

УДК 004.942

ПРОГРАМНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ДЛЯ СТВОРЕННЯ МОДЕЛЕЙ КРИВОЛІНІЙНИХ ПОВЕРХОНЬ

Холодняк Ю.В., к.т.н.

e-mail: yuliya.kholodnyak@tsatu.edu.ua

Мірошниченко М.Ю., к.т.н.

e-mail: mykola.miroshnychenko@tsatu.edu.ua

Таврійський державний агротехнологічний університет імені Дмитра Моторного

Актуальність та постановка проблеми. Комп'ютерне моделювання є потужним інструментом розв'язання багатьох науково-виробничих задач. Особливо це стосується проектування функціональних поверхонь із підвищеними динамічними якостями. Підвищені динамічні якості необхідні поверхням, що обмежують корпусні вироби авіа-, авто-, суднобудування, лопатки турбін і змішувачів, канали двигунів внутрішнього згоряння, робочі органи сільськогосподарських машин.

До появи верстатів із числовим програмним управлінням (ЧПУ) вироби, обмежені такими поверхнями, оброблялися за допомогою універсального обладнання, на яке встановлювалися індивідуальні обкатувальні пристрої. Така технологія призводить до виникнення похибок під час виготовлення деталі щодо геометричної моделі. Не менш важливим питанням є фізичне зношування універсального обладнання та наявність професійних кадрів, які здатні виконати роботу на таких верстатах.

Завдання виготовлення виробів, обмежених складними функціональними поверхнями, з високим ступенем точності вирішують технології, які потребують використання верстатів з ЧПУ. Виготовлення виробу на верстаті з ЧПУ забезпечує мінімальну похибку щодо комп'ютерної моделі. Обов'язковим етапом такої технології є створення тривимірної моделі виробу з використанням САД - системи.

Більшість пакетів містять обмежену кількість кривих ліній, які можуть бути використані для створення динамічних поверхонь. Коли виникає необхідність побудови кривих ліній, яких немає в САД-системі (астроїди, евольвенти, епітрохоїди та ін), найчастіше формується набір точок, розташованих на кривій, після чого цей точковий ряд інтерполюється за допомогою сплайну.

Коли до моделі поверхні висувають високі вимоги точності, виникає необхідність задавати В-сплайн, який апроксимує криву, великою кількістю вузлів. Кількість цих вузлів може налічувати сотні або іноді тисячі. Вручну розташувати та об'єднати таку кількість точок є трудомістким завданням. Виникає проблема автоматизації цього процесу за допомогою програмних засобів.

Складні геометричні поверхні можуть бути сформовані на основі каркасу, елементами якого є криві плоскі.

Нами розроблено методи формування обводів із закономірною зміною кривизни на основі вихідного точкового ряду [1, 2]. Метод ґрунтується на аналізі вихідного точкового ряду, в результаті якого визначається область можливого розташування кривої та діапазони можливих значень її характеристик – положень нормалей (дотичних) та центрів кривизни (значень радіусів кривизни).

Вихідними даними для моделювання кривої є упорядкований точковий ряд. Цей точковий ряд називатимемо дискретно представленою кривою (ДПК). Крім вихідного ряду до визначника ДПК входять її геометричні характеристики, які

необхідно забезпечити в процесі моделювання. Врахування геометричних характеристик при поданні кривої значно збільшує точність її моделювання. Це насамперед положення дотичних і значень радіусів кривизни.

В результаті попереднього аналізу вихідного крапкового ряду визначаються ділянки, на основі яких можна сформувати монотонну криву. Отримані монотонні криві формуються окремо та стикаються з другим порядком гладкості.

Кожна монотонна крива моделюється окремо на ділянках, які обмежені двома сусідніми вихідними точками. При цьому забезпечується монотонність зміни кривизни на кожній ділянці та стикування ділянок із заданим порядком гладкості.

При формуванні ділянки кривої точка згущення і дотична, яка через неї проходить, визначаються всередині базисного трикутника. Базовий трикутник обмежений дотичними, які проходять через два сусідні вузли та хорду, яка ці вузли з'єднує. Призначення точок згущення всередині базисних трикутників забезпечує запобігання осциляцій кривої, що формується.

