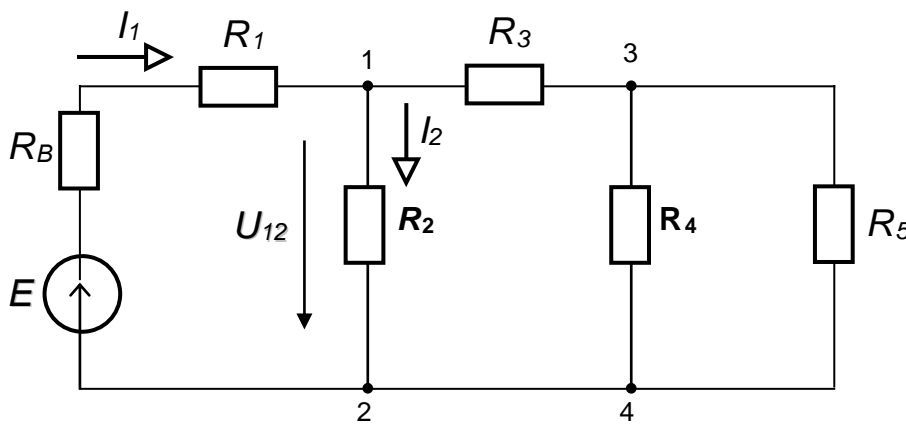
Задача 2.4

Одна освітлювальна та дві нагрівальних установки одержують живлення від генератора постійного струму за допомогою лінії електропередачі.

Опір освітлювальної установки дорівнює **8 Ом**.

Опори нагрівальних установок відповідно дорівнюють **3 Ом** і **4 Ом**.
 Опір лінії електропередачі на ділянці генератор – освітлювальна установка дорівнює **5 Ом**.
 Опір лінії електропередачі на ділянці освітлювальна установка – нагрівальні установки дорівнює **6 Ом**.
 Електрорушійна сила, яку розвиває генератор, дорівнює **300 В**.
 Внутрішній опір генератора дорівнює **1 Ом**.

1. Скласти розрахункову схему кола.
2. Визначити силу струму, який віддається генератором.
3. Визначити напругу на освітлювальній установці і силу струму, який у ній протікає.
4. Визначити потужність, яку споживає освітлювальна установка.



Дано:

$E = 300 \text{ В} ;$
 $R_B = 1 \text{ Ом} ;$
 $R_1 = 5 \text{ Ом} ;$
 $R_2 = 8 \text{ Ом} ;$
 $R_3 = 6 \text{ Ом} ;$
 $R_4 = 3 \text{ Ом} ;$
 $R_5 = 6 \text{ Ом} .$

Рис.2.5

Розв'язання

1. Складаємо розрахункову схему електричного кола, увівши наступні позначення: R_B – внутрішній опір генератора, R_1 – опір лінії електропередачі на ділянці між генератором і освітлювальною установкою, R_2 – опір освітлювальної установки, R_3 – опір лінії електропередачі на ділянці між освітлювальною і нагрівальною установками, R_4 і R_5 – опори нагрівальних установок (рис.2.4).

2. Заміняємо два паралельно з'єднаних опори на ділянці 3-4 одним еквівалентним

$$R_{34} = \frac{R_4 R_5}{R_4 + R_5} = \frac{3 \cdot 6}{3 + 6} = 2 \text{ Ом} .$$

3. Заміняємо опір R_3 і R_{34} одним еквівалентним

$$R_{345} = R_3 + R_{34} = 6 + 2 = 8 \text{ Ом} .$$

4. Заміняємо опори R_2 і R_{345} одним еквівалентним

$$R_{2345} = \frac{R_2 R_{345}}{R_2 + R_{345}} = \frac{8 \cdot 8}{8 + 8} = 4 \text{ Ом}.$$

5. Знаходимо еквівалентний опір усього кола:

$$R_e = R_e + R_1 + R_{2345} = 1 + 5 + 4 = 10 \text{ Ом}.$$

6. Знаходимо силу струму в колі (силу струму, який віддається генератором):

$$I_1 = \frac{E}{R_e} = \frac{300}{10} = 30 \text{ А}.$$

7. Знаходимо напругу між вузлами 1 і 2 (напругу на освітлювальній установці)

$$U_{12} = E - R_e I - R_1 I = 300 - 1 \cdot 30 - 5 \cdot 30 = 120 \text{ В}.$$

8. Знаходимо силу струму, що протікає між вузлами 1 і 2 (силу струму, який протікає в освітлювальній установці)

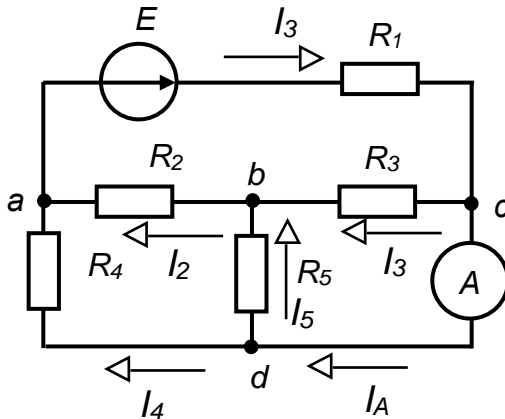
$$I_2 = \frac{U_{12}}{R_2} = \frac{120}{8} = 15 \text{ А}.$$

1. Знаходимо потужність, яку споживає освітлювальна установка

$$P_2 = R_2 I_2^2 = U_{12} I_2 = 8 \cdot 15^2 = 120 \cdot 15 = 1800 \text{ Вт} = 1,8 \text{ кВт}.$$

Задача 2.5

Визначити показ амперметра в електричному колі, зображеному на рис. 2.6а . Опором амперметра знехтувати.



Дано:

$$R_1 = 5,1 \text{ Ом};$$

$$R_2 = 40 \text{ Ом};$$

$$R_3 = 18 \text{ Ом};$$

$$R_4 = 30 \text{ Ом};$$

$$R_5 = 30 \text{ Ом};$$

$$E = 12 \text{ В}.$$

Рис. 2.6а

Розв'язання

1. Знайдемо еквівалентний опір електричного кола.

Замінімо послідовне і паралельне з'єднання опорів резисторів одним, їм еквівалентним.

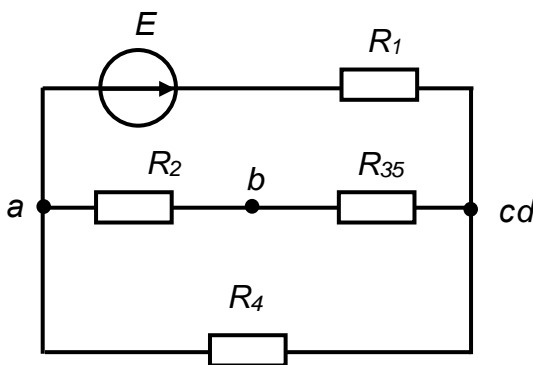
Оскільки опір вітки «с-d» дорівнює нулю, вузли с і d можна об'єднати в один вузол.

Резистори R_3 та R_5 з'єднані паралельно

$$R_{35} = \frac{R_3 \cdot R_5}{R_3 + R_{5bc}};$$

$$R_{35} = \frac{18 \cdot 30}{18 + 30} = 11,25 \text{ Ом.}$$

Після еквівалентного перетворення схема має вигляд рис. 2.6б.



В цій схемі відсутній амперметр, він стиснутий у вузол cd.

Знайдемо опір R_{235} , резистори R_2 та R_{35} з'єднані послідовно

$$R_{235} = R_2 + R_{35};$$

$$R_{235} = 40 + 11,25 = 51,25 \text{ Ом.}$$

Рис. 2.6б

Далі еквівалентний опір R_{2345} , бо резистори R_4 та R_{235} з'єднані паралельно

$$R_{2345} = \frac{R_4 \cdot R_{235}}{R_4 + R_{235}};$$

$$R_{2345} = \frac{51,25 \cdot 30}{51,25 + 30} = 18,9 \text{ Ом.}$$

Еквівалентний опір всього кола рис. 2.6в

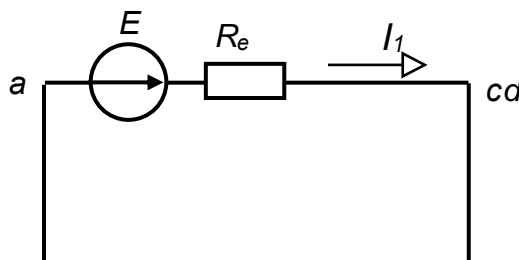


Рис. 2. 6в

$$R_e = R_1 + R_{2345};$$

$$R_e = 5,1 + 18,9 = 24 \text{ Ом.}$$

2. Визначимо силу струму у нерозгалуженій частині кола I_1

$$I_1 = \frac{E}{R_e};$$

$$I_1 = \frac{12}{24} = 0,5 \text{ А.}$$

3. Визначимо напругу між вузлами a та cd

$$U_{acd} = R_{2345} \cdot I_1;$$

$$U_{acd} = 18,9 \cdot 0,5 = 9,46 \text{ В.}$$

4. Визначимо силу струму I_2

$$I_2 = \frac{U_{acd}}{R_{235}};$$

$$I_2 = \frac{9,46}{51,25} = 0,184 \text{ А.}$$

5. Визначимо напругу U_{35} на резисторі R_{35}

$$U_{35} = R_{35} \cdot I_2;$$

$$U_{35} = 11,25 \cdot 0,184 = 2,07 \text{ В.}$$

6. Визначимо силу струму I_3

$$I_3 = \frac{U_{35}}{R_3};$$

$$I_3 = \frac{2,07}{18} = 0,115 \text{ А.}$$

7. Визначимо силу струму через амперметр за першим законом Кірхгофа

$$I_A = I_1 - I_3;$$

$$I_A = 0,5 - 0,115 = 0,385 \text{ А}$$

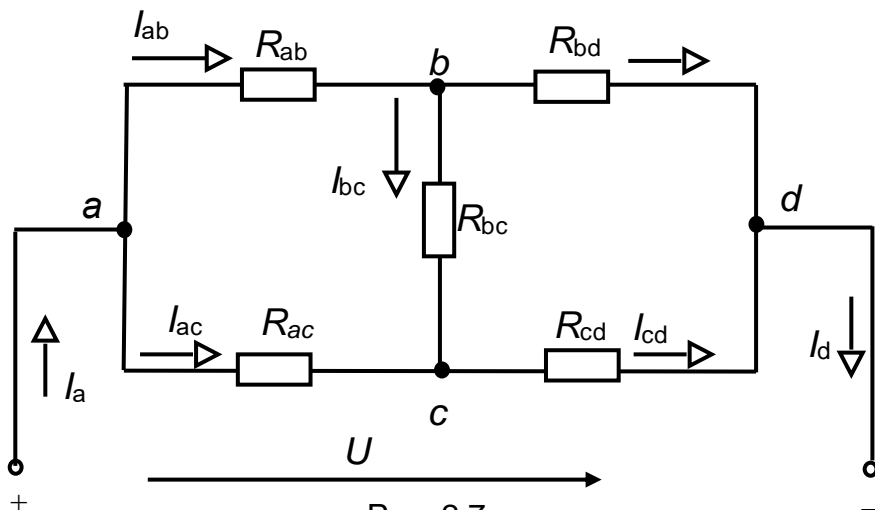
Задача 2.6

Задано схему змішаного з'єднання резисторів (рис. 2.7а).

Виконати еквівалентне перетворення схеми з'єднання опорів «трикутником» в еквівалентну схему з'єднання опорів «зіркою» розрахункової схеми кола, приведеної на рис.2.7а.

Визначити еквівалентний опір заданої електричної схеми.

Визначити сили струмів у вітках схеми.



Дано:

$$R_{ab} = 2 \text{ Ом};$$

$$R_{bc} = 4 \text{ Ом};$$

$$R_{ac} = 4 \text{ Ом};$$

$$R_{bd} = 1,2 \text{ Ом};$$

$$R_{cd} = 1,4 \text{ Ом};$$

$$U = 100 \text{ В.}$$

Рис. 2.7а

Розв'язання

1. Спростимо задану схему, для цього замінимо трикутник опорів між вузлами «а-в-с» з резисторами R_{ab} , R_{bc} та R_{ca} , еквівалентною зіркою опорів R_a , R_b та R_c з загальною точкою «0» (рис.2.7б)

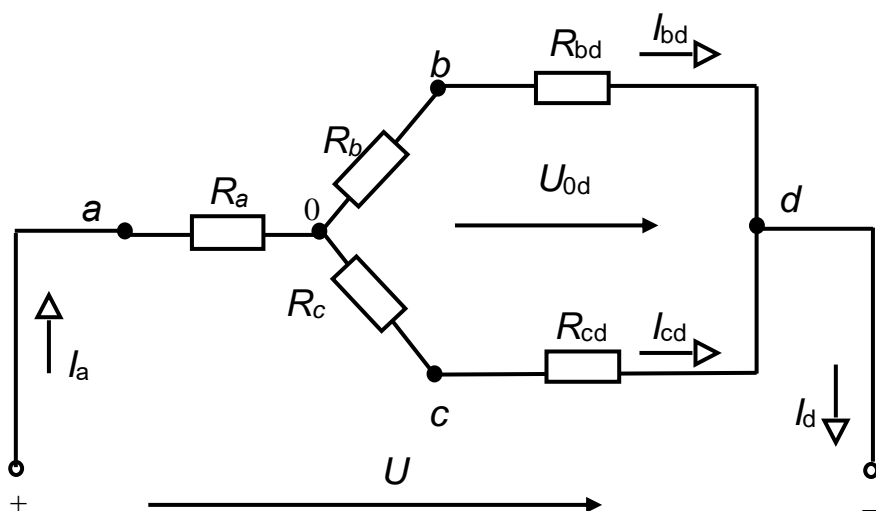


Рис. 2.7б

2. Визначимо опори еквівалентної зірки за допомогою формул (2.12-2.14)

$$R_a = \frac{R_{ab} \cdot R_{ac}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ac}};$$

$$R_a = \frac{2 \cdot 4}{2 + 4 + 4} = 0,8 \text{ Ом};$$

$$R_b = \frac{R_{ab} \cdot R_{bc}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ac}};$$

$$R_b = \frac{2 \cdot 4}{2 + 4 + 4} = 0,8 \text{ Ом};$$

$$R_c = \frac{R_{bc} \cdot R_{ac}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ac}};$$

$$R_c = \frac{42 \cdot 4}{2 + 4 + 4} = 1,6 \text{ Ом}.$$

3. Знайдемо опори резисторів у вітках еквівалентної розрахункової схеми (рис.2.14) між вузлами «0» та «d». Резистори R_{bd} і R_b у вітці та R_{cd} і R_c у вітці послідовно

$$R_{0bd} = R_{bd} + R_b; \quad R_{0bd} = 0,8 + 1,2 = 2 \text{ Ом};$$

$$R_{0cd} = R_{cd} + R_c; \quad R_{0cd} = 1,6 + 1,4 = 3 \text{ Ом}.$$

4. Знайдемо опори резисторів між вузлами «0» та «d» (рис.2.7б). Резистори R_{0bd} та R_{0cd} між собою з'єднані паралельно

$$R_{0d} = \frac{R_{0bd} \cdot R_{0cd}}{R_{0bd} + R_{0cd}}; \quad R_{0d} = \frac{2 \cdot 3}{2 + 3} = 1,2 \text{ Ом}.$$

Після перетворення схема має вигляд (рис.2.7в)

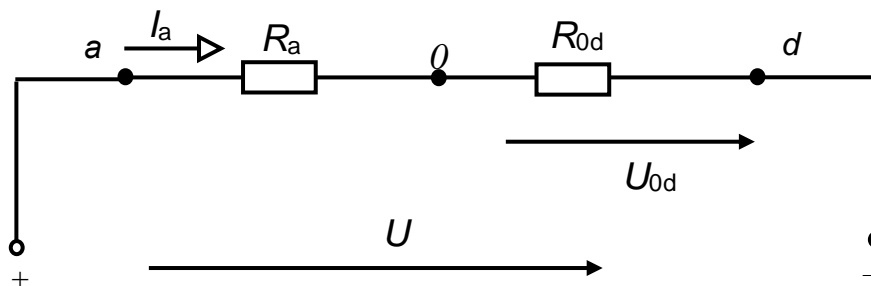


Рис. 2.7в

5. Знайдемо еквівалентний опір еквівалентного електричного кола

$$R_e = R_{ad} = R_a + R_{0d}; \quad R_e = R_{ad} = 1,2 + 0,8 = 2 \text{ Ом.}$$

6. Визначимо струм I_a

$$I_a = \frac{U}{R_e} = \frac{U}{R_{ad}}; \quad I_a = \frac{100}{2} = 50 \text{ A.}$$

7. Визначимо напругу U_{0d} між вузлами «0» та «d» (рис.2.7б)

$$U_{0d} = R_{0d} \cdot I_a; \quad U_{0d} = 50 \cdot 1,2 = 60 \text{ В.}$$

8. Визначимо сили струмів I_{bd} та I_{cd} (рис. 2.14)

$$I_{bd} = \frac{U_{0d}}{R_{0bd}}; \quad I_{bd} = \frac{60}{2} = 30 \text{ A};$$

$$I_{cd} = \frac{U_{0d}}{R_{0cd}}; \quad I_{cd} = \frac{60}{3} = 20 \text{ A}$$

9. Визначимо потенціали вузлів (рис.2.7б).

Приймемо $\varphi_a = 100 \text{ В}$, $\varphi_d = 0$, тоді

$$\varphi_0 = \varphi_a - I_a \cdot R_a; \quad \varphi_0 = 100 - 50 \cdot 0,8 = 60 \text{ В.}$$

$$\varphi_b = \varphi_0 - I_{bd} \cdot R_b; \quad \varphi_b = 60 - 30 \cdot 0,8 = 36 \text{ В.}$$

$$\varphi_c = \varphi_0 - I_{cd} \cdot R_c; \quad \varphi_c = 60 - 20 \cdot 1,6 = 28 \text{ В.}$$

10. Визначимо напругу U_{ab} (рис. 2.7а)

$$U_{ab} = \varphi_a - \varphi_b; \quad U_{ab} = 100 - 36 = 64 \text{ В.}$$

11. Визначимо силу струму I_{ab}

$$I_{ab} = \frac{U_{ab}}{R_{ab}};$$

$$I_{ab} = \frac{64}{2} = 32 \text{ A.}$$

12. Визначимо напругу U_{bc} (рис. 2.6б)

$$U_{bc} = \varphi_b - \varphi_c;$$

$$U_{ab} = 36 - 28 = 8 \text{ В.}$$

13. Визначимо струм I_{bc}

$$I_{bc} = \frac{U_{bc}}{R_{bc}};$$

$$I_{bc} = \frac{8}{4} = 2 \text{ А.}$$

14. Визначимо напругу U_{ac} (рис. 2.7а)

$$U_{ac} = \varphi_a - \varphi_c;$$

$$U_{ac} = 100 - 28 = 72 \text{ В.}$$

15. Визначимо струм I_{ac}

$$I_{ac} = \frac{U_{ac}}{R_{ac}};$$

$$I_{ac} = \frac{72}{4} = 18 \text{ А.}$$

Перевірка

З другим законом Кірхгофа (2.2)
для контуру «а-в-с»

$$\sum_{i=1}^{i=n} E_i = \sum_{i=1}^{i=n} R_i I_i ;$$

$$0 = U_{ab} + U_{bc} - U_{ac} ;$$

$$0 = 64 + 8 - 72$$

Для контуру «b-d-c»

$$0 = U_{bd} - U_{bc} - U_{dc} ;$$

$$0 = 36 - 8 - 28$$

Перевірка виконується, тобто струми в колі розраховані вірно.

Задача 2.7

В електричному колі (рис. 2.8а) задано величини електрорушійної сили джерела E та опорів резисторів.:

$$E = 20 \text{ В; } R_1 = 4 \text{ Ом; } R_2 = 1 \text{ Ом; } R_3 = 1 \text{ Ом; } R_4 = 2 \text{ Ом; } R_5 = 4 \text{ Ом; } R_6 = 5 \text{ Ом.}$$

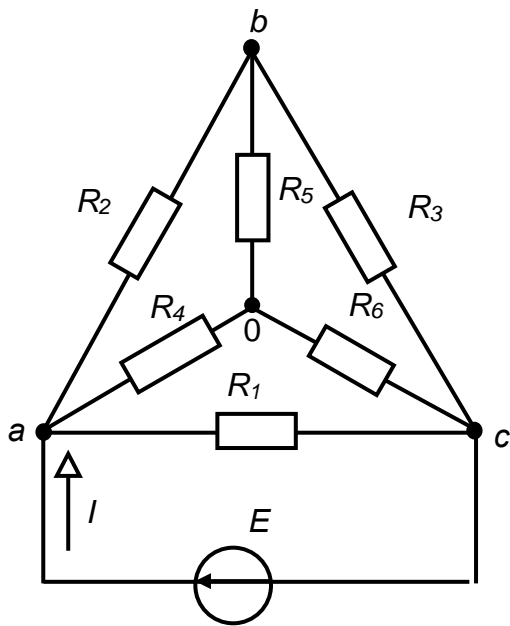


Рис. 2.8а

1. Визначити еквівалентний опір електричного кола.

2. Визначити силу струму в джерелі е.р.с

Розв'язання

2. Перетворимо резистори R_4 , R_5 , R_6 , з'єднані в зірку в еквівалентний трикутник з опорами R_{45} , R_{56} , R_{46} .
3. Отримаємо після перетворення еквівалентну схему (рис.2.8б)

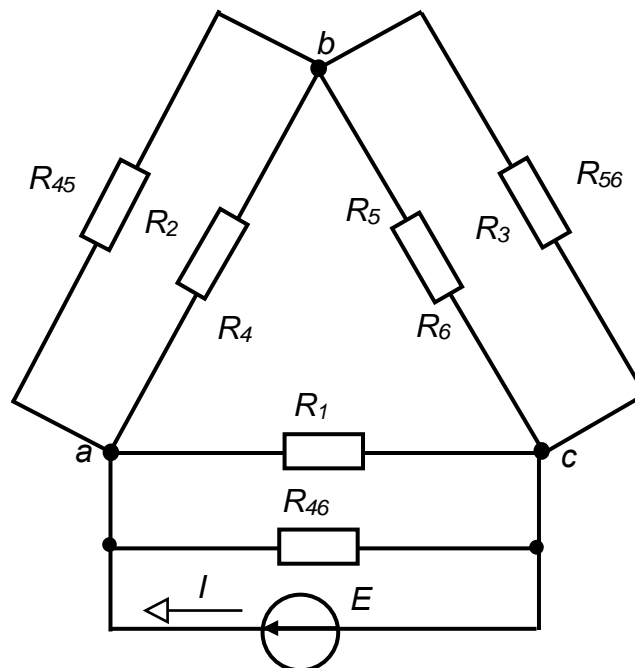


Рис. 2.8б

3. Визначимо еквівалентні опори резисторів R_{45} , R_{56} , R_{46} після еквівалентного перетворення (рис. 2.8б)

$$R_{45} = R_4 + R_5 + \frac{R_4 \cdot R_5}{R_6};$$

$$R_{45} = 2 + 4 + \frac{2 \cdot 4}{5} = 7,6 \text{ Ом};$$

$$R_{56} = R_6 + R_5 + \frac{R_6 \cdot R_5}{R_4};$$

$$R_{45} = 5 + 4 + \frac{4 \cdot 5}{2} = 19,0 \text{ Ом};$$

$$R_{46} = R_6 + R_4 + \frac{R_6 \cdot R_4}{R_5};$$

$$R_{45} = 5 + 2 + \frac{2 \cdot 5}{4} = 9,5 \text{ Ом}.$$

4. Резистори R_{45} та R_2 з'єднані паралельно, замінимо їх еквівалентним R_{245} та визначимо його еквівалентний опір

$$R_{245} = \frac{R_2 \cdot R_{45}}{R_2 + R_{45}};$$

$$R_{245} = \frac{1 \cdot 7,6}{1 + 7,6} = 0,884 \text{ Ом}.$$

5. Резистори R_{46} та R_1 з'єднані паралельно, замінимо їх еквівалентним R_{146} та визначимо його еквівалентний опір

$$R_{146} = \frac{R_1 \cdot R_{46}}{R_1 + R_{46}};$$

$$R_{146} = \frac{4 \cdot 9,5}{4 + 9,5} = 2,815 \text{ Ом}.$$

5. Резистори R_{56} та R_3 з'єднані паралельно, замінимо їх еквівалентним R_{356}

$$R_{356} = \frac{R_3 \cdot R_{56}}{R_3 + R_{56}};$$

$$R_{356} = \frac{1 \cdot 19,0}{1 + 19,0} = 0,95 \text{ Ом}.$$

6. Отримаємо після перетворення еквівалентну схему (рис.2.8.в)

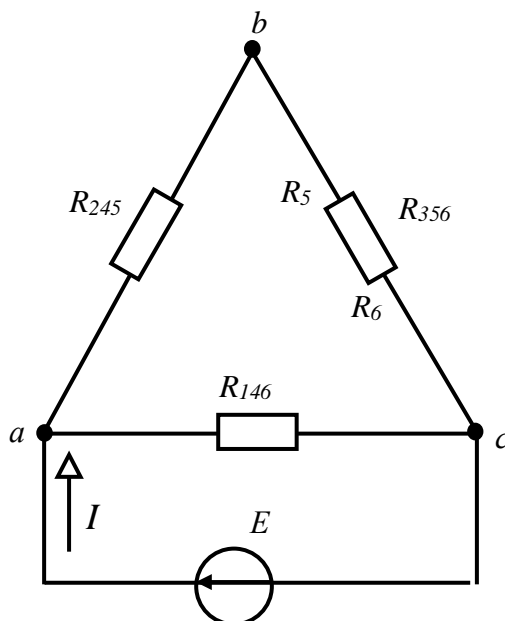


Рис. 2.8в

7. Резистори з еквівалентними опорами R_{245} та R_{356} з'єднані послідовно, замінимо їх еквівалентним R_{abc} та визначимо його еквівалентний опір

$$R_{abc} = R_{245} + R_{356};$$

$$R_{abc} = 0,884 + 0,95 = 1,835 \text{ Ом.}$$

8. Після еквівалентного перетворення отримаємо еквівалентну схему (рис.2.8г)

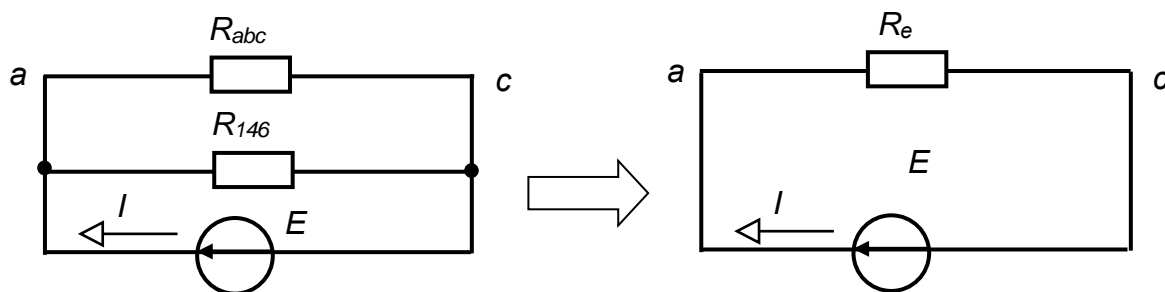


Рис. 2.8г

9. Визначимо еквівалентний опір електричного кола після еквівалентних перетворень (рис. 2.8г)

$$R_e = \frac{R_{abc} \cdot R_{146}}{R_{abc} + R_{146}};$$

$$R_e = \frac{1,835 \cdot 2,815}{1,835 + 2,815} = \frac{5,166}{4,65} = 1,111 \text{ Ом.}$$

10. Визначимо силу струму I в джерелі е.р.с.

$$I = \frac{E}{R_e};$$

$$I = \frac{20}{1,111} = 18 \text{ А.}$$

Задача 2.8

Виконати еквівалентне перетворення схеми з'єднання опорів «трикутником» в еквівалентну схему з'єднання опорів «зіркою» для розрахункової схеми кола, приведеної на рис.2.9а. У розрахунковій схемі відомо: $R_1 = 0,6 \text{ Ом}$; $R_2 = 1,6 \text{ Ом}$; $R_3 = 1,2 \text{ Ом}$; $R_4 = 2 \text{ Ом}$; $R_5 = 1 \text{ Ом}$; $R_6 = 2 \text{ Ом}$;

Визначити опір віток еквівалентної схеми при з'єднанні зіркою

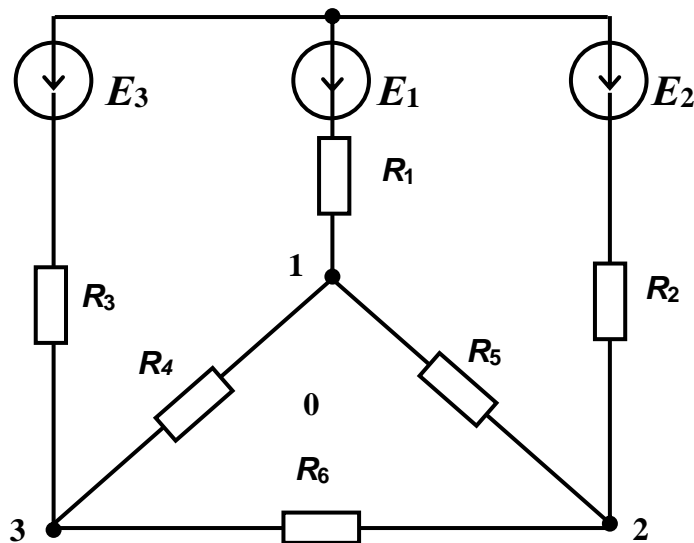


Рис.2.9а

Складемо еквівалентну схему (рис.2.9б) і визначимо еквівалентні опори:

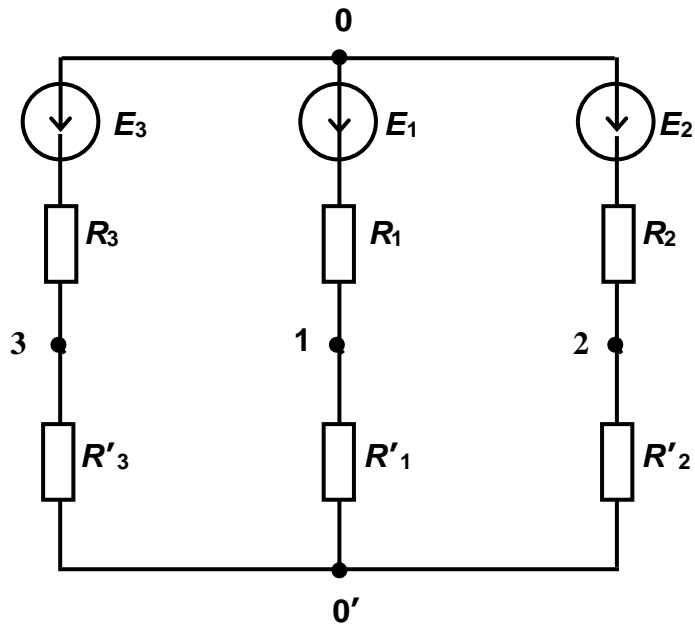


Рис.2.96

Розв'язання

$$R'_1 = \frac{R_4 \cdot R_6}{R_4 + R_5 + R_6}; \quad R'_1 = \frac{2 \cdot 1}{2 + 2 + 1} = 0,4 \text{ Ом};$$

$$R'_2 = \frac{R_6 \cdot R_5}{R_4 + R_5 + R_6}; \quad R'_2 = \frac{1 \cdot 2}{2 + 2 + 1} = 0,4 \text{ Ом};$$

$$R'_3 = \frac{R_4 \cdot R_6}{R_4 + R_5 + R_6}; \quad R'_3 = \frac{2 \cdot 2}{2 + 2 + 1} = 0,8 \text{ Ом}.$$

Остаточно одержимо розрахункову схему, приведену на рис.2.9в, і наступні значення еквівалентних опорів віток

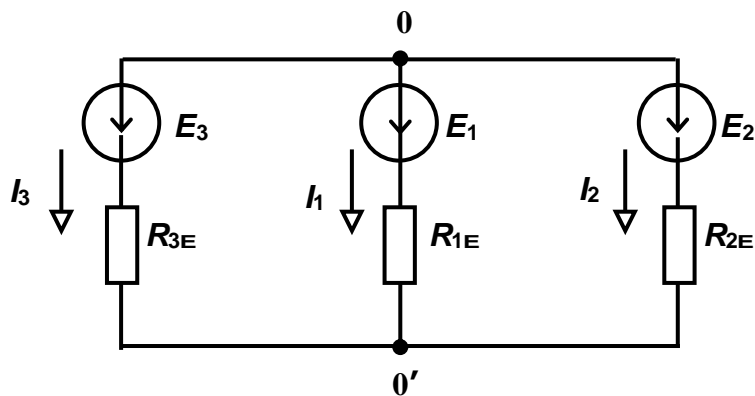


Рис.2.9в

$$R_{1E} = R_1 + R'_1 = 0,6 + 0,4 = 1 \text{ Ом};$$

$$R_{2E} = R_2 + R'_2 = 1,6 + 0,4 = 2 \text{ Ом};$$

$$R_{3E} = R_3 + R'_3 = 1,2 + 0,8 = 2 \text{ Ом}.$$

Задача 2.9

Скласти систему рівнянь для розрахунку сил струмів у вітках наведеного розгалуженого електричного кола (рис.2.10).

Розв'язання

Схема має шість віток ($m = 6$), чотири вузли ($n = 4$) та три незалежні контури.

Кількість рівнянь за 1-м законом Кірхгофа ($n - 1 = 3$) – три.

Кількість рівнянь за 2-м законом Кірхгофа ($m - n + 1 = 3$ (по кількість незалежних контурів) – три. Напрямок обходу незалежних контурів – за годинниковою стрілкою.

Система буде складатися з шести рівнянь.

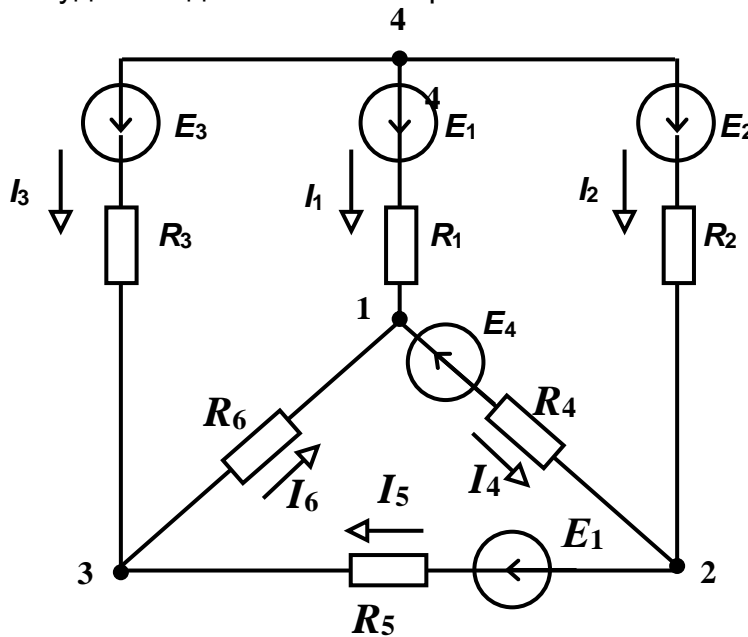


Рис.2.10

«1» :	$I_1 + I_6 - I_4 = 0;$	}
«2» :	$I_2 + I_4 - I_5 = 0;$	
«3» :	$I_3 + I_5 - I_6 = 0;$	
4-1-3-4:	$R_1 I_1 - R_6 I_6 - R_3 I_3 = E_1 - E_3;$	
4-1-2-4:	$R_2 I_2 - R_4 I_4 - R_1 I_1 = E_2 - E_1 + E_4;$	
1-2-3-1:	$R_4 I_4 + R_5 I_5 + R_6 I_6 = E_1 - E_4.$	

2.4 Метод контурних струмів

Задача 2.10

Для розрахункової схеми, приведеної на рис.2.11, задані наступні значення опорів і е.р.с.:

$$R_1 = 0,6 \text{ Ом}; R_4 = 2,0 \text{ Ом}; E_1 = 10 \text{ В}; R_2 = 1,2 \text{ Ом}; R_5 = 2,0 \text{ Ом}; \\ E_2 = 60 \text{ В}; R_3 = 1,6 \text{ Ом}; R_6 = 1,0 \text{ Ом}; E_3 = 40 \text{ В}.$$

Розрахувати сили струмів у розгалуженнях методом контурних струмів.