Розроблений метод пройшов апробацію під час виготовлення роторів компресорів. До динамічних якостей робочих поверхонь роторів висуваються підвищені вимоги. Для забезпечення цих вимог потрібна висока точність моделювання та обробки поверхонь. До цього часу ротор оброблявся на стругальних верстатах з ручним керуванням із застосуванням обкатувального пристрою. В основі процесу обкатки лежить переміщення стругального різця траєкторією відповідної лекальної кривої. Лекальна крива є обведенням першого порядку гладкості.

При використанні такої методики подання поверхні забезпечити високу точність виготовлення поверхні неможливо. Крім того, дана методика передбачає використання обкатувального пристрою, який вже не виробляється, а ті одиниці, які залишилися, практично вичерпали свій ресурс.

Обробка робочих поверхонь ротора на верстатах із ЧПУ вимагає створення якісної тривимірної моделі виробу. Геометрична модель поверхні створена за розробленою нами методикою з використанням оригінального програмного забезпечення. Вихідними даними для моделювання є масив точок, координати яких отримані в результаті вимірювання на виробі.

Робоча поверхня ротора являє собою, циліндричну поверхню утворену поступовим переміщенням твірної лінії – евольвенти кола. Евольвента кола – це крива, центри кривини якої утворюють коло. Лінія, утворена центрами кривини називається еволютою.

Утворення евольвенти кола можна представити як траєкторію руху кінця натягнутої нитки, яку розмотують з кола – еволюти, що визначає евольвенту.

Параметричні рівняння евольвенти кола

$$x = r \cos \varphi + r \sin \varphi$$

$$y = r \sin \varphi - r \cos \varphi$$

де r - радіус кола, яке визначає евольвенту;

φ - кут відповідної дуги евольвенти

Початковими даними для побудови точкового ряду є еволюта – коло діаметра d .

Перша точка точкового ряду визначається на вказаному колі. Для побудови поточної точки ряду, необхідно виконати наступні дії:

- на даному колі (еволюті) призначається точка, що відповідає точці ряду;
- через обрану точку проводимо пряму, дотичну до кола;

- точку отримаємо на дотичній, відклавши від точки дотику довжину, яка дорівнює довжині дуги кола, обмеженої початковою точкою евольвенти і точкою на колі, що відповідає до точці ряду, яка визначається.

Довжину дуги між точками i та $i + 1$ визначаємо по формулі:

$$a = \frac{\pi d}{m},$$

де d - діаметр кола;

m - число частин, на які розділено коло.

Щоб отримати весь точковий ряд на дузі кола, що відповідає усю дузі евольвенти, визначаються точки, які розділяють дугу кола на рівні частини (рис. 1).