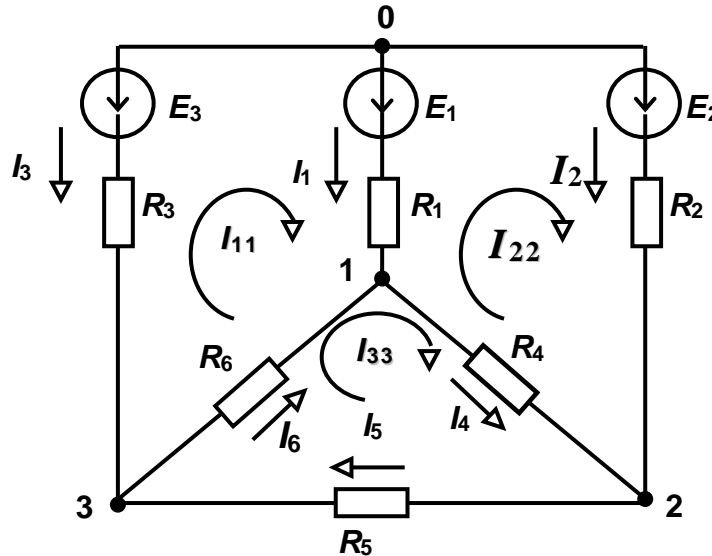


Рис.2.11

Розв'язання

1. Знаходимо опори і е.р.с. незалежних контурів

$$\begin{array}{lll} R_{11} = 3,2 \text{ Ом}; & R_{22} = 3,8 \text{ Ом}; & R_{33} = 5,0 \text{ Ом}; \\ R_{12} = -0,6 \text{ Ом}; & R_{21} = -0,6 \text{ Ом}; & R_{31} = -1,0 \text{ Ом}; \\ R_{13} = -1,0 \text{ Ом}; & R_{23} = -2,0 \text{ Ом}; & R_{32} = -2,0 \text{ Ом}; \\ E_{11} = -30 \text{ В}; & E_{22} = 50 \text{ В}; & E_{33} = 0 \text{ В}. \end{array}$$

2. Складемо систему рівнянь для схеми кола

$$\left. \begin{array}{l} 3,2 \cdot I_{11} - 0,6 \cdot I_{22} - 1 \cdot I_{33} = -30; \\ -0,6 \cdot I_{11} + 3,8 \cdot I_{22} - 2 \cdot I_{33} = 50; \\ -1 \cdot I_{11} - 2 \cdot I_{22} + 5 \cdot I_{33} = 0. \end{array} \right\}$$

3. Вирішимо отриману систему рівнянь за допомогою визначників третього порядку. Знаходимо визначник системи

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3,2 & -0,6 & -1 \\ -0,6 & 3,8 & -2 \\ -1 & -2 & 5 \end{vmatrix} =$$

$$= 3,2 \cdot 3,8 \cdot 5 - 0,6 \cdot 2 \cdot 1 - 0,6 \cdot 2 \cdot 1 - 1 \cdot 3,8 \cdot 1 - 0,6 \cdot 0,6 \cdot 5 - 2 \cdot 2 \cdot 3,2 =$$

$$= 60,8 - 1,2 - 1,2 - 3,8 - 1,8 - 12,8 = 40 \text{ Ом}^3.$$

4. Знайдемо доповнення визначника:

$$\Delta_{11} = \begin{vmatrix} -30 & -0,6 & -1 \\ 50 & 3,8 & -2 \\ 0 & -2 & 5 \end{vmatrix} =$$

$$= -30 \cdot 3,8 \cdot 5 + 50 \cdot 2 \cdot 1 + 50 \cdot 0,6 \cdot 5 + 30 \cdot 2 \cdot 2 =$$

$$= -570 + 100 + 150 + 120 = -200 \text{ В} \cdot \text{Ом}^2;$$

$$\Delta_{22} = \begin{vmatrix} 3,2 & -30 & -1 \\ -0,6 & 50 & -2 \\ -1 & 0 & 5 \end{vmatrix} =$$

$$= -3,2 \cdot 50 \cdot 5 - 30 \cdot 2 \cdot 1 - 50 \cdot 1 \cdot 1 - 0,6 \cdot 30 \cdot 5 =$$

$$= 800 - 60 - 50 - 90 = 600 \text{ В} \cdot \text{Ом}^2;$$

$$\Delta_{33} = \begin{vmatrix} 3,2 & -0,6 & -30 \\ -0,6 & 3,8 & 50 \\ -1 & -2 & 0 \end{vmatrix} =$$

$$= -0,6 \cdot 2 \cdot 30 + 1 \cdot 0,6 \cdot 50 - 1 \cdot 3,8 \cdot 30 + 2 \cdot 50 \cdot 3,2 =$$

$$= -36 + 30 - 114 + 320 = 200 \text{ В} \cdot \text{Ом}^2.$$

5. Визначимо сили контурних струмів:

$$I_{11} = \frac{\Delta_{11}}{\Delta} = \frac{-200}{40} = -5 \text{ А} ;$$

$$I_{22} = \frac{\Delta_{22}}{\Delta} = \frac{600}{40} = 15 \text{ А} ;$$

$$I_{33} = \frac{\Delta_{33}}{\Delta} = \frac{200}{40} = 5 \text{ А} .$$

6. Визначимо сили струмів у розгалуженнях схеми електричного кола:

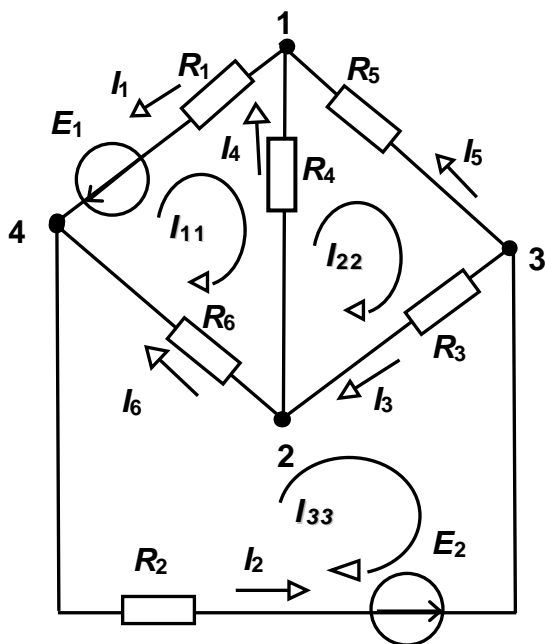
$$I_1 = I_{11} - I_{22} = -5 - 15 = -20 \text{ А} ;$$

$$I_2 = I_{22} = 15 \text{ А} ;$$

$$\begin{aligned}
 I_3 &= -I_{11} = 5 \text{ A} ; \\
 I_4 &= I_{33} - I_{22} = 5 - 15 = -10 \text{ A} ; \\
 I_5 &= I_{33} = 5 \text{ A} ; \\
 I_6 &= I_{33} - I_{11} = 5 - (-5) = 10 \text{ A} .
 \end{aligned}$$

Задача 2.10

Для розрахункової схеми, приведеної (рис.2.12), задані наступні значення опорів і е.р.с.:



$$\begin{aligned}
 R_1 &= 2 \text{ Ом}; R_2 = 5 \text{ Ом}; \\
 R_3 &= 13 \text{ Ом}; R_4 = 8 \text{ Ом}; \\
 R_5 &= 11 \text{ Ом}; R_6 = 15 \text{ Ом}; \\
 E_1 &= 20 \text{ В}; \quad E_2 = 12 \text{ В};
 \end{aligned}$$

Розрахувати сили струмів у розгалуженнях методом контурних струмів.

Рис.2.12

Розв'язання

1. Знаходимо опори і е.р.с. незалежних контурів

$$\begin{aligned}
 R_{11} &= R_1 + R_4 + R_6 ; & R_{11} &= 2 + 8 + 15 = 25 \text{ Ом} ; \\
 R_{22} &= R_4 + R_5 + R_3 ; & R_{22} &= 13 + 8 + 11 = 32 \text{ Ом} ; \\
 R_{33} &= R_2 + R_6 + R_3 ; & R_{33} &= 5 + 15 + 13 = 33 \text{ Ом} ;
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R_{12} &= -R_4 = -8 \text{ Ом} ; & R_{21} &= -R_4 = -8 \text{ Ом} ; & R_{31} &= -1,0 \text{ Ом} ; \\
 R_{13} &= -R_6 = -15 \text{ Ом} ; & R_{23} &= -R_3 = -13 \text{ Ом} ; & R_{32} &= -R_3 = -13 \text{ Ом} ; \\
 E_{11} &= -20 \text{ В} ; & E_{22} &= 0 \text{ В} ; & E_{33} &= -12 \text{ В} .
 \end{aligned}$$

2. Складемо систему рівнянь для схеми кола

$$\left. \begin{aligned}
 25 \cdot I_{11} - 8 \cdot I_{22} - 15 \cdot I_{33} &= -20 ; \\
 -8 \cdot I_{11} + 32 \cdot I_{22} - 13 \cdot I_{33} &= 0 ; \\
 -15 \cdot I_{11} - 13 \cdot I_{22} + 33 \cdot I_{33} &= -12 .
 \end{aligned} \right\}$$

4. Вирішимо отриману систему рівнянь за допомогою визначників третього порядку. Знаходимо визначник системи

$$\Delta = \begin{vmatrix} 25 & -8 & -15 \\ -8 & 32 & -13 \\ -15 & -13 & 33 \end{vmatrix} = 9743 \text{ Ом}^3.$$

5. Знайдемо доповнення визначника:

$$\Delta_{11} = \begin{vmatrix} -20 & -8 & -15 \\ 0 & 32 & -13 \\ -12 & -13 & 33 \end{vmatrix} = -24748 \text{ В} \cdot \text{Ом}^2;$$

$$\Delta_{22} = \begin{vmatrix} 25 & -20 & -15 \\ -8 & 0 & -13 \\ -15 & -12 & 33 \end{vmatrix} = -14520 \text{ В} \cdot \text{Ом}^2;$$

$$\Delta_{33} = \begin{vmatrix} 25 & -8 & -20 \\ -8 & 32 & 0 \\ -15 & -13 & -12 \end{vmatrix} = 20512 \text{ В} \cdot \text{Ом}^2;$$

5. Визначимо сили контурних струмів:

$$I_{11} = \frac{\Delta_{11}}{\Delta} = \frac{-24748}{9743} = -2,54 \text{ А} ;$$

$$I_{22} = \frac{\Delta_{22}}{\Delta} = \frac{-14520}{9743} = -1,49 \text{ А} ;$$

$$I_{33} = \frac{\Delta_{33}}{\Delta} = \frac{20512}{9743} = 2,105 \text{ А} .$$

6. Визначимо сили струмів у розгалуженнях схеми електричного кола:

$$I_1 = -I_{11} = 2,54 \text{ А} ;$$

$$I_2 = -I_{33} = 2,105 \text{ А} ;$$

$$I_3 = I_{22} - I_{33} = -1,49 + 2,105 = 0,615 \text{ А} ;$$

$$I_4 = I_{22} - I_{11} = -1,49 + 2,54 = 1,05 \text{ А} ;$$

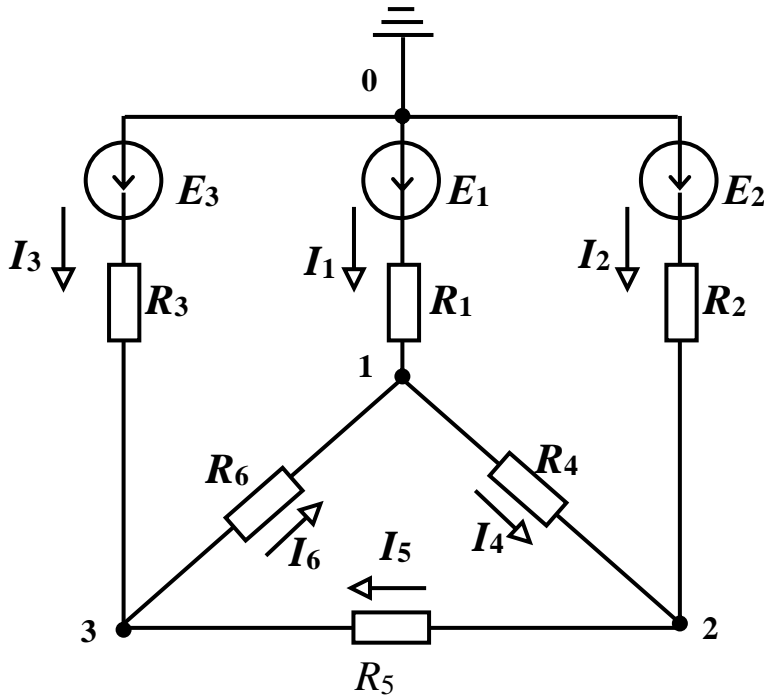
$$I_5 = I_{22} = 1,49 \text{ А} ;$$

$$I_6 = I_{11} - I_{33} = -2,54 + 2,05 = -0,435 \text{ A} .$$

2.5 Метод вузлових потенціалів

Задача 2.11

Для розрахункової схеми, приведеної на рис..2.13, задані наступні значення опорів і е.р.с.:



$$R_1 = 0,6 \text{ Ом}; R_4 = 2,0 \text{ Ом};$$

$$E_1 = 10 \text{ В};$$

$$R_2 = 1,2 \text{ Ом}; R_5 = 2,0 \text{ Ом};$$

$$E_2 = 60 \text{ В};$$

$$R_3 = 1,6 \text{ Ом}; R_6 = 1,0 \text{ Ом};$$

$$E_3 = 40 \text{ В} .$$

Розрахувати сили струмів у розгалуженнях методом вузлових потенціалів.

Рис.2.13

Розв'язання

Приймаємо потенціал точки «0» рівним нулю $\varphi_0 = 0$.

1. Визначимо провідності і добутки е.р.с. на провідності

$$g_1 = 1,67 \text{ См}; \quad g_4 = 0,5 \text{ См}; \quad g_{11} = 3,17 \text{ См};$$

$$\sum_1 E g = 16,7 \text{ А};$$

$$g_2 = 0,83 \text{ См}; \quad g_5 = 0,5 \text{ См}; \quad g_{22} = 1,83 \text{ См};$$

$$\sum_2 E g = 49,8 \text{ А};$$

$$g_3 = 0,63 \text{ См}; \quad g_6 = 1,0 \text{ См}; \quad g_{33} = 2,13 \text{ См}$$

$$; \quad \sum_3 E g = 25,2 \text{ А} .$$

2. Складемо систему рівнянь

$$\left. \begin{aligned} 3,17\varphi_1 - 0,5\varphi_2 - 1\varphi_3 &= 16,7 ; \\ -0,5\varphi_1 + 1,83\varphi_2 - 0,5\varphi_3 &= 49,8 ; \\ -1\varphi_1 - 0,5\varphi_2 + 2,13\varphi_3 &= 25,2 . \end{aligned} \right\}$$

3. Знаходимо визначник системи

$$\begin{aligned} \Delta &= \begin{vmatrix} 3,17 & -0,5 & -1 \\ -0,5 & 1,83 & -0,5 \\ -1 & -0,5 & 2,13 \end{vmatrix} = \\ &= 3,17 \cdot 1,83 \cdot 2,13 - 0,5 \cdot 0,5 \cdot 1 - 0,5 \cdot 0,5 \cdot 1 - \\ &- 1 \cdot 1,83 \cdot 1 - 0,5 \cdot 0,5 \cdot 2,13 - 0,5 \cdot 0,5 \cdot 3,17 = \\ &= 12,35 - 0,25 - 0,25 - 1,83 - 0,53 - 0,79 = 8,7 \text{ } \text{См}^3. \end{aligned}$$

4. Знаходимо доповнення визначника

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= \begin{vmatrix} 16,7 & -0,5 & -1 \\ 49,8 & 1,83 & -0,5 \\ 25,2 & -0,5 & 2,13 \end{vmatrix} = \\ &= 65,1 + 24,9 + 6,3 + 46,1 + 53,04 - 4,18 = 191,26 \text{ } \text{В} \cdot \text{См}^3; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta_2 &= \begin{vmatrix} 3,17 & 16,7 & -1 \\ -0,5 & 49,8 & -0,5 \\ -1 & 25,2 & 2,13 \end{vmatrix} = \\ &= 336,25 + 12,6 + 8,35 - 49,8 + 7,79 + 39,94 = 365,13 \text{ } \text{В} \cdot \text{См}^3; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta_3 &= \begin{vmatrix} 3,17 & -0,5 & 16,7 \\ -0,5 & 1,83 & 49,8 \\ -1 & -0,5 & 25,2 \end{vmatrix} = \\ &= 149,19 + 4,18 + 24,9 + 30,56 - 6,3 + 78,93 = 277,66 \text{ } \text{В} \cdot \text{См}^3. \end{aligned}$$

4. Визначимо потенціали вузлів 1, 2 і 3

$$\varphi_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{191,26}{8,7} = 22 \text{ } \text{В} ;$$

$$\varphi_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{365,13}{8,7} = 42 \text{ В} ;$$

$$\varphi_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{277,66}{8,7} = 32 \text{ В} .$$

6. Визначимо сили струмів у розгалуженнях схеми електричного кола

$$I_1 = \frac{\varphi_0 - \varphi_1 + E_1}{R_1} = \frac{-22 + 10}{0,6} = -20 \text{ А} ;$$

$$I_2 = \frac{\varphi_0 - \varphi_2 + E_2}{R_2} = \frac{-42 + 60}{1,2} = 15 \text{ А} ;$$

$$I_3 = \frac{\varphi_0 - \varphi_3 + E_3}{R_3} = \frac{-32 + 60}{1,6} = 5 \text{ А} ;$$

$$I_4 = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R_4} = \frac{22 - 42}{2} = -10 \text{ А} ;$$

$$I_5 = \frac{\varphi_2 - \varphi_3}{R_5} = \frac{42 - 32}{2} = 5 \text{ А} ;$$

$$I_6 = \frac{\varphi_3 - \varphi_1}{R_6} = \frac{32 - 22}{1} = 10 \text{ А} .$$

Задача 2.12

Для розрахункової схеми, приведеної (рис.2.14), задані наступні значення опорів і е.р.с.:

$$R_1 = 2 \text{ Ом}; R_2 = 5 \text{ Ом}; R_3 = 13 \text{ Ом}; R_4 = 8 \text{ Ом}; R_5 = 11 \text{ Ом}; \\ R_6 = 15 \text{ Ом}; E_1 = 20 \text{ В}; E_2 = 12 \text{ В}.$$

Розрахувати сили струмів у розгалуженнях методом вузлових потенціалів.

Розв'язання

Приймаємо потенціал точки «d» рівним нулю $\varphi_d = 0$.

1. Визначимо провідності і добутки е.р.с. на провідності

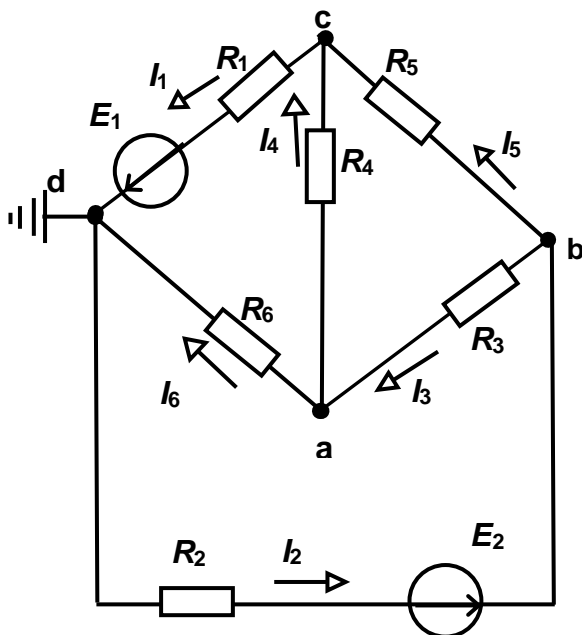


Рис.2.14

$$g_{aa} = g_6 + g_4 + g_3 = \frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_3};$$

$$g_{aa} = \frac{1}{8} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} =$$

$$= 0,125 + 0,0769 + 0,0667 = 0,2686 \text{ CM};$$

$$g_{bb} = g_2 + g_3 + g_5 = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5};$$

$$g_{bb} = \frac{1}{5} + \frac{1}{13} + \frac{1}{11} = 0,2 + 0,0769 + 0,0909 =$$

$$= 0,368 \text{ CM};$$

$$g_{cc} = g_1 + g_4 + g_5 = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5};$$

$$g_{cc} = \frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{11} = 0,5 + 0,125 + 0,0909 = 0,7159 \text{ CM};$$

$$g_{bc} = g_{cb} = g_5 = \frac{1}{R_5} = \frac{1}{11} = 0,0909 \text{ CM};$$

$$g_{ab} = g_{ba} = g_3 = \frac{1}{R_3} = \frac{1}{13} = 0,0769 \text{ CM};$$

$$g_{ac} = g_{ca} = g_4 = \frac{1}{R_4} = \frac{1}{8} = 0,125 \text{ CM};$$

$$\sum_a E \cdot g = 0;$$

$$\sum_b E \cdot g = E_2 \cdot g_2; \quad \sum_b E \cdot g = 12 \cdot 0,2 = 2,4 \text{ A};$$

$$\sum_c E \cdot g = -E_2 \cdot g_1; \quad \sum_c E \cdot g = (-20) \cdot 0,5 = -10 \text{ A};$$

2. Складемо систему рівнянь

$$0,2686 \cdot \varphi_a - 0,0769 \cdot \varphi_b - 0,125 \cdot \varphi_c = 0;$$

$$-0,0769 \cdot \varphi_a + 0,368 \cdot \varphi_b - 0,0909 \cdot \varphi_c = 2,4$$

$$-0,125 \cdot \varphi_a + 0,0909 \cdot \varphi_b + 0,7159 \cdot \varphi_c = -10$$

3. Знаходимо визначник системи

$$\Delta = \begin{vmatrix} 0,2686 & -0,0769 & -0,125 \\ -0,0769 & 0,368 & -0,0909 \\ -0,125 & -0,0909 & 0,7159 \end{vmatrix} = 0,0568 \text{ СМ}^3.$$

Знаходимо доповнення визначника

$$\Delta_{\varphi_a} = \begin{vmatrix} 0 & -0,0769 & -0,125 \\ 2,4 & 0,368 & -0,0909 \\ -10 & -0,0909 & 0,7159 \end{vmatrix} = 0 - 0,0699 + 0,0273 - 0,46 + 0,132 =$$

$$= -0,3705 \text{ В} \cdot \text{СМ}^3.$$

$$\Delta_{\varphi_b} = \begin{vmatrix} 0,2686 & 0 & -0,125 \\ -0,0769 & 2,4 & -0,0909 \\ -0,125 & -10 & 0,7159 \end{vmatrix} = 0,46 + 0 - 0,096 - 0,0375 - 0 - 0,24 =$$

$$= 0,0837 \text{ В} \cdot \text{СМ}^3.$$

$$\Delta_{\varphi_c} = \begin{vmatrix} 0,2686 & -0,0769 & 0 \\ -0,0769 & 0,368 & 2,4 \\ -0,125 & -0,0909 & -2,4 \end{vmatrix} = -0,9884 + 0,02307 + 0 - 0 + 0,059 + 0,0586 =$$

$$= 0,8477 \text{ В} \cdot \text{СМ}^3.$$

4. Визначимо потенціали вузлів

$$\varphi_a = \frac{\Delta_{\varphi_a}}{\Delta} = \frac{-0,03705}{0,0568} = -6,5 \text{ В} ;$$

$$\varphi_b = \frac{\Delta_{\varphi_b}}{\Delta} = \frac{0,0837}{0,0568} = 1,47 \text{ В} ;$$

$$\varphi_c = \frac{\Delta_{\varphi_c}}{\Delta} = \frac{-0,8477}{0,0568} = -14,925 \text{ В} ;$$

5. Визначимо сили струмів у розгалуженнях схеми електричного кола:

$$I_1 = \frac{\varphi_c - \varphi_d + E_1}{R_1} = \frac{20 - 14,925}{2} = 2,53 \text{ А} ;$$

$$I_2 = \frac{\varphi_d - \varphi_b + E_2}{R_2} = \frac{12 + 0 - 1,47}{5} = 2,106 \text{ A} ;$$

$$I_3 = \frac{\varphi_b - \varphi_a}{R_3} = \frac{1,47 + 6,5}{13} = 0,613 \text{ A} ;$$

$$I_4 = \frac{\varphi_a - \varphi_c}{R_4} = \frac{-6,5 + 14,925}{8} = 1,053 \text{ A} ;$$

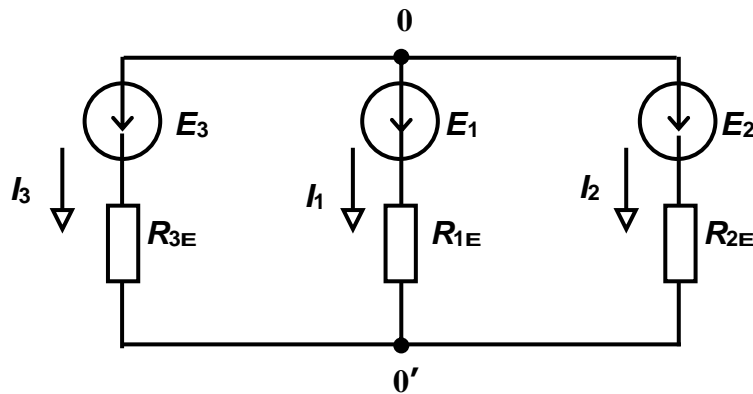
$$I_5 = \frac{\varphi_b - \varphi_c}{R_5} = \frac{1,47 + 14,925}{11} = 1,49 \text{ A} ;$$

$$I_6 = \frac{\varphi_a - \varphi_d}{R_4} = \frac{-6,5 - 0}{15} = -0,43 \text{ A} .$$

2.6 Метод двох вузлів

Задача 2.13

Для розрахункової схеми (2.15) задано наступне:



$$R_{1E} = 1 \text{ Ом};$$

$$R_{2E} = 2 \text{ Ом};$$

$$R_{3E} = 2 \text{ Ом};$$

$$E_1 = 10 \text{ В};$$

$$E_2 = 60 \text{ В};$$

$$E_3 = 40 \text{ В}.$$

Рис.2.15

Розрахувати сили струмів на розрахунковій схемі кола, приведеної на рис.2.14, методом двох вузлів.

Розв'язання

1. Визначимо напругу між вузлами 0'0. Потенціал вузла 0 приймаємо рівним нулю ($\varphi_0 = 0$)

$$\begin{aligned} U_{0'0} = \varphi_{0'} - \varphi_0 = \varphi_{0'} &= \frac{\sum_{0'} E g}{\sum_{0'} g} = \frac{E_1 \cdot g_{1E} + E_2 \cdot g_{2E} + E_3 \cdot g_{3E}}{g_{1E} + g_{2E} + g_{3E}} = \\ &= \frac{10 \cdot 1 + 60 \cdot 0,5 + 40 \cdot 0,5}{1 + 0,5 + 0,5} = 30 \text{ В} ; \end{aligned}$$

2. Визначимо сили струмів у розгалуженнях:

$$I_1 = \frac{\varphi_0 - \varphi_{0'} + E_1}{R_{1\varepsilon}} = \frac{-30 + 10}{1} = -20 \text{ A};$$

$$I_2 = \frac{\varphi_0 - \varphi_{0'} + E_2}{R_{2\varepsilon}} = \frac{-30 + 60}{2} = 15 \text{ A};$$

$$I_3 = \frac{\varphi_0 - \varphi_{0'} + E_3}{R_{3\varepsilon}} = \frac{-30 + 40}{2} = 5 \text{ A}.$$

Задача 2.14

Для схеми розгалуженого електричного кола (рис. 2.16) відомо:

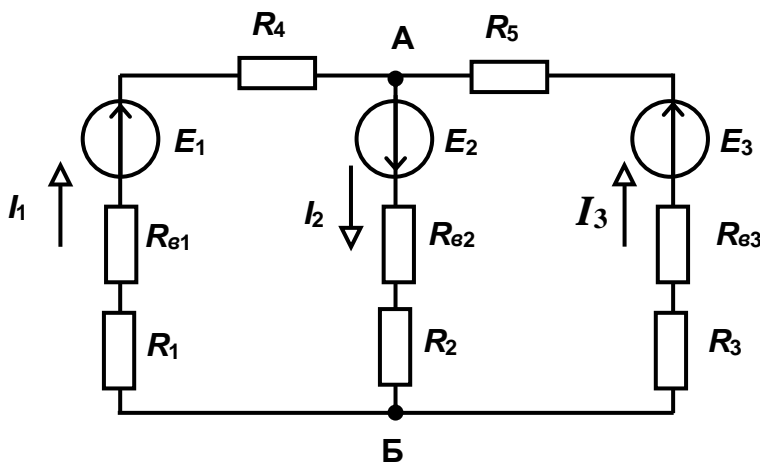


Рис.2.16

е.р.с. джерел живлення:

$$E_1 = 120 \text{ В}; E_2 = 80 \text{ В};$$

$$E_3 = 60 \text{ В};$$

внутрішні опори джерел:

$$R_{\varepsilon 1} = 0,5 \text{ Ом}; R_{\varepsilon 2} = 0,4 \text{ Ом}; R_{\varepsilon 3} = 0,2 \text{ Ом};$$

опори навантажень:

$$R_1 = 2 \text{ Ом}; R_2 = 15,6 \text{ Ом};$$

$$R_3 = 0,2 \text{ Ом}; R_4 = 7,5 \text{ Ом};$$

$$R_5 = 7,4 \text{ Ом};$$

1. Визначити сили струмів у вітках.

2. Скласти баланс потужностей для електричного кола.

Розв'язання

1. Визначимо провідності віток

$$g_1 = \frac{1}{R_1 + R_4 + R_{\varepsilon 1}}; g_1 = \frac{1}{2 + 7,5 + 0,5} = \frac{1}{10} = 0,1 \text{ См};$$

$$g_2 = \frac{1}{R_2 + R_{\varepsilon 2}}; g_2 = \frac{1}{15,6 + 0,4} = \frac{1}{16} = 0,0625 \text{ См};$$

$$g_3 = \frac{1}{R_3 + R_5 + R_{\varepsilon 3}}; g_3 = \frac{1}{0,2 + 7,4 + 0,2} = \frac{1}{8} = 0,125 \text{ См}.$$

3. Визначимо напругу між вузлами «А» і «Б»

$$U_{AB} = \frac{E_1 \cdot g_1 - E_2 \cdot g_2 + E_3 \cdot g_3}{g_1 + g_2 + g_3};$$

$$U_{AB} = \frac{120 \cdot 0,1 - 80 \cdot 0,0625 + 60 \cdot 0,05}{0,1 + 0,0625 + 0,05} = 47 \text{ В.}$$

4. Знайдемо сили струмів у вітках

$$I_1 = (E_1 - U_{AB}) \cdot g_1; \quad I_1 = (120 - 47) \cdot 0,1 = 7,3 \text{ А};$$

$$I_2 = (E_2 + U_{AB}) \cdot g_2; \quad I_2 = (80 + 47) \cdot 0,0625 = -7,95 \text{ А};$$

$$I_3 = (E_3 - U_{AB}) \cdot g_3; \quad I_3 = (60 - 47) \cdot 0,05 = 0,65 \text{ А};$$

5. Визначимо загальну електричну потужність, що розвивають джерела електричної енергії

$$P_{\Sigma \text{джер.}} = P_1 + P_2 + P_3 = E_1 \cdot I_1 + E_2 \cdot I_2 + E_3 \cdot I_3;$$

$$P_{\Sigma \text{джер.}} = 120 \cdot 7,3 + 80 \cdot (-7,95) + 60 \cdot 0,65 = 1551 \text{ Вт.}$$

6. Визначимо електричну потужність втрат у джерелах електричної енергії

$$\Delta P_{\text{джер.}} = P_{\Delta 1} + P_{\Delta 2} + P_{\Delta 3} = I_1^2 \cdot R_{\Delta 1} + I_2^2 \cdot R_{\Delta 2} + I_3^2 \cdot R_{\Delta 3};$$

$$\Delta P_{\text{джер.}} = 7,3^2 \cdot 0,5 + 7,95^2 \cdot 0,4 + 0,65^2 \cdot 0,2 = 52 \text{ Вт.}$$

6. Знайдемо електричну потужність, що споживають навантаження

$$P_{\text{н}} = P_1 + P_2 + P_3 = I_1^2 \cdot (R_1 + R_4) + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot (R_3 + R_5);$$

$$P_{\text{н}} = 7,3^2 \cdot (2 + R_4) + 7,95^2 \cdot 15,6 + 0,65^2 \cdot (12,4 + 7,4) = 505 + 986 + 8 = 1499 \text{ Вт}$$

6. Складемо баланс потужності електричного кола

$$P_{\Sigma \text{джер.}} = \Delta P + P_{\text{н}}; \quad 1551 \text{ Вт} = 52 + 1499 = 1551 \text{ Вт}$$

2.8 Метод активного двополюсника

Задача 2.15

Розрахувати силу струму I_1 на розрахунковій схемі кола, приведеної на рис.2.16, методом активного двополюсника.

Розв'язання

Представимо розрахункову схему кола в наступному вигляді (рис.2.17).

Приймаємо $\varphi_0 = 0$.

1. Знаходимо силу зрівняльного струму

$$I_3 = \frac{E_3 - E_2}{R_{3E} + R_{2E}} = \frac{40 - 60}{2 + 2} = -5 \text{ A}.$$

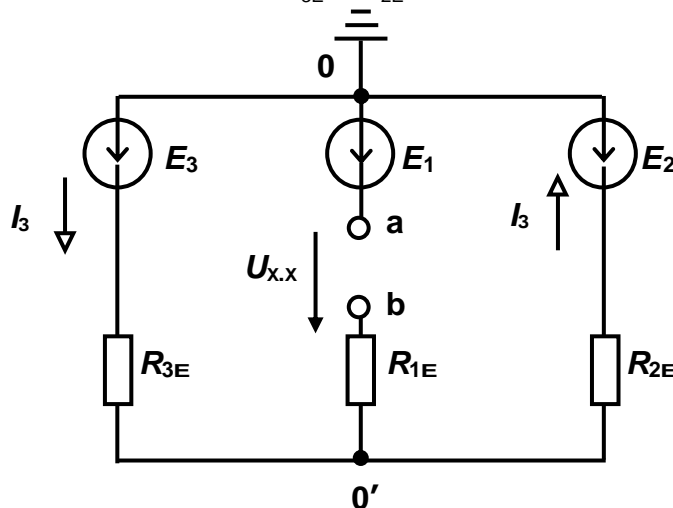


Рис.2.17

2. Знаходимо напругу холостого ходу

$$U_{x,x} = \varphi_a - \varphi_b;$$

$$\varphi_a = \varphi_0 + E_1 = 0 + 10 = 10 \text{ B};$$

$$\begin{aligned} \varphi_b &= \varphi_0 + E_3 - R_{3E} \cdot I_3 = \\ &= 0 + 40 - 2 \cdot (-5) = 50 \text{ B}; \end{aligned}$$

$$U_{x,x} = 10 - 50 = -40 \text{ B};$$

3. Знаходимо силу струму

$$I_1 = \frac{U_{x,x}}{R_E} = \frac{-40}{2} = -20 \text{ A}.$$

Задача 2.16

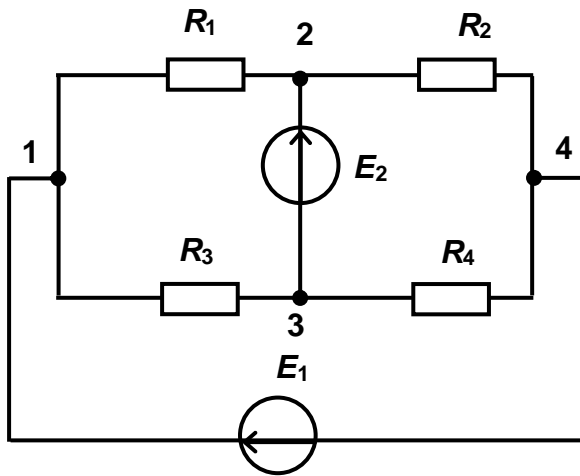


Рис.2.18а

В електричному колі (рис. 2.18а) відомо:

е.р.с. джерел живлення:

$$E_1 = 120 \text{ В}; E_2 = 100 \text{ В};$$

опори резисторів:

$$R_1 = 20 \text{ Ом}; R_2 = 20 \text{ Ом};$$

$$R_3 = 30 \text{ Ом}; R_4 = 30 \text{ Ом}.$$

1. Визначити силу струму I_1 на ділянці електричного кола з резистором R_2 методом активного двополюсника.

2. Визначити електричну потужність, що споживає резистор R_2 .

Розв'язання

1. Визначимо напругу холостого ходу, для чого відключимо вітку 2-4, отримаємо схему з двома вузлами 1 та 3 (рис.2.18б). Після відключення вітки 2-4

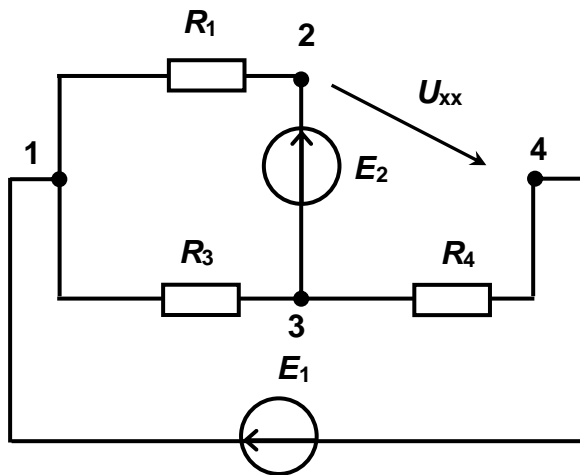


Рис.2.18б

отримаємо схему, яку зобразимо в іншому вигляді на рис. 2.18в.

Доцільно для розрахунку цієї схеми використати метод вузлових потенціалів (метод двох вузлів)

$$g_1 = \frac{1}{R_1};$$

$$g_1 = \frac{1}{20} = 0,05 \text{ см};$$

$$g_3 = \frac{1}{R_3};$$

$$g_3 = \frac{1}{30} = 0,033 \text{ см}$$

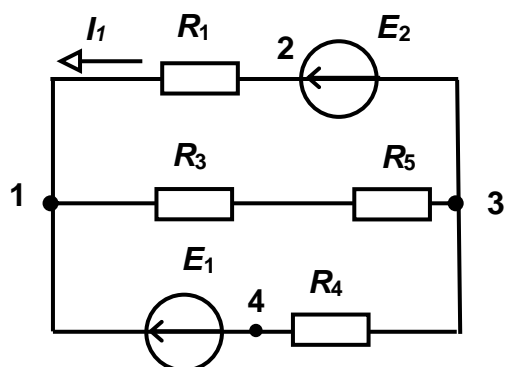


Рис.2.18в

$$g_4 = \frac{1}{R_4};$$

$$g_4 = \frac{1}{30} = 0,033 \text{ см}$$

Визначимо напругу U_{1-3}

$$U_{1-3} = \frac{E_1 \cdot g_4 + E_2 \cdot g_1}{g_1 + g_3 + g_4};$$

$$U_{1-3} = \frac{120 \cdot 0,033 + 100 \cdot 0,05}{0,05 + 0,033 + 0,033} = 77,2 \text{ В}$$

Визначимо струм I_1

$$I_1 = (E_2 - U_{1-3}) \cdot g_1; \quad I_1 = (100 - 77,2) \cdot 0,05 = 1,14 \text{ А}$$

Визначимо потенціал точки 2

$$\varphi_2 = \varphi_4 + I_1 \cdot R_1 + E_1; \quad \varphi_2 = 0 + 1,14 \cdot 20 + 120 = 142,8 \text{ В.}$$

Напруга холостого ходу

$$U_{xx} = \varphi_2 - \varphi_4 = I_1 \cdot R_1 + E_1; \quad U_{xx} = 1,14 \cdot 20 + 120 = 142,8 \text{ В}$$

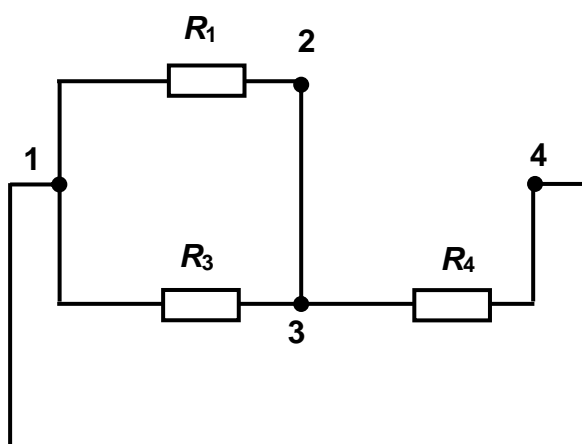


Рис.2.18г

2. Визначимо внутрішній опір еквівалентного генератор (активного двополюсника).

Для цього припустимо, що е.р.с. у початковій схемі (рис. 2.17а) дорівнює нулю. Отримаємо схему рис. 2. 18г.

Еквівалентна провідність активного двополюсника

$$g_e = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4};$$

$$g_e = \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{30} = \frac{7}{60} \text{ См.}$$

Еквівалентний опір активного двополюсника

$$R_e = \frac{1}{g_e}; \quad R_e = \frac{60}{7} = 8,58 \text{ Ом.}$$

3. Визначимо силу струму I_1 на ділянці електричного кола з резистором R_2

$$I_2 = \frac{U_{xx}}{R_e + R_2}; \quad I_2 = \frac{142,8}{8,58 + 20} = 5 \text{ А.}$$

4. Визначити електричну потужність, що споживає резистор R_2

$$P_2 = I_2^2 \cdot R_2; \quad P_2 = 5^2 \cdot 20 = 500 \text{ Вт.}$$

2.8 Принцип суперпозиції та його використання для розрахунку електричних кіл

Задача 2.17

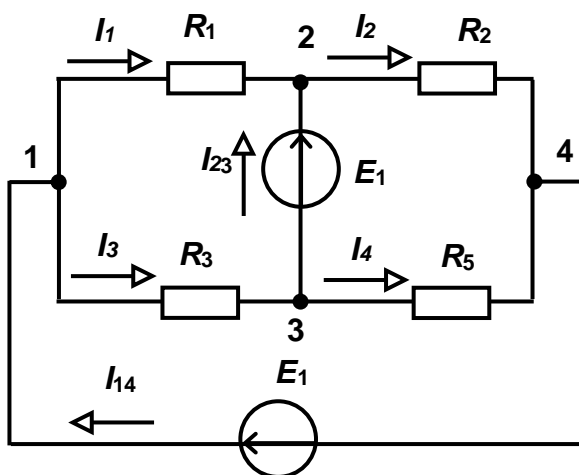


Рис.2.18а

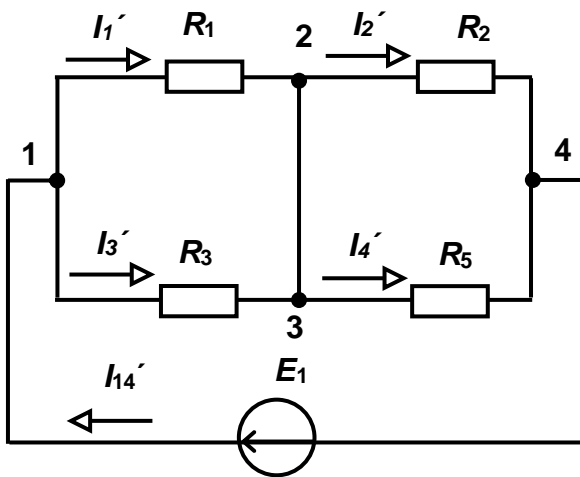
В електричному колі (рис. 2.16а) відомо:
 е.р.с. джерел живлення:
 $E_1 = 120 \text{ В}; E_2 = 10 \text{ В};$

опори резисторів:
 $R_1 = 20 \text{ Ом}; R_2 = 20 \text{ Ом};$
 $R_3 = 30 \text{ Ом}; R_4 = 30 \text{ Ом}.$

Визначити сили струмів в електричному колі методом суперпозиції.

Розв'язання

Використаємо принцип суперпозиції, визначимо сили струмів від дії кожної е.р.с. окремо по схемам, представленим на рис. 2.18 б, в.



В схемі на рис.182. б резистори R_1 та R_3 з'єднані паралельно.

Теж відноситься до пари резисторів R_2 та R_4 .

Рис.2.18 б

1. Визначимо еквівалентний опір між точками 1-4

$$R_{1-4} = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3} + \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_4}; \quad R_{1-4} = \frac{20 \cdot 30}{20 + 30} + \frac{20 \cdot 30}{20 + 30} = 24 \text{ Ом.}$$

2. Визначимо силу струму в нерозгалуженій частині електричного кола

$$I'_{1-4} = \frac{E_1}{R_{1-4}}; \quad I'_{1-4} = \frac{120}{24} = 5 \text{ А.}$$

3. Визначимо напруги між точками 1-2 U'_{1-2} та 3-4 U'_{3-4} .

Оскільки опори між точками 1-2 та 3-4 однакові (по 12 Ом). Тому за законом Ома

$$U'_{1-2} = U'_{3-4} = R_{1-2} \cdot I'_{1-4}; \quad U'_{1-2} = U'_{3-4} = 12 \cdot 5 = 60 \text{ В.}$$

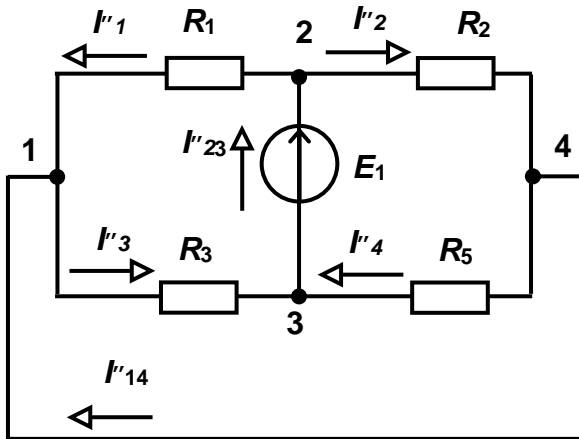
4. Визначимо струми в схемі (рис. 2.18б)

$$I'_1 = \frac{U'_{1-2}}{R_1}; \quad I'_1 = \frac{60}{20} = 3 \text{ А;}$$

$$I'_2 = \frac{U'_{1-2}}{R_2}; \quad I'_2 = \frac{60}{20} = 3 \text{ А;}$$

$$I'_3 = \frac{U'_{3-4}}{R_3}; \quad I'_3 = \frac{60}{30} = 2 \text{ А;}$$

$$I'_4 = \frac{U'_{3-4}}{R_4}; \quad I'_4 = \frac{60}{30} = 2 \text{ A.}$$



5. Знайдемо еквівалентний опір схеми між точками 2-3 (рис. 2.18в).

В схемі, зображеній на рис. 2. в, пари резисторів R_1, R_2 та R_3, R_4 з'єднані паралельно, а еквівалентні опори резисторів цим парам. – послідовно.

$$R_{2-3} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4};$$

Рис.2.18в

$$R_{2-3} = \frac{20 \cdot 20}{20 + 20} + \frac{30 \cdot 30}{30 + 30} = 10 + 15 = 25 \text{ Ом.}$$

6. Знайдемо силу струму в нерозгалуженій частині кола

$$I''_{2-3} = \frac{E_2}{R_{2-3}}; \quad I''_{2-3} = \frac{100}{25} = 4 \text{ A.}$$

7. Знайдемо напруги на ділянках схеми

між точками 2-1

$$U''_{2-1} = I''_{2-3} \cdot R_{2-1}; \quad U''_{2-1} = 4 \cdot 10 = 40 \text{ В.}$$

між точками 1-3

$$U''_{1-3} = I''_{2-3} \cdot R_{1-3}; \quad U''_{1-3} = 4 \cdot 15 = 60 \text{ В.}$$

8. Визначимо сили струмів в схемі (рис.2. 18в)

$$I''_1 = \frac{U''_{2-1}}{R_1}; \quad I''_1 = \frac{40}{20} = 2 \text{ A};$$

$$I''_2 = \frac{U''_{2-1}}{R_2}; \quad I''_2 = \frac{40}{20} = 2 \text{ A};$$

$$I_3'' = \frac{U_{1-3}''}{R_3}; \quad I_3'' = \frac{60}{30} = 2 \text{ A};$$

$$I_4'' = \frac{U_{1-3}''}{R_4}; \quad I_4'' = \frac{60}{30} = 2 \text{ A}.$$

9. Визначимо струми для початкової схеми рис. 2.18а

$$I_1 = I_1' - I_1''; \quad I_1 = 3 - 2 = 1 \text{ A};$$

$$I_3 = I_3' + I_3''; \quad I_3 = 2 + 2 = 4 \text{ A};$$

$$I_2 = I_2' + I_2''; \quad I_2 = 3 + 2 = 5 \text{ A};$$

$$I_4 = I_4' - I_4''; \quad I_4 = 2 - 2 = 0 \text{ A};$$

$$I_{1-4} = I_{1-4}' = 5 \text{ A}, \text{ оскільки } I_{1-4}'' = 0;$$

$$I_{2-3} = I_{2-3}'' = 4 \text{ A}, \text{ оскільки } I_{2-3}' = 0.$$

Задача 2.18

На розрахунковій схемі кола, приведеної на рис.2.19а, відомо, що:

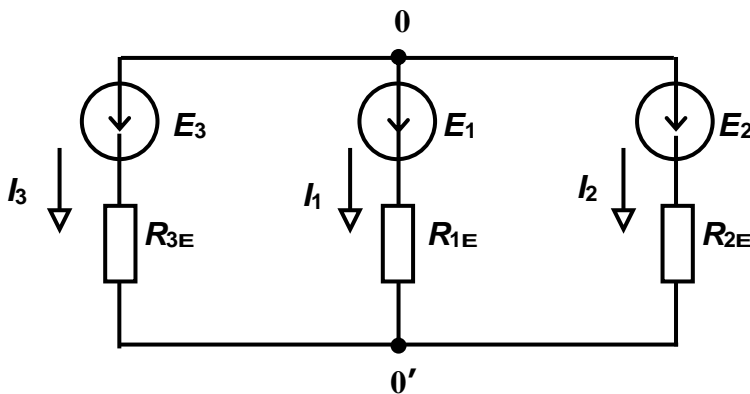


Рис.2.19а

е.р.с.

$$E_1 = 10 \text{ В};$$

$$E_2 = 60 \text{ В};$$

$$E_3 = 40 \text{ В}.$$

опори резисторів

$$R_{1E} = 1 \text{ Ом};$$

$$R_{2E} = 2 \text{ Ом}$$

$$R_{3E} = 2 \text{ Ом}.$$

Розрахувати сили струмів на розрахунковій схемі кола, використовуючи принцип суперпозиції

Розв'язання

Визначимо часткові струми, які виникають під дією е.р.с. E_1 (рис.2.19б).

Приймаємо $\varphi_0 = 0$.

$$I_1^{(1)} = \frac{E_1}{R_{1E} + \frac{R_{2E} \cdot R_{3E}}{R_{2E} + R_{3E}}} = \frac{10}{1 + \frac{2 \cdot 2}{2 + 2}} = \frac{10}{2} = 5 \text{ A};$$

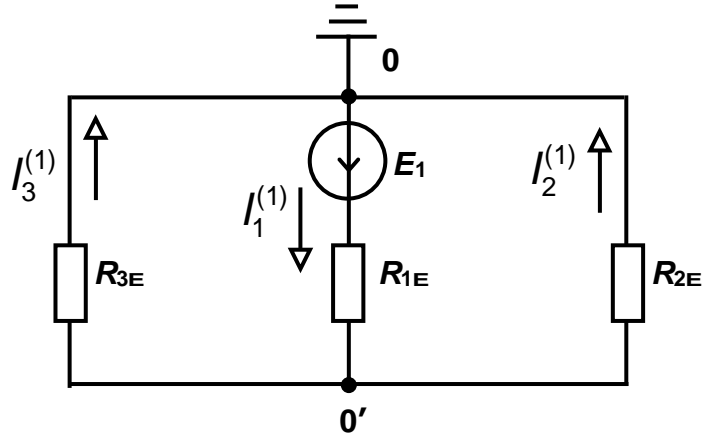


Рис.2.19б

$$I_2^{(1)} = \frac{U_{0'0}}{R_{2E}} = \frac{\varphi_{0'} - \varphi_0}{R_{2E}} = \frac{E_1 - R_{1E} I_1^{(1)}}{R_{2E}} = \frac{10 - 1 \cdot 5}{2} = \frac{5}{2} = 2,5 \text{ A}$$

$$I_3^{(1)} = \frac{U_{0'0}}{R_{3E}} = \frac{\varphi_{0'} - \varphi_0}{R_{3E}} = \frac{E_1 - R_{1E} I_1^{(1)}}{R_{3E}} = \frac{10 - 1 \cdot 5}{2} = \frac{5}{2} = 2,5 \text{ A}.$$

Визначимо часткові струми, які виникають під дією е.р.с. E_2 (рис.2.19в):

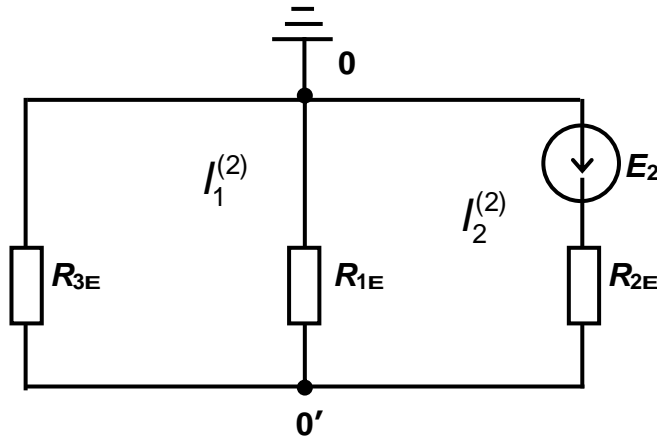


Рис.2.19в

$$I_2^{(2)} = \frac{E_2}{R_{2E} + \frac{R_{1E} \cdot R_{3E}}{R_{1E} + R_{3E}}} = \frac{60}{2 + \frac{2 \cdot 1}{2 + 1}} = \frac{180}{8} = 22,5 \text{ A};$$

$$I_1^{(2)} = \frac{U_{0'0}}{R_{1E}} = \frac{\varphi_0 + E_2 - R_{2E} I_2^{(2)}}{R_{1E}} = \frac{60 - 2 \cdot 22,5}{1} = \frac{15}{1} = 15 \text{ A}$$

$$I_3^{(2)} = \frac{U_{0'0}}{R_{3E}} = \frac{\varphi_0 + E_2 - R_{2E} I_2^{(2)}}{R_{3E}} = \frac{60 - 2 \cdot 22,5}{2} = \frac{15}{2} = 7,5 \text{ A}.$$

Визначимо часткові струми, які виникають під дією е.р.с. E_3 (рис.2.19г):

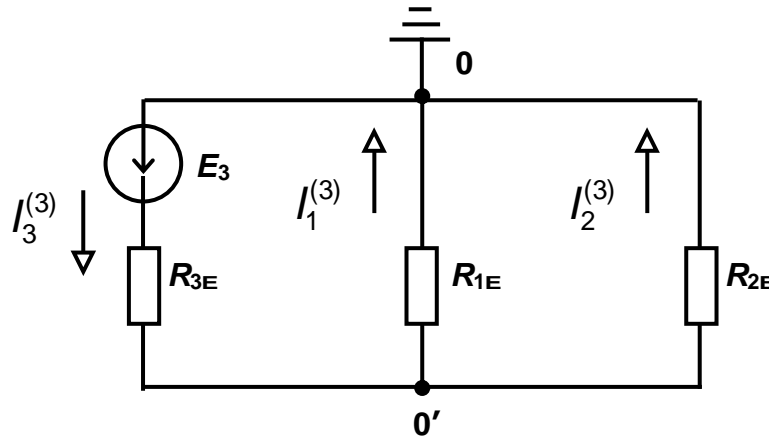


Рис.2.19г

$$I_3^{(3)} = \frac{E_3}{R_{3E} + \frac{R_{1E} \cdot R_{2E}}{R_{1E} + R_{2E}}} = \frac{40}{2 + \frac{1 \cdot 2}{1 + 2}} = \frac{120}{8} = 15 \text{ A};$$

$$I_1^{(3)} = \frac{U_{0'0}}{R_{1E}} = \frac{\varphi_{0'} - \varphi_0}{R_{1E}} = \frac{E_3 - R_{3E} I_3^{(3)}}{R_{1E}} = \frac{40 - 2 \cdot 15}{1} = \frac{10}{1} = 10 \text{ A}$$

$$I_2^{(3)} = \frac{U_{0'0}}{R_{2E}} = \frac{\varphi_{0'} - \varphi_0}{R_{2E}} = \frac{E_3 - R_{3E} I_3^{(3)}}{R_{2E}} = \frac{40 - 2 \cdot 15}{2} = \frac{10}{2} = 5 \text{ A}.$$

Визначимо сили струмів у розгалуженнях:

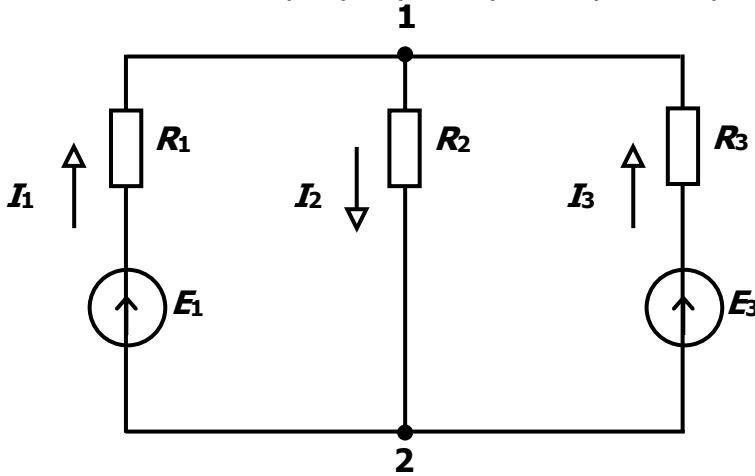
$$I_1 = I_1^{(1)} - I_1^{(2)} - I_1^{(3)} = 5 - 15 - 10 = -20 \text{ A};$$

$$I_2 = -I_2^{(1)} + I_2^{(2)} - I_2^{(3)} = -2,5 + 22,5 - 5 = 15 \text{ A};$$

$$I_3 = -I_3^{(1)} - I_3^{(2)} + I_3^{(3)} = -2,5 - 7,5 + 15 = 5 \text{ A}.$$

Завдання для самоконтролю

Задано розрахункову схему електричного кола.



Відомо наступне:

$$E_1 = 60 \text{ В} ;$$

$$E_3 = 90 \text{ В} ;$$

$$R_1 = R_2 = R_3 = 2 \text{ Ом} .$$

1. Розрахувати сили струмів I_1 , I_2 , I_3 за допомогою методу суперпозиції.

Тематичне комплексне кваліфікаційне завдання

Умова

Два реальних машинних генератори включені на паралельну роботу.

Технічна характеристика першого генератора: електрорушійна сила E_1 , внутрішній опір R_{B1} .

Технічна характеристика другого генератора: електрорушійна сила E_2 , внутрішній опір R_{B2} .

Генератори живлять лінію електропередачі, опір якої $R_{Л1}$.

Наприкінці лінії електропередачі підключене навантаження, опір якого $R_{Н1}$.

Далі підключена наступна лінія електропередачі, опір якої $R_{Л2}$.

Наприкінці другої лінії електропередачі підключене навантаження, опір якого $R_{Н2}$.

Для виміру сил електричних струмів генератора передбачені амперметри. На початку і наприкінці першої лінії електропередачі встановлені вольтметри. Вольтметр також установлений наприкінці другої лінії електропередачі.

Кожне навантаження приєднане через вимикач.

Завдання

1. Скласти принципову електричну схему описаного електричного кола. Окремі елементи кола виділити жирними лініями, а їхні з'єднуючі проводи - тонкими лініями. Позначити номери проводів.
2. Скласти розрахункову схему електричного кола, прийнявши наступні допущення:
 - опори прямого і зворотного проводів лінії електропередачі зосередити в одному місці;
 - опорами проводів, що з'єднують елементи кола, зневажити;
 - опором амперметра зневажити;
 - опір вольтметра прийняти рівним нескінченності.
3. Виконати розрахунок електричного кола:
 - замінити опори ліній і навантажень одним еквівалентним опором R_E ;
 - скласти рівняння по першому і другому законам Кірхгофа для розрахунку сил електричних струмів еквівалентної схеми і розрахувати їх;
 - визначити напругу на затискачах генераторів;

- визначити силу електричного струму в першій лінії електропередачі;
- визначити напругу на затискачах першого навантаження;
- визначити силу електричного струму в другій лінії електропередачі;
- визначити напругу на затискачах другого навантаження;
- визначити сумарну потужність, що розвивається генераторами;
- визначити сумарні втрати потужності в генераторах;
- визначити сумарні втрати потужності в лініях електропередачі;
- визначити потужності, споживані кожним навантаженням;
- визначити коефіцієнт корисної дії першої лінії електропередачі;
- визначити коефіцієнт корисної дії другої лінії електропередачі;
- визначити коефіцієнт корисної дії першого генератора;
- визначити коефіцієнт корисної дії другого генератора.

Варіанти вихідних даних до тематичного комплексного кваліфікаційному завданню

Таблиця 2

Варіанти	<i>Початкові дані</i>							
	E_1, B	$R_{B1}, Ом$	E_2, B	$R_{B2}, Ом$	$R_{Л1}, Ом$	$R_{Л2}, Ом$	$R_{H1}, Ом$	$R_{H2}, Ом$
1	60	1	80	1	1	1,5	2	0,5
2	60	1	80	1	0,5	2	3	1
3	120	1	160	1	1	1,5	2	0,5
4	120	1	160	2	0,5	2	3	1
5	180	1	189	1	1	0,5	5	7
6	180	1	189	1	1	1	6	5
7	110	1	120	2	1,25	1	6	9
8	100	1	100	2	4	4	12	20
9	110	1	120	1	0,5	2	3	1
10	90	1,5	120	1,5	1,5	1	3	2
11	90	1,5	120	1,5	1,5	2	3	1
12	145	0,5	175	3	1,25	9	6	1

13	145	0,5	175	3	1,25	1	6	9
14	90	1,5	120	1,5	1	4	3	2
15	110	1	120	1	0,5	2	3	1

Розв'язання

Початкові дані							
$E_1,$ B	$R_{B1},$ Ом	$E_2,$ B	$R_{B2},$ Ом	$R_{Л1},$ Ом	$R_{Л2},$ Ом	$R_{H1},$ Ом	$R_{H2},$ Ом
110	1	120	2	2,5	1,5	5	3,5

1. Складаємо принципову електричну схему описаного електричного кола. Окремі елементи кола виділяємо жирними лініями, а їхні з'єднуючі проводи - тонкими лініями. Позначаємо номери проводів.

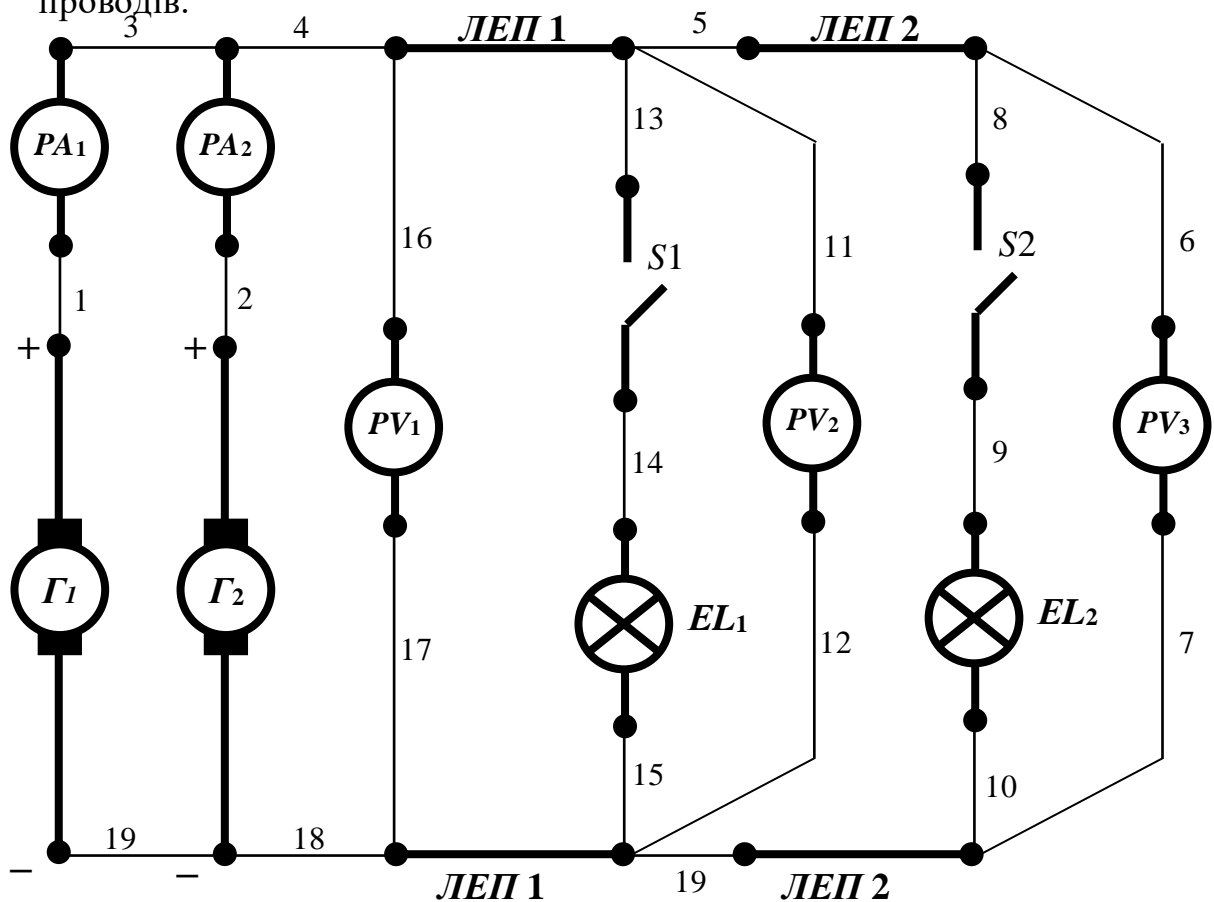


Рисунок 1 – Принципова електрична схема кола:

- G_1, G_2 – генератори постійного струму;
- $ЛЕП 1, ЛЕП 2$ – лінії електропередачі;
- EL_1, EL_2 – електроосвітлювальні пристрої (навантаження);
- S_1, S_2 – вимикачі;
- PA_1, PA_2 – амперметри;
- $PV_1 \dots PV_3$ – вольтметри.

2. Складаємо розрахункову схему електричного кола, прийнявши наступні допущення:

- опори прямого і зворотного проводів лінії електропередачі зосереджуємо в одному місці;
- опорамі проводів, що з'єднують елементи кола, зневажаємо;
- опором кожного амперметра зневажаємо;
- опір кожного вольтметра приймаємо рівним нескінченності.

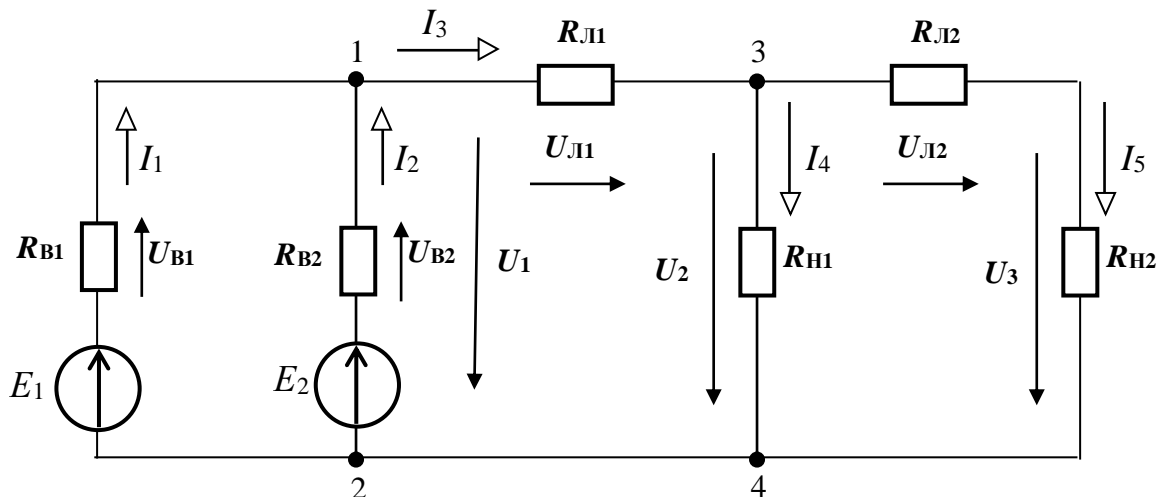


Рисунок 2 – Розрахункова схема електричного кола:

- E_1, E_2 – е.р.с., що розвивають генератори;
- R_{B1}, R_{B2} – внутрішній опір генераторів;
- $R_{Л1}, R_{Л2}$ – опори ліній електропередачі;
- $R_{Н1}, R_{Н2}$ – опори навантажень (освітлювальних пристроїв);
- I_1 – сила струму першого генератора;
- I_2 – сила струму другого генератора;
- I_3 – сила струму в першій лінії електропередачі;
- I_4 – сила струму першого навантаження;
- I_5 – сила струму в другій лінії електропередачі і другому навантаженні;
- U_{B1}, U_{B2} – спадання напруги в генераторах;
- U_1 – напруга на затискачах генераторів;
- $U_{Л1}, U_{Л2}$ – спадання напруги в лініях електропередачі;
- U_2 – напруга на затискачах першого навантаження;
- U_3 – напруга на затискачах другого навантаження.

3. Виконуємо розрахунок електричного кола:

- заміняємо опори ліній і навантажень одним еквівалентним опором R_E :

$$R_E = R_{JI} + \frac{R_{H1} \cdot (R_{JI2} + R_{H2})}{R_{H1} + R_{JI2} + R_{H2}}; \quad (1)$$

$$R_E = 2,5 + \frac{5 \cdot (1,5 + 3,5)}{5 + 1,5 + 3,5} = 2,5 + \frac{5 \cdot 5}{10} = 2,5 + 2,5 = 5 \text{ Ом}.$$

- складаємо рівняння за першим і другим законами Кірхгофа для розрахунку сил електричних струмів еквівалентної схеми і розраховуємо їх:

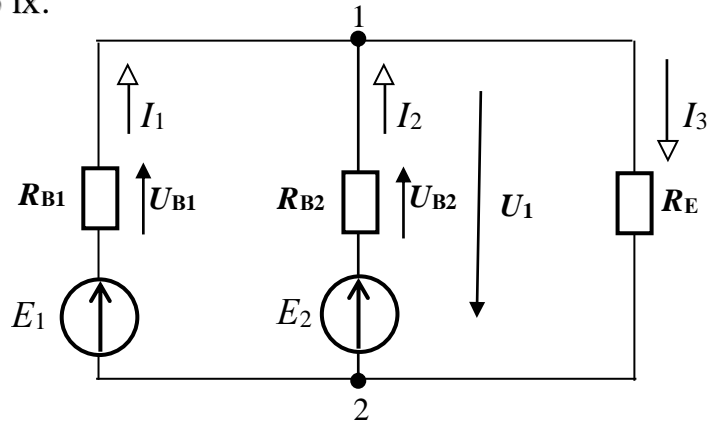


Рисунок 3 – Еквівалентна розрахункова схема електричного кола

$$\left\{ \begin{array}{l} I_1 + I_2 - I_3 = 0; \\ E_1 - E_2 = R_{B1} \cdot I_1 - R_{B2} \cdot I_2; \\ E_2 = R_{B2} \cdot I_2 + R_E \cdot I_3; \end{array} \right. \quad (2)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 \cdot I_1 + 1 \cdot I_2 - 1 \cdot I_3 = 0; \\ 110 - 120 = 1 \cdot I_1 - 2 \cdot I_2; \\ 120 = 2 \cdot I_2 + 5 \cdot I_3; \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} 1 \cdot I_1 + 1 \cdot I_2 - 1 \cdot I_3 = 0; \\ 1 \cdot I_1 - 2 \cdot I_2 + 0 = -10; \\ 0 + 2 \cdot I_2 + 5 \cdot I_3 = 120. \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned} \Delta &= \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & 5 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -2 & 0 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} - 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 5 \end{vmatrix} + (-1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = \\ &= 1 \cdot (-2) \cdot 5 - 1 \cdot 0 \cdot 2 - 1 \cdot 1 \cdot 5 + 1 \cdot 0 \cdot 0 - 1 \cdot 1 \cdot 2 + 1 \cdot 0 \cdot (-2) = \\ &= -10 - 0 - 5 + 0 - 2 + 0 = -17 \text{ } \Omega \text{ } \Omega^3; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta_{I1} &= \begin{vmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -10 & -2 & 0 \\ 120 & 2 & 5 \end{vmatrix} = 0 \cdot \begin{vmatrix} -2 & 0 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} - 1 \cdot \begin{vmatrix} -10 & 0 \\ 120 & 5 \end{vmatrix} + (-1) \cdot \begin{vmatrix} -10 & -2 \\ 120 & 2 \end{vmatrix} = \\ &= -1 \cdot (-10) \cdot 5 - (-1) \cdot 120 \cdot 0 + (-1) \cdot (-10) \cdot 2 - (-1) \cdot 120 \cdot (-2) = \\ &= 50 + 20 - 240 = -170 \text{ } B \cdot \Omega \text{ } \Omega^2; \end{aligned}$$

$$I_1 = \frac{\Delta_{I1}}{\Delta} = \frac{-170}{-17} = 10 \text{ } A;$$

$$\Delta_{I_2} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & -10 & 0 \\ 0 & 120 & 5 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -10 & 0 \\ 120 & 5 \end{vmatrix} - 0 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 5 \end{vmatrix} + (-1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & -10 \\ 0 & 120 \end{vmatrix} =$$

$$= 1 \cdot (-10) \cdot 5 - 1 \cdot 120 \cdot 0 + (-1) \cdot 1 \cdot 120 - (-1) \cdot 0 \cdot (-10) =$$

$$= -50 - 120 = -170 \text{ B} \cdot \text{Ом}^2;$$

$$I_2 = \frac{\Delta_{I_2}}{\Delta} = \frac{-170}{-17} = 10 \text{ A};$$

$$\Delta_{I_3} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & -10 \\ 0 & 2 & 120 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -2 & -10 \\ 2 & 120 \end{vmatrix} - 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -10 \\ 0 & 120 \end{vmatrix} + 0 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$= 1 \cdot (-2) \cdot 120 - 1 \cdot 2 \cdot (-10) - 1 \cdot 1 \cdot 120 + 1 \cdot 0 \cdot (-10) =$$

$$= -240 + 20 - 120 - 0 = -340 \text{ B} \cdot \text{Ом}^2;$$

$$I_3 = \frac{\Delta_{I_3}}{\Delta} = \frac{-340}{-17} = 20 \text{ A};$$

- Визначимо напругу на затискачах генераторів:

$$U_1 = R_A \cdot I_3; \quad (3)$$

$$U_1 = 5 \cdot 20 = 100 \text{ B};$$

- Визначимо силу електричного струму в першій лінії електропередачі:

$$I_3 = 20 \text{ A};$$

- Визначимо напругу на затискачах першого навантаження:

$$U_2 = U_1 - R_{ЛЛ} \cdot I_3; \quad (4)$$

$$U_2 = 100 - 2,5 \cdot 20 = 100 - 50 = 50 \text{ B};$$

- Визначимо силу електричного струму в другій лінії електропередачі:

$$I_5 = \frac{U_2}{R_{Л2} + R_{H2}}; \quad (5)$$

$$I_5 = \frac{50}{1,5 + 3,5} = 10A;$$

- Визначимо напругу на затискачах другого навантаження:

$$U_3 = R_{H2} \cdot I_5; \quad (6)$$

$$U_3 = 3,5 \cdot 10 = 35 \text{ В};$$

- Визначимо сумарну потужність, що розвивається генераторами:

$$P = P_1 + P_2; \quad (7)$$

$$P_1 = E_1 \cdot I_1; \quad (8)$$

$$P_1 = 110 \cdot 10 = 1100 \text{ Вт};$$

$$P_2 = E_2 \cdot I_2; \quad (9)$$

$$P_2 = 120 \cdot 10 = 1200 \text{ Вт};$$

$$P = 1100 + 1200 = 2300 \text{ Вт};$$

- Визначимо сумарні втрати потужності в генераторах:

$$P_B = P_{B1} + P_{B2}; \quad (10)$$

$$P_{B1} = R_{B1} \cdot I_1^2; \quad (11)$$

$$P_{B1} = 1 \cdot 10^2 = 100 \text{ Вт};$$

$$P_{B2} = R_{B2} \cdot I_2^2; \quad (12)$$

$$P_{B2} = 2 \cdot 10^2 = 200 \text{ Вт};$$

$$P_B = 100 + 200 = 300 \text{ Вт};$$

- Визначимо сумарні втрати потужності в лініях електропередачі:

$$P_{Л} = P_{Л1} + P_{Л2}; \quad (13)$$

$$P_{Л1} = R_{Л1} \cdot I_3^2; \quad (14)$$

$$P_{Л1} = 2,5 \cdot 20^2 = 1000 \text{ Вт};$$

$$P_{Л2} = R_{Л2} \cdot I_5^2; \quad (15)$$

$$P_{Л2} = 1,5 \cdot 10^2 = 150 \text{ Вт};$$

$$P_L = 1000 + 150 = 1150 \text{ Вт};$$

- Визначимо потужності, що споживаються кожним навантаженням:

$$P_{H1} = R_{H1} \cdot I_4^2; \quad (16)$$

$$I_4 = I_3 - I_5; \quad (17)$$

$$I_4 = 20 - 10 = 10 \text{ А};$$

$$P_{H1} = 5 \cdot 10^2 = 500 \text{ Вт};$$

$$P_{H2} = R_{H2} \cdot I_5^2; \quad (18)$$

$$P_{H2} = 3,5 \cdot 10^2 = 350 \text{ Вт};$$

- Визначимо коефіцієнт корисної дії першої лінії електропередачі:

$$\eta_{Л1} = \frac{P_{H1} + P_{Л2} + P_{H2}}{U_1 \cdot I_3}; \quad (19)$$

$$\eta_{Л1} = \frac{500 + 150 + 350}{100 \cdot 20} = \frac{1000}{2000} = 0,5;$$

- Визначимо коефіцієнт корисної дії другої лінії електропередачі:

$$\eta_{Л2} = \frac{P_{H2}}{U_2 \cdot I_5}; \quad (20)$$

$$\eta_{Л2} = \frac{350}{50 \cdot 10} = 0,7;$$

- Визначимо коефіцієнт корисної дії першого генератора:

$$\eta_{Г1} = \frac{P_1 - P_{B1}}{P_1}; \quad (21)$$

$$\eta_{Г1} = \frac{1100 - 100}{1100} = \frac{1000}{1100} = 0,91;$$

- Визначимо коефіцієнт корисної дії другого генератора:

$$\eta_{Г2} = \frac{P_2 - P_{B2}}{P_2}; \quad (22)$$

$$\eta_{Г2} = \frac{1200 - 200}{1200} = \frac{1000}{1200} = 0,83.$$

РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Вовк О.Ю., Квітка С.О., Попова І.О. Лінійні електричні кола постійного струму: навчальний посібник. Запоріжжя: ВПЦ «Люкс», 2023. 227 с.
2. Овчаров В.В. Теоретичні основи електротехніки, частина 1. Мелітополь : Видавничо-поліграфічний центр «Люкс», 2007. 389 с.
3. Коваль Ю.О., Гринченко Л.В., Милютченко І.О., Рибін О.І. Основи теорії кіл: Підручник для студентів вищих навчальних закладів. Ч.1 / За заг. редакцією В. М. Шокала та В. І. Правди. Х. : Компанія СМІТ, 2008. 432 с.
4. Теорія електричних і магнітних кіл: Підручник / С. В. Панченко, О. М. Ананьєва, М. М. Бабаєв та ін. Харків: УкрДУЗТ, 2020. 246 с.
5. Маляр В.С. Теоретичні основи електротехніки: підручник Львів : Видавництво Львівської політехніки, 2018. 416 с.

Розв'язання

В кожній точці простору, що оточує заряджені тіла, електричне поле одного зарядженого тіла накладається на поле іншого. Для визначення загальної напруженості електричного поля треба знайти величину і напрям вектора напруженості кожного із складових полів, а потім скласти вектори.

1. Визначимо напруженість електричного поля в точці 3 (2)

$$E_{13} = \frac{q_1}{4\pi \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot r_{13}^2};$$
$$E_{13} = \frac{3,2 \cdot 10^{-11}}{4 \cdot 3,14 \cdot 1 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,06^2} = 80 \frac{B}{m}.$$

$$E_{23} = \frac{q_2}{4\pi \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot r_{23}^2};$$
$$E_{23} = \frac{4,267 \cdot 10^{-11}}{4 \cdot 3,14 \cdot 1 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,08^2} = 60 \frac{B}{m}$$

2. Визначимо загальну напруженість електричного поля в двох інших вершинах прямокутника.

Згідно принципу накладання, загальну напруженість поля знайдемо геометрично векторним додаванням напруженостей E_{13} та E_{23} .

За умовою задачі, вектори E_{13} та E_{23} направлені під кутом 90° один до одного. Тому загальне значення напруженості результуючого електричного поля можна підрахувати за теоремою Піфагора

$$E_{3(4)} = \sqrt{E_{13}^2 + E_{23}^2};$$
$$E_{3(4)} = \sqrt{80^2 + 60^2} = 100 \frac{B}{m}.$$

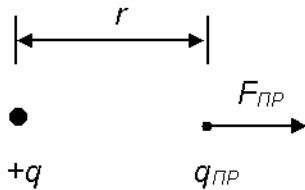
Задача 1.5

Точковий заряд $q = +4\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Кл}$ знаходиться в середовищі з відносною діелектричною проникністю $\varepsilon = 10$ (рис. 1.6). Визначити напруженість електричного поля в точці, що знаходиться на відстані $0,05 \text{ м}$ від заряду.

Розв'язання

1. Визначимо напруженість, підставивши в (1.3) значення сили за виразом (1.2):

$$E = \frac{q}{4\pi \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot r^2}. \quad (1.3a)$$



Підставивши значення фізичних величин, одержуємо:

$$E = \frac{4\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}}{4\pi \cdot 10 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,05^2} = 40 \frac{В}{м}.$$

Рис.1.6

Задача 1.5 На заряд $q = 16 \cdot 10^{-8}$ Кл в електричному полі діє сила $F = 2,4 \cdot 10^{-3}$ Н.