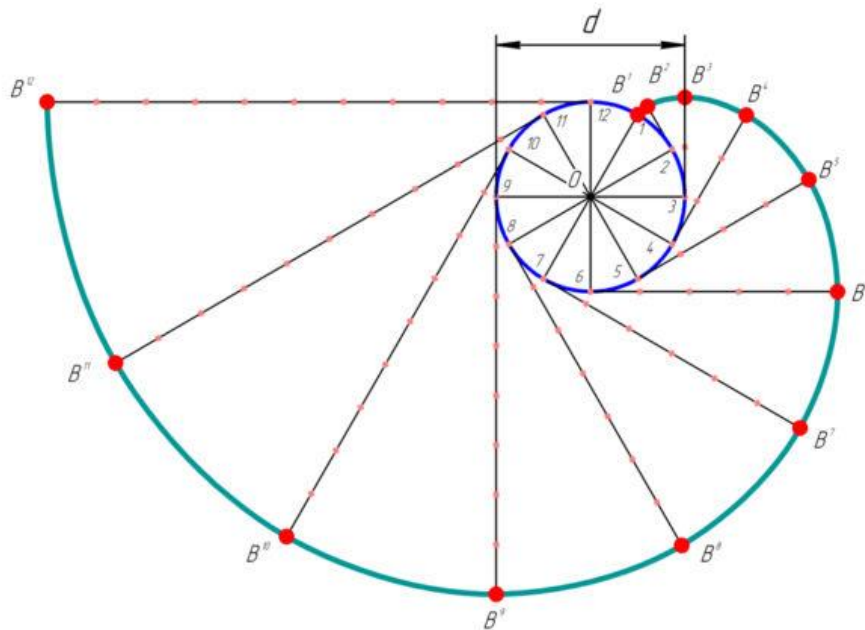


Рисунок 1. Схема побудови вихідного точкового ряду

Кількість точок на колі відповідає кількості вузлів утвореного точкового ряду. Для кожної точки еволюти, визначається положення вузла, розташованого на евольвенті.

Розроблене програмне забезпечення дозволяє провести аналіз, коригування та розрахунок робочої поверхні ротора. Коригування положення вихідних точок здійснюється відповідно до умови закономірної зміни кривизни вздовж ДПК, розташованих на поверхні. Для покращення динамічних якостей ротора елементи каркасу формуються як обводи другого порядку гладкості з монотонною зміною кривизни.

Розроблене програмне забезпечення складається з двох частин:

- програма для розрахунку точкових рядів, на основі яких формуються лінії, що входять до визначника поверхонь;
- програма для побудови тривимірних моделей елементів каркасу поверхні в пакеті тривимірного моделювання.

Розрахунок координат вузлів кривої, що формується, проводиться в символічному пакеті Maple. Результатом роботи програми є координати вузлів точкових рядів, що згущують, що представляють із заданою точністю криві, які утворюють каркас поверхні ротора.

Програма для побудови тривимірних моделей поверхонь розроблена мовою C#. З використанням інструменту API (Application Program Interface) програма інтегрована з базовим CAD-пакетом - SolidWORKS.

Вихідними для роботи створеної програми є отримані в Maple координати масиву точок. У SolidWORKS отримані точкові ряди в автоматичному режимі інтерполуються кубічним сплайном. На основі одержаного каркаса формується модель поверхні.

Похибка відповідності сформованої моделі існуючому об'єкту залежить від кількості вихідних точок, отриманих у результаті вимірів на виробі. Метод, що розробляється, дозволяє визначити кількість точок, необхідну для забезпечення заданої точності. Задаючи різну кількість вихідних точок, можна забезпечити будь-яку наперед задану точність уявлення поверхні, що моделюється. При вимірюванні ротора компресора отримано точковий ряд, який забезпечує подання поверхні з похибкою, яка не перевищує 10^{-4} мм.

Основним критерієм якості апроксимації евольвенти кола, є монотонний графік зміни кривини вздовж отриманого сплайну. Встановлено, що значення кривини, вздовж сплайну, монотонно зростає (рис. 2). Отриманий сплайн повністю задовольняє вимогам до твірної лінії динамічної кінематичної поверхні.