1. Визначити напруженість електричного поля в даній точці.
2. Визначити заряд для даної напруженості, який створює це поле, якщо він віддалений у вакуумі, відносна діелектрична проникність якого дорівнює одиниці, на відстань $r = 0,3$ м.

Розв'язання

1. Визначити напруженість електричного поля в даній точці

$$E = \frac{F}{q}; \quad E = \frac{2,4 \cdot 10^{-3}}{16 \cdot 10^{-8}} = 0,15 \cdot 10^5 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

2. Визначити заряд для даної напруженості, який створює це поле, якщо він віддалений у вакуумі на відстань $r = 0,3$ м

$$q_0 = E \cdot 4\pi \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot r^2;$$

$$q_0 = 0,15 \cdot 10^5 \cdot 4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,3^2 = 15 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}.$$

Задача 1.6 Два різнополярні заряди в склі, (відносна діелектрична проникність скла $\varepsilon = 7$) $q_1 = +3,5 \cdot 10^{-9}$ Кл та $q_2 = -3,5 \cdot 10^{-9}$ Кл знаходяться на відстані $r = 18$ см один від одного. Заряд $q_3 = +2 \cdot 10^{-8}$ Кл розташований на відстані $r = 24$ см від цих двох зарядів.

Визначити величину і напрям напруженості електричного поля у точці, яка знаходиться посередині між зарядами q_1 та q_2 .

Розв'язання

1. Визначимо напруженість електричного поля від дії заряду q_1

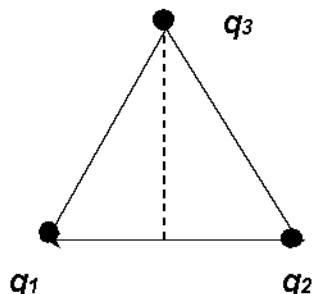


Рис. 1.7

$$E_1 = \frac{q_1}{4\pi \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot r_1^2};$$

$$E_1 = \frac{3,5 \cdot 10^{-9}}{4 \cdot 3,14 \cdot 7 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 9^{-2} \cdot 10^{-4}} = 550 \frac{B}{m}$$

Напруженість електричного поля, що створює q_2 дорівнює $E_2 = 550 \text{ В/м}$, оскільки $q_1 = q_2$.

2. Визначимо напруженість в цій же точці від дії заряду q_3 .

3. Прямокутного трикутника визначимо відстань r_3

$$r_3 = \sqrt{24^2 - 9^2} = 22,2 \text{ см.}$$

3. Знайдемо напруженість E_3

$$E_3 = \frac{q_3}{4\pi \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot r_3^2};$$

$$E_3 = \frac{2 \cdot 10^{-8}}{4 \cdot 3,14 \cdot 7 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot (22,2)^2 \cdot 10^{-4}} = 520 \frac{B}{m}$$

4. Визначимо вектор напруженості електричного поля в указаній точці

$$E = E_1 + E_2 + E_3.$$

Вектори E_1 та E_2 в одну сторону, оскільки заряди q_1 та q_2 різнойменні. Тоді $E_{12} = 550 + 550 = 1100 \text{ В/м}$.

Вектор E_3 направлений перпендикулярно вектору E_{12} , тоді сумарний вектор напруженості дорівнює

$$E = \sqrt{1100^2 + 520^2} = 1220 \frac{B}{m}.$$

Задача 1.7

Електричне поле створено позитивним точковим зарядом $q = 1,6 \cdot 10^{-8}$ Кл у вакуумі.

Визначити напруженість електричного поля на відстані $r = 0,06$ м від цього заряду.

Яка сила буде діяти на позитивний пробний заряд $q_{пр} = 1,8 \cdot 10^{-9}$ Кл, внесений в цю точку поля (рис.1.8а, рис.1.8б,).

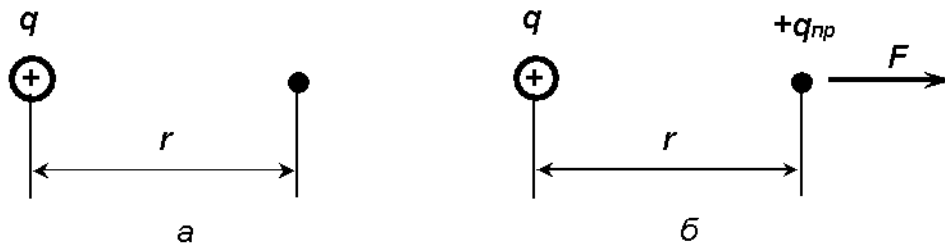


Рис. 1. 8

Розв'язання

1. Визначимо напруженість електричного поля, створеного зарядом q на відстані $0,06$ м

$$E = \frac{q}{4\pi \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot r^2};$$

$$E = \frac{1,6 \cdot 10^{-8}}{4 \cdot 3,14 \cdot 1,885 \cdot 10^{-12} \cdot 0,06^2} = 3998 \frac{B}{m}.$$

2. Визначити силу, що буде діяти на пробний заряд, внесений в цю точку електричного поля

$$E = \frac{F}{q_{пр}}; F = E \cdot q_{пр};$$

$$F = 3998 \cdot 1,8 \cdot 10^{-9} = 0,72 \text{ Н}.$$

Задача 1.8

Точковий заряд $q = +4\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-11}$ Кл знаходиться в середовищі, відносна діелектрична проникність якого дорівнює $\varepsilon = 10$.

Визначити потенціал точки електричного поля, яка знаходиться на відстані **0,01 м** від заряду.

Розв'язання

Потенціал точки електричного поля визначається за виразом (1.4). Потенціальну енергію пробного заряду, внесеного в дану точку поля, знаходимо за виразом:

$$П_{пр} = F_{пр} r, \quad (1.4a)$$

де $F_{пр}$ – сила, що діє на пробний заряд, Н;

r – відстань до пробного заряду, м.

Силу, що діє на пробний заряд, знаходимо за виразом (1.2).

Підставивши в (1.4) вирази (1.4a) і (1.2), знаходимо розрахункову формулу потенціалу в даній точці:

$$\varphi = \frac{q}{4\pi \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot r}. \quad (1.4b)$$

Підставляємо чисельні значення фізичних величин у (1.4b) і знаходимо потенціал:

$$\varphi = \frac{4\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-11}}{4\pi \cdot 10 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,01} = 100 \text{ В}.$$

Задача 1.9

Електричне поле створено позитивним точковим зарядом $q = 1,6 \cdot 10^{-8}$ Кл у вакуумі (рис.1.9).

Визначити потенціал електричного поля на відстані $r = 0,06$ м від заряду.

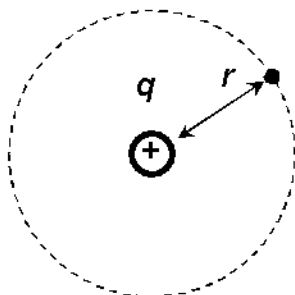


Рис. 1.9

Розв'язання

1. Визначити потенціал електричного поля на відстані $r = 0,06$ м від заряду.

$$\varphi = \frac{q}{4\pi \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot r}$$

$$\varphi = \frac{1,6 \cdot 10^{-8}}{4 \cdot 3,14 \cdot 1 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,06} = 2397,6 \text{ В.}$$

Задача 1.10

Поле створено позитивним точковим зарядом.

В електричному полі при переміщенні заряду $q = 2 \cdot 10^{-4}$ Кл з точки 1 у точку 2 здійснена робота $A = 0,4$ Дж.

Визначити напругу між точками 1 і 2.

Розв'язання

1. Визначаємо напругу між точками 1 та 2

$$U_{12} = \frac{A}{q};$$

$$U_{12} = \frac{0,4}{2 \cdot 10^{-4}} = 2000 \text{ В.}$$

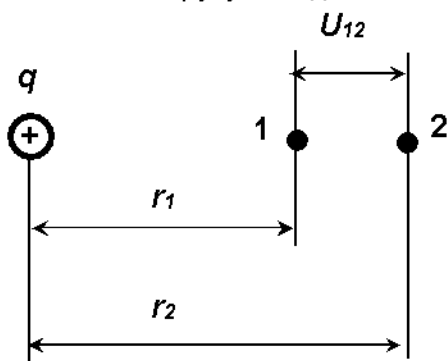
Задача 1.11

Позитивний точковий заряд $q = 1,6 \cdot 10^{-8}$ Кл у вакуумі створює електричне поле (рис.1.10).

Визначити напругу між двома точками електричного поля, що віддалені від заряду на $r_1 = 0,06$ м та $r_2 = 0,08$ м.

Розв'язання

1. Визначимо напругу між двома точками електричного поля



$$\varphi_1 = \frac{q}{4\pi \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot r_1};$$

$$\varphi_2 = \frac{q}{4\pi \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot r_2};$$

Рис.1.10

$$U_{12} = \frac{q}{4\pi \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0} \cdot \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

$$U_{12} = \frac{1,6 \cdot 10^{-8}}{4 \cdot 3,14 \cdot 1 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \cdot \left(\frac{1}{0,06} - \frac{1}{0,08} \right) = 600 \text{ В.}$$

Завдання для самоконтролю

1. В електричне поле позитивного точкового заряду $q_1 = 30 \text{ Кл}$ внесли малий пробний заряд $q_2 = 4 \text{ п} \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Кл}$. Середовище, у якому знаходяться заряди, має відносну діелектричну проникність $\varepsilon = 20$. Заряди знаходяться на відстані **0,1 м**. Визначити силу, що діє на пробний заряд.
2. Негативний точковий заряд $q_3 = 4 \text{ п} \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Кл}$ створює електричне поле в середовищі з відносною діелектричною проникністю $\varepsilon = 10$. Визначити напруженість електричного поля на відстані **0,01 м** від заряду.
3. Визначити потенціал у точці поля, зазначеної в завданні 2.
4. Зобразити силову лінію негативного заряду.
5. Зобразити екіпотенціальну лінію негативного заряду.
6. Потенціали точок 1 і 2 електричні поля відповідно дорівнюють **20 В** та **10 В**. Визначити напругу електричного поля між зазначеними точками.

1.3 Явище електричного струму провідності і закон Ома

Електричний струм провідності – упорядкований (спрямований) рух вільних зарядів під дією сил електричного поля.

Електрорушійна сила (е.р.с.): відношення роботи, що виконують сторонні сили джерела по перенесенню зарядів проти сил електричного поля, до значення цих зарядів

$$E = \frac{A}{q}, \quad (1.6)$$

- де E – електрорушійна сила, V ;
 A – робота сторонніх сил, $Дж$;
 q – заряд, $Кл$.

Заряд, що проходить через поперечний перетин провідника за одиницю часу, назвали **силою електричного струму**

$$I = \frac{q}{t}, \quad (1.7)$$

де I – сила електричного струму, A ;
 q – заряд, $Кл$;
 t – час, $с$.

Опор провідника електричному струму залежить від матеріалу провідника, довжини провідника і площі поперечного перерізу провідника, тобто

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (1.8)$$

де R – опір провідника, $Ом$;
 ρ – питомий опір провідника, $Ом \cdot мм^2 / м$ ($Ом \cdot м$);
 l – довжина провідника, $м$;
 S – площа поперечного перерізу провідника, $мм^2$.

Закон електричного струму для ділянки кола без е.р.с.: сила струму в провіднику прямо пропорційна напрузі (різниці потенціалів) на затискачах провідника і обернено пропорційна опору провідника.

Математичний запис закону Ома

$$I = \frac{U}{R}, \quad (1.9)$$

де I – сила струму в провіднику, A ;
 U – напруга на затискачах провідника, B ;
 R – опір провідника, $Ом$.

Закон електричного струму для ділянки кола без е.р.с.: сила струму в провіднику прямо пропорційна напрузі (різниці потенціалів) на затискачах провідника і обернено пропорційна опору провідника.

Математичний запис закону Ома:

$$I = \frac{U}{R}, \quad (1.10)$$

де I – сила струму в провіднику, A ;
 U – напруга на затискачах провідника, B ;
 R – опір провідника, Om .

Задача 1.12

У джерелі електричної енергії сторонні сили переносять **10 Кл** заряду негативного знаку на негативний полюс, виконуючи при цьому роботу, величина якої дорівнює **2 000 Дж**. Визначити значення електрорушійної сили, яку розвиває джерело електричної енергії.

Розв'язання

Підставляємо значення зазначених фізичних величин у вираз (1.6) і знаходимо значення е.р.с.:

$$E = \frac{2\,000}{10} = 200 \text{ В}.$$

Задача 1.13

Сторонні сили джерела електричної енергії переносять з негативного полюсу до позитивного позитивні електричні заряди. Електрорушійна сила джерела **$E = 12 \text{ В}$** . Робота сторонніх сил $A = 600 \text{ Дж}$. Визначити величину перенесених позитивних зарядів.

Розв'язання

1. Визначимо величину перенесених позитивних зарядів сторонніми силами джерела

$$q = \frac{A}{E};$$

$$q = \frac{600}{12} = 50 \text{ Кл}.$$

Задача 1.14

Через поперечний перетин провідника за **5 секунд** проходить заряд **100 Кл**.

Визначити силу струму в провіднику.

Розв'язання

1. Визначаємо силу струму в провіднику.

Підставляємо значення зазначених фізичних величин у вираз (1.7) і знаходимо силу електричного струму

$$I = \frac{100}{5} = 20 \text{ А.}$$

Задача 1.15

Алюмінієвий провідник з питомим опором $\rho = 0,023 \text{ Ом}\cdot\text{мм}^2/\text{м}$ має довжину $l = 1\ 000 \text{ м}$, площа поперечного перетину $S = 2,3 \text{ мм}^2$. Визначити опір провідника.

Розв'язання

Підставляємо значення зазначених величин у вираз (1.8) і знаходимо опір провідника:

$$R = 0,023 \cdot \frac{1\ 000}{2,3} = 10 \text{ Ом.}$$

Задача 1.16

Визначити довжину двопровідної лінії електропередачі при температурі $t_1 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$, виконаної мідним проводом, якщо переріз проводу $S = 120 \text{ мм}^2$, питомий опір мідного проводу $\rho = 0,0175 \text{ Ом}\cdot\text{мм}^2/\text{м}$, опір лінії електропередачі дорівнює $R_1 = 29,16 \text{ Ом}$.

Визначити опір лінії електропередачі при температурі $t_2 = 30 \text{ }^\circ\text{C}$, якщо температурний коефіцієнт опору $\alpha = 0,004 \text{ 1}^\circ\text{C}$.

Розв'язання

1. Визначимо довжину двопровідної мідної лінії електропередачі при температурі t_1

$$l = R \cdot S \cdot \rho;$$

$$l = 2 \cdot 29,16 \cdot 120 \cdot 0,0175 = 100000 \text{ м} = 100 \text{ км}$$

2. Визначимо опір лінії електропередачі при t_2

$$R_2 = R_1[1 + \alpha(t_1 - t_2)];$$

$$r_2 = 29,16 \cdot [1 + 0,004 \cdot (30 - 20)] = 30,32 \text{ Ом.}$$

Задача 1.17

До провідника, опір якого **100 Ом**, приклали напругу **200 В**. Визначити силу струму в провіднику.

Розв'язання

Підставляємо вказані значення фізичних величин у вираз (1.9) і знаходимо силу струму в провіднику:

$$I = \frac{200}{100} = 2 \text{ А.}$$

Завдання для самоконтролю

1. Сторонні сили джерела переносять заряд величиною **200 Кл** проти сил електричного поля. При цьому виконується робота, яка дорівнює **44 000 Дж**. Визначити е.р.с., яку розвиває джерело.
2. За **12 секунд** через поперечний переріз провідника проходить заряд величиною **144 Кл**. Визначити силу електричного струму.
3. Провідник з питомим опором, який дорівнює **0,017 Ом·мм²/м** має довжину **1 000 м** і площу поперечного перетину **1,7 мм²**. Визначити опір провідника.

1.4 Явище теплової дії струму і закон Джоуля-Ленца

Суть явища теплової дії електричного струму: при проходженні по провіднику електричного струму провідник нагрівається.

Закон теплової дії струму: кількість тепла, яка виділяється в провіднику, прямо пропорційна опору провідника, квадрату сили електричного струму і часу його дії.

Математичний запис закону теплової дії струму:

$$W = R \cdot I^2 \cdot t, \quad (1.11)$$

де W – енергія, яка виділилася в провіднику, Дж;
 R – опір провідника, Ом;
 I – сила струму в провіднику, А;
 t – час протікання електричного струму в провіднику, с.

Потужність електричного струму – кількість електричної енергії, яка виділяється в провіднику за одиницю часу

$$P = \frac{W}{t}, \quad (1.12)$$

$$P = R \cdot I^2 = U \cdot I \quad (1.13)$$

де P – потужність, Вт;
 W – енергія, Дж;
 t – час, с.

Задача 1.18

По провіднику, опір якого дорівнює **100 Ом**, проходить електричний струм силою **10 А** за **100 секунд**. Визначити кількість тепла, яка виділиться в провіднику за цей час.

Розв'язання

Підставляємо значення фізичних величин у вираз (1.10) і знаходимо кількість тепла:

$$W = 100 \cdot 10^2 \cdot 100 = 1\,000\,000 \text{ Дж} = 1\,000 \text{ кДж} = 1 \text{ МДж}.$$

У технічній системі одиниць електрична енергія вимірюється в **кВт·год**, знайдемо співвідношення енергій **1 кВт·год** та **1 Дж**:

$$1 \text{ кВт} \cdot \text{год} = 1000 \text{ Вт} \cdot 3600 \text{ с} = 3\,600\,000 \text{ Дж}.$$

Задача 1.19

На нагрівальному елементі в продовж **0,5 годин** роботи виділиться теплоти **Q = 550 ккал**.

Визначити опір нагрівального елемента, силу струму, що споживається, його електричну потужність при напрузі **U = 220 В**.

Розв'язання

1. Визначимо силу струму в нагрівальному елементі
Згідно закону Джоуля-Ленца $Q = 0,24 \cdot U \cdot I \cdot t$, звідкіля

$$I = \frac{Q}{0,24 \cdot U \cdot t}; \quad I = \frac{550}{0,24 \cdot 220 \cdot 0,5} = 5,8 \text{ А.}$$

2. Визначимо опір нагрівального елементу

$$R = \frac{U}{I}; \quad R = \frac{220}{5,8} = 38 \text{ Ом.}$$

3. Визначимо електричну потужність нагрівача

$$P = U \cdot I; \quad P = 220 \cdot 5,8 = 1270 \text{ Вт} = 1,27 \text{ кВт.}$$

4. Електрична енергія, що споживається за 0,5 години

$$W = P \cdot t; \quad W = 1,27 \cdot 0,5 = 0,635 \text{ кВт} \cdot \text{год.}$$

Задача 1.20

У провіднику, по якому проходить електричний струм, за **100 секунд** виділяється **220 000 Дж** теплової енергії. Визначити потужність електричного струму.

Розв'язання

Підставляємо значення зазначених фізичних величин у вираз (1.11) і знаходимо потужність електричного струму:

$$P = \frac{220\ 000}{100} = 2\ 200 \text{ Вт} = 2,2 \text{ кВт.}$$

Підставивши (1.10) у (1.11), знаходимо вираз для розрахунку потужності:

Завдання для самоконтролю

1. По провіднику, який має опір **200 Ом**, проходить струм силою **10 А** за **1 хвилину**.
Визначити енергію, яка виділяється в провіднику.
2. Визначити потужність електричного струму в завданні 1.

1.5 Електричне коло і його елементи

1.6 Зображення електричного кола

1.7 Потенціальна діаграма

Електричне коло – це сукупність пристроїв (елементів кола), що забезпечують можливість створення електричного струму.

Основні елементи електричного кола – джерело електричної енергії, приймач (навантаження) і проводи, що їх з'єднують.

Вольт-амперна характеристика – залежність між силою струму і напругою на елементі кола: $I = f(U)$.

Потенціальна діаграма – залежність між електричним потенціалом у відповідній точці кола і величиною опору на ділянці електричного кола $\varphi = f(R)$.

Задача 1.21

Лінійний резистор має опір **10 Ом**. Побудувати вольт-амперну характеристику зазначеного елемента.

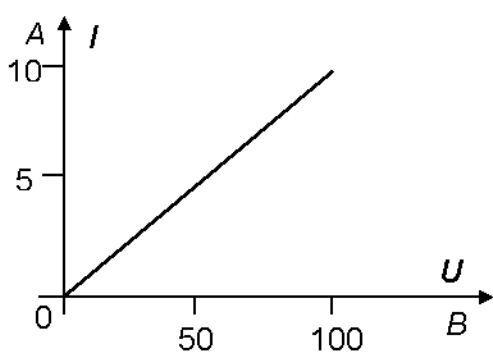


Рис.1.11

Розрахунок вольт-амперної характеристики ведемо за виразом (1.9) для двох точок:
 $U = 0, I = 0$ і
 $U = 100 \text{ В}, I = 10 \text{ А}.$

За розрахунковими даними двох точок будуюмо вольт-амперну характеристику у вигляді прямої лінії, що проходить через ці точки (рис.1.11).

Задача 1.22

На рисунку 1.12 наведена нерозгалужене коло з двома джерелами електричної енергії і двома резисторами з опорами

$R_1 = 3 \text{ Ом}$ та $R_{12} = 2,25 \text{ Ом}$. Е.р.с. джерел $E_1 = 12 \text{ В}$, $E_2 = 6 \text{ В}$ та їх внутрішніми опорами

$R_{B1} = 0,5 \text{ Ом}$ та $R_{B2} = 0,25 \text{ Ом}$.

1. Визначити потенціали точок в електричному колі.

2. Побудувати графік зміни потенціалу в електричному колі (потенціальну діаграму).

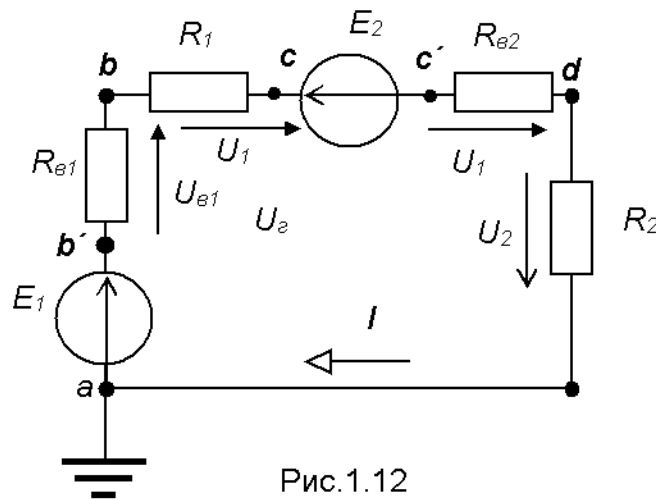


Рис.1.12

Розв'язання

1. Визначимо силу струму в електричному колі

$$I = \frac{E_1 - E_2}{R_{b1} + R_1 + R_{b2} + R_2};$$

$$I = \frac{12 - 6}{0,5 + 3 + 0,25 + 2,25} = 1 \text{ A.}$$

2. Визначимо потенціали точок в електричному колі
Приймемо потенціал точки **a** рівним нулю $\varphi_a = 0$, тоді

$$\varphi_{b'} = \varphi_a + E_1;$$

$$\varphi_{b'} = 0 + 12 = 12 \text{ B};$$

$$\varphi_b = \varphi_{b'} - I \cdot R_1$$

$$\varphi_b = 12 - 1 \cdot 0,5 = 11,5 \text{ B};$$

$$\varphi_c = \varphi_b - I \cdot R_1;$$

$$\varphi_c = 11,5 - 1 \cdot 3 = 8,5 \text{ B}$$

$$\varphi_{c'} = \varphi_c - E_2;$$

$$\varphi_{c'} = 8,5 - 6 = 2,5 \text{ B}$$

$$\varphi_d = \varphi_{c'} - I \cdot R_{e2};$$

$$\varphi_d = 2,5 - 1 \cdot 0,25 = 2,25 \text{ В};$$

$$\varphi_a = \varphi_d - I \cdot R_2;$$

$$\varphi_c = 2,25 - 1 \cdot 2,25 = 0 \text{ В}$$

3. Побудуємо електричному колі (потенціальну діаграму (рис. 1.13))

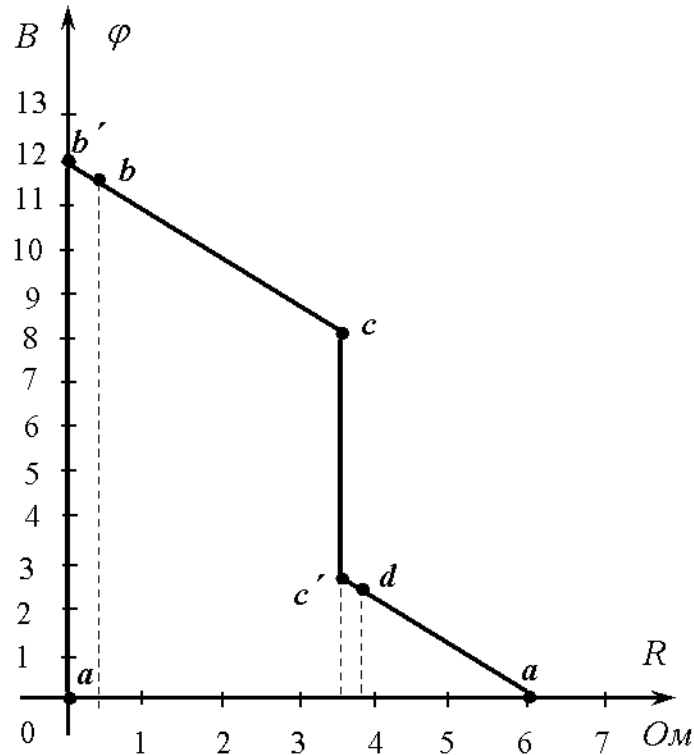


Рис.1. 13

1.8 Закони Ома для замкнутого електричного кола.

1.9 Розрахунок нерозгалуженого електричного кола.

1.10 Режими роботи електричного кола

Принципова електрична схема кола – це графічне і літерне позначення окремих елементів кола, з'єднаних між собою (рис.1.16).

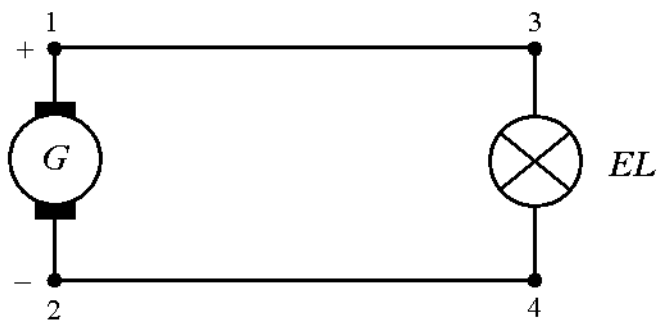


Рис.1.14:

G – генератор;
 EL – лампа
освітлювальна.

Нерозгалужене коло, якщо основні елементи у цьому колі з'єднані послідовно.

Розрахункова схема електричного кола – це графічне і літерне позначення фізичних явищ, які спостерігаються в окремих елементах кола (рис. 1.11).

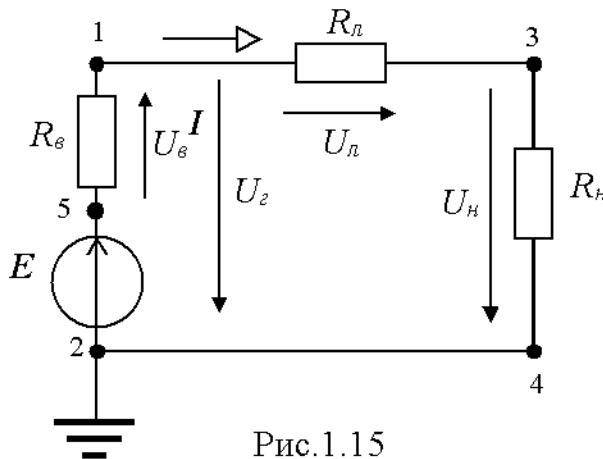


Рис.1.15

На рис. 1.15 прийняті наступні позначення:

U_z – напруга на затискачах генератора;

U_g – спадання напруги на внутрішньому опорі генератора;

U_l – спадання напруги в лінії електропередачі;

U_z – напруга на затискачах навантаження.

Фізичні явища у основних елементах електричного кола:

у генераторі: явище електромагнітної індукції, (виникає е.р.с.), протікає електричний струм (під дією е.р.с. в замкненому електричному колі), спостерігається теплова дія електричного струму (в обмотці генератора)

у проводах (лінії електропередачі): спостерігається теплова дія струму.

у навантаженні (споживачі): перетворення електроенергії в теплову (лампа розжарювання, електронагрівач, провід).

Закон Ома для замкненого кола з однією е.р.с.: сила струму в колі прямо пропорційна значенню е.р.с. і обернено пропорційна сумарному опору кола.

Математичний запис закону:

$$I = \frac{E}{\sum R}, \quad (1.14)$$

де E – е.р.с., що діє в колі, В;

ΣR – сумарний опір кола, Ом.

Зовнішня характеристика генератора – це залежність напруги на зажимах генератора від сили струму у колі $U_z = f(I)$.

Рівняння зовнішньої характеристики генератора

$$U_z = E - R_g \cdot I. \quad (1.15)$$

Потужності елементів електричного кола (рис. 1.15)
потужність, яку розвиває генератор

$$P = E \cdot I; \quad (1.16)$$

потужність, яка втрачається в генераторі

$$P_g = R_g \cdot I^2 \quad \text{або} \quad P_g = U_g \cdot I; \quad (1.17)$$

потужність, яка віддається генератором

$$P_z = U_z \cdot I; \quad (1.18)$$

потужність, яка втрачається в лінії електропередачі

$$P_l = R_l \cdot I^2 \quad \text{або} \quad P_l = U_l \cdot I; \quad (1.19)$$

потужність, яку споживає навантаження

$$P_n = R_n \cdot I^2 \quad \text{або} \quad P_n = U_n \cdot I, \quad (1.20)$$

Баланс потужностей – рівняння витрати потужності, яку розвиває джерело. Для рис. 1.15

$$P = P_g + P_l + P_n. \quad (1.21)$$

Електрична енергія, що споживає навантаження

$$W_n = P_n \cdot t. \quad (1.22)$$

де W_n – кількість електричної енергії, яку спожило навантаження, $кВт год$;

P_n – потужність, яку споживає навантаження, $кВт$;

t – час роботи навантаження, $год$.

Коефіцієнти корисної дії пристроїв, які увімкнені у коло, розраховують так:

$$\eta_g = \frac{P_g}{P} = \frac{U_g}{E}; \quad (1.23)$$

$$\eta_n = \frac{P_n}{P_g} = \frac{U_n}{U_g}; \quad (1.24)$$

$$\eta_{кола} = \frac{P_n}{P} \frac{U_n}{E}, \quad (1.25)$$

де η_g – коефіцієнт корисної дії генератора;

η_n – коефіцієнт корисної дії лінії електропередачі;

$\eta_{кола}$ – коефіцієнт корисної дії електричного кола (всієї установки).

Закон Ома для замкненого кола, у якому діє будь-яка кількість е.р.с.: сила струму у замкненому колі прямо пропорційна алгебраїчній сумі е.р.с., що діють у колі, і обернено пропорційна сумарному опорі кола.

Математичний запис закону Ома для замкненого кола:

$$I = \frac{\sum E}{\sum R}, \quad (1.26)$$

де $\sum E$ – алгебраїчна сума е.р.с. у колі, B ;

$\sum R$ – сума опорів кола (еквівалентний опір кола), $Ом$.

Алгебраїчна сума е.р.с.:

$$\sum E = E_1 - E_2. \quad (1.27)$$

Зі знаком “+” беруться е.р.с., що збігаються за напрямком з обраним напрямком струму (при розбіжності вони беруться зі знаком “-”).

Узагальнений закон Ома для ділянки кола з е.р.с.):

$$I = \frac{U + \sum E}{\sum R}, \quad (1.28)$$

де U – напруга на ділянці кола, B ;
 $\sum E$ – алгебраїчна сума е.р.с. на ділянці кола, B ;
 $\sum R$ – сума опорів на ділянці кола, $Ом$;
 I – сила струму на ділянці кола, A .

Задача 1.23

Для розрахункової схеми, приведеної на рис.1.15, відомо:

$E = 250 B$, $\varphi_2 = 0$, $t = 1\ 000\ год.$, $c_E = 1,5\ грн./(кВт-год.)$;

$R_e = 2\ Ом$, $R_l = 6\ Ом$, $R_n = 17\ Ом$.

Визначити: I , φ_5 , φ_1 , φ_3 , φ_4 , U_e , U_l , U_n , U_2 , P , P_e , P_e , P_l , P_n , η_l , η_2 , η_u ,
 W_n , C_n .

Розв'язання

1. Визначимо силу електричного струму в колі

$$I = \frac{250}{2 + 6 + 17} = 10\ A.$$

2. Знайдемо потенціал точки 5:

$$\varphi_5 = 0 + 250 = 250\ B.$$

3. Визначимо потенціал точки 1

$$\varphi_1 = 250 - 2 \cdot 10 = 230\ B.$$

4. Знайдемо потенціал точки 3

$$\varphi_3 = 230 - 6 \cdot 10 = 170\ B.$$

5. Визначимо потенціал точки 4

$$\varphi_4 = 170 - 17 \cdot 10 = 0\ B.$$

6. Знайдемо спадання напруги на внутрішньому опорі генератора

$$U_e = 250 - 230 = 2 \cdot 10 = 20\ B.$$

7. Визначимо спадання напруги в лінії електропередач

$$U_{\Gamma} = 230 - 170 = 6 \cdot 10 = 60 \text{ В.}$$

8. Знайдемо напругу на затискачах навантаження

$$U_{\text{H}} = 170 - 0 = 17 \cdot 10 = 170 \text{ В.}$$

9. Визначимо напругу на затискачах генератора

$$U_{\text{Г}} = 230 - 0 = 250 - 2 \cdot 10 = 230 \text{ В.}$$

10. Визначимо потужність, яку розвиває джерело

$$P = 250 \cdot 10 = 2\,500 \text{ Вт} = 2,5 \text{ кВт.}$$

11. Знайдемо потужність, яка втрачається в джерелі

$$P_{\text{В}} = 2 \cdot 10^2 = 20 \cdot 10 = 200 \text{ Вт.}$$

12. Визначимо потужність, яка віддається джерелом

$$P_{\text{Г}} = 230 \cdot 10 = 2\,300 \text{ Вт} = 2,3 \text{ кВт.}$$

13. Визначимо потужність, яка втрачається в лінії електропередачі,

$$P_{\Gamma} = 6 \cdot 10^2 = 60 \cdot 10 = 600 \text{ Вт.}$$

16. Визначимо потужність, яка споживається навантаженням,

$$P_{\text{H}} = 17 \cdot 10^2 = 170 \cdot 10 = 1\,700 \text{ Вт} = 1,7 \text{ кВт.}$$

18. Складаємо баланс потужностей:

$$P = P_{\text{В}} + P_{\Gamma} + P_{\text{H}} + P_{\text{Г}};$$

$$2\,500 = 200 + 600 + 1\,700.$$

19. Визначимо к.к.д. генератора (джерела) визначається за (1.26) або (1.38):

$$\eta_{\text{Г}} = \frac{2\,300}{2\,500} = \frac{230}{250} = 0,92.$$

20. Визначимо к.к.д. лінії електропередачі визначається за (1.24):

$$\eta_n = \frac{1\,700}{2\,300} = \frac{170}{230} \approx 0,74.$$

21. Визначимо к.к.д. всієї електроустановки визначається за (1.25) або (1.40):

$$\eta_y = \frac{1\,700}{2\,500} = \frac{170}{250} = 0,68.$$

$$\text{або } \eta_y = \eta_n \cdot \eta_z = 0,74 \cdot 0,92 = 0,68.$$

22. Знайдемо електроенергію, яку споживає навантаження за 1 000 год. визначається за (1.21):

$$W_H = 1,7 \cdot 1\,000 = 1\,700 \text{ кВт}\cdot\text{год.}$$

23. Визначимо вартість електричної енергії, яку споживає навантаження за 1 000 год.:

$$C_H = W_H c_E = 1\,700 \cdot 1,5 = 2550 \text{ грн.}$$

Задача 1.24

До затискачів генератора підключено навантаження, яке споживає в першому режимі потужність $P_1 = 2,7 \text{ кВт}$, при напрузі на затискачах генератора $U_1 = 225 \text{ В}$; у другому режимі потужність $P_2 = 1,84 \text{ кВт}$, при напрузі на затискачах генератора $U_2 = 230 \text{ В}$.

1. Визначити е.р.с. генератора.
2. Визначити внутрішній опір генератора.

Розв'язання

1. Визначимо величину струмів, що проходять через навантаження, для двох випадків

$$I_1 = \frac{P_1}{U_1}; \quad I_1 = \frac{2,7 \cdot 10^3}{225} = 12 \text{ А};$$

$$I_2 = \frac{P_2}{U_2}; \quad I_1 = \frac{1,84 \cdot 10^3}{230} = 8 \text{ А}.$$

2. Визначимо внутрішній опір генератора, скористаємося законом Ома для

$$\text{всього електричного кола (1.13) } I = \frac{E}{(R_H + R_g)},$$

де R_H – опір навантаження, Ом;

R_g – внутрішній опір генератора, Ом.

Запишемо два рівняння для двох режимів роботи

$$\left. \begin{aligned} E &= U_1 + I_1 \cdot R_g = 225 + 12 \cdot R_g; \\ E &= U_2 + I_2 \cdot R_g = 230 + 8 \cdot R_g. \end{aligned} \right\}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -12 \\ 1 & -8 \end{vmatrix} = -8 + 12 = 4;$$

$$\Delta_E = \begin{vmatrix} 225 & -12 \\ 230 & -8 \end{vmatrix} = 225 \cdot (-8) - 230 \cdot (-12) = -1800 + 2760 = 960;$$

$$\Delta_{R_g} = \begin{vmatrix} 1 & 225 \\ 1 & 230 \end{vmatrix} = 230 - 225 = 5;$$

$$E = \frac{\Delta_E}{\Delta}; \quad E = \frac{960}{4} = 240 \text{ В};$$

$$R_g = \frac{\Delta_{R_g}}{\Delta}; \quad R_g = \frac{5}{4} = 1,25 \text{ Ом}.$$

Задача 1.25

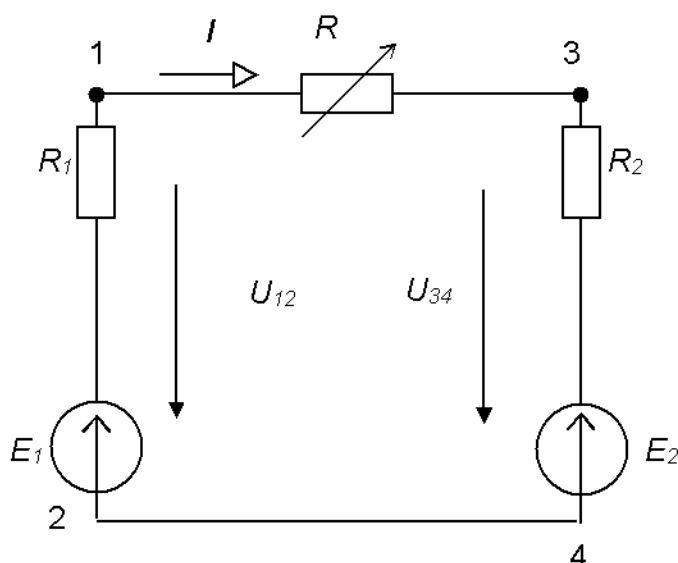


Рис.1.16

Для розрахункової схеми, приведеної на рис.1.16, відомо:

е.р.с. джерел живлення:

$$E_1 = 24 \text{ В}, \quad E_2 = 6 \text{ В},$$

опори резисторів:

$$R_1 = 2 \text{ Ом}, \quad R_2 = 1 \text{ Ом},$$

$$R = 3 \text{ Ом}.$$

1. Визначити силу струму в колі.

2. Визначити напруги на затискачах джерел живлення в момент включення електричної схеми.

Розв'язання.

1. Визначимо силу струму в колі знаходимо за законом Ома

$$I = \frac{E_1 - E_2}{R_1 + R + R_2}; \quad I = \frac{24 - 6}{2 + 3 + 1} = 3 \text{ А.}$$

2. Знайдемо напругу на затискачах 1-2 джерела з E_1

$$U_{12} = E_1 - I \cdot R_1; \quad U_{12} = 24 - 3 \cdot 2 = 18 \text{ В.}$$

3. 2. Знайдемо напругу на затискачах 3-4 джерела з E_2

$$U_{34} = E_2 + I \cdot R_2; \quad U_{34} = 6 + 3 \cdot 1 = 9 \text{ В.}$$

Задача 1.26

Задано ділянку кола, розрахункова схема якої приведена на рис.17.

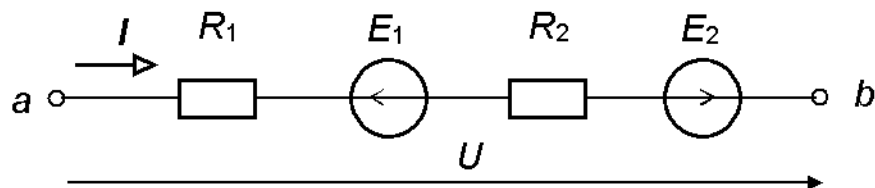


Рис.1.17

Для зазначеної розрахункової схеми відомо:

$$R_1 = 2 \text{ Ом}, R_2 = 8 \text{ Ом}, E_1 = 17 \text{ В}, E_2 = 47 \text{ В}, U = 50 \text{ В.}$$

Визначити силу струму в колі і електричну потужність, що споживають навантаження.

Розв'язання

1. Визначимо силу струму в колі за виразом (1.27):

$$I = \frac{U + (-E_1 + E_2)}{R_1 + R_2}; \quad I = \frac{50 + (-17 + 47)}{2 + 8} = 8 \text{ А.}$$

2. Знайдемо електричну потужність, що споживають навантаження

$$P_H = I^2 \cdot (R_1 + R_2); \quad P_H = 8^2 \cdot (+2 + 8) = 640 \text{ Вт}$$

Задача 1.27

Двупровідна лінія живиться від джерела потужністю $P_{дж} = 2,5 \text{ кВт}$ при силі струму $I = 12 \text{ А}$.

Визначити потужність навантаження, втрату напруги і к.к.д. лінії, якщо її довжина складає $l = 1200 \text{ м}$, а діаметр мідних проводів $d = 4,5 \text{ мм}$.

Розв'язання

1. Визначимо опір проводів лінії

$$R_n = \rho \frac{2 \cdot l}{S} = \rho \frac{2 \cdot l \cdot 4}{\pi \cdot d^2};$$

$$R_n = 0,0175 \frac{2 \cdot 1200 \cdot 4}{3,14 \cdot 4,5^2} = 2,64 \text{ Ом.}$$

1. Визначимо втрату (падіння) напруги в лінії

$$U_n = R_n \cdot I; \quad U = 2,64 \cdot 12 = 31,7 \text{ В.}$$

2. Визначимо втрати потужності в лінії

$$P_n = U_n \cdot I;$$

$$P_n = 31,7 \cdot 12 = 380 \text{ Вт.}$$

3. Визначимо потужність, що споживається навантаженням

4.

$$P_H = P_{дж} - P_n;$$

$$P_H = 2500 - 380 = 2120 \text{ Вт.}$$

5. Визначимо коефіцієнт корисної дії лінії

6.

$$\eta_n = \frac{P_H}{P_{дж}};$$

$$\eta_n = \frac{2,12}{2,5} = 0,85.$$

1.10 Режими роботи електричного кола

Режим роботи електричного кола, при якому у ньому протікає електричний струм, на силу якого було розраховано електричне коло виробником, називають **номінальним режимом**.

Режим роботи електричного кола, при якому джерело працює, а електричний струм не протікає (тому що коло розімкнено, тобто опір навантаження дорівнює нескінченності $R_n = \infty$), називають **режимом холостого ходу** ($U_{z(x)} = E$).

Режим роботи електричного кола, при якому джерело працює при замкнених накоротко між собою затискачах, називають **режимом короткого замикання джерела** ($R_n = 0; R_n = 0$).

Режим роботи електричного кола, при якому джерело працює при замкнених накоротко між собою затискачах навантаження, називають **режимом короткого замикання навантаження**.

Задача 1.28

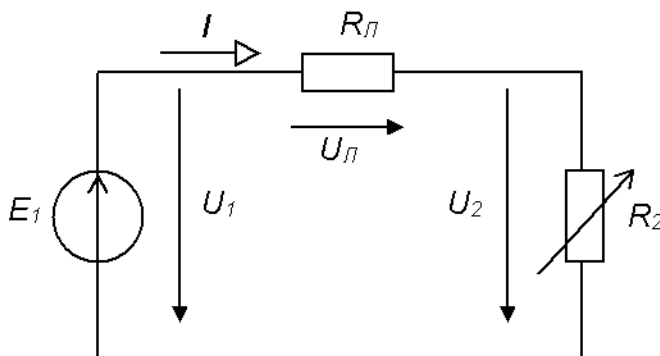


Рис.1.18

Для розрахункової схеми, приведеної на рис.1.18, відомо:

$E = 200 \text{ В}$, $R_n = 2 \text{ Ом}$,
опір навантаження змінюється від 0 до ∞ .

Визначити опір навантаження, при якому йому буде передана максимальна потужність, і знайти цю потужність.

Визначити коефіцієнт корисної дії лінії електропередачі.

Розв'язання

1. Знайдемо силу струму в колі в цьому випадку

$$I = \frac{E}{R_n + R_n} = \frac{200}{2+2} = 50 \text{ А.}$$

2. Знайдемо максимальну потужність, яку можна передати навантаженню:

Максимальна потужність, яка може бути передана навантаженню, можливо за умови

$$R_H = R_{\Gamma} = 2 \text{ Ом.}$$

$$P_{H(max)} = R_H I^2 = 2 \cdot 50^2 = 5\,000 \text{ Вт} = 5 \text{ кВт.}$$

3. Визначимо коефіцієнт корисної дії лінії електропередачі

Визначимо напругу на навантаженні U_2

$$U_2 = I_1 \cdot R_2; \quad U_2 = 50 \cdot 2 = 100 \text{ В.}$$

Знайдемо напругу на джерелі живлення оскільки внутрішній опір джерела дорівнює нулю, то U_1 дорівнює е.р.с. $U_1 = E = 200 \text{ В.}$

Тоді коефіцієнт корисної дії лінії електропередачі

$$\eta_{\Gamma} = \frac{U_H}{U_1}; \quad \eta_{\Gamma} = \frac{100}{200} = 0,5.$$

Задача 1.29

При холостому ході генератора, внутрішній опір якого 0,2 Ом, вольтметр, приєднаний до його затискачів, показав 230 В (рис.1.19 а, б).

Визначити, якими стануть покази вольтметра, якщо генератор завантажити силою струму 10, 20, 30, 40, 50 А.

Побудувати зовнішню характеристику генератора. Вважати, що е.р.с. генератора не змінна за величиною ($E = \text{const}$).

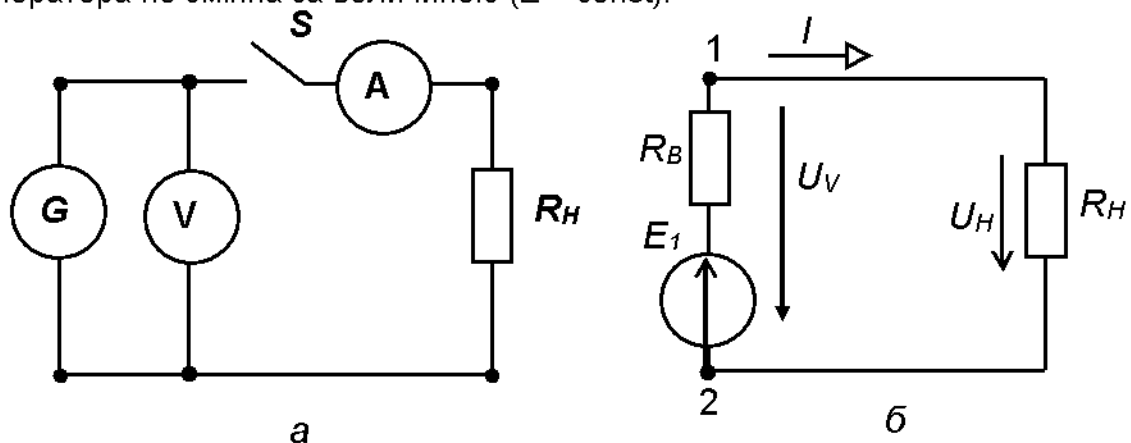


Рис.1.19

Розв'язання

1. Визначимо силу струму в електричному колі на холостому ході

На холостому ході $E = U_{\text{хх.}}$, оскільки рубильник розімкнений ($R_{\text{кола}} = \infty$), струм генератора, згідно рівняння зовнішньої характеристики генератора, дорівнює

$$I = \frac{E - U_V}{R_B};$$

$$I = \frac{230 - 230}{0,2} = 0 \text{ A.}$$

2. Знайдемо покази вольтметра при різних значеннях сили струму в генераторі.

Згідно рівняння зовнішньої характеристики генератора

$$U_V = E - I \cdot R_B$$

Результати розрахунку представимо в таблиці

$I, \text{ A}$	0	10	20	30	40	50
$U_V, \text{ B}$	230	228	226	224	222	220

3. Побудуємо зовнішню характеристику генератора

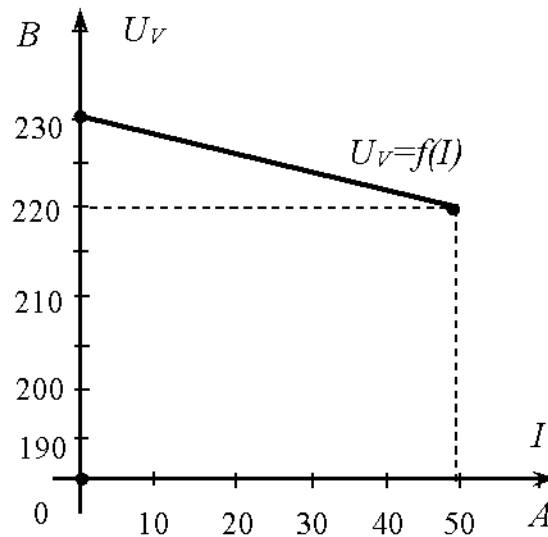
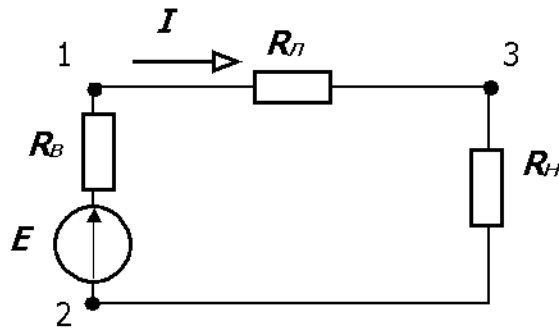


Рис.1.20

Завдання для самоконтролю



На
розрахунковій
електричного кола

приведеній
схемі
відомо:

$$\begin{aligned} E &= 200 \text{ В}; R_B = 1 \text{ Ом}; \\ R_L &= 3 \text{ Ом}; \\ R_H &= 16 \text{ Ом}; \\ \varphi_2 &= 0. \end{aligned}$$

1. Визначити силу струму в колі.
2. Визначити потенціал точки 1.
3. Визначити напругу на затискачах джерела.
4. Визначити спадання напруги в лінії.
5. Визначити напругу на затискачах навантаження.
6. Визначити потужність навантаження.
7. Визначити кількість енергії, яка втрачається в лінії за 100 секунд.
8. Визначити потужність, яку розвиває джерело.
9. Визначити потужність, яку віддає джерело в лінію.
10. Визначити к.к.д. джерела.

Тематичне комплексне кваліфікаційне завдання

Умова

Від машинного генератора постійного струму за допомогою лінії електропередачі, що складається із двох металевих проводів, живиться електроосвітлювальний пристрій.

Технічна характеристика генератора: номінальна напруга $U_{нг}$, номінальна сила струму $I_{нг}$, напруга на затискачах генератора при холостому ході U_x .

Технічна характеристика проводів лінії електропередачі: площа поперечного перерізу проводів S , загальна довжина проводів l , питомий опір провідника ρ .

Технічна характеристика електроосвітлювального пристрою: номінальна потужність $P_{но}$, номінальна напруга $U_{но}$.

Для виміру сили електричного струму в колі і напруги на затискачах електроосвітлювального пристрої передбачені електровимірювальні прилади. Включення електроосвітлювального пристрою робиться вимикачем.

Завдання

1. Скласти принципову електричну схему описаного електричного кола. Окремі елементи кола виділити жирними лініями, а їхні з'єднуючі проводи - тонкими лініями. Позначити номери проводів.
2. Скласти розрахункову схему електричного кола, прийнявши наступні допущення:
 - опір прямого і зворотного проводів лінії електропередачі зосередити в одному місці;
 - опорами проводів, що з'єднують елементи кола, зневажити;
 - опором амперметра зневажити;
 - опір вольтметра прийняти рівним нескінченності.
3. Виконати розрахунок електричного кола:
 - визначити електрорушійну силу генератора;
 - визначити внутрішній опір генератора;
 - визначити опір проводів лінії електропередачі;
 - визначити опір електроосвітлювального пристрою;
 - визначити силу електричного струму в колі;
 - визначити напругу на затискачах генератора;
 - визначити спадання напруги в лінії електропередачі;
 - визначити напругу на затискачах електроосвітлювального пристрою;
 - визначити потужність, що розвивається генератором;

- визначити втрати потужності в генераторі;
- визначити втрати потужності в лінії електропередачі;
- визначити потужність, споживану електроосвітлювальним пристроєм;
- скласти баланс потужностей електричного кола;
- визначити коефіцієнт корисної дії лінії електропередачі;
- визначити коефіцієнт корисної дії генератора;
- визначити коефіцієнт корисної дії всієї електроустановки;
- визначити кількість електричної енергії, яку споживе електроосвітлювальний пристрій за 1000 годин роботи.

Варіанти початкових даних до тематичного комплексного кваліфікаційного завдання

Таблиця

Варіанти	Початкові дані							
	$U_{нг},$ В	$I_{нг},$ А	$U_x,$ В	$S,$ мм ²	$I,$ м	$\frac{\rho,}{\text{Ом} \cdot \text{мм}^2}$ м	$P_{но},$ Вт	$U_{но},$ В
1	32	2	36	2	471	0,017	675	90
2	260	20	300	2	353	0,017	6000	300
3	200	10	220	2	276	0,029	3800	380
4	135	15	150	3	353	0,017	1200	120
5	110	20	150	3	529	0,017	2250	150
6	85	15	100	3	207	0,029	1700	170
7	185	15	200	2	235	0,017	1700	170
8	140	10	160	2	138	0,029	4800	240
9	320	15	350	2	345	0,029	1125 0	450
10	275	25	300	3	529	0,017	4400	220
11	17	3	20	3	529	0,017	24	12
12	180	20	200	3	414	0,029	6000	300
13	210	20	250	2	353	0,017	4500	300
14	275	25	300	2	353	0,017	10000	400
15	175	5	200	2	1034	0,029	3000	300

Розв'язання

Початкові дані							
$U_{нг},$ В	$I_{нг},$ А	$U_x,$ В	$S,$ мм ²	$l,$ м	$\frac{\rho,$ Ом·м мм ²	$P_{но},$ Вт	$U_{но},$ В
110	10	120	2	353	0,017	500	100

1. Складаємо принципову електричну схему описаного електричного кола. Окремі елементи кола виділяємо жирними лініями, а їхні з'єднуючі проводи - тонкими лініями. Позначаємо номери проводів.

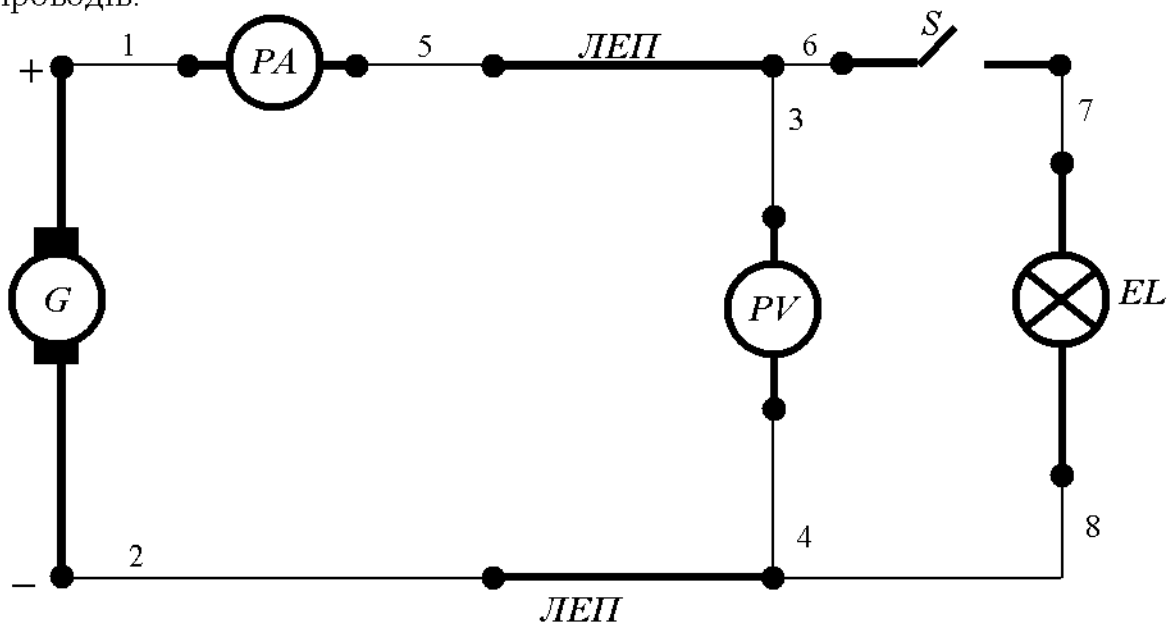


Рисунок 1 – Принципова електрична схема кола:

- G – генератор постійного струму;
- $ЛЕП$ – лінія електропередачі;
- S – вимикач;
- EL – електроосвітлювальний пристрій;
- PA – амперметр;
- PV – вольтметр.

2. Складаємо розрахункову схему електричного кола, прийнявши наступні допущення:

- опори прямого і зворотного проводів лінії електропередачі зосереджуємо в одному місці;
- опорами проводів, що з'єднують елементи кола, зневажаємо;
- опором амперметра зневажаємо;
- опір вольтметра приймаємо рівним нескінченності.

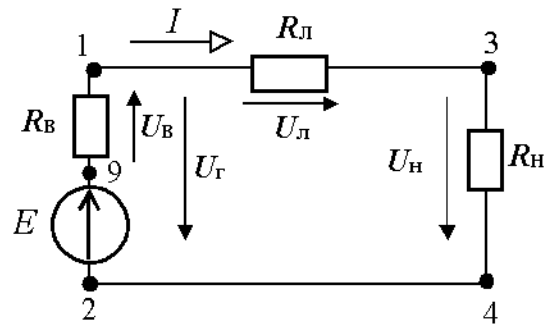


Рисунок 2 – Розрахункова схема електричного кола:

- E – е.р.с., яка розвивається генератором;
- R_B – внутрішній опір генератора;
- R_L – опір лінії електропередачі;
- R_H – опір навантаження (освітлювальний пристрій);
- I – сила струму в колі;
- U_B – спадання напруги в генераторі;
- U_G – напруга на затискачах генератора;
- U_L – спадання напруги в лінії електропередачі;
- U_H – напруга на затискачах навантаження (освітлювального пристрою).

3. Виконуємо розрахунок електричного кола:

- Визначимо електрорушійну силу генератора

$$E = U_x, \quad (1)$$

- де E – е.р.с., що розвивається генератором, B ;
- U_x – напруга на затискачах генератора при холостому ході, B ;

$$E = 120 B ;$$

- Визначимо внутрішній опір генератора

$$R_B = \frac{U_{BHГ}}{I_{HГ}} = \frac{E - U_{HГ}}{I_{HГ}}, \quad (2)$$

- де R_e – внутрішній опір генератора, Om ;
- $U_{eHГ}$ – спадання напруги в генераторі при номінальному струмі, B ;

$U_{\text{НГ}}$ – номінальна напруга генератора, B ;

$I_{\text{НГ}}$ – номінальна сила струму генератора, A ;

$$R_B = \frac{120 - 110}{10} = \frac{10}{10} = 1 \text{ Ом};$$

– Визначимо опір проводів лінії електропередачі

$$R_{\text{Л}} = \rho \cdot \frac{l}{S}, \quad (3)$$

де $R_{\text{Л}}$ – опір проводів лінії електропередачі, Ом ;

ρ – питомий опір проводів лінії електропередачі, $\frac{\text{Ом} \cdot \text{мм}^2}{\text{м}}$;

l – загальна довжина проводів лінії електропередачі, м ;

S – площа поперечного перерізу проводів лінії електропередачі, мм^2 ;

$$R_{\text{Л}} = 0,017 \cdot \frac{353}{2} = 3 \text{ Ом};$$

– Визначимо опір електроосвітлювального пристрою

$$P_{\text{НО}} = U_{\text{НО}} \cdot I_{\text{НО}} = U_{\text{НО}} \cdot \frac{U_{\text{НО}}}{R_{\text{Н}}} = \frac{U_{\text{НО}}^2}{R_{\text{Н}}} \Rightarrow R_{\text{Н}} = \frac{U_{\text{НО}}^2}{P_{\text{НО}}}, \quad (4)$$

де $R_{\text{Н}}$ – опір навантаження (електроосвітлювального пристрою), Ом ;

$U_{\text{НО}}$ – номінальна напруга на затискачах освітлювального пристрою, B ;

$$R_{\text{Н}} = \frac{100^2}{500} = \frac{10000}{500} = 20 \text{ Ом};$$

– Визначимо силу електричного струму в колі

$$I = \frac{E}{R_B + R_{\text{Л}} + R_{\text{Н}}}, \quad (5)$$

де I – сила електричного струму в колі, A ;

$$I = \frac{120}{1+3+20} = \frac{120}{24} = 5 \text{ A};$$

– Визначимо напругу на затискачах генератора

$$U_G = E - R_B \cdot I, \quad (6)$$

де U_G – напруга на затискачах генератора, B ;

$$U_G = 120 - 1 \cdot 5 = 120 - 5 = 115 \text{ B};$$

– Визначимо спадання напруги в лінії електропередачі

$$U_L = R_L \cdot I, \quad (7)$$

де U_L – спадання напруги в лінії електропередачі, B ;

$$U_L = 3 \cdot 5 = 15 \text{ B};$$

– Визначимо напругу на затискачах електроосвітлювального пристрою

$$U_H = R_H \cdot I, \quad (8)$$

де U_H – напруга на затискачах електроосвітлювального пристрою (навантаження), B ;

$$U_H = 20 \cdot 5 = 100 \text{ B};$$

– Визначимо потужність, що розвивається генератором

$$P = E \cdot I, \quad (9)$$

де P – потужність, що розвивається генератором, Bm ;

$$P = 120 \cdot 5 = 600 \text{ Bm};$$

– Визначимо втрати потужності в генераторі

$$P_B = R_B \cdot I^2, \quad (10)$$

де P_B – втрати потужності в генераторі, Bm ;

$$P_B = 1 \cdot 5^2 = 1 \cdot 25 = 25 \text{ Bm};$$

– Визначимо втрати потужності в лінії електропередачі

$$P_L = R_L \cdot I^2, \quad (11)$$

де P_L – втрати потужності в лінії електропередачі, *Вт*;

$$P_L = 3 \cdot 5^2 = 3 \cdot 25 = 75 \text{ Вт};$$

– Визначимо потужність, яку споживає електроосвітлювальний пристрій

$$P_H = R_H \cdot I^2, \quad (12)$$

де P_H – потужність, споживана електроосвітлювальним пристроєм, *Вт*;

$$P_H = 20 \cdot 5^2 = 20 \cdot 25 = 500 \text{ Вт};$$

– складаємо баланс потужностей електричного кола

$$\begin{aligned} P &= P_B + P_L + P_H; \\ 600 &= 25 + 75 + 500; \\ 600 &= 600; \end{aligned} \quad (13)$$

– Визначимо коефіцієнт корисної дії лінії електропередачі;

$$\eta_L = \frac{P_H}{P - P_B} \cdot 100 = \frac{P_H}{P - P_B} \cdot 100\%, \quad (14)$$

де η_L – коефіцієнт корисної дії лінії електропередачі, %;

P_G – потужність, яка віддається генератором у лінію електропередачі, *Вт*;

$$\eta_L = \frac{500}{600 - 25} \cdot 100 = \frac{500}{575} \cdot 100 = 86,96 \%;$$

– Визначимо коефіцієнт корисної дії генератора

$$\eta_G = \frac{P_G}{P} \cdot 100 = \frac{P - P_B}{P} \cdot 100\%, \quad (15)$$

де η_G – коефіцієнт корисної дії генератора, %;

$$\eta_{\Gamma} = \frac{600 - 25}{600} \cdot 100 = \frac{575}{600} \cdot 100 = 95,83 \%;$$

– Визначимо коефіцієнт корисної дії всієї електроустановки:

$$\eta_{\Upsilon} = \frac{P_H}{P} \cdot 100\%, \quad (16)$$

де η_{Υ} – коефіцієнт корисної дії всієї електроустановки, %;

$$\eta_{\Upsilon} = \frac{500}{600} \cdot 100 = 83,33 \%;$$

– Визначимо кількість електричної енергії, яку споживе електроосвітлювальний пристрій за 1000 годин роботи:

$$W_H = P_H \cdot t \cdot 10^{-3}, \quad (17)$$

де W_H – кількість електричної енергії, яку споживе електроосвітлювальний пристрій за 1000 годин роботи, *кВт год*;

$$W_H = 500 \cdot 1000 \cdot 10^{-3} = 500 \text{ кВт} \cdot \text{год}.$$

2 ЛІНІЙНІ РОЗГАЛУЖЕНІ ЕЛЕКТРИЧНІ КОЛА ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

2.1 Закони Кірхгофа

Вітка або розгалуження – це ділянка кола, що складається з послідовно з'єднаних елементів, включених між двома вузлами.

Вузол – це точка, у якій сходяться не менше трьох віток.

Контур – це замкнена ділянка кола, яка утворюється при обході по вітках.

Контур вважається **незалежним**, якщо має хоча б одну вітку, що входить тільки в цей контур

Електричні кола, які мають у своєму складі вітки, називають **розгалуженими**.

Перший закон Кірхгофа застосовується для вузла електричного кола і встановлює взаємозв'язок між силами струмів, які відносяться до вузла.

Формулювання закону: у вузлі електричного кола алгебраїчна сума сил струмів дорівнює нулю.

Математичний запис закону:

$$\sum_{i=1}^{i=n} I_i = 0. \quad (2.1)$$

Умовно приймають, що сили струмів, які входять у вузол, беруться зі знаком «+», а сили струмів, які виходять з вузла, беруться зі знаком «-». Напрями струмів у вітках обирають довільно.

Другий закон Кірхгофа застосовується для контуру електричного кола і встановлює взаємозв'язок між е.р.с., що діють у контурі, і спадами напруг на опорах контуру.

Формулювання закону: у замкненому контурі електричного кола алгебраїчна сума е.р.с. дорівнює алгебраїчній сумі спадів напруг на опорах, що входять у цей контур.

Математичний запис закону:

$$\sum_{i=1}^{i=n} E_i = \sum_{i=1}^{i=n} R_i I_i. \quad (2.2)$$

Умовно приймають, що е.р.с. та сили струмів беруться зі знаком «+», якщо їх напрями збігаються з довільно обраним напрямом обходу контуру; якщо не збігаються – зі знаком «-». Закон застосовують для *незалежного контуру*, тобто такого контуру, до якого входить хоча б одне розгалуження, що не відноситься до жодного іншого контуру.

Задача 2.1

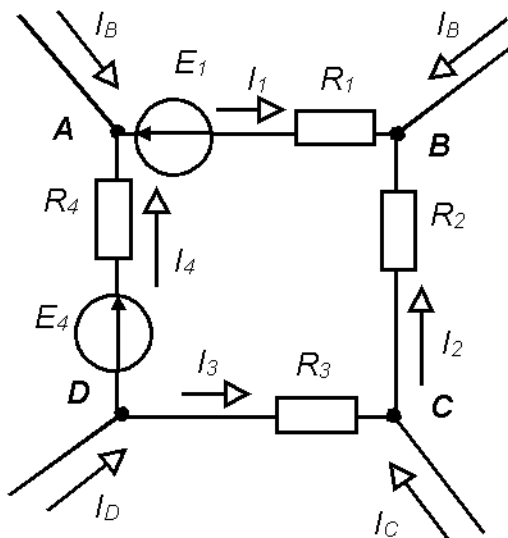


Рис. 2.1

В електричному колі (рис. 2.1) задано величини:

е.р.с. E :

$$E_1 = 5 \text{ В}; E_4 = 10 \text{ В};$$

опорів резисторів

$$R_1 = 20 \text{ Ом}; R_2 = 40 \text{ Ом};$$

$$R_3 = 10 \text{ Ом}; R_4 = 5 \text{ Ом};$$

сили струмів

$$I_1 = 3 \text{ А}; I_2 = 1 \text{ А}; I_4 = 2 \text{ А};$$

$$I_C = -3,5 \text{ А}.$$

1. Визначити сили струмів I_3 , I_A , I_B , I_D .

Розв'язання

1. Визначимо силу струму I_3

Складемо рівняння за першим законом Кірхгофа для **вузла С**

$$I_C + I_3 - I_2 = 0; \quad I_3 = -I_C + I_2;$$

$$I_3 = -(-3,5) + 1 = +2,5 \text{ А}.$$

2. Визначимо силу струму, що приходить у **вузол А** I_A

Складемо рівняння за першим законом Кірхгофа для **вузлу А**

$$I_A - I_4 + I_1 = 0; \quad I_A = I_4 - I_1;$$

$$I_A = 2 - 3 = -1 \text{ А}.$$

3. Визначимо силу струму, що приходить у **вузол В** I_B

Складемо рівняння за першим законом Кірхгофа для **вузлу В**

$$I_B - I_2 - I_1 = 0; \quad I_B = I_2 + I_1;$$

$$I_B = 1 + 3 = 4 \text{ А}.$$

4. Визначимо силу струму, що приходить у **вузол D** I_D

Складемо рівняння за першим законом Кірхгофа для **вузлу D**

$$I_D - I_3 + I_4 = 0; \quad I_D = I_3 - I_4 = 0;$$

$$I_D = 2,5 - 2 = 0,5 \text{ А}.$$

Задача 2.2

Для умови задачі 2.1 (рис. 2.1) задано величини:

е.р.с. E :

$E_1 = 5 \text{ В}$; $E_4 = 10 \text{ В}$; опорів резисторів $R_1 = 20 \text{ Ом}$; $R_2 = 40 \text{ Ом}$; $R_3 = 10 \text{ Ом}$; $R_4 = 5 \text{ Ом}$; сили струмів $I_1 = 3 \text{ А}$; $I_2 = 1 \text{ А}$; $I_4 = 2 \text{ А}$; $I_3 = -2,5 \text{ А}$.

Скласти рівняння за другим законом Кірхгофа для контуру А-В-Д-С і перевірити, чи виконується 2-й закон Кірхгофа для контуру А-В-Д-С при заданих величинах опорів, е.р.с. та сил струмів у вітках.

Розв'язання

1. Складемо рівняння за другим законом Кірхгофа для контуру А-В-Д-С

$$E_4 - E_1 = I_1 \cdot R_1 - I_2 \cdot R_2 - I_3 \cdot R_3 + I_4 \cdot R_4$$

1. Перевіримо, чи виконується 2-й закон Кірхгофа для контуру А-В-Д-С при заданих величинах опорів, е.р.с. та сил струмів у вітках

$$10 - 5 = 3 \cdot 20 - 1 \cdot 40 - 2,5 \cdot 10 + 2 \cdot 5 = 60 - 40 - 25 + 10 = 5$$

Другий закон Кірхгофа для контуру А-В-Д-С при заданих величинах опорів, е.р.с. та сил струмів у вітках виконується

2.2 Застосування законів Кірхгофа для розрахунку розгалужених кіл

2.3 Еквівалентні перетворення схем з'єднання опорів

Алгоритм знаходження струмів за допомогою законів Кірхгофа:

визначають кількість вузлів, віток і незалежних контурів розрахункової схеми електричного кола;

- 1) складають рівняння за першим законом Кірхгофа (кількість рівнянь повинна бути на одне менше, ніж вузлів у схемі);
- 2) довільно обирають напрями обходів незалежних контурів схеми кола;
- 3) складають рівняння за другим законом Кірхгофа (кількість рівнянь повинна дорівнювати кількості незалежних контурів);
- 4) записують складені рівняння у вигляді системи рівнянь;
- 5) переписують складену систему рівнянь з коефіцієнтами при невідомих (підставляють значення е.р.с. та опорів);
- 6) розв'язують отриману систему рівнянь і знаходять сили струмів.

Схема кола з **послідовним** з'єднанням опорів (рис. 2.2).

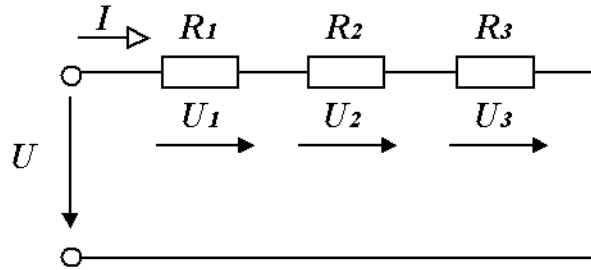


Рисунок 2.2 – Розрахункова схема електричного кола з послідовним з'єднанням опорів

$$R_e = R_1 + R_2 + R_3, \quad (2.3)$$

де R_e – еквівалентний опір електричного кола, Ом;

Еквівалентний опір послідовно з'єднаних елементів дорівнює сумі опорів цих елементів тобто

$$R_e = \sum_{i=1}^{i=n} R_i. \quad (2.4)$$

Розрахункова схема кола з **паралельним** з'єднанням опорів (рис.2.2).

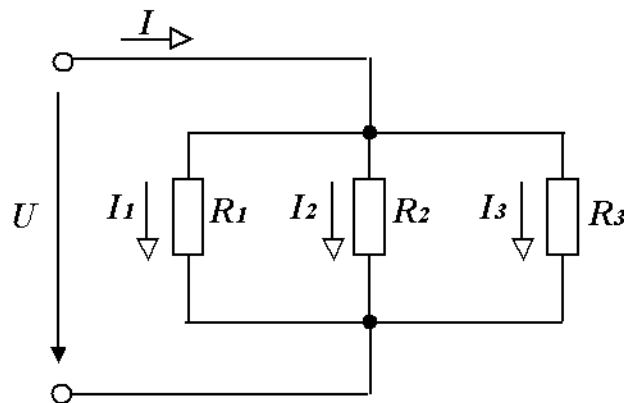


Рисунок 2.3 – Розрахункова схема електричного кола з паралельним з'єднанням опорів

Провідність – це фізична величина, обернено пропорційна опору, тобто:

$$g_1 = \frac{1}{R_1}; \quad g_2 = \frac{1}{R_2}; \quad g_3 = \frac{1}{R_3}. \quad (2.5)$$

Еквівалентна провідність електричного кола g_e , См;

$$g_e = g_1 + g_2 + g_3. \quad (2.6)$$

Еквівалентна провідність паралельно з'єднаних елементів дорівнює сумі провідностей цих елементів

$$g_e = \sum_{i=1}^{i=n} g_i. \quad (2.7)$$

Еквівалентний опір паралельно з'єднаних елементів розраховується так:

$$R_e = \frac{1}{\sum_{i=1}^{i=n} \frac{1}{R_i}}. \quad (2.8)$$

Схемою з'єднання «зірка» називають таку, за якої однойменні вивідні затискачі трьох пристроїв поєднуються у загальний вузол (рис.2.4а).

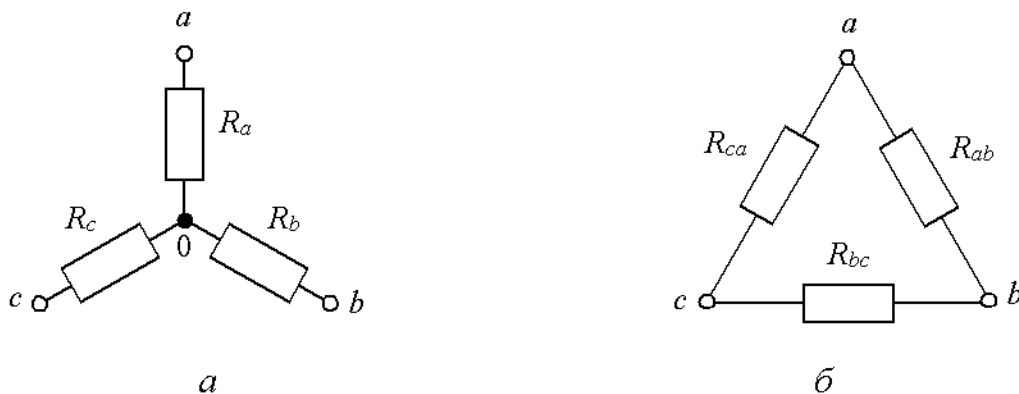


Рисунок 2.4 – Схеми з'єднання опорів зіркою (а) і трикутником (б)

Схемою з'єднання «трикутник» називають таку, за якої початковий вивідний затискач одного елемента поєднують з кінцевим вивідним затискачем другого елемента, початковий вивідний затискач

другого елемента поєднують з кінцевим вивідним затискачем третього елемента, початковий вивідний затискач третього елемента поєднують з кінцевим вивідним затискачем першого елемента, утворюючи замкнений контур (рис.2.4б).

Умовою еквівалентного перетворення із трикутника на зірку і навпаки є незмінність опорів між будь-якими точками цих схем.

При перетворенні схеми **трикутника** на схему **зірки**, дотримуючись умови еквівалентного перетворення.

$$R_a = \frac{R_{ab} \cdot R_{ca}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}}. \quad (2.9)$$

$$R_b = \frac{R_{ab} \cdot R_{bc}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}}. \quad (2.10)$$

$$R_c = \frac{R_{bc} \cdot R_{ca}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}}. \quad (2.11)$$

При перетворенні схеми **зірки** на схему **трикутника**

$$R_{ab} = R_a + R_b + \frac{R_a \cdot R_b}{R_c}. \quad (2.12)$$

$$R_{bc} = R_b + R_c + \frac{R_b \cdot R_c}{R_a}. \quad (2.13)$$

$$R_{ca} = R_a + R_c + \frac{R_a \cdot R_c}{R_b}. \quad (2.14)$$

Задача 2.3

До джерелі постійного струму напругою $U = 150 \text{ В}$ підключено навантаження, яке складається з **чотирьох паралельних** віток. Потужність, що споживається кожною віткою, відповідно, $P_1 = 90 \text{ Вт}$, $P_2 = 270 \text{ Вт}$, $P_3 = 157,5 \text{ Вт}$, $P_4 = 360 \text{ Вт}$.

Визначити провідність та силу струму у кожній вітці, загальну провідність та еквівалентний опір навантаження, силу струму в нерозгалуженій частині електричного кола.