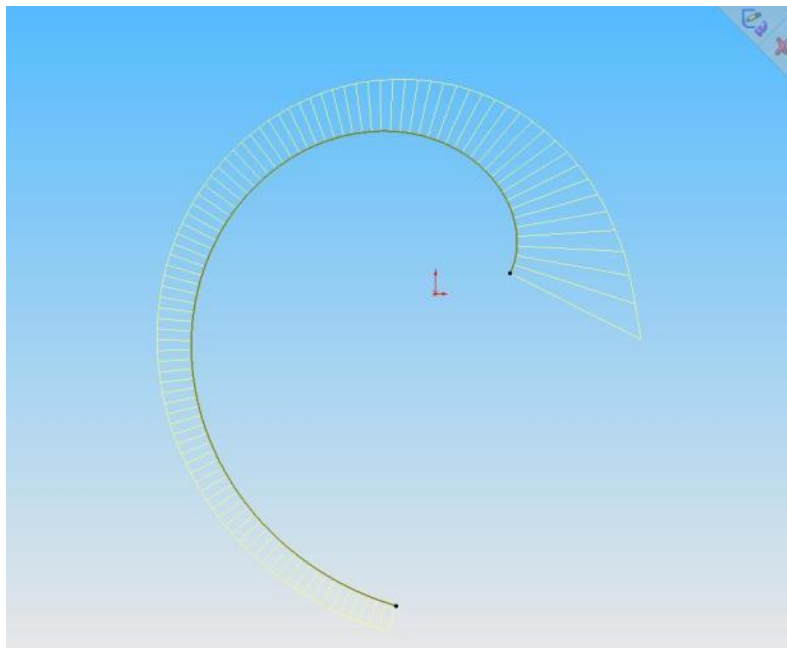


Рисунок 2. Графік кривини отриманого сплайна

Властивості сформованої моделі поверхні досліджені у пакетах SolidWORKS та SolidWorks Flow Simulation. Результати дослідження SolidWORKS показали, що значення кривизни монотонно зростають вздовж ліній різних напрямів, що належать поверхні (рис. 3). Монотонна зміна кривизни забезпечує підвищені динамічні якості поверхні. Результати дослідження моделі SolidWorks Flow Simulation показали, що сформована поверхня забезпечує стійкий характер обтікання поверхні повітряним потоком.

Отримана модель поверхні ротора є вихідними даними для розробки програми для верстата з ЧПУ в пакеті PowerMill. Дослідження виготовленого ротора компресора показали, що відхилення точок робочої поверхні від геометричної моделі не перевищує 10^{-4} мм.

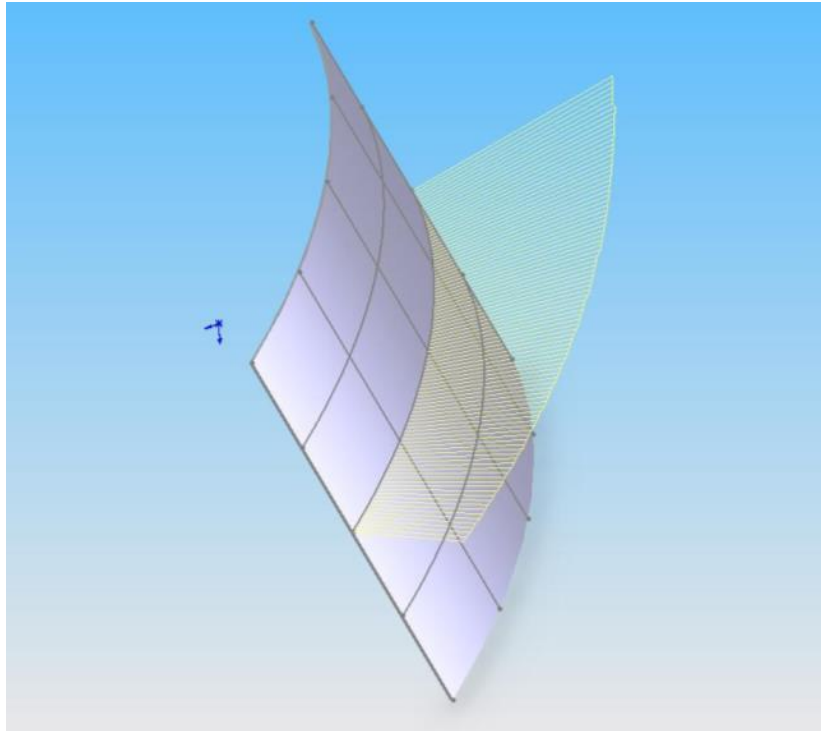


Рисунок 3. Графік кривини сплайну на робочій поверхні ротора

При збільшенні значень кривини колір змінюється від чорного до блакитного, зеленого і червоного. На рис. 4 наведений графік зміни кривини по всій площині робочої поверхні ротора за допомогою кольору.

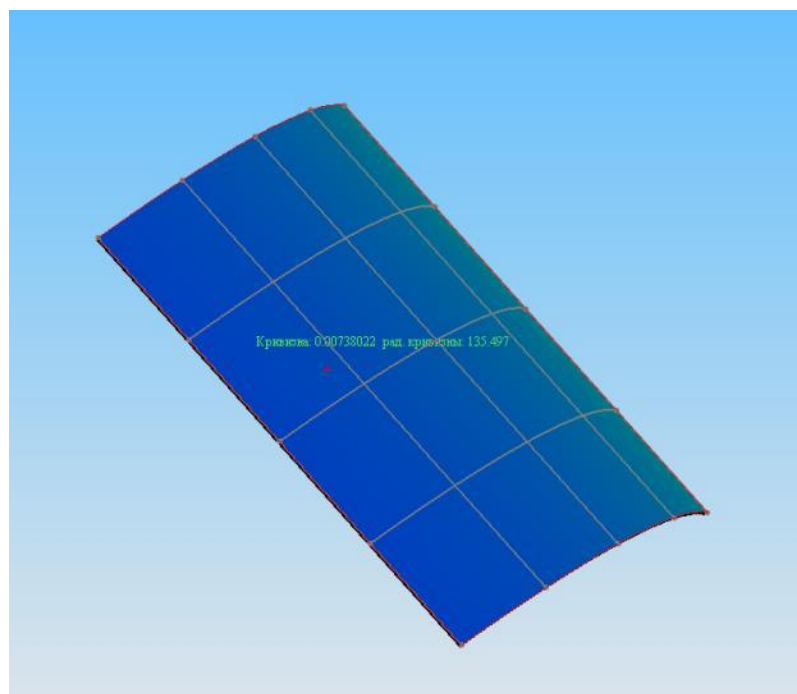


Рисунок 4. Графік кривини поверхні робочого органа в кольорі

Згідно з графіка відображеного на рисунках 3 та 4, кривина вздовж отриманої поверхні змінюється закономірно, що відповідає умовам, які висуваються до динамічних поверхонь.

Технології, базовані на використанні ЧПУ, дозволяють виготовляти деталі, з мінімальною попередньо заданою похибкою, відносно відповідної комп'ютерної моделі, точність формування в CAD – пакеті забезпечує функціональні якості виробу.

При побудові моделі ротору газодувки головною задачею є точне формування сплайну, який використовується як твірна лінія робочої поверхні ротору. Точність формування сплайну можна оцінити похибкою з якою сплайн апроксимує теоретичний контур твірної лінії – евольвенту кола.

Похибка апроксимації залежить від кількості вузлів призначених на евольвенті та визначають сплайн. Чим щільніший вхідний точковий ряд тим точніше отриманий сплайн представляє вихідний контур.

Для оцінки максимальної абсолютної похибки апроксимації ми використовуємо методику, яка надає можливість визначити межі всередині яких розташована крива з монотонною зміною значень кривини, яка інтерполює заданий точковий ряд. Максимальна абсолютна похибка визначається наступним чином.

Через кожні три послідовні точки ряду проводимо, обумовлено ними коло. Ці кола будемо називати стичними. Якщо точковий ряд представляє криву з монотонною зміною кривини, то радіус стичних кіл буде монотонно змінюватися уздовж точкового ряду (рис. 5).

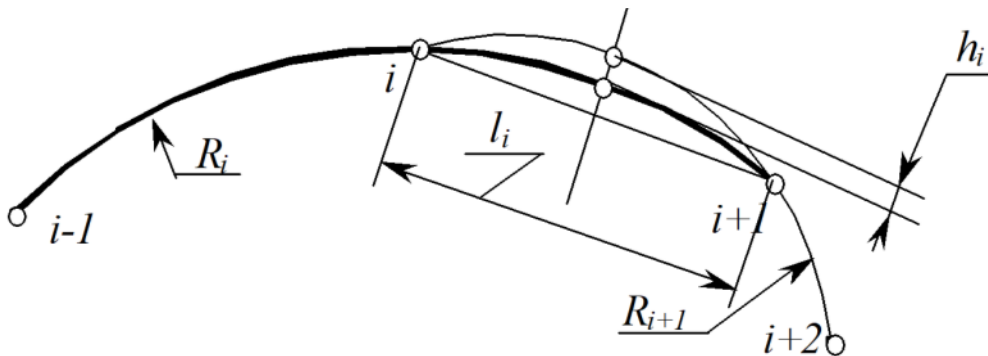


Рисунок 5. Стичні поля, обумовлені вхідним точковим рядом

Будь яка гладка крива лінія, що проходить через точки нашого ряду, у якій значення кривини монотонно змінюються в тому ж напрямку, що й значення радіусів стичних кіл, пройде у середині смуги стичних кіл.