Розв'язання

1. Визначимо провідність кожної паралельної вітки

$$g_1 = \frac{P_1}{U_1^2}; \quad g_1 = \frac{90}{150^2} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ См};$$

$$g_2 = \frac{P_2}{U_2^2}; \quad g_2 = \frac{270}{150^2} = 12 \cdot 10^{-3} \text{ См};$$

$$g_3 = \frac{P_3}{U_3^2}; \quad g_3 = \frac{157,5}{150^2} = 7 \cdot 10^{-3} \text{ См};$$

$$g_4 = \frac{P_4}{U_4^2}; \quad g_{34} = \frac{360}{150^2} = 16 \cdot 10^{-3} \text{ См}.$$

2. Визначимо еквівалентну провідність навантаження

$$g_e = g_1 + g_1 + g_1 + g_1;$$

$$g_e = 4 \cdot 10^{-3} + 12 \cdot 10^{-3} + 7 \cdot 10^{-3} + 16 \cdot 10^{-3} = 39 \cdot 10^{-3} \text{ См}.$$

3. Визначимо еквівалентний опір навантаження

$$R_e = \frac{1}{g_e}; \quad R_e = \frac{1}{39 \cdot 10^{-3}} = 25,6 \text{ Ом}.$$

4. Визначимо силу струмів у вітках електричного кола

$$I_1 = U \cdot g_1; \quad I_1 = 150 \cdot 4 \cdot 10^{-3} = 0,6 \text{ А};$$

$$I_2 = U \cdot g_2; \quad I_2 = 150 \cdot 12 \cdot 10^{-3} = 1,8 \text{ А};$$

$$I_3 = U \cdot g_3; \quad I_3 = 150 \cdot 7 \cdot 10^{-3} = 1,05 \text{ А};$$

$$I_4 = U \cdot g_4; \quad I_4 = 150 \cdot 16 \cdot 10^{-3} = 2,4 \text{ А}$$

5. Визначимо силу струму у нерозгалуженій частині електричного кола

$$I = U \cdot g_e; \quad I = 150 \cdot 39 \cdot 10^{-3} = 5,85 \text{ А}$$

$$\text{або } I = I_1 + I_2 + I_3 + I_4; \quad I = 0,6 + 1,8 + 1,05 + 2,4 = 5,85 \text{ А}.$$

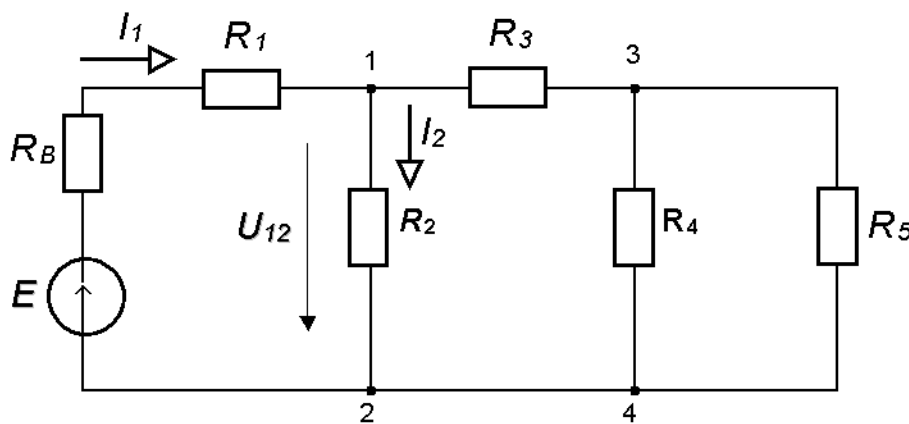
Задача 2.4

Одна освітлювальна та дві нагрівальних установки одержують живлення від генератора постійного струму за допомогою лінії електропередачі.

Опір освітлювальної установки дорівнює **8 Ом**.

Опори нагрівальних установок відповідно дорівнюють **3 Ом** і **4 Ом**.
 Опір лінії електропередачі на ділянці генератор – освітлювальна установка дорівнює **5 Ом**.
 Опір лінії електропередачі на ділянці освітлювальна установка – нагрівальні установки дорівнює **6 Ом**.
 Електрорушійна сила, яку розвиває генератор, дорівнює **300 В**.
 Внутрішній опір генератора дорівнює **1 Ом**.

1. Скласти розрахункову схему кола.
2. Визначити силу струму, який віддається генератором.
3. Визначити напругу на освітлювальній установці і силу струму, який у ній протікає.
4. Визначити потужність, яку споживає освітлювальна установка.



Дано:

$$\begin{aligned}
 E &= 300 \text{ В}; \\
 R_B &= 1 \text{ Ом}; \\
 R_1 &= 5 \text{ Ом}; \\
 R_2 &= 8 \text{ Ом}; \\
 R_3 &= 6 \text{ Ом}; \\
 R_4 &= 3 \text{ Ом}; \\
 R_5 &= 6 \text{ Ом}.
 \end{aligned}$$

Рис.2.5

Розв'язання

1. Складаємо розрахункову схему електричного кола, увівши наступні позначення: R_B – внутрішній опір генератора, R_1 – опір лінії електропередачі на ділянці між генератором і освітлювальною установкою, R_2 – опір освітлювальної установки, R_3 – опір лінії електропередачі на ділянці між освітлювальною і нагрівальною установками, R_4 і R_5 – опори нагрівальних установок (рис.2.4).

2. Заміняємо два паралельно з'єднаних опори на ділянці 3-4 одним еквівалентним

$$R_{34} = \frac{R_4 R_5}{R_4 + R_5} = \frac{3 \cdot 6}{3 + 6} = 2 \text{ Ом}.$$

3. Заміняємо опір R_3 і R_{34} одним еквівалентним

$$R_{345} = R_3 + R_{34} = 6 + 2 = 8 \text{ Ом}.$$

4. Заміняємо опори R_2 і R_{345} одним еквівалентним

$$R_{2345} = \frac{R_2 R_{345}}{R_2 + R_{345}} = \frac{8 \cdot 8}{8 + 8} = 4 \text{ Ом}.$$

5. Знаходимо еквівалентний опір усього кола:

$$R_e = R_e + R_1 + R_{2345} = 1 + 5 + 4 = 10 \text{ Ом}.$$

6. Знаходимо силу струму в колі (силу струму, який віддається генератором):

$$I_1 = \frac{E}{R_e} = \frac{300}{10} = 30 \text{ А}.$$

7. Знаходимо напругу між вузлами 1 і 2 (напругу на освітлювальній установці)

$$U_{12} = E - R_e I - R_1 I = 300 - 1 \cdot 30 - 5 \cdot 30 = 120 \text{ В}.$$

8. Знаходимо силу струму, що протікає між вузлами 1 і 2 (силу струму, який протікає в освітлювальній установці)

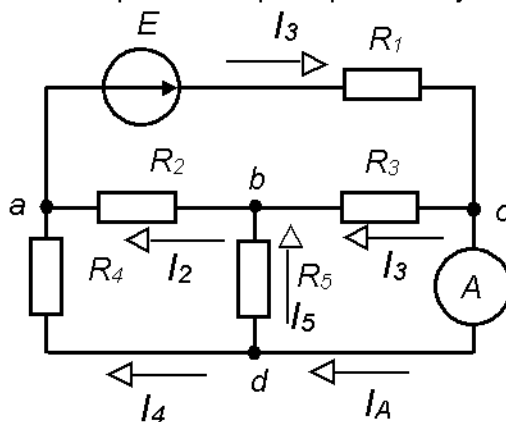
$$I_2 = \frac{U_{12}}{R_2} = \frac{120}{8} = 15 \text{ А}.$$

1. Знаходимо потужність, яку споживає освітлювальна установка

$$P_2 = R_2 I_2^2 = U_{12} I_2 = 8 \cdot 15^2 = 120 \cdot 15 = 1800 \text{ Вт} = 1,8 \text{ кВт}.$$

Задача 2.5

Визначити показ амперметра в електричному колі, зображеному на рис. 2.6а. Опором амперметра знехтувати.



Дано:

$$R_1 = 5,1 \text{ Ом};$$

$$R_2 = 40 \text{ Ом};$$

$$R_3 = 18 \text{ Ом};$$

$$R_4 = 30 \text{ Ом};$$

$$R_5 = 30 \text{ Ом};$$

$$E = 12 \text{ В}.$$

Рис. 2.6а

Розв'язання

1. Знайдемо еквівалентний опір електричного кола.

Замінімо послідовне і паралельне з'єднання опорів резисторів одним, їм еквівалентним.

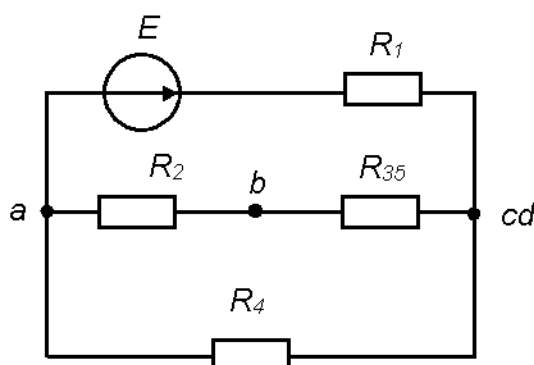
Оскільки опір вітки «с-d» дорівнює нулю, вузли с і d можна об'єднати в один вузол.

Резистори R_3 та R_5 з'єднані паралельно

$$R_{35} = \frac{R_3 \cdot R_5}{R_3 + R_{5bc}};$$

$$R_{35} = \frac{18 \cdot 30}{18 + 30} = 11,25 \text{ Ом.}$$

Після еквівалентного перетворення схема має вигляд рис. 2.66.



В цій схемі відсутній амперметр, він стиснутий у вузол cd.

Знайдемо опір R_{235} , резистори R_2 та R_{35} з'єднані послідовно

$$R_{235} = R_2 + R_{35};$$

$$R_{235} = 40 + 11,25 = 51,25 \text{ Ом.}$$

Рис. 2.66

Далі еквівалентний опір R_{2345} , бо резистори R_4 та R_{235} з'єднані паралельно

$$R_{2345} = \frac{R_4 \cdot R_{235}}{R_4 + R_{235}};$$

$$R_{2345} = \frac{51,25 \cdot 30}{51,25 + 30} = 18,9 \text{ Ом.}$$

Еквівалентний опір всього кола рис. 2.6в

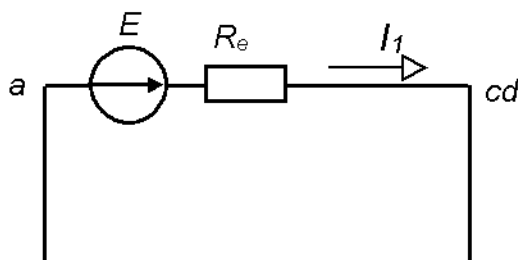


Рис. 2. 6в

$$R_e = R_1 + R_{2345};$$

$$R_e = 5,1 + 18,9 = 24 \text{ Ом.}$$

2. Визначимо силу струму у нерозгалуженій частині кола I_1

$$I_1 = \frac{E}{R_e};$$

$$I_1 = \frac{12}{24} = 0,5 \text{ А.}$$

3. Визначимо напругу між вузлами a та cd

$$U_{acd} = R_{2345} \cdot I_1;$$

$$U_{acd} = 18,9 \cdot 0,5 = 9,46 \text{ В.}$$

4. Визначимо силу струму I_2

$$I_2 = \frac{U_{acd}}{R_{235}};$$

$$I_2 = \frac{9,46}{51,25} = 0,184 \text{ А.}$$

5. Визначимо напругу U_{35} на резисторі R_{35}

$$U_{35} = R_{35} \cdot I_2;$$

$$U_{35} = 11,25 \cdot 0,184 = 2,07 \text{ В.}$$

6. Визначимо силу струму I_3

$$I_3 = \frac{U_{35}}{R_3};$$

$$I_3 = \frac{2,07}{18} = 0,115 \text{ А.}$$

7. Визначимо силу струму через амперметр за першим законом Кірхгофа

$$I_A = I_1 - I_3;$$

$$I_A = 0,5 - 0,115 = 0,385 \text{ А}$$

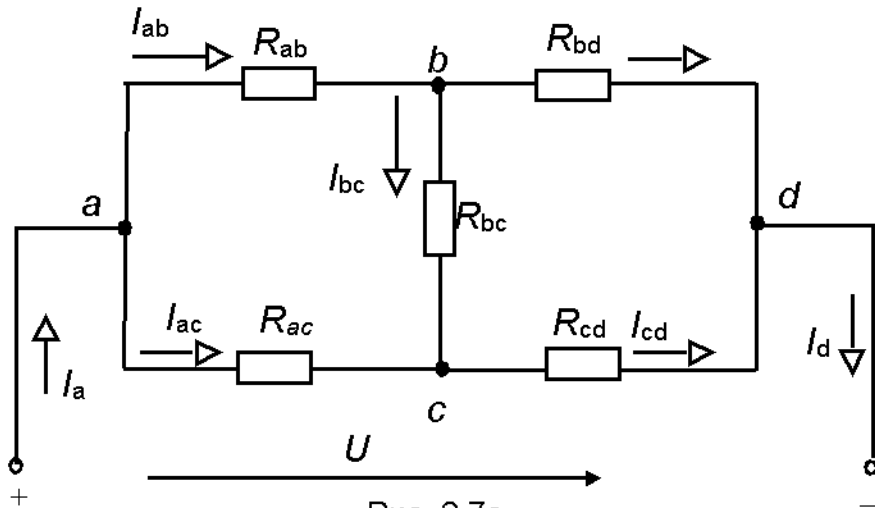
Задача 2.6

Задано схему змішаного з'єднання резисторів (рис. 2.7а).

Виконати еквівалентне перетворення схеми з'єднання опорів «трикутником» в еквівалентну схему з'єднання опорів «зіркою» розрахункової схеми кола, приведеної на рис.2.7а.

Визначити еквівалентний опір заданої електричної схеми.

Визначити сили струмів у вітках схеми.



Дано:

$$R_{ab} = 2 \text{ Ом};$$

$$R_{bc} = 4 \text{ Ом};$$

$$R_{ac} = 4 \text{ Ом};$$

$$R_{bd} = 1,2 \text{ Ом};$$

$$R_{cd} = 1,4 \text{ Ом};$$

$$U = 100 \text{ В.}$$

Рис. 2.7а

Розв'язання

1. Спростимо задану схему, для цього замінимо трикутник опорів між вузлами «а-в-с» з резисторами R_{ab} , R_{bc} та R_{ca} , еквівалентною зіркою опорів R_a , R_b та R_c з загальною точкою «0» (рис.2.7б)

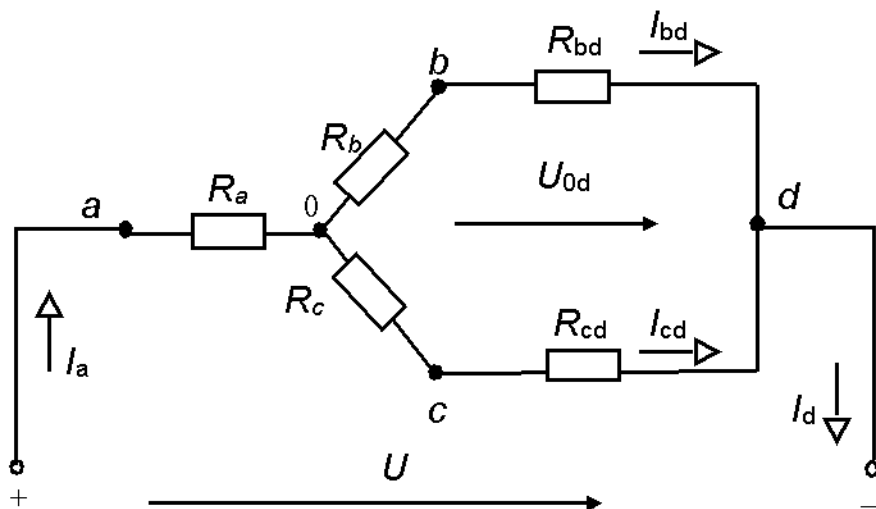


Рис. 2.7б

2. Визначимо опори еквівалентної зірки за допомогою формул (2.12-2.14)

$$R_a = \frac{R_{ab} \cdot R_{ac}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ac}};$$

$$R_a = \frac{2 \cdot 4}{2 + 4 + 4} = 0,8 \text{ Ом};$$

$$R_b = \frac{R_{ab} \cdot R_{bc}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ac}};$$

$$R_b = \frac{2 \cdot 4}{2 + 4 + 4} = 0,8 \text{ Ом};$$

$$R_c = \frac{R_{bc} \cdot R_{ac}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ac}};$$

$$R_c = \frac{42 \cdot 4}{2 + 4 + 4} = 1,6 \text{ Ом}.$$

3. Знайдемо опори резисторів у вітках еквівалентної розрахункової схеми (рис.2.14) між вузлами «0» та «d». Резистори R_{bd} і R_b у вітці та R_{cd} і R_c у вітці послідовно

$$R_{0bd} = R_{bd} + R_b; \quad R_{0bd} = 0,8 + 1,2 = 2 \text{ Ом};$$

$$R_{0cd} = R_{cd} + R_c; \quad R_{0cd} = 1,6 + 1,4 = 3 \text{ Ом}.$$

4. Знайдемо опори резисторів між вузлами «0» та «d» (рис.2.7б). Резистори R_{0bd} та R_{0cd} між собою з'єднані паралельно

$$R_{0d} = \frac{R_{0bd} \cdot R_{0cd}}{R_{0bd} + R_{0cd}}; \quad R_{0d} = \frac{2 \cdot 3}{2 + 3} = 1,2 \text{ Ом}.$$

Після перетворення схема має вигляд (рис.2.7в)

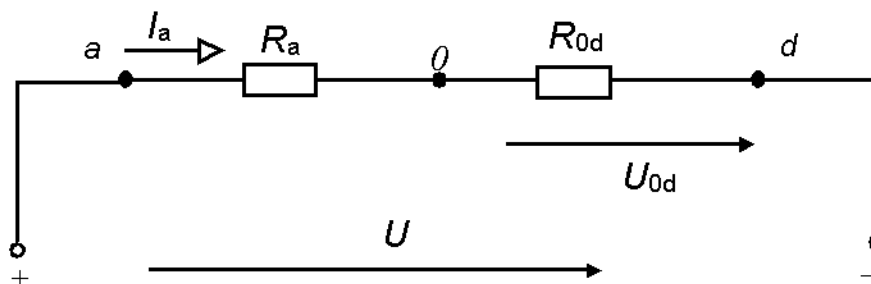


Рис. 2.7в

5. Знайдемо еквівалентний опір еквівалентного електричного кола

$$R_e = R_{ad} = R_a + R_{0d}; \quad R_e = R_{ad} = 1,2 + 0,8 = 2 \text{ Ом.}$$

6. Визначимо струм I_a

$$I_a = \frac{U}{R_e} = \frac{U}{R_{ad}}; \quad I_a = \frac{100}{2} = 50 \text{ A.}$$

7. Визначимо напругу U_{0d} між вузлами «0» та «d» (рис.2.76)

$$U_{0d} = R_{0d} \cdot I_a; \quad U_{0d} = 50 \cdot 1,2 = 60 \text{ В.}$$

8. Визначимо сили струмів I_{bd} та I_{cd} (рис. 2.14)

$$I_{bd} = \frac{U_{0d}}{R_{0bd}}; \quad I_{bd} = \frac{60}{2} = 30 \text{ A};$$

$$I_{cd} = \frac{U_{0d}}{R_{0cd}}; \quad I_{cd} = \frac{60}{3} = 20 \text{ A}$$

9. Визначимо потенціали вузлів (рис.2.76).

Прийmemo $\varphi_a = 100 \text{ В}$, $\varphi_d = 0$, тоді

$$\varphi_0 = \varphi_a - I_a \cdot R_a; \quad \varphi_0 = 100 - 50 \cdot 0,8 = 60 \text{ В.}$$

$$\varphi_b = \varphi_0 - I_{bd} \cdot R_b; \quad \varphi_b = 60 - 30 \cdot 0,8 = 36 \text{ В.}$$

$$\varphi_c = \varphi_0 - I_{cd} \cdot R_c; \quad \varphi_c = 60 - 20 \cdot 1,6 = 28 \text{ В.}$$

10. Визначимо напругу U_{ab} (рис. 2.7а)

$$U_{ab} = \varphi_a - \varphi_b; \quad U_{ab} = 100 - 36 = 64 \text{ В.}$$

11. Визначимо силу струму I_{ab}

$$I_{ab} = \frac{U_{ab}}{R_{ab}};$$
$$I_{ab} = \frac{64}{2} = 32 \text{ A.}$$

12. Визначимо напругу U_{bc} (рис. 2.66)

$$U_{bc} = \varphi_b - \varphi_c;$$

$$U_{ab} = 36 - 28 = 8 \text{ В.}$$

13. Визначимо струм I_{bc}

$$I_{bc} = \frac{U_{bc}}{R_{bc}};$$

$$I_{bc} = \frac{8}{4} = 2 \text{ А.}$$

14. Визначимо напругу U_{ac} (рис. 2.7а)

$$U_{ac} = \varphi_a - \varphi_c;$$

$$U_{ac} = 100 - 28 = 72 \text{ В.}$$

15. Визначимо струм I_{ac}

$$I_{ac} = \frac{U_{ac}}{R_{ac}};$$

$$I_{ac} = \frac{72}{4} = 18 \text{ А.}$$

Перевірка

З другим законом Кірхгофа (2.2)
для контуру «а-в-с»

$$\sum_{i=1}^{i=n} E_i = \sum_{i=1}^{i=n} R_i I_i;$$

$$0 = U_{ab} + U_{bc} - U_{ac};$$

$$0 = 64 + 8 - 72$$

Для контуру «b-d-c»

$$0 = U_{bd} - U_{bc} - U_{dc};$$

$$0 = 36 - 8 - 28$$

Перевірка виконується, тобто струми в колі розраховані вірно.

Задача 2.7

В електричному колі (рис. 2.8а) задано величини електрорушійної сили джерела E та опорів резисторів.:

$$E = 20 \text{ В; } R_1 = 4 \text{ Ом; } R_2 = 1 \text{ Ом; } R_3 = 1 \text{ Ом; } R_4 = 2 \text{ Ом; } R_5 = 4 \text{ Ом; } R_6 = 5 \text{ Ом.}$$

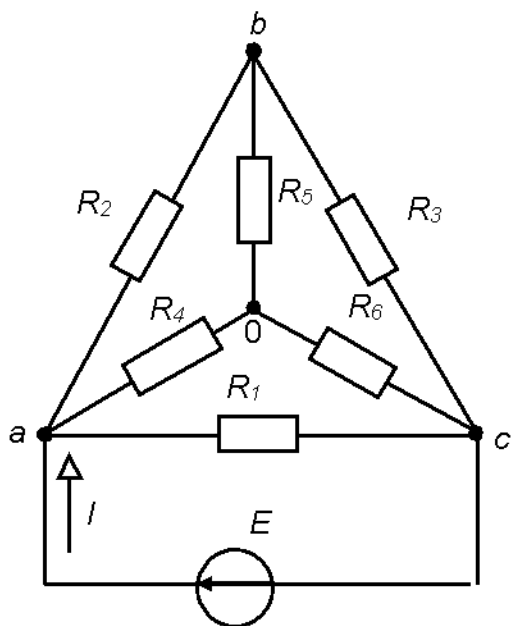


Рис. 2.8а

1. Визначити еквівалентний опір електричного кола.

2. Визначити силу струму в джерелі е.р.с

Розв'язання

2. Перетворимо резистори R_4 , R_5 , R_6 , з'єднані в зірку в еквівалентний трикутник з опорами R_{45} , R_{56} , R_{46} .
3. Отримаємо після перетворення еквівалентну схему (рис.2.8б)

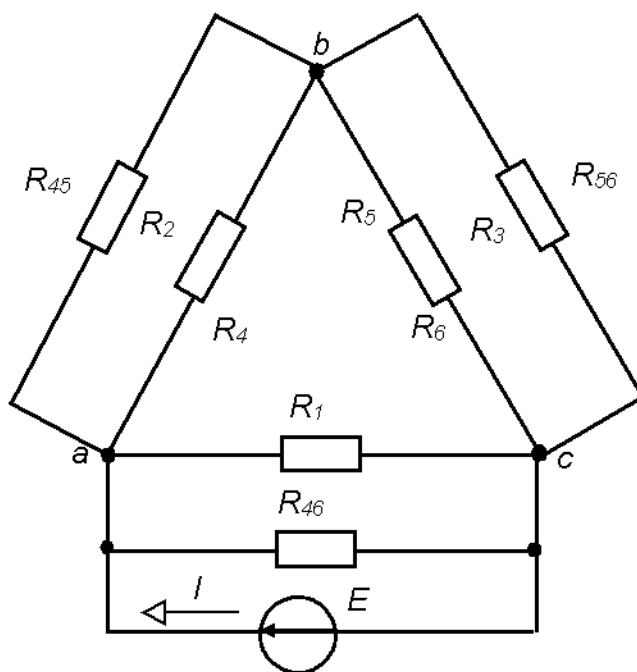


Рис. 2.8б

3. Визначимо еквівалентні опори резисторів R_{45} , R_{56} , R_{46} після еквівалентного перетворення (рис. 2.8б)

$$R_{45} = R_4 + R_5 + \frac{R_4 \cdot R_5}{R_6};$$

$$R_{45} = 2 + 4 + \frac{2 \cdot 4}{5} = 7,6 \text{ Ом};$$

$$R_{56} = R_6 + R_5 + \frac{R_6 \cdot R_5}{R_4};$$

$$R_{45} = 5 + 4 + \frac{4 \cdot 5}{2} = 19,0 \text{ Ом};$$

$$R_{46} = R_6 + R_4 + \frac{R_6 \cdot R_4}{R_5};$$

$$R_{45} = 5 + 2 + \frac{2 \cdot 5}{4} = 9,5 \text{ Ом}.$$

4. Резистори R_{45} та R_2 з'єднані паралельно, замінимо їх еквівалентним R_{245} та визначимо його еквівалентний опір

$$R_{245} = \frac{R_2 \cdot R_{45}}{R_2 + R_{45}};$$

$$R_{245} = \frac{1 \cdot 7,6}{1 + 7,6} = 0,884 \text{ Ом}.$$

5. Резистори R_{46} та R_1 з'єднані паралельно, замінимо їх еквівалентним R_{146} та визначимо його еквівалентний опір

$$R_{146} = \frac{R_1 \cdot R_{46}}{R_1 + R_{46}};$$

$$R_{146} = \frac{4 \cdot 9,5}{4 + 9,5} = 2,815 \text{ Ом}.$$

5. Резистори R_{56} та R_3 з'єднані паралельно, замінимо їх еквівалентним R_{356}

$$R_{356} = \frac{R_3 \cdot R_{56}}{R_3 + R_{56}};$$

$$R_{356} = \frac{1 \cdot 19,0}{1 + 19,0} = 0,95 \text{ Ом}.$$

6. Отримаємо після перетворення еквівалентну схему (рис.2.8.в)

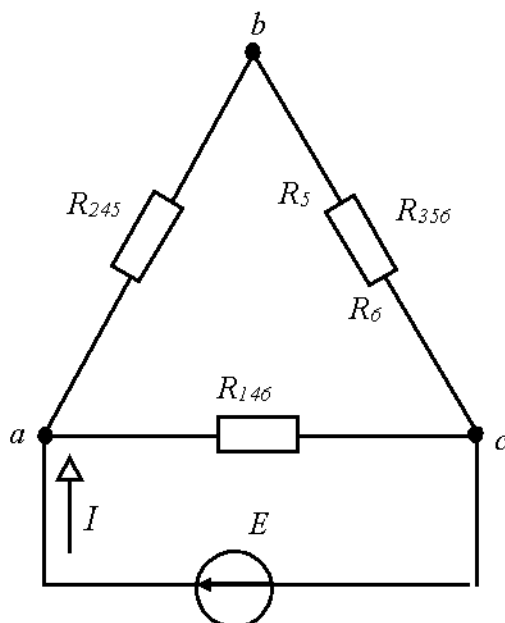


Рис. 2.8в

7. Резистори з еквівалентними опорами R_{245} та R_{356} з'єднані послідовно, замінимо їх еквівалентним R_{abc} та визначимо його еквівалентний опір

$$R_{abc} = R_{245} + R_{356};$$

$$R_{abc} = 0,884 + 0,95 = 1,835 \text{ Ом.}$$

8. Після еквівалентного перетворення отримаємо еквівалентну схему (рис.2.8г)

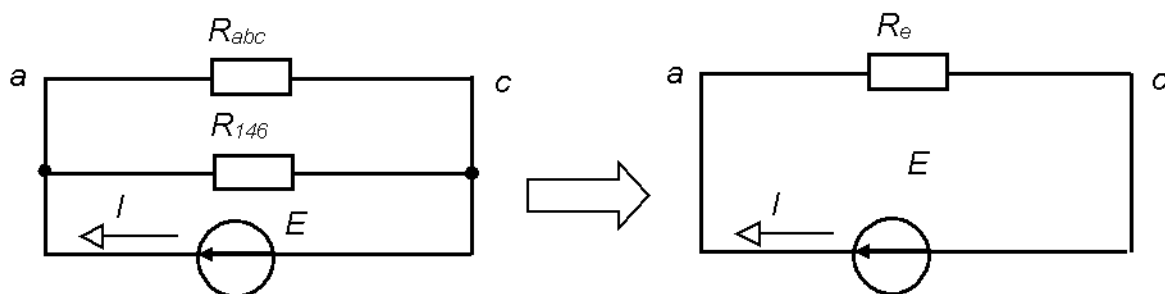


Рис. 2.8г

9. Визначимо еквівалентний опір електричного кола після еквівалентних перетворень (рис. 2.8г)

$$R_e = \frac{R_{abc} \cdot R_{146}}{R_{abc} + R_{146}};$$

$$R_e = \frac{1,835 \cdot 2,815}{1,835 + 2,815} = \frac{5,166}{4,65} = 1,111 \text{ Ом.}$$

10. Визначимо силу струму I в джерелі е.р.с.

$$I = \frac{E}{R_e};$$

$$I = \frac{20}{1,111} = 18 \text{ А.}$$

Задача 2.8

Виконати еквівалентне перетворення схеми з'єднання опорів «трикутником» в еквівалентну схему з'єднання опорів «зіркою» для розрахункової схеми кола, приведені на рис.2.9а. У розрахунковій схемі відомо: $R_1 = 0,6 \text{ Ом}$; $R_2 = 1,6 \text{ Ом}$; $R_3 = 1,2 \text{ Ом}$; $R_4 = 2 \text{ Ом}$; $R_5 = 1 \text{ Ом}$; $R_6 = 2 \text{ Ом}$;

Визначити опір віток еквівалентної схеми при з'єднанні зіркою

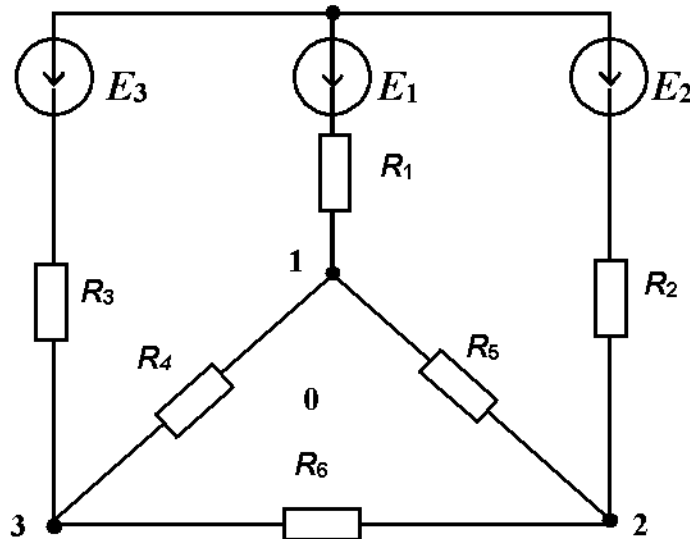


Рис.2.9а

Складемо еквівалентну схему (рис.2.9б) і визначимо еквівалентні опори:

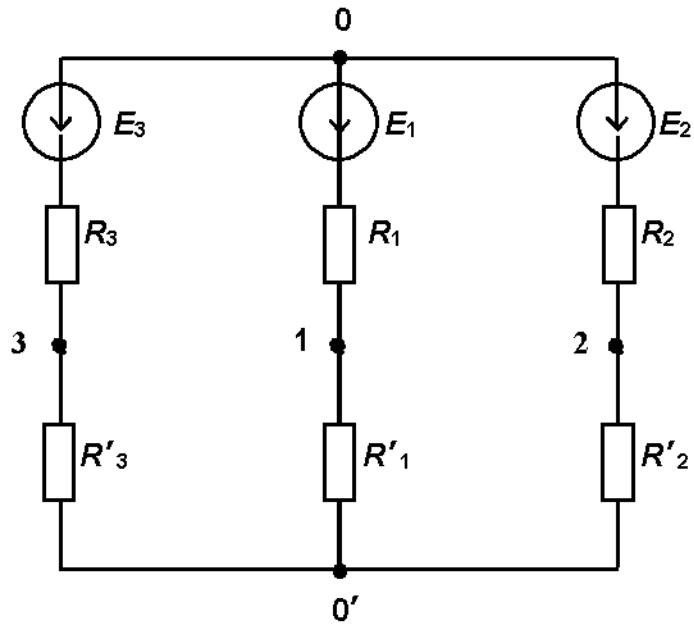


Рис.2.96

Розв'язання

$$R'_1 = \frac{R_4 \cdot R_6}{R_4 + R_5 + R_6}; \quad R'_1 = \frac{2 \cdot 1}{2 + 2 + 1} = 0,4 \text{ Ом};$$

$$R'_2 = \frac{R_6 \cdot R_5}{R_4 + R_5 + R_6}; \quad R'_2 = \frac{1 \cdot 2}{2 + 2 + 1} = 0,4 \text{ Ом};$$

$$R'_3 = \frac{R_4 \cdot R_6}{R_4 + R_5 + R_6}; \quad R'_3 = \frac{2 \cdot 2}{2 + 2 + 1} = 0,8 \text{ Ом}.$$

Остаточно одержимо розрахункову схему, приведену на рис.2.9в, і наступні значення еквівалентних опорів віток

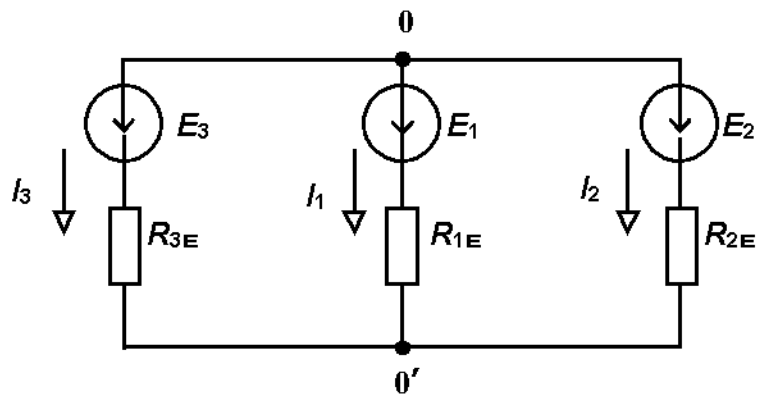


Рис.2.9в

$$R_{1E} = R_1 + R'_1 = 0,6 + 0,4 = 1 \text{ Ом};$$

$$R_{2E} = R_2 + R'_2 = 1,6 + 0,4 = 2 \text{ Ом};$$

$$R_{3E} = R_3 + R'_3 = 1,2 + 0,8 = 2 \text{ Ом}.$$

Задача 2.9

Скласти систему рівнянь для розрахунку сил струмів у вітках наведеного розгалуженого електричного кола (рис.2.10).

Розв'язання

Схема має шість віток ($m = 6$), чотири вузли ($n = 4$) та три незалежні контури.

Кількість рівнянь за 1-м законом Кірхгофа ($n - 1 = 3$) – три.

Кількість рівнянь за 2-м законом Кірхгофа ($m - n + 1$) = 3 (по кількість незалежних контурів) – три. Напрямок обходу незалежних контурів – за годинниковою стрілкою.

Система буде складатися з шести рівнянь.

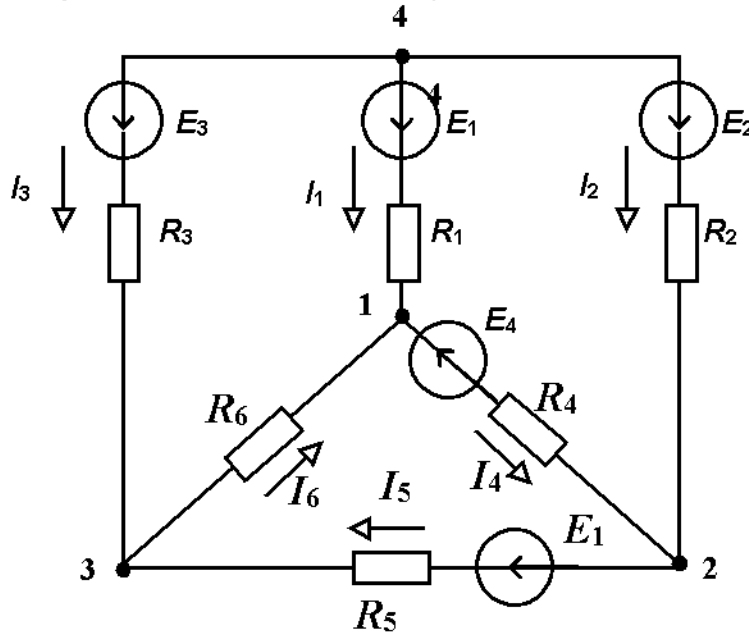


Рис.2.10

«1» :	$I_1 + I_6 - I_4 = 0;$	}
«2» :	$I_2 + I_4 - I_5 = 0;$	
«3» :	$I_3 + I_5 - I_6 = 0;$	
4-1-3-4:	$R_1 I_1 - R_6 I_6 - R_3 I_3 = E_1 - E_3;$	
4-1-2-4:	$R_2 I_2 - R_4 I_4 - R_1 I_1 = E_2 - E_1 + E_4;$	
1-2-3-1:	$R_4 I_4 + R_5 I_5 + R_6 I_6 = E_1 - E_4.$	

2.4 Метод контурних струмів

Задача 2.10

Для розрахункової схеми, приведеної на рис.2.11, задані наступні значення опорів і е.р.с.:

$$R_1 = 0,6 \text{ Ом}; R_4 = 2,0 \text{ Ом}; E_1 = 10 \text{ В}; R_2 = 1,2 \text{ Ом}; R_5 = 2,0 \text{ Ом}; \\ E_2 = 60 \text{ В}; R_3 = 1,6 \text{ Ом}; R_6 = 1,0 \text{ Ом}; E_3 = 40 \text{ В}.$$

Розрахувати сили струмів у розгалуженнях методом контурних струмів.