Величину погрішності, з якою створюваний нами обвід апроксимує евольвенту можна оцінювати відстанню між сусідніми стичними колами. Максимальна абсолютна похибка апроксимації на ділянці обводу ($i:i+1$) (h_i) приймаємо рівний довжині відрізка, обмеженого точками перетину перпендикуляра до середини хорди супровідної ламаної лінії $[i:i+1]$ з стичними колами, обумовленими точками $i-1; i; i+1$ та $i; i+1; i+2$.

Якщо величина h_i на всіх ділянках ДПК не перевищує заданої точності апроксимації, а створений нами обвід проходить усередині смуги стичних кіл, то можна вважати завдання апроксимації вирішеною.

Максимальна абсолютна похибка апроксимації всього відрізка евольвенти визначається за формулою:

$$\Delta_{\max} = \delta \cdot l_{\max},$$

де l_{\max} - максимальна довжина хорди супровідної ламаної лінії,

$\delta = \left(\frac{h_i}{l_i} \right) \min$ - мінімальне за значенням відношення довжини між стичними

колами до довжини відповідної хорди супровідної ламаної лінії.

Алгоритм визначення $\Delta \max$ виглядає наступним чином:

- виконується аналіз точкового ряду, розташованого на евольвенті з метою

визначення величини δ , як мінімального за значенням відношення $\frac{h_i}{l_i}$;

- визначається величина $\Delta \max$.

Підвищити точність апроксимації можливо ущільнивши точковий ряд. Так ущільнивши точковий ряд в два рази значення δ зменшиться приблизно в чотири рази.

Висновки. У роботі представлено методику, яка дозволяє в автоматизованому режимі створювати програми для верстатів з ЧПУ для обробки виробів, обмежених складними геометричними поверхнями. Методика включає наступні етапи:

- розрахунок ДПК, що є елементами каркасу поверхні, за заданими геометричними умовами;

- формування безперервних ліній, що інтерполюють отримані точкові ряди;

- створення тривимірної моделі поверхні у пакеті SolidWorks;

- створення програми для верстата з ЧПУ у САМ-системі PowerMill для обробки отриманої моделі.

Розроблена методика дозволяє конструювати поверхні як на основі технічної документації, так і за результатами вимірювань на виробі. При формуванні моделі поверхні можуть використовуватись будь-які криві ліній, у тому числі ті, яких немає в меню САД-пакетів.

Список використаних джерел:

1. Гавриленко Е.А., Холодняк Ю.В., Антонова Г.В., Чаплинский А.П. Разработка алгоритма программного обеспечения для формирования обводов по заданным геометрическим условиям. *Праці Таврійського державного агротехнологічного університету*. Мелітополь: ТДАТУ, 2020. Вип. 20, т. 3. С. 293-303

2. Холодняк Ю.В., Гавриленко Е.А., Ивженко А.В., Найдыш А.В. Моделирование участка пространственной монотонной кривой линии. Сучасні проблеми моделювання: наукове фахове видання. Мелітополь: МДПУ, 2020. Вып.17. С. 131-137.

3. Kholodniak Yu., Havrylenko Ye., Ivzhenko O., Pykhtieieva I. *Modeling surfaces according to specified conditions based on array of points*. Modern modeling problems. Melitopol: MSPU, 2021. Vol. 24. P. 175-182.

4. Kholodniak Yu., Havrylenko Ye., Pykhtieieva I., Shcherbyna V. Design of Functional Surfaces in CAD System of SolidWorks via Specialized Software. Modern Development Paths of Agricultural Production. Cham: Springer International Publishing, 2019. P. 63-74.

5. Havrylenko Y., Kholodniak Y., Vershkov O., Naidysh A. Development of the method for the formation of one-dimensional contours by the assigned interpolation accuracy. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2018. Vol. 1, Iss. 4(91). P. 76-82.