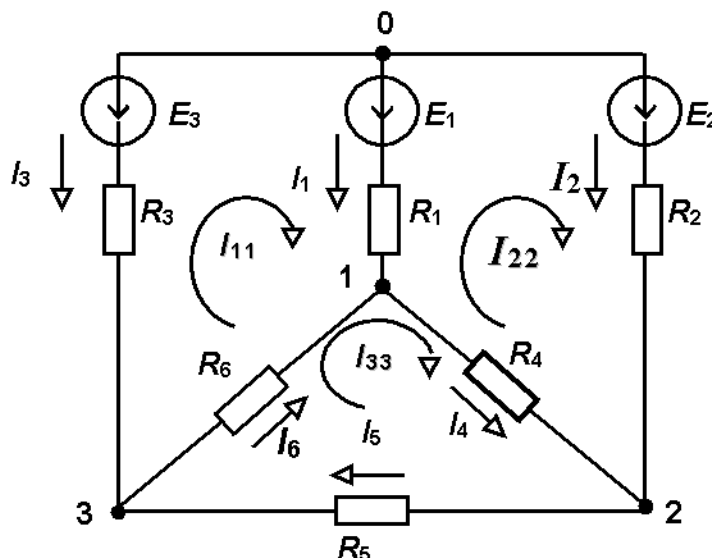


Рис.2.11

Розв'язання

1. Знаходимо опори і е.р.с. незалежних контурів

$$\begin{array}{lll} R_{11} = 3,2 \text{ Ом}; & R_{22} = 3,8 \text{ Ом}; & R_{33} = 5,0 \text{ Ом}; \\ R_{12} = -0,6 \text{ Ом}; & R_{21} = -0,6 \text{ Ом}; & R_{31} = -1,0 \text{ Ом}; \\ R_{13} = -1,0 \text{ Ом}; & R_{23} = -2,0 \text{ Ом}; & R_{32} = -2,0 \text{ Ом}; \\ E_{11} = -30 \text{ В}; & E_{22} = 50 \text{ В}; & E_{33} = 0 \text{ В}. \end{array}$$

2. Складемо систему рівнянь для схеми кола

$$\left. \begin{array}{l} 3,2 \cdot I_{11} - 0,6 \cdot I_{22} - 1 \cdot I_{33} = -30; \\ -0,6 \cdot I_{11} + 3,8 \cdot I_{22} - 2 \cdot I_{33} = 50; \\ -1 \cdot I_{11} - 2 \cdot I_{22} + 5 \cdot I_{33} = 0. \end{array} \right\}$$

3. Вирішимо отриману систему рівнянь за допомогою визначників третього порядку. Знаходимо визначник системи

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3,2 & -0,6 & -1 \\ -0,6 & 3,8 & -2 \\ -1 & -2 & 5 \end{vmatrix} =$$

$$= 3,2 \cdot 3,8 \cdot 5 - 0,6 \cdot 2 \cdot 1 - 0,6 \cdot 2 \cdot 1 - 1 \cdot 3,8 \cdot 1 - 0,6 \cdot 0,6 \cdot 5 - 2 \cdot 2 \cdot 3,2 =$$

$$= 60,8 - 1,2 - 1,2 - 3,8 - 1,8 - 12,8 = 40 \text{ Ом}^3.$$

4. Знайдемо доповнення визначника:

$$\Delta_{11} = \begin{vmatrix} -30 & -0,6 & -1 \\ 50 & 3,8 & -2 \\ 0 & -2 & 5 \end{vmatrix} =$$

$$= -30 \cdot 3,8 \cdot 5 + 50 \cdot 2 \cdot 1 + 50 \cdot 0,6 \cdot 5 + 30 \cdot 2 \cdot 2 =$$

$$= -570 + 100 + 150 + 120 = -200 \text{ В} \cdot \text{Ом}^2;$$

$$\Delta_{22} = \begin{vmatrix} 3,2 & -30 & -1 \\ -0,6 & 50 & -2 \\ -1 & 0 & 5 \end{vmatrix} =$$

$$= -3,2 \cdot 50 \cdot 5 - 30 \cdot 2 \cdot 1 - 50 \cdot 1 \cdot 1 - 0,6 \cdot 30 \cdot 5 =$$

$$= 800 - 60 - 50 - 90 = 600 \text{ В} \cdot \text{Ом}^2;$$

$$\Delta_{33} = \begin{vmatrix} 3,2 & -0,6 & -30 \\ -0,6 & 3,8 & 50 \\ -1 & -2 & 0 \end{vmatrix} =$$

$$= -0,6 \cdot 2 \cdot 30 + 1 \cdot 0,6 \cdot 50 - 1 \cdot 3,8 \cdot 30 + 2 \cdot 50 \cdot 3,2 =$$

$$= -36 + 30 - 114 + 320 = 200 \text{ В} \cdot \text{Ом}^2.$$

5. Визначимо сили контурних струмів:

$$I_{11} = \frac{\Delta_{11}}{\Delta} = \frac{-200}{40} = -5 \text{ А};$$

$$I_{22} = \frac{\Delta_{22}}{\Delta} = \frac{600}{40} = 15 \text{ А};$$

$$I_{33} = \frac{\Delta_{33}}{\Delta} = \frac{200}{40} = 5 \text{ А}.$$

6. Визначимо сили струмів у розгалуженнях схеми електричного кола:

$$I_1 = I_{11} - I_{22} = -5 - 15 = -20 \text{ А};$$

$$I_2 = I_{22} = 15 \text{ А};$$

$$\begin{aligned}
 I_3 &= -I_{11} = 5 \text{ A}; \\
 I_4 &= I_{33} - I_{22} = 5 - 15 = -10 \text{ A}; \\
 I_5 &= I_{33} = 5 \text{ A}; \\
 I_6 &= I_{33} - I_{11} = 5 - (-5) = 10 \text{ A}.
 \end{aligned}$$

Задача 2.10

Для розрахункової схеми, приведеної (рис.2.12), задані наступні значення опорів і е.р.с.:

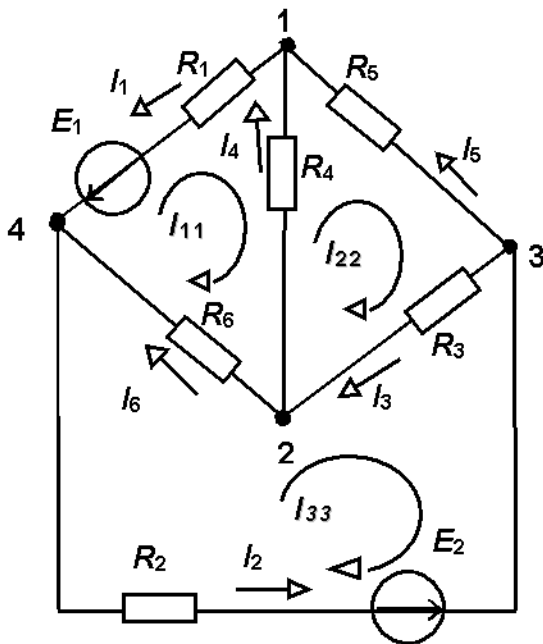


Рис.2.12

$$\begin{aligned}
 R_1 &= 2 \text{ Ом}; R_2 = 5 \text{ Ом}; \\
 R_3 &= 13 \text{ Ом}; R_4 = 8 \text{ Ом}; \\
 R_5 &= 11 \text{ Ом}; R_6 = 15 \text{ Ом}; \\
 E_1 &= 20 \text{ В}; \quad E_2 = 12 \text{ В};
 \end{aligned}$$

Розрахувати сили струмів у розгалуженнях методом контурних струмів.

Розв'язання

1. Знаходимо опори і е.р.с. незалежних контурів

$$\begin{aligned}
 R_{11} &= R_1 + R_4 + R_6; & R_{11} &= 2 + 8 + 15 = 25 \text{ Ом}; \\
 R_{22} &= R_4 + R_5 + R_3; & R_{22} &= 13 + 8 + 11 = 32 \text{ Ом}; \\
 R_{33} &= R_2 + R_6 + R_3; & R_{33} &= 13 + 5 + 15 = 33 \text{ Ом};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R_{12} &= -R_4 = -8 \text{ Ом}; & R_{21} &= -R_4 = -8 \text{ Ом}; & R_{31} &= -1,0 \text{ Ом}; \\
 R_{13} &= -R_6 = -15 \text{ Ом}; & R_{23} &= -R_3 = -13 \text{ Ом}; & R_{32} &= -R_3 = -13 \text{ Ом}; \\
 E_{11} &= -20 \text{ В}; & E_{22} &= 0 \text{ В}; & E_{33} &= -12 \text{ В}.
 \end{aligned}$$

2. Складемо систему рівнянь для схеми кола

$$\left. \begin{aligned}
 25 \cdot I_{11} - 8 \cdot I_{22} - 15 \cdot I_{33} &= -20; \\
 -8 \cdot I_{11} + 32 \cdot I_{22} - 13 \cdot I_{33} &= 0; \\
 -15 \cdot I_{11} - 13 \cdot I_{22} + 33 \cdot I_{33} &= -12.
 \end{aligned} \right\}$$

4. Вирішимо отриману систему рівнянь за допомогою визначників третього порядку. Знаходимо визначник системи

$$\Delta = \begin{vmatrix} 25 & -8 & -15 \\ -8 & 32 & -13 \\ -15 & -13 & 33 \end{vmatrix} = 9743 \text{ Ом}^3.$$

5. Знайдемо доповнення визначника:

$$\Delta_{11} = \begin{vmatrix} -20 & -8 & -15 \\ 0 & 32 & -13 \\ -12 & -13 & 33 \end{vmatrix} = -24748 \text{ В} \cdot \text{Ом}^2;$$

$$\Delta_{22} = \begin{vmatrix} 25 & -20 & -15 \\ -8 & 0 & -13 \\ -15 & -12 & 33 \end{vmatrix} = -14520 \text{ В} \cdot \text{Ом}^2;$$

$$\Delta_{33} = \begin{vmatrix} 25 & -8 & -20 \\ -8 & 32 & 0 \\ -15 & -13 & -12 \end{vmatrix} = 20512 \text{ В} \cdot \text{Ом}^2;$$

5. Визначимо сили контурних струмів:

$$I_{11} = \frac{\Delta_{11}}{\Delta} = \frac{-24748}{9743} = -2,54 \text{ А};$$

$$I_{22} = \frac{\Delta_{22}}{\Delta} = \frac{-14520}{9743} = -1,49 \text{ А};$$

$$I_{33} = \frac{\Delta_{33}}{\Delta} = \frac{20512}{9743} = 2,105 \text{ А}.$$

6. Визначимо сили струмів у розгалуженнях схеми електричного кола:

$$I_1 = -I_{11} = 2,54 \text{ А};$$

$$I_2 = -I_{33} = 2,105 \text{ А};$$

$$I_3 = I_{22} - I_{33} = -1,49 + 2,105 = 0,615 \text{ А};$$

$$I_4 = I_{22} - I_{11} = -1,49 + 2,54 = 1,05 \text{ А};$$

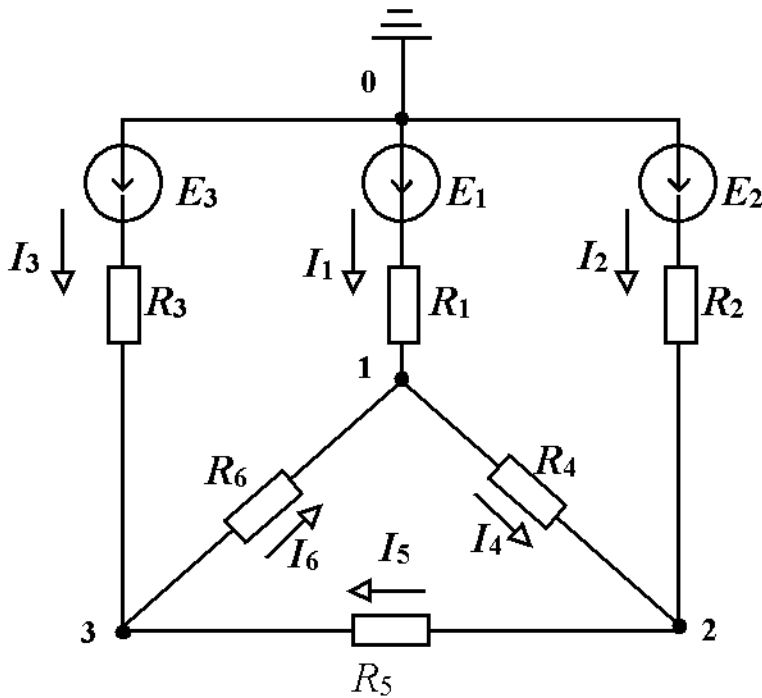
$$I_5 = I_{22} = 1,49 \text{ А};$$

$$I_6 = I_{11} - I_{33} = -2,54 + 2,05 = -0,435 \text{ A} .$$

2.5 Метод вузлових потенціалів

Задача 2.11

Для розрахункової схеми, приведеної на рис..2.13, задані наступні значення опорів і е.р.с.:



$$R_1 = 0,6 \text{ Ом}; R_4 = 2,0 \text{ Ом};$$

$$E_1 = 10 \text{ В};$$

$$R_2 = 1,2 \text{ Ом}; R_5 = 2,0 \text{ Ом};$$

$$E_2 = 60 \text{ В};$$

$$R_3 = 1,6 \text{ Ом}; R_6 = 1,0 \text{ Ом};$$

$$E_3 = 40 \text{ В} .$$

Розрахувати сили струмів у розгалуженнях методом вузлових потенціалів.

Рис.2.13

Розв'язання

Приймаємо потенціал точки «0» рівним нулю $\varphi_0 = 0$.

1. Визначимо провідності і добутки е.р.с. на провідності

$$g_1 = 1,67 \text{ См}; \quad g_4 = 0,5 \text{ См}; \quad g_{11} = 3,17 \text{ См};$$

$$\sum_1 E g = 16,7 \text{ А};$$

$$g_2 = 0,83 \text{ См}; \quad g_5 = 0,5 \text{ См}; \quad g_{22} = 1,83 \text{ См};$$

$$\sum_2 E g = 49,8 \text{ А};$$

$$g_3 = 0,63 \text{ См}; \quad g_6 = 1,0 \text{ См}; \quad g_{33} = 2,13 \text{ См}$$

$$; \quad \sum_3 E g = 25,2 \text{ А} .$$

2. Складемо систему рівнянь

$$\left. \begin{aligned} 3,17 \varphi_1 - 0,5 \varphi_2 - 1 \varphi_3 &= 16,7 ; \\ -0,5 \varphi_1 + 1,83 \varphi_2 - 0,5 \varphi_3 &= 49,8 ; \\ -1 \varphi_1 - 0,5 \varphi_2 + 2,13 \varphi_3 &= 25,2 . \end{aligned} \right\}$$

3. Знаходимо визначник системи

$$\begin{aligned} \Delta &= \begin{vmatrix} 3,17 & -0,5 & -1 \\ -0,5 & 1,83 & -0,5 \\ -1 & -0,5 & 2,13 \end{vmatrix} = \\ &= 3,17 \cdot 1,83 \cdot 2,13 - 0,5 \cdot 0,5 \cdot 1 - 0,5 \cdot 0,5 \cdot 1 - \\ &- 1 \cdot 1,83 \cdot 1 - 0,5 \cdot 0,5 \cdot 2,13 - 0,5 \cdot 0,5 \cdot 3,17 = \\ &= 12,35 - 0,25 - 0,25 - 1,83 - 0,53 - 0,79 = 8,7 \text{ CM}^3. \end{aligned}$$

4. Знаходимо доповнення визначника

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= \begin{vmatrix} 16,7 & -0,5 & -1 \\ 49,8 & 1,83 & -0,5 \\ 25,2 & -0,5 & 2,13 \end{vmatrix} = \\ &= 65,1 + 24,9 + 6,3 + 46,1 + 53,04 - 4,18 = 191,26 \text{ B} \cdot \text{CM}^3; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta_2 &= \begin{vmatrix} 3,17 & 16,7 & -1 \\ -0,5 & 49,8 & -0,5 \\ -1 & 25,2 & 2,13 \end{vmatrix} = \\ &= 336,25 + 12,6 + 8,35 - 49,8 + 7,79 + 39,94 = 365,13 \text{ B} \cdot \text{CM}^3; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta_3 &= \begin{vmatrix} 3,17 & -0,5 & 16,7 \\ -0,5 & 1,83 & 49,8 \\ -1 & -0,5 & 25,2 \end{vmatrix} = \\ &= 149,19 + 4,18 + 24,9 + 30,56 - 6,3 + 78,93 = 277,66 \text{ B} \cdot \text{CM}^3. \end{aligned}$$

4. Визначимо потенціали вузлів 1, 2 і 3

$$\varphi_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{191,26}{8,7} = 22 \text{ B} ;$$

$$\varphi_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{365,13}{8,7} = 42 \text{ В} ;$$

$$\varphi_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{277,66}{8,7} = 32 \text{ В} .$$

6. Визначимо сили струмів у розгалуженнях схеми електричного кола

$$I_1 = \frac{\varphi_0 - \varphi_1 + E_1}{R_1} = \frac{-22 + 10}{0,6} = -20 \text{ А} ;$$

$$I_2 = \frac{\varphi_0 - \varphi_2 + E_2}{R_2} = \frac{-42 + 60}{1,2} = 15 \text{ А} ;$$

$$I_3 = \frac{\varphi_0 - \varphi_3 + E_3}{R_3} = \frac{-32 + 60}{1,6} = 5 \text{ А} ;$$

$$I_4 = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R_4} = \frac{22 - 42}{2} = -10 \text{ А} ;$$

$$I_5 = \frac{\varphi_2 - \varphi_3}{R_5} = \frac{42 - 32}{2} = 5 \text{ А} ;$$

$$I_6 = \frac{\varphi_3 - \varphi_1}{R_6} = \frac{32 - 22}{1} = 10 \text{ А} .$$

Задача 2.12

Для розрахункової схеми, приведеної (рис.2.14), задані наступні значення опорів і е.р.с.:

$$R_1 = 2 \text{ Ом}; R_2 = 5 \text{ Ом}; R_3 = 13 \text{ Ом}; R_4 = 8 \text{ Ом}; R_5 = 11 \text{ Ом}; \\ R_6 = 15 \text{ Ом}; E_1 = 20 \text{ В}; E_2 = 12 \text{ В}.$$

Розрахувати сили струмів у розгалуженнях методом вузлових потенціалів.

Розв'язання

Приймаємо потенціал точки «d» рівним нулю $\varphi_d = 0$.

1. Визначимо провідності і добутки е.р.с. на провідності

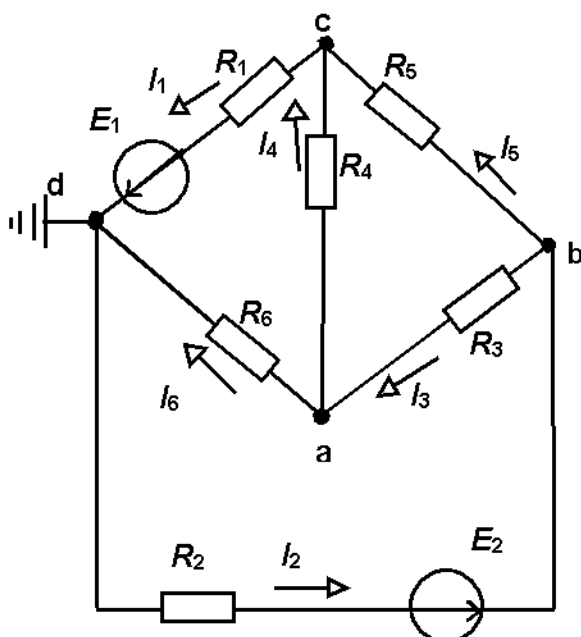


Рис.2.14

$$g_{aa} = g_6 + g_4 + g_3 = \frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_3};$$

$$g_{aa} = \frac{1}{8} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} = \\ = 0,125 + 0,0769 + 0,0667 = 0,2686 \text{ CM};$$

$$g_{bb} = g_2 + g_3 + g_5 = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5};$$

$$g_{bb} = \frac{1}{5} + \frac{1}{13} + \frac{1}{11} = 0,2 + 0,0769 + 0,0909 = \\ = 0,368 \text{ CM};$$

$$g_{cc} = g_1 + g_4 + g_5 = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5};$$

$$g_{cc} = \frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{11} = 0,5 + 0,125 + 0,0909 = 0,7159 \text{ CM};$$

$$g_{bc} = g_{cb} = g_5 = \frac{1}{R_5} = \frac{1}{11} = 0,0909 \text{ CM};$$

$$g_{ab} = g_{ba} = g_3 = \frac{1}{R_3} = \frac{1}{13} = 0,0769 \text{ CM};$$

$$g_{ac} = g_{ca} = g_4 = \frac{1}{R_4} = \frac{1}{8} = 0,125 \text{ CM};$$

$$\sum_a E \cdot g = 0;$$

$$\sum_b E \cdot g = E_2 \cdot g_2; \quad \sum_b E \cdot g = 12 \cdot 0,2 = 2,4 \text{ A};$$

$$\sum_c E \cdot g = -E_2 \cdot g_1; \quad \sum_c E \cdot g = (-20) \cdot 0,5 = -10 \text{ A};$$

2. Складемо систему рівнянь

$$\left. \begin{aligned} 0,2686 \cdot \varphi_a - 0,0769 \cdot \varphi_b - 0,125 \cdot \varphi_c &= 0; \\ -0,0769 \cdot \varphi_a + 0,368 \cdot \varphi_b - 0,0909 \cdot \varphi_c &= 2,4 \\ -0,125 \cdot \varphi_a + 0,0909 \cdot \varphi_b + 0,7159 \cdot \varphi_c &= -10 \end{aligned} \right\}$$

3. Знаходимо визначник системи

$$\Delta = \begin{vmatrix} 0,2686 & -0,0769 & -0,125 \\ -0,0769 & 0,368 & -0,0909 \\ -0,125 & -0,0909 & 0,7159 \end{vmatrix} = 0,0568 \text{ } \text{СМ}^3.$$

Знаходимо доповнення визначника

$$\Delta_{\varphi_a} = \begin{vmatrix} 0 & -0,0769 & -0,125 \\ 2,4 & 0,368 & -0,0909 \\ -10 & -0,0909 & 0,7159 \end{vmatrix} = 0 - 0,0699 + 0,0273 - 0,46 + 0,132 =$$
$$= -0,3705 \text{ В} \cdot \text{СМ}^3.$$

$$\Delta_{\varphi_b} = \begin{vmatrix} 0,2686 & 0 & -0,125 \\ -0,0769 & 2,4 & -0,0909 \\ -0,125 & -10 & 0,7159 \end{vmatrix} = 0,46 + 0 - 0,096 - 0,0375 - 0 - 0,24 =$$
$$= 0,0837 \text{ В} \cdot \text{СМ}^3.$$

$$\Delta_{\varphi_c} = \begin{vmatrix} 0,2686 & -0,0769 & 0 \\ -0,0769 & 0,368 & 2,4 \\ -0,125 & -0,0909 & -2,4 \end{vmatrix} = -0,9884 + 0,02307 + 0 - 0 + 0,059 + 0,0586 =$$
$$= 0,8477 \text{ В} \cdot \text{СМ}^3.$$

4. Визначимо потенціали вузлів

$$\varphi_a = \frac{\Delta_{\varphi_a}}{\Delta} = \frac{-0,03705}{0,0568} = -6,5 \text{ В} ;$$

$$\varphi_b = \frac{\Delta_{\varphi_b}}{\Delta} = \frac{0,0837}{0,0568} = 1,47 \text{ В} ;$$

$$\varphi_c = \frac{\Delta_{\varphi_c}}{\Delta} = \frac{-0,8477}{0,0568} = -14,925 \text{ В} ;$$

5. Визначимо сили струмів у розгалуженнях схеми електричного кола:

$$I_1 = \frac{\varphi_c - \varphi_d + E_1}{R_1} = \frac{20 - 14,925}{2} = 2,53 \text{ А} ;$$

$$I_2 = \frac{\varphi_d - \varphi_b + E_2}{R_2} = \frac{12 + 0 - 1,47}{5} = 2,106 \text{ A} ;$$

$$I_3 = \frac{\varphi_b - \varphi_a}{R_3} = \frac{1,47 + 6,5}{13} = 0,613 \text{ A} ;$$

$$I_4 = \frac{\varphi_a - \varphi_c}{R_4} = \frac{-6,5 + 14,925}{8} = 1,053 \text{ A} ;$$

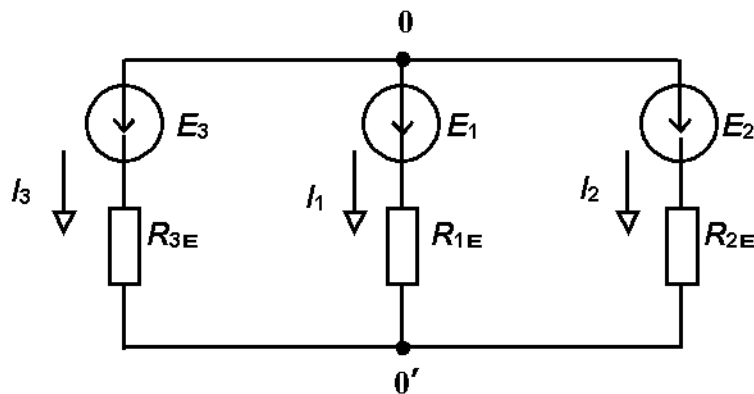
$$I_5 = \frac{\varphi_b - \varphi_c}{R_5} = \frac{1,47 + 14,925}{11} = 1,49 \text{ A} ;$$

$$I_6 = \frac{\varphi_a - \varphi_d}{R_4} = \frac{-6,5 - 0}{15} = -0,43 \text{ A} .$$

2.6 Метод двох вузлів

Задача 2.13

Для розрахункової схеми (2.15) задано наступне:



$$R_{1E} = 1 \text{ Ом};$$

$$R_{2E} = 2 \text{ Ом};$$

$$R_{3E} = 2 \text{ Ом};$$

$$E_1 = 10 \text{ В};$$

$$E_2 = 60 \text{ В};$$

$$E_3 = 40 \text{ В}.$$

Рис.2.15

Розрахувати сили струмів на розрахунковій схемі кола, приведеної на рис.2.14, методом двох вузлів.

Розв'язання

1. Визначимо напругу між вузлами 0'0. Потенціал вузла 0 приймаємо рівним нулю ($\varphi_0 = 0$)

$$\begin{aligned} U_{0'0} = \varphi_{0'} - \varphi_0 = \varphi_{0'} &= \frac{\sum_{0'} E g}{\sum_{0'} g} = \frac{E_1 \cdot g_{1E} + E_2 \cdot g_{2E} + E_3 \cdot g_{3E}}{g_{1E} + g_{2E} + g_{3E}} = \\ &= \frac{10 \cdot 1 + 60 \cdot 0,5 + 40 \cdot 0,5}{1 + 0,5 + 0,5} = 30 \text{ В} ; \end{aligned}$$

2. Визначимо сили струмів у розгалуженнях:

$$I_1 = \frac{\varphi_0 - \varphi_{0'} + E_1}{R_{1\text{Э}}} = \frac{-30 + 10}{1} = -20 \text{ A};$$

$$I_2 = \frac{\varphi_0 - \varphi_{0'} + E_2}{R_{2\text{Э}}} = \frac{-30 + 60}{2} = 15 \text{ A};$$

$$I_3 = \frac{\varphi_0 - \varphi_{0'} + E_3}{R_{3\text{Э}}} = \frac{-30 + 40}{2} = 5 \text{ A}.$$

Задача 2.14

Для схеми розгалуженого електричного кола (рис. 2.16) відомо:

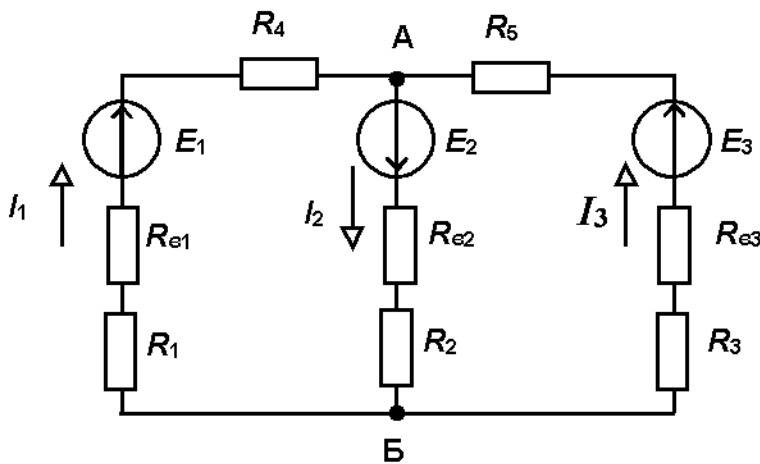


Рис.2.16

е.р.с. джерел живлення:

$$E_1 = 120 \text{ В}; E_2 = 80 \text{ В};$$

$$E_3 = 60 \text{ В};$$

внутрішні опори джерел:

$$R_{e1} = 0,5 \text{ Ом}; R_{e2} = 0,4 \text{ Ом}; R_{e3} = 0,2 \text{ Ом};$$

опори навантажень:

$$R_1 = 2 \text{ Ом}; R_2 = 15,6 \text{ Ом};$$

$$R_3 = 0,2 \text{ Ом}; R_4 = 7,5 \text{ Ом};$$

$$R_5 = 7,4 \text{ Ом};$$

1. Визначити сили струмів у вітках.

2. Скласти баланс потужностей для електричного кола.

Розв'язання

1. Визначимо провідності віток

$$g_1 = \frac{1}{R_1 + R_4 + R_{e1}}; g_1 = \frac{1}{2 + 7,5 + 0,5} = \frac{1}{10} = 0,1 \text{ См};$$

$$g_2 = \frac{1}{R_2 + R_{e2}}; g_2 = \frac{1}{15,6 + 0,4} = \frac{1}{16} = 0,0625 \text{ См};$$

$$g_3 = \frac{1}{R_3 + R_5 + R_{e3}}; g_3 = \frac{1}{0,2 + 7,4 + 0,2} = \frac{1}{8} = 0,125 \text{ См}.$$

3. Визначимо напругу між вузлами «А» і «Б»

$$U_{AB} = \frac{E_1 \cdot g_1 - E_2 \cdot g_2 + E_3 \cdot g_3}{g_1 + g_2 + g_3};$$

$$U_{AB} = \frac{120 \cdot 0,1 - 80 \cdot 0,0625 + 60 \cdot 0,05}{0,1 + 0,0625 + 0,05} = 47 \text{ В.}$$

4. Знайдемо сили струмів у вітках

$$I_1 = (E_1 - U_{AB}) \cdot g_1; \quad I_1 = (120 - 47) \cdot 0,1 = 7,3 \text{ А};$$

$$I_2 = (E_2 + U_{AB}) \cdot g_2; \quad I_2 = (80 + 47) \cdot 0,0625 = -7,95 \text{ А};$$

$$I_3 = (E_3 - U_{AB}) \cdot g_3; \quad I_3 = (60 - 47) \cdot 0,05 = 0,65 \text{ А};$$

5. Визначимо загальну електричну потужність, що розвивають джерела електричної енергії

$$P_{\Sigma \text{джер}} = P_1 + P_2 + P_3 = E_1 \cdot I_1 + E_2 \cdot I_2 + E_3 \cdot I_3;$$

$$P_{\Sigma \text{джер}} = 120 \cdot 7,3 + 80 \cdot 7,95 + 60 \cdot 0,65 = 1551 \text{ Вт.}$$

5. Визначимо електричну потужність втрат у джерелах електричної енергії

$$\Delta P_{\text{джер.}} = P_{\Delta 1} + P_{\Delta 2} + P_{\Delta 3} = I_1^2 \cdot R_{\delta 1} + I_2^2 \cdot R_{\delta 2} + I_3^2 \cdot R_{\delta 3};$$

$$\Delta P_{\text{джер.}} = 7,3^2 \cdot 0,5 + 7,95^2 \cdot 0,4 + 0,65^2 \cdot 0,2 = 52 \text{ Вт.}$$

6. Знайдемо електричну потужність, що споживають навантаження

$$P_H = P_1 + P_2 + P_3 = I_1^2 \cdot (R_1 + R_4) + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot (R_3 + R_5);$$

$$P_H = 7,3^2 \cdot (2 + R_4) + 7,95^2 \cdot 15,6 + 0,65^2 \cdot (12,4 + 7,4) = 505 + 986 + 8 = 1499 \text{ Вт}$$

6. Складемо баланс потужності електричного кола

$$P_{\Sigma \text{джер}} = \Delta P + P_H; \quad 1551 \text{ Вт} = 52 + 1499 = 1551 \text{ Вт}$$

2.8 Метод активного двополюсника

Задача 2.15

Розрахувати силу струму I_1 на розрахунковій схемі кола, приведеної на рис.2.16, методом активного двополюсника.

Розв'язання

Представимо розрахункову схему кола в наступному вигляді (рис.2.17).

Приймаємо $\varphi_0 = 0$.

1. Знаходимо силу зрівняльного струму

$$I_3 = \frac{E_3 - E_2}{R_{3E} + R_{2E}} = \frac{40 - 60}{2 + 2} = -5 \text{ A.}$$

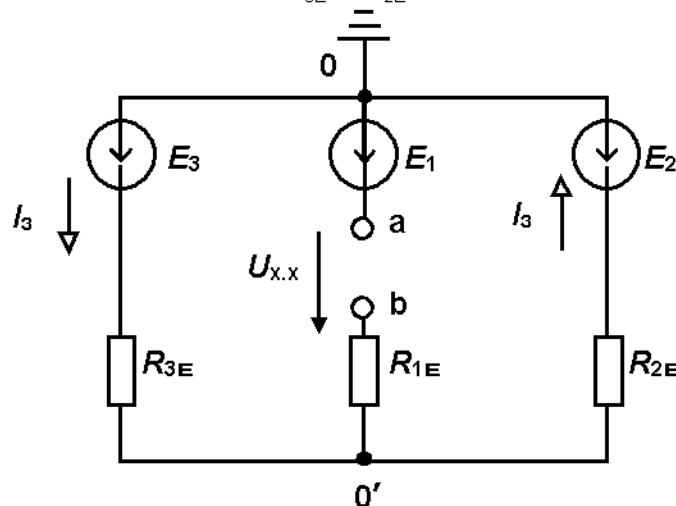


Рис.2.17

2. Знаходимо напругу холостого ходу

$$U_{x,x} = \varphi_a - \varphi_b;$$

$$\varphi_a = \varphi_0 + E_1 = 0 + 10 = 10 \text{ B;}$$

$$\begin{aligned} \varphi_b &= \varphi_0 + E_3 - R_{3E} \cdot I_3 = \\ &= 0 + 40 - 2 \cdot (-5) = 50 \text{ B;} \end{aligned}$$

$$U_{x,x} = 10 - 50 = -40 \text{ B;}$$

3. Знаходимо силу струму

$$I_1 = \frac{U_{x,x}}{R_E} = \frac{-40}{2} = -20 \text{ A.}$$

Задача 2.16

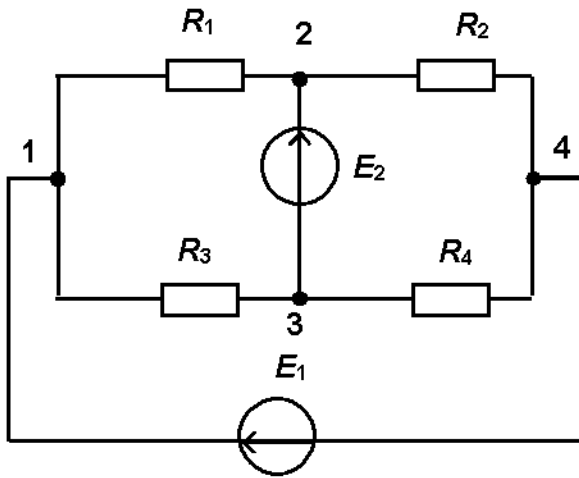


Рис.2.18а

В електричному колі (рис. 2.18а) відомо:

е.р.с. джерел живлення:

$$E_1 = 120 \text{ В}; E_2 = 100 \text{ В};$$

опори резисторів:

$$R_1 = 20 \text{ Ом}; R_2 = 20 \text{ Ом};$$

$$R_3 = 30 \text{ Ом}; R_4 = 30 \text{ Ом}.$$

1. Визначити силу струму I_1 на ділянці електричного кола з резистором R_2 методом активного двополюсника.

2. Визначити електричну потужність, що споживає резистор R_2 .

Розв'язання

1. Визначимо напругу холостого ходу, для чого відключимо вітку 2-4, отримаємо схему з двома вузлами 1 та 3 (рис.2.18б). Після відключення вітки 2-4

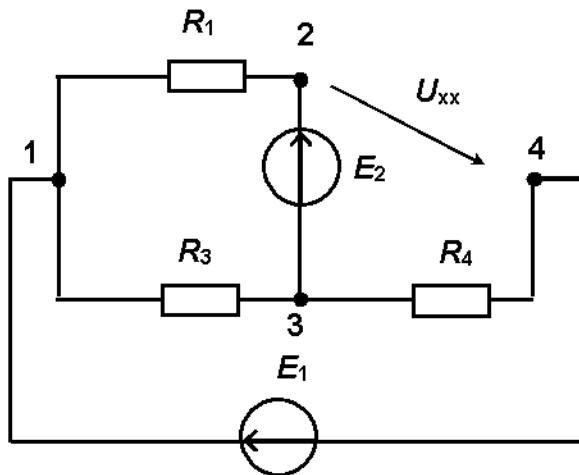


Рис.2.18б

отримаємо схему, яку зобразимо в іншому вигляді на рис. 2.18в.

Доцільно для розрахунку цієї схеми використати метод вузлових потенціалів (метод двох вузлів)

$$g_1 = \frac{1}{R_1};$$

$$g_1 = \frac{1}{20} = 0,05 \text{ см};$$

$$g_3 = \frac{1}{R_3};$$

$$g_3 = \frac{1}{30} = 0,033 \text{ см}$$

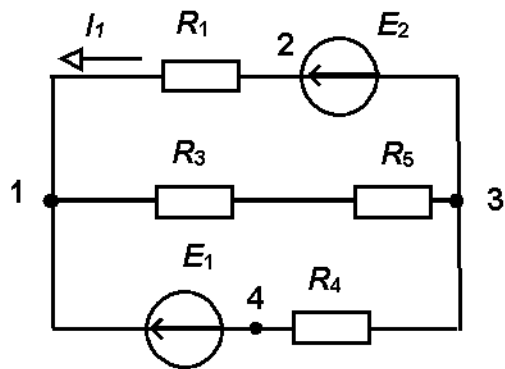


Рис.2.18в

$$g_4 = \frac{1}{R_4};$$

$$g_4 = \frac{1}{30} = 0,033 \text{ см}$$

Визначимо напругу U_{1-3}

$$U_{1-3} = \frac{E_1 \cdot g_4 + E_2 \cdot g_1}{g_1 + g_3 + g_4};$$

$$U_{1-3} = \frac{120 \cdot 0,033 + 100 \cdot 0,05}{0,05 + 0,033 + 0,033} = 77,2 \text{ В}$$

Визначимо струм I_1

$$I_1 = (E_2 - U_{1-3}) \cdot g_1; \quad I_1 = (100 - 77,2) \cdot 0,05 = 1,14 \text{ А}$$

Визначимо потенціал точки 2

$$\varphi_2 = \varphi_4 + I_1 \cdot R_1 + E_1; \quad \varphi_2 = 0 + 1,14 \cdot 20 + 120 = 142,8 \text{ В.}$$

Напруга холостого ходу

$$U_{xx} = \varphi_2 - \varphi_4 = I_1 \cdot R_1 + E_1; \quad U_{xx} = 1,14 \cdot 20 + 120 = 142,8 \text{ В}$$

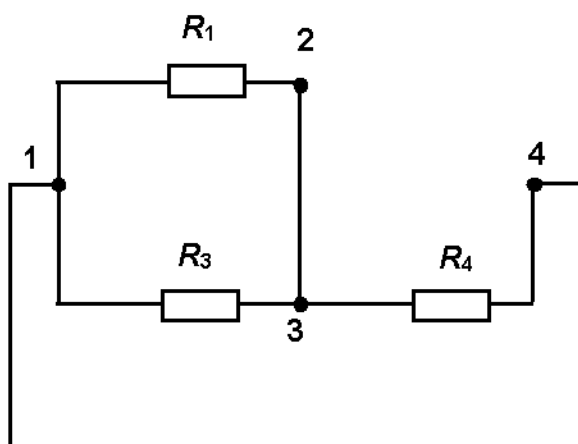


Рис.2.18г

2. Визначимо внутрішній опір еквівалентного генератор (активного двополюсника).

Для цього припустимо, що е.р.с. у початковій схемі (рис. 2.17а) дорівнює нулю. Отримаємо схему рис. 2. 18г.

Еквівалентна провідність активного двополюсника

$$g_e = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4};$$

$$g_e = \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{30} = \frac{7}{60} \text{ См.}$$

Еквівалентний опір активного двополюсника

$$R_e = \frac{1}{g_e}; \quad R_e = \frac{60}{7} = 8,58 \text{ Ом.}$$

3. Визначимо силу струму I_1 на ділянці електричного кола з резистором R_2

$$I_2 = \frac{U_{xx}}{R_e + R_2}; \quad I_2 = \frac{142,8}{8,58 + 20} = 5 \text{ А.}$$

4. Визначити електричну потужність, що споживає резистор R_2

$$P_2 = I_2^2 \cdot R_2; \quad P_2 = 5^2 \cdot 20 = 500 \text{ Вт.}$$

2.8 Принцип суперпозиції та його використання для розрахунку електричних кіл

Задача 2.17

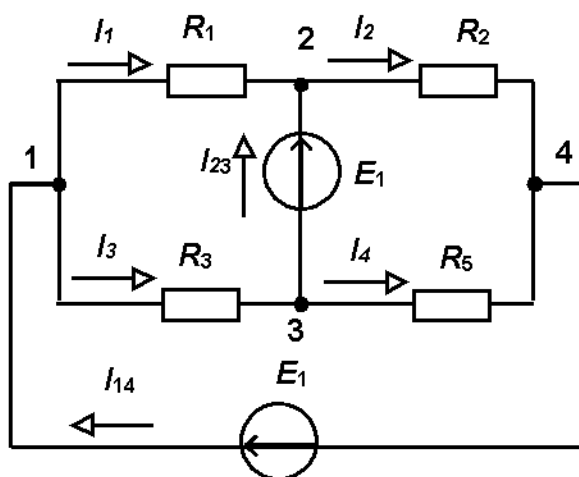


Рис.2.18а

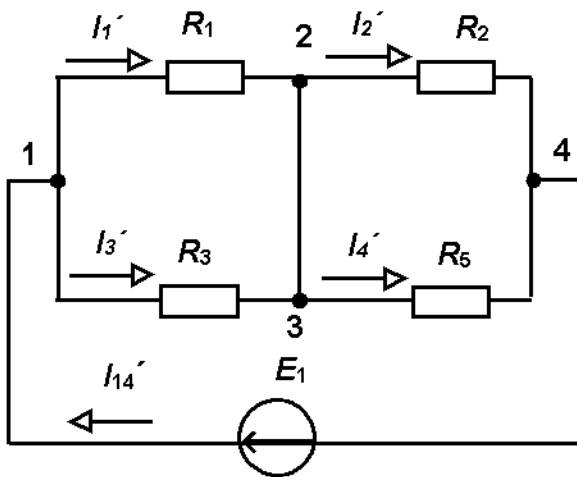
В електричному колі (рис. 2.16а) відомо:
е.р.с. джерел живлення:
 $E_1 = 120 \text{ В}; E_2 = 10 \text{ В};$

опори резисторів:
 $R_1 = 20 \text{ Ом}; R_2 = 20 \text{ Ом};$
 $R_3 = 30 \text{ Ом}; R_3 = 30 \text{ Ом}.$

Визначити сили струмів в електричному колі методом суперпозиції.

Розв'язання

Використаємо принцип суперпозиції, визначимо сили струмів від дії кожної е.р.с. окремо по схемам, представленим на рис. 2.18 б, в.



В схемі на рис.182. б резистори R_1 та R_3 з'єднані паралельно.

Теж відноситься до пари резисторів R_2 та R_4 .

Рис.2.18 б

1. Визначимо еквівалентний опір між точками 1-4

$$R_{1-4} = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3} + \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_4}; \quad R_{1-4} = \frac{20 \cdot 30}{20 + 30} + \frac{20 \cdot 30}{20 + 30} = 24 \text{ Ом.}$$

2. Визначимо силу струму в нерозгалуженій частині електричного кола

$$I'_{1-4} = \frac{E_1}{R_{1-4}}; \quad I'_{1-4} = \frac{120}{24} = 5 \text{ А.}$$

3. Визначимо напруги між точками 1-2 U'_{1-2} та 3-4 U'_{3-4} .

Оскільки опори між точками 1-2 та 3-4 однакові (по 12 Ом). Тому за законом Ома

$$U'_{1-2} = U'_{3-4} = R_{1-2} \cdot I'_{1-4}; \quad U'_{1-2} = U'_{3-4} = 12 \cdot 5 = 60 \text{ В.}$$

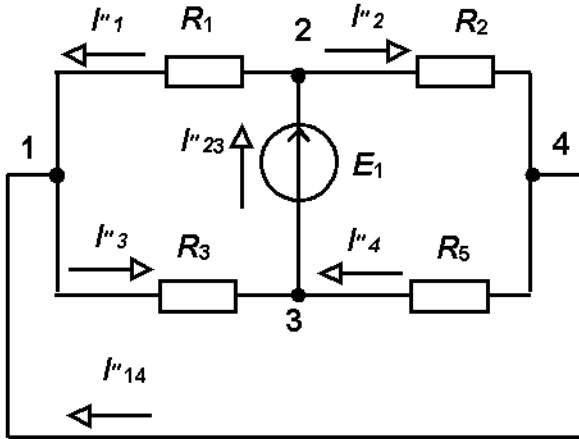
4. Визначимо струми в схемі (рис. 2.18б)

$$I'_1 = \frac{U'_{1-2}}{R_1}; \quad I'_1 = \frac{60}{20} = 3 \text{ А;}$$

$$I'_2 = \frac{U'_{1-2}}{R_2}; \quad I'_2 = \frac{60}{20} = 3 \text{ А;}$$

$$I'_3 = \frac{U'_{3-4}}{R_3}; \quad I'_3 = \frac{60}{30} = 2 \text{ А;}$$

$$I'_4 = \frac{U'_{3-4}}{R_4}; \quad I'_4 = \frac{60}{30} = 2 \text{ A.}$$



5. Знайдемо еквівалентний опір схеми між точками 2-3 (рис. 2.18в).

В схемі, зображеній на рис. 2. в, пари резисторів R_1, R_2 та R_3, R_4 з'єднані паралельно, а еквівалентні опори резисторів цим парам. – послідовно.

$$R_{2-3} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4};$$

Рис.2.18в

$$R_{2-3} = \frac{20 \cdot 20}{20 + 20} + \frac{30 \cdot 30}{30 + 30} = 10 + 15 = 25 \text{ Ом.}$$

6. Знайдемо силу струму в нерозгалуженій частині кола

$$I''_{2-3} = \frac{E_2}{R_{2-3}}; \quad I''_{2-3} = \frac{100}{25} = 4 \text{ A.}$$

7. Знайдемо напруги на ділянках схеми

між точками 2-1

$$U''_{2-1} = I''_{2-3} \cdot R_{2-1}; \quad U''_{2-1} = 4 \cdot 10 = 40 \text{ В.}$$

між точками 1-3

$$U''_{1-3} = I''_{2-3} \cdot R_{1-3}; \quad U''_{1-3} = 4 \cdot 15 = 60 \text{ В.}$$

8. Визначимо сили струмів в схемі (рис.2. 18в)

$$I''_1 = \frac{U''_{2-1}}{R_1}; \quad I''_1 = \frac{40}{20} = 2 \text{ A};$$

$$I''_2 = \frac{U''_{2-1}}{R_2}; \quad I''_2 = \frac{40}{20} = 2 \text{ A};$$

$$I_3'' = \frac{U_{1-3}''}{R_3}; \quad I_3'' = \frac{60}{30} = 2 \text{ A};$$

$$I_4'' = \frac{U_{1-3}''}{R_4}; \quad I_4'' = \frac{60}{30} = 2 \text{ A}.$$

9. Визначимо струми для початкової схеми рис. 2.18а

$$I_1 = I_1' - I_1''; \quad I_1 = 3 - 2 = 1 \text{ A};$$

$$I_3 = I_3' + I_3''; \quad I_3 = 2 + 2 = 4 \text{ A};$$

$$I_2 = I_2' + I_2''; \quad I_2 = 3 + 2 = 5 \text{ A};$$

$$I_4 = I_4' - I_4''; \quad I_4 = 2 - 2 = 0 \text{ A};$$

$$I_{1-4} = I_{1-4}' = 5 \text{ A}, \text{ оскільки } I_{1-4}'' = 0;$$

$$I_{2-3} = I_{2-3}'' = 4 \text{ A}, \text{ оскільки } I_{2-3}' = 0.$$

Задача 2.18

На розрахунковій схемі кола, приведеної на рис.2.19а, відомо, що:

е.р.с.

$$E_1 = 10 \text{ В};$$

$$E_2 = 60 \text{ В};$$

$$E_3 = 40 \text{ В}.$$

опори резисторів

$$R_{1E} = 1 \text{ Ом};$$

$$R_{2E} = 2 \text{ Ом}$$

$$R_{3E} = 2 \text{ Ом}.$$

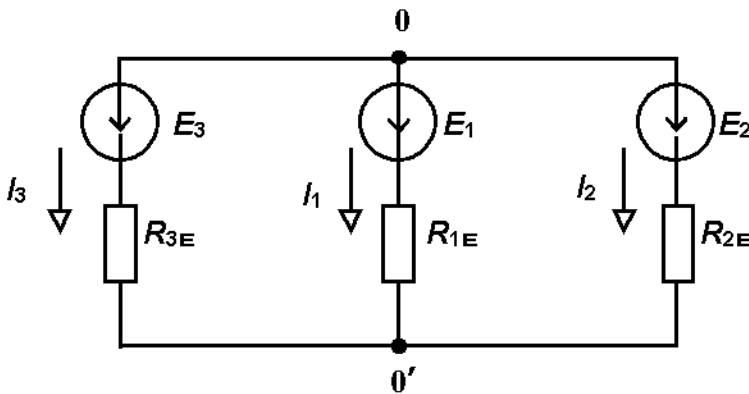


Рис.2.19а

Розрахувати сили струмів на розрахунковій схемі кола, використовуючи принцип суперпозиції

Розв'язання

Визначимо часткові струми, які виникають під дією е.р.с. E_1 (рис.2.19б).

Приймаємо $\varphi = 0$.

$$I_1^{(1)} = \frac{E_1}{R_{1E} + \frac{R_{2E} \cdot R_{3E}}{R_{2E} + R_{3E}}} = \frac{10}{1 + \frac{2 \cdot 2}{2 + 2}} = \frac{10}{2} = 5 \text{ A};$$

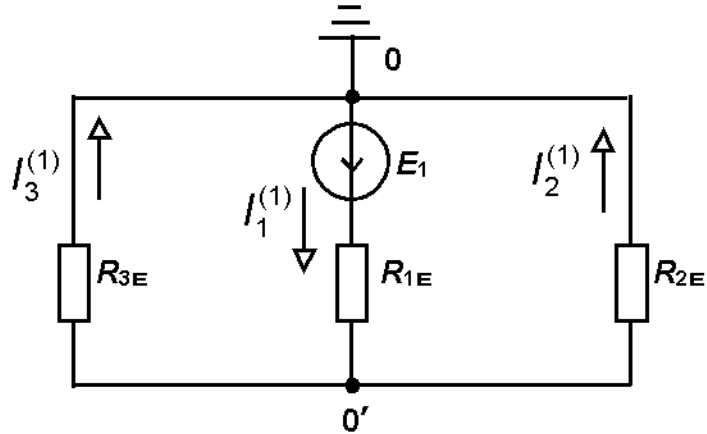


Рис.2.196

$$I_2^{(1)} = \frac{U_{0'0}}{R_{2E}} = \frac{\varphi_{0'} - \varphi_0}{R_{2E}} = \frac{E_1 - R_{1E} I_1^{(1)}}{R_{2E}} = \frac{10 - 1 \cdot 5}{2} = \frac{5}{2} = 2,5 \text{ A}$$

$$I_3^{(1)} = \frac{U_{0'0}}{R_{3E}} = \frac{\varphi_{0'} - \varphi_0}{R_{3E}} = \frac{E_1 - R_{1E} I_1^{(1)}}{R_{3E}} = \frac{10 - 1 \cdot 5}{2} = \frac{5}{2} = 2,5 \text{ A}.$$

Визначимо часткові струми, які виникають під дією е.р.с. E_2 (рис.2.19в):

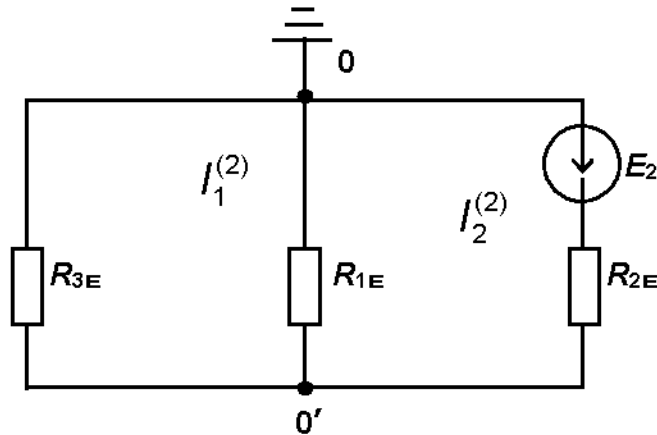


Рис.2.19в

$$I_2^{(2)} = \frac{E_2}{R_{2E} + \frac{R_{1E} \cdot R_{3E}}{R_{1E} + R_{3E}}} = \frac{60}{2 + \frac{2 \cdot 1}{2 + 1}} = \frac{180}{8} = 22,5 \text{ A};$$

$$I_1^{(2)} = \frac{U_{0'0}}{R_{1E}} = \frac{\varphi_0 + E_2 - R_{2E}I_2^{(2)}}{R_{1E}} = \frac{60 - 2 \cdot 22,5}{1} = \frac{15}{1} = 15 \text{ A}$$

$$I_3^{(2)} = \frac{U_{0'0}}{R_{3E}} = \frac{\varphi_0 + E_2 - R_{2E}I_2^{(2)}}{R_{3E}} = \frac{60 - 2 \cdot 22,5}{2} = \frac{15}{2} = 7,5 \text{ A}.$$

Визначимо часткові струми, які виникають під дією е.р.с. E_3 (рис.2.19г):

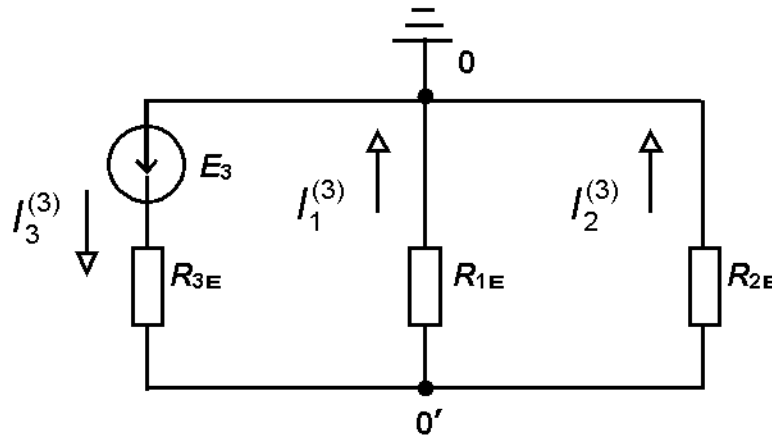


Рис.2.19г

$$I_3^{(3)} = \frac{E_3}{R_{3E} + \frac{R_{1E} \cdot R_{2E}}{R_{1E} + R_{2E}}} = \frac{40}{2 + \frac{1 \cdot 2}{1 + 2}} = \frac{120}{8} = 15 \text{ A};$$

$$I_1^{(3)} = \frac{U_{0'0}}{R_{1E}} = \frac{\varphi_{0'} - \varphi_0}{R_{1E}} = \frac{E_3 - R_{3E}I_3^{(3)}}{R_{1E}} = \frac{40 - 2 \cdot 15}{1} = \frac{10}{1} = 10 \text{ A}$$

;

$$I_2^{(3)} = \frac{U_{0'0}}{R_{2E}} = \frac{\varphi_{0'} - \varphi_0}{R_{2E}} = \frac{E_3 - R_{3E}I_3^{(3)}}{R_{2E}} = \frac{40 - 2 \cdot 15}{2} = \frac{10}{2} = 5 \text{ A}.$$

Визначимо сили струмів у розгалуженнях:

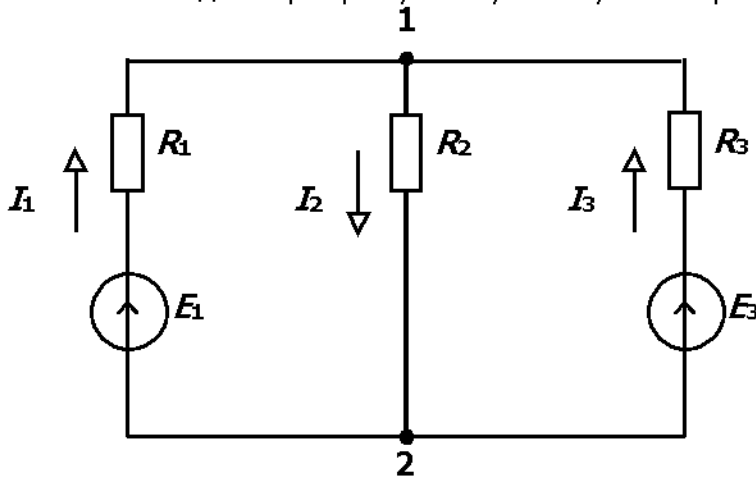
$$I_1 = I_1^{(1)} - I_1^{(2)} - I_1^{(3)} = 5 - 15 - 10 = -20 \text{ A};$$

$$I_2 = -I_2^{(1)} + I_2^{(2)} - I_2^{(3)} = -2,5 + 22,5 - 5 = 15 \text{ A};$$

$$I_3 = -I_3^{(1)} - I_3^{(2)} + I_3^{(3)} = -2,5 - 7,5 + 15 = 5 \text{ A}.$$

Завдання для самоконтролю

Задано розрахункову схему електричного кола.



Відомо наступне:

$$E_1 = 60 \text{ В} ;$$

$$E_3 = 90 \text{ В} ;$$

$$R_1 = R_2 = R_3 = 2 \text{ Ом} .$$

1. Розрахувати сили струмів I_1 , I_2 , I_3 за допомогою методу суперпозиції.

Тематичне комплексне кваліфікаційне завдання

Умова

Два реальних машинних генератори включені на паралельну роботу.

Технічна характеристика першого генератора: електрорушійна сила E_1 , внутрішній опір $R_{в1}$.

Технічна характеристика другого генератора: електрорушійна сила E_2 , внутрішній опір $R_{в2}$.

Генератори живлять лінію електропередачі, опір якої $R_{л1}$.

Наприкінці лінії електропередачі підключене навантаження, опір якого $R_{н1}$.

Далі підключена наступна лінія електропередачі, опір якої $R_{л2}$.

Наприкінці другої лінії електропередачі підключене навантаження, опір якого $R_{н2}$.

Для виміру сил електричних струмів генератора передбачені амперметри. На початку і наприкінці першої лінії електропередачі встановлені вольтметри. Вольтметр також установлений наприкінці другої лінії електропередачі.

Кожне навантаження приєднане через вимикач.

Завдання

1. Скласти принципову електричну схему описаного електричного кола. Окремі елементи кола виділити жирними лініями, а їхні з'єднуючі проводи - тонкими лініями. Позначити номери проводів.
2. Скласти розрахункову схему електричного кола, прийнявши наступні допущення:
 - опори прямого і зворотного проводів лінії електропередачі зосередити в одному місці;
 - опорами проводів, що з'єднують елементи кола, зневажити;
 - опором амперметра зневажити;
 - опір вольтметра прийняти рівним нескінченності.
3. Виконати розрахунок електричного кола:
 - замінити опори ліній і навантажень одним еквівалентним опором R_E ;
 - скласти рівняння по першому і другому законам Кірхгофа для розрахунку сил електричних струмів еквівалентної схеми і розрахувати їх;
 - визначити напругу на затискачах генераторів;

- визначити силу електричного струму в першій лінії електропередачі;
- визначити напругу на затискачах першого навантаження;
- визначити силу електричного струму в другій лінії електропередачі;
- визначити напругу на затискачах другого навантаження;
- визначити сумарну потужність, що розвивається генераторами;
- визначити сумарні втрати потужності в генераторах;
- визначити сумарні втрати потужності в лініях електропередачі;
- визначити потужності, споживані кожним навантаженням;
- визначити коефіцієнт корисної дії першої лінії електропередачі;
- визначити коефіцієнт корисної дії другої лінії електропередачі;
- визначити коефіцієнт корисної дії першого генератора;
- визначити коефіцієнт корисної дії другого генератора.

Варіанти вихідних даних до тематичного комплексного кваліфікаційному завданню

Таблиця 2

Варіанти	<i>Початкові дані</i>							
	E_1, B	R_{B1}, Om	E_2, B	R_{B2}, Om	$R_{Л1}, Om$	$R_{Л2}, Om$	R_{H1}, Om	R_{H2}, Om
1	60	1	80	1	1	1,5	2	0,5
2	60	1	80	1	0,5	2	3	1
3	120	1	160	1	1	1,5	2	0,5
4	120	1	160	2	0,5	2	3	1
5	180	1	189	1	1	0,5	5	7
6	180	1	189	1	1	1	6	5
7	110	1	120	2	1,25	1	6	9
8	100	1	100	2	4	4	12	20
9	110	1	120	1	0,5	2	3	1
10	90	1,5	120	1,5	1,5	1	3	2
11	90	1,5	120	1,5	1,5	2	3	1
12	145	0,5	175	3	1,25	9	6	1

13	145	0,5	175	3	1,25	1	6	9
14	90	1,5	120	1,5	1	4	3	2
15	110	1	120	1	0,5	2	3	1

Розв'язання

Початкові дані							
$E_1,$ В	$R_{В1},$ Ом	$E_2,$ В	$R_{В2},$ Ом	$R_{Л1},$ Ом	$R_{Л2},$ Ом	$R_{Н1},$ Ом	$R_{Н2},$ Ом
110	1	120	2	2,5	1,5	5	3,5

1. Складаємо принципову електричну схему описаного електричного кола. Окремі елементи кола виділяємо жирними лініями, а їхні з'єднуючі проводи - тонкими лініями. Позначаємо номери проводів.

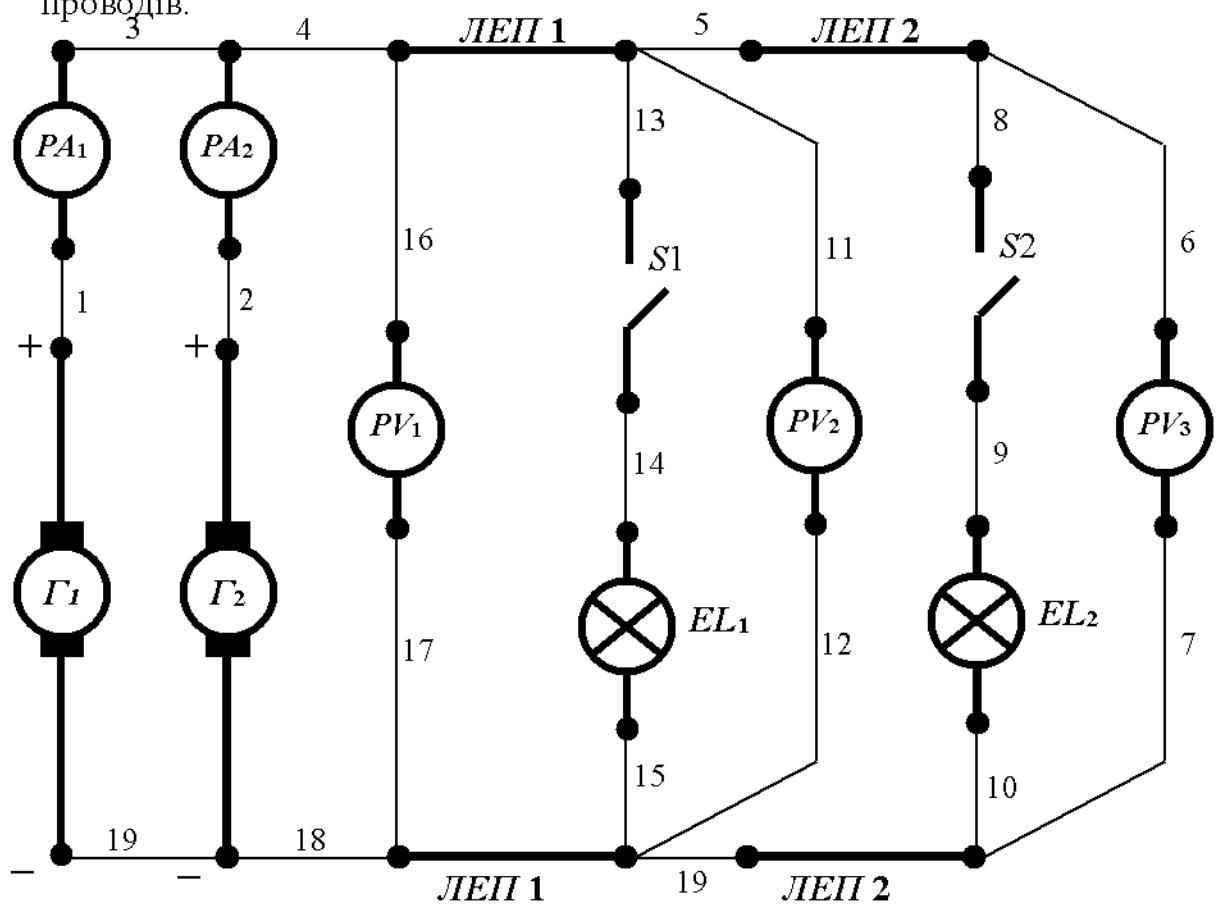


Рисунок 1 – Принципова електрична схема кола:

- G_1, G_2 – генератори постійного струму;
- ЛЕП 1, ЛЕП 2** – лінії електропередачі;
- EL_1, EL_2 – електроосвітлювальні пристрої (навантаження);
- S_1, S_2 – вимикачі;
- PA_1, PA_2 – амперметри;
- $PV_1 \dots PV_3$ – вольтметри.

2. Складаємо розрахункову схему електричного кола, прийнявши наступні допущення:

- опори прямого і зворотного проводів лінії електропередачі зосереджуємо в одному місці;
- опорамі проводів, що з'єднують елементи кола, зневажаємо;
- опором кожного амперметра зневажаємо;
- опір кожного вольтметра приймаємо рівним нескінченності.

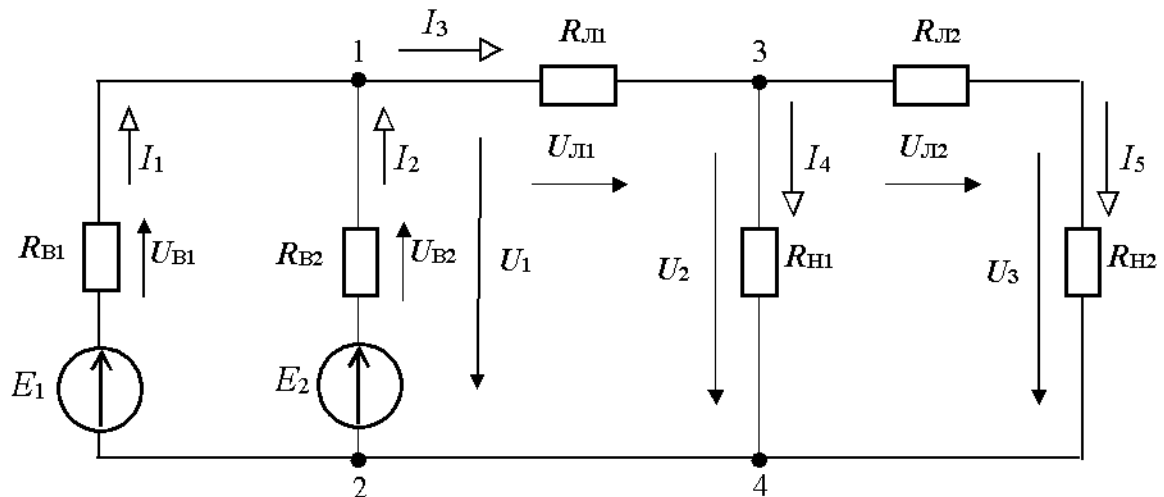


Рисунок 2 – Розрахункова схема електричного кола:

- E_1, E_2 – е.р.с., що розвивають генератори;
- R_{B1}, R_{B2} – внутрішній опір генераторів;
- $R_{Л1}, R_{Л2}$ – опори ліній електропередачі;
- $R_{Н1}, R_{Н2}$ – опори навантажень (освітлювальних пристроїв);
- I_1 – сила струму першого генератора;
- I_2 – сила струму другого генератора;
- I_3 – сила струму в першій лінії електропередачі;
- I_4 – сила струму першого навантаження;
- I_5 – сила струму в другій лінії електропередачі і другому навантаженні;
- U_{B1}, U_{B2} – спадання напруги в генераторах;
- U_1 – напруга на затискачах генераторів;
- $U_{Л1}, U_{Л2}$ – спадання напруги в лініях електропередачі;
- U_2 – напруга на затискачах першого навантаження;
- U_3 – напруга на затискачах другого навантаження.

3. Виконуємо розрахунок електричного кола:

- заміняємо опори ліній і навантажень одним еквівалентним опором R_E :

$$R_E = R_{Л1} + \frac{R_{Н1} \cdot (R_{Л2} + R_{Н2})}{R_{Н1} + R_{Л2} + R_{Н2}}; \quad (1)$$

$$R_E = 2,5 + \frac{5 \cdot (1,5 + 3,5)}{5 + 1,5 + 3,5} = 2,5 + \frac{5 \cdot 5}{10} = 2,5 + 2,5 = 5 \text{ Ом}.$$

- складаємо рівняння за першим і другим законами Кірхгофа для розрахунку сил електричних струмів еквівалентної схеми і розраховуємо їх:

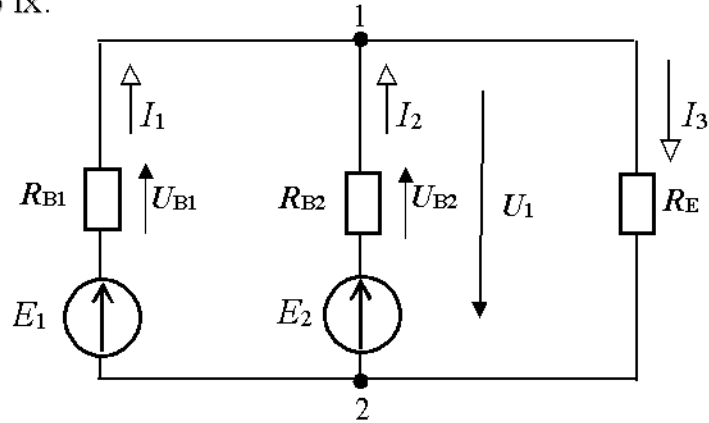


Рисунок 3 – Еквівалентна розрахункова схема електричного кола

$$\left\{ \begin{array}{l} I_1 + I_2 - I_3 = 0; \\ E_1 - E_2 = R_{B1} \cdot I_1 - R_{B2} \cdot I_2; \\ E_2 = R_{B2} \cdot I_2 + R_E \cdot I_3; \end{array} \right. \quad (2)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 \cdot I_1 + 1 \cdot I_2 - 1 \cdot I_3 = 0; \\ 110 - 120 = 1 \cdot I_1 - 2 \cdot I_2; \\ 120 = 2 \cdot I_2 + 5 \cdot I_3; \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} 1 \cdot I_1 + 1 \cdot I_2 - 1 \cdot I_3 = 0; \\ 1 \cdot I_1 - 2 \cdot I_2 + 0 = -10; \\ 0 + 2 \cdot I_2 + 5 \cdot I_3 = 120. \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned} \Delta &= \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & 5 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -2 & 0 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} - 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 5 \end{vmatrix} + (-1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = \\ &= 1 \cdot (-2) \cdot 5 - 1 \cdot 0 \cdot 2 - 1 \cdot 1 \cdot 5 + 1 \cdot 0 \cdot 0 - 1 \cdot 1 \cdot 2 + 1 \cdot 0 \cdot (-2) = \\ &= -10 - 0 - 5 + 0 - 2 + 0 = -17 \text{ } \Omega M^3; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta_{I_1} &= \begin{vmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -10 & -2 & 0 \\ 120 & 2 & 5 \end{vmatrix} = 0 \cdot \begin{vmatrix} -2 & 0 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} - 1 \cdot \begin{vmatrix} -10 & 0 \\ 120 & 5 \end{vmatrix} + (-1) \cdot \begin{vmatrix} -10 & -2 \\ 120 & 2 \end{vmatrix} = \\ &= -1 \cdot (-10) \cdot 5 - (-1) \cdot 120 \cdot 0 + (-1) \cdot (-10) \cdot 2 - (-1) \cdot 120 \cdot (-2) = \\ &= 50 + 20 - 240 = -170 \text{ } B \cdot \Omega M^2; \end{aligned}$$

$$I_1 = \frac{\Delta_{I_1}}{\Delta} = \frac{-170}{-17} = 10 \text{ } A;$$

$$\begin{aligned} \Delta_{I_2} &= \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & -10 & 0 \\ 0 & 120 & 5 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -10 & 0 \\ 120 & 5 \end{vmatrix} - 0 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 5 \end{vmatrix} + (-1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & -10 \\ 0 & 120 \end{vmatrix} = \\ &= 1 \cdot (-10) \cdot 5 - 1 \cdot 120 \cdot 0 + (-1) \cdot 1 \cdot 120 - (-1) \cdot 0 \cdot (-10) = \\ &= -50 - 120 = -170 \text{ B} \cdot \text{Oм}^2; \end{aligned}$$

$$I_2 = \frac{\Delta_{I_2}}{\Delta} = \frac{-170}{-17} = 10 \text{ A};$$

$$\begin{aligned} \Delta_{I_3} &= \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & -10 \\ 0 & 2 & 120 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -2 & -10 \\ 2 & 120 \end{vmatrix} - 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -10 \\ 0 & 120 \end{vmatrix} + 0 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = \\ &= 1 \cdot (-2) \cdot 120 - 1 \cdot 2 \cdot (-10) - 1 \cdot 1 \cdot 120 + 1 \cdot 0 \cdot (-10) = \\ &= -240 + 20 - 120 - 0 = -340 \text{ B} \cdot \text{Oм}^2; \end{aligned}$$

$$I_3 = \frac{\Delta_{I_3}}{\Delta} = \frac{-340}{-17} = 20 \text{ A};$$

– Визначимо напругу на затискачах генераторів:

$$U_1 = R_A \cdot I_3; \quad (3)$$

$$U_1 = 5 \cdot 20 = 100 \text{ B};$$

– Визначимо силу електричного струму в першій лінії електропередачі:

$$I_3 = 20 \text{ A};$$

– Визначимо напругу на затискачах першого навантаження:

$$U_2 = U_1 - R_{Л1} \cdot I_3; \quad (4)$$

$$U_2 = 100 - 2,5 \cdot 20 = 100 - 50 = 50 \text{ B};$$

- Визначимо силу електричного струму в другій лінії електропередачі:

$$I_5 = \frac{U_2}{R_{Л2} + R_{Н2}}; \quad (5)$$

$$I_5 = \frac{50}{1,5 + 3,5} = 10 A;$$

- Визначимо напругу на затискачах другого навантаження:

$$U_3 = R_{Н2} \cdot I_5; \quad (6)$$

$$U_3 = 3,5 \cdot 10 = 35 \text{ В};$$

- Визначимо сумарну потужність, що розвивається генераторами:

$$P = P_1 + P_2; \quad (7)$$

$$P_1 = E_1 \cdot I_1; \quad (8)$$

$$P_1 = 110 \cdot 10 = 1100 \text{ Вт};$$

$$P_2 = E_2 \cdot I_2; \quad (9)$$

$$P_2 = 120 \cdot 10 = 1200 \text{ Вт};$$

$$P = 1100 + 1200 = 2300 \text{ Вт};$$

- Визначимо сумарні втрати потужності в генераторах:

$$P_B = P_{B1} + P_{B2}; \quad (10)$$

$$P_{B1} = R_{B1} \cdot I_1^2; \quad (11)$$

$$P_{B1} = 1 \cdot 10^2 = 100 \text{ Вт};$$

$$P_{B2} = R_{B2} \cdot I_2^2; \quad (12)$$

$$P_{B2} = 2 \cdot 10^2 = 200 \text{ Вт};$$

$$P_B = 100 + 200 = 300 \text{ Вт};$$

- Визначимо сумарні втрати потужності в лініях електропередачі:

$$P_{Л} = P_{Л1} + P_{Л2}; \quad (13)$$

$$P_{Л1} = R_{Л1} \cdot I_3^2; \quad (14)$$

$$P_{Л1} = 2,5 \cdot 20^2 = 1000 \text{ Вт};$$

$$P_{Л2} = R_{Л2} \cdot I_5^2; \quad (15)$$

$$P_{Л2} = 1,5 \cdot 10^2 = 150 \text{ Вт};$$

$$P_L = 1000 + 150 = 1150 \text{ Вт};$$

- Визначимо потужності, що споживаються кожним навантаженням:

$$P_{H1} = R_{H1} \cdot I_4^2; \quad (16)$$

$$I_4 = I_3 - I_5; \quad (17)$$

$$I_4 = 20 - 10 = 10 \text{ А};$$

$$P_{H1} = 5 \cdot 10^2 = 500 \text{ Вт};$$

$$P_{H2} = R_{H2} \cdot I_5^2; \quad (18)$$

$$P_{H2} = 3,5 \cdot 10^2 = 350 \text{ Вт};$$

- Визначимо коефіцієнт корисної дії першої лінії електропередачі:

$$\eta_{Л1} = \frac{P_{H1} + P_{Л2} + P_{H2}}{U_1 \cdot I_3}; \quad (19)$$

$$\eta_{Л1} = \frac{500 + 150 + 350}{100 \cdot 20} = \frac{1000}{2000} = 0,5;$$

- Визначимо коефіцієнт корисної дії другої лінії електропередачі:

$$\eta_{Л2} = \frac{P_{H2}}{U_2 \cdot I_5}; \quad (20)$$

$$\eta_{Л2} = \frac{350}{50 \cdot 10} = 0,7;$$

- Визначимо коефіцієнт корисної дії першого генератора:

$$\eta_{Г1} = \frac{P_1 - P_{B1}}{P_1}; \quad (21)$$

$$\eta_{Г1} = \frac{1100 - 100}{1100} = \frac{1000}{1100} = 0,91;$$

- Визначимо коефіцієнт корисної дії другого генератора:

$$\eta_{Г2} = \frac{P_2 - P_{B2}}{P_2}; \quad (22)$$

$$\eta_{Г2} = \frac{1200 - 200}{1200} = \frac{1000}{1200} = 0,83.$$

РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Вовк О.Ю., Квітка С.О., Попова І.О. Лінійні електричні кола постійного струму: навчальний посібник. Запоріжжя: ВПЦ «Люкс», 2023. 227 с.
2. Овчаров В.В. Теоретичні основи електротехніки, частина 1. Мелітополь : Видавничо-поліграфічний центр «Люкс», 2007. 389 с.
3. Коваль Ю.О., Гринченко Л.В., Милотченко І.О., Рибін О.І. Основи теорії кіл: Підручник для студентів вищих навчальних закладів. Ч.1 / За заг. редакцією В. М. Шокала та В. І. Правди. Х. : Компанія СМІТ, 2008. 432 с.
4. Теорія електричних і магнітних кіл: Підручник / С. В. Панченко, О. М. Ананьєва, М. М. Бабаєв та ін. Харків: УкрДУЗТ, 2020. 246 с.
5. Маляр В.С. Теоретичні основи електротехніки: підручник Львів : Видавництво Львівської політехніки, 2018. 416 с